



Uio • Universitetet i Oslo

Elevers kollektive matematiske resonnement i modelleringsarbeid

En kvalitativ studie av fire elevers kollektive matematiske resonnement i arbeid med en modelleringsoppgave

Malene Bjornes Malde

Masteroppgave i matematikdidaktikk

30 studiepoeng

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning

Det utdanningsvitenskapelige fakultet

Våren 2022

© Malene Bjornes Malde

2022

Elevers kollektive matematiske resonnement i modelleringsarbeid – En kvalitativ studie av fire elevers kollektive resonnement i arbeid med en modelleringsoppgave

Malene Bjornes Malde

<http://www.duo.uio.no/>

Sammendrag

Denne kvalitative studien undersøker elevers kollektive matematiske resonnement i modelleringsarbeid. Å arbeide med matematisk modellering handler om å knytte matematikkfaget til virkeligheten, og tydeliggjør den praktiske nytten av å kunne anvende matematikk. For at elever skal utrustes til å bli aktive samfunnsborgere og ta selvstendige valg, er evnen til å resonnerer og kritisk vurdere gyldigheten av modeller sentralt. Derfor er et større fokus på elevers matematiske resonnement i modelleringsarbeid viktig, for å kunne tilrettelegge for dybdelæring og for en økt forståelse for matematiske konsepter.

For å undersøke elevers kollektive resonnement presenterer studien to forskningsspørsmål:

1. Hva slags argumenter uttrykker elever når de løser modelleringsoppgaver?
2. Hvilke matematiske egenskaper finnes i ulike typer av argument i elevers kollektive matematiske resonnement?

For å besvare forskningsspørsmålene er det gjennomført en casestudie med fire elever fra en ungdomsskole i Oslo. Utvalget ble satt sammen i par, hvor de i fellesskap løste en modelleringsoppgave. Datamaterialet er innhentet ved videoobservasjon av elevenes arbeid med modelleringsoppgaven, etterfulgt av et videostimulert tilbakekallingsintervju.

Datamaterialet er strukturert og analysert ut fra en kombinasjon av to teoretiske rammeverk; ett for matematisk resonnement med fokus på argumenter, og ett for matematisk modellering.

Studiens resultater viser at elevene fulgte en resonneringsstruktur, og det ble identifisert fire ulike typer av argument i oppgaveløsning. De uttrykte argumentene var stort sett forankret i relevante matematiske egenskaper, med unntak av enkelte hendelser hvor elevene brukte memorerte strategier. Samtidig viser resultatene at det matematiske grunnlaget argumentene var forankret i, ofte var internt plausibelt, og kom til uttrykk implisitt gjennom tolkninger av elevenes samtale. Et annet funn som fremkommer av studien er at elevene valgte ulike modelleringsruter når de modellerte, og følgelig ikke fulgte stegene i modelleringsprosessen systematisk.

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på min femårige lektorutdanning ved Universitetet i Oslo. Det har vært fem spennende år, og jeg sitter igjen med en stor takknemlighet over alt jeg har lært og alle menneskene jeg har møtt. I den forbindelse er det mange som fortjener en stor takk.

Først og fremst vil jeg takke veilederen min, Lovisa Sumpter. Takk for inspirasjon og hjelp med denne oppgaven. Tusen takk for alle gode tilbakemeldinger du har gitt meg underveis i arbeidet. Det har vært en ære å få arbeide med en så dyktig veileder. Takk til elevene som deltok i studien, for stort engasjement og kreativitet slik at denne studien lot seg gjennomføre.

Jeg vil også benytte anledningen til å takke mine flotte medstudenter gjennom flere år. Takk for alle lunsjer i lektorkroken, kollokvier, turer og sosiale sammenkomster. Takk for at dere har holdt ut med alle mine sprell og tørre humor. Dere krediteres for at dette studieløpet har vært det jeg vil omtale som jovialt og ekstremt innholdsrikt.

Tusen takk, mamma og pappa! Dere har heiet på meg fra dag én, og igjennom fem år satt av tid til å korrekturlese og gi tilbakemeldinger på oppgaver og rapporter. Spesielt takk til min gode bror Stian, Solveig og Kristine for korrekturlesing i forbindelse med denne masteroppgaven, og alle venner (dere vet hvem dere er) for å ha vært tidenes cheerledergjeng og heiet meg frem!

Sist men ikke minst, verdens beste Runar. Tusen takk for at du har bidratt med støtte i særklasse! Du er virkelig en bauta i livet. Takk for all omsorg, gode ord og støttende samtaler. Du inspirerer meg med din ydmykhet, kjærlighet, tro og positive holdning. Takk for at du alltid har et glass O'boy i nærheten, og at du bjuder på med underholdning fra øverste hylle. Jeg er så takknemlig for å være gift med deg og gjøre livet med deg!

Oslo, mai 2022

Malene Bjornes Malde

Innholdsfortegnelse

SAMMENDRAG	iii
FORORD	iv
INNHOLDSFORTEGNELSE	1
1. INNLEDNING	4
1.1 MODELLERING I NORSK LÆREPLAN	5
1.2 HVORFOR FOKUSERE PÅ ELEVERS MATEMATISKE RESONNEMENT?	6
1.3 MODELLERINGSOPPGAVER I MATEMATIKK	7
1.4 FORMÅL MED STUDIEN OG FORSKNINGSSPØRSMÅL	8
1.5 OPPBYGGING AV OPPGAVEN	8
2. TEORI	10
2.1 BETYDNING AV BEGREPENE MODELL OG MODELLERING I MATEMATIKK	10
2.2 MODELLER FOR MATEMATISK MODELLERING	13
<i>2.2.1 Modelleringscykluser – bakgrunn for rammeverk</i>	13
2.3 MATEMATISK RESONNEMENT	18
<i>2.3.1. Begrepsavklaring – matematisk resonnement</i>	18
2.4 RAMMEVERK FOR MATEMATISK RESONNEMENT	20
<i>2.4.1 Inkluderende tolkninger av enkelte begrep</i>	22
2.5 RAMMEVERK BRUKT I STUDIEN	22
3. METODE OG FORSKNINGSDESIGN	25
3.1 FORSKNINGSDESIGN	25
3.2 DESIGN AV MODELLERINGSOPPGAVE	26
3.3 UTVALG OG REKRUTTERING	30
3.4 METODER FOR DATAINNSAMLING	31
<i>3.4.1 Videoobservasjon</i>	31
<i>3.4.2 Videostimulert tilbakekallingsintervjuer</i>	33
3.5 FORBEREDELSE OG GJENNOMFØRING AV DATAINNSAMLING	34

3.5.1	<i>Pilotering</i>	34
3.5.2	<i>Gjennomføring av videoobservasjon</i>	36
3.5.3	<i>Gjennomføring av videostimulerte tilbakekallingsintervjuer (VST-intervjuer)</i>	37
3.6	DATAMATERIALE	37
3.7	DATAANALYSE	38
3.7.1.	<i>Transkripsjon</i>	38
3.7.2.	<i>Analysestruktur</i>	40
3.8	FORSKNINGENS TROVERDIGHET	43
3.8.1	<i>Forskerbias og posisjonalitet</i>	43
3.8.2	<i>Studiens validitet</i>	44
3.8.3	<i>Studiens reliabilitet</i>	47
3.8.4.	<i>Overførbarhet</i>	48
3.8.5	<i>Studiens begrensninger og forslag til forbedring</i>	49
3.9	ETISKE BEMERKNINGER	49
3.9.1	<i>Melde prosjektet</i>	50
3.9.2	<i>Informert og fritt samtykke</i>	50
3.9.3	<i>Konfidensiell og anonym deltakelse</i>	51
3.9.4	<i>Tolkning av data</i>	51
4	RESULTAT	53
4.1	ELLA OG SIRI	53
4.2	FREDRIK OG JONAS	59
5	DISKUSJON	64
5.1	DISKUSJON AV RESULTATER	64
6	AVSLUTNING	69
6.1	KONKLUSJON	69
6.2	OPPSUMMERING AV STUDIENS DIDAKTISKE IMPLIKASJONER	70
	LITTERATURLISTE	73
	OVERSIKT OVER FIGURER OG TABELLER	79
	VEDLEGG	81

VEDLEGG 1: INFORMASJONSSKRIV OG SAMTYKKESKJEMA	82
VEDLEGG 2: GODKJENNING AV NSD	85
VEDLEGG 3: INTERVJUGUIDE (BEGGE GRUPPER)	87
VEDLEGG 4: KLASSIFIKASJONSSKJEMA FOR MODELLERINGSOPPGAVER	89
VEDLEGG 5: INNLEVERTE MODELLER	90

1. Innledning

Igjennom historien har ulike tilnærminger og anvendelser av matematikk vært sentralt, og matematikk har bidratt til å håndtere en rekke problemstillinger, fenomener og situasjoner utenfor selve «matematikken» (Niss og Blum, 2020). Siden matematikk er et universelt språk vil stort sett all matematikk som undervises i grunnskole og videregående opplæring anvendes i det daglige livet (Gravemeijer et al., 2017). Det fremhever derfor viktigheten av at elever utvikler forståelse for sammenhengen mellom matematikkfaget og ikke-matematiske situasjoner.

Det er nettopp her begrepet matematisk modellering aktualiseres. Å arbeide med modellering i skolen kobler matematikkfaget til ikke-matematiske situasjoner, og tydeliggjør den praktiske nytten av å anvende matematikk. Ved å modellere får elever mulighet til å utvikle ferdigheter i å stille kritiske spørsmål til svar de får fra matematiske modeller, samtidig som de utrustes til å kommunisere i og med matematikk (Blomhøj og Jensen, 2003). I tillegg er modellering en viktig ferdighet for å kunne forstå mønstre og sammenhenger i samfunnet og naturen (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Matematisk modellering har blitt et stort forskningsfelt innenfor matematikdidaktikk, i tillegg til at det er et interessefelt for mange (Blum, 2015; Niss og Blum, 2020). I internasjonal sammenheng finnes det mye forskning på hva modellering er og hvorfor elever burde lære seg å modellere. Det finnes imidlertid mindre forskning på hvordan modellering kan implementeres i undervisningen og hvordan elever arbeider med modelleringsoppgaver (Blum, 2011). Hovedgrunnen til dette er ifølge Blum (2011) at modellering kan oppleves svært utfordrende både for elever og lærere, med tanke på både implementering av modellering i undervisning og det faktum at mange elever har en tendens til å møte utfordringer og gjøre feil når de modellerer (Niss og Blum, 2020).

Når man arbeider med matematisk modellering settes en rekke kognitive prosesser i gang (Blum og Leiß, 2008; Maaß, 2006). Elevers resonnement i modelleringsprosessen er en form for kognitiv prosess, og kan gi verdifull informasjon om hvordan elever arbeider med modellering. Elevers evne til å resonnerer og begrunne for gyldigheten av modeller og konklusjoner er viktig for utvikling av forståelse og dybdelæring i matematikk, og for å motvirke utenatføring og memorerte strategier (Bergqvist et al., 2008). Av tidligere forskning vet vi at elever ofte har en tendens til å bruke memorerte strategier og tidligere erfaringer når de modellerer, og sjeldent benytter strategier som er forankret i relevante matematiske

egenskaper (se f.eks., Lithner, 2000, 2004). Forskning viser at de tilfellene hvor elevers resonnement er forankret i matematiske egenskaper ofte er dominert av memorerte, eller innøvde strategier (Bergqvist et al., 2008). Ifølge Hiebert (2003) kreves det bevisst arbeid med elevers resonneringsevne i matematikk for at de skal kunne mestre matematikkfaget, og hvordan lærere identifiserer argumenter forankret i matematiske egenskaper kan være til stor hjelp for elevene i læringsprosessen. Tidligere forskning peker imidlertid på manglende studier på elevers evne til å resonnerer matematisk (Sumpter, 2013). Derfor vil denne studien være relevant, da den undersøker karakteren av elevers matematiske resonnement når de i fellesskap løser en modelleringsoppgave i matematikk.

