

# **Algebra, hvorfor er det vanskelig? Noen årsaker til utfordringer i algebra på ungdomsskolen.**

*En kvalitativ studie om elevers misoppfatninger og holdninger knyttet til algebra på ungdomsskolen.*

Ester Kristine Olsen



MDID4009 - Masteroppgave i matematikdidaktikk  
Lektorprogrammet  
30 studiepoeng

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning  
Det utdanningsvitenskapelige fakultet

UNIVERSITETET I OSLO

Vår 2022



# **Algebra, hvorfor er det vanskelig? Noen årsaker til utfordringer i algebra på ungdomsskolen.**

*En kvalitativ studie om elevers misoppfatninger og holdninger knyttet til algebra på ungdomsskolen.*

MDID4009

Ester Kristine Olsen

© Ester Kristine Olsen

2022

Algebra, hvorfor er det vanskelig? Noen årsaker til utfordringer i algebra på ungdomsskolen -  
En kvalitativ studie om elevers misoppfatninger og holdninger knyttet til algebra på  
ungdomsskolen.

Ester Kristine Olsen

<http://www.duo.uio.no/>

Trykk: Reprosentralen, Universitetet i Oslo

IV

# Sammendrag

I denne kvalitative studien har jeg undersøkt elevers holdninger og misoppfatninger til algebra gjennom problemstillingen: *Hvilke misoppfatninger har elever på middels nivå på ungdomsskolen i algebra, og hvordan påvirker holdningene til algebra deres arbeid?*

Utvalget jeg har sett på er fire elever med middels måloppnåelse i matematikk på 10. trinn. Disse fire elevene gjennomførte hver sitt oppgavebaserte intervju med hint, der intervjuet var sentrert rundt fem algebraoppgaver i hoveddelen, og en spørsmålsrunde med fokus på holdningsspørsmål i avslutningen.

Analysen av utvalgets holdninger og misoppfatninger til algebra ble gjort abduktiv, der holdninger ble kodet deduktivt, og misoppfatninger ble kodet både induktiv og deduktiv. Den deduktive kodingen ble gjort ved bruk av rammeverk. Disse rammeverkene ble laget og tilpasset gjennom prinsippet om bricolage (Rogers, 2012; Cobb, 2007) der holdningsrammeverket tok utgangspunkt i Di Martino og Zans TMA-modell, og misoppfatningsrammeverket tok utgangspunkt i artiklene til Booth et al. (2017), Welder (2012) og Clemet et al. (1981) for de mest utbredte misoppfatningene.

Hovedfunnene i studien peker på at det kan være flere aspekter som bidrar til elevenes utfordringer med algebra. For det første arbeider elever med positiv emosjonell dimensjon og høy oppfattet kompetanse bedre med algebraoppgavene og er lettere mottakelige for hint og hjelp, enn de som har negativ emosjonell dimensjon og lav oppfattet kompetanse. For det andre besitter utvalget de mest utbredte misoppfatningene til algebra, der brøk, parenteser og negative tall er dominerende. Disse kan knyttes til ikke-fleksibel begrepsforståelse, sviktende forståelse for sammenhenger mellom representasjoner, og dårlig overgang fra aritmetikk til algebra. For det tredje hadde alle elevene instrumentelt syn på algebra. Dette påvirket elevenes arbeid med algebra ved at de memorerer regler og strategier, men vet ikke hvorfor og når de kan brukes, og når de er gyldige, og at elevene er opptatte av riktige svar og regnehastighet.



# Forord

«I de siste dager har jeg tenkt og tenkt på Nordlandssommerens evige dag» er startreplikken i *Pan av Knut Hamsun* (1990, s. 9). Jeg har også tenkt mye i det siste på Nordland og ikke minst; mitt kjære Helgeland. Det er helt sprøtt å tenke på at jeg som 19-åring utvandret fra hjembyen min Mo i Rana for å bosette meg i den store Tigerstaden for å begynne å studere ved UiO. Jeg hoppet rett fra videregående skole ut i verden, for å ta fatt på nye utfordringer. 5 år senere har jeg rundet 24 år, og nå står jeg med selve beviset på den største bragden jeg noensinne har gjort, jeg har blitt lektor! «Eg klart det før helvete!» Året 2022 vil stå som et minneår i livet mitt. Jeg fullførte Lektorprogrammet i realfag, flyttet ut av studentboligen, og fikk min første faste jobb som lærer. Nå står yrkeslivet foran meg som matematikk- og naturfagslærer, og det kunne ikke passet meg bedre! Det føles ut som om jeg står på selve springbrettet inn i voksenlivet. Det føles utrolig bra.

Tusen takk til veilederen min Helmer Aslaksen for din faglige ekspertise, tålmodighet og veiledning, som bidro til å gjøre masteroppgaven min mulig.

Tusen takk til mine kjære foreldre som har støttet og oppmuntret meg til å ta høyere utdanning, og som gjennom barndommen har åpnet døren inn til realfagene og realfagsinteressen. Og tusen takk til alle pedagog-søsknene mine som har lest korrektur, gitt tilbakemeldinger og heiet på meg gjennom hele studietiden.

Tusen takk til medstudenter i Lektorkroken og omegn som alltid har vært der for gode diskusjoner om fag, didaktikk og livet, men som ikke minst skapte et godt faglig og sosialt miljø gjennom hele studietiden.

Størst takk går til min fantastiske forlovede og samboer Aleksander Bye Pedersen. Du har stått sammen med meg i alle opp og nedturene gjennom, ikke bare masteren, men gjennom hele studieløpet. Du har alltid heiet på meg. Det er jeg deg evig takknemlig for, tusen takk.

Masteren er skrevet til minne om min kjære bestemor Edith Laila Haugen som gikk bort under studietiden. Dypt savnet, dypt elsket og for alltid husket.

Oslo, Juni 2022

Ester Kristine Olsen





# Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.1	Erfaring fra egen skolegang, og praksisfelt med algebra i skolen.....	1
1.2	Hva er problemet med algebra?.....	2
1.2.1	Formålet med masterprosjektet.....	4
1.3	Problemstilling.....	5
1.4	Masteroppgavens struktur.....	5
2	Teori og tidligere forskning.....	6
2.1	Hva er algebra?.....	6
2.1.1	Videreføring av aritmetikk til algebra.....	7
2.2	Misoppfatninger.....	9
2.2.1	De mest utbredte misoppfatningene i algebra.....	10
2.2.2	Brøk.....	11
2.2.3	Negative tall.....	11
2.2.4	Parenteser.....	12
2.2.5	Introduksjon av ekstern variabel.....	12
2.2.6	Overgeneralisering.....	12
2.2.7	Subtraksjon.....	12
2.2.8	Likning vs. uttrykk.....	13
2.3	Holdninger.....	13
2.3.1	Three-dimensional Model for Attitudes (TMA).....	14
2.3.2	Syn på algebra.....	16
2.3.3	Relasjonelt syn.....	16
2.3.4	Instrumentelt syn.....	17
2.3.5	Emosjonell dimensjon.....	17
2.3.6	Oppfattet kompetanse og mestringsforventning.....	17
2.4	Begrepslæring i matematikk.....	18
2.5	Hint og stillasbygging.....	19
2.5.1	Stillasbygging og hints rolle i oppgavebaserte intervju.....	19
2.5.2	Hint.....	20
3	Metode.....	22
3.1	Vitenskapsteoretisk perspektiv for denne masterstudien.....	22

3.2	Forskningsdesign .....	23
3.3	Utvalg .....	24
3.3.1	Inklusjonskriterier .....	24
3.3.2	Pilotering .....	25
3.3.3	Rekrutteringsprosessen.....	26
3.3.4	Beskrivelse av informanter.....	27
3.4	Datainnsamling.....	27
3.4.1	Oppgavebaserte intervju og hint .....	27
3.4.2	Oppgavebaserte intervju og videoopptak.....	31
3.4.3	Presentasjon av algebraoppgavene.....	32
3.4.4	Intervjuprosessen.....	35
3.5	Analyse .....	36
3.5.1	Transkripsjonsprosessen.....	36
3.5.2	Rammeverkene for den deduktive analysen.....	38
3.5.3	Deduktiv analyse .....	42
3.5.4	Induktiv analyse .....	45
3.6	Forskningskvalitet – Validitet, reliabilitet og overførbarhet .....	47
3.6.1	Validitet og reliabilitet (gyldighet og troverdighet) .....	47
3.6.2	Overførbarhet .....	48
3.7	Forskningsetiske betraktninger.....	49
4	Resultater.....	51
4.1	Holdninger .....	51
4.1.1	Emosjonell dimensjon .....	53
4.1.2	Syn på algebra .....	54
4.1.3	Oppfattet kompetanse i algebra.....	55
4.2	Misoppfatninger.....	58
4.2.1	Brøk.....	59
4.2.2	Negative tall .....	62
4.2.3	Parenteser .....	63
4.2.4	Introduksjon av en ekstern variable .....	67
4.2.5	Overgeneralisering .....	68
4.2.6	Subtraksjon.....	69
4.2.7	Likning vs. Uttrykk .....	70

4.3	Oppsummering av funn .....	72
5	Diskusjon.....	73
5.1	Holdninger til algebra, hva skjer med elevenes arbeid med oppgavene?.....	73
5.2	Misoppfatninger til algebra, ufullstendig begrepsforståelse?.....	77
5.3	Instrumentelt syn på algebra.....	79
6	Konklusjon og didaktiske implikasjoner.....	82
	Litteraturliste .....	85
	Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkebrev.....	91
	Vedlegg 2: NSD Vurdering.....	95
	Vedlegg 3: Intervjuguiden.....	97
	Vedlegg 4: Oppgaveark til intervju.....	101
	Figur 2.3.1: Den tredimensjonale modellen for holdninger (TMA) (Di Martino & Zan, 2010, s. 43; 2015, s. 67) .....	15
	Figur 2.3.2: Tilpasset TMA med inspirasjon fra (Di Martino & Zan, 2010, s. 43; 2015, s. 67) .....	15
	Figur 3.4.2.1: Oversikt over gangen i intervjuet med innledning, hoveddel og avslutning. Se Vedlegg 3 for detaljert intervjuguide. ....	29
	Figur 3.4.3.1: Oppgave 1 fra oppgavearket fra de oppgavebaserte intervjuene. Oppgaven er egenkomponert i samarbeid med veileder.....	33
	Figur 3.4.3.2: Oppgave 2 fra oppgavearket fra de oppgavebaserte intervjuene. Denne oppgaven er inspirert av Task 8A fra Naalsunds doktoravhandling (2012, s. 213).....	33
	Figur 3.4.3.3: Oppgave 3 fra oppgavearket fra de oppgavebaserte intervjuene. Oppgave 3 er tatt direkte fra de frigitte algebraoppgavene fra TIMSS 2015, og er i heftet oppgave 18 på s. 29 (Universitetet i Oslo, 2021b).....	34
	Figur 3.4.3.4: Oppgave 4 fra oppgavearket fra de oppgavebaserte intervjuene. Denne oppgaven er inspirert av Task 5A fra Naalsunds doktoravhandling (2012, s. 212).....	34
	Figur 3.4.3.5: Oppgave 5 fra oppgavearket fra de oppgavebaserte intervjuene. Oppgaven er egenkomponert i samarbeid med veileder.....	35
	Figur 3.5.1: Illustrasjon av analyseprosessen.....	36
	Tabell 3.5.1.1: Transkripsjonssymboler brukt i transkriberingen med tilhørende forklaringer. ....	38
	Tabell 3.5.2.1: Oversikt over analyserammeverket for holdninger i algebra.....	39
	Tabell 3.5.2.2: Oversikt over analyserammeverket for misoppfatninger i algebra.....	41
	Tabell 3.5.2.3: Oversikt over analyserammeverket for misoppfatninger i algebra (fortsettelse). ....	42
	Figur 3.5.3.1: Eksempel på deduktiv koding av Jente 2 sitt intervju. Koder knyttet til holdningsdimensjoner er markert med ulike farge.....	44

Figur 3.5.4.1: Illustrasjon over ulike nivåer av elevers verbalisering av misoppfatninger. Nivå 1-2 legges til grunn for den deduktive kodingen av misoppfatninger. Nivå 3 legges til grunn for den induktive kodingen. ....	46
Figur 4.1.1: Oversikt over informantenes holdningsprofiler med tanke på deres emosjonelle dimensjon, syn på algebra og oppfattet kompetanse.....	52
Tabell 4.1.1.1: Viser eksempler på elevutsagn som viser en positiv emosjonell dimensjon for algebra. ....	53
Tabell 4.1.1.2 Viser eksempler på elevutsagn som viser en negativ emosjonell dimensjon for algebra. ....	54
Figur 4.2.1: Diagrammet viser en illustrasjon av fordelingen i antall informanter som har fått kodet en gitt type misoppfatning til algebra. Totalt antall informanter er fire.....	59
Figur 4.2.1.1: Oppgave 4 fra elevbesvarelsen til Jente 3. Misoppfatning knyttet til brøk er fremhevet med en blå boks.....	60
Figur 4.2.1.2: Oppgave 4 fra elevbesvarelsen til Jente 2. Misoppfatning knyttet til brøk er fremhevet med en blå boks.....	61
Figur 4.2.2.1: Oppgave 5 a) fra elevbesvarelsen til Jente 2. Misoppfatning knyttet til negative tall er fremhevet med en blå boks. ....	62
Figur 4.2.2.2: Oppgave 5 a) fra elevbesvarelsen til Jente 3. Misoppfatning knyttet til negative tall er fremhevet med en blå boks. ....	63
Figur 4.2.2.3: Oppgave 1 fra elevbesvarelsen til Jente 1. Misoppfatning knyttet til negative tall er fremhevet med en blå boks. ....	63
Figur 4.2.3.1: Oppgave 5 a) fra elevbesvarelsen til Jente 3. Misoppfatning knyttet til parenteser er fremhevet med en blå boks. ....	64
Figur 4.2.3.2: Oppgave 5 a) fra elevbesvarelsen til Jente 1. På venstre side ser vi elevens løsningsforslag, og på høyre side ser vi hint som ble gitt i form av et konkret eksempel. Misoppfatning knyttet til parenteser er fremhevet med en blå boks. ....	65
Figur 4.2.3.3: Oppgave 5 a) fra elevbesvarelsen til Gutt 1. På venstre side ser vi elevens løsningsforslag, og på høyre side ser vi hint som ble gitt i form av et konkret eksempel. Misoppfatning knyttet til parenteser er fremhevet med en blå boks. ....	66
Figur 4.2.6.1: Oppgave 1 a) fra elevbesvarelsen til Jente 1. Misoppfatning knyttet til subtraksjon er fremhevet med en blå boks. ....	70

# 1 Innledning

## 1.1 Erfaring fra egen skolegang, og praksisfelt med algebra i skolen.

Denne masteroppgaven har fått sin inspirasjon fra observasjoner og erfaringer jeg har tilegnet meg gjennom et helt skoleliv som elev, men også som lektorstudent ved Universitetet i Oslo. Fra egen skolegang, i langpraksis i PROF4045 og som praktiserende lærer har jeg observert at algebra og likninger er konsepter i matematikk som skaper mye hodebry og ubehag for elever. Mange elever synes algebra er vanskelig, og de sliter for eksempel ofte med å skille mellom algebraiske uttrykk og likninger. Mange har sagt at de synes det er utfordrende når oppgavene inneholder bokstaver som for eksempel  $x$ . Ikke minst sliter de med å velge adekvate strategier i kjente og ukjente situasjoner.

Jeg som lærer har møtt mange elever som har sagt at de misliker matematikk. Da blir jeg veldig nysgjerrig og spør; hva er det du misliker med matematikk? Da svarer elevene ofte algebra. Under praksisperioder og vikariater jeg har hatt i slutten av Lektorprogrammet, har jeg snakket med kollegaer om hva jeg har forsket på i masteroppgaven min. De lærerne har uoppfordret fortalt mye om deres erfaringer med elever og algebra, og noen av dem forteller at elevene deres er veldig fokusert på å få ut et svar, eller at de alltid tror de skal regne noe. Og at de ofte gjør feil, fordi de er opptatt av svaret og ser ikke sammenhenger.

Det at algebra blir dratt opp av hatten som en svarteper, igjen og igjen, får meg som matematikklærer til å undre. Hva er det som gjør at elever har så store problemer med nettopp algebra? Jeg får lyst til å gjøre en forskjell, å skape en endring på dette punktet. Jeg får lyst til å prøve å finne noen årsaker. Finne noen aspekter å sette fingeren på til denne «redselen», og ikke minst «hatet» for algebra. Å prøve å finne noen årsaker som kan identifiseres, og ikke minst gjøres noe med i undervisnings- og læringssammenheng. Dette mener jeg er særdeles nyttig for meg som snart skal inn i en karriere som matematikklærer, fordi dette kan bidra til å justere min undervisningspraksis, for å kunne undervise algebra på en slik måte at elevene kan få et godt forhold til temaet. Dette er noe av bakteppet og min motivasjon for å forske på nettopp algebra i min master.

## 1.2 Hva er problemet med algebra?

Med praksisfeltet som bakteppe må vi heve blikket fra våre egne observasjoner for å få et overblikk over hva det er vi faktisk vet fra før om algebra i skolen. Det at algebra går igjen som problematisk for mange av elevene i matematikken er ikke unikt sett i den store sammenhengen. Jeg tror jeg ikke er den eneste matematikklæreren som har observert dette fenomenet, og derfor er det hensiktsmessig å få et overblikk over hva forskningen på dette feltet sier. En god forutsetning før man starter forskningen er å se på forskningsfeltet for å finne ut; hva vet vi allerede om elevers problemer knyttet til algebra? (Everett & Furseth, 2012; Gleiss & Sæther, 2021, s. 25). På den måten kan man få en følelse av hva som finnes i feltet fra før. Man får også en følelse av hva som kan være interessant å forske på, og hvilken kunnskap man ønsker å utvikle i form av for eksempel gjenta tidligere forskning eller skape ny kunnskap der det finnes lite fra før (Gleiss & Sæther, 2021, s. 13; Everett & Furseth, 2012, s. 129-132). Dette er med på å bygge en forforståelse for meg som forsker, og å finne ut hva som er interessant å forske på, og å få en forventning om hva vi kan finne (Dalland et al., 2021, s. 129; Gleiss & Sæther, 2021, s. 27). Dette bidrar med å kunne bygge opp noen teoretiske briller som gjør at man er bedre i stand til å forstå fenomenet man ønsker å forske på (Dalland et al., 2021, s. 129; Gleiss & Sæther, 2021, s. 27).

Hva er problemet med algebra og hva vet vi fra før? Her skal jeg forsøke å skape et bakteppe med utgangspunkt tidligere forskning. Grønmo et al. (2017) legger frem i sitt kapittel «Hovedresultater i matematikk i TIMSS Advanced, TIMSS og PISA.» et ikke alt for optimistisk bilde om norske elevers algebrakunnskaper. Det vi vet foreløpig om elevenes prestasjoner i algebra fra de siste tiårene er at norske elever presterer gjennomgående svakt på flere av de internasjonale testene som PISA, TIMSS og TIMSS Advanced, og at denne trenden kan se ut som den er synkende (Grønmo et al., 2017, s. 44). Algebra blir særlig tatt frem som et område for å forklare den svakere prestasjonen i 2015, sett i lys av resultatene fra 1995 (Grønmo et al., 2017, s.40) Her må vi ta høyde for at det finnes nyanser utover denne artikkelen, siden det er Grønmo et al. sin tolkning av testresultatene. Her har jeg tatt utgangspunkt i deres tolkning for å si noe om hvordan det står til for elevene med tanke på algebra, da jeg selv ikke har analysert resultatene.

Hvorfor er algebra viktig i matematikken? Algebra har i de senere årene vært en viktig del av utdanningsbildet i den norske skole for å komme seg inn på realfagsrelaterte utdanninger.

Algebra blir ofte betegnet som inngangen inn i den høyere matematikken, fordi den gir oss språket som matematikk er tuftet på. Slik at mange muligheter blir utilgjengelig for elever som ikke mestrer algebra (Stacey & Chick, 2004, s. 2). Det er derfor svært viktig at alle elever får muligheten til å kunne tilnærme seg algebraens språk og bruksområder, slik at alle kan ha muligheter for å, i teorien, ta matematikk på et høyere nivå som i norsk skolekontekst kan være 1T, R1, R2 på videregående, og videre studier i matematikk i realfag på universitetet.

I den norske skole skal alle lære seg fundamental algebra, og dette er forankret i kompetansemål først på 8. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2020b; Naalsund, 2012, s. 19). Stacey & Chick (2004, s. 2) trekker frem at hvis man skal undervise algebra til den gjengse befolkningen, altså et veldig stort spekter av ulike mennesker, kan man oppleve problemer med å etablere relevans og sørge for at alle har lik mulighet til å tilegne seg det. Hvis algebra kun blir sett på som manipulasjon av symboler, har det veldig lite å gjøre med hverdagen, og dette kan være en kilde til potensielle utfordringer for elevene som skal lære matematikk. Videre sier Stacey & Chick (2004, s. 2) at utfordringen blir å omformulere algebra slik at den får en relevans til elevene slik at elevene selv også oppfatter denne relevansen.

Welder (2012, s. 255) mener at siden det har blitt lagt mer vekt på algebra er det blitt viktigere for lærere i grunnskolen å forstå hvordan man kan undervise nyansene, siden måten man underviser på kan ha dramatisk, og noen ganger negative konsekvenser for elevens overgang fra aritmetikk til algebra. Det vil si at her må det være en økt bevisstgjørelse av hvordan man skal undervise algebra for at overgangen fra aritmetikk til algebra skjer så smidig som mulig. Det er viktig å ta for seg hvorfor elever ikke lykkes med å lære seg algebra siden læringshindre kan stamme fra misoppfatninger i elevenes nåværende kunnskap (Welder, 2012, s. 256). I undervisningssammenheng finnes det ingen «one-size fits all» eller en «quick fix». Det finnes ikke én universalmetode som vil fungere for alle elever i alle situasjoner (Grønmo, 2017, s. 59). Grønmo (2017, s. 59) legger særlig trykk på at man som lærer må være klar over at ulike elever lærer ved ulike metoder i undervisningen og at «variasjon og balanse mellom ulike metoder» er å foretrekke over «å lete etter den ene rette metoden». Dermed er det interessant å forske på hvorfor algebra er vanskelig, siden algebra har fått en økende rolle i skolen, og en økende viktighet for elevers fremtid.

## 1.2.1 Formålet med masterprosjektet

Formålet til dette masterprosjektet er å oppnå en økt forståelse for hva det er som kan bidra til at algebra er vanskelig for elever, og prøve å finne noen aspekter man kan peke på som kan bidra til disse vanskelighetene. I dette prosjektet ønsker jeg å fokusere på fire elever på ungdomsskolen som ligger på et middels nivå i matematikk, det vil si at de ligger mellom tallkarakteren tre og fire. I dette utvalget ønsker jeg å forske på deres holdninger til algebra, og å identifisere noen av deres misoppfatninger til algebra. I denne studien legger jeg til grunn at elever på et middels nivå i matematikk vil i mer eller mindre grad ha misoppfatninger til algebra. For å kunne besvare problemstillingen vil jeg bruke oppgavebaserte intervju, der algebraoppgaver vil fungere som et artefakt for å fremme elevenes løsningsstrategier, tanker, holdninger og misoppfatninger i arbeid med disse algebraoppgavene (Maher & Sigley, 2020; Goldin, 2000; Bahn & Barratt-Pugh, 2011).

På bakgrunn av delkapitlene 1.1 og 1.2 ser jeg flere aspekter det er relevant å trekke frem i diskusjonen om hva som gjør algebra utfordrende. For det første ytrer elevene at de «ikke liker algebra». Dette kan vi knytte til elevenes holdninger til algebra (Hannula, 2002; Di Martino & Zan, 2010; 2015). For det andre er det konsepter og strategier elevene sliter med å forstå eller gjøre, og dette kan man knytte til ulike misoppfatninger som ofte oppstår i læringen av algebra (Booth & Koedinger, 2008; Booth et al., 2017; Welder, 2012; Clemet et al., 1981). På et vis vil masterprosjektet mitt bekrefte eventuelt avkreftede tidligere forskning, som for eksempel med tanke på hvilke misoppfatninger som elevene besitter. Men samtidig er jeg med på å frembringe noe ny kunnskap om elever på et middels nivå i 10. klasse med hensyn på holdninger og misoppfatninger, og hva disse innebærer.

Teori og tidligere forskning som legges til grunn for rammeverkene for denne studien vil ta hovedsakelig utgangspunkt i Di Martino og Zans (2010; 2015) forskning på elevers holdninger til matematikk, og Booth et al. (2017), Welder (2012), og Clemet et al. (1981) sin forskning på elevers mest utbredte misoppfatninger knyttet til algebra. Rammeverkene som brukes i analysen er utformet og tilpasset gjennom prinsippet om bricolage med utgangspunkt i artiklene nevnt over (Rogers, 2012; Cobb, 2007). På bakgrunn av dette har jeg dermed utviklet en problemstilling.



## **1.3 Problemstilling**

*Hvilke misoppfatninger har elever på middels nivå på ungdomsskolen i algebra, og hvordan påvirker holdningene til algebra deres arbeid?*

## **1.4 Masteroppgavens struktur**

I kapittel 2 presenteres tidligere forskning og teori som legges til grunn for denne masteroppgaven. I kapittel 3 blir forskningsdesignet, utvalg, metoder for datainnsamling, dataanalyse, forskningsetikk og forskningskvalitet presentert. I kapittel 4 blir resultatet av analysen fra kapittel 3 presentert. Her blir resultatene strukturert i to hoveddeler som er funn for holdninger og funn for misoppfatninger. I kapittel 5 blir de sentrale funnene fra kapittel 4 diskutert i lys av relevant teori og tidligere forskning, som ble presentert i teorikapittelet (kapittel 2). Avslutningsvis vil konklusjon og didaktiske implikasjoner diskuteres i kapittel 6.

## 2 Teori og tidligere forskning

### 2.1 Hva er algebra?

Algebra er et overordnet og sentralt tema for denne masteroppgaven, og dermed er det hensiktsmessig å prøve og forklare hva algebra er, og hvordan vi skal forstå begrepet videre i oppgaven. Å komme med en konsis definisjon av algebra er ikke entydig, og ifølge Lins og Kaput (2004, s. 48) kan det å prøve og definere algebra være fullt av vanskeligheter, særlig hvis man forventer konsise og stramme epistemologiske definisjoner. Algebra har blitt sett på i århundrer som naturvitenskapen for å løse likninger, og dette synet har ikke forandret seg mye etter som tiden har gått (Kieran, 2004, s. 139). Vi forbinder ofte algebraen med å løse oppgaver og manipulasjon av symboler (Kieran, 2020, s. 36). Grønmo et al. (2017, s. 44) sier at «algebra kan bli sett på som en form for generalisering av aritmetikken, en generalisering av tall og tallregning.» Naalsund (2012, s. 13-14) understreker at algebra ikke bare gir en kraftfull måte å analysere, utforske og representere matematiske ideer, men den gir også muligheten til å beskrive og modellere sammenhenger. Det å lære seg algebra kan hjelpe elevene med å se sammenhenger i ulike matematiske representasjoner, matematiske temaer, og ikke minst fagområder som er avhengig av matematikk, som for eksempel naturfag. Dette er en beskrivelse av hva algebra kan *gjøre*. En mattelærer, med en mer pragmatisk innstilling, ville sannsynligvis beskrevet algebra som et paraplybegrep ved å trekke frem kompetanseområder som går inn under algebra fra læreplanen. Dette blir da en beskrivelse av hva algebra *inneholder*. På den måten er det flere måter man kan se og forstå algebra som for eksempel et overordnet begrep, et verktøy og et matematisk språk.

I denne oppgaven kommer algebra til å bli sett i lys av ungdomsskolen som kontekst. Det er derfor ikke hensiktsmessig å gå i dybden på den matematiske materien av algebra. Min forståelse av algebra i denne studien vil derfor være forankret i kompetansemålene som vi legger til grunn etter 10. trinn. En viktig bemerkning angående kompetansemålene. Disse er tatt fra fagfornyelsen (LK20), og kommer fra alle tre årene på ungdomsskolen, siden kompetansemålene knyttet til algebra er spredt ut over denne perioden. Jeg ser imidlertid bort fra kompetansemålene fra 9. trinn, da dette året legger vekt på områdene; geometri, statistikk og sannsynlighet (Utdanningsdirektoratet, 2020c). Jeg ser også bort fra alle kompetansemål som omhandler funksjoner, da dette ikke er et fokusområde i denne studien.

Kompetansemål (algebra) etter 8. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2020b):

- Bruke potenser og kvadratrøtter i utforskning og problemløsning og argumentere for fremgangsmåter og resultat
- Utforske og beskrive primtallsfaktorisering og bruke det i brøkgregning
- Utforske algebraiske regneregler
- Beskrive og generalisere mønster med egne ord og algebraisk
- Lage og forklare regneuttrykk med tall, variabler og konstanter knyttet til praktiske situasjoner
- Lage, løse og forklare likninger knyttet til praktiske situasjoner

Kompetansemål (algebra) etter 10. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2020d):

- Utforske og generalisere multiplikasjon av polynom algebraisk og geometrisk
- Lage, løse og forklare likningssett knyttet til praktiske situasjoner

Fra kompetansemålene for 8. og 10. trinn i fagfornyelsen, ser vi at mye av grunnlaget for algebrakunnskapen blir etablert på 8. trinn. Elevene jeg har intervjuet hadde sitt første møte med den nye læreplanen høsten 2020 på 9. trinn, slik at de har hatt underveis i ungdomsskoleløpet en overgang fra kunnskapsløftet til fagfornyelsen. Dette kan bety at noen av de kompetanseområdene som fagfornyelsen legger til grunn på 8. trinn, ikke har fått samme tyngde, eller har blitt undervist på samme måte, da de hadde kunnskapsløftet på 8. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2013; 2020b). Men studien vil legge disse kompetansemålene til grunn for hvilke områder i algebra elevene skal ha kjennskap til.

### **2.1.1 Videreføring av aritmetikk til algebra**

For å forstå litt av fundamentet som algebra er bygget på må vi se litt på aritmetikk. Helt enkelt fortalt omfatter aritmetikk de fire regneartene; addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon (Hofmann, 2020; Jensen, 2003, s. 39) Disse aritmetiske operasjonene på heltall har presise matematiske definisjoner (Jensen, 2003, s. 39), men vi tar ikke for oss disse her. I tillegg til de fire regnearter, anser man også disse områdene som en del av aritmetikken; potensregning, logaritmeregning, regning med rot-uttrykk, og brøkgregning (Hofmann, 2020).