1.1 Modellering i norsk læreplan

Situasjonen i norsk skole har endret seg de siste årene. I stortingsmelding 28 kom regjeringen med et forslag om å fornye opplæringen i norsk skole (Kunnskapsdepartementet, 2016). I forslaget fremhevet de viktigheten av at skolen og fagene bidrar til at elever utrustes til å bli aktive samfunnsborgere og mestrer eget liv. For å oppnå dette mente regjeringen at opplæringen måtte fornyes slik at fag ble mer relevant og virkelighetsnært, slik at elever skulle få bedre utbytte av opplæringen (Kunnskapsdepartementet, 2016). Regjeringens forslag ble innfridd, og i 2020 tok norsk skolesystem i bruk et nytt læreplanverk for Kunnskapsløftet 2020, videre omtalt som LK20. Formålet med LK20 er at den skal styrke elevers utvikling av dybdelæring og forståelse i fag, og at innholdet i fagene i større grad er relevant for elevers hverdag. Derfor er LK20 inndelt i kjerneelementer som blir sett på som viktige områder i læreplanen for elevers læring og utvikling, hvor modellering og resonnering vektlegges som sentrale områder (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Kjerneelementet «modellering og anvendelser» innebærer at elever skal vurdere modeller de utvikler, se hvilke begrensninger modeller har og vurdere dem opp mot virkelige situasjoner. «Resonnering og argumentasjon» handler om å utruste elever med evnen til å resonnerer og argumentere, slik at de kan ta selvstendige og reflekterte valg, og ta stilling til viktige spørsmål i eget liv og i samfunnet (Utdanningsdirektoratet, 2020).

I LK20 vektlegges kritisk tenkning og tverrfaglighet i fag. Ettersom modellering handler om å løse sammensatte og virkelighetsnære situasjoner i andre fagfelt, er dette et tema som kan arbeides med tverrfaglig. På samme måte vil et matematisk resonnement innenfor modellering handle om å kritisk vurdere modeller og hva de presenterer, og er sentralt innenfor både

modelleringskompetanse og kritisk tenkning. Derfor er et større fokus på resonnering i modellering nødvendig, da modellering vil være en sentral del av matematikkopplæringen fremover, og elevers resonnement og argumentasjon for gyldighet av modeller vil vektlegges. I tidligere norske læreplaner har matematisk modellering fått mindre oppmerksomhet, og ved Kunnskapsløftet som trådte i kraft i 2006 (LK06) ble modellering fjernet helt (Maugesten og Olafsen, 2015). Matematisk modellering har med andre ord ikke vært inkludert i læreplanen på 14 år. Derfor er fokus på hvordan modellering implementeres i undervisning, og hvordan elever arbeider med modellering, desto viktigere.

1.2 Hvorfor fokusere på elevers matematiske resonnement?

I likhet med opplæringen i norsk skole fremhever læreplaner i flere land viktigheten av et fokus på elevers matematiske resonnement som et mål for opplæringen (f.eks., OECD, 2006). Ifølge Ross (1998) er resonnering en fundamental ferdighet, spesielt i møte med problemløsningsoppgaver i matematikk (Bergqvist et al., 2008). Ross (1998) forklarer det slik:

One of the most important goals of mathematics courses is to teach students logical reasoning. This is a fundamental skill, not just a mathematical one. To accomplish this, teachers need to recognize mathematics as a lively, exciting, vibrant field of study that must have a primary role in every child's education throughout the school years. (Ross, 1998, s.253)

Her fremheves viktigheten av lærerens rolle, og at man som lærer tilrettelegger for en undervisningsform som fremmer matematisk resonnement og problemløsning hos elevene. Hvis elevers evne til å resonnerer ikke er utviklet, vil matematikken bare være memorering ved å følge eksempler uten forståelse (Ross, 1998), som også samsvarer med funn fra tidligere forskning (f.eks., Lithner, 2000, 2008). Tidligere forskning viser også at elever i arbeid med problemløsningsoppgaver bruker lite tid på resonnering og begrunnelser for resonnement, da fokuset heller er på utregninger og implementering av strategier (Schoenfeld, 1987). En naturlig del av elevers modelleringskompetanse er å stille kritiske spørsmål til informasjon og svar modeller gir. LK20 beskriver kritisk tenkning i matematikk som evnen til å kritisk vurdere resonnement og argumenter (Utdanningsdirektoratet, 2020). Ifølge LK20 vil et

klasseromsmiljø med fokus på kritisk tenkning og resonnement fasilitere skapertrang, utforskning og kreativitet, hvor matematikkfaget blir beskrevet som en undervisningsform preget av utforskende og problemløsende aktiviteter (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette peker på nødvendigheten av at lærere tilrettelegger for slik undervisning, som fremmer elevers evne til å begrunne og argumentere. Ved at elever blir opplært i å reflektere, identifisere oppgavesituasjoner og begrunne for resonnement, kan det fasilitere for en dypere matematisk forståelse hos elever, i motsetning til utenatføring ved bruk av memorerte strategier og løsningsmetoder. Derfor er et større fokus på matematisk resonnement i undervisning hensiktsmessig og burde være et mål for opplæringen.

1.3 Modelleringsoppgaver i matematikk

Til tross for et økende fokus på matematisk modellering og resonnering, indikerer tidligere resultater fra PISA-2006 (OECD, 2007) at elever over hele verden møter på utfordringer med modelleringsoppgaver (Niss og Blum, 2020). Analyser utført av PISA Mathematics Expert Group (MEG) fant at elevers utfordringer med modelleringsoppgaver kan forklares av oppgavens kompleksitet, og krav til matematikkompetanse og ferdigheter (Blum og Borromeo-Ferri, 2009). Ettersom en økende andel av befolkningen vil bruke matematikk i ulike sammenhenger i fremtiden som krever modellering (Niss og Blum, 2020), må opplæringen i matematikkfaget utruste elever med modelleringskompetanse. Det er derfor avgjørende for elevers læring at matematikklærere har kunnskap om hvordan modellering implementeres i undervisning, og hva slags modelleringsoppgaver som blir gitt til den enkelte elev med hensyn til deres faglige bakgrunn og matematikkompetanse (Maaß, 2006).

Tidligere forskning viser at flere lærere har lite kunnskap om modellering, og modelleringsoppgaver blir derfor sjeldent integrert i undervisningen (Maaß og Gurlitt, 2009). For at modellering kan integreres i undervisning og læres bort til elever, må læring foregå i varierte klasseromsmiljø, hvor elever kan utforske et mangfold av oppgaver (Niss og Blum, 2020). Dette vil ifølge Niss og Blum (2020) forutsette engasjerte lærere som er matematisk, didaktisk og pedagogisk kompetente. For å kunne endre på hvordan modellering kan integreres i undervisning, må lærere ha kunnskap om hva som karakteriserer modelleringsoppgaver (Maaß, 2010). Ettersom oppgaver er en fundamental del av matematikkundervisningen (Krainer, 1993), er veileddning i oppgavedesign avgjørende for undervisning i modellering (Maaß, 2010). Derfor hevder Maaß (2010) at en systematisk

klassifisering av modelleringsoppgaver er hensiktsmessig, og at denne klassifiseringen må samsvare med forskning og diskusjoner på fagfeltet. Til tross for at modellering er blitt et satsningsområde og inkludert i læreplaner i flere land, mener Niss og Blum (2020) at det fremdeles er barrierer som må overvinnes for at det skal være hensiktsmessig å integrere modellering i undervisning.

1.4 Formål med studien og forskningsspørsmål

Formålet med studien er å undersøke hvordan elever arbeider med matematisk modellering, hvor målet er å analysere elevenes kollektive resonnement i dette arbeidet. For å kunne undersøke dette presenterer studien følgende forskningsspørsmål:

1. Hva slags argumenter uttrykker elever når de løser modelleringsoppgaver?
2. Hvilke matematiske egenskaper finnes i ulike typer av argument i elevers kollektive matematiske resonnement?

For å besvare forskningsspørsmålene har jeg gjennomført en casestudie med fire elever fra en ungdomsskole i Oslo. Elevene arbeidet i par om en modelleringsoppgave og datamateriale ble samlet inn gjennom videoobservasjon. I etterkant av oppgaveløsningen deltok elevparene i et semi-strukturert videostimulert tilbakekallingsintervju (VST-intervju). I intervjuene ble elevene stilt spørsmål om deres resonnement og matematiske prosesser inn mot oppgaven, og begrunnelser for valg av strategier. Datamaterialet generert fra videoobservasjon og intervju ble analysert ved å benytte to ulike rammeverk; ett for matematisk resonnement (beskrevet i kapittel 2.4) og ett for matematisk modellering (beskrevet i delkapittel 2.2.1). Rammeverket som foreligger som teoretisk grunnlag i analysen er en kombinasjon av disse to rammeverkene og blir beskrevet i sin helhet i kapittel 2.5. Ved å undersøke hva slags argumenter elevene uttrykte i de ulike delprosessene i modelleringssyklusen, og hvorvidt disse var forankret i matematiske egenskaper, har jeg forsøkt å besvare studiens forskningsspørsmål.

1.5 Oppbygging av oppgaven

Denne oppgaven består av seks kapitler.

Kapittel 1 presenterer studiens tema og rasjonale. Kapittelet tar først for seg hvorfor et større fokus på matematisk modellering og resonnement er nødvendig, samt en redegjørelse av

modellering i norsk læreplan etter fagfornyelsen. Videre fremheves sentrale aspekter ved implementering av modellering i undervisning. Til slutt presenteres oppgavens forskningsspørsmål og hvordan studien vil undersøke og besvare disse.

Kapittel 2 vektlegger teori om matematisk modellering og matematisk resonnement. Kapitlet starter med å tydeliggjøre og beskrive begrepene modell og matematisk modellering. Deretter fremheves ulike perspektiver og tilnærminger til matematisk modellering utledet av Kaiser og Sriraman (2006). Videre tar studien for seg to ulike definisjoner for matematisk resonnement, med utgangspunkt i teori og empirisk forskning. Deretter vektlegges to typer forskningslitteratur; først litteratur om matematisk modellering og ulike modelleringscykluser, så litteratur om matematisk resonnement og ulike typer argumenter. Til slutt beskrives rammeverket brukt i studien.

Kapittel 3 beskriver studiens metode, formål og forskningsdesign. Videre gis en beskrivelse av design av modelleringsoppgaven, og hvorfor den klassifiseres som en modelleringsoppgave ut ifra Maaßs (2010) klassifikasjonsskjema. Deretter tar kapitlet for seg forberedelser for gjennomføring av datainnsamlingen og en beskrivelse av datamaterialet som danner grunnlaget for analysen. Til slutt presenteres en redegjørelse for hvordan analysen er utført, i tillegg til en diskusjon av studiens reliabilitet, validitet og overførbarhet. Avslutningsvis peker kapitlet på noen etiske bemerkninger ved studien.

Kapittel 4 presenterer studiens analyse av elevenes kollektive resonnement. Analysen viser til eksempler fra elevenes diskusjoner i oppgaveløsning, og presenterer resultater fra analysen.

Kapittel 5 diskuterer resultatene fra analysen i lys av teori og tidligere forskning presentert i innledning -og teorikapitlet. Resultatene presenteres og diskuteres i sin helhet (ikke delkapitler), da det er formålet er at diskusjonen styrers av resultater mer enn delkapitler.

Kapittel 6 sammenfatter diskusjonen som har blitt gjort i diskusjonskapitlet ved å oppsummere studiens hovedfunn og didaktiske implikasjoner.

2. Teori

Ettersom oppgavens formål er å studere elevers kollektive resonnement i modelleringsarbeid presenterer dette kapitlet to ulike rammeverk som utgjør det teoretiske grunnlaget for analysen; ett for matematisk modellering og ett for matematisk resonnement. Kapitlet avsluttes med en helhetlig presentasjon og beskrivelse av hvordan de to rammeverkene er kombinert.

2.1 Betydning av begrepene modell og modellering i matematikk

Læreplanen definerer en modell i matematikk som en beskrivelse av virkeligheten, hvor modelleringen er å lage denne modellen (Utdanningsdirektoratet, 2020). Matematisk modellering handler derfor om å løse virkelighetsbaserte problemer, og vi kan tenke på modelleringsbegrepet som en bro mellom to verdener; en matematisk verden og en virkelig verden (Niss et al., 2007; Niss og Blum, 2020). Modellering er en prosess hvor resultatet er en modell som representerer virkeligheten på en forenklet måte. Slike modeller har derfor ofte en spesifikk intensjon som ikke nødvendigvis tar hensyn til alle aspekter ved virkeligheten (Maaß, 2010).

I forskningslitteratur skilles det mellom normativ modellering og deskriptiv modellering (Niss og Blum, 2020). Deskriptiv modellering har som formål å fange og forstå en eksisterende virkelighet, og den deskriptive modellen representere den virkelige konteksten mest mulig nøyaktig og presist (Niss og Blum, 2020). Normativ modellering derimot konstruerer modeller som bidrar til å beskrive virkeligheten ved å strukturere, endre og tilpasse den. Normative modeller tar derfor utgangspunkt i å beskrive en del av virkeligheten og konteksten, ikke nødvendigvis virkeligheten som en helhet ettersom det er gjort endringer og tilpasninger for å kunne modellere situasjonen (Niss og Blum, 2020).

Tabell 2.1: Ulike definisjoner av matematisk modellering (mine oversettelser)

Forfatter	Definisjon av matematisk modellering
Maaß (2010)	«Modellering betyr å forstå et realistisk problem, sette opp en modell av problemet og finne en løsning ved å arbeide matematisk med modellen.» (s. 287)
Blum (1993)	«Matematisk modellering kan bety prosessen med modellbygging, som fører fra en reell situasjon til en matematisk modell, eller hele den anvendte problemløsningsprosessen, eller igjen en hvilken som helst måte å koble den virkelige verden med matematikk.» (s. 5)
Artigue og Blomhøj (2013)	«Analytisk kan modelleringsprosessen beskrives som en syklisk prosess der refleksjoner i prosessen kan føre til endringer i tidligere delprosesser og dermed initiere nye sløyfer i modelleringssyklusen.» (s. 805)
Niss et al. (2007)	Matematisk modellering innebærer hele prosessen fra å identifisere et problem i den virkelige verden, strukturere, matematisere, tolke og vurdere situasjoner ut fra den virkelige verden, og gjenta syklusen flere ganger hvis nødvendig.
Blum og Borromeo-Ferri (2009)	«Matematisk modellering er prosessen med å oversette mellom den virkelige verden og matematikk i begge retninger.» (s. 45)

I tabell 2.1 presenteres et utvalg definisjoner for matematisk modellering. Hvordan begrepet defineres og hvilken tilnærming forskere har til matematisk modellering, avhenger av det teoretiske perspektivet som benyttes (Kaiser og Sriraman, 2006). For å kunne forklare matematisk modellering har Kaiser og Sriraman (2006) lagd en oversiktlig tabell med bruksområdene til modellering og en presentasjon av de ulike perspektivene for modellering (tabell 2.2). Det viser seg imidlertid at å klassifisere tilnærminger til modellering er komplekst, og det er fremdeles en pågående diskusjon mellom forskere på fagfeltet (Borromeo-Ferri, 2006). Man kan likevel se at en fellesnevner for de ulike perspektivene er konseptet om en sammenheng mellom en matematisk verden og en virkelig verden (Niss et al., 2007).

Tabell 2.2: Kaiser og Sriraman (2006) klassifisering av perspektiver på matematisk modellering (mine oversettelser)

Perspektiv	Sentrale mål	Relasjon til tidligere perspektiver	Bakgrunn
Realistisk eller anvendt modellering	Pragmatisk og nyttig mål (løse et virkelig verdensproblem, forstå den virkelige verden, fremme modelleringskompetanse)	Pragmatisk perspektiv av Pollak	Anglosaksisk pragmatisme og anvendt matematikk
Kontekstuell modellering (Blum og Leiß, 2007)	Subjektrelatert og psykologiske mål, løse verdensproblem	Informasjon, prosessere, tilnærmet læring til systemtilnærming	Amerikansk problemløsningsdebatt som en del av hverdags praksisen og psykologiske labeksperiment
Utdanningsrettet modellering: 1. didaktisk 2. konseptuell (Maaß, 2006, 2010)	Pedagogisk og fagrelaterte mål: 1. Strukturering av læringsprosessen 2. Introduksjon til konsept og utvikling	Integrerende perspektiver (Blum, Niss) og videreutvikling av naturvitenskaplig og humanistisk tilnærming	Didaktisk teori og læringsteori
Sosial-kritisk modellering	Pedagogiske mål som kritisk tenkning om verden rundt oss	Frigjørende perspektiv	Sosialkritisk tilnærming til politisk sosiologi
Epistemologisk eller teoretisk modellering	Teoriorienterte mål, for å jobbe med en teori	Naturvitenskaplig og humanistisk perspektiv av «tidlig» Freudenthal	Romansk epistemologi
Metaperspektiv: kognitiv modellering	Forskningsmål: 1. Analysere kognitive prosesser som finner sted i modelleringsprosessen og forståelsen av disse kognitive prosessene. Psykologisk mål: 2. Fremme matematisk tankeprosesser ved å bruke modeller som mentale bilder, eller understreke modellering som mentale prosesser som abstraksjon eller generalisering.		Kognitiv psykologi

I studien brukes tabell 2.2 for å kartlegge hvilket perspektiv og tilnærming studien har til matematisk modellering. Studiens formål er å undersøke elevers kollektive resonnering når de i fellesskap løser en modelleringsoppgave, med fokus på argumentasjon. Derfor benyttes to forskningsspørsmål som undersøker hvilke argumenter som uttrykkes i oppgavesituasjonen. Klassifiseringen i tabell 2.2 presenterer flere perspektiver på matematisk modellering som kan kobles til forskningsspørsmålene studien presenterer.

I modelleringsoppgaven elevene får utdelt handler det første delspørsmålet om å løse en virkelighetsbasert tekstoppgave (se figur 3.2). Følgelig vil modelleringsoppgaven være relevant for kategorien kontekstuell modellering ettersom denne kategoriens sentrale mål er å kunne løse virkelige problemsituasjoner i ekte kontekster. Det andre delspørsmålet modelleringsoppgaven presenterer omhandler elevenes evaluering av modelleringen, og kan gi innblikk i hvordan elevene har arbeidet med modelleringsoppgaven, og potensielt gi informasjon om elevenes utvikling og modelleringskompetanse. Følgelig kan modelleringsoppgaven være relevant for kategorien utdanningsrettet modellering. Derfor vurderes disse to perspektivene for matematisk modellering relevant for studien, ettersom modelleringsoppgaven som benyttes i studien kan relateres til disse to perspektivene.

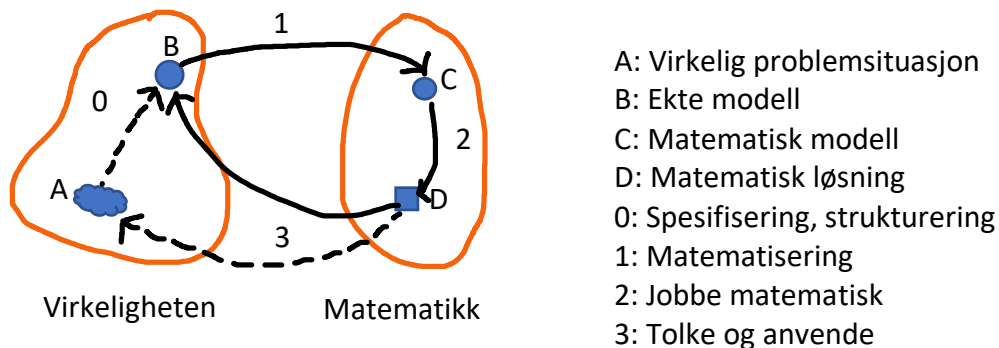
2.2 Modeller for matematisk modellering

Matematisk modellering er ifølge Niss og Blum (2020) en kognitivt krevende aktivitet. For å kunne undersøke hvordan elevers kognitive prosesser er i modelleringsaktiviteter, kan man ta utgangspunkt i modeller for matematisk modellering (Blum og Borromeo-Ferri, 2009). I tillegg til ulike perspektiver på hva matematisk modellering er, finnes det også forskjellige modelleringssykluser hvor ulike prosesser vektlegges. Derfor vil dette delkapittelet presentere et utvalg modelleringssykluser som er relevant for studien. Delkapittelet vil også begrunne og drøfte for valg av modelleringssyklus som foreligger som rammeverk for modellering i studien.

2.2.1 Modelleringssykluser – bakgrunn for rammeverk

I forskningslitteratur om matematisk modellering eksisterer det ulike modelleringssykluser som beskriver modelleringsprosessen (Niss og Blum, 2020). Variasjonene på modelleringssyklusene avhenger av hvilket perspektiv modellene representerer, formål og forståelse for hva matematisk modellering er (se tabell 2.2). Det var Blums (1985)

visualisering av modelleringsprosessen som for første gang ble kalt en modelleringsprosess. Denne modellen (figur 2.1) danner grunnlaget for flere av modelleringscyklusene på fagfeltet.



Figur 2.1: Blums (1985) visualisering av modelleringsprosessen (mine oversettelser) (Blum og Kirsch, 1989, s.134)

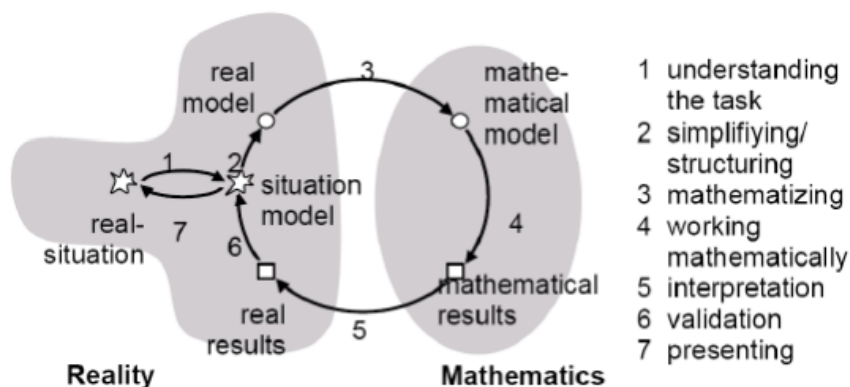
Modelleringscykluser illustreres ofte ved en syklisk modell som går igjennom ulike steg som beskriver de forskjellige delprosessene i modelleringen. Å gjøre et virkelig problem om til noe som kan løses matematisk kalles «matematisering», og utføres i modelleringsprosessen når man modellerer et virkelig problem.