«Tall og tallregning kan sees på som det mest grunnleggende å lære elevene i matematikk, det er en basis for all videre læring, generelt og ikke minst i algebra som kan sees på som en generalisering av tall og tallregning (aritmetikk).» (Grønmo et al., 2017, s. 40). Generalisering av aritmetisk notasjon og konvensjon er ofte sett på som et viktig steg i prosessen for å lære seg algebra (Naalsund, 2012, s. 12). Min masterveileder har påpekt flere ganger at: «algebra er aritmetikk på steroider» (Aslaksen, personlig kommunikasjon, 2022), dermed er det viktig å ha aritmetikken som et bakteppe, fordi algebra er en generalisering av aritmetikk. Når man først blir introdusert for algebra på ungdomsskolen, har mange elever et mentalt aritmetisk rammeverk som predisponerer dem til å tenke at de skal kalkulere et svar når de får et matematisk problem (Kieran, 2020, s. 41). Det må brukes en del tid for å kunne skifte fokuset deres til et perspektiv der sammenheng, hvordan representere sammenhenger, og operasjoner med disse representasjonene av sammenhenger står sentralt (Kieran, 2020, s. 41).

I overgangen fra aritmetikk til algebra er det flere ting som må justeres og tilpasses, også for de som mestrer aritmetikk (Kilpatrick et al. 2001, s. 261; Kieran, 2004, s. 140). For eksempel kan man se at skolearitmetikken er veldig fokusert på svar i stedet for å fokusere på relasjoner mellom representasjoner (Kilpatrick et al. 2001, s. 261; Kieran, 2004, s. 140). Kilpatrick et al. (2001, s. 261) kommer med eksempler på dette med tanke på elever som skal begynne med algebra. Hvis vi tar for oss et eksempel;  $4 + 5$  vil de fleste tolke dette som et signal for å beregne summen av tallene. Hvis vi utvider stykket til en likning  $4 + 5 = \_ + 3$  har elever en tendens til å evaluere dette og deretter skrive 9 som svar i stedet for 6 (Kilpatrick et al., 2001, s. 261). Dette er problematisk med tanke på at de ikke forstår den egentlige meningen bak likhetstegnet. Videre sier Kilpatrick et al. (2001, s. 261-262) at for å modifisere elevenes måte å tolke likhetstegnet, må de forstå den virkelige meningen bak tegnet, at de to sidene i en likning er lik hverandre. Elever som er innstilt på å drive med beregninger vil få problemer med uttrykk som for eksempel  $x + 5$  fordi de tror de kan gjøre noe med det, men de blir usikre hva det kan være (Kilpatrick et al. 2001, s. 262). De fokuserer på regnehastighet fremfor å se etter sammenhenger mellom operasjonene (Kieran, 2004, s. 140). På den måten blir det viktig at undervisningen legger til rette for å forstå overgangen fra aritmetikk til algebra.

Kieran (2004, s. 140-141) legger frem fem steg (ikke uttømmende liste) som må justeres i overgangen fra aritmetikk til algebra. Disse fem går ut på:

- å fokusere på relasjoner og ikke bare på beregningen av et numerisk svar

- å fokusere på operasjoner og deres invers, og på idéen om relasjonen mellom «doing/undoing»
- å fokusere på å både representere og løse problemer
- å fokusere på både tall og bokstaver, ikke bare tall. Og dette inkluderer i) å jobbe med bokstaver som kan være ukjente, variabler, eller parametere. ii) akseptere bokstavuttrykk som svar/løsning. iii) sammenlikne uttrykk for ekvivalens på bakgrunn av egenskaper enn bare numerisk evaluering
- å refokusere på forståelsen og betydningen av likhetstegnet

Kieran (2020, s. 41) trekker frem noen fremgangsmåter i undervisningssammenheng, som har vist seg å være suksessrike fra tidligere forskning, og disse inkluderer:

- Legge vekt på generalisering og uttrykke generelle aspekt i aktiviteter som handler om mønster, funksjoner og variabler
- Fokusere på å tenke på likhet på en relasjonell måte
- Bevege seg vekk fra mål om å ha korrekte svar til å bruke tid på å undersøke uttrykk og likninger med mål om å oppdage underliggende egenskaper
- Inkludere eksplisitt konseptuelle sammenhenger når man demonstrerer prosedyrer
- Bruke problemsituasjoner eller oppgaver som er mottakelige for mer enn én likningsrepresentasjon, og engasjere elevene til å sammenlikne disse for å bestemme hvilke som er bedre for å generalisere

## 2.2 Misoppfatninger

Med tanke på forskning knyttet til misoppfatninger i algebra i historisk perspektiv er dette feltet veldokumentert (Welder, 2012, s.255). Det vil si at dette feltet har mye kunnskap om hva som er typiske misoppfatninger knyttet til algebra og hvordan disse beskrives. Ingen elever kommer helt med blanke ark inn i en undervisningstime (Booth & Koedinger, 2008, s. 571). Det vil si at elevene alltid innehar noen form for erfaringer og kunnskaper når de er i undervisning og denne forforståelse kan variere. Mange elever som lærer matematikk har ofte «faulty conceptual ideas» eller det som vi kaller på norsk; misoppfatninger på ulike steder i læringsprosessen (Booth et al., 2017, s. 63).

En måte å definere misoppfatninger på er, ifølge Brekke (2002, s. 10), «ufullstendige tanker knyttet til et begrep». Feil som elevene gjør kan være ifølge ham tilfeldige, og kan knyttes til

for eksempel at elevene ikke har lest oppgaven nøye nok, eller at de ikke fulgte godt nok med da oppgaven ble instruert. Slike utfordringer kaller Naalsund (2012, s. 40) for en prosedural glipp, det vil si en tilfeldig feil. Brekke (2002) mener videre at misoppfatninger ikke er tilfeldige, men at det ligger et bestemt tankemønster bak misoppfatningene. Altså idéer og tanker som brukes konsekvent. Dette er da ofte en systematisk feil som gjentas i liknende situasjoner (Brekke, 2002, s. 10; Naalsund, 2012, s. 40). Men er det problematisk å ha misoppfatninger eller ufullstendige ideer knyttet til algebra?

Hos elever som har ufullstendige ideer eller misoppfatninger vil man som oftest finne strategier som er snevre, og de vet ikke når strategien kan benyttes, altså når er løsningen gyldig (Booth & Koedinger, 2008, s. 571). En grunn til at elevene bruker gale strategier er at mange prøver å bruke strategier som fører til riktig svar for noen problemer gjentatte ganger men som ikke nødvendigvis gjelder for alle problemer (Booth & Koedinger, 2008, s. 571). Årsaken til dette kan komme av begrepet overgeneralisering. Overgeneralisering er at elever bruker tidligere kunnskap, som de benytter på nye steder eller nye områder, som ikke lar seg overføre direkte, og kunnskapen ikke gjelder fullt ut (Brekke, 2002, s. 10). I matematikk er det å inneha gode prosedurale ferdigheter, der man er i stand til å bruke disse for å løse problemer, er en viktig komponent for å lykkes (Booth et al., 2017, s. 67). Med tanke på misoppfatninger i matematikk er det derfor viktig å ha riktig konseptuell forståelse om temaet for å kunne utvikle de riktige verktøyene. (Booth et al., 2017, s. 67). Særlig sier Booth & Koedinger (2008, s. 67) at en elev som har misoppfatninger om likhetstegnet eller negative tegn regner færre likninger riktig, og har mer vanskeligheter med å løse likninger, men at korreksjoner av disse misoppfatningene kan føre til forbedring i ferdighetene til å løse likninger. Dermed må vi stille oss spørsmålet; hvilke misoppfatninger er mest utbredt i algebra?

### **2.2.1 De mest utbredte misoppfatningene i algebra**

Fra tidligere forskning som strekker seg over flere tiår kjenner vi godt til hvilke misoppfatninger knyttet til algebra som forekommer hyppigst hos elever på ulike elevgrupper (Booth et al., 2017, s. 63; Welder, 2012, s.255). De ulike misoppfatningene beskrives på litt forskjellige måter ut ifra hvem som har forsket, og når forskningen har skjedd, men mye av de samme misoppfatningene går igjen. De misoppfatningene som ofte fremkommer oftest ifølge Booth et al. (2017, s. 64 - 66) sin artikkel «Misconceptions and Learning Algebra» er

likninger/ulikheter, negative tall, variabler, brøk, regnerækkefølge, og funksjoner. Welder (2012, s. 256-257; 259-260) trekker frem i sin artikkel «Improving Algebra Preparation: Implications From Research on Student Misconceptions and Difficulties» disse misoppfatningene knyttet til algebra som handler om bruk av parenteser, likhet, operasjonssymboler, og bruk av bokstaver. I Clemet et al. (1981, s. 41) sin forskningsartikkel «Intuitive misconceptions In Algebra As A Source Of Math Anxiety» legger de til at elever også har en tendens til å inkludere en ekstern variabel i de tilfellene de skal symbolisere likninger. Det vil si at det finnes en del aspekter knyttet til misoppfatninger til algebra, og i denne studien vil det være hensiktsmessig å ta for seg noen av disse.

For å favne om et vidt spekter av misoppfatninger som tar for seg ulike deler av algebra har jeg valgt ut syv misoppfatninger: brøk, negative tall, parenteser, introduksjon av ekstern variabel, overgeneralisering, subtraksjon og likning vs. uttrykk. Disse syv misoppfatningene vil jeg legge til grunn for studien, fordi disse strekker seg over et bredt spekter med ulike fundamentale begreper og konsepter som er viktig at er på plass for å kunne utføre algebraisk regning på en god måte (Booth et al., 2017, s. 67).

### **2.2.2 Brøk**

Misoppfatning knyttet til brøk kan ifølge Booth et al. (2017, s. 66) for eksempel være at elever har problemer med å forkorte brøken mest mulig, addere og subtrahere, og multiplisere og dividere brøk. Ofte misbruker elevene kryssmultiplikasjons algoritmen når de prøver å multiplisere brøken, mislykkes når de bruker inverse operasjoner når de prøver å løse likningene, og mislykkes ved å i det hele tatt prøve seg på problemet (Booth et al., 2017, s. 66).

### **2.2.3 Negative tall**

Misoppfatninger knyttet til negative tall handler om at elevene har feil eller ufullstendig forståelse av negative fortegn og at disse elevene er forventet å bruke flere gale strategier når de løser likninger (Booth et al., 2017, s. 65; Booth & Koedinger, 2008, s. 572). Linchevski & Williams (referert i Booth & Koedinger, 2008, s. 572) trekker frem at negative fortegn har en abstrakt natur og elever som går fra aritmetikk til algebraisk tenkning kan ha vanskeligheter med det.

## 2.2.4 Parenteser

Parentes er en essensiell del av matematikkens notasjon i både aritmetikk og i algebra, men elevene må ha en mye mer fleksibel måte å forstå parenteser når vi snakker om algebra (Welder, 2012, s. 256). Misoppfatninger med parenteser går ut på at elevene har problemer med regnerekkefølgen i forbindelse med parenteser (Welder, 2012, s. 256). Bruk av parenteser i aritmetikk er generelt brukt for å signalisere hvilke regneoperasjoner man skal utføre først (Welder, 2012, s. 256).

## 2.2.5 Introduksjon av ekstern variabel

Denne misoppfatningen går ut på at eleven introduserer en ekstern variabel som ikke er gitt i oppgaven/oppgaveteksten, og som ofte representerer en total (Clemet et al., 1981, s. 41). Dette skjer ofte når de blir bedt om å symbolisere sammenhenger med en likning. For eksempel i «Student og Professor problemet» der det er 6 ganger så mange studenter som professorer på et universitet der S er studenter og P er professorer, kan elevene svare  $6S + P = T$  (Clemet et al., 1981, s. 41). Clemet et al. (1981, s. 42) mener at likningene blir ofte gale fordi elevenes måte å representere sammenhengene ikke fungerer, og at den spontane handlingen på å definere en total som en ny variabel er en naturlig konsekvens av måten elevers ideer er strukturert.

## 2.2.6 Overgeneralisering

Overgeneralisering handler om at elever bruker tidligere kunnskap, regler eller strategier på nye områder eller ukjente områder som ikke lar seg overføre direkte, og disse reglene/strategiene er ikke alltid gyldige (Brekke, 2002, s. 10).

## 2.2.7 Subtraksjon

Booth et al. (2017, s. 65) lister opp «negativity» som en av de vanlige misoppfatningene, og dette kan ses på som både problemer med negative tall og subtraksjon. Siden disse er to forskjellige aspekter, skiller jeg dem i to separate misoppfatninger. Her forstås misoppfatning knyttet til subtraksjon at eleven ikke har skjønnet prinsippet om subtraksjon, og får feil med hensyn på fortegn eller tallsvar. Særlig i forbindelse med subtraksjon av et lite tall minus et stort, som for eksempel  $3 - 9 = -6$ .



### 2.2.8 Likning vs. uttrykk

Misoppfatninger knyttet til likning vs. uttrykk går ut på at elevene blander mellom hva som er en likning, og hva som er et algebraisk uttrykk, eller at de ikke vet forskjellen mellom dem. Dette fører ofte til problemer med å stille opp uoppstilte matematikkstykker som tekstoppgaver (Clemet et al., 1981, s. 38; Booth et al., 2017, s. 64).

## 2.3 Holdninger

Kislenko et al. (2005, s. 130) trekker frem at måten forskere definerer holdningsbegrepet i forskning blir påvirket av forskningsspørsmålene og hensikten med studien de skal gjennomføre. Slik at «man kan ikke si at en definisjon er feil og at den andre er riktig, de kan bli sett på som mer eller mindre passende» (Kislenko et al., 2005, s. 130). Derfor blir det viktig å anerkjenne at det fins ulike holdningsdefinisjoner som passer for ulike forskningsprosjekter, og som kan fokusere på ulike sider av holdningsbegrepet i relasjon til matematikk. Holdninger forbinder man ofte med en negativ eller positiv innstilling til et tema eller handling. Det vil si at vi intuitivt tenker på holdninger som en endimensjonal dikotomi som handler om liker/liker ikke (Hannula, 2002, s. 25). Men holdninger er et mer sammensatt begrep sett i lys av utdanningsforskning. Holdninger som begrep har mange ulike definisjoner og modeller for å beskrive begrepet, og det finnes ikke én definisjon alle er enige om. Holdningsbegrepet kan bli sett på som en endimensjonal modell; liker/liker ikke (Hannula, 2002, s. 25). Men begrepet kan også ta for flere aspekter som i Di Martino og Zans tredimensjonale holdningsmodell (Di Martino & Zan, 2010, s. 43; 2015, s. 67).

I Di Martino og Zan (2010) sin forskningsartikkel «Me and maths» forsket de på 1600 elevers forhold til matematikk gjennom narrative essay. Fra elevenes fortellinger utviklet de en modell for holdninger til matematikk. Dette ble utviklet for å lage et diagnostiseringsverktøy for holdninger, men også for å utvide definisjonen til holdninger til å inneholde flere dimensjoner enn den endimensjonale dikotomien Hannula snakker om (Di Martino, 2010, s. 27; Hannula, 2002, s. 25). Di Martino og Zan (2010, s. 27) påpeker at hvis en diagnose av elevers holdninger skal være et hjelpemiddel for å håndtere elevers utfordringer knytte til matematikk, må man tydeliggjøre hva konstruktet *holdning* vil innebære. Et problem som har blitt påpekt av flere forskere inkludert Di Martino og Zan (2015, s. 53) er at operasjonaliseringen og definisjonen av holdninger brukt i matematikdidaktisk forskning

ikke har vært entydig bestemt, og det har vært mange tilfeller der holdningsbegrepet har vært implisitt. Det vil si at forskerne ikke har definert holdningsbegrepet eksplisitt slik de har forstått det. I denne studien legger jeg til grunn Di Martino og Zan sin definisjon av holdninger, der «Three-dimensional Model for Attitudes – TMA» legges til grunn for holdningsbegrepet. Denne modellen blir beskrevet nærmere i delkapittel 2.3.1.

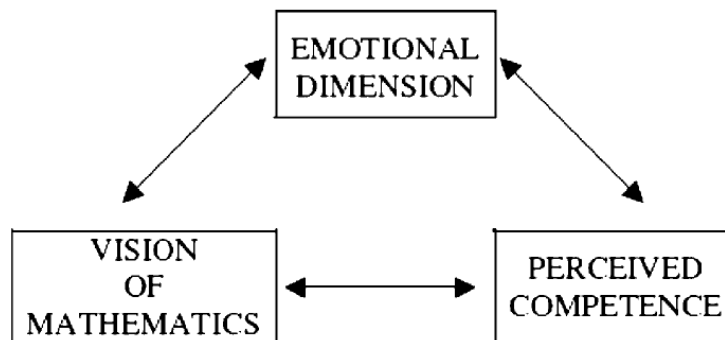
Røykenes (2015, s. 3) undersøkte i sin forskningsartikkel ««My math and me»: Nursing students' previous experiences in learning mathematics» sykepleierstudenters tidlige erfaringer med matematikk, og noen av funnene hennes sa at mange hadde positive assosiasjoner med matematikk fra barneskolen, men at det skjedde en endring på ungdomsskolen. 5 av 11 beretninger trakk frem at matematikk ble mer komplisert på ungdomsskolen, og «[...] i 10.klasse ble det mer vanskelig, særlig algebra.» (Røykenes, 2015, s. 3). Her ser vi at algebra særskilt trekkes frem som et tema, som en årsak til at matematikk ble mer vanskelig i 10. klasse. Det at elever opplever å mislykkes med algebra i ung alder kan resultere i en passiv tilbaketrukkethet fra å gå videre med matematikk studier, eller gjøre en aktiv motstand (MacGregor, 2004; referert i Norton & Irvin, 2007, s. 562). Derfor er det viktig å se på elevers holdninger til matematikk og hvilke konsekvenser disse får.

Hvilke konsekvenser har negative og positive holdninger for matematikkfaget? Bondi (referert i Skemp, 1976, s. 12) sier at «The negative attitude to mathematics, unhappily so common, even among otherwise highly-educated people, is surely the greatest measure for our failure and a real danger to our society.» Holdningene kan fungere som et tolkningsfilter som legger føringer for elevers tanker og valg knyttet til handlinger, problemløsning og valg av senere studier (Norton & Irvin, 2007, s. 562; Evang, 2020, s. 291). Slik at holdningene kan føre til ulike valg som elevene tar med bakgrunn i hva de tenker om algebra. Evang (2020, s. 284) trekker frem at «problemer i matematikk er en tydelig negativ faktor for elevers skolefaglige tilfredshet.» Dermed er det viktig å være klar over at negative holdninger kan være med å begrense eller på annen måte påvirke hvordan elevene samhandler med for eksempel algebraoppgaver, og om de ønsker å interagere med dem.

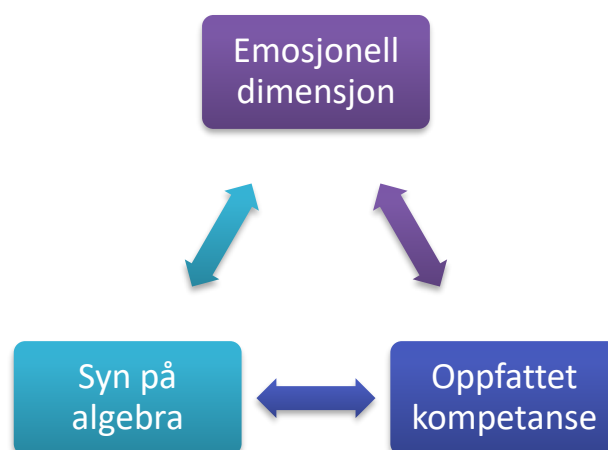
### **2.3.1 Three-dimensional Model for Attitudes (TMA)**

I denne studien er det hensiktsmessig med en operasjonalisering av holdninger som er konkret, fordi det er helt spesifikke aspekter ved holdninger jeg ønsker å forske på. Dette er

på bakgrunn av Di Martino og Zans (2015, s. 66) tredimensjonale modell for holdninger (Three-dimensional Model for Attitudes – TMA), som skal brukes som et analyseverktøy for å kunne beskrive informantenes holdningsprofil. Di Martino & Zan (2015, s. 67) identifiserer to polariteter for hver dikotomi for de tre dimensjonene i TMA, der de to polaritetene er positive/negative. Her menes positiv/negativ ikke bare som liker/likes ikke i den emosjonelle dimensjonen, men at hver dimensjon har en positiv og en negativ pol. De definerer en dimensjon som negativ når den emosjonelle dimensjonen resulterer i å ikke like matematikk, ha en lav oppfattet kompetanse, og ifølge Skemp (1976) sin karakterisering; en instrumentell forståelse av matematikk (Di Martino & Zan, 2015, s. 67). I Figur 2.3.1 ser vi deres modell illustrert, og i Figur 2.3.2 ser vi en modifisert modell med hensyn på algebra for at den skal passe inn i studien, fordi modellen til Di Martino og Zan ser generelt på matematikk.



Figur 2.3.1: Den tredimensjonale modellen for holdninger (TMA) (Di Martino & Zan, 2010, s. 43; 2015, s. 67)



Figur 2.3.2: Tilpasset TMA med inspirasjon fra (Di Martino & Zan, 2010, s. 43; 2015, s. 67)

### 2.3.2 Syn på algebra

Syn på matematikk er én av de tre holdningsdimensjonene i TMA (Di Martino & Zan, 2010, s. 43; 2015, s. 67). I denne modellen er syn på matematikk definert og operasjonalisert som at elever har et relasjonelt syn på matematikk eller et instrumentelt syn. Dette tar utgangspunkt i Skemp (1976, s. 2) sin definisjon av forståelse av matematikk i artikkelen «Relational Understanding and Instrumental Understanding». Denne artikkelen legges til grunn for operasjonaliseringen av relasjonell og instrumentell forståelse av matematikk videre i studien.

Det er ikke bare Skemp som har beskrevet to typer matematisk forståelse, og disse aspektene kan beskrives med ulike navn og ha ulikt fokus (Naalsund, 2012, s. 26). Siden jeg tar utgangspunkt i modellen til Di Martino og Zan, som baserer seg på Skemps definisjon av matematisk forståelse, avgrensers vi oss derfor til å fokusere på hans forståelse av begrepene. Her er det viktig å presisere at Skemps definisjon kan ses på som at han ser på disse to begrepene som helt adskilte enheter (Naalsund, 2012, s. 28). Selv om det i realiteten vil være slik at elever vil inneha noe av begge forståelsene av matematikk i mer eller mindre grad. For eksempel kan man besitte et hovedsakelig instrumentelt syn på matematikk, men samtidig ha noe relasjonelt syn (Naalsund, 2012, s. 28; Skemp, 1976).

### 2.3.3 Relasjonelt syn

Relasjonelt syn på matematikk kan sees på som en måte å forstå matematikken på en relasjonell måte ved å vite både hva man skal gjøre og hvorfor (Skemp, 1976, s. 2; Naalsund, 2012, s. 27; Mellin-Olsen, 1981, s. 351). Med relasjonell forståelse legger man vekt på å forstå hvorfor man kan bruke en metode, når man kan bruke den og når kunnskapen er gyldig. Denne forståelsen blir ofte trukket frem som en bedre måte å forstå matematikk, fordi det handler om å se sammenhenger (Skemp, 1976, s. 3). Fordeler med å tilnærme seg relasjonell forståelse og syn på matematikk sier Skemp (1976, s. 8-10) er fordi det er mer tilpassningsdyktig for nye oppgaver eller situasjoner, det er lettere å huske, relasjonell forståelse kan være effektivt som et mål i seg selv, og relasjonelle skjemaer er organiske i kvalitet.

### **2.3.4 Instrumentelt syn**

Instrumentelt syn på matematikk kan defineres grovt som «rules without reasoning» altså man bruker et sett med regler uten å tenke over deres betydning eller bruk (Skemp, 1976, s. 2; Mellin-Olsen, 1981, s. 351). Her fokuserer man ofte på å få riktig svar, og å bruke en metode som fungerer for mange oppgaver. Denne formen for forståelse av matematikk er stort sett lettere å forstå, fordi det involverer mindre kunnskap. Denne typen forståelse er god, hvis målet er å ha rask regnehastighet og kan gi flest mulig rette svar fort og enkelt (Skemp, 1976, s. 8).

### **2.3.5 Emosjonell dimensjon**

Emosjoner eller følelser har forskere brukt ulike tilnærminger for å studere og det er ikke enighet hva emosjoner er (Hannula, 2002, s. 28). I denne oppgaven legger vi til grunn Di Martino og Zans forståelse av emosjoner gjennom emosjonell dimensjon i TMA. Emosjonell dimensjon forstås som dikotomien positive/negative emosjoner for matematikk, som blir uttrykt gjennom utsagn som «jeg liker/like ikke matematikk» (Di Martino & Zan, 2010, s. 36). Legg merke til at denne definisjonen er én av dimensjonene i TMA, som står i kontrast med det tidligere synet at denne enkle definisjonen skulle romme hele holdningsbegrepet (Hannula, 2002, s. 25). I denne oppgaven forstår vi den emosjonelle dimensjonen som at elevene uttaler seg om algebra enten positivt eller negativt.

### **2.3.6 Oppfattet kompetanse og mestringsforventning**

Mestringsforventning er et begrep som ble utviklet av Albert Bandura, og han definerer forventning om mestring som «en persons bedømmelse av hvor godt han eller hun er i stand til å planlegge og gjennomføre bestemte handlinger eller oppgaver i gitte situasjoner» (Bandura, 1981; referert i Skaalvik & Skaalvik, 2019, s. 122). Vi skiller her mellom mestringsforventning og faglig selvvurdering, der faglig selvvurdering handler om selvpoppfatning knyttet til om hvor flink man er i faget (Skaalvik & Skaalvik, 2019, s. 123). En måte å illustrere dette sier Skaalvik & Skaalvik (2019, s. 123) er at en elev som ser på seg selv som svak i matte kan likevel ha høy mestringsforventning, hvis de får oppgaver som er lette. Mestringsforventning kan for eksempel være at en elev får utdelt et sett matematikkoppgaver

i timen, der eleven forventer ikke å få til noen av oppgavene. Dette er et eksempel på lav mestringsforventning, og dette kan ses på som lav oppfattet kompetanse.

Skaalvik & Skaalvik (2019, s. 123) trekker frem at det er noen variabler som kan gjøre at mestringsforventningen endrer seg som for eksempel; «hvilke oppgaver elevene blir bedt om å gjøre, hvor lang tid som er avsatt til arbeidet, hvilke hjelpemidler elevene har til rådighet, hvilke arbeidsforhold de har». Skaalvik & Skaalvik (2019, s. 124) sier at betydningen av mestringsforventning er at det påvirker atferd, motivasjon, tankemønster og følelser. Dette legger føringer for hvordan vi kan oppfatte ulike situasjoner.

## 2.4 Begrepslæring i matematikk

Rittle-Johnson et al. (2001, s. 346) beskriver begrepsforståelse som implisitt eller eksplisitt forståelse av et prinsipp og begreper i et domene, og denne kunnskapen er generaliserbar og fleksibel. Begreper har ikke samme definisjon som et ord, men man bruker ord for å formidle innholdet i et begrep (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 3). Begreper er gjerne abstrakte, og matematiske begreper kan for eksempel være et objekt, en prosess eller en egenskap (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 3). Begreper er altså ord som kan ha en spesifikk mening som kan strekke seg ut i det abstrakte, dette er da tilfelle for mange matematiske begreper. Begreper forstås sjeldent isolert, men settes i et mønster eller en sammenheng, og derfor er det viktig at elevene får utviklet sine evner til å kunne se sammenhenger for å kunne forstå og håndtere matematiske begreper (Brekke, 2002, s. 5; Roos & Trygg, 2018, s. 1; Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 4). Brekke (2002, s. 5) sier at begrepsstrukturer eller mønstre gjør matematikken meningsfull. «Hvis elevene ikke lærer å se sammenhenger mellom de ulike begrepene, blir omfanget så stort at elevene vil miste oversikten.» (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 4). Derfor er det svært viktig å bruke tid og sette begrepene i sammenheng for at man skal kunne ha solid begrepsforståelse, hvis ikke vil for eksempel regler «oppleves som løsrevne kunnskapsbiter» (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 4).

Roos og Trygg (2018, s. 1) mener at begrepsforståelse innebærer at elevene kan ta i bruk flere ulike representasjoner på et begrep på en fleksibel måte, og at de er i stand til å gå mellom disse. Denne måten å se på begrepsforståelse finner vi igjen i vår egen læreplan i *Matematikk 1-10 (MAT01-05) Kjerneelementer* i kjerneelementet «Representasjon og kommunikasjon» (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Her står det at «Representasjoner i matematikk er måtar å

uttrykke matematiske omgrep, samanhengar og problem på. Representasjonar kan vere konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske.» og «Elevane må kunne omsetje mellom matematiske representasjonar og daglegspråket og veksle mellom ulike representasjonar.» (Utdanningsdirektoratet, 2020a).

## **2.5 Hint og stillasbygging**

I denne studien skal hint brukers i forbindelse med de oppgavebaserte intervjuene, og derfor er det viktig å operasjonalisere hva jeg mener med hint og hvordan de skal brukers i intervjusituasjonen. En stor del av metoden for datainnsamling vil innebære bruken av hint og stillasbygging for å kunne legge til rette for at informantene som deltar kan komme seg gjennom oppgavene jeg har utviklet, og derfor vil jeg i de neste delkapitlene beskrive hva jeg mener med hint og stillasbygging.

### **2.5.1 Stillasbygging og hints rolle i oppgavebaserte intervju**

Stillasbygging kan beskrives som en prosess der elevene kan være i stand til å løse et problem, gjennomføre en aktivitet eller oppnå et mål, som ellers uten hjelp ville vært utenfor deres rekkevidde (Wright, 2018, s. 124; Bakker et al., 2015, s. 1048). Det vil si at stillasbygging handler om å hjelpe eleven på en slik måte at de kan klare å utføre en handling ved assistanse fra en veileder som har kompetanse på feltet.

En annen måte å beskrive stillasbygging på er et interaktivt system av utveksling, der veilederen opererer med en implisitt teori om elevs handlinger, for å fange oppmerksomheten til eleven på et spesifikt punkt, og reduserer grader av frihet i oppgaven til håndterbare grenser. Det kan også være å opprettholde en retning i problemløsningen, markere vesentlige trekk, kontrollere frustrasjon og demonstrere løsninger slik at eleven kan gjenkjenne dem (Wood et al., 1976; referert i Bakker et al., 2015, s. 1048). Stillasbygging kan derfor innebære flere forskjellige aspekter. Stillasbygging skal være en hjelp for eleven, slik at de kan komme seg over læringshinder underveis i prosessen, og blir sett på som en sosial interaksjon. Det at stillasbygging blir sett på som en sosial aktivitet bygger på Vygotskys tradisjon om sosialkonstruktivisme (Wright, 2018, s. 125). Kunnskapsutvekslingen skjer i den sosiale interaksjonen.

Nært knyttet til begrepet stillasbygging er modellen for den proksimale utviklingssonen (Wright, 2018). Den proksimale utviklingssonen sier noe om hva som ligger innenfor ens rekkevidde, og hva som ligger utenfor. Det vil si hva er det eleven kan gjøre og mestre alene med sine forutsetninger, og hva kan eleven klare med hjelp fra andre (Bakker et al., 2015, s. 1049). Hjelpen som læreren gir blir avgjørende for om elevene klarer utfordringen med å strekke seg til en sone som ligger utenfor deres ferdigheter, men som kan oppnås med hjelp.