Fremstillingen i figur 2.1 er en enkel og presis modell som viser at man først lager en modell av den virkelige verden og matematiserer den til en matematisk modell. I Blums (1985) visualisering av modelleringsprosessen beveger man seg mellom fire ulike steg (A-D) gjennom de tilhørende prosessene (0-3). På denne måten kan man analysere elevers kognitive prosesser i arbeid med matematisk modellering.

Modelleringscykluser er derimot ikke et fullstendig bilde av elevers tenkning og problemløsningsprosess, men heller en idealisert visualisering (Maaß, 2006, 2010). Felles for ulike modelleringscykluser er at man befinner seg i en virkelig verden med et virkelighetsbasert problem, og beveger seg over i den matematiske verden ved å matematisere problemet (f.eks., Maaß, 2006; Niss et al., 2007). Hvilken modelleringscyklus man tar utgangspunkt i avhenger av formålet med det man ønsker å undersøke. I denne studien er formålet å undersøke elevers resonnement når de i fellesskap løser modelleringsoppgaver, og det er derfor ønskelig å undersøke hva slags argumenter som uttrykkes når elever beveger seg mellom de ulike delprosessene i modelleringscyklusen. Følgelig er det hensiktsmessig å velge en modelleringscyklus som fokuserer på delprosesser i modelleringscyklusen som kan besvare studiens forskningsspørsmål på en best mulig måte. Derfor trekker studien frem to sentrale

modelleringscykluser på fagfeltet som er utviklet av anerkjente forskere innen matematisk modellering.

Den første modelleringssyklusen er presentert av Werner Blum og Dominik Leiß (2005, i Blum og Leiß 2007). De har gjennom årene utviklet og forbedret modelleringssykluser gjennom funn fra empirisk forskning. I et tidligere forskningsprosjekt undersøkte Blum og Leiß hvordan elever og lærere på niendetrinn håndterte modelleringssoppgaver, ved å analysere deres kognitive prosesser. Med utgangspunkt i funn fra prosjektet utviklet og reviderte Blum og Leiß en modelleringssyklus som er fremstilt i figur 2.2. Denne modellen illustrerer en modelleringssyklus som tar utgangspunkt i syv steg for kognitiv analyse.



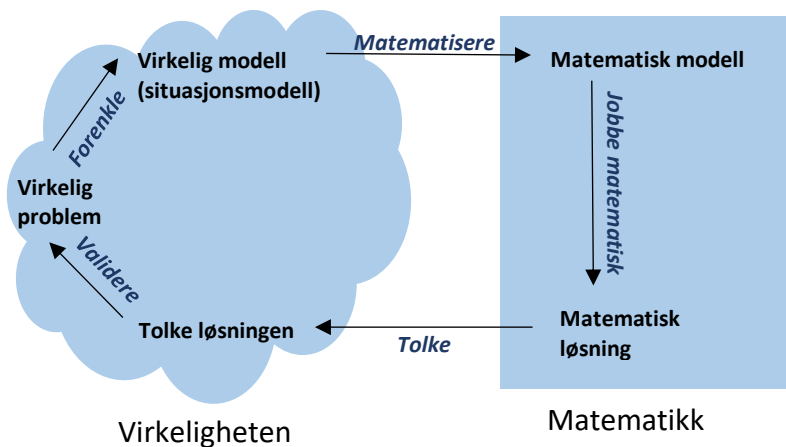
Figur 2.2: Modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007, s.225)

Modellen i figur 2.2 tilhører den kognitive og den kontekstuelle tilnærmingen til modellering (Kaiser og Sriraman, 2006). Modellen skiller mellom den virkelige verden og den matematiske verden ved at disse to områdene er fysisk adskilt. Modellen presenterer syv ulike steg eller delprosesser man gjennomgår i modelleringsprosessen, hvor det første steget er å forstå det virkelighetsbaserte problemet og analysere kjernen i oppgaven. Det neste steget betegnes som situasjonsmodellering, og er ifølge Blum og Leiß (2007) den viktigste fasen av modelleringsprosessen ettersom det er i denne overgangen at oppgaven blir forstått.

Når dette steget er identifisert er neste steg å forenkle og strukturere data og informasjon slik at man kan konstruere en situasjonsmodell (mental modell). Videre tar syklusen utgangspunkt i at man matematiserer situasjonsmodellen til en matematisk modell. De tre første stegene tar derfor utgangspunkt i den virkelighetsbaserte problemsituasjonen som befinner seg i den virkelige verden, mens de fire neste stegene handler om å tolke og arbeide matematisk med modellen i den matematiske verden. På den måten blir modelleringen en bro mellom den

matematisk verden og den virkelige verden (Niss et al., 2007). Avslutningsvis valideres funn fra den matematiske verden opp mot den virkelighetsbaserte problemsituasjonen, for å så tilslutt presentere løsningen. Ved å følge denne syklusen vil man ifølge Blum og Leiß (2007) kunne beskrive og undersøke elevers kognitive prosesser i modelleringsaktiviteter.

I figur 2.3 fremstilles Maaßs (2006) modelleringssyklus, som i likhet med Blum og Leiß (2007) fokuserer på forståelse av den virkelige problemsituasjonen for å kunne forenkle problemet til en situasjonsmodell. Derfor er denne delprosessen indikert med et eget steg i syklusen (se figur 2.3).



Figur 2.3: Modelleringssyklusen til Maaß (2006) (mine oversettelser)

Modellen til Maaß (2006) illustrerer modelleringsprosessen ved fem steg for kognitiv analyse, som i stor grad gjenspeiler stegene i Blum og Leißs (2007) modell. Modellen beskriver det første steget som å forstå det virkelighetsbaserte problemet for å danne en mental modell av situasjonen. Den mentale modellen danner grunnlaget for situasjonsmodellen som konstrueres ved å forenkle, strukturere og idealisere det originale problemet. Neste steg i syklusen er å oversette den mentale situasjonsmodellen til en matematisk modell. Dette gjøres ved å matematisere modellen ved hjelp av å forankre ideer og konsepter i matematiske egenskaper, og å arbeide matematisk med situasjonsmodellen (Maaß, 2006). Den matematiske modellen er da en løsning på problemsituasjonen. I dette fjerde steget anvendes matematikk for å utføre beregninger og kalkulasjoner som kan gi en matematisk løsning. Denne løsningen er i den matematiske verden, og vil i neste steg tolkes i lys av den virkelige verden (Maaß, 2006). Etter å ha arbeidet matematisk med modellen vil resultatet være en matematisk løsning som

deretter tolkes ut ifra den originale virkelighetsbaserte situasjonen. Det siste steget i syklusen handler om å validere løsningen. Hvis løsningen eller den valgte modellen viser seg å ikke være passende for virkeligheten, må bestemte trinn eller at hele modelleringssyklusen gjennomgås flere ganger (Maaß, 2006; Niss og Blum, 2020). Hvordan elever beveger seg i modelleringssyklusen kalles for «modelleringstruter» og påvirkes av elevenes ferdigheter, kompetanse og preferanser (Niss og Blum, 2020).

Modelleringssyklusen til Maaß (2006) og Blum og Leiß (2007) har flere fellestrekk og enkelte ulikheter. Begge modellene skiller mellom den virkelige verden og den matematiske verden ved at disse to områdene er fysisk adskilt i modellen, som den grunnleggende forståelsen av hva modellering innebærer (f.eks., Niss et al., 2007; Niss og Blum, 2020). Ettersom modelleringssykluser ikke tar hensyn til alle aspekter ved virkeligheten, vil de også kun illustrerer en idealisert modelleringsprosess, og ikke nødvendigvis et nøyaktig bilde av prosessen (Maaß, 2006, 2010). I modellen til Maaß (2006) indikeres dette med et tydelig skille i illustrasjonen av den matematiske verden og den virkelige verden, noe modellen til Blum og Leiß (2007) ikke illustrerer i like stor grad.

Et annet skille mellom de to modelleringssyklusene er antall delprosesser i modelleringssyklusen. Modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) presenterer syv delprosesser hvorimot Maaßs (2006) modell presenterer fem delprosesser. Det er fordi Blum og Leiß (2007) vektlegger delprosessene «forstå oppgaven» og «presentasjon» av løsningen, og har derfor indikert dette som egne steg i modelleringssyklusen. I Maaßs (2006) modell inkluderer den første delprosessen både å forstå oppgaven, og forenkle den (konstruere en situasjonsmodell), mens disse er delt inn i to separate delprosesser i modellen til Blum og Leiß (2007). Delprosessen «presentasjon» i figur 2.2, er ikke relevant for studiens formål, ettersom elevenes diskusjon og tolkning av den matematiske løsningen vektlegges mer enn en formell presentasjon og evaluering av modellen.

For å kunne undersøke og besvare studiens forskningsspørsmål er det hensiktsmessig å benytte en modelleringssyklus som belyser relevante steg i modelleringsprosessen. Studien vektlegger ikke evaluering og presentasjon av løsninger. Ettersom modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) inkluderer delprosesser som ikke er like relevant for studien, vurderes derfor Maaßs (2006) fem steg i modelleringsprosessen som en passende modell å benytte, ettersom denne modellen presenterer fem delprosesser som er sentrale for å kunne undersøke studiens forskningsspørsmål. I tillegg gir de fem delprosessene et helhetlig bilde av elevenes

valg av modelleringsruter, og hvilke typer argumenter som uttrykkes i de ulike delprosessene i modelleringssyklusen (beskrevet i kapittel 2.4). Studiens resultater bygger derfor på Maaßs (2006) modell, hvor matematisk modellering er definert ut fra Maaßs (2010) definisjon (se tabell 2.1), hvilket samsvarer med perspektivene på modellering fremstilt i tabell 2.2. Følgelig vil Maaßs (2006) modelleringssyklus utgjøre det teoretiske rammeverket for matematisk modellering i studien.

2.3 Matematisk resonnement

I dette delkapittelet presenteres og sammenlignes to ulike definisjoner av matematisk resonnement. De to definisjonene er valgt ut ettersom de defineres av forskere som er sentrale på fagfeltet, og er forankret i anerkjente rammeverk; ett for matematisk kompetanse hvor resonnering er en viktig faktor, og ett for matematisk resonnement.

2.3.1. Begrepsavklaring – matematisk resonnement

I likhet med definisjonsproblematikken i forskning på matematisk modellering, eksisterer det ikke en entydig definisjon av hva et matematisk resonnement er (f.eks., Kilpatrick et al., 2001; Lithner, 2008, Niss og Jensen, 2002). Beskrivelser av hva et matematisk resonnement er har en tendens til å være vage, usystematiske og diffuse. I tillegg har forskere ulike syn og perspektiver på hva resonnering er, og hva et matematisk resonnement innebærer (Jeannotte og Kieran, 2017; Sumpter, 2013). Likevel viser forskning at begrepet resonnering er mye brukt av matematikklærere uten en klar definisjon, men heller en antagelse om at det er en felles enighet om hva begrepet betyr (Lithner, 2008; Yackel og Hanna, 2003). Derfor trekker studien frem to ulike beskrivelser av hva et matematisk resonnement er for å få en bedre forståelse av hva ulike forskere vektlegger i begrepet, og for å danne et teoretisk grunnlag for hvordan matematisk resonnement er definert i studien.

Resonnering i matematikk handler ifølge Niss og Jensen (2002) om evnen til å reflektere og resonnere rundt matematiske fenomener, og er en grunnleggende kompetanse i matematikk. De presenterer et rammeverk for matematisk kompetanse som består av åtte distinkte, men overlappende matematiske kompetanser, som sammen danner grunnlaget for matematikkompetanse. En av delkompetansene Niss og Jensen (2002) presenterer er resonneringskompetanse. Denne kompetansen definerer de som evnen til å kunne følge og

begrunne et matematisk resonnement, forstå hva et matematisk bevis er, og å kunne regne og gjennomføre uformelle og formelle resonnement. Videre forklarer de at resonneringskompetanse innebærer at man kan gjøre et matematisk resonnement om til et gyldig bevis, og å kunne begrunne for gyldigheten til matematiske påstander og løsninger (Niss og Jensen, 2002). På den andre siden har vi Lithner (2008) som ikke tar for seg matematisk resonnement som en kompetanse, men definerer resonnering i matematikk slik:

Reasoning is the line of thought adopted to produce assertions and reach conclusions in task solving. It is not necessarily based on formal logic, thus not restricted to proof, and may even be incorrect as long as there are some kinds of sensible (to the reasoner) reasons backing it. (Lithner, 2008, s. 257).

Den overnevnte definisjonen beskriver et resonnement som en rekke tanker som fører til antagelser og konklusjoner i oppgaveløsning, og påpeker videre at disse antagelsene ikke trenger å være korrekte eller formelt logiske, så lenge det er gode begrunnelser som støtter dem. Kjernen i definisjonen til Lithner (2008) og Niss og Jensen (2002) er den grunnleggende forståelsen av at resonnering i matematikk handler om evnen til å begrunne og argumentere for gyldigheten av en påstand eller konklusjon.

For å innhente informasjon om et matematisk resonnement, kan man se nærmere på argumentasjon og hva slags argumenter som uttrykkes i et resonnement (Sumpter, 2013). Argumentasjon er derfor et viktig verktøy i resonnering, og brukes for å begrunne gyldigheten av resonnementets konklusjon. Ifølge Lithner (2008) er et resonnement i matematikk forankret i argumenter, som igjen er forankret i matematiske egenskaper. Disse matematiske egenskapene kan beskrives som objekter, transformasjoner og/eller begrep (mine oversettelser):

- Objekter er de grunnleggende enhetene man arbeider med, som for eksempel tall, funksjoner, variabler og diagrammer.
- Transformasjoner er det som blir gjort med et objekt, hvor utfallet er et nytt objekt. Et eksempel på en transformasjon kan være rotasjon av en vektor, speiling av en geometrisk figur, en forflytning osv.
- Begrep er en matematisk idé som er bygd på et sett med objekter, transformasjoner og deres egenskaper, eksempelvis funksjonsbegrepet eller uendelighetsbegrepet. (Lithner, 2008).

Ifølge Lithner (2008) blir resonnering i matematikk ofte brukt for å betegne tenkning på et høyere nivå, eller av «høyere kvalitet», uten å definere hva dette faktisk innebærer. Derfor benytter forskere ulike rammeverk som definerer matematisk resonnement på en spesifikk måte (Hedefalk og Sumpter, 2017). De to definisjonene presentert i dette delkapittelet presiserer at resonnering i matematikk innebærer å kunne følge og begrunne et matematisk resonnement, hvor begrunnelsene av resonnementet og dets gyldighet står sentralt. I Niss og Jensens (2002) definisjon av resonneringskompetanse vektlegges evnen til å omgjøre et resonnement til gyldige bevis, hvorimot Lithner (2008) på den andre siden mener at resonnementet ikke nødvendigvis trenger å være riktig eller formelt logisk, så lenge det er gode argumenter som støtter det.

I denne studien vil ikke bevis vektlegges i undersøkelse av matematisk resonnement, da det ikke er relevant for studiens formål. Studien ønsker å undersøke elevers matematiske resonnement hvor det ikke stilles krav til at resonnementet må være et gyldig bevis, men heller forankret i gode argumenter som støtter resonnementet. Basert på det overnevnte er Lithner (2008) sin definisjon for matematisk resonnement vurdert til å være en passende definisjon å benytte i studien, da denne definisjonen fokuserer på argumenter i likhet med forskningsspørsmålene som undersøkes. Etersom Lithners (2008) definisjon benyttes, er det dermed naturlig å benytte et rammeverk for matematisk resonnement som samsvarer med denne definisjonen. I neste delkapittelet presenteres derfor et rammeverk for matematisk resonnement utledet av Lithner (2008).

2.4 Rammeverk for matematisk resonnement

For å undersøke matematisk resonnement presenterer Lithner (2008) et rammeverk som vektlegger argumentasjon. Rammeverket tar utgangspunkt i Lithners (2008) definisjon for matematisk resonnement (se delkapittel 2.3.1). Videre beskrives et matematisk resonnement som produktet av resonneringsrekkefølgen, som starter i en oppgave og avsluttes i et svar (Lithner, 2008). Rammeverket brukes for å strukturere data for å lettere kunne analysere innholdet i ulike argument, og består av fire steg i oppgaveløsning:

- Steg 1: Presentasjon av (del)oppgaven. Hvis det ikke er klart for oppgaveløseren kalles det en problematisk situasjon.

- Steg 2: Valg av strategi. Dette kan være å velge, huske, konstruere eller undersøke en prosedyre eller tilnærming til oppgaven. Valget kan være støttet av spørsmålet «hvorfor vil strategien løse oppgaven?».
- Steg 3: Strategien blir implementert, som kan bli etterfulgt av spørsmålet «hvorfor førte strategien fram til løsningen på oppgaven?».
- Steg 4: Konklusjon. Oppgaveløseren kommer fram til en konklusjon eller svar på oppgaven.
(Lithner, 2008, s.257).

Ut ifra disse fire stegene analyseres datamaterialet for å identifisere hva slags argumenter elever uttrykker når de løser oppgaver i matematikk, og hvorvidt disse er forankret i relevante matematiske egenskaper. Gjennom tidligere forskning har Lithner (2008) identifisert to typer av argumenter knyttet til steg 2 og 3 i oppgaveløsning. I tillegg har Eriksson og Sumpter (2021) og Hedefalk og Sumpter (2017) tilføyd ytterligere to typer argumenter knyttet til steg 1 og 4 i rammeverket presentert ovenfor. Fra tidligere empirisk forskning eksisterer det derfor fire ulike typer argumenter knyttet til oppgaveløsning i matematikk.

Den første typen argument er koblet til strategivalg og kalles for prediktivt argument. Prediktive argumenter har som intensjon å besvare spørsmålet «Hvorfor vil strategien løse oppgaven?» (Lithner, 2008). Den andre typen argument er verifiserende argument. Disse er koblet til strategiimplementeringen, og har som intensjon å besvare spørsmålet «Hvorfor løste strategien oppgaven?» (Lithner, 2008). De to overnevnte argumentene fokuserer på strategier, men ingen fokuserer på konklusjonen og evalueringen av resonnementet (Hedefalk og Sumpter, 2017).

Den tredje typen argument er koblet til oppgavesituasjonen og kalles for identifiserende argument. Identifiserende argumenter har som intensjon å besvare spørsmålet «Hva går oppgaven egentlig ut på?» (Eriksson og Sumpter, 2021). Den fjerde typen argument er koblet til konklusjonen, og kalles evaluerende argument. Evaluerende argumenter har som formål å overbevise om konklusjonen er riktig eller feil, og vil besvare spørsmålet «Hvordan og på hvilken måte er konklusjonen et svar på oppgaven?» (Hedefalk og Sumpter, 2017). Disse fire ulike argumentene ligger til grunn for undersøkelse av elevenes matematiske resonnement, ettersom et resonnement ifølge Lithner (2008) er forankret i argumenter. Derfor anvendes Lithner (2008) sitt rammeverk for resonnement og argumentasjon i studien, i kombinasjon med Eriksson og Sumpter (2021) og Hedefalk og Sumpters (2017) evaluerende og

identifiserende argumenter, da det gir anledning til å analysere argumenter i alle deler av oppgaveløsningen. Studiens rammeverk blir beskrevet nærmere i kapittel 2.5.

2.4.1 Inkluderende tolkninger av enkelte begrep

Verifiserende argument har som hensikt å besvare spørsmålet: Hvorfor vil strategien løse oppgaven? (Lithner, 2008). I analysen er det foretatt en inkluderende tolkning av dette begrepet som inkluderer hva elevene gjør under strategiimplementering. Dermed er verifiserende argumenter tolket som argumenter som skjer under arbeid, og vil da være argumenter som omhandler strategi, beskrivelser av hva som skjer under strategiimplementering og begrunnelser for hvorfor elevene gjør det de gjør. På samme måte er identifiserende argumenter tolket som mer enn å lese oppgaveteksten, og krever at elevene foretar en liten analyse av hva oppgaven spør om. Videre tolkes evaluerende argumenter som argumenter som evaluerer svar på oppgavesituasjonen eller delsvare elevene konkluderer med underveis i oppgaveløsningen. Det er ikke foretatt noen ytterlige tolkninger av prediktive argumenter enn det som er definert tidligere i dette kapittelet (se kapittel 2.4).

2.5 Rammeverk brukt i studien

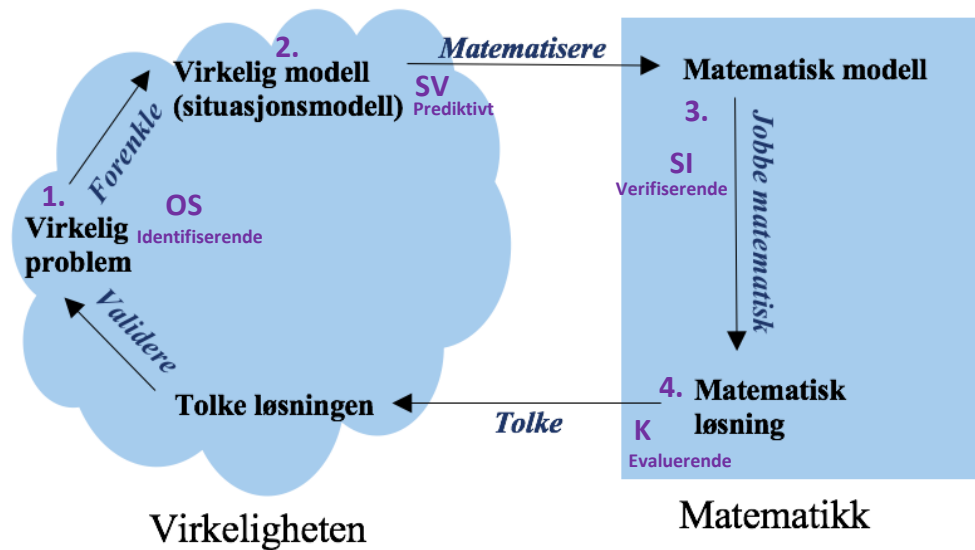
For å kunne undersøke elevers matematiske resonnement i modelleringsprosessen foreligger det som er beskrevet tidligere, to rammeverk for analyse som er beskrevet tidligere i oppgaven (kapittel 2.4 og 2.2.1).

De to rammeverkene er valgt av hensiktsmessige grunner for å kunne besvare studiens forskningsspørsmål best mulig. Rammeverket til Lithner (2008) inkluderer evaluerende og identifiserende argumenter slik fremstillingen i tabell 2.3 illustrerer (Eriksson og Sumpter, 2021; Hedefalk og Sumpter, 2017). Strukturen for å analysere elevers matematiske resonnement er presentert i figur 2.5, og illustrerer kombinasjonen av to de rammeverkene.

Tabell 2.3: Rammeverk for matematisk resonnement basert på Eriksson og Sumpter (2021), Hedefalk og Sumpter (2017), Lithners (2008) identifiserte argumenter i oppgaveløsning (mine oversettelser).