### **2.5.2 Hint**

Hint kan ses på som en del av stillasbygging, der hint i oppgavebaserte intervju skal ha sammen funksjon som stillasbygging. Hint skal være en hjelp slik at eleven er i stand til å utføre en oppgave de ellers ikke ville vært i stand til (Wright, 2018, s. 124; Bakker et al., 2015 s. 1048). Hint er en mer spesifikk del av stillasbygging der man har forhåndsbestemte, og konkrete handlinger eller utsagn som skal iverksettes. Hint kan defineres som å rette oppmerksomheten mot de fremtredende aspektene ved et problem eller en oppgave (Cohen, 1977; referert i Trismen, 1988, s. 358). Hint kan forekomme i mange ulike former, ha ulikt omfang, og de kan ha forskjellige funksjoner (Trismen, 1988, s. 358). Hint kan komme i form av symboler, stikkord, setninger, figurer, eksempler eller demonstrasjoner av en handling. Hint kan for eksempel være å sette i gang en prosess, komme med relevante spørsmål, starte oppgaveløsningen om igjen eller deler av den, eller spesifisere grad av riktighet i løsningen (Trismen, 1988, s. 358).

Hint er en veldig viktig del av intervjuprosessen, fordi hvis man opplever at en elev sliter med å gjøre oppgaven, kan det hende man får samlet mindre data, fordi de vet ikke hvordan de skal komme seg videre. Her kan man spørre eleven om hva hen tenker, og eleven kan kanskje svare etter en stund «jeg husker ikke hvordan jeg skal løse denne oppgaven». Da må man ha en konkret plan for hvordan man skal gå videre i oppgaveløsningen. Hint bør dermed bli utviklet i forkant av forskningen, ved å lage en standardisert hintguide som intervjueren kan bruke for å forsikre seg at man er konsistent på når og hvordan man gir hintene. Den standardiserte hintguiden kalles ofte for en protokoll, og kan være strukturert til semistrukturert (Maher & Sigley, 2020, s. 821). Ved å bruke en protokoll kan man sikre at intervjuobjektene få den samme hjelpen underveis. I mitt tilfelle utviklet jeg og veilederen en hintprotokoll før intervjuene ble gjennomført, ved å ta for oss de utvalgte algebraoppgavene,



og deretter se for oss hvor i oppgavene, og hva elevene kom kanskje til å bli utfordret på og deretter lage hint i form av små eksempler (se Vedlegg 3).

Timingene til hintene er veldig viktig å ha etablert på forhånd, fordi man kan ødelegge den frie problemløsningen om man gir hintene for tidlig (Goldin, 2000, s. 520). Eller så kan funksjonen til hintet legge føringer for valg av løsningsmetode (Golden, 2000, s. 542). Dette kan være problematisk hvis man i forskningen ønsker å se på «autentiske situasjoner», der elevene løser oppgaven med de redskapene, og strategiene de besitter. Hvis man som forsker har påvirket resultatene med sin interaksjon kan dette påvirke reliabiliteten til dataene, siden man har påvirket dataene i en gitt retning (Patton, 1999, s. 1205; Gleiss & Sæther, 2021, s. 202-204). Hint kan i denne settingen for eksempel gis kun etter at eleven har fått tilstrekkelig med tenketid, før man eventuelt gir et hint (Goldin, 1997, s. 44).

## 3 Metode

I dette kapittelet skal jeg gjøre rede for mine metodiske valg, og refleksjoner i forbindelse med utviklingen av forskningsdesignet, datainnsamlingen og analysen. Datainnsamlingen er i form av oppgavebaserte intervju av fire elever som gikk 10. klasse på en ungdomsskole i Østlandsområdet. Datamaterialet som benyttes er transkribert materiale, og oppgavebesvarelsen fra intervjuene. Analysen er gjort abduktiv med hensyn på holdninger og misoppfatninger til algebra.

### 3.1 Vitenskapsteoretisk perspektiv for denne masterstudien

Vitenskapsteoretiske perspektiver i forskning er en viktig del av måten vi betrakter og vurderer forskning. Måten vi vurderer om forskning er pålitelig eller gyldig, kommer an på hvilke vitenskapsteoretiske briller man benytter (Hjardemaal, 2014, s. 188; Patton, 1999, s. 1206). Perspektivene legger føringer for hva som anses som god forskning innenfor en forskningstradisjon, og hvilke grep som er vanligst å benytte for å sikre kvalitet, siden forskjellige tradisjoner har ulik forståelse av hva som kjennetegner god forskning (Gleiss & Sæther, 2021, s. 201). I ulike tradisjoner vil man dermed ha ulike kriterier for vurderingen av forskningskvalitet, som innebærer måten en vurderer validitet og reliabilitet (Gleiss & Sæther, 2021, s. 201).

Denne masteroppgaven knytter seg til forskningstradisjonen som omhandler utdanningsforskning innenfor matematikdidaktisk forskning. Utdanningsforskning kan beskrives å ligge på et kontinuum mellom de to største tradisjonene som er positivismen og sosialkonstruktivismen, og siden denne studien knytter seg til utdanningsforskning vil det derfor ikke være uvanlig å finne trekk fra begge tradisjonene (Gleiss & Sæther, 2021, s. 202; Hjardemaal, 2014, s. 211). Kvalitativ forskning ligger hovedsakelig innenfor den sosialkonstruktivistiske tradisjonen der man er opptatt av koherensen eller sammenhengen mellom forskningsspørsmålet, datamaterialet og den konklusjonen som man trekker ut fra disse (Gleiss & Sæther, 2021, s. 202; s. 205). Dette er fordi i sosialkonstruktivisme definerer man validitet på en litt annen måte enn den positivistiske tradisjonen, der som oftest de kvantitative studiene ligger (Gleiss & Sæther, 2021, s. 205). Denne studien er en kvalitativ studie med et begrenset utvalg, og oppgavebaserte intervju som metodevalg. Dermed vil

datainnsamlingen, analysen og resultatene bære preg av en sosialkonstruktivistisk tradisjon der forskeren er en aktiv del av forskningen og vil påvirke dataene. På den måten må man gjøre rede for sin rolle og sin forforståelse (Patton, 1999, s.1205). Jeg er masterstudent på Lektorprogrammet i matematikdidaktikk, og masteroppgaven er mitt første forskningsprosjekt. Dermed er det første gang jeg har rollen som forsker. Man bruker ulike normer for kvalitet i forskning som er typisk knyttet til en tradisjon, for eksempel i den sosialkonstruktivistiske tradisjonen innebærer normer for kvalitet å for eksempel utvise refleksivitet og tykke beskrivelser (Creswell & Miller, 2000, s. 126). Normer for kvalitet som er brukt i denne studien og forskningsetiske hensyn vil bli diskutert i kapittel 3.6 og 3.7.

## 3.2 Forskningsdesign

I denne masteroppgaven ønsker jeg å svare på problemstillingen; *Hvilke misoppfatninger har elever på middels nivå på ungdomsskolen i algebra, og hvordan påvirker holdningene til algebra deres arbeid?* Problemstillingen jeg har valgt tar for seg to ulike begreper med hensyn til elevers arbeid med algebra; holdninger og misoppfatninger. Derfor må man velge adekvate metoder som kan gi oss svaret på denne problemstillingen. For å få innsikt i disse begrepene må man få tak i elevenes misoppfatninger og holdninger knyttet til oppgaveløsning av algebraoppgaver.

I denne studien ble det derfor foretatt oppgavebaserte intervju med en semistrukturert intervjuguide, der algebraoppgavene fungerte som et artefakt i intervjusituasjonen (Bahn & Barratt-Pugh, 2011, s. 188; Goldin, 2000, s. 519). Intervjuet ble avsluttet med spørsmål om deres holdninger. I følge Patton (1999, s. 1193) og Dalen (2019, s. 15) er kvalitative tilnærminger egnet, og foretrukket i de tilfellene der man har til hensikt å undersøke et fenomen for å få en rik og detaljert forståelse. Kvalitative forskningsmetoder var egnet i mitt tilfelle, fordi jeg ønsket å få innblikk i elevenes egne meninger, og opplevelser rundt algebraoppgaver, og se på hvordan de løste oppgavene som de fikk presentert (Dalen, 2019, s. 15; Goldin, 1997; 2000). Jeg ønsket å gå i dybden på én type elevgruppe for å undersøke de to begrepene, og metodene jeg valgte var kvalitative. Dermed var det hensiktsmessig å se på et mindre utvalg for å samle inn nødvendige data. Dette metodevalget gav meg data som gjorde det mulig å svare på problemstillingen min ved å tolke hvilke misoppfatninger som elevene i utvalget besatt, og hvilke holdninger elevene hadde på bakgrunn av utsagn som kom frem i

intervjuene. Disse datakildene, som springer ut fra intervjuene, ble grunnlag for analysen i kapittel 3.5.

## 3.3 Utvalg

### 3.3.1 Inklusjonskriterier

I denne studien ble utvalget gjort ved en kombinasjon av strategisk- og tilgjengelighetsutvalg (Gleiss & Sæther, 2021, s. 41) Det vil si at jeg valgte informanter på bakgrunn av noen gitte kriterier, og av de som var tilgjengelige baserte jeg utvalget på hvem som oppfylte kriteriene. Tilgjengelighetsutvalg er i mitt tilfelle at jeg har brukt skolenettverket mitt, for å få adgang til feltet gjennom en portvakt som var rektor på skolen (Dalen, 2019, s. 31).

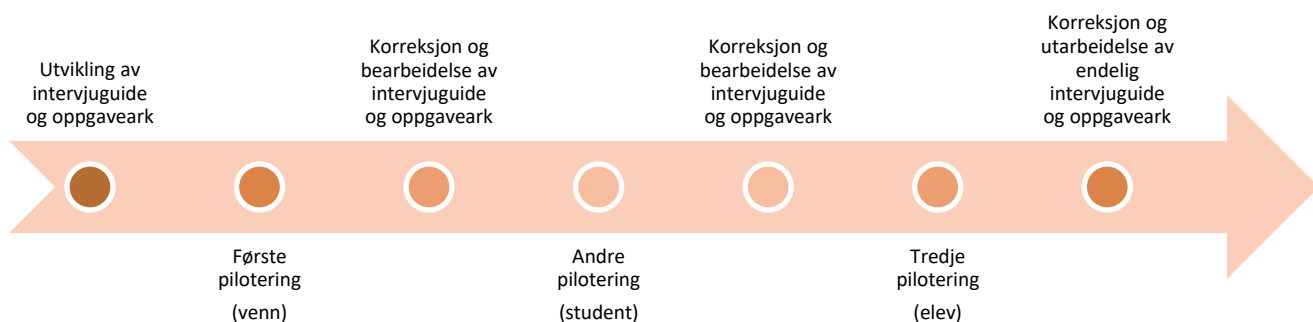
Utvalget for studien var elever som gikk i 10. klasse på en ungdomsskole på Østlandet. Elevene i utvalget lå på middels måloppnåelse i matematikk (i det aktuelle innsamlingsøyeblikket), det vil si at elevene lå på 3-4 i tallkarakter. Dette var på grunnlag av deres standpunktkarakter fra forrige halvårsvurdering, og vurderinger faglærer hadde gjort. Ifølge Utdanningsdirektoratets «*Kjennetegn på måloppnåelse – matematikk 10. trinn*» beskrives standpunktkarakteren 4 som god kompetanse i faget (Utdanningsdirektoratet, 2020e). Middels nivå kan være et vidt spekter av kompetanse og har glidende overganger. Derfor tenkte jeg det ville være interessant å være åpen for hele spennet. Fra en svak 3er til en sterk 4er for å få med nyanser av kompetanse i utvalget. På den måten kan man få frem ulike typer misoppfatninger og ulike grader av vansker med arbeid med algebraoppgaver. Faglærer bekreftet at utvalget av elever som deltok i studien lå på middels måloppnåelse. Dette var for å sikre at de passet inklusjonskriteriene. Jeg valgte 10. klasse på ungdomsskolen, fordi denne elevgruppen har en del erfaring med norsk skole gjennom skolegangen, og har også tilegnet seg en del erfaring om matematikk fra barneskolen og frem til ungdomsskolen. Med dette som utdanningsbakgrunn kan man anta at elevene har gjort opp seg noen tanker om matematikk som skolefag, men også algebra som tema (Røykenes, 2015). Røykenes (2015) har i sin studie av sykepleierstudenter funnet en mulig link mellom overgangen fra barneskole til ungdomsskole, der mange av informantene følte at matematikk ble vanskelig når algebra ble introdusert. Derfor er det interessant å se på nettopp dette utvalget.

I denne studien har jeg tatt for meg fire informanter, da dette gav en passe mengde data for prosjektet med tanke på tidsbruk og arbeidsmengde. I en masteroppgave, som er kun 30 studiepoeng, har man som forsker begrenset mengde tid og ressurser til hele prosessen, noe som gjorde at det ikke var hensiktsmessig med et stort antall informanter. Med disse rammene for forskningen ble antall informanter fire.

### **3.3.2 Pilotering**

I denne studien ble det foretatt piloteringer (i flere iterasjoner) før den faktiske datainnsamlingen. Piloteringen fungerte som en øvelse for meg som forsker for å øve meg på å intervju, teste ut oppgavesettet, rekkefølgen på oppgavene, og estimere hvor langt et intervju ville være (Dalen, 2019, s. 30). De som deltok i pilotintervjuene samtykket muntlig til å delta. Ingen av pilotintervjuene ble filmet eller tatt lydopptak av i henhold til lov om personvern, og med tanke på at prosjektet ikke var godkjent av NSD i denne fasen av studien. Det ble kun skrevet observasjonsnotater underveis, og refleksjonsnotater i etterkant av piloteringen. Disse notatene og tilbakemeldingene ble brukt for å justere intervjuguiden, endre på hvilke oppgaver som ble inkludert i oppgavearket eller for å endre rekkefølgen for å skape bedre flyt.

Første iterasjon av piloteringen hadde som hensikt å uformelt teste ut den foreløpige intervjuguiden og oppgavearket, for å få en følelse av omfanget av et intervju. Her regnet man seg igjennom fem algebraoppgaver og stilte holdningsspørsmål. Intervjuobjektet var en venn som ikke har hatt matematikk på skolen på mange år. Andre iterasjon var for å teste ut korreksjonene fra første pilotering, og få tilbakemelding på min væremåte som forsker. Denne piloteringen ble gjort i samarbeid med en medstudent som brukte samme metode for datainnsamling (oppgavebaserte intervju), og hadde derfor relevant kunnskap for å gi tilbakemeldinger. Tredje og siste pilotering var i samarbeid med en ungdomsskole på Østlandet fra skolenettverket mitt. Intervjuobjektet var en elev i 10. klasse som oppfylte studiens inklusjonskriterier. Dette var for å øve på å intervju en elev med samme inklusjonskriterier, slik som det virkelige utvalget. Denne eleven var ikke en del av utvalget, da piloteringen var en øvelse, og den endelige intervjuguiden og oppgavearket ikke var ferdigstilt. Etter den siste pilotering ble den endelige versjonen av intervjuguiden og oppgavearket utviklet (se vedlegg 3 og 4). Figur 3.3.2.1 viser en illustrasjon av piloteringsprosessen:



Figur 3.3.2.1: Illustrasjon av piloteringsprosessen ved bruk av tidslinje.

### 3.3.3 Rekrutteringsprosessen

Første del av rekrutteringsprosessen, etter NSD godkjenning (se vedlegg 2), var å få tilgang til relevant felt. Jeg måtte skaffe en aktuell ungdomsskole som ønsket å delta i studien, og finne aktuelle elever (som oppfylte inklusjonskriteriene) som ønsket å delta. Jeg fikk tilgang på en skole på østlandsområdet gjennom mitt skolenettverk, og via en såkalt «gatekeeper». Gatekeepere eller portvakter er bindeleddet mellom meg som forsker og relevant felt (Dalen, 2019, s. 31). Portvakten var i mitt tilfelle rektor, og deretter en faglærer.

Rekrutteringsprosessen skjedde ved at jeg sendte informasjonsmail om meg og studien min til rektoren på den aktuelle skolen. Rektor var interessert i at skolen skulle delta, og dermed fikk jeg godkjenning for å gjøre datainnsamlingen. Gjennom rektor fikk jeg opprettet en kontakt på 10. trinn som var matematikklærer.

For å rekruttere elever gjorde jeg skolebesøk i klassen til matematikklæreren, og presenterte meg og masterprosjektet mitt. Her fortalte jeg hva som skulle forskes på, hva intervjuet innebar og at det var helt frivillig å delta (NESH, 2018). Jeg delte ut samtykkebrev til alle i klassen, men påpekte at jeg ville se på elever med middels måloppnåelse. Derfor passet prosjektet bedre for noen elever, og derfor kunne de som passet beskrivelsen melde seg frivillig.

Tre elever meldte interesse og jeg tok derfor en prat med dem hvor de fikk lese gjennom informasjonsskrivet, stille spørsmål til prosjektet og gjennomføringen. Elevene over 15 år skrev under på samtykkebrevet der og da, mens de som var under 15 år fikk samtykke fra foresatte før deres deltakelse i datainnsamling (NESH, 2018). Den siste informanten meldte seg fra en annen klasse faglærer hadde, og jeg tok en prat med eleven på lik linje som de tre

andre. Jeg konfererte med faglæreren når informantene meldte seg om hvordan elevene lå an i faget, slik at utvalget passet og læreren bekreftet dette.

### **3.3.4 Beskrivelse av informanter**

Utvalget består av fire elever fra samme ungdomsskole som alle går på 10. trinn. Elevene er fra ulike parallellklasser. I utvalget er det tre jenter og én gutt. Utvalget er anonymisert. Karakterene er basert standpunktkarakteren fra vårsemesteret på 9. trinn, og vurderinger faglærer har gjort. Ifølge faglærer ligger Jente 1 mellom tre og fire i tallkarakter i matematikk, men lener seg mer mot en treer, Jente 2 ligger på en firer i matematikk, men at denne fireren er sterk, Jente 3 ligger på en firer i matematikk, men at denne fireren er sterk, og Gutt 1 ligger på en treer i matematikk.

## **3.4 Datainnsamling**

Det finnes ingen universalmetode som passer i alle situasjoner og er helt feilfrie (Everett & Furseth, 2012, s. 128). Å velge hvilke metoder for datainnsamling å benytte seg av i forskning er situasjonsbestemt, og må skreddersys til hvert forskningsprosjekt. I følge Blikstad-Balas & Dalland (2021, s. 43) må man tenke på en rekke ting som for eksempel; skal forskningen være kvalitativ eller kvantitativ (eller blandet), hvilket fagfelt er man i, hva er vanlig for forskningstradisjonen, hvilke data ønsker man, hvilket utvalg man vil se på, og om man ønsker å generalisere funnene. Problemstillingen er en viktig del for hvilke metoder som er hensiktsmessig å velge, siden ordene i problemstillingen er med på å bestemme hvordan vi skal svare på den (Blikstad-Balas & Dalland, 2021, s. 24). I dette delkapittelet skal jeg beskrive metoder jeg har anvendt for å samle inn datamaterialet. Først vil jeg ta for meg hvorfor intervju er en egnet metode i studien, og deretter ta for meg den spesifikke typen intervjuform jeg har benyttet som er oppgavebasert intervjuer med hint.

### **3.4.1 Oppgavebaserte intervju og hint**

Intervju er en mye brukt metode i forskningsøyemed (Silverman, 2011, s. 42). Intervju har en sentral plass som metode innenfor den kvalitative forskningsgrenen (Svenkerud, 2021, s. 91). Dalen (2019, s. 13) sier at kvalitative intervjuer er spesielt godt egnet for å få innsikt i informantenes egne erfaringer, tanker, holdninger og følelser. Dermed vil intervju i denne

sammenhengen være en egnet metode for å få tak i elevenes følelser, holdninger og resonnementer i arbeid med algebraoppgaver, og deres tanker om utfordringer knyttet til algebra og hvordan de tenker når de står fast på en oppgave. Intervju kan ha ulik grad av struktur og rigiditet når det gjelder spørsmål og i hvilken retning samtalen går (Kleven, 2014, s. 38-39). I denne studien har jeg valgt å ha semistrukturert intervju. Semistrukturert intervju er et intervju som både har struktur, men som er åpen for å gå i dybden utover de fastsatte spørsmålene (Kleven, 2014, s. 39). Dette ble gjort fordi jeg ville ha muligheten til å grave dypere i tematikk som informantene kom med underveis, som jeg anså som spennende og viktig for studien, men samtidig ha en fast struktur (Kleven, 2014, s. 35; s. 38-39).

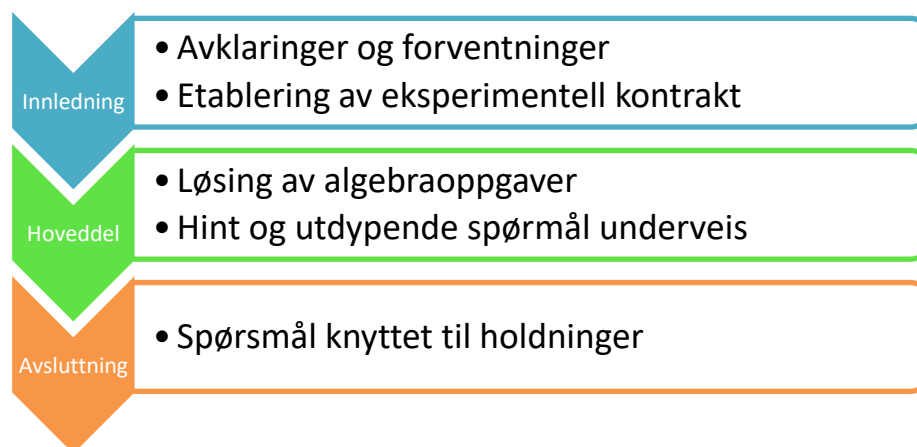
Å intervjuere personer, da spesielt elever på ungdomsskolen, kan forbindes med en viss problematikk og sårbarhet. Et aspekt man må forholde seg til i en intervjusituasjon er maktforholdet og relasjonen mellom forsker og informant. I mitt tilfelle intervjuet jeg ungdommer der noen av dem var under 15 år. Dette medførte at jeg som forsker måtte være mitt ansvar bevisst. Jeg måtte være bevisst på at det er et skjevt maktforhold der jeg som voksen og forsker har et klart overtak i intervjusituasjonen. Dermed var det svært viktig å legge til rette for et trygt og godt miljø for intervjuet (NESH, 2018). En måte å legge til rette på er å forsikre seg om at det er en overenstemmelse mellom forskerens og intervjuobjektets forventninger og normer gjennom en «experimental contract» (Koichu & Harel, 2007, s. 352). Denne eksperimentelle kontrakten er mellom forskeren og intervjuobjektet, og den legger føringer mellom de involverte med eksplisitte og implisitte verdier, normer og regler (Koichu & Harel, 2007, s. 352). I mitt tilfelle startet jeg alle intervjuene med en innledning for å gjøre noen av disse normene eksplisitte for eleven (se vedlegg 3). Jeg understrekte frivilligheten ved å delta i studien og at intervjuet ble filmet. Jeg fortalte gangen i intervjuet og hva jeg forventet eleven skulle gjøre underveis, og hva de hadde tilgjengelig av hjelpemidler (skrivesaker og hint). I tillegg var jeg helt transparent med tanke på hva jeg kom til å gjøre under selve intervjuet. På denne måten skapte jeg åpenhet om hva som skulle skje underveis. Dette kan gjøre intervjusituasjonen mer forutsigbart og det kan redusere stress (Koichu & Harel, 2007, s. 355).

Elevene ble intervjuet individuelt, der bare jeg som forsker og eleven var til stede. Dette kan være problematisk med tanke på at elever kan oppleve intervjusituasjonen som en vurderingssituasjon. Elevene kan føle en form for press for å svare riktig, eller å fremstå som flinke. Dette kalles for «intervjueffekten» (Solbakken, 2019, s. 46). De kan også få et



behov for å si en mening eller ytre en holdning som er sosial og politisk korrekt, i stedet for å faktisk si det de egentlig mener. Dette kan skje i form av at intervjuobjektene har en tilbøyelighet for å si seg enig i påstander de egentlig ikke er enig i, eller gi svar som forskeren vil ha. Dette kalles for «ja-effekten» og kan påvirke reliabiliteten (Solbakken, 2019, s. 45). Elevene kan ha en tilbøyelighet for å «please» intervjueren med å gi en respons de tror intervjueren er ute etter, eller gi en korrekt respons (Koichu & Harel, 2007, s. 352). Her kan det for eksempel være at en elev svarer på spørsmålet mitt med et svar de tror jeg vil ha. En måte man kan motvirke dette problemet er å prøve å bli litt kjent med elevene før man starter intervjuet. I dette tilfellet var jeg bevisst på å møte opp på skolen og vise meg når jeg la frem prosjektet, slik at elevene fikk et ansikt knyttet til prosjektet. På den måten er det lettere å starte relasjonsbyggingen. Ved å skape et tillitsforhold med de du skal intervjuet så kan følelsen av å bli «eksaminert» forminsket.

Det oppgavebaserte intervjuet var delt i tre deler, den første delen var en innledning med avklaringer og forventninger, hoveddelen var oppgaveløsning med fem algebraoppgaver, og avslutningen var en ren intervjudel med spørsmål som gikk på deres holdninger til algebra (se vedlegg 3 og 4). Figur 3.4.2.1 viser en illustrasjon over intervjuet og dets oppbygging.



Figur 3.4.2.1: Oversikt over gangen i intervjuet med innledning, hoveddel og avslutning. Se Vedlegg 3 for detaljert intervjuguide.

Intervju kan inneholde mer enn bare spørsmål. Artefakter brukes i intervjuer for å snakke rundt konkrete temaer eller for å fremme en samtale, der man kan få tilgang på informasjon som kan bli forbigått med tradisjonelle «spørsmål og svar» i intervjusituasjonen (Bahn & Barrat-Pugh, 2011, s. 187). Artefakter kan være konkrete ting som bilder, video, oppgaver eller objekter og kan være en samtalestarter, og dette kan være med å fremme diskusjoner i grupper (Bahn & Barrat-Pugh, 2011, s. 188). I mitt tilfelle er algebraoppgavene artefakter for

intervjuene, og intervju med matematikkoppgaver som artefakt betegnes som oppgavebaserte intervju. Task-based interview eller oppgavebasert intervju betegner Goldin (2000, s. 519) som en metode der intervjuet er strukturert rundt å studere matematiske handlingsmønstre. I intervjuet har man minimum et intervjuobjekt (den som løser problemer eller oppgaver), og en som intervjuer (forsker eller intervjuere). Disse aktørene interagerer i sammenheng med én eller flere oppgaver, spørsmål, problemer eller aktiviteter, der oppgavene gis av intervjueren, og disse er planlagte på forhånd. Begrepet oppgavebasert intervju kommer av at interaksjonene mellom aktørene ikke bare er et intervju, men også et oppgavemiljø (the task environments) (Goldin, 2000, s. 519). Oppgavebasert intervju kan også være strukturert i små grupper, men hovedhensikten er at intervjuet er satt til et oppgavemiljø som er designet med omhu for å forske på aspekter vi er interessert i (Goldin, 2000; referert i Maher & Sigley, 2020, s. 821).

Oppgavene i intervjuene var en sammensetning av frigitte algebraoppgaver fra TIMSS 2015 (Universitetet i Oslo, 2021b), oppgaver fra Margrete Naalsunds doktoravhandling (2012, s. 212-213), og noen egenkomponerte oppgaver i samarbeid med veileder. Dette var for å sikre at oppgavene var kvalitetssikret, og for å forsikre seg om at oppgavene testet for ulike typer misoppfatninger. For å samle inn data om ulike misoppfatninger i algebra ble det bestemt å ha fem ulike oppgaver, fordi man da kan teste for ulike misoppfatninger. Dette kunne sørge for at jeg fikk nok data og dybde i studien, og dette er i tråd med kvalitativ metode.

Oppgavene blir presentert senere i delkapittel 3.4.3. Oppgavene må være designet og konstruert på en slik måte at man får frem det man ønsker å undersøke, som i denne studien er misoppfatninger knyttet til algebraoppgaver. Hvis man ikke er bevisst på valgene sine når man utformer oppgavene kan man risikere at man ikke får ut de dataene man ønsker, og dermed ikke svare på problemstillingen sin (Maher & Sigley, 2020, s. 821). Dermed er oppgaveutvikling en naturlig del av forberedelsesfasen, og man må sikre at det er sammenheng mellom de oppgavene man implementerer og de funnene man forventer å få ut, og at disse svarer på problemstillingen (koherens).

Innenfor matematikdidaktikk er oppgavebaserte intervju godt egnet som forskningsmetode fordi man kan samle inn informasjon som ellers hadde vært skjult når elevene løser matematikkoppgaver. I oppgavebaserte intervju gjennom muntlig interaksjon kan intervjueren se på ulike aspekter som for eksempel tankesett, løsningsstrategier, matematiske regler, eller problemløsningsstrategier som eleven bruker implisitt i oppgaveløsningen (Goldin, 1997, s. 40; Goldin, 2000, s. 519; Koichu & Harel, 2007, s. 349). Det å bruke oppgavebasert intervju, i

kontrast med en skriftlig matteprøve, gjør det mulig å fokusere direkte på intervjuobjektets prosesser i å snakke om matteaktiviteten enn å bare se på mønstrene av korrekte og feile svar i resultatet de produserer (Goldin, 2000, s. 520).

Når man skal bruke oppgavebaserte intervju som metode er det noen problemstillinger som melder seg; hvor mye skal man som forsker hjelpe underveis hvis informanten står fast? *Når* skal man hjelpe? Skal man i det hele tatt hjelpe, eller skal informanten være selvstendig i løsningen av oppgavene? Med disse spørsmålene i tankene er det naturlig å se på begrepene stillasbygging og hint i forbindelse med oppgavebaserte intervju. Disse begrepene er beskrevet i kapittel 2.5.

### **3.4.2 Oppgavebaserte intervju og videoopptak**

I oppgavebaserte intervju er det vanlig å dokumentere intervjuet med lyd- eller videoopptaker (Goldin, 1997; Goldin, 2000; Maher & Sigley, 2020). Ved å bruke diktafon eller kamera i intervjusituasjonen, kan forskeren eller den som intervjuer fri seg fra eventuelle notater, og kan dermed heller ha fokuset på interaksjonen mellom oppgavene, informanten og forskeren (Goldin, 2000). Ved å fri seg fra eventuelle notater kan for eksempel hjelpe informanten(e) med å føle at de er mer med på en samtale enn en prøve eller eksamen i intervjusituasjonen. Blikstad-Balas (2016, s. 514) og Solbakken (2019, s. 46) betegner denne situasjonen ofte som intervju-effekten. Intervju-effekten kan for eksempel føre til at intervjuobjektet sier ting de ikke mener for å blidgjøre intervjueren. For eksempel intervjuobjektet sier noe som er politisk eller sosialt korrekt, i stedet for å si sin egentlige mening (Solbakken, 2019, s. 46). Dette kan være problematisk med tanke på hvis man ønsker å forske på meningsbaserte tema, som for eksempel holdninger til algebra. Derfor er det viktig å skape et trygt miljø for informanten og velge spørsmål i intervjuguiden med omhu (NESH, 2018).