Steg i oppgaveløsning (resonneringsstruktur)	Beskrivelse
1. OS – oppgavesituasjon	Identifiserende argumenter som svarer på spørsmålet «hva er de sentrale matematiske egenskapene til problemet?» (Eriksson og Sumpter, 2021).
2. SV – strategivalg.	Prediktive argumenter som svarer på spørsmålet «hvorfor vil strategien løse oppgaven?» (Lithner, 2008).
3. SI – strategiimplementering.	Verifiserende argumenter som svarer på spørsmålet «hvorfor løste denne strategien oppgaven?» (Lithner, 2008).
4. K – konklusjon	Evaluerende argumenter og svarer på spørsmålet «hvordan og på hvilken måte er konklusjonen et svar på oppgaven?» (Sumpter og Hedefalk, 2017).

Strukturen for rammeverket i tabell 2.3 identifiserer fire ulike argumenter som kan oppstå i oppgavesituasjon som er forankret i relevante matematiske egenskaper beskrevet som objekter, transformasjoner eller begrep (Lithner, 2008). I figur 2.5 illustreres rammeverket som danner det teoretiske grunnlaget for analysen, hvor Maaßs (2006) modelleringssyklus er illustrert ved de fem delprosessene i modelleringssyklusen, i kombinasjon med Lithners (2008) fire steg i oppgaveløsning (indikert med lilla bokstaver).



Figur 2.5: Kombinasjon av rammeverk for matematisk modellering (Maaß, 2006) og Lithners (2008) rammeverk for matematisk resonnering, i kombinasjon med identifiserende og evaluerende argument (Eriksson og Sumpter, 2021; Hedefalk og Sumpter, 2017).

De fire stegene i oppgaveløsning er plassert i bestemte steg (delprosesser) i modelleringszyklusen. Oppgavesituasjon (OS) handler om at elevene identifiserer det virkelige problemet, og kan forenkle og strukturere problemet til en situasjonsmodell (Maaß, 2006). Derfor er OS plassert i steg 1, og inkluderer prosessen med å forenkle det virkelige problemet. Videre er strategivalg (SV) måten elevene tar seg fra den virkelige modellen til en matematisk modell. SV inkluderer derfor prosessen med å matematisere situasjonsmodellen til en matematisk modell, og er plassert i steg 2. Strategiimplementering (SI) handler om hvordan elevene jobber matematisk med strategien for å komme frem til en matematisk løsning, og er derfor plassert i steg 3. Det siste steget er konklusjon (K) hvor elevene validerer hvorvidt SV og SI har ført til en matematisk løsning. K er derfor plassert i steg 4 i modelleringszyklusen, og inkluderer validering av om K svarer på den opprinnelige oppgavesituasjonen.

De fire typene av argumenter (beskrevet i delkapittel 2.4) er indikert ved sine respektive delprosesser slik figur 2.5 illustrerer. Rammeverket tar følgelig utgangspunkt i at identifisering av oppgavesituasjon (OS) og strategivalg (SV) opptrer i den virkelige verden, mens strategiimplementering (SI) og konklusjon (K) er i den matematiske verden.

3. Metode og forskningsdesign

I planleggingen av forskningsdesignet i studien har hensiktsmessige valg av metodiske tilnærminger og gode forberedelser vært viktige. Studien ble gjennomført som en *casestudie* hvor fire elever deltok, og datamaterialet ble innhentet ved videoobservasjon etterfulgt av videostimulerte tilbakekallingsintervjuer av oppgaveløsning. Datamaterialet i studien er transkribert videomateriale fra observasjon og intervjuer, samt innleverte modeller.

I dette kapittelet vil jeg redegjøre for studiens metodologi. Jeg vil diskutere valg knyttet til forberedelse og gjennomføring av datainnsamling og analyse, i tillegg til å gi en beskrivelse av metodiske valg tatt i hensyn for å ivareta studiens validitet og reliabilitet. Til slutt vil det fremlegges og diskuteres noen relevante etiske bemerkninger ved forskningsprosjektet.

3.1 Forskningsdesign

Formålet med studien er å undersøke elevers kollektive resonnement i modelleringsarbeid.

For å kunne undersøke dette har jeg formulert to forskningsspørsmål:

1. Hva slags argumenter uttrykker elever når de løser modelleringsoppgaver?
2. Hvilke matematiske egenskaper finnes i ulike typer av argument i elevers kollektive matematiske resonnement?

For å undersøke studies forskningsspørsmål har jeg utformet et forskningsdesign hvor hensikten er å få en dyptgående og detaljert beskrivelse av forskningsspørsmålene, med en åpen og utforskende tilnærming til forskningen (Johnson, 2017; Yin, 2014; Larsen, 2017). Ifølge Patton (1999) er kvalitativ metode å foretrekke i en slik forskning ettersom hensikten med kvalitativ metode er å gi en dyptgående og detaljert forklaring av et fenomen. Basert på det overnevnte var det naturlig å benytte en kvalitativ tilnærming i studien. I studien er det min subjektive forståelse av hvordan elevene resonnerer som vil komme frem ettersom det er jeg som har analysert og tolket dataene ut ifra teori.

Studien karakteriseres som en *casestudie* hvor en undersøger et fenomen i dybden og i sin naturlige kontekst (Yin, 2014). Til tross for uenighet blant forskere om hva som utgjør et *case*, mener Patton (2014) at en fellesnevner i definisjonene handler om at man undersøger et «bundet system». I denne studien er casen avgrenset til elevers kollektive resonnement i

modelleringsarbeid, og det benyttes to ulike metodiske tilnærminger for å undersøke dette. På samme måte vil casestudier ofte benytte flere metoder i datainnsamlingen (Patton, 2014; Yin, 2014).

I prosessen med valg av metodisk tilnærming ønsket jeg å benytte metoder som tillot at jeg kom tett på elevene for å kunne registrere deres samtale og diskusjon. Ifølge Gleiss og Sæther (2021) har observasjon som metode begrenset verdi hvis man ikke registrerer det som observeres. Dermed vil observasjon med videoopptak være hensiktsmessig ettersom det vil gi ubegrenset tilgang til observasjonsmaterialet. Basert på det overnevnte valgte jeg å kombinere videoobservasjon etterfulgt av semi-strukturerte videostimulerte tilbakekallingsintervjuer (VST-intervjuer), da det åpnet muligheten for å innhente ytterligere informasjon fra oppgavesituasjonen.

3.2 Design av modelleringsoppgave

Det er ikke eksplisitt hva som definerer en modelleringsoppgave i matematikk, og det finnes mange ulike typer av modelleringsoppgaver (Niss og Blum, 2020). I forberedelsene til gjennomføringen av denne studien var det derfor behov for et verktøy for å klassifisere hva som definerer en modelleringsoppgave (Maaß, 2010). Som en garanti for at matematikkoppgaven som ble brukt i studien var klassifisert som en modelleringsoppgave, tok jeg utgangspunkt i Maaßs (2010) skjema for klassifisering av modelleringsoppgaver (tabell 3.1). Bakgrunnen for valg av Maaßs (2010) klassifisering av modelleringsoppgaver er basert på det teoretiske grunnlaget studien tar utgangspunkt i. Ettersom studien benytter Maaßs (2006) modelleringscyklus og Maaßs (2010) definisjon for matematisk modellering, er det naturlig å også benytte en klassifisering som samsvarer med dette perspektivet på modellering.

Klassifiseringsskjemaet fremstilt i tabell 3.1 består av ni punkter som gir en strukturert oversikt over ulike funksjoner ved modelleringsoppgaver, og en veiledning i oppgavedesign. Klassifiseringen er en oppsummering av eksisterende klassifiseringer på fagfeltet. Hensikten med skjemaet er å gi en valid oversikt over variasjonen av modelleringsoppgaver, for å unngå en ensidig utvelgelse av modelleringsoppgaver (Maaß, 2010).

Tabell 3.1: Maaßs (2010) klassifisering av modelleringsoppgaver (mine oversettelser).

1. Hvilke modelleringsaktiviteter må utføres? Hvilke aktiviteter fokuserer oppgaven på? Må elevene gjennomføre en hel modelleringsprosess? Eller må de bare utføre enkelttrinn i modelleringsprosessen?
2. Hvilke data oppgis? (f.eks. er det mer data enn nødvendig? Eller mindre?)
3. Hva er innholdet i kontekstens forhold til virkeligheten? Er spørsmålet autentisk? Er oppgaven et innebygd ordproblem? En kunstig kontekst?
4. Hvilken situasjon er konteksten hentet fra? Personlig? Vitenskapelig?
5. Hvilken type modell brukes? En deskriptiv eller en normativ modell?
6. Hvilken type representasjon velges? En tekst? Et bilde? Materiale?
7. Hvor åpen er oppgaven?
8. Hva er de kognitive kravene i forhold til visse kompetanser (som resonnering, indre-matematisk arbeid osv.)?
9. Hvilken matematisk ramme har oppgaven?

For hvert av de ni punktene finnes det underkategorier som ikke er inkludert i dette kapittelet (se vedlegg 4 for nærmere beskrivelser). Punkt 1, 2 og 7 viser til sentrale punkter dersom man ønsker å støtte utviklingen av modelleringskompetanse, mens punkt 3–5, og til dels 6, er relevante når det gjelder spørsmål som handler om å forberede elever på «livet». For å adressere oppgaven til en bestemt målgruppe må man ta stilling til punkt 8 og 9 (Maaß, 2010). Matematikkoppgaven brukt i denne studien er en modelleringsoppgave hentet fra læreboken «Matemagisk 10» kapittel 24: modellering. I læreboken blir oppgaven presentert som en åpen og utforskende modelleringsoppgave (se figur 3.1).

Ta utgangspunkt i ett eller flere av datasettene:

- a. Utforsk datasettet ved å gjøre beregninger, lage matematiske modeller og tegne grafer som beskriver utviklingen.
- b. Hvilke faktorer påvirker gyldigheten av modellene? Drøft i hvor lang tid framover modellene vil være gyldige.
- c. Modellene beskriver hvordan utviklingen kan bli framover. Drøft hvilken betydning dette får for samfunns- og arbeidslivet.

Datasett 1: Likestilling

Tabellen viser hvor mange timer per døgn kvinner og menn i Norge i gjennomsnitt brukte på ubetalt omsorgsarbeid og husarbeid fem utvalgte år.

Tid brukt på ubetalt omsorgs og husarbeid		
	Timer per døgn	
År	Kvinner	Menn
1970	5,55	2,13
1980	4,46	2,26
1990	4,22	2,36
2000	3,56	2,41
2010	3,50	3,00

Data fra: ssb.no

Figur 3.1: Fremstilling av modelleringsoppgaven hentet fra «Matemagisk 10» (se Kongsnes og Wallace, 2021, kap.24)

Til tross for at deltakerne i studien var fra 9.trinn ble det brukt en matematikkoppgave fra en lærebok til 10.trinn. Grunnen til dette er fordi «Matemagisk 10» er lagd etter fagfornyelsen, hvor modellering er et eget tema i boken, og følgelig karakteriseres oppgaven som en modelleringsoppgave. Derfor vurderte jeg det som hensiktsmessig å bruke modelleringsoppgaven fra «Matemagisk 10» som utgangspunkt, og heller gjøre endringer i oppgavedesignet for å tilpasse oppgaven til elever på 9.trinn. For å innhente data av god kvalitet var det derfor viktig med pilotering i forkant av datainnsamlingen, for å verifisere modelleringsoppgaven og se hva slags endringer som måtte gjøres for å tilpasse den best mulig. Gjennom piloteringer ble modelleringsoppgaven testet og tilpasset til formålet med studien (beskrevet i delkapittel 3.5.1). Til tross for at læreboken klassifiserer oppgaven som en modelleringsoppgave, har dette blitt verifisert ved å undersøke oppgaven i lys av Maaßs (2010) klassifiseringsskjema.

Datasett 1: Likestilling

Tabellen viser hvor mange timer per døgn kvinner og menn i Norge i gjennomsnitt brukte på ubetalt omsorgsarbeid og husarbeid fem utvalgte år.

Tid brukt på ubetalt omsorgs og husarbeid		
	Timer per døgn	
År	Kvinner	Menn
1970	5,55	2,13
1980	4,46	2,26
1990	4,22	2,36
2000	3,56	2,41
2010	3,50	3,00

Data fra: ssb.no

- Bruk datasettet til å lage en modell som beskriver utviklingen. Når kommer kvinner og menn til å ha like mange timer per døgn?
- Syntes du modellen dere har laget er en god modell? Begrunn svaret.

Figur 3.2: Fremstilling av modelleringsoppgave brukt i studien.

Med utgangspunkt i Maaßs (2010) klassifisering av modelleringsoppgaver vil oppgaven i figur 3.2 vurderes som en modelleringsoppgave på flere punkter.

Punkt 1 beskriver hvordan modelleringsaktivitet som utføres og hva slags aktiviteter oppgaven fokuserer på. Oppgaven i figur 3.2 presenterer et datasett som skal modelleres, og elevene må derfor utføre flere trinn i modelleringsprosessen for å kunne modellere situasjonen. Ettersom jeg ønsket å gi elevene mulighet og fleksibilitet til å skape ulike modeller, ble informasjon om å bruke en spesifikk metode eller strategi tatt bort, slik at elevene kunne velge strategier og løsningsmetoder selv, og på den måten utforske oppgave i større grad.

Videre legger oppgaven i figur 3.2 opp til en kontekst som både er autentisk, personlig og virkelighetsnær, ettersom elevene har kjennskap til tematikken «likestilling», som også relateres til samfunnet vi lever i. Dette svarer til punkt 3 og 4 i tabell 3.1.

Videre i punkt 6 og 7 i tabell 3.1 vises det til hvordan oppgaven blir presentert, og hvorvidt det er en åpen oppgave. Den aktuelle oppgaven i figur 3.2 blir presentert ved både tekst, bilde og tabell. Ettersom den ikke legger føringer for en bestemt løsningsmetode eller strategi kan det sies å være en «åpen oppgave», og elevene har derfor større frihet i valg av strategier og kan utforske datasettet i større grad.

I oppgavens første delspørsmål blir elevene bedt om å lage en modell som beskriver utviklingen. I og med at oppgaven tar utgangspunkt i en virkelig kontekst er formålet at elevene skal presentere problemsituasjonen i form av en modell som er mest mulig nøyaktig og presis, basert på hensikten med deskriptive modeller (beskrevet i kapittel 2.1) (Niss og Blum, 2020). Dermed vil oppgaven i figur 3.2 også gå inn under punkt 5.

Gitt Maaßs (2010) klassifiseringer for modelleringsoppgaver, lærebokens formuleringer og egne refleksjoner kan det argumenteres for at oppgaven brukt i studien klassifiseres som en modelleringsoppgave, ettersom den samsvarer med flere av punktene i Maaßs (2010) klassifisering av modelleringsoppgaver.

3.3 Utvalg og rekruttering

Utvalget i studien bestod av fire elever på 9.trinn, som ble rekruttert gjennom et kontaktnettverk i Oslo. Rektor ved skolen ble kontaktet, og det ble avtalt et møte slik at jeg kunne informere om prosjektet. Rektor opprettet deretter kontakt med en matematikklærer ved skolen som var positiv til å bidra i prosjektet.

Formålet med prosjektet var å undersøke og beskrive elevers matematiske resonnement, uten noen spesifikke kriterier for utvalg. Derfor rekrutterte læreren elever til prosjektet ettersom hun/han kjente til elevene. Dette var et bekvemmelighetsutvalg, som vil si at utvelgelsen var basert på de elevene som var enklest komme i kontakt med (Blikstad-Balas og Dalland, 2021). Læreren påpekte at utvelgelsen ikke var basert på faglig nivå, kompetanse eller erfaring i matematikk, men heller evnen til å samarbeide i par. Det ble også informert om at elevene ikke hadde erfaring med modelleringsoppgaver fra før. På den måten fikk jeg mer informasjon om utvalget enn det som var ønskelig fra et forskningsmessig perspektiv, noe som ofte kan være hovedutfordringen med bekvemmelighetsvalg (Blikstad-Balas og Dalland, 2021). Utover samarbeidsevnen var det ikke lagt føringer for at elevene skulle mestre oppgaven i større eller mindre grad.

Utvalget på fire bestod av to gutter og to jenter. Da studiens formål var å undersøke elevers kollektive resonnement ble utvalget inndelt i par, ettersom kollektiv matematisk resonnering er en sosial aktivitet hvor samarbeid vektlegges (Sumpter, 2016). For å ivareta elevenes personvern er utvalget anonymisert og tildelt fiktive navn, Siri og Ella, Fredrik og Jonas. Uken før datainnsamling ble elevene kontaktet slik at jeg kunne introdusere meg selv og informere om prosjektet. Elevene fikk da en orientering om prosjektet og hva deltakelse ville innebære. Det ble informert om at oppgavesituasjonen ville bli filmet, og at sekvenser fra opptaket ville brukes som utgangspunkt for intervju. Samtykkeskjema og informasjonsskriv ble utdelt til både elevene og deres foresatte (se vedlegg 1). Bakgrunnen for dette var at elevene var under 16 år og krevde derfor samtykke fra foresatte. I informasjonsskrivet ble det gitt informasjon om prosjektet og en beskrivelse av gjennomføringen. Modelleringsoppgaven ble tilsendt læreren i forkant slik at hun/han fikk innblikk i hva elevene skulle arbeide med (se figur 3.2).

3.4 Metoder for datainnsamling

For å velge en egnet metode for datainnsamlingen stod jeg ovenfor to spørsmål; «Hva prøver studien å finne ut av?» og «hvilke metoder gir de beste mulighetene for å finne dette ut?» (Lysberg, 2021, s.81). Formålet med å kombinere videoobservasjon og VST-intervjuer var å oppnå en dypere innsikt og forståelse for elevenes matematiske resonnement i undersøkelse av forskningsspørsmålene.

3.4.1 Videoobservasjon

De siste tiårene har bruk av transkriberte lyd -og/eller videoopptak som data i stor grad tatt over for feltnotater i kvalitative studier (Hammersley, 2010). En av grunnene til dette er at det er mange fordeler ved bruk av opptak i forskning (Blikstad-Balas, 2017; Hammersley, 2010), og vil diskutert senere i dette kapittelet. I likhet med tidligere kvalitativ forskning har jeg i denne kvalitative studien valgt å benytte videoobservasjon som primær datainnsamlingsmetode, etterfulgt av videostimulerte tilbakekallingsintervjuer, som begge innebærer videoopptak.

Bakgrunn for valg av videosobservasjon som metode er at videoopptak kan sees flere ganger. På den måten kan det samme datamaterialet tolkes flere ganger, med forskjellige analytiske fokus (Blikstad-Balas, 2017; Blikstad-Balas og Dalland, 2021), samtidig som man får

mulighet til å transkribere muntlige samtaler til skriftlig tekst. Ved å skrive ned det som blir sagt vil man ifølge Postholm og Jacobsen (2011) kunne oppnå en større forståelse for datamaterialet. I tillegg er transkripsjoner av innspilt datamateriale ofte oppfattet som mer nøyaktig enn å stole utelukkende på feltnotater (Hammersley, 2010). Dette var viktige prinsipper som lå til grunn da jeg skulle velge metode ettersom det ved feltnotat ville vært en risiko for å gå glipp av viktige observasjoner og detaljer, som er mer sannsynlig å registrere på videoopptak (Blikstad-Balas og Dalland, 2021).

En annen fordel med videoobservasjon er at datamaterialet er enkelt å dele med andre og gjenbruke. Man kan for eksempel dele videoopptakene med andre forskere og diskutere datamaterialet, hvilket åpner opp for flere tolkninger (Blikstad-Balas, 2017; Hammersley, 2010). Man kan også dele videoopptakene med deltakere gjennom *member checking*, hvor deltakerne blir inkludert i videoopptakene de er med i, og på den måten kan bekrefte troverdigheten til informasjonen og fremstillingen av datamaterialet (Blikstad-Balas, 2017; Creswell og Miller, 2000; Johnson, 2017).

Likevel forekommer ikke videoobservasjon som metode uten utfordringer eller konsekvenser. Blikstad-Balas (2017) påpeker at noen utfordringer knyttet til videoobservasjon sjeldent blir adressert. En utfordring kan være kameraeffekten, altså hvordan opptak med kameraer påvirker den naturlige situasjonen som observeres. Hvor mye og på hvilken måte tilstedeværelsen av et kamera påvirker en deltakers oppførsel kan diskuteres (Blikstad-Balas, 2017). I studien arbeidet elevene i en kunstig setting, i den forstand av at alt de gjorde og sa ble registrert på video med observatør tilstede. Dette kan ha påvirket elevene i større eller mindre grad. Forskning viser imidlertid at barn i mindre grad enn voksne lar seg påvirke av videoopptak og observatør tilstede, og størrelsen av problemet varierer i forhold til hva slags situasjon det gjelder (Kleven, 2018). Det viser seg samtidig at kameraeffekten på dataene avtar over tid ettersom deltakerne «glemmer» at de blir filmet og fokuserer på andre ting (Aarsand og Forsberg, 2010). Andre utfordringer ved videoobservasjon er kontekstualisering, altså hvordan man kan få et detaljert nok bilde uten å miste kontekst (Blikstad-Balas, 2017). Et tiltak som ble gjort for å ivareta et detaljert bilde av situasjonen var at jeg benyttet fire kameraer, fra fire forskjellige vinkler. For å best analysere dataene var det viktig og interessant å observere elevenes ansiktsuttrykk, kroppsspråk, blikk, kommunikasjon og bruk av hjelpemidler når de arbeidet med modelleringsoppgaven. Følgelig var opptak fra flere vinkler hensiktsmessig ettersom det tillot meg å studere forskjellige tiddsekvenser som utspilte seg samtidig, fra flere perspektiver. På den andre siden resulterte bruk av fire videokameraer i store mengder data, hvilket Blikstad-Balas (2017) påpeker kan være en

utfordring ved videoobservasjon. Likevel kan det konkluderes med at større mengder data var hensiktsmessig i denne studien, da det styrket forståelsen min av fenomenet, uten å miste kontekst.

3.4.2 Videostimulert tilbakekallingsintervju

Semi-strukturert gruppeintervju

Videostimulert tilbakekalling (VST) er en forskningsmetode som baseres på videoobservasjon med påfølgende intervju (Lysberg, 2021). I denne studien ble det benyttet semi-strukturerte intervjuer, som også er den vanligste intervjuformen i kvalitativ forskning (Gleiss og Sæther, 2021). Spørsmålene ble formulert på forhånd i form av en intervjuguide med utgangspunkt i observasjoner fra oppgavesituasjonen. En av fordelene med semi-strukturerte intervjuer er kombinasjonen av struktur, åpenhet og fleksibilitet, som gjør det mulig å stille oppfølgingsspørsmål og konkretisere interessante momenter som dukker opp (Kleven, 2018; Larsen, 2017).