En annen styrke ved bruk av lyd- eller videoopptak er at man kan høre eller se på datamaterialet flere ganger. Dermed kan man oppdage nye ting for hver visning av datamaterialet. Denne muligheten mister man hvis man for eksempel hadde gjort feltnotater av en elevs oppgaveløsning (Blikstad-Balas, 2016, s. 512; Dalland & Hølland, 2021, s. 263, s. 265). Mye av informasjonen man får i intervjuet kan gå tapt hvis man bare gjør feltnotater, fordi man ikke rekker å notere ned alt som skjer (Dalland et al., 2021, s. 130). Dermed kan det være velegnet i oppgavebaserte intervju å bruke videoopptak. I denne studien ble det brukt

videoopptak, der kameravinkelen sto slik at den filmet pulten informanten satt ved. På videoopptakene kunne man bare se pulten, oppgaveark, skrivesaker og hender.

Et annet aspekt man må gjøre rede for ved å bruke video i intervjusammenheng er begrepet «reactivity». Dette begrepet brukes i forbindelse med video-studier, og dette går ut på at ved å innhente samtykke fra deltakerne og bruke utstyr som kamera vil dette «ødelegge» den naturlige situasjonen som ville ha skjedd uten kamera (Blikstad-Balas, 2016, s. 514). Men samtidig argumenterer Blikstad-Balas (2016, s. 514) for at effekten av «reactivity» ikke er den som ødelegger mest i empiriske studier, at det alltid vil være en grad av «kunstighet». Blikstad-Balas (2016, s. 514) har i sine studier funnet ut at deltakerne i video-studier sier at de ofte glemmer at kameraene er der. De gir kameraene oppmerksomhet i starten, men etter en stund glemmer de det. Det at man åpenlyst filmer, driver med forskning og alle impliserte er informert vil det alltid være noe påvirkning på de som deltar.

Men samtidig hadde det vært forskningsetisk ulovlig, hvis man hadde filmet en klasse uten deres samtykke for å få «100% autentiske data». Dermed kan det være uunngåelig med å hindre noe slags form for påvirkning, hvis man skal holde forskningen forskningsetisk forsvarlig (NESH, 2018). Denne effekten er ofte ifølge Blikstad-Balas (2016, s. 5-6) overdrevet i hvor mye den faktisk spiller en rolle i datamaterialets kvalitet. Etter disse overveielsene kan man derfor argumentere for at videodata var en god måte å samle inn data fra de oppgavebaserte intervjuene, fordi det kunne sikre reliabilitet ved at videoene kunne sees flere ganger og er konstante over tid.

### **3.4.3 Presentasjon av algebraoppgavene**

I de oppgavebaserte intervjuene hadde jeg utviklet et oppgaveark med fem algebraoppgaver, som skulle sjekke for ulike misoppfatninger i algebra. På denne måten kunne man benytte seg av oppgaver, der man på bakgrunn av teori om mest vanlige misoppfatningene kunne skape en situasjon der elevene møtte på ulike typer algebraoppgaver og ulike elementer. For eksempel var det variasjon på om det var et algebraisk uttrykk, en likning, og ulik komposisjon som for eksempel at noen oppgaver inneholder brøk og parenteser. Jeg har som tidligere nevnt hatt inspirasjonskilder til utforming av oppgavene, og under hver av Figur 3.4.3.1 til 3.4.3.5 har jeg oppgitt inspirasjonskildene, eller om de er egenkomponert. Oppgaven 1 skulle sjekke for misoppfatninger knyttet til negative tall, overgeneralisering, subtraksjon og likning vs. uttrykk:

### Oppgave 1:

a) Skriv så enkelt som mulig:

$$2x - 3x + 7x + 5$$

b) Finn x når:

$$5x + 7 = 3x + 9$$

Figur 3.4.3.1: Oppgave 1 fra oppgavearket fra de oppgavebaserte intervjuene. Oppgaven er egenkomponert i samarbeid med veileder.

Oppgave 2 skulle sjekke for misoppfatninger knyttet til å introdusere ekstern variabel og likning vs. uttrykk:

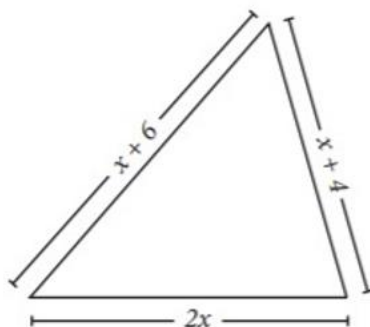
### Oppgave 2:

- a) Mohammed har dobbelt så mange bøker som Lena. Albin har 6 flere bøker enn Lena. Hvis Lena har  $x$  antall bøker, hvilket uttrykk viser hvor mange bøker alle tre har til sammen?
- b) Hvis de tre vennene har 30 bøker til sammen, hvor mange bøker har de da hver?

Figur 3.4.3.2: Oppgave 2 fra oppgavearket fra de oppgavebaserte intervjuene. Denne oppgaven er inspirert av Task 8A fra Naalsunds doktoravhandling (2012, s. 213)

Oppgave 3 skulle sjekke for misoppfatninger knyttet til å introdusere ekstern variabel, overgeneralisering, og likning vs. uttrykk:

### Oppgave 3:



Summen av sidene i denne trekanten er 30 cm.

A. Skriv en likning som gjør at du kan finne  $x$ .

Likning: \_\_\_\_\_

B. Hvor lang er den LENGSTE siden i trekanten?

Svar: \_\_\_\_\_ cm

Figur 3.4.3.3: Oppgave 3 fra oppgavearket fra de oppgavebaserte intervjuene. Oppgave 3 er tatt direkte fra de frigitte algebraoppgavene fra TIMSS 2015, og er i heftet oppgave 18 på s. 29 (Universitetet i Oslo, 2021b)

Oppgave 4 skulle sjekke for misoppfatninger knyttet til brøk og overgeneralisering:

### Oppgave 4:

Finn  $x$  når:

$$\frac{12}{x} = \frac{36}{21}$$

Vis fremgangsmåte

Figur 3.4.3.4: Oppgave 4 fra oppgavearket fra de oppgavebaserte intervjuene. Denne oppgaven er inspirert av Task 5A fra Naalsunds doktoravhandling (2012, s. 212)

Oppgave 5 skulle sjekke for misoppfatninger knyttet til negative tall, parenteser, overgeneralisering, subtraksjon, og likning vs. uttrykk:

### Oppgave 5:

a) Skriv så enkelt som mulig:

$$\underline{x}(x - 3) - (x + 4) + 7$$

b) Finn x når:

$$x^2 - 4 = 0$$

Figur 3.4.3.5: Oppgave 5 fra oppgavearket fra de oppgavebaserte intervjuene. Oppgaven er egenkomponert i samarbeid med veileder.

En bemerkning angående oppgave 5 b). I denne forbindelsen har jeg gjort en avgrensning med tanke på løsningene til likningen  $x^2 - 4 = 0$ . På ungdomsskolen brukes kvadratrøtter i stor grad for å begrene ukjente sider fra Pytagoras' læresetning (Utdanningsdirektoratet, 2013). I den forbindelse ser man på løsninger av linjestykker i en rettvinklet trekant, som nødvendigvis må være et positive tall for at det skal gi mening for to- og tredimensjonale objekter (Matematikksenteret, u.å.). I intervjuene har jeg dermed sett bort i fra at  $x^2 - 4 = 0$  også har en negativ løsning -2, og har dermed akseptert at svaret blir gitt kun som 2 (én løsning). Dette kan være problematisk da dette kan være med å bidra til en misoppfatning hos elevene at det finnes bare én løsning for  $x^2$  når det i realiteten kan være to eller én reelle løsninger, eller ingen reelle løsninger. Men målet for denne oppgaven var å få frem misoppfatninger knyttet til for eksempel overgeneralisering.

Fra de oppgavebaserte intervjuene tok jeg vare på elevbesvarelsen av oppgaveløsningen for å kunne bruke i analysen for å vise misoppfatninger som kom til uttrykk under oppgaveløsningen. Primærdataene vil være transkripsjonene av intervjuene, mens elevbesvarelsene fungerer som sekundærkilder. Eksempler fra elevbesvarelsene vil bli presentert i resultatdelen i kapittel 4.

### 3.4.4 Intervjuprosessen

Datainnsamlingen ble gjort puljevis i tre omganger, fordi det skulle passe med timeplanen for alle impliserte. Dette ble gjort for å sørge for at det ble nok tid innenfor rammene på en skoledag, der det ble tid til forberedelser i form av opprigging av kamerautstyr og materiale, og henting av elever fra undervisning. Deretter gjennomføring av intervjuer, og etterarbeid i form av overføring av filer fra kamera til UiO desktop, og skriving av forskningsnotater.

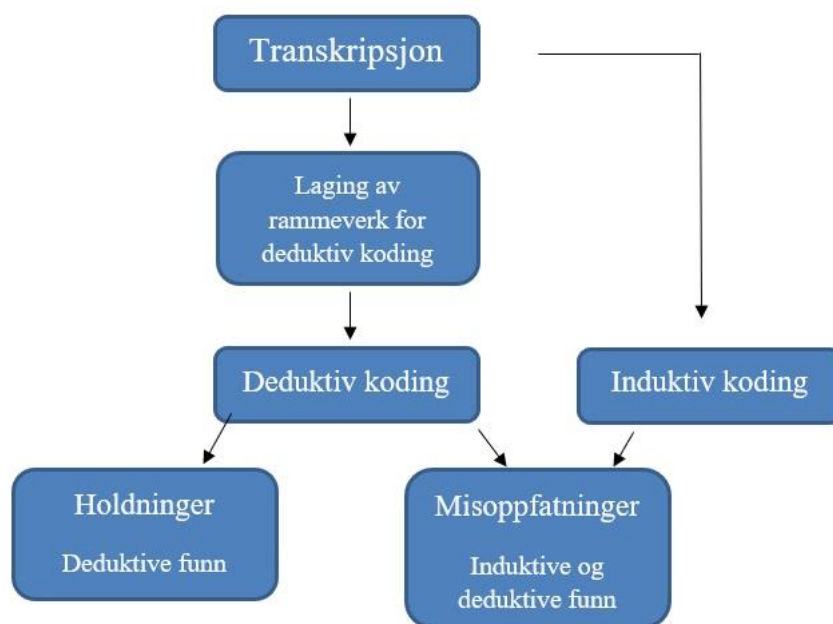
Avtalen var at jeg skulle komme en gitt dag i uken, og så skulle jeg hente de ut av undervisningen (i timene til faglærer) og intervju dem. Det var førstemann til mølla slik at den som var klar for intervju ble tatt først. Siste intervju ble gjort noen uker etter de tre andre intervjuene pga. sykdom.

## 3.5 Analyse

I dette delkapittelet presenteres hvordan jeg har analysert datamaterialet. Analysen tar utgangspunkt i primærdataene som er transkripsjoner fra de fire intervjuene.

Sekundærdataene som er i form av elevbesvarelser brukes som en støtte i analyseprosessen.

Analysen i denne studien kan beskrives som abduktiv, fordi jeg har brukt både deduktive og induktive metoder på datamaterialet (Gleiss & Sæther, 2021, s. 174). I Figur 3.5.1 illustreres analyseprosessen som består av flere omganger med koding.



Figur 3.5.1: Illustrasjon av analyseprosessen.

### 3.5.1 Transkripsjonsprosessen

Første del av transkripsjonen gikk ut på å få videomateriale og samtalen i intervjuene til å bli skriftlig. Dette gjorde jeg med tanke på at det er lettere å trekke ut bevis, og funn når utsagnene i intervjuet er skriftlig. På den måten blir det lettere i resultatdelen å presentere funn på en ryddig og tydelig måte. Derfor var det hensiktsmessig å transkribere intervjuene,



selv om jeg hadde både lyd og bilde. Transkripsjon er en tidkrevende prosess, men i denne studien var det hensiktsmessig å transkribere for å kunne analysere intervjuene på en systematisk måte i etterkant.

Jeg transkriberte alle videoopptakene ved å gjøre en ord-for-ord-transkripsjon, det vil si at jeg transkriberte ordrett, og tett opp mot talespråket (Dalland & Hølland, 2021, s. 271; s. 277). Samtalene ble transkribert til bokmål, og noen dialektord som var vanskelig å oversette til bokmål ble skrevet i sin helhet der det var hensiktsmessig. Dette ble gjort for at det skulle bli lettere å lese, og for å stå i stil med skriftspråket til masteroppgaven (bokmål). Dette var for å skape sammenheng i oppgaven. Fyllord som «eh» og «uhm» ble utelatt fra transkripsjonen, da jeg ikke skulle se på språkbruk, samtaledynamikk eller andre former for språkanalyse. Fyllord og dialekt ble utelatt da jeg anså dette som aspekter som ikke kom til å påvirke analysen da det er innholdet jeg er interessert i. Hensikten ved å transkribere var å få frem elevenes resonnementer, løsningsmetoder og innholdet i hva de sier, ikke *hvordan* de sier det. Jeg har heller ikke tatt med pauser som er mindre enn 5 sekunder, da jeg anser dette som en del av ytringen. Pauser over 5 sekunder anses som en stopp i samtalen, og får en «timestamp» i transkripsjonen for å markere en lengre pause. I transkripsjonen har jeg indikert at en person snakker samtidig som første taler ved å skrive replikken i et innrykk. (Dette er for å lettere skille mellom hvem som snakker når. Hvis ikke transkriberes dem annen hver.) Hvis det ble nevnt navn i videoopptaket ble dette anonymisert fortløpende. For eksempel når navnet til matematikklæreren ble nevnt ble det anonymisert i transkripsjonene med [faglærers navn] for å sikre anonymitet. I transkriberingsarbeidet benyttet jeg meg av egenkomponerte transkripsjonssymboler. Dette var for å gjøre transkripsjonsjobben mer intuitivt ved å velge koder som var naturlig for meg å bruke i prosessen. Til venstre i Tabell 3.5.1.1 ser vi oversikt over transkripsjonssymbolene jeg har benyttet i transkriberingen, og til høyre ser vi forklaringen av symbolet:

Tabell 3.5.1.1: Transkripsjonssymboler brukt i transkriberingen med tilhørende forklaringer.

Transkripsjonssymbol	Forklaring
I:	I – Intervjuer, indikeres i starten av setning at intervjueren har replikk
J1, J2, J3	J – Jente, der tallet indikerer jente nr. 1,2 eller 3. Indikeres i starten av setningen av setning at informanten har replikk.
G1	G – Gutt, der tallet indikerer gutt nr. 1. Indikerer i starten av setningen av setning at informanten har replikk.
,	Komma indikerer et lite opphold i samtalen, eller at personen avbryter seg selv, men personen har enda replikken.
.	Slutt på setning.
[TT: MM: SS]	Timestamp. T – Timer, M – Minutter, S – Sekunder. Timestamp settes i transkripsjonen når pausen mellom talere er 5 sekunder eller større. Tidspunktet indikerer start på ny replikk etter pause.
[...]	Indikerer et intervall der det ikke er mulig å tolke hva taler sier.
(...)	Indikerer at det er tekst mellom to utsagn eller tekstutdrag.

I kapittel 4 presenteres funn der det vil bli lagt ved transkripsjonsutdrag for å illustrere poeng der det er passende. Tabell 3.5.1.1. kan i den forbindelsen brukes for å forklare de ulike symbolene i utdraget.

### 3.5.2 Rammeverkene for den deduktive analysen

I denne delen presenteres de to rammeverkene jeg har brukt for å kode deduktivt. Det er to ulike begreper jeg har tatt for meg i studien som er holdninger og misoppfatninger til algebra. Det var derfor hensiktsmessig å gjøre deduktiv koding i to omganger. Beskrivelse av hvordan den deduktive analysen er foretatt forklares i delkapittel 3.5.3. I Tabell 3.5.2.1 vises analyserammeverket for holdninger der operasjonaliseringen av hver underdimensjon er beskrevet. Nederst finner vi eksempler på koder som oppfyller operasjonaliseringen av underdimensjonen:

Tabell 3.5.2.1: Oversikt over analyserammeverket for holdninger i algebra.

Holdningsdimensjoner (TMA)	Emosjonell dimensjon		Syn på algebra		Oppfattet kompetanse	
Underdimensjoner	Positiv	Negativ	Relasjonelt	Instrumentelt	Høy	Lav
Operasjonalisering	-Eleven ytrer positivt ladede ord og uttrykk om algebra. -Elever kommer med utsagn som for eksempel; «Jeg liker algebra.» «Jeg synes algebra er gøy.»	-Eleven ytrer negativt ladede ord og uttrykk om algebra. -Eleven kommer med utsagn som for eksempel; «Jeg hater algebra.» «Jeg liker ikke algebra.»	-Å lære matematikk kan være et mål i seg selv. -Elevene ser sammenhenger mellom det de gjør. -Eleven ser at algebra har en logisk oppbygning som ikke er tilfeldig. -Ser ofte oppgaveløsningen som en prosess. -Eleven er som oftest ikke opptatt av om svaret er riktig eller galt, men ser på prøving og feiling som en verdifull del av prosessen. -Eleven kommer med utsagn som for eksempel; «Algebra er grunnleggende for mange ting.» «Det er en logisk oppbygning.»	-Eleven har ofte en oppfatning slik som dette; «Rules without reasons.» -Eleven tror det er en haug med regler og huskereglar, og at det ikke er en sammenheng mellom dem. -Eleven ønsker en regel eller en oppskrift på å mestre flest mulig oppgaver på kortest mulig tid. -Eleven ser på matematikk som et puggefag som består av en rekke regler som man må som oftest bare huske. -Eleven er opptatt av om svaret er riktig. -Eleven kommer med utsagn som for eksempel; «Algebra er bare masse random regler.» «Jeg må huske masse regler.»	-Eleven har forventninger til seg selv at en vil mestre en aktivitet eller oppgave. -Eleven tror at de kan klare oppgaven basert på tidligere erfaringer. -Eleven opplever seg selv som kompetent og er i stand til å utføre nødvendige beregninger for å løse oppgaven. -Eleven kommer med utsagn som for eksempel; «Jeg kan klare denne oppgaven.» «Jeg har gjort en slik oppgave før og fått den til.»	-Eleven har forventninger til seg selv at en ikke vil mestre en oppgave. -Eleven tror at de ikke kan klare oppgaven basert på tidligere erfaringer. -Eleven opplever seg selv som ikke kompetent, og er ikke i stand til å utføre nødvendige beregninger for å løse oppgaven. -Eleven kommer med utsagn som for eksempel; «Jeg klarer ikke denne oppgaven.» «Jeg gjør litt enklere oppgaver.»

<p>Eksempler fra datamaterialet</p>	<p>J3: Jeg er veldig glad i algebra.</p>	<p>G1: Ah brøk! Jeg hater matte.</p>	<p>J3: Og sett litt sånne sammenhenger som innimellom kan være litt vanskelig å på en måte fremstille seg. Har jeg på en måte satt litt sammen og da har det jo vært litt enklere å se regnestykkene.</p>	<p>G1: Det som er, de har jo teller og nevner og noen ganger er det litt vanskelig å se forskjell på en måte, av liksom. Si hvis man skal forkorte skal vi, hvilken er det man skal forkorte? Teller eller er det nevner. Det er bare sånn plutselig, man vet aldri.</p>	<p>J1: Det her skal jeg kanskje klare, jo det her skal jeg klare!</p>	<p>J2: Det var litt vanskelig å finne ut hva x er, fordi altså jeg har ikke gjort det før når det er x, når x er.</p>
-------------------------------------	--	--------------------------------------	---	--	---	---

I Tabell 3.5.2.2 og 3.5.2.3 vises analyserammeverket for misoppfatninger der operasjonaliseringen av hver misoppfatning er beskrevet. Nederst finner vi eksempler på koder som oppfyller operasjonaliseringen av misoppfatningen:

Tabell 3.5.2.2: Oversikt over analyserammeverket for misoppfatninger i algebra.

Misoppfatning	Brøk	Negative tall	Parenteser	Introduksjon av en ekstern variabel
Operasjonalisering	<p>-Eleven vet ikke når man kan gange eller dele i en brøk for å gjøre den enklere eller for å finne svaret (gjøre inverse operasjoner).</p> <p>-Eleven ser ikke at man kan forkorte brøken til mindre faktorer (forkorte felles faktorer).</p> <p>-Eleven vet ikke hva brøkestreken betyr (for eksempel at man deler på to tall eller et tall og en variabel).</p>	<p>-Eleven ignorerer negativt fortegn ved addisjon eller subtraksjon av en variabel eller et tall</p> <p>-Eleven ignorerer negativt fortegn foran en variabel eller et tall</p> <p>-Eleven skifter ikke fortegn når beregningen går fra negativt til positivt fortegn</p>	<p>-Eleven tror at fortegnet ikke påvirker leddene når man løser opp parentesen/ eleven tar ikke hensyn til negativt fortegn foran parentesen</p> <p>-Eleven vet ikke hvor fortegn, tall eller variabel tilhører foran parenteser. For eksempel eleven vet ikke forskjellen på <math>x(x-3) - (x+4)</math> og <math>x(x-3)(x+4)</math></p> <p>-Eleven tror man ikke kan løse opp parentesen fordi det står to ledd der det ene er et tall og det andre en variabel (eleven ønsker å addere først og så gjøre rede for fortegn)</p> <p>-Eleven tror det er bare en måte å løse opp en parentes på.</p>	<p>-Eleven introduserer en ekstern variabel som ikke er gitt i oppgaven/oppgaveteksten</p> <p>-Ofte fører denne eksterne variabelen til at likningen blir feil, og dermed blir også svaret feil</p> <p>-Eleven introduserer en variabel som kan forvirre eller som ikke fører frem til et svar</p>
Eksempel fra datamaterialet	<p>J3: Ja okey, og så hvis vi, oppgave 4, da sitter jeg nå med <math>84/7x</math> er lik det samme som <math>12x/7x</math>. Igjen, en måte å gjøre det på tror jeg er at hvis vi ganger begge to med 7, så kan vi bli kvitt denne brøkdelen. Eller må jeg gange den med <math>7x</math> da?</p>	<p>J2: Da er det her bare + og -, så det blir bare <math>x^2 - 3x - x</math> som er <math>-2x</math></p>	<p>(...) J3: Så da prøver jeg å gå videre. Minus, og så kan vi egentlig droppe den parentesen vi kan bare skrive <math>x</math>, fordi den parentesen har ikke så mye verdi for oss i og med vi ikke kan regne de sammen.</p>	<p>(...) G1: Jeg skriver det sånn som har, så kan man skrive <math>2x</math> er lik, <math>2x =</math> denne som er <math>Y</math>. <math>2x = Y</math>, og så kan man skrive Albin har [...]. Albin har 6 flere bøker enn, det betyr, nei, <math>Y + 6 = Z</math>, tror jeg, eller noe sånt som er Lena, Albin. Også.</p>

Tabell 3.5.2.3: Oversikt over analyserammeverket for misoppfatninger i algebra (fortsettelse).

Misoppfatning	Overgeneralisering	Subtraksjon	Likning vs. Variabel
Operasjonalisering	-Eleven vet ikke når regler gjelder for hvilke situasjoner -Eleven tror en regel eller en algoritme alltid fungerer/gjelder	-Eleven forstår ikke prinsippet om subtraksjon, og får feil svar med tanke på fortegn, eller tall svar. Særlig med tanke på et lite tall minus et stort og får negativt svar.	-Eleven vet ikke forskjellen på likning og uttrykk. -Eleven blander mellom de to begrepene, og sliter ofte med å stille opp det matematiske uttrykket.
Eksempel fra datamaterialet	G1: Som jeg gjorde med de andre, som tar minus det tallet og det tallet og det tallet, men det funker ikke så de har ikke like verdi.	J1: Okey, $2x - 3x = x$	J2: Hm, så blir vel det en type likning og så, Albin har 6 flere bøker enn Lena så det betyr at $A = x + 6$ , blir det ikke det?

### 3.5.3 Deduktiv analyse

I dette delkapittelet beskrives den deduktive analysen. «Analyse er en prosess som starter lenge før man setter seg ned med datamaterialet, og som fortsetter helt til man har en ferdig skrevet analysedel» (Gleiss & Sæther, 2021, s. 171). Allerede i intervjusituasjonen vil man som intervjuer kunne aktivt lete etter bevis, og indikasjoner på den forforståelsen man har tilegnet seg gjennom å lese om tidligere forskning og teori på feltet. I min forberedelse til datainnsamling søkte jeg aktivt etter kunnskap og forskning om hva som var de vanligste misoppfatningene i algebra for å kunne utforme oppgavearket og intervjuguiden. Dermed hadde jeg en forventning om å møte på disse misoppfatningene i intervjuene, og kunne identifisere dem når de oppsto underveis i intervjuet. På den måten kunne jeg utforme analysekategoriene eller kodene ved hjelp av den samme teorien.

Første del av analysen av datamaterialet ble gjort deduktivt med hensyn på holdninger og misoppfatninger. Det vil si at funnene springer ut fra analysen ved at man koder for predefinerte kategorier i rammeverkene (Gleiss & Sæther, 2021, s. 171; s. 174; Bakken & Andersson-Bakken, 2021, s. 312). Deduktiv analyse kjennetegnes ved at det er teoristyrte, det vil si at kategoriene for kodingen er allerede etablert basert på teori (Gleiss & Sæther, 2021, s. 171). Utgangspunktet for den deduktive kodingen var rammeverkene i Tabell 3.5.2.1-3.5.2.3.

## Kodingsprosessen

Koding av datamaterialet går ut på å dele opp eller avgrense en datakilde i mindre enheter, for deretter å gi segmentet en kode som beskriver kjennetegn eller overordnede karakteristikk (Gleiss og Sæther, 2021, s. 174). På den måten prøver man å navigere seg i datamaterialet for å finne mening. En kode kan være et eller flere ord eller en setning, som beskriver en del av datamaterialet (Saldaña, 2016, s. 3). Det er viktig å trekke inn at koding kan gjøres på forskjellige måter; induktiv eller deduktiv, men også forskjellig med tanke på hvilke teoretiske briller man benytter (Saldaña, 2016, s. 7). Disse er med hensyn på din faglige bakgrunn, kjønn, og gruppetilhørighet (Saldaña, 2016, s. 7). I mitt tilfelle brukte jeg deduktiv analyse, og mine teoretiske briller var forankret i rammeverkene i Tabell 3.5.2.1-3.5.2.3.

I forkant av kodingsprosessen utviklet jeg rammeverkene, som er tilpasset studien, for å kode for hvilke misoppfatninger som utvalget besitter med tanke på algebra, og hvilke holdninger de har til algebra. Problemstillingen min er todelt, og derfor var det naturlig å kode i to deler først med hensyn på holdninger, og deretter for misoppfatninger. For å lage rammeverkene har jeg benyttet meg av metoden «bricolage». Denne metoden kan forstås som at man tar i bruk de materialene eller de redskapene man har til rådighet for å skape noe (Rogers, 2012, s. 1). Cobb (2007, s. 29) foreslår å snarere å knytte seg til bare et spesifikt teoretisk perspektiv kan man heller bruke prinsippet om bricolage for å tilpasse ideer fra en rekke teoretiske kilder. På den måten kan man trekke inn relevant teori fra flere steder for å tilpasse til sitt formål, noe som er gjort i mitt tilfelle.

For å lage et rammeverk for koding av holdninger, tok jeg utgangspunkt i Di Martino og Zan sin holdningsmodell (se kapittel 2.3.1). Denne modellen er laget for å se på holdninger til matematikk på et generelt grunnlag. Mens i denne studien skal vi ha fokus på elevers holdninger til algebra, og dermed var det behov for å tilpasse modellen slik at den ble spisset, slik at hver dimensjon var med hensyn på algebra (se Tabell 3.5.2.1).

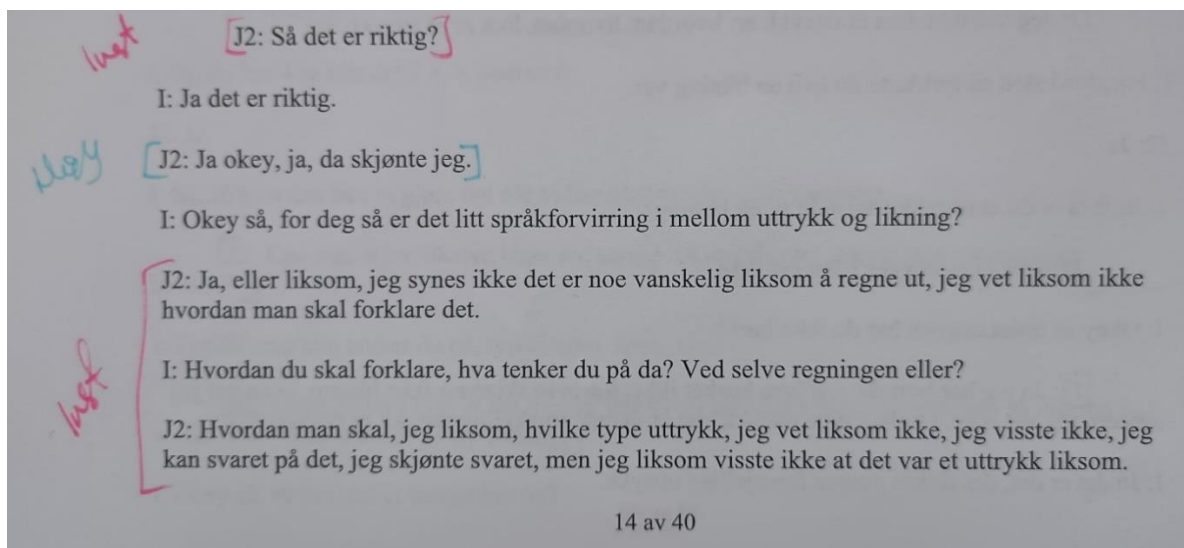
Første del var å kode deduktivt med hensyn på rammeverket om holdninger til algebra, ved å kode for de tre dimensjonene emosjonell dimensjon (positiv/negativ), syn på algebra (relasjonell/instrumentell), og oppfattet kompetanse (høy/lav) i hver sin farge på utskriften av transkripsjonene. Deretter samlet jeg alle funnene i et dokument for å sammenfatte hva jeg hadde funnet i hvert intervju og for å se etter mønster, for å danne meg et bilde og beskrivelse av de fire ulike elevene (Saldaña, 2016, s. 4-5). Dette ble gjort også for å reflektere over egen

koding. Jeg sjekket over kodene for å se om de passet inn under min operasjonalisering av kodene i rammeverkene, og de som ikke passet ble forkastet. Dette var for å sikre konsistens over kodene fordi som forsker kan det skje at man blir ivrig i kodingen. Dermed kan man kode utsagn eller avsnitt som ikke passer inn med operasjonaliseringen av koden. Dermed kan man sitte med funn som ikke stemmer med operasjonaliseringen og dermed ikke svarer på problemstillingen (Saldaña, 2016, s. 10). Samtidig var det noen problemer knyttet til kodingen, selv om kodene ble sjekket. Videre diskusjon om problemer knyttet til koding er beskrevet i kapittel 3.6.1.

Etter at kodingen av datamaterialet for holdninger var ferdigstilt tok jeg utgangspunkt i rammeverket for holdninger (Tabell 3.5.2.1) og gikk igjennom kodene for å beskrive informantenes utsagn. Hensikten var å beskrive hver enkeltes holdningsprofil til algebra for å få mer oversikt over utvalget. Dette ble gjort på grunnlag av hvor mange utsagn hver informant hadde av hver dimensjon, og hvilke underkategorier de tilhørte:

- emosjonell dimensjon (positiv/negativ)
- syn på algebra (relasjonell/instrumentell)
- oppfattet kompetanse (høy/lav)

I Figur 3.5.3.1 ser vi et eksempel på deduktiv koding på fysisk utskrift av transkripsjonene med hensyn på holdningsdimensjoner.



Figur 3.5.3.1: Eksempel på deduktiv koding av Jente 2 sitt intervju. Koder knyttet til holdningsdimensjoner er markert med ulike farge.



Et viktig aspekt ved denne kategoriseringer er at noen av informantenes utsagn ikke klart falt inn under den ene eller andre kategorien. For eksempel Gutt 1 hadde 8 utsagn for høy oppfattet kompetanse og 10 for lav oppfattet kompetanse. Dette fremstår som om at det er ganske lik fordeling, og dermed er det ikke helt åpenbart hvilken kategorisering elevens holdningsdimensjon skal få. Dermed ble det avgjørende å se på helhetsinntrykket fra intervjuet. Dette var for å kunne bedre avgjøre hvilken holdning som passet best for Gutt 1. Jente 2 var i samme situasjon der det var veldig jevnt mellom lav og høy oppfattet kompetanse, og derfor var det vanskelig å kategorisere. For å avgjøre dette gikk jeg tilbake til transkripsjonene og leste igjennom for å få et oversiktsbilde. Med utgangspunkt i at Jente 2 tok hintene jeg ga henne og skjønte overføringen fra eksemplet til oppgaven, tar jeg dette som et tegn at hun opplever seg som kompetent og at hun føler mestring etter hun har fått hjelp, derfor har Jente 2 blitt kategorisert som høy oppfattet kompetanse.

Andre del av kodingen var å kode deduktivt med hensyn på rammeverket om misoppfatninger til algebra ved å kode for de syv misoppfatningene brøk, negative tall, parenteser, introduksjon av en ekstern variabel, overgeneralisering, subtraksjon, og likning vs. variabel i hver sin farge på utskriften av transkripsjonene. Deretter ble kodene samlet i et felles dokument på samme måte som for de deduktive kodene for holdninger. Etterpå gikk jeg igjennom kodene for å se hvor utbredt de ulike misoppfatningene var, for å se omfanget av den gitte misoppfatningen. Denne kodingen slår fast hvem som har hvilken misoppfatning, men dette er som forventet og kjent fra tidligere forskning. Dermed måtte jeg prøve å få et klarere bilde om hvordan disse misoppfatningene kunne blitt beskrevet mer i dybden, siden jeg hadde intervjudata og elevbesvarelser. Dette mente veilederen min kunne være meget interessant og derfor ble det bestemt å i tillegg kode dataene om misoppfatninger induktivt.

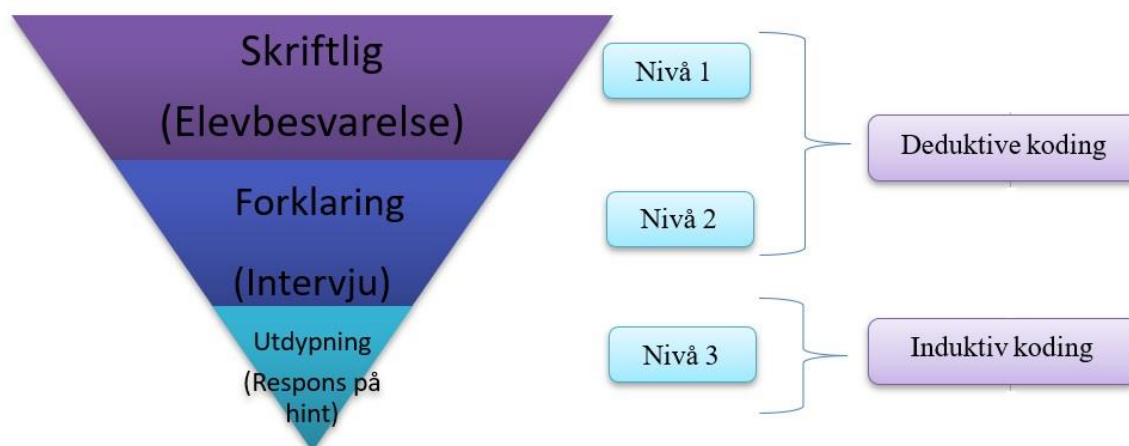
### **3.5.4 Induktiv analyse**

Den induktive kodingen ble gjennomført for å se om vi kunne få mer innsikt i elevenes misoppfatninger. Kodingen skulle se på hva det er som skjer når de får hint, hvordan reflekterer de og hvordan responderer de. Måten kodingen ble gjort var å gå inn i transkripsjonene og lete etter de stedene elevene fikk hint. Dette ble avgjort ved å se når det helt konkret var eleven som spurte om hint eller at de sto fast, eller liknende. Jeg markerte slutten av hintet når eleven hadde skjønnet hintet og rettet opp feilen, eller at vi gikk videre i

oppgaveløsningen. For eksempel «jeg vet ikke hva jeg skal gjøre, kan jeg få hint?». Dette er en indikasjon på starten av et hint.

Saldaña (2016, s. 8) trekker frem at når man driver med induktiv kategorisering bruker man sine taktikker og intuitive følelse for å bestemme hvilke data som «ser like ut» og som «føles like ut» når man da setter de sammen i samme gruppe. Dermed måtte jeg bruke forforståelsen min for å tolke hva segmentene kunne bety i lys av misoppfatningene. Kodingen var for å etablere hva som skjedde de ulike stedene der hint skjedde, og om dette kunne gi oss mer informasjon om hva misoppfatningene dreide seg om. Segmentene med hint ble lagt i et dokument, og deretter gikk jeg gjennom kodene for å skrive kommentarer om hva hintene lignet på, og hva dette kunne bety. I noen tilfeller kom det frem nyanser i misoppfatningene fra den induktive kodingen, mens andre ganger kom det ikke frem noe nytt. Dermed blir funn som er induktive bakt inn resultatdelen om misoppfatninger (se kapittel 4.2)

Figur 3.5.4.1 viser en oversikt over den abduktive kodingen som ble gjort med hensyn på misoppfatninger. Den deduktive kodingen baserer seg på skriftlige elevbesvarelser, og muntlige forklaringer i intervjuene, mens den induktive kodingen ser på elevenes utdypelser og forklaringer i intervjuene når de får hint for å få en dypere forståelse av misoppfatningene deres:



Figur 3.5.4.1: Illustrasjon over ulike nivåer av elevers verbalisering av misoppfatninger. Nivå 1-2 legges til grunn for den deduktive kodingen av misoppfatninger. Nivå 3 legges til grunn for den induktive kodingen.

## **3.6 Forskningskvalitet – Validitet, reliabilitet og overførbarhet**

I dette delkapitlet diskuteres forskningskvalitet knyttet til studien, hvilke normer for kvalitet jeg har tatt i bruk med tanke på validitet og reliabilitet, men også diskutere aspekter og problemer som kan svekke disse. Overførbarhet vil også bli diskutert.

### **3.6.1 Validitet og reliabilitet (gyldighet og troverdighet)**

I denne studien har jeg brukt kvalitative forskningsmetoder som oppgavebaserte intervju med hint, og abduktiv analyse av datamaterialet. Gjennom studien har det blitt benyttet ulike normer for kvalitet for å styrke validiteten og reliabiliteten. Noen normer for kvalitet som har blitt benyttet er transparens, tykke beskrivelser, refleksivitet, og datatriangulering.

Transparens er en viktig del av forskningskvaliteten som går ut på å gi leseren innsyn i hvordan forskningen har blitt gjort slik at de kan gjøre seg opp tanker om forskningen er troverdig og gyldig (Gleiss & Sæther, 2021, s. 204; Blikstad-Balas & Dalland, 2021, s. 43). En måte å være transparent på er å bruke tykke beskrivelser. En norm for kvalitet jeg har benyttet er tykke beskrivelser. Å prøve å beskrive handlingsforløpet når jeg samlet inn data og gjorde analysen så rikt som mulig, slik at leser kan få et innblikk i forskningsprosessen (Creswell & Miller, 2000, s. 128-129). I kvalitative studier er det viktig å beskrive hendelsesforløpet med nok detaljer slik at andre kan avgjøre om datainnsamlingen ble gjennomført på en god måte og om resultatene springer logisk ut av analysen (Creswell & Miller, 2000, s. 129). For å kunne sikre tykke beskrivelser ble det skrevet forskernotater i hele innsamlingsprosessen, altså før, under og etter datainnsamling. Forskernotatene var beskrivelser av prosessen, hendelsesforløp, intervju og andre viktige refleksjoner knyttet til forskningen. Dette var for å sikre at prosessen ble dokumentert mens det ennå var friskt i minne, og for å kunne gå tilbake til detaljer rund datainnsamlingen på et senere tidspunkt.

Refleksivitet handler ikke bare om hvordan ens posisjon påvirker forskningsprosessen, men den gjør det også tydelig hvordan et aspekt ved forskningen kan bli tolket fra flere utsiktspunkter eller perspektiver (Rogers, 2012, s. 4). Det handler om å reflektere over hvordan du som forsker kan ha påvirket forskningsarbeidet og hvilke konsekvenser dette har fått (Gleiss & Sæther, 2021, s. 49). Et aspekt som er med på å svekke validiteten til studien min er resultater knyttet til holdninger i algebra, hvis vi spesielt ser på den emosjonelle

dimensjonen i kapittel 4.1.1. Her er det to problemer; for det første bærer funnene her preg av at holdningsspørsmålene i avslutningen av intervjuet ikke helt har fått frem hva de synes om algebra (liker/liker ikke). Her kan det se ut som at spørsmålene har vært for generelle, og dermed har datamaterialet båret preg av at svarene også ble mer generelle og at de snakket om de hva de syntes om matematikk generelt og trakk frem andre temaer enn algebra. Dette påvirker validiteten med tanke på at begrepene ikke har blitt målt på den måten det var ment. For det andre har den deduktive kodingen ikke vært konsistent, fordi jeg har i tillegg kodet generelt for matematikk, og ikke bare med hensyn på algebra. Derfor påvirker dette validiteten og reliabiliteten til funnene om emosjonell dimensjon. I denne studien kan også man argumentere for at det har oppstått eksempler på «Ja-effekten» (Solbakken, 2019, s. 45). Under intervjuene har jeg funnet eksempler på at jeg som forsker blir for enssporet og ønsker ett type svar. Dette er ofte spørsmål som er knyttet til en gitt oppgaveløsningsmetode, eller at spørsmålet er lukket eller har ett svar. Dette kan da være med på å svekke troverdigheten til meg som forsker siden dette styrer dataene i en gitt retning, og jeg har påvirket dataene.

Fra datainnsamlingen hadde jeg to typer datakilder, intervjudata i form av transkripsjoner og skriftlige elevbesvarelser. Her kan det argumenteres for at det har blitt gjort datatriangulering. Kilde eller datatriangulering er å sammenlikne og kryssjekke konsistensen av informasjon som kommer fra ulike steder i kvalitative metoder (Patton, 1999, s. 1193; 1195; Creswell & Miller, 2000, s. 126). I mitt tilfelle var intervjudataene primærdata og elevbesvarelsene var sekundærdata. Elevbesvarelsene ble brukt som en støtte for å finne konkrete misoppfatninger i oppgaveløsningen til elevene, og var med å støtte funnene til misoppfatninger som kom frem i intervjuene. Dette kan være med å validere informasjonen som kommer fram i analysen, og kan styrke troverdigheten av funnene.

### **3.6.2 Overførbarhet**

I denne masteroppgaven har jeg gjort en kvalitativ tilnærming i forskningen, og tatt for meg et lite utvalg elever på 10. trinn på en ungdomsskole på Østlandet. Antall elever i utvalget er fire informanter, som vil si er et relativt lite utvalg.

Med dette utvalget er det viktig å presisere at jeg ikke har et representativt utvalg av den norske befolkningen, og kan dermed ikke generalisere funnene mine til andre populasjoner enn beskrevet her (Solbakken, 2019, s. 34; Dalen, 2019, s. 94). Det vil si jeg kan ikke hevde

at funnene i denne studien kan si noe generelt om populasjonen som helhet, at man kan ta funnene fra én kontekst til en helt annen (Gleiss & Sæther, 2021, s. 39; s. 207). Utvalget mitt er kun et lite utsnitt, med få deltakere og kan si noe om den spesifikke skolen med elever som faller inn under inklusjonskriteriene. Dermed er funnene en lokal beskrivelse av informantskolen. «Det betyr imidlertid ikke at et kvalitativt datamateriale ikke har noen verdi utover den enkelte undersøkelsen, men at kvalitativ forskning innebærer en annen type generalisering, som vanligvis kalles analytisk eller teoretisk generalisering» (Gleiss & Sæther, 2021, s. 207). Målet med denne studien var å gå i dybden, ikke å generalisere (Dalen, 2019, s. 46). Funnene som kom frem av analysen kan likevel ha nytteverdi med tanke på å belyse algebra som tema og vanskeligheter rundt det. Masteroppgavene kan også være inspirasjon til å gjøre andre liknende studier med andre utvalg, metoder og omfang.

### **3.7 Forskningsetiske betraktninger**

Intervjuene og datamaterialet ble tatt opp på videoopptak, og i den forbindelse er det viktig å være klar over hvilke typer data jeg forventet å samle inn. Det er fordi det er knyttet strenge krav til hvordan man håndterer, oppbevarer og behandler personopplysninger. Ifølge UiOs *Klassifisering av data og informasjon* finnes det fire ulike klassifiseringer av personvernopplysninger eller informasjon (Universitetet i Oslo, u.å.). I min studie forventet jeg gule data, siden intervjuene ble tatt opp på video, og dette er person-identifiserende med tanke på stemme, ansikt, bekledning eller liknende. I rådataene kunne man bare se pulten eleven satt ved, hendene deres, bekledning og høre stemmen. Dermed ble dataene mine klassifisert som gule (Universitetet i Oslo, u.å.).

I intervjusammenheng kan det hende at eleven begynner å snakke om erfaringer og opplevelser som er på siden av intervjuguiden, og som kan fort gå over til å bli klassifisert som røde data. For eksempel; eleven begynner å snakke om et sykdomsforløp eller diagnose knyttet til skolegangen. I slike tilfeller kan man slå av kameraet mens eleven snakker om temaet, eller gå inn i råmaterialet i etterkant av intervjuet og slette delen av videoen som inneholder røde data. Dette ble ikke nødvendig i dette tilfellet, men det er viktig å ha planen klar hvis uhellet først var ute.

Masterprosjektet er NSD godkjent (se Vedlegg 2), og gjennomføringen av datainnsamling ble dermed vurdert til å være i tråd med loven om personvern. Datamaterialet som ble

samlet inn til studien ble lagret sikkert på universitetets område i henhold til lagringsguiden til Universitetet i Oslo (Universitetet i Oslo, 2021a).

I følge Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH, 2018) er et viktig aspekt ved forskningsetiske hensyn er å innhente informert samtykke fra informantene. Dette ble gjort ved å innhente samtykkene på papir (se Vedlegg 1), der jeg i forkant av datainnsamling opplyste om (NESH, 2018):

- Hensikten med forskningen
- Hvem som ville ha tilgang på samtykkebrevne og datamaterialet (konfidensialitet)
- Hva selve intervjuet ville innebære for dem som deltakere
- At informantene ville bli anonymisert i masteroppgaven, og det vil ikke være mulig å spore tilbake til dem som deltakere
- At det var frivillig å delta, der man kunne trekke seg når som helst uten å oppgi grunn, og det ville ikke ha noen konsekvenser for deres forhold til meg som forsker, skolen, lærere, eller matematikk karakteren
- At personopplysninger vil bli slettet ved studiens slutt, og hvis de ønsket å trekke seg

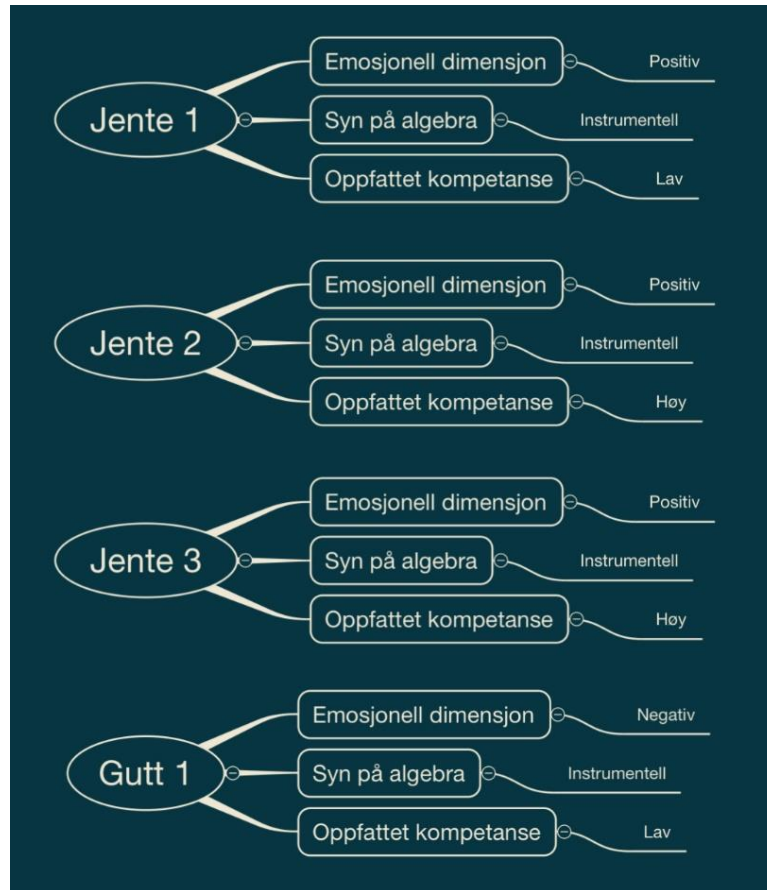
Datainnsamlingen ble gjort høsten 2021, og jeg intervjuet elever som var mindreårige og noen av dem var under 15 år på tidspunktet for datainnsamlingen. Derfor ble det viktig å ivare ta prinsippet om: «Mindreårige som har fylt 15 år, kan som hovedregel selv samtykke til at forskeren kan innhente og bruke deres egne personopplysninger. Er barna under 15 år, må forskeren vanligvis innhente samtykke fra foresatte» (NESH, 2018). Dermed ble det i noen tilfeller hensiktsmessig å informere og innhente samtykke fra foresatte til de elevene som var under 15 år.

## 4 Resultater

I dette kapitlet presenteres resultatene fra den abduktive analysen, hvor funn knyttet til holdninger og misoppfatninger vil bli presentert i hver sin separate del. I hver del vil det først bli presentert en oversikt over funnene, og deretter vil hver holdningsdimensjon eller misoppfatning bli presentert etter rekkefølgen i analyserammeverkene (se Tabell 3.5.2.1-3.5.2.3). Kodingen fra den deduktive og induktive delen for misoppfatninger blir integrert og presentert for hver misoppfatning. Funnene som presenteres i kapittel 4 vil være utgangspunktet for diskusjonen i kapittel 5.

### 4.1 Holdninger

Hvilke holdninger er det som er mest fremtredende i utvalget mitt? I denne delen av resultatene presenteres de sentrale funnene i den deduktive analysen som omhandlet holdninger til algebra. Først presenteres hovedfunnene i Figur 4.1.1, og deretter presenteres hver holdningsdimensjon. Her trekkes det inn eksempler fra datamaterialet for å illustrere ulike poeng. I Figur 4.1.1 får vi en oversikt over holdningsprofilene til elevene, og dermed hvilke dimensjoner som er mest utbredt i utvalget.



Figur 4.1.1: Oversikt over informantenes holdningsprofiler med tanke på deres emosjonelle dimensjon, syn på algebra og oppfattet kompetanse.

I Figur 4.1.1 ser vi hvilke holdningsprofiler hver elev har. Disse kom fra den deduktive analysen med utgangspunkt i rammeverket for holdninger (se Tabell 3.5.2.1) for de tre dimensjonene; emosjonell dimensjon, syn på algebra, og oppfattet kompetanse. Her ser vi ved første øyekast at det er noen koder som er mer fremtredende enn andre. Helt overordnet ser vi disse holdningsprofilene:

Jente 1 er den eneste som har kombinasjonen *positiv* emosjonell dimensjon, *instrumentelt* syn på algebra og *lav* oppfattet kompetanse. Den første koden anses for å være et positivt aspekt knyttet til holdninger, mens de to siste anses for å være negative, og dermed blir hennes holdningsprofil sett på sammenlagt som en negativ holdning til algebra (Di Martino & Zan, 2015, s. 67).

Jente 2 og 3 har den samme holdningsprofilen som er *positiv* emosjonell dimensjon, *instrumentelt* syn på algebra og *høy* oppfattet kompetanse. Første og siste kode anses for å være positive aspekter knyttet til holdninger, mens den midterste anses for å være negativ, og



dermed blir deres holdningsprofiler sett på sammenlagt som en positiv holdning til algebra (Di Martino & Zan, 2015, s. 67).

Gutt 1 er den eneste som har kombinasjonen *negativ* emosjonell dimensjon, *instrumentelt* syn på algebra og *lav* oppfattet kompetanse. Disse kodene anses for å være negative aspekter knyttet til holdninger, og dermed blir hans holdningsprofil sett på sammenlagt som en negativ holdning til algebra (Di Martino & Zan, 2015, s. 67).

Hver dimensjon av holdningsprofilene blir presentert i hvert sitt delkapittel der eksempler fra transkripsjonene som illustrerer ulike poeng blir presentert.

#### 4.1.1 Emosjonell dimensjon

Nesten alle (3/4) av informantene hadde en positiv emosjonell dimensjon ovenfor algebra. Alle informantene hadde en blanding mellom positive og negative emosjonelle dimensjoner underveis i intervjuene, men den dimensjonen de har fått i sin holdningsprofil gjenspeiler helheten. Det vil si at for eksempel Jente 1 har en positiv emosjonell dimensjon når vi ser på den emosjonelle dimensjonen som et totalt bilde. Mens Gutt 1 var den eneste som hadde en negativ emosjonell dimensjon ovenfor algebra. I Tabell 4.1.1.1 ser vi eksempler fra intervjuene som knytter seg til en positiv emosjonell dimensjon til algebra.

Tabell 4.1.1.1: Viser eksempler på elevutsagn som viser en positiv emosjonell dimensjon for algebra.

Eksempler på elevutsagn som viser en positiv emosjonell dimensjon
(...) J1: Jeg føler det er veldig viktig å ha matte som skolefag, jeg enjoyer å ha matte og sånt, det er ganske gøy også.
J2: Så jeg, jeg tror jeg har liksom fått bedre karakter i det også fordi jeg har syns det har vært gøy da.
J2: Jeg synes egentlig algebra er ganske greit.
J3: Jeg er veldig glad i algebra.
(...) J3: men utover det så liker jeg også å forenkle algebra uttrykk. Og generelt det å regne ut algebrauttrykk og finne x'en da.
G1: Ja, jeg synes at algebra er bra når det ikke har brøk og når man har svaret allerede.

I Tabell 4.1.1.2 ser vi eksempler fra intervjuene som knytter seg til en negativ emosjonell dimensjon til algebra.

Tabell 4.1.1.2 Viser eksempler på elevutsagn som viser en negativ emosjonell dimensjon for algebra.

Eksempler på elevutsagn som viser en negativ emosjonell dimensjon
I: Mhm, så er det noe tema i matematikk som du synes er best eller morsomst?
G1: Jeg tror ikke det er algebra.
(...) J2: men sånn geometri generelt når man skal liksom regne ut volumet, regne ut det, regne ut det i geometri det er jeg ikke så veldig fan av.
(...) J3: Og man må heller bare forstå grafer og sånt, det kan jeg fort synes er litt kjedelig.

## 4.1.2 Syn på algebra

Alle (4/4) informantene hadde et instrumentelt syn på algebra. Det vil si at i dette utvalget er det en overvekt av instrumentelt syn på algebra. Elevene verbaliserer i en eller annen form i intervjuet at algebra er bare masse regler man må huske, og ofte kommer de ikke frem til det svaret de ønsker, fordi de sier at de ikke husker spesifikke fremgangsmåter. De sier også at de føler at når reglene fungerer, er helt vilkårlig. Gutt 1 verbaliserer dette som er en vanlig måte å beskrive instrumentelt syn på algebra:

G1: Det som er, de har jo teller og nevner og noen ganger er det litt vanskelig å se forskjell på en måte, av liksom. Si hvis man skal forkorte skal vi, hvilken er det man skal forkorte? Teller eller er det nevner. Det er bare sånn plutselig, man vet aldri.

Dette er et eksempel på at eleven synes at oppgaven er utfordrende, fordi han ikke vet hvordan man skal angripe den. Han synes også oppgaven er vanskelig, fordi han ikke vet når han skal gjøre hva og dermed virker det ganske vilkårlig. Elevene forteller også at ofte har de glemt regler, og vet ikke helt hva som er sammenhengen eller hvorfor regelen fungerer. Jente 1 og 3 snakker om dette:

J1: Ja det var noe sånn der regel at hvis det er negativt så blir det positivt og så, så [...] som jeg har glemt, det var litt lengde siden jeg hadde algebra.

I: Ja, for hvorfor gjorde du det, hvorfor tenker du at de var den?

J3: Fordi jeg har lært det hehe.

I: Ja

J3: Og det er jo ikke alltid at jeg forstår hvorfor det er sånn, men jeg har lært til å se at det fungerer.

I: Okey så når du sier at du har lært det, så er det på en måte en regel eller?

J3: Ja

I: Ja

J3: Det vil jeg ha sagt, det er nok noe logisk forklaring bak, men det har jeg glemt.

I: Så fungerer på en måte regelen bestandig eller er det noen ganger at den svikter på en måte?

J3: Jeg, den fungerer alltid, men det er litt fordi nå, fordi man alltid kan finne en felles nevner hvis man ganger de to nevnerne med hverandre. Men for at nevneren kan jo ikke bare ganges uten videre, man må også da gange telleren med det samme som man ganger nevneren med. Nå skjønnte jeg hvorfor vi gjorde det! Haha.

Et annet moment med instrumentelt syn på algebra er at elevene kan være opptatt av at svaret på oppgaven er riktig. Jente 2 ønsket jevnlig feedback i oppgaveløsningen:

J2: Er det riktig? Det er riktig?

(...)

J2: Gjør det noe om det er feil?

(...)

J2: Så det er riktig?

### **4.1.3 Oppfattet kompetanse i algebra**

Halvparten av informantene hadde høy oppfattet kompetanse i algebra, mens den andre halvparten hadde lav oppfattet kompetanse. Jente 2 og 3 hadde høy oppfattet kompetanse, og de fant mestring, motivasjon og glede selv om de måtte jobbe med litt utfordrende oppgaver:

J2: Og da er det ekstra gøy når man får det til da, hvis man ikke får det til så er det dårlig fag.

I: Okey så, litt av motivasjonen din er fordi du synes matematikk er morsomt.

J2: Mhm det er gøy når man forstår det og.

(...)

I: Så algebra har du mestret på en måte fra starten?

J2: Ja, jeg føler i alle fall det.

I: Okey

J2: At jeg får til det ganske lett.

I: Ja hva tror du som gjør at du har på en måte mestret det fra starten?

J2: Jeg tror det er bare fordi jeg har på en måte tatt det ganske lett, at jeg liksom valgte bare, jeg tok det, det gikk liksom inn i hodet liksom. Jeg skjønnte det fort.

I: Ja

J2: Så synes jeg bare at var gøy, og da gjorde jeg det oftere ikke sant, og så har vi hatt mye sånn lekser og sånt med algebra, så er det liksom bare, da har på en måte blitt mye lettere hvis man, så vi har gjort så mye da.

Jente 2 har en forventning om at hun skal mestre og ha det gøy, fordi hun har erfaringer med det fra tidligere. Dette snakker også Jente 3 om, at øving, prøving og feiling har gitt uttelling:

J3: Det varierer litt på fra oppgave til oppgave, noen fikk jeg litt mestringsfølelse av og så synes det var litt gøy å holde på med.

(...)

(...) J3: Og så fikk jeg jo til 5 b) som også var ganske greit, så fikk jeg litt mestringsfølelse når jeg skjønnte at man måtte finne kvadratroten av 3 for å løse oppgaven.

I: Mhm, så hva tenker du kan være en årsak til at du får mestringsfølelse av enkelte typer oppgaver?

J3: Det er vel noe jeg har slitt med tidligere, og så har jeg øvd og øvd og øvd og ser at jeg får det jo til, hvis jeg prøver haha.

I: Okey, så hvis du prøver hva legger du i det?

J3: At man holder på med oppgaven med beste evne. Og forsøker å løse den, og så er det jo. Mestringsfølelsen kommer jo av at jeg klarer det selv, og at man ikke har behov for å spørre andre.

(...)

(...) J3: selv om jeg ikke er best i det, så føler jeg at det finnes jo både oppgaver som er relativt enkle som jeg får til og sånn, og så får jeg noen som utfordrer meg litt for så vidt.

Jente 1 og Gutt 1 hadde lav oppfattet kompetanse til algebra. Jente 1 fremsto som at hun snakket seg selv ned i noen situasjoner når oppgaven ble vanskelig. Hun begrunner at hun ikke klarer det med tidligere erfaring:

J1: Men når det er sånn der veldig vanskelig greier som algebra, noen, noen på en måte som, som sånn småting i algebra gjør meg så confused, det er derfor jeg ikke klarer det.

(...)

J1: Ja det liksom, det confusing greier med bokstaver, jeg klarer ikke sånt.

(...)

J1: Det, jeg vet virkelig ikke, det her er for vanskelig.

Gutt 1 svarer ofte at han ikke vet hvordan man skal løse oppgaven, og at han tenker at algebra ikke er sin sterkeste side og derfor forventer han å ikke alltid mestre:

G1: Hvorfor er det så vanskelig å dele på det på, jeg vet ikke hvorfor.

(...)

G1: Ja har ingen peiling på hvordan man skal gjøre det. Å sjekke at det er riktig.

(...)

I: Også så har vi løst igjennom dem, så hva er din på en måte tanker eller opplevelser etter at du har gjort disse oppgavene?

G1: Jeg føler meg litt dum, haha.

I: Du føler deg litt dum?