Intervjuene i studien ble gjennomført som gruppeintervju. Den sterkeste siden ved å benytte gruppeintervju er at man ikke bare får fram enkeltpersoners isolerte meninger og oppfatninger, men også hvordan ulike oppfatninger diskuteres og utdypes (Postholm og Jacobsen, 2014). Ifølge Postholm og Jacobsen (2014) kan gruppeintervju samtidig bli en utfordring hvis enkelte personer dominer fullstendig og styrer gruppens samtale og diskusjon. Dette kan føre til at den andre personen ikke tør å ytre sine meninger og synspunkter, og hensikten med gruppeintervjuet mister sin kraft. I analyse av studiens intervjutranskripsjoner er det antydninger til problemet Postholm og Jacobsen (2014) adresserer, da en stemme i intervjuet til en viss grad preget samtalen i den ene gruppen. Det kan likevel konkluderes med at gruppeintervju var en egnet metode i studien ettersom formålet med intervjuet var at elevene skulle utdype og forklare erfaringer de hadde felles når de arbeidet med modelleringsoppgaven.

Videostimulert tilbakekalling

Videostimulert tilbakekalling er brukt i en rekke tidligere forskning og undersøkelser (se f.eks. Bloom, 1953; Blikstad-Balas, 2017; Dempsey, 2010) og er en egnet metode hvis man ønsker å få deltakere til å huske hva de gjorde i en situasjon, og registrere deres resonnement og refleksjoner (Lysberg, 2021). Metoden tar utgangspunkt i at en person kan bli i stand til å

gjenkalle tankeprosesser i situasjoner med presisjon og nøyaktighet hvis vedkommende blir presentert for en større mengde signaler og stimuli som fant sted under den opprinnelige situasjonen (Bloom, 1953).

I denne studien har VST blitt brukt til å studere elevers kollektive matematiske resonnement, hvor elevene først ble filmet under oppgaveløsning. I etterkant deltok elevene i VST-intervjuet hvor de ble vist en video fra oppgaveløsningen for å stimulere elevenes tankeprosesser. Etersom elevene ble inkludert i videoopptaket de selv skulle vurdere, var de først deltakere i en oppgavesituasjon, for så å være et subjekt som rapporterte og beskrev sine tanker etter oppgavesituasjonen (Bloom, 1953). Denne metoden kan ifølge Bloom (1953) utføres på en måte som har minimal effekt på naturen og karakteren av den opprinnelige oppgavesituasjonen, samtidig som det gir mulighet til å høre deltakernes forklaring av hva man som forsker har observert. En utfordring med VST-intervjuer er at det er en tidkrevende prosess både for meg som forsker og for elevene. Elevene forplikter seg ikke bare til et intervju, men også å bli observert og filmet i forkant av intervjuet. Ifølge Dempsey (2010) vil tiden man har til rådighet for å planlegge intervjuer like etter opptak utgjøre en betydelig hindring for forskeren. I og med at VST tar utgangspunkt i stimuli av hukommelse, er det fordelaktig at intervjuene blir gjennomført kort tid etter observasjon ettersom nedgang i minnekurven og gjenkallingsnøyaktigheten synker med tiden (Bloom, 1953). Dette kan være en utfordring i forskning da uforutsette hendelser kan inntreffe og skape utfordringer ved innhenting av data, som også var tilfelle i dette prosjektet da uforutsette hendelser rundt covid-19 pandemien oppstod. Dette vil bli nærmere beskrevet i delkapittel 3.8.

3.5 Forberedelser og gjennomføring av datainnsamling

I forkant av datainnsamlingen var det flere forberedelser som måtte gjøres. I dette delkapittelet vil jeg gjøre rede for og drøfte valg som ble tatt under pilotering av modelleringsoppgaven, samt forberedelser før gjennomføring av videoobservasjon og VST-intervjuer.

3.5.1 Pilotering

For å få tilstrekkelig data av god kvalitet ble det gjennomført totalt fire piloter hvor det ble testet ut to ulike modelleringsoppgaver. Elevene samarbeidet i par og ble observert ved hjelp

av feltnotater. De tre første pilotene ble utført i samme klasse, mens den siste piloten ble gjennomført i en annen klasse. Begge klassene var fra samme skole som deltok i prosjektet (se tabell 3.2).

Tabell 3.2: Oversikt over utført piloter, endringer og datainnsamling. Klassene har fått tildelt fiktive navn.

Uke/pilotnummer	Utvalg	Modelleringsoppgave	Endring
38 – 1.pilot	9A, $n=27$	1 og 2	Endring i oppgavetekst på oppgave 1 og 2
39 – 2.pilot	9A, $n= 28$	1 og 2	Forkastet oppgave nr.2. Endring i oppgavetekst på oppgave nr.1
41 – 3.pilot	9A, $n= 28$	1	Ingen
41 – 4.pilot	9B, $n= 27$	1	Ingen
42 - datainnsamling	$n= 4$	1	----- -----

Den første piloteringen baserte seg på to ulike modelleringsoppgaver hentet fra «Matemagisk 10». Krav til faglig kompetanse i modelleringsoppgaven skulle ikke være et hinder for elevene, men at elevene uavhengig av matematikkompetanse ville mestre oppgaven. Ettersom studiens formål var å undersøke og beskrive elevens resonnement, var elevenes uttrykte argumenter viktige observasjoner under piloteringen.

Etter å ha observert den første piloten utbedret jeg oppgaveformuleringen på begge modelleringsoppgavene, for å tydeliggjøre hva oppgaven spurte om.

En ny pilot med reviderte modelleringsoppgaver ble deretter gjennomført uken etter den første piloteringen. Dette resulterte i en beslutning om å kun bruke den ene modelleringsoppgaven videre i piloteringen (oppgaven i figur 3.2).

Bakgrunnen for valget var at det ble observert flere ulike modeller og løsningsstrategier under piloten. Dette var svært interessant og ville forhåpentligvis gi mulighet for innhenting av variert informasjon og data i datainnsamlingen ettersom oppgaven ikke fasiliterte for en spesifikk løsningsmetode.

Opgaveteksten i den valgte modelleringsoppgaven ble revidert til neste pilot. Tredje pilot ble utført tre uker etter første pilot og elevene var nå forberedt på at de skulle arbeide med en modelleringsoppgave. For å sikre at modelleringsoppgaven var god kvalitet, ble den også

pilotert på en ny klasse som ikke hadde vært involvert i prosjektet. Klassen bestod av 27 elever som ifølge læreren ikke hadde erfaring med modelleringsoppgaver fra før av. Dette var gunstig, ettersom utvalget i prosjektet ville delta på samme erfaringsmessige grunnlag. Under den fjerde og siste piloten observerte jeg uttrykte argumenter, ulike løsningsstrategier og modeller. Følgelig kunne det konkluderes med at modelleringsoppgaven var verifisert, og forhåpentligvis ville gi en tilstrekkelig mengde data for å undersøke studiens forskningsspørsmål.

3.5.2 Gjennomføring av videoobservasjon

I forkant av observasjonen lånte jeg kameraer og stativer fra Universitetet i Oslo. Opptaket ble gjennomført på et grupperom på skolen hvor det ble satt opp fire videokameraer fra fire ulike vinkler. Kameraene var innstilt med vidvinkel, og plassert henholdsvis foran og bak i grupperommet, samt to kamera på bordkanten (på hver side). Hensikten var å få god dokumentasjon av elevene i oppgavesituasjonen, og god kvalitet på lyd ettersom elevens kommunikasjon med hverandre var viktig for studien. Elevene ble informert om at de ble filmet og at jeg ville innta en ren tilskuerposisjon, som vil si at jeg var fullstendig observatør uten aktiv deltakelse (Kleven, 2014). Elevene fikk også beskjed om at de måtte «tenke høyt» i arbeid med modelleringsoppgaven. Dette var for å kunne registrere elevens ufiltrerte utsagn, tanker, samtaler og diskusjoner som eventuelt ville utspille seg. Til tross for rollen som fullstendig observatør var det vanskelig å komme utenom påvirkning fra min rolle som forsker ettersom elevene stilte meg spørsmål underveis i opptaket, og det kan stilles spørsmål ved i hvilken grad jeg påvirket situasjonen (Gleiss og Sæther, 2021; Kleven, 2014) (beskrives nærmere i delkapittel 3.8.2).

Videomaterialet ble gjennomgått samme dag og innholdet ble transkribert kort tid etter. Dette gav et førsteinntrykk av hva slags informasjon datamaterialet ville gi. Neste steg var å velge ut enkelte sekvenser som skulle brukes i intervjuene. Sekvensene ble valgt på grunnlag av hva som ville stimulere elevenes tenkning og refleksjoner i størst mulig grad, for å adressere forskningsspørsmålene i studien. Hver av de valgte sekvensene varte i omtrent 20 – 60 sekund.

De utvalgte sekvensene dannet grunnlaget for en relativt åpen intervjuguide som senere ble brukt i semistrukturerte intervjuer (se vedlegg 3). Intervjuguiden tok utgangspunkt i elevenes

egne beslutninger, valg av strategier og argumentasjon, hvor de ble bedt om å utdype og forklare dette nærmere.

3.5.3 Gjennomføring av videostimulerte tilbakekallingsintervjuer (VST-intervjuer)

Intervjuene ble gjennomført fem uker etter datainnsamlingen. I utgangspunktet var planen å gjennomføre intervjuene uken etter datainnsamling. På grunn av utfordringer rundt covid-19 pandemien var det flere tilfeller med smitte, karantene og uforutsette hendelser som kom i veien for gjennomføringen. Derfor ble intervjuene først gjennomført fem uker etter datainnsamling. Det kan derfor stilles spørsmål med datamaterialets validitet og reliabilitet. Dette vil bli nærmere diskutert i delkapittel 3.8.1.

For å forberede elevene på intervjuet forklarte jeg dem at jeg hadde analysert opptakene fra oppgavesituasjonen, og bemerket meg enkelte sekvenser som jeg ønsket at de skulle se og gi en mer utdypende forklaring og beskrivelse av. Det ble gjennomført ett intervju per gruppe hvor tidsrammen var på omtrent 25 minutter. Intervjuene ble gjennomført i et grupperom utstyrt med ett kamera til opptak av intervjuet og en datamaskin for avspilling av videosekvenser fra oppgavesituasjonen.

Gjennomføringen av intervjuene foregikk ved at hver gruppe ble satt til å observere de utvalgte sekvensene fra oppgavesituasjonen og deretter stilt spørsmål ut fra intervjuguiden (se vedlegg 3). Intervjuene ble transkribert samme dag.

3.6 Datamateriale

Primærdata i studien er transkriberte videoopptak fra to forskjellige oppgavesituasjoner, som hver var på omtrent 30 minutter. Totalt ble 58 minutter med datamateriale generert fra disse to situasjonene.

Det foreligger også transkriberte intervjuer og elevarbeid i form av innleverte modeller. Det totale datamaterialet svarer til fire transkripsjoner (to fra videoobservasjon og to fra VST-intervju) i tillegg til to innleverte modeller (se vedlegg 5).

Videoobservasjonen ble gjennomført i september 2021 og transkribert kort tid etter. Det transkriberte videomaterialet dannet grunnlaget for intervjuguide til VST-intervjuer. Disse ble gjennomført i midten av oktober 2021 og transkribert samme dag. Intervjuene ble ikke

analysert ytterligere da de ikke gav ytterligere informasjon som var relevant for studiens formål.

3.7 Dataanalyse

Etter at datamaterialet var samlet inn ble det analysert og vurdert. I dette delkapittelet vil jeg gi en detaljert beskrivelse av hvordan jeg har analysert datamaterialet, og hvorfor dette er en egnet analysemetode for studien.

Det ble brukt en analysemetode som fokuserte på det kollektive matematiske resonnementet i elevenes diskusjoner, gjennom identifiserte matematiske egenskaper og uttrykte argument. Datamateriale ble først transkribert og videre analysert ut