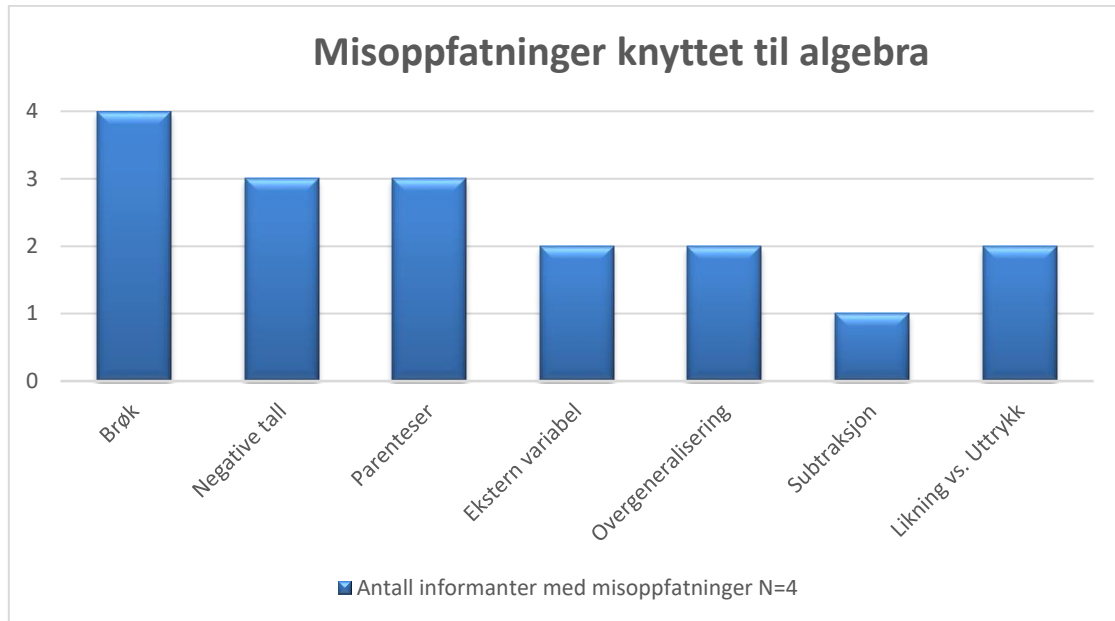
G1: Ja etter de to, men, ja algebra er ikke min sterkeste side så, ja det gir litt mening.

I: Så hva er det som du tenker at du er dum i forhold til de oppgavene.

G1: Jeg burde ha lært dette bedre, eller jeg burde visst det bedre.

## 4.2 Misoppfatninger

Hvilke misoppfatninger er de mest utbredte i utvalget mitt og hvordan kan disse beskrives? I denne delen av resultatene presenteres de sentrale funnene i den abduktive analysen som omhandlet misoppfatninger knyttet til algebra. Først presenteres hovedfunnene i et diagram i Figur 4.2.1, og deretter presenteres hver misoppfatning i samme rekkefølge som presentert i diagrammet. Her trekkes det inn eksempler fra datamaterialet i form av bilder fra elevbesvarelser og utdrag av transkripsjonene, for å illustrere ulike poeng eller beskrivelser av misoppfatningene. I Figur 4.2.1 får vi en oversikt over hvilke av misoppfatningene i algebra som er mest utbredt hos utvalget, og dermed hvilke misoppfatninger som er mest vanlig for elevene i intervjusituasjonen.



Figur 4.2.1: Diagrammet viser en illustrasjon av fordelingen i antall informanter som har fått kodet en gitt type misoppfatning til algebra. Totalt antall informanter er fire.

Figur 4.2.1 tar for seg de syv mest utbredte misoppfatningene knyttet til algebra; brøk, negative tall, parenteser, introduksjon av ekstern variabel, overgeneralisering, subtraksjon, og likning vs. uttrykk. Her ser vi at det er noen misoppfatninger som er mer vanlig i utvalget enn andre. I delkapittel 4.2.1 – 4.2.7 skal vi se nærmere på hver misoppfatning.

## 4.2.1 Brøk

Fra Figur 4.2.1 ser vi at misoppfatninger knyttet til brøk er den mest utbredte formen for misoppfatning i utvalget. Samtlige av informantene (4/4) hadde misoppfatninger knyttet til brøk. Misoppfatninger knyttet til brøk finner vi i Oppgave 4, da dette var en oppgave med en algebraisk likning med brøk, som skulle sjekke for denne typen misoppfatning. Fra intervjuene kom det frem at mange av informantene var usikre på hva de skulle gjøre med brøken. Ofte var de usikre på om de skulle gange eller dele brøken for å forkorte/gjøre brøken enklere. Dette kan vi se eksempel på i et transkripsjonsutdrag for Jente 1. Jente 1 fremsto som usikker på hva hun skulle gjøre på denne oppgaven, selv om hun til slutt kom frem til svaret:

J1: Og så må man, det er ting som noe, jeg tenker sånn man må gange noe med 3, nei vent da, nei kødda, jeg tenkte sånn man må gange noe 3, nei man må gange noe med 3, å nei, man må gange noe med  $x$ 'en, nei man må gange 3 med  $x$ 'en for at det skal bli 21, så jeg tenkte sånn  $3 \cdot 7 = 21$ . Oh my god, så jeg tenkte sånn, så jeg tenkte at svaret

ble  $12/7=36/21$  men jeg vet ikke helt hvordan jeg skal regne det ut på ark. For det var noe jeg tenkte på, det er bare min tanke, det er noe jeg tenker.

I Figur 4.2.1.1. ser vi oppgaveløsningen til Jente 3 av oppgave 4, her ser vi på venstre siden at hun først klarer å se hva  $x$  er uten store problemer, fordi hun ser at teller på venstre siden av likhetstegnet kan ganges med 3 for å få den på høyre siden, og dermed må nevneren være  $3x = 21$  og dermed får 7. Men vi ser konturene av det samme problemet som for Jente 1 på høyre siden, fordi her ble hun utfordret til å løse oppgaven på en annen måte. Her kan det se ut som at Jente 3 prøver å finne en fellesnevner og får en brøk som er mye mer komplisert enn den hun startet med, og får deretter behov for å dele på noe for å få brøken til å bli lettere. Noe som kan oppleves som kontraproduktivt.

Oppgave 4)

$$\frac{12}{x} = \frac{36}{21}$$

$$12 \cdot 3 = 36 \quad \frac{12}{x} \cdot 3 = \frac{36}{3x}$$

$$\frac{36}{3x} = \frac{36}{21}$$

$$x = 7 \quad \frac{36}{3 \cdot 7} = \frac{36}{21} \quad \frac{12 \cdot 3}{3 \cdot 7} = \frac{36}{21} \quad \frac{252}{21x} = \frac{36x}{21x}$$

$$\frac{84}{7x} = \frac{12x}{21x}$$

Figur 4.2.1.1: Oppgave 4 fra elevbesvarelsen til Jente 3. Misoppfatning knyttet til brøk er fremhevet med en blå boks.

Et annet aspekt ved brøk som misoppfatning var at ofte foreslår eleven å halvere brøken eller å gange med 2 (doble). Transkripsjonsutdraget nedenfor, fra intervjuet med Gutt 1, er et eksempel at han foreslår å halvere brøken på høyre siden, men at dette ikke fører til noe:

G1: Går det an med hint?

I: Ja det går an, hvis vi tar og fokuserer kun på høyre side på  $36/21$ , siden det er bare tall.

G1: Ja

I: Er det noe vi kan gjøre med den brøken for at den skal bli enklere for oss? Litt ledene spørsmål da, men haha.

G1: Vi kan kanskje halvere den eller noe. Tenker jeg.



I: Ja kan du vise hvordan du tenker?

G1: Hvis vi deler den på 2 så kan vi, ah det er det man gjør, hvis man liksom deler denne siden så kan man dele andre siden tror jeg. Så hvis man deler den på 2 så blir den 6, og hvis man deler denne siden så, da må man dele på begge tallene. Ja, så kan man få enklere tall, 36 [...] hva er det.

I transkripsjonsutdraget ser vi at Jente 2 foreslår å gange med 2 i hint-eksemplet som ble gitt (se Figur 4.2.1.2 i høyre hjørne). Jente 2 ser at når vi ganger med 2 blir brøken større og hun foreslår å heller forkorte:

I: Okey, ja er det noe vi kan gjøre, igjen ledende spørsmål, men er det noe kan gjøre med den brøken nå? For her ser vi jo også at 3 og 6 er i 3. gangetabellen.

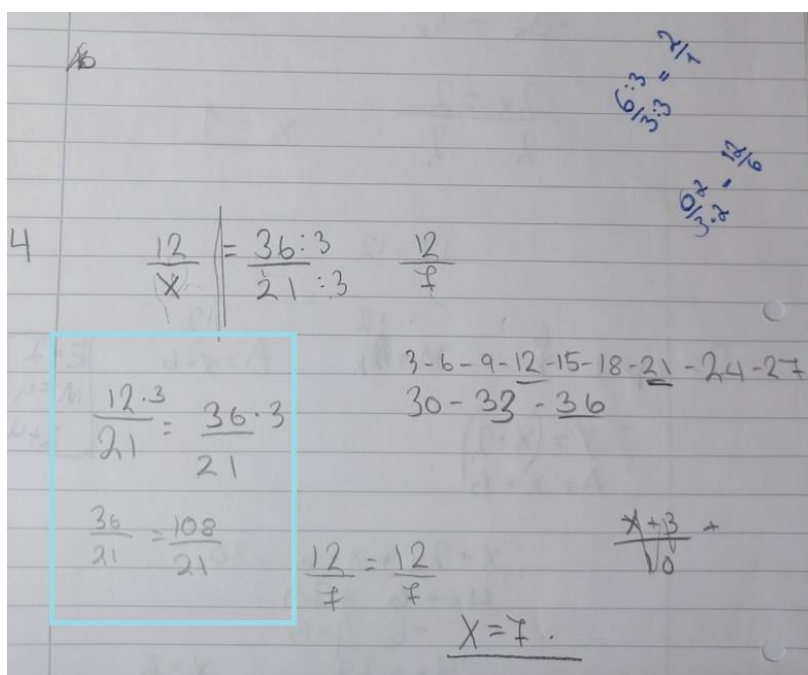
J2: Ja da ganger vi med 2 kanskje? Gange med 2.

I: Okey du vil gange med 2, hvor vil du gange med 2?

J2: På begge

I: Okey hva?

J2: Da blir det 12/6, å! Kanskje forkorte da?



Figur 4.2.1.2: Oppgave 4 fra elevbesvarelsen til Jente 2. Misoppfatning knyttet til brøk er fremhevet med en blå boks.

I Figur 4.2.1.2 i den blå boksen ser vi at Jente 2 demonstrerer det samme problemet som de andre elevene med at hun ganger med 3 og får en større brøk.

## 4.2.2 Negative tall

Nesten alle (3/4) informanter hadde misoppfatninger knyttet til negative tall. Her ser vi at denne misoppfatningen arter seg på flere måter hos elevene. I denne misoppfatningen ser vi eksempler på at elevene gjør feil når de regner med to negative tall. Først ser vi på et eksempel fra Jente 2:

J2: Da er det her bare + og -, så det blir bare  $x^2 - 3x - x$  som er  $-2x$ .

5

$$x(x-3) - (x+4) + 7$$
$$x^2 - 3x + x - 4 + 7$$
$$x^2 - 2x + 3$$
$$x \cdot x - 3x - x - 4 + 7$$
$$x^2 - 4x + 3$$

$-1-3 = -4$

$- - = *$

Figur 4.2.2.1: Oppgave 5 a) fra elevbesvarelsen til Jente 2. Misoppfatning knyttet til negative tall er fremhevet med en blå boks.

I Figur 4.2.2.1 og fra elevsitatet ser vi et eksempel at Jente 2 har regnet ut uttrykket uten å ta hensyn til det negative fortegnet til  $-x$ . Det kan se ut som om hun behandler  $-x$  som å legge til en  $x$  til  $-3x$  (selv om  $x$ 'en er negativ). For at svaret skulle bli  $-2x$ , slik som Jente 2 foreslår, måtte uttrykket vært  $-3x + x$ , og vi ser at eleven muligens ikke har forstått at når begge leddene er negative går svaret i mer negativ retning slik som i tilfellet  $3x + x = 4x$ . Alternativt kan Jente 2 ha ignorert det negative fortegnet foran  $-3x$ , og regnet leddene som  $3x - x$  og deretter lagt til fortegnet i neste linje. Det samme problemet ser vi i tekstutdraget nedenfor og i Figur 4.2.2.2:

J3: Jeg fikk jo  $-2$  fra å ta  $x - 3x$  fordi jeg kan ikke fjerne disse to, fordi de er ikke på en måte på samme måte, like, de er ikke like så da kan jeg jo ikke, på en måte minus og plusse sånn på hverandre, så jeg må heller ta denne. Som er  $2x$  på grunn av da tar jeg  $x - 3x$ , så får jeg  $2x$  og så tar jeg bare resten av stykket som er minus  $-11$  fordi da tar vi jo minus  $4 + 7$ , nei da blir det  $-4 - 7$  blir det egentlig.  $-4 - 7$ .

Oppgave 5)

a)

$$(x(x-3)) - (x+4) + 7 = x^2 - 4x + 3$$

$$x^2 - 3x - x + 4 + 7$$

$$x^2 - 2x + 11 \quad x^2 - 2x - 4 + 7$$

$$2^2 - 2 \cdot 2 + 11 \quad \frac{x^2 - 2x + 11}{x^2 - 2x - 11}$$

$$4 - 4 + 11 \quad x = 2 \quad 2^2 - 2 \cdot 2 - 11$$

$$-11 \quad 4 - 4 - 11 = -11$$

$$2(2-3) - (2+4) + 7 \quad x^2 - 4x + 3$$

$$-2 - 6 + 7 \quad 4 - 8 + 3 = -1$$

$$-2 - 6 + 7 \quad -8 + 7 = -1$$

Figur 4.2.2.2: Oppgave 5 a) fra elevbesvarelsen til Jente 3. Misoppfatning knyttet til negative tall er fremhevet med en blå boks.

Et annet aspekt ved denne misoppfatningen er at det kan se ut som om Jente 1 i Figur 4.2.2.3 ignorerer/glemmer det negative fortegnet foran  $-3x$  fra første linje til andre, og får  $3x + 7x$  til å bli  $10x$ . Det kan se ut som om hun ikke tar med det negative fortegnet til  $3x$ , og dermed behandler leddene som positive.

- oppgave 1

a)

$$2x - 3x + 7x + 5$$

$$3x + 7x = 10x$$

$$2x - 10x = 8x$$

$$2x - 3x = x$$

$$x + 7x = 8x$$

$$= 8x + 5$$

Figur 4.2.2.3: Oppgave 1 fra elevbesvarelsen til Jente 1. Misoppfatning knyttet til negative tall er fremhevet med en blå boks.

### 4.2.3 Parenteser

Nesten alle (3/4) informanter hadde misoppfatninger knyttet til parenteser i algebra. Denne misoppfatningen går for det første ut på at elevene hadde bare én måte å regne parenteser på. Elevene var mest vant til å først legge sammen tallene for så løse opp parentesen. For eksempel:  $-(2 + 5) = -(7) = -7$ . Dermed møtte de på problemer når de skulle bruke denne

løsningsmetoden med  $-(x + 4)$ , siden de ikke kunne legge sammen  $x$ 'en og tallet. Fra intervjuene kom det frem at de slet veldig med  $-(x + 4)$  i Oppgave 5 a). I de fleste tilfelle regnet de ut at dette ble  $-x + 4$ . Dette kan komme av at elevene ikke tenker at parenteser har en funksjon, eller at fortegnet ikke påvirker når man løser opp parenteser. I Figur 4.2.3.1 ser vi dette i Jente 3 sin oppgaveløsning:

Oppgave 5)

a)

$$\cancel{x(x+3)} - (x+4) + 7 = x^2 - 4x + 3$$

$$-x + 4 + 7$$

$$x^2 - 3x - x + 4 + 7$$

$$x^2 - 2x + 11 \quad x^2 - 2x - 4 + 7$$

$$2^2 - 2 \cdot 2 + 11 \quad x^2 - 2x + 3$$

$$4 - 4 + 11 \quad x = 2 \quad 2^2 - 2 \cdot 2 - 11$$

$$-11 \quad 4 - 4 - 11 = -11$$

$$2(2-3) - (2+4) + 7 \quad x^2 - 4x + 3$$

$$\cancel{2(2-3)} \quad 4 - 8 + 3 = -1$$

$$2(-1) - (6) + 7$$

$$-2 - 6 + 7 \quad -8 + 7 = -1$$

Figur 4.2.3.1: Oppgave 5 a) fra elevbesvarelsen til Jente 3. Misoppfatning knyttet til parenteser er fremhevet med en blå boks.

Jente 3 begrunner denne delen av oppgaveløsningen slik:

J3: Ja for her kan man egentlig bare skrive  $-x + 4 + 7$ . Vi kan ta vekk parenteser på grunn at det ikke er noe, parenteser gjør ikke noe forskjell.

Jente 1 mener, når det ble gitt hint (se høyre hjørne i Figur 4.2.3.2), at det negative fortegnet forsvinner når man løser opp parenteser:

I: Hva skjer med 5'ern når den er inne i parenteser?

J1: Jeg har en følelse av at når man løser opp parenteser så, på en måte, når parenteser kaster seg bort så blir minusen med.

I: Okey så da mener du at da blir det, for å løse opp parenteser så blir det minus med?

J1: Nei nei nei jeg tror minusen går bort i det, går bort, bare at det er 5.

I: Okey hvorfor tenker du det?

J1: Jeg vet ikke, men jeg bare tenker det fordi jeg føler at minusen blir med parenteser vekk.

I: Okey så du mener at når man løser opp en parentes så forsvinner også minusen?

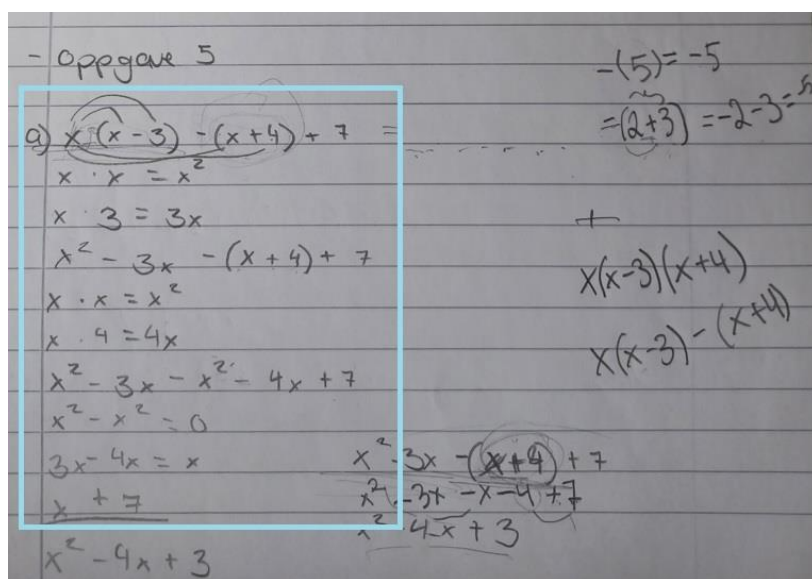
J1: Mhm

For det andre handlet denne misoppfatningen om at det kunne se ut som noen av elevene var usikre på hva forskjellen på  $x(x-3)(x+4)$  og  $x(x-3) - (x+4)$  var. I Figur 4.2.3.2 og i tekstutdraget ser vi eksempel på at eleven er usikker på notasjonsforskjellen på  $x(x-3)(x+4)$  og  $x(x-3) - (x+4)$ .

J1: Jeg ganget  $x$  med de her fordi det er ikke noe plusstegn eller noe her som kan få meg til å gange det med andre ledd tror jeg. Så jeg tror det blir  $x^2 - 3x$  og så har vi de her da  $-x + 4 + 7$ , men det her vet jeg ikke hva jeg skal gjøre med. Jeg tror man skal gange  $x$  med disse også. Men jeg vet ikke.

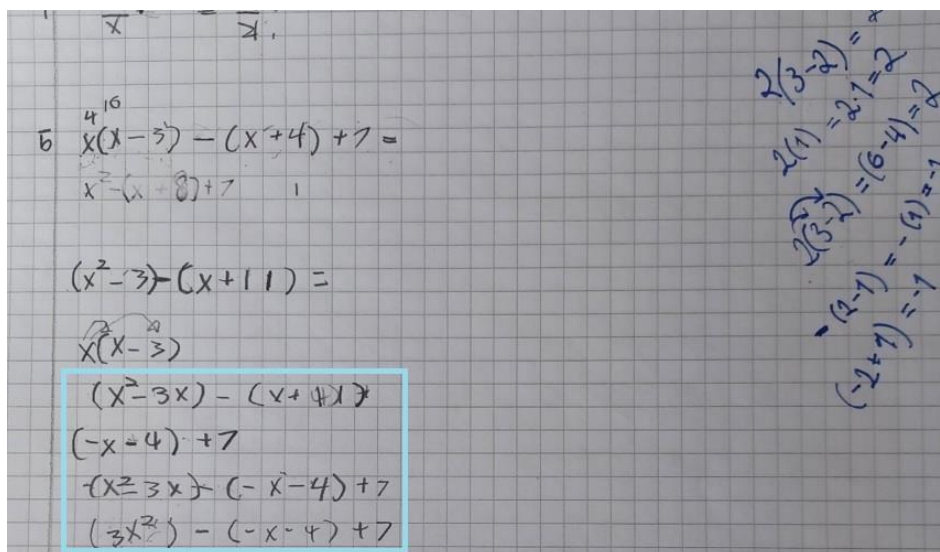
(...)

J1: Så jeg er ganske confused men jeg gjør det jeg. Jeg gjør det jeg,  $-4x - 7$  og så da kan jeg jo trekke de her sammen, men så ser jeg at det ender opp med at  $x^2$  og så blir de borte, blir det ikke? For man skal jo ta  $x^2 - x^2$  skal vi ikke? Fordi de her på en måte i familie.



Figur 4.2.3.2: Oppgave 5 a) fra elevbesvarelsen til Jente 1. På venstre side ser vi elevens løsningsforslag, og på høyre side ser vi hint som ble gitt i form av et konkret eksempel. Misoppfatning knyttet til parenteser er fremhevet med en blå boks.

For det tredje kan det se ut som misoppfatningen går ut på at de i tillegg til å være usikre på multiplikasjonen av  $x$  med parentesene, også kan se ut til å bli usikre på hvilke ledd som kan trekkes sammen. I Figur 4.2.3.3 ser vi Gutt 1 trekker sammen  $x^2 - 3x$  til  $3x^2$ .



Figur 4.2.3.3: Oppgave 5 a) fra elevbesvarelsen til Gutt 1. På venstre side ser vi elevens løsningsforslag, og på høyre side ser vi hint som ble gitt i form av et konkret eksempel. Misoppfatning knyttet til parenteser er fremhevet med en blå boks.

I utdraget nedenfor kan det se ut som Gutt 1 usikker på forskjellen på  $x$  og  $x^2$  og dermed legger dem sammen:

I: Er det noe som er i samme familie? Man bruker jo gjerne den metaforen, i samme familie når man skal legge sammen ulike algebrauttrykk, kan vi gjøre det?

G1: Det to blir 3 tror jeg, men jeg vet ikke helt hva annet.

I: Kan vi legge  $x^2$  sammen med noen?

G1: Åja,  $x^2$  [...],  $x^2$ , hvordan skal man, ja 3, det er komplisert.

I: For i stedet så la vi jo bare sammen enkle  $x$ 'er.

G1: Så går det an med  $3x^2$ ? Det blir i alle fall for mye.

I: Nei for hva gjorde du der?

G1: Jeg prøvde å sette de sammen i de her men, det bare føles ut som om det blir for mye.

I: Okey, hvorfor tenker du at det blir for mye?

G1: Fordi først så skal man gange  $x$ , 3 ganger og så skal man legge det, ganger seg selv igjen.

I: Mhm

G1: Det blir veldig mye ganging.

I: Det blir veldig mye ganging haha.

G1: Men kanskje det er riktig? Er ikke sikker, men det kan være.

I: For hva er forskjellen på enkel  $x$  og  $x^2$ ?

G1: Enkel  $x$  og  $x^2$ ?  $x^2$  er mye større i alle fall. Hvert fall hvis man er  $2x$  og  $x^2$  større fordi den er ganget med seg selv.

#### 4.2.4 Introduksjon av en ekstern variabel

Halvparten av informantene introduserte en ekstern variabel i Oppgave 2. Denne misoppfatningen handler om at elever introduserer en ekstern eller en «irrelevant» variabel i oppgaveløsningen. De elevene som introduserte eksterne variabler brukte i tillegg til  $x$ , for eksempel  $y$  og  $z$ . Dette fører ofte til at elevene blir forvirret av sin egen notasjon og ble usikker på hvilke variabler som beskrev det oppgaven spurte etter. I Oppgave 2 hvor dette skjedde var oppgaven å skrive et uttrykk som beskrev summen av bøkene til tre venner med hensyn på  $x$  som variabel/ukjent. Jente 2 sitt utsagn viser et eksempel der hun introduserer  $Y$  for en av størrelsene, selv om spørsmålet er med hensyn på  $x$ , og hun i samme avsnitt blir forvirret av at hun må håndtere både  $X$  og  $Y$ :

J2: Mohammed har, vi kan si at Mohammed har  $Y$  da, og så har Albin,  $A$  da. Og så har Albin, har 6 flere bøker enn Lena, også hvis Lena  $x$  antall bøker. Da har jo, da har jo Mohammed som er  $Y$ , som han må ha dobbelt så mange som Lena, hvis Lena er  $Y$ , så blir det.

For Gutt 1 er dette også tilfellet, her introduserer han  $X$ ,  $Y$  og  $Z$  som variabler og blander variabler i definisjonen av størrelser. Til slutt ser vi at uttrykket vi skal komme frem til inneholder både  $X$  og  $Y$ :

(...) G1: Jeg skriver det sånn som har, så kan man skrive  $2x$  er lik,  $2x =$  denne som er  $Y$ .  $2x = Y$ , og så kan man skrive Albin har [...]. Albin har 6 flere bøker enn, det betyr, nei,  $Y + 6 = Z$ , tror jeg, eller noe sånt som er Lena, Albin. Også.

(...)

G1: Ah! Til sammen er jo det,  $2x + Y + Y + 6$  tror jeg, kan gjøre.

(...)

I: Så hva er på en måte, hvis vi kan uttrykke alle ved hjelp av  $x$ , hvor mange  $x$  antall bøker har Lena?

G1: Åja, hvis Lena har på en måte 6 bøker, så har den 3 bøker, én  $x$  er 3 bøker, som betyr, det er på en måte  $3Y + 6$ , hvis jeg ikke tar, hvis jeg har riktig, så. Kanskje vi kan skrive det  $3Y = + 6$ , så hvis en bok er 6 på en måte så blir det  $6*3, 18 + 6$ , what the haha.

(...)

I: Okey for hva er det du har, her har du skrevet  $3Y$ , hva er det for noe?

G1: Det er antall bøker, én  $Y$  er antall bøker Lena har, så, og siden Mohammed har, ah. Jeg så at jeg regnet feil.

I: Okey hva tenker du på da?

G1: Den der er vært to av den. Ja, 1 2 3 4 tror jeg.  $4Y + 6$ .

I: Okey, ja, så hva har vi funnet ut nå?

G1: At, ja, Lena sine bøker er vært så mye på en måte, tror jeg. Okey, og at  $x$ 'en er jo dobbelt så mange så det betyr at det er  $Y + Y + Y, Y + Y + Y + Y$  som er  $4Y + 6$  fordi Albin hadde 6 flere bøker enn Lena. Så det er uttrykket.

Etter prøving og feiling, og litt veiledning, forstår Gutt 1 hva oppgaven spør om, og ser at han har regnet feil og kommer frem til riktig uttrykk, men bruker  $Y$  som variabel i stedet for  $X$ .

#### 4.2.5 Overgeneralisering

Halvparten av informantene hadde misoppfatning knyttet til overgeneralisering. Denne overgeneraliseringen gikk ut på at elevene prøvde å benytte seg av regneregler eller algebraiske regler på situasjoner der reglene ikke gjelder eller passer. Jente 2 blander inn fortegnsreglene i et vanlig algebraisk uttrykk der det ikke skjer multiplikasjon eller divisjon, men addisjon og subtraksjon:

J2: Så da blir det  $- 3x - x$  altså  $-$  og  $-$  blir  $+$  så da er det egentlig  $3x + x$  så da blir det  $4x$ , så det blir  $x^2 + 4x + 3$ .

I: Hvor fikk du plussen i fra?

J2: Fordi det blir jo, når jeg sa at det var  $-$  og  $-$  blir jo  $+$ , så hvis vi har,  $- 3x$  og så skal man  $- x$ . Nå ble jeg litt sånn confused her. Det blir kanskje minus? Jeg trodde i alle fall



det var fordi  $-3x - x$  det blir, de - og - gir liksom et +, blir liksom et + tegn så jeg tenkte at det [...]

I Oppgave 4 prøvde Gutt 1 å bruke «flytte-bytte» regelen på brøkleddene for å gjøre likningen enklere, og som han selv sier:

G1: Ja, jeg har liksom tatt minus på begge sider med 12 men.

(...)

I: For hva er det du tenker at du gjør nå?

G1: Som jeg gjorde med de andre, som tar minus det tallet og det tallet og det tallet, men det funker ikke så de har ikke like verdier.

I: Nei

G1: Og det er det som blir litt forvirrende.

I: Ja

G1: Så nå vet jeg at jeg ikke kan gjøre det, som har liksom reddet meg alle de andre oppgavene jeg har hatt så langt. (...)

Han prøver å bruke denne regelen, fordi den har «reddet meg alle de andre oppgavene jeg har hatt så langt» som kan tyde på at Gutt 1 har overgeneralisert denne regneregelen.

#### **4.2.6 Subtraksjon**

Bare én av informantene hadde misoppfatninger knyttet til subtraksjon. Denne misoppfatningen gikk ut på at elevene viste eksempler på at de ikke helt har forstått regneoperasjonen subtraksjon. Her ser vi at misoppfatningen arter seg slik at eleven utfører subtraksjonen, men det ser ut som at eleven tenkte at leddene byttet plass. La oss se på for eksempel Jente 1 sin besvarelse av Oppgave 1 a):

J1: Okey så jeg tok bare  $2x - 3x$  og det er jo, det er  $x$

- oppgave 1

a)  $2x - 3x + 7x + 5$   
 $3x + 7x = 10x$   
 $2x - 10x = 8x$   
 $2x - 3x = x$   
 $x + 7x = 8x$   
 $= 8x + 5$

Figur 4.2.6.1: Oppgave 1 a) fra elevbesvarelsen til Jente 1. Misoppfatning knyttet til subtraksjon er fremhevet med en blå boks.

Figur 4.2.6.1 viser et eksempel fra elevbesvarelsen til Jente 1 der hun demonstrerer at hun ikke helt har skjønnet prinsippet bak subtraksjon, og får i  $2x - 10x = 8x$ , og får i  $2x - 3x = x$  som fører til følgefeil som gjør at  $x$ -leddet blir feil. Det kan se ut som hun har utført subtraksjonen som  $10x - 2x = 8x$  og  $3x - 2x = x$ . Dermed kan det se ut som hun har problemer med subtraksjon når man tar et mindre tall og subtraherer et større tall for så å få et negativt tall.

#### 4.2.7 Likning vs. Uttrykk

Halvparten av informantene hadde misoppfatning knyttet til likning vs. uttrykk. Denne misoppfatningen gikk ut på at elevene hadde problemer eller var usikre med å vite forskjellen på et algebraisk uttrykk og en algebraisk likning. Det etableres underveis i intervjuet med Jente 2 at hun ikke helt vet forskjellen på et algebraisk uttrykk og en likning, og at dette skapte problemer i oppgaveløsningen særlig i Oppgave 2:

I: For ikke sant, oppgaven spør etter hvilket uttrykk viser hvor mange bøker de alle tre har til sammen.

J2: Hvilket uttrykk liksom?

I: Ja, så oppgaven spør ikke etter hva  $x$  er, men hvilket uttrykk.

J2: Hvilket uttrykk, likning da?

I: Hehe, hva tenker du på likning, du sa

J2: Er ikke uttrykk, er ikke likning et uttrykk?

I: Hva er forskjell på en likning og et uttrykk?

J2: Jeg vet ikke hva et uttrykk er, hvordan, hvordan, hva er et uttrykk da?

I: For, for i sted så forklarte du hva en likning var.

J2: Ja

I: Ja, hva er da et uttrykk i forhold til en likning?

J2: Hva er et uttrykk? Jeg vet ikke.

(...)

J2: Kan jeg, at jeg liksom lager en, en typ likning da, der jeg plusser sammen det liksom?

I: Typ likning hva tenker du på, typ likning, hehe, hva.

J2: At det liksom blir, at det liksom blir hvis man skal plusse det sammen så blir det jo  $x + 2x + x + 6$  da blir det en typ likning.

I tillegg kan det se ut som de sliter med å forstå forskjellen på hva et tall er og hva en  $x$  er. Jente 1 illustrerer i utdraget nedenfor at det kan se ut som hun er usikker på hva som er forskjellen på  $3x$  og  $9$  når hun foreslår  $3$  (Oppgave 1 b)):

I: Ja okey ja, hva synes du er vanskelig?

J1: Selve likningen, fordi jeg, jeg pleier, jeg, jeg tror jeg pleide å ta lettere likninger når jeg pleide å jobbe med de i timen, men det her var noe annet. Jeg er veldig, jeg er stuck.

I: Okey ja, for her står det jo pluss imellom for eksempel  $3x + 9$ .

J1: Mhm

I: Kan vi legge de sammen?

J1: Legge de sammen? Legge de sammen? Er ikke  $x$   $3$  her? Nei vent da, fordi  $3$  ganger  $3$  er  $9$ , nei jeg vet ikke.

I: Nei okey så, jeg driver bare og forvirrer deg egentlig?

J1: Ja, jeg skjønnte ikke.

I: Nei jeg spurte bare fordi på en måte er det forskjell på  $3x$  og  $9$ 'ern?

J1:  $3!$

I: Det er forskjell på  $3$  ja.

J1: Jeg vet ikke.

I: Okey ja, hva tenker du?

J1: Det eneste jeg kommer på var at vi, man tar jo  $3$  ganger  $3$  for at det blir  $9$  men jeg tror ikke det er helt riktig fordi det her skal være helt det samme som det her.

### 4.3 Oppsummering av funn

I resultatdelen er hovedfunnene knyttet til holdninger og misoppfatninger til algebra:

Jente 2 og 3 hadde en positiv holdning til algebra, mens Jente 1 og Gutt 1 hadde en negativ holdning. Alle informantene hadde instrumentelt syn på algebra. Tre informanter hadde positivt emosjonell dimensjon mens én hadde negativ. Halvparten hadde høy oppfattet kompetanse og den andre halvparten hadde lav oppfattet kompetanse.

Brøk var den aller mest utbredte misoppfatningen og var til stede hos alle informantene. Negative tall og parenteser var de nest mest utbredte. Ekstern variabel, overgeneraliser og likning vs. uttrykk fantes i hver i halvparten av informantene, mens misoppfatning til subtraksjon fantes bare i én og dermed minst utbredt.

## 5 Diskusjon

I denne oppgaven har elevers misoppfatninger og holdninger med tanke på algebra blitt undersøkt gjennom problemstillingen; *Hvilke misoppfatninger har elever på middels nivå på ungdomsskolen i algebra, og hvordan påvirker holdningene til algebra deres arbeid?*

I dette kapittelet vil noen sentrale funn fra kapittel 4 bli diskutert i lys av teori og tidligere forskning fra kapittel 2. Denne delen av oppgaven har til hensikt å prøve å svare på problemstillingen, og prøve å si noe om hva disse funnene kan bety med bakgrunn i teorikapittelet. Først vil funn knyttet til holdninger og hva dette har å si for elevenes arbeid bli diskutert. Deretter blir misoppfatninger knyttet til algebra diskutert med tanke på hva disse har å si for elevene. Instrumentelt syn på algebra er en del av elevenes holdningsprofil, men siden alle elevene hadde dette synet på algebra, vil instrumentelt syn bli diskutert i et eget avsnitt i diskusjonen.

### 5.1 Holdninger til algebra, hva skjer med elevenes arbeid med oppgavene?

Den ene delen av problemstillingen i denne studien er: *hvordan påvirker holdningene til algebra deres arbeid?* I resultatdelen 4.1 ser vi at elevene har ulike holdningsprofiler der Jente 2 og 3 har samme holdningsprofil som er ansett positiv, mens Jente 1 og Gutt 1 har én dimensjon som skiller dem, men de har begge en negativ holdningsprofil med tanke på algebra. Det første jeg vil trekke frem er at det kan se ut som at elevene jobber ulikt med algebraoppgavene ut ifra ulike aspekter som kom frem i intervjuene.

I resultatdelen ser vi at Jente 2 og 3 er de eneste som har fått kodet for *positiv* emosjonell dimensjon og *høy* oppfattet kompetanse, og at dette stikker seg ut også i selve oppgaveløsningen i intervjuet. Begge disse jentene klarer å løse oppgavene relativt jevnt, med unntak av noen humper underveis som er i form av misoppfatninger knyttet til spesifikke deler av oppgaveløsningen. Begge disse informantene er åpne for hint når de står fast, og ofte klarer de å overføre denne forståelsen fra eksemplene (hint) til de oppgavene de gjør i selve intervjuet. Dette synes jeg er meget interessant siden Jente 1 og Gutt 1 ikke i like stor grad klarte å ta hintene til seg og klare oppgavene videre. Dette kan ha med måten jeg ga hint på,

hvilke hint jeg ga, og hvor konkrete disse var strukturert. I det første intervjuet, som var med Jente 1, merket jeg at hintene mine var noe vage, og noen var kanskje litt ledende. Dermed kan dette være en årsak til at Jente 1 ikke tok hintene like godt som Jente 2 og 3, siden da hadde jeg som forsker bare hatt litt trening i å intervju og initiere hint underveis på en god måte (Golden, 2000, s. 542; Maher & Sigley, 2020, s. 821). Men samtidig får vi den samme situasjonen med Gutt 1, der han ikke tar hintene like godt som Jente 2 og 3, til tross for at intervju med Gutt 1 var det siste i datainnsamlingen. Slik at det kan tenkes at det er andre aspekter som påvirker om de er mer eller mindre åpne for hjelp, og om de klarer algebraoppgavene.

Det kan hende at oppgavene og hintene jeg gav var utenfor elevenes proksimale utviklingszone og dermed var oppgavene en for stor utfordring selv med hjelp, og at hintene ikke var tilstrekkelige til hjelp (Wright, 2018, s. 124; Bakker et al., 2015, s. 1048). Likevel er det kompetanser knyttet til algebra fra Fagfornyelsen som vi forventer at elevene har i noen grad tilegnet seg etter 8. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Kompetansemålene viser at oppgavene som ble gitt i de oppgavebaserte intervjuene ikke går utenfor de kompetanseområdene som lærerplanen fastsetter, men vi kan forvente at de er utfordrende for noen av elevene. Men at man også vil forvente at elevene kan klare oppgavene ved hjelp av hint (Wright, 2018, s. 124; Bakker et al., 2015, s. 1048). Hintene som var konkrete, enkle eller som hadde en hverdagslig kontekst responderte elevene generelt bedre på enn de mer vage hintene. Og dette kan også ha påvirket hvordan elevene responderte på hintene. Etter å ha gjort rede for aspekter som kan ha påvirket i forskningssammenheng, ønsker jeg i neste del å ta for meg emosjonell dimensjon og oppfattetkompetanse for å se på hvordan dette påvirker elevenes arbeid.

Emosjonell dimensjon og oppfattet kompetanse er to av dimensjonene som inngår i holdningene som elevene besitter. Vi ser i Figur 4.1.1 at elevene har litt forskjellig sammensetning av disse dimensjonene, og hvordan de gjør det i de oppgavebaserte intervjuene. Jente 2 og 3 har *positiv* emosjonell dimensjon og *høy* oppfattet kompetanse, og de har i større grad tålmodighet og utholdenhet for å løse oppgavene når det blir utfordrende enn det vi ser for Jente 1 og Gutt 1. Jente 1 har *positiv* emosjonell dimensjon og *lav* oppfattet kompetanse og Gutt 1 har *negativ* emosjonell dimensjon og *lav* oppfattet kompetanse. Jente 1 og Gutt 1 gir lettere opp underveis i oppgaveløsningen, og de har større problemer med å sette i gang med en oppgave. Dette er nok ikke rart da mestringsforventning påvirker om de tror de

kan klare de oppgavene som de får presentert i intervjuet (Skaalvik & Skaalvik, 2019, s. 122). Mestringsforventning kan påvirke hvordan de tilnærmer seg oppgavene, og om man er mer eller mindre lystne på å ta utfordringen. Det kan hende at Jente 1 og Gutt 1 har møtt på gjentatte nederlag i arbeid med algebra i tidligere undervisning, og at de gjentatte ganger ikke har følt mestring. Det å ikke føle mestring kan føre til et negativt syn på faget og da særlig på algebra, og dette kan i prinsippet føre til en gjennomgående negativ holdning, og en forventning om å ikke mestre fordi oppgavene oppleves som vanskelige og dette kan skape en passivitet og motstand (Norton & Irvin, 2007, s. 562). Det kan hende de opplevde at matematikk ble vanskelig da de ble introdusert for algebra da de gikk fra barneskolen til ungdomsskolen slik som Røykenes (2015) fant i sin studie. Med bakgrunn i tidligere erfaringer og opplevelser kan holdninger fungere som et tolkningsfilter som legger føringer for elevers tanker og valg knyttet til handlinger og oppgaveløsning, og det kan se ut som at det gjelder her (Norton & Irvin, 2007, s. 562; Evang, 2020, s. 291). Fra ulike utsagn som Jente 1 og Gutt 1 kommer med kan det se ut som om deres tidligere erfaringer og mestringsforventning legger føringer for hva de gjør i oppgaveløsningen, for eksempel det kan se ut som Jente 1 forventer at algebra er vanskelig, og derfor klarer hun det ikke:

J1: Men når det er sånn der veldig vanskelig greier som algebra, noen, noen på en måte som, som sånn småting i algebra gjør meg så confused, det er derfor jeg ikke klarer det.

I utdraget har Gutt 1 tidligere erfaring med å ikke være sterk i algebra, og dermed gav det mening for ham at oppgaveløsningen ikke gikk så bra:

I: Også så har vi løst igjennom dem, så hva er din på en måte tanker eller opplevelser etter at du har gjort disse oppgavene?

G1: Jeg føler meg litt dum, haha.

I: Du føler deg litt dum?

G1: Ja etter de to, men, ja algebra er ikke min sterkeste side så, ja det gir litt mening.

I: Så hva er det som du tenker at du er dum i forhold til de oppgavene.

G1: Jeg burde ha lært dette bedre, eller jeg burde visst det bedre.

Samtidig ser vi at Jente 2 og 3 forventer å få til oppgavene selv om de gjør feil underveis, og at det tar tid, siden de fra tidligere har erfart at det gir gevinst å øve seg:

(...) J3: Og så fikk jeg jo til 5 b) som også var ganske greit, så fikk jeg litt mestringsfølelse når jeg skjønnte at man måtte finne kvadratroten av 3 for å løse oppgaven.

I: Mhm, så hva tenker du kan være en årsak til at du får mestringsfølelse av enkelte typer oppgaver?

J3: Det er vel noe jeg har slitt med tidligere, og så har jeg øvd og øvd og øvd og ser at jeg får det jo til, hvis jeg prøver haha.

I: Okey, så hvis du prøver hva legger du i det?

J3: At man holder på med oppgaven med beste evne. Og forsøker å løse den, og så er det jo. Mestringsfølelsen kommer jo av at jeg klarer det selv, og at man ikke har behov for å spørre andre.

J2: Så synes jeg bare at var gøy, og da gjorde jeg det oftere ikke sant, og så har vi hatt mye sånn lekser og sånt med algebra, så er det liksom bare, da har på en måte blitt mye lettere hvis man, så vi har gjort så mye da.

Det er viktig å poengtere i kontekst av dette at alle elever burde få en sjanse til å mestre noe når det gjelder algebra. Å akseptere nederlag gang på gang kan være ødeleggende for den «matematikkselfulliten» elevene har, at man hele tiden forventer å ikke mestre fordi det er algebra. For at man skal kunne undervise alle i algebra må det tilpasninger til slik at de ser relevansen, men også får lik tilgang på algebraforståelsen (Kilpatrick et al. 2001, s. 261; Kieran, 2004, s. 140; Stacey & Chick, 2004, s. 2). I Kapittel 5.2 diskuteres undervisning av algebra nærmere.

Kort oppsummert kan det se ut som om disse to holdningsdimensjonene har påvirket elevenes måter å arbeide med algebraoppgavene, men som Jensen og Nortvedt (2013, s. 97) påpeker er bildet sammensatt og vi kan ikke helt med sikkerhet si «om holdninger påvirker ferdigheter eller om ferdigheter påvirker holdninger». Men det kan se ut som fra utvalget at en positiv



innstilling og en forventning om å mestre, er faktorer som kan påvirke positivt i arbeid med algebra, og vise versa for negativ innstilling og lav mestringsforventning.

## 5.2 Misoppfatninger til algebra, ufullstendig begrepsforståelse?

Den første delen av problemstillingen i denne studien er: *Hvilke misoppfatninger har elever på middels nivå på ungdomsskolen i algebra.* Fra resultatdelen om misoppfatninger 4.2 ser vi at de mest utbredte misoppfatningene var brøk, negative tall og parenteser. Alle hadde misoppfatninger knyttet til brøk og 3/4 hadde misoppfatninger knyttet til negative tall og parenteser. Halvparten av informantene besatt misoppfatninger knyttet til eksternt variabel, overgeneraliser og likning vs. uttrykk, mens misoppfatning til subtraksjon forekom bare i én informant, og er dermed den minst utbredte. Det at ungdomsskoleelever på middels nivå besitter disse misoppfatningene til algebra er ikke veldig revolusjonerende, og funnene mine bekrefter Booth et al. (2017), Welder (2012) og Cimet et al. (1981) sine funn om hvilke misoppfatninger som er mest vanlig hos elever. Men det som er interessant å se på er hva har dette å si for elevenes arbeid med algebra. I dette delkapitlet kommer jeg til å legge til grunn de tre mest utbredte misoppfatningene for diskusjonen rundt misoppfatninger.

Noe som går igjen i resultatdelen for hver av misoppfatningene, er at det kan virke som om elevene har ufullstendig begrepsforståelse knyttet til flere sentrale begreper som legges til grunn i algebraoppgavene de blir presentert for. Det er flere steder elevene blir usikre på hva de skal gjøre for å komme videre, usikre på notasjon, eller at de ikke kjenner til flere ulike løsningsmetoder. Vi ser dette veldig godt i misoppfatninger knyttet til parenteser. Elevene fikk problemer i Oppgave 5 a) når de møtte på denne situasjonen i det ene leddet:  $-(x + 4)$ . Elevene fikk problemer, fordi de var vant til å bruke én metode for å regne parenteser, det var å gjøre addisjonen før de løser parentesen, noe som er vanlig for regning med parentes i aritmetikk (Welder, 2012, s. 256). For eksempel:  $-(2 + 5) = -(7) = -7$ . Dermed får de problemer når de møter på en parentes som inneholder både en ukjent og et tall. Elevene, i de fleste tilfelle, fikk uttrykket  $-(x + 4)$  til å bli  $-x + 4$ , og dette kan bety at enten forstår elevene denne parentesen som irrelevant, eller at fortegnet kun påvirker  $x$ -leddet. Dette kan også indikere at de ikke kjenner til andre måter å løse parentesen på, noe som også kommer frem i intervjuene når hint i form av et enklere eksempel blir gitt, da kjenner de ikke til flere

måter å løse for eksempel  $-(2 + 5)$ . Det som er en vesentlig og viktig forskjell mellom situasjonen som elevene er vant med, og den situasjonen fra oppgave 5 a) er valgmuligheter. Hvis vi ser på  $-(3 + 4)$  og  $-(x + 4)$  så har vi flere valgmuligheter ved det første uttrykket, mens for det andre har vi ingen valg, det er kun én måte vi kan løse parentesen, fordi vi ikke vet hva den ukjente  $x$  er og dermed kan man ikke legge dem sammen.

Det at elevene sliter med å regne parenteser, fordi de kun kjenner til én løsningsmetode kan bety flere ting. For det første kan dette indikere at de har en snever begrepsforståelse av parenteser, fordi de ikke kan bruke kunnskapen de har om parenteser på en fleksibel måte, altså at de ikke har tilegnet seg en robust begrepsforståelse (Roos og Trygg, 2018, s. 1). For det andre kan det hende at det aritmetiske rammeverket som Kieran (2020, s. 41) trekker frem står ennå sterkt, og de klarer ikke å skille mellom hva som gjelder for aritmetikk og hva som gjelder for algebra. Det at aritmetikken står i en så sterk posisjon, selv om de går på 10. trinn og har hatt en del algebra, synes jeg er interessant fordi algebra er en generalisering av aritmetikken (Grønmo et al., 2017, s. 40; Naalsund, 2012, s. 12). Her kan man stille seg spørsmålet om overgangen fra aritmetikk til algebra ikke har fått den tilpasningen som skal til for at elevene får den algebraforståelsen de trenger for å skjønne denne generaliseringen. Her kan det hende at fokuset har ligget mer på å løse oppgaver, enn å prøve seg frem og samtidig prøve å representere flere tenke- og regnemåter med parenteser (Kieran, 2004, s. 140-141).

Et annet interessant aspekt som er knyttet til brøk var at for flere av informantene kunne det se ut som om de gjettet underveis i intervjuet. De hadde en tendens til å svare på spørsmålene med svar som føltes lite gjennomtenkt. Elevene kaster ut en form for «decoy» eller prøver seg på en ad hoc type løsningsstrategi for å få et svar. Dette kan komme av at de kanskje var usikre på hva de skal gjøre, de gjettet, eller de ønsket å blidgjøre meg som forsker ved å gi et svar. Dette ser vi særlig i brøkoppgaven (Oppgave 4). Gutt 1 prøvde å halvere uttrykket  $\frac{12}{x} = \frac{36}{21}$  men så at dette ikke hjalp. Jente 2 så at tallene var i 3-gangen (se Figur 4.2.1.2), og prøvde dermed å gange brøkene opp med 3, men endte opp med en brøk som var 3 ganger så stor i teller, og brøken ble enda mer komplisert. Det kan også være at elevene er veldig vant til at de skal doble eller halvere noe fra geometri eller i hverdagssituasjoner slik at det er en strategi som er nærliggende for dem å prøve, eller at de prøver vilkårlig med en av de fire regneartene for å se hva som skjer selv om vi ser eksempler på at det ikke alltid hjelper.

Det siste aspektet jeg vil trekke frem er om negative tall. Nesten alle informantene hadde noen form for problemer med negative tall, og dette artet seg for eksempel at de la sammen leddene som om det ene negative fortegnet forsvant slik som i Figur 4.2.2.2. Dette kan være fordi misoppfatninger knyttet til negative tall handler om at elevene har ufullstendig begrepsforståelse av negative fortegn, og det er ikke rart at vi ser at de bruker gale strategier når det gjelder negative fortegn (Booth et al., 2017, s. 65). Det kan også være knyttet til at negative fortegn som begrep kan være abstrakt og vanskelige for elevene å forstå intuitivt, særlig når de går fra aritmetikk til algebra (Booth & Koedinger, 2008, s. 572).

Det at elevene har misoppfatninger til algebra, og at disse kan knyttes til manglende og ikke-fleksibel begrepsforståelse kan bety flere ting med tanke på hvilken undervisning elevene har fått. Det kan bety at elevene ikke har fått en god nok overgang fra aritmetikk til algebra, fordi for eksempel misoppfatninger til brøk ser vi at elevene er usikre på når de skal gange og når de skal dele brøken, og dette kan bety at de ikke forstår sammenhengen mellom operasjoner og deres invers og klare å identifisere hvilke situasjoner de står ovenfor (Kieran, 2004, s. 140-141). Særlig med tanke på parenteser og forskjellen på bruk av parenteser i aritmetikk kontra algebra kan det hende at de ikke har øvd seg i stor grad på å generalisere og uttrykke disse generelle prinsippene, at de ikke har fått demonstrert eksplisitt konseptuelle sammenhenger når lærer har demonstrert regning med parenteser i algebra eller representere ulike løsningsmåter (Kieran, 2020, s. 41). Det *kan* hende at disse prinsippene ikke har blitt fokusert på i undervisningen, men dette har jeg ikke kunnskap om, siden studien ikke har undersøkt undervisningen til elevene, eller intervjuet læreren om planlegging av algebraundervisning.

### **5.3 Instrumentelt syn på algebra**

Fra resultatdelen i delkapittel 4.1 ser vi at instrumentell forståelse av algebra er gjennomgående for alle informantene i utvalget. Hva har instrumentelt syn på algebra å si for deres oppgaveløsning? Har dette noen konsekvenser eller er det «helt uproblematisk» at elevene har instrumentelt syn på algebra? Instrumentelt syn på algebra er en dimensjon av holdningsprofilene til elevene i utvalget (jf. Di Martino og Zan), slik at denne delen av diskusjonen vil også bidra til å svare på *hvordan påvirker holdningene til algebra deres arbeid?*

Fra de oppgavebaserte intervjuene kan det se ut som at dette har påvirkningskraft på hvordan de tilnærmer og løser algebraoppgavene. Ofte prøver de seg på løsningsstrategier eller regler som de må trekke frem fra hukommelsen, og noen ganger så lykkes de, mens andre ganger går det litt i surr, og de bruker regler på steder der de ikke er gyldige. Andre ganger husker de ikke hva de skal gjøre i det hele tatt. Ofte sier de at de ikke helt vet hva det er de gjør, hva det betyr, eller hvorfor de kan gjøre det.

For eksempel sier Jente 3: «Det vil jeg ha sagt, det er nok noe logisk forklaring bak, men det har jeg glemt». Dette stemmer godt med Skemp sin beskrivelse av instrumentell forståelse av matematikk, der det overordnede mottoet er «rules without reasoning» (Skemp, 1976, s. 2; Mellin-Olsen, 1981, s. 351). Det at elevene ser på algebra som en haug med regler, og metoder får konsekvenser for hvordan de arbeider med oppgavene. Det kan virke som om de ikke klarer å sette disse reglene eller metodene i sammenheng med hverandre, noe som kan innvirke på deres begrepsforståelse (Roos & Trygg, 2018, s. 1; Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 4), siden reglene kan føles og oppleves som «løsrevne kunnskapsbiter» (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 4).

Et eksempel på dette er at noen av elevene trekker frem at de føler det er veldig tilfeldig når en regel fungerer, og at de bare prøver seg frem og håper det blir riktig. Kroneksemplet er Gutt 1 sin kommentar: «Det som er, de har jo teller og nevner og noen ganger er det litt vanskelig å se forskjell på en måte, av liksom. Si hvis man skal forkorte skal vi, hvilken er det man skal forkorte? Teller eller er det nevner. Det er bare sånn plutselig, man vet aldri.» Ut ifra utsagnet kan det tyde på at Gutt 1 har tilnærmet seg algebraen ved å memorere et sett regler uten å egentlig helt vet hva dette betyr, eller når og hvordan det kan anvendes. Dette kan tyde på at Gutt 1 ikke har sett sammenhenger mellom hva man gjør, hvorfor gjør man det og hvorfor fungerer det. Dette kan som diskutert i tidligere, bety at begrepsforståelsen er ikke-fleksibel (Roos og Trygg, 2018, s. 1). Dette kan også knyttes opp til overgeneralisering der elevene bruker en strategi som har ført til riktige svar på tidligere oppgaver, men som videre på andre steder ikke er gyldige, og kunnskapen ikke lar seg direkte overføre (Booth & Koedinger, 2008, s. 571; Brekke, 2002, s. 10). Gutt 1 har enda et kroneksempel på dette: «Så nå vet jeg at jeg ikke kan gjøre det, som har liksom reddet meg alle de andre oppgavene jeg har hatt så langt.» Dette er et typisk tegn på overgeneralisering og instrumentelt syn.

Det at elevene har instrumentell forståelse av algebra kan komme av flere ting. Men siden jeg ikke har forsket på hvilken undervisning de har fått i algebra, kan jeg ikke si noe for sikkert,

men bare peke på noen aspekter som *kan* ha bidratt til dette. Her er det viktig også å peke på at det å tilnærme seg instrumentell forståelse av algebra er et samspill mellom eleven som lærer og den undervisningen og støtten læreren gir, slik at det er ikke nødvendigvis bare undervisningen som har lagt opp til en instrumentell tilnærming. Skemp (1976, s. 4) problematiserte dette at det kan oppstå en mismatch mellom hva undervisningen har som hensikt å lære elevene, og elevenes motivasjon og ønske om å lære. Det kan hende at undervisningen har prøvd å undervise relasjonelt, men at elevene kan ha hatt en instrumentell motivasjon for å lære algebra.

En annen ting som påvirker måten de jobber med algebra på er at de har veldig fokus på å klare oppgavene, få riktig svar og å regne så fort som mulig, altså å ha høy regnehastighet. Dette er også et vanlig tegn på instrumentelt syn og forståelse av algebra, og dette demonstrere Jente 2 gjennom utsagnene:

J2: Er det riktig? Det er riktig?

(...)

J2: Gjør det noe om det er feil?

Dermed får man en motivasjon for å pugge regler og strategier slik at man skal få flest mulig riktig svar og få god karakter, og dermed en instrumentell forståelse. Denne formen for forståelse av matematikk er stort sett lettere å forstå, fordi det involverer mindre kunnskap, og denne typen forståelse er god hvis målet er å ha rask regnehastighet og kan gi flest mulig rette svar fort og enkelt (Skemp, 1976, s. 8). Men ved å pugge regler og ikke fokusere på å se sammenhenger, kan man miste mye av forståelse og dette kan føre til ufullstendig begrepsforståelse, noe som vi ser er tilfelle for mange av begrepene i delkapittel 5.2. Det at de er veldig opptatt av å få ut et svar kan komme av at skolearitmetikken er veldig fokusert på å produsere svar på oppgaver i stedet for relasjonene mellom ulike representasjoner (Kilpatrick et al. 2001, s. 261; Kieran, 2004, s. 140).

## 6 Konklusjon og didaktiske implikasjoner

Det overordnede målet for denne masteroppgaven var å finne noen årsaker til elevers utfordringer i forbindelse med algebra, og å prøve og svare på hvorfor algebra er vanskelig. Problemstillingen til studien var: «*Hvilke misoppfatninger har elever på middels nivå på ungdomsskolen i algebra, og hvordan påvirker holdningene til algebra deres arbeid?*». For å undersøke denne problemstillingen har holdninger og misoppfatninger til algebra blitt undersøkt gjennom oppgavebaserte intervju ved å se på elevenes løsninger av oppgaver, og deres tanker rundt algebra. Utfordringene som er knytte til algebra ut ifra mine funn er ikke entydig bestemt, men er en kompleks og sammensatt fortelling. Det studien har funnet ut kan vi oppsummere i tre hovedpunkter:

For det første ser vi at de elevene som har en positiv holdning til algebra arbeider bedre med oppgavene og er lettere mottakelige for hint og hjelp underveis. Mens de elevene som har en negativ holdning til algebra jobber dårligere enn de med positiv holdning, og de er ikke like mottakelige for hint og hjelp. Dette kan komme av at de med positiv innstilling og høy oppfattet kompetanse har erfaring med å mestre, og at selv om oppgavene er utfordrende og tidkrevende kan de likevel klare det. De elevene som har negativ innstilling og lav oppfattet kompetanse kan ha opplevd gjentatte nederlag, og følt lite mestring som påvirker måten de gjør algebraoppgavene ved at de forventer å ikke mestre, og kan gi lettere opp underveis i oppgaveløsningen.

For det andre besitter elevene de mest vanlige misoppfatningene knyttet til algebra, der brøk, parenteser og negative tall var de aller mest utbredte i utvalget, mens misoppfatninger til ekstern variabel, overgeneraliser, likning vs. uttrykk og subtraksjon var ikke like utbredt, men likevel til stede. Funnene bekrefter Booth et al. (2017), Welder (2012) og Clemet et al. (1981) sine betraktninger om misoppfatninger. Utfordringer knyttet til de tre mest utbredte misoppfatningene er at utfordringene kan knyttes til en ikke-fleksibel begrepsforståelse, en dårlig overgang fra aritmetikk til algebra, eller sviktende forståelse i å se sammenhenger mellom representasjoner.

For det tredje hadde alle elevene et instrumentelt syn på algebra. Dette kan påvirke deres måte å arbeide med algebraoppgaver ved at de bruker løsningsstrategier som fungerer for noen typer oppgaver, men ikke alle, at de memorerer regler og strategier, men vet ikke hvorfor og når de kan brukes, og når de er gyldige. Og at elevene er opptatte av riktige svar,

regnehastighet og ikke nødvendigvis å se reglene og strategiene i sammenheng med hverandre.

På grunn av begrensninger med tanke på omfanget i utvalget, forskningsmetodene og analysemetodene kan jeg ikke trekke noen generelle slutninger som gjelder andre grupper enn det utvalget jeg har sett på. Men jeg kan peke på hva studien min har funnet ut om det aktuelle utvalget og tema, og gi en retning som kan være interessant å diskutere videre i andre fremtidige forskningsprosjekter.

Det finnes nok også andre årsaker til utfordringer med tanke på algebra som ikke har blitt utforsket i denne studien, siden man kan få helt andre resultater med å anvende andre teoretiske briller, andre metoder for datainnsamling og andre elevgrupper. Vi har her sett og diskuterer de utfordringene som kommer frem fra funnene, og som kan peke på at noe av denne problematikken kan være en sammensetning av hvordan elevene har lært og tilegnet seg algebra, men det kan også peke på noe om hvordan algebra har blitt undervist. Men på grunn av masterens begrensninger har jeg ikke forsket på undervisningen, eller hvordan lærer har undervist og planlagt undervisningen. Dermed vil det kanskje være interessant å forske på hvordan algebra blir undervist på ungdomsskolen i Norge, og hvordan lærer legger opp til god algebraundervisning. Det ville også være interessant å utvide antall informanter i utvalget for å se om hovedfunnene gjelder i en større populasjon, eller om de kun er gyldige for denne studien. En annet aspekt som ville også vært interessant å se er å ta for seg hele kompetansespekteret, ikke bare elever på middels nivå, for å se hvilke misoppfatninger disse besitter og hvordan de jobber med algebraoppgaver. For da kan man kanskje si noe om hvilke misoppfatninger som forekommer mest i de ulike delene av kompetansespekteret.





# Litteraturliste

- Bahn, S., & Barratt-Pugh, L. (2011). Getting reticent young male participants to talk: Using artefact-mediated interviews to promote discursive interaction. *Qualitative Social Work*, 12(2), 186–199. DOI: 10.1177/1473325011420501
- Bakken, J. & Andersson-Bakken, E. (2021). Innholdsanalyse. I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse*. (s. 302 - 326). Universitetsforlaget.
- Bakker, A., Smit, J. & Wegerif, R. (2015). Scaffolding and dialogic teacher in mathematics education: introduction and review. *ZDM Mathematics Education* 2015(47) 1047-1065. DOI 10.1007/s11858-015-0738-8
- Blikstad-Balas, M. & Dalland, P. C. (2021). Forskningsdesign – hva må du tenke på når du skal planlegge et forskningsprosjekt? I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse*. (s. 21 – 45). Universitetsforlaget.
- Blikstad-Balas, M. (2016). Key challenges of using video when investigating social practices in education: contextulization, magnification, and representation. *International Journal of Research & Method in Education*. (40)5, s. 511-523, DOI: [10.1080/1743727X.2016.1181162](https://doi.org/10.1080/1743727X.2016.1181162)
- Booth, J. L., & Koedinger, K. R. (2008). Key misconceptions in algebraic problem solving. I B. C. Love, K. McRae, & V. M. Sloutsky (Red.), *Proceedings of the 30th annual cognitive science society* (ss. 571–576). Cognitive Science Society.
- Booth, J. L., McGinn, K. M., Barbieri, C., og Young, L. K. (2017). Misconceptions and Learning Algebra. I S. Steward (Red.), *And the Rest is Just Algebra*. (ss. 63 - 78) Springer.
- Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Læringscenteret.
- Clemet, J., Narode, R., & Rosnick, P. (1981). Intuitive misconceptions In Algebra As A Source Of Math Anxiety. *Rocus on Learning Problems In Mathematics*, 3(4), 36-45.
- Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work. Coping with multiple theoretical perspectives. I F. Lester (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Vol. 1, ss. 3-38). Information Age.
- Creswell, J. D. & Miller, D. L. (2000). Determining Validity in Qualitative Inquiry. *Theory Into Practice*, 39(3), 124-130.
- Dalen, M. (2019). *Intervju som forskningsmetode: en kvalitativ tilnærming* (2. utg., 3. opplag). Universitetsforlaget.

Dalland, C. P. & Hølland, S. (2021). Analyse og kategorisering av videodata. I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse*. (s. 263 – 285). Universitetsforlaget.

Dalland, C. P., Bjørnstad, E., & Andersson-Bakken, E. (2021). Observasjon som metode i barnehage og klasseromsforskning. I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse*. (s. 125 - 152). Universitetsforlaget.

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) (2018, 4. Desember) *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi/>

Di Martino, P. & Zan, R. (2010). «Me and maths»: towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(1) s. 27 – 48. Springer. <http://link.springer.com/article/10.1007/s10857-009-9134-z>

Di Martino, P. & Zan, R. (2015). The Construct of Attitude in Mathematics Education. I B. Pepin, B. Roesken-Winter (Red.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education – exploring a mosaic of relationships and interactions* (Advances in Mathematics Education), (ss.51-72). Springer International Publishing.

Evang, H. (2020). Matematikk for livet – elevers myndiggjøring som didaktisk rettesnor. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, 104(3-2020), 283-296. Universitetsforlaget. <https://doi.org/10.18261/issn.1504-2987-2020-03-06>

Everett, E. L. og Furseth, I. (2012). Lettere sagt enn gjort - å utforme et metodisk opplegg for oppgaven. I I. Furseth (Red.), *Masteroppgaven: hvordan begynne - og fullføre* (2. utg.), s. 127–144. Universitetsforlaget.

Gleiss, M. S. & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter: Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Cappelen Damm Akademisk.

Goldin, G. A. (1997). Chapter 4: Observing Mathematical Problem Solving through Task-Based Interviews. *Journal for Research in Mathematical Education. Monograph*, 1997(Vol. 9), (ss. 40-62+164-177). DOI: <https://doi.org/10.2307/749946>

Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. I Kelly, A. E. & Lesh, R. A. (Red.) *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (ss. 517-545). Lawrence Erlbaum Associates.

Grønmo, L. S. (2017). Et matematikdidaktisk perspektiv. I L. S. Grønmo & A. Hole (Red.), *Prioritering og progresjon i skolematematikken: En nøkkel til å lykkes i realfag. Analyser av TIMSS Advanced og andre internasjonale studier* (ss. 45-61). Cappelen Damm Akademisk.

- Grønmo, L. S., Hole, A. & Onstad, T. (2017). Hovedresultater i matematikk i TIMSS Advanced, TIMSS og PISA. I L. S. Grønmo, A. Hole & I. M. Stedøy (Red.), *Prioritering og progresjon i skolematematikken: En nøkkel til å lykkes i realfag. Analyser av TIMSS Advanced og andre internasjonale studier* (s. 31-44). Cappelen Damm Akademisk.
- Hamsun, K. (1990). *Pan* (2. utg., 7. opplag). Gyldendal Norsk Forlag.
- Hannula, M. (2002). Attitude towards mathematics: emotions, expectations and values. *Educational studies in mathematics*, 49(1), 25–46. Kluwer Academic Publisher.
- Hjardemaal, F. (2014). Kap. 8 Vitenskapsteori. I T. A. Kleven; F. Hjardemaal & K. Tveit. (Red.) *Innføring i pedagogisk forskningsmetode: En hjelp til kritisk tolkning og vurdering* (2.utg.). (ss. 179-216). Fagbokforlaget.
- Hofmann, A. (2020, 30. Jan). *Aritmetikk*. Store Norske Leksikon. <https://snl.no/aritmetikk>
- Jensen, G. R. (2003). *Arithmetic for Teachers: With Applications and Topics from Geometry*. American Mathematical Society.
- Jensen, F. & Nortvedt, G. A. (2013). Holdninger til matematikk. I M. Kjærsløi & R. V. Olsen (Red.), *Fortsatt en vei å gå: Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. (ss. 97-120). Universitetsforlaget.
- Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.  
[https://www.researchgate.net/publication/228526202\\_Algebraic\\_thinking\\_in\\_the\\_early\\_grade\\_s\\_What\\_is\\_it](https://www.researchgate.net/publication/228526202_Algebraic_thinking_in_the_early_grade_s_What_is_it)
- Kieran, C. (2020). Algebra Teaching and Learning. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2. utg., ss. 36-44). Springer.
- Kilpatrick, J.; Swafford, J., & Findell, B. (2001) Adding it up. Helping children learn mathematics, Kap 8: Developing Mathematical Proficiency Beyond Number. (ss.255–312). National Academy Press.  
<https://static1.squarespace.com/static/5b4fde59b27e395aa0453296/t/5bd2a5d89140b763780f0aab/1540531701125/Kilpatrick%2C+Swafford%2C+Findell+-+2001+-+Adding+It+Up+Helping+Children+Learn+Mathematics+copy.pdf>
- Kislenko, K., Breiteig, T., & Grevholm, B. (2005). Beliefs and attitudes in mathematics teaching and learning. I I. M. Stedøy (Red.), *Vurdering i matematikk – Hvorfor og hvordan? Fra småskole til voksenopplæring. Rapport fra Nordisk Konferanse i Matematikdidaktikk ved NTNU 15.-16. november 2004* (ss. 129-137).

- Kleven, T. A. (2014). Kap. 2: Data og datainnsamlingsmetoder. I T. A. Kleven; F. Hjordemaal & K. Tveit (Red.) *Innføring i pedagogisk forskningsmetode: En hjelp til kritisk tolkning og vurdering* (2. utg.). (ss. 27-47). Fagbokforlaget.
- Koichu, B. & Harel, G. (2007). Triadic interaction in clinical task-based interviews with mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 65(3), 349-365.
- Lins, R. & Kaput, J. (2004). The Early Development of Algebraic Reasoning: The Current state of the Field. I K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Red.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra: The 12th ICMI Study* (s. 47-70).
- Maher, A. C. & Sigley, R. (2020). Task-Based Interviews in Mathematics Education. I Lerman S. (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 821-824). Springer Netherlands.
- Matematikksenteret (u.å.). *Pytagoras læresetning*. Hentet 28. Mai 2022 fra [https://www.matematikk.org/artikkel.html?tid=155001&within\\_tid=154319](https://www.matematikk.org/artikkel.html?tid=155001&within_tid=154319)
- Mellin-Olsen, S. (1981) Instrumentalism as an educational concept. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), s. 351 – 367. Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen.
- Norton, S., & Irvin, J. (2007). Developing Positive Attitudes Towards Algebra. *Mathematics: Essential research, essential practice*, (Vol. 2) ss. 561-570. MERGA Inc.
- Naalsund, M. (2012). *Why is algebra so difficult?: A study of Norwegian lower secondary students' algebraic proficiency*. [Doktorgradsavhandling]. Universitetet i Oslo.
- Patton, M. Q. (1999) - Enhancing the Quality and Credibility of Qualitative Analysis. *Health Services Research*, 34(5), ss. 1189-1208.
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93(2), ss. 346-362. Doi: 10.1037/0022-0663.93.2.346
- Rogers, M. (2012). Contextualizing Theories and Practices of Bricolage Research. *The Qualitative Report*, Vol.17, ss. 1-17. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ990035.pdf>
- Roos, H. & Trygg, L. (2018). Begrepp och representationer. Hentet fra 1. mai 2022: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1477750/FULLTEXT01.pdf>
- Røykenes, K. (2015). «My math and me»: Nursing students' previous experiences in learning mathematics. *Nurse Education in Practice*, 16(2016), ss. 1-7. Elsevier Ltd. <http://dx.doi.org/10.1016/j.nepr.2015.05.009>
- Saldaña, J. (2016). An Introduction to Codes and Coding. I J. Saldaña (Red.), *The Coding Manual for Qualitative Researchers* (3.utg.). Sage.

- Silverman, D. (2011). Designing a Research Project. I D. Silverman (Red.), *Interpreting Qualitative Data* (4 utg., s. 27–56). Sage.
- Skemp, R.R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, 77(1), 20–26.
- Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2019). *Skolen som læringsarena: Selvoppfatning, motivasjon og læring* (3. utg.). Universitetsforlaget.
- Solbakken, S. S. (2019). *Statistikk for nybegynnere*. Fagbokforlaget.
- Stacey, K. & Chick, H. (2004). Solving the problem with algebra. In K. Stacey., H. Chick, & M. Kendal (Red.), *The Future of Teaching and Learning of Algebra. The 12th ICMI Study* (ss. 1-20). Kluwer.
- Stengrundet, S. & Valbekmo, I. (2019). *Begrepslæring og begrepsforståelse i matematikk*. Realfagsløyper. Hentet fra 1. Mai 2022: <http://realfagsloyper.no/>
- Svenkerud, S. W. (2021). Analyse og kategorisering av videodata. I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse*. (s. 91 - 103). Universitetsforlaget.
- Trismen, D. A. (1988). An Aid to Diagnosis in Mathematical Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education* 19(4), s. 358 – 361. <https://www.jstor.org/stable/749546>
- Universitetet i Oslo (2021a, 11. Mai) *Lagringsguiden*.  
<https://www.uio.no/tjenester/it/sikkerhet/isis/tillegg/lagringsguide.html#6>
- Universitetet i Oslo (2021b, 13. okt.) *TIMSS 2015: Frigitte oppgaver i matematikk for ungdomstrinnet*. [https://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/timss/2015/frigitte-oppgaver/t15\\_g8\\_hefte\\_matte\\_211217.pdf](https://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/timss/2015/frigitte-oppgaver/t15_g8_hefte_matte_211217.pdf)
- Universitetet i Oslo (u.å.). *Klassifisering av data og informasjon*.  
<https://www.uio.no/tjenester/it/sikkerhet/isis/tillegg/lagring/infoklasser.html>
- Utdanningsdirektoratet (2013, 1. August) *Kompetansemål etter 10. årssteget*.  
<https://www.udir.no/kl06/mat1-04/hele/kompetansemaal/kompetansemal-etter-10.-arssteget#>
- Utdanningsdirektoratet. (2020a, 1. August). *Kjerneelement*.  
<https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer>
- Utdanningsdirektoratet (2020b, 1. August). *Kompetansemål og vurdering: Kompetansemål etter 8. trinn*. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv16>
- Utdanningsdirektoratet (2020c, 1. August). *Kompetansemål og vurdering: Kompetansemål etter 9. trinn*. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv15>

Utdanningsdirektoratet (2020d, 1. August). *Kompetansemål og vurdering: Kompetansemål etter 10. trinn*. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv14>

Utdanningsdirektoratet (2020e, 13. August). *Kjennetegn på måloppnåelse – matematikk 10. trinn*. <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/kjennetegn/kjennetegn-pa-maloppnaelse-matematikk-10-trinn/>

Welder, R.M. (2012). Improving Algebra Preparation: Implications From Research on Student Misconceptions and Difficulties. *School Science and Mathematics*, 112: (ss. 255-264). <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2012.00136.x>

Wright, V. (2018). Vygotsky and a Global Perspective on Scaffolding in Learning Mathematics. I Zajda J. (Red.) *Globalisation and Education Reforms. Globalisation, Comparative Education and Policy Research*, (vol 19), (ss.123-135), Dordrecht. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-94-024-1204-8\\_8](https://doi.org/10.1007/978-94-024-1204-8_8)

# Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkebrev

## Vil du delta i forskningsprosjektet:

### «Algebra, hvorfor er det vanskelig? Noen årsaker til utfordringer i algebra på ungdomsskolen.»

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se på noen årsaker til hvorfor algebra er vanskelig for elever i ungdomsskolen, gjennom å se på hvordan elever jobber med algebraoppgaver. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

#### Formål

Mange elever synes at algebra er veldig vanskelig, og derfor vil jeg finne ut noen årsaker til hvorfor elever synes det er slik. Algebra er en viktig del av matematikk, og er også et viktig grunnlag for andre tema i matematikken. Algebra er for eksempel viktig for forståelsen i programmering og arbeid med funksjoner.

Jeg ønsker å intervju fire elever på middels nivå om hva de synes om matematikk samtidig som vi arbeider med fem algebraoppgaver. Hvis du sier ja til å delta i forskningsprosjektet mitt, vil jeg intervju deg individuelt på et rom på skolen, der vi kan jobbe uforstyrret. I intervjuene skal vi bruke fem algebraoppgaver, for å studere hvordan du som ungdomsskoleelev jobber og løser disse oppgavene. Jeg ønsker å se på hvordan du jobber, hvordan du resonnerer deg frem til løsninger, hvilke metoder du bruker og hva du synes om arbeid rundt algebraoppgaver. Hvis noe er vanskelig, ønsker jeg også å snakke med deg om det. Intervjuet vil omtrent vare i én klokketime, men kan vare kortere eller lengere. Intervjuet vil finne sted i skoletiden din, slik at du ikke trenger å være på skolen etter skoletid. Vi avtaler tid for intervju med deg slik at det passer deg best med tanke på fag og timeplan. Avtale skjer i samarbeid med din matematikklærer.

Dere som er med i denne studien er viktige, fordi dere besitter verdifull informasjon om hva som kan være med på å bidra til at algebra er et vanskelig tema i matematikk. Dette er et problem som tidligere forskning har påpekt at vi må gjøre noe med i den norske skole. Ved å delta i denne studien kan du altså bidra til ny forskning på dette feltet. Dette forskningsprosjektet er en masteroppgave for lektorprogrammet ved Universitetet i Oslo. Masterprosjektet er min siste eksamen før jeg blir ferdig utdannet lektor i matematikk og kjemi ved Universitetet i Oslo. I dette prosjektet skal jeg se på denne problemstillingen:

### ***Hvilke misoppfatninger har elever på middels nivå på ungdomsskolen i arbeid med algebraoppgaver, og hvilke holdninger påvirker disse misoppfatningene?***

Funn som er gjort i denne studien kan bli brukt etter endt masterprosjekt til andre formål i pedagogisk- og undervisningssammenheng. Funnene kan for eksempel bli brukt i undervisning, foredrag eller i artikler som blir publisert i tidsskrifter eller på internett. Opplysningene og funnene som blir brukt vil være anonymisert og vil ikke kunne spores tilbake til deg som deltaker.

### **Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning (ILS) er ansvarlig for prosjektet. Jeg er Ester Kristine Olsen og er masterstudent ved dette instituttet, og denne studien er mitt masterprosjekt. Min masterveileder er førsteamanuensis ved institutt for lærerutdanning og skoleforskning, Helmer Aslaksen. Vi har ansvar for å ivareta deg som deltaker og ivareta dine rettigheter og personopplysninger.

### **Hvorfor får du spørsmål om å delta?**

Du er én av fire elever som får forespørsel i denne studien. Jeg har fått kontaktopplysningene dine fra din faglærer i matematikk, fordi du passer inn i utvalget jeg ønsker å intervju.

Du har blitt spurt om å delta i studien min, fordi du går på ungdomsskolen i 10. klasse, og har tilegnet deg en del kunnskap om og erfaring med algebra fra utdanningsløpet ditt. Jeg ønsker meg deltakere som har middels måloppnåelse i matematikk, da dette er en interessant og relevant elevgruppe for problemstillingen min. Med middels måloppnåelse er det noe som du behersker godt og noe du synes er vanskelig. Det er erfaring som vil hjelpe meg til å svare på problemstillingen.

### **Hva innebærer det for deg å delta?**

- Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du deltar på et personlig intervju som blir tatt opp på video. Dette vil ta omtrent én time.
- I intervjuet vil du bli spurt om ditt forhold til matematikk og algebra. Hvordan du jobber med oppgavene. Hvilke strategier du bruker, og hva din erfaring er med arbeid rundt disse oppgavene. Du vil få utdelt et oppgaveark med fem algebraoppgaver. Du får skrivesaker og papir til rådighet.

Hvis jeg ønsker å stille deg oppfølgingsspørsmål i et kort oppfølgingsintervju, kan du bli kontaktet av meg i løpet av prosjektet på et senere tidspunkt. Hvis det er ønskelig, kan du og/eller dine foresatte/omsorgspersoner få tilgang til intervjuguiden som jeg skal bruke, for å se hvilke oppgaver det er snakk om og hvilke spørsmål jeg skal stille.

### **Det er frivillig å delta**

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å



trekke deg. Hvis du vil trekke deg, kontakter du meg personlig, og jeg vil så slette videoopptak og makulere samtykkebrev. Det vil ikke påvirke ditt forhold til skolen, matematikklæreren din eller meg som forsker om du velger å trekke deg fra prosjektet.

### **Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- De som vil ha tilgang til data er meg (Ester Kristine Olsen) som forsker og student, og min masterveileder (Helmer Aslaksen). Men hovedsakelig har kun jeg tilgang til personopplysninger og videoopptak.
- Videokamera vil kun jeg ha tilgang til. Slik at råmateriale fra intervjuene (videoopptakene) er kun tilgjengelig for meg. Videoopptak vil bli lagret på en datamaskin som er beskyttet med brukernavn og passord, og der kun jeg har tilgang. Veileder kan få se på filmene sammen med meg, men vil ikke ha egen tilgang til data.
- Samtykkebrev vil bli oppbevart avskilt fra videoopptak, og vil ligge nedlåst utilgjengelig fra andre enn meg og veileder. Slik at det ikke skal være mulig å knytte ansikt og stemme til navnet ditt.

Deltakere vil i utgangspunktet ikke kunne identifiseres i publikasjoner, da personidentifiserende opplysninger er fjernet og data anonymisert.

### **Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?**

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er 1. Januar 2023 etter endt sensur av min masteroppgave. Videoopptak gjort i intervjuene vil bli slettet ved prosjektslutt. Samtykkebrev vil bli makulert, slik at navn på deltakere ikke kan spores etter endt prosjekt.

### **Dine rettigheter**

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

### **Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra institutt for lærerutdanning og skoleforskning ved Universitetet i Oslo har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

### **Hvor kan jeg finne ut mer?**

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Helmer Aslaksen ved epost: [helmer.aslaksen@ils.uio.no](mailto:helmer.aslaksen@ils.uio.no)
- Ester Kristine Olsen ved epost: [esterko@student.uv.uio.no](mailto:esterko@student.uv.uio.no)
- Vårt personvernombud: Roger Markgraf-Bye [personvernombud@uio.no](mailto:personvernombud@uio.no)

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost ([personverntjenester@nsd.no](mailto:personverntjenester@nsd.no)) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Helmer Aslaksen

(Veileder)

Ester Kristine Olsen  
(Masterstudent)

---

## Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Algebra, hvorfor er det vanskelig? Noen årsaker til utfordringer i algebra på ungdomsskolen», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i personlig intervju med algebraoppgaver, der intervjuet blir filmet.
- å delta i eventuelt oppfølgingsintervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

---

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

# Vedlegg 2: NSD Vurdering

09.03.2022, 08:51

Meldeskjema for behandling av personopplysninger

## **NSD** NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

### Vurdering

#### Referansenummer

706251

#### Prosjekttittel

Algebra, hvorfor er det vanskelig? Noen årsaker til utfordringer i algebra på ungdomsskolen.

#### Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Oslo / Det utdanningsvitenskapelige fakultet / Institutt for lærerutdanning og skoleforskning

#### Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Helmer Aslaksen, helmer.aslaksen@ils.uio.no, tlf: 46234554

#### Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

#### Kontaktinformasjon, student

Ester Kristine Olsen, esterko@student.uv.uio.no, tlf: 94285549

#### Prosjektperiode

01.08.2021 - 01.01.2023

#### Vurdering (1)

---

#### 20.09.2021 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 20.09.2021. Behandlingen kan starte.

#### DEL PROSJEKTET MED PROSJEKTANSVARLIG

Det er obligatorisk for studenter å dele meldeskjemaet med prosjektansvarlig (veileder). Det gjøres ved å trykke på "Del prosjekt" i meldeskjemaet. Om prosjektansvarlig ikke svarer på invitasjonen innen en uke må han/hun inviteres på nytt.

#### TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 01.01.2023.

#### LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

<https://meldeskjema.nsd.no/vurdering/60c9df18-41d5-4cd1-b4f5-4fab219f208e>

1/2

**PERSONVERNPRINSIPPER**

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

**DE REGISTRERTES RETTIGHETER**

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

**FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER**

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

**MELD VESENTLIGE ENDRINGER**

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: <https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema> Du må vente på svar fra NSD for endringen gjennomføres.

**OPPFØLGING AV PROSJEKTET**

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos NSD: Markus Celiussen  
Lykke til med prosjektet!

# Vedlegg 3: Intervjuguiden

## Intervjuguide for intervju i masterprosjektet; «Algebra, hvorfor er det vanskelig? Noen årsaker til utfordringer i algebra på ungdomsskolen.»

### Hva innebærer det for deg å delta?

- Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du deltar på et personlig intervju som blir tatt opp på videoopptak. Dette vil ta omtrent én time.
- I intervjuet vil du bli spurt om ditt forhold til matematikk og algebra. Hvordan du jobber med oppgavene. Hvilke strategier du bruker, og hva din erfaring er med arbeid rundt disse oppgavene. Du vil få utdelt et oppgaveark med fem algebraoppgaver. Du får skrivesaker og papir til rådighet.

### Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Hvis du vil trekke deg, kontakter du meg personlig, og jeg vil så slette videoopptak og makulere samtykkebrev. Det vil ikke påvirke ditt forhold til skolen, matematikk læreren din eller meg som forsker om du velger å trekke deg fra prosjektet.

### Innledning:

-Du vil nå få utdelt et oppgaveark med fem algebraoppgaver, og skrivesaker (penn/blyant og ark).

-Jeg har en intervjuguide som jeg kikker på av og til, og kanskje noterer litt underveis, dette er for å skrive ned tanker jeg får underveis.

-Du skal nå løse disse oppgavene mens du forklarer meg hvilke strategier eller regler du benytter og hvordan du kommer frem til løsningen.

-Det er viktig at du også skriver ned løsningene dine på papiret, da jeg skal samle inn arkene etter intervjuet.

-Du kan få hint underveis hvis du står fast, men i hovedsak er det du skal løse oppgaven. Hvis du står lenge fast kommer jeg til å spørre om du vil ha hint, da er det opp til deg om du vil ha hint eller tenke mer.

-Kommer til å spørre om «du er fornøyd med svaret/oppgaven» når det virker som vi er ferdige med den. Du bestemmer når oppgaven er ferdig eller vi skal gå videre. Vi kan også hoppe over oppgaver, og komme tilbake til dem senere i intervjuet.

-Still spørsmål hvis noe er uklart underveis.

## Hoveddel, oppgavebasert del av intervjuet (eksempler på oppgaver som blir brukt):

- Hva er det første du tenker når du ser oppgaven?
- Hvordan starter du å løse en slik oppgave?
- Hva tenker du nå? \ Kan du si hva du tenker høyt?
- Hvor fikk du de tallene fra\uttrykket fra?
- Kan du begrunne hvorfor gjør du det på den måten? \ Kan du begrunne hvorfor bruker du den metoden/regelen?
- Kan du forklare kort hvordan du løser oppgaven? (Oppsummering av konklusjon.)
- Er løsningen gyldig?
- Hvordan vet du at du har regnet riktig?
- Hvordan kan vi sjekke at svaret er riktig?

### Hint som kan gis underveis:

- Les den oppgaveteksten en gang til, hva betyr den\hva sier den?
- Hva ser vi på figuren?
- Hva betyr uttrykket?
- Hva betyr x?
- Hva er det vi skal finne ut av?
- Har vi en likning eller et uttrykk
- Kan vi sette prøve på likningen? (Gjøres ved hver likningsoppgaver).
- Er svaret overraskende?
- Feilen ligger i den delen (eller i den og den linjen), og så må de lete etter feilen selv og prøve å spotte den. Deretter hvis de ikke klarer å finne eller ikke vet hva de skal for å rette opp feilen kan være å gi et lettere talleksempel.

### **Oppgave 1**

Sett inn et tall i det forkortede uttrykket, får vi samme tall?

$6x + 5$  vs.  $2x - 3x + 7x + 5$  ( $x=1, 11$  og  $11$ , stemmer!)

Kan vi legge sammen et tall og en x?

Hva er x? Hva betyr x?

### **Oppgave 2**

Hva betyr x i denne oppgaven? Hva betyr dobbelt så mange bøker som lena?  $2x$  hva betyr det? (Dobbelte; jeg har dobbelt så mange kr som deg, og du har 20 kr. Dvs. jeg har  $2 \cdot 20$ kr)

Summen av de alle tre til sammen, hvordan kan vi uttrykke det?  
Hvordan kan vi finne ut hvor mange bøker de har hver?

### **Oppgave 3**

Summen av sidene, hvordan kan vi uttrykke det? Tegn en trekant med bare tall, hva er summen av sidene i denne trekanten? Når vi går tilbake til oppgaven hva skjer da?

### **Oppgave 4**

La oss fokusere på høyre side, kan vi gjøre noe her? Har teller og nevner noen felles faktorer? Hva får vi da? (Vi kan se løsningen da) Ta en enklere brøk som  $\frac{3}{6}$  hva skjer da. Brøken er ikke forkortet.

- Brøk = fokuser på de med tall og forkort. Hva skjer da?
- Når vi bare har tall hva bruker du å gjøre? Hvis vi har for eksempel  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ ?

### **Oppgave 5**

Parenteser: hvis de ikke skjønner minusregelen ta:

$$-(2+3) = -(5) = (-2-3) = -2-3$$

$$\text{Gange: } 2(2+3) = 2(5) = (4+6) = 2*2 + 2*3 \text{ osv.}$$

Hvordan kan vi vite at det er riktig? Sett inn en verdi for x! Jobb deg bakover, blir uttrykket det samme?

Kvadratrot, hvorfor er det 2 løsninger? Prøv  $(-2)^2 = (-2)*(-2) = 4$

$$2^2 = 2*2 = 4$$

Hva slags polynom tror du vi får her?

### **Avslutning av oppgave (gjøres etter hver oppgave):**

- Hvordan synes du oppgaven var? (Oppfølging)
- Hvordan var det å løse oppgaven? (Oppfølging)
- Hva synes du var lett med oppgaven, hva synes du var vanskelig? Hvorfor?
- Er det noe du vil tilføye på slutten? Noe som ikke har blitt sagt?

### **Avslutning av intervju:**

#### **Spørsmål knyttet til oppgaveløsningen:**

- Hvordan opplevde du å løse disse oppgavene?
- Hva synes du har vært vanskelig med disse oppgavene (oppsummering)?

- Hva synes du har vært lett med disse oppgavene (oppsummering)?

**Spørsmål knyttet til matematikk som skolefag og algebra som tema:**

- Hva synes du om matematikk som skolefag? Hvorfor synes du det?
- Er det noe tema innenfor matematikk du synes er best? Hvorfor?
- Er det noen tema innenfor matematikk du synes er verst? Hvorfor?
- Hva synes du om algebra som tema i matematikk? Hvorfor?
- Synes du at matematikk ble vanskelig\lettere etter at dere begynte med algebra som tema?
- Hva synes du er utfordrende\vanskelig med tanke på algebra?
- Hva synes du gjør algebra vanskelig å jobbe med?
- Hvordan jobber du med matematikk (f. eks med matteleksene, matteoppgaver i timen, innleveringer etc.)?
- Er det noe du vil si helt på slutten?



# Vedlegg 4: Oppgaveark til intervju

## Oppgaveark – Intervju

### Oppgave 1:

- a) Skriv så enkelt som mulig:

$$2x - 3x + 7x + 5$$

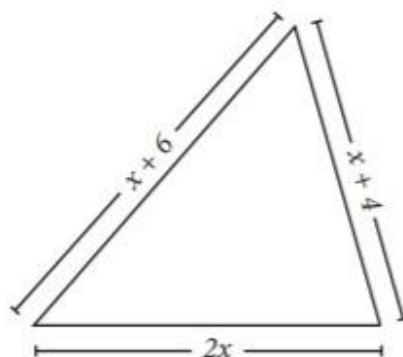
- b) Finn  $x$  når:

$$5x + 7 = 3x + 9$$

### Oppgave 2:

- a) Mohammed har dobbelt så mange bøker som Lena. Albin har 6 flere bøker enn Lena. Hvis Lena har  $x$  antall bøker, hvilket uttrykk viser hvor mange bøker alle tre har til sammen?
- b) Hvis de tre vennene har 30 bøker til sammen, hvor mange bøker har de da hver?

### Oppgave 3:



Summen av sidene i denne trekanten er 30 cm.

- A. Skriv en likning som gjør at du kan finne  $x$ .

Likning: \_\_\_\_\_

- B. Hvor lang er den LENGSTE siden i trekanten?

Svar: \_\_\_\_\_ cm

#### Oppgave 4:

Finn  $x$  når:

$$\frac{12}{x} = \frac{36}{21}$$

Vis fremgangsmåte

#### Oppgave 5:

a) Skriv så enkelt som mulig:

$$x(x - 3) - (x + 4) + 7$$

b) Finn  $x$  når:

$$x^2 - 4 = 0$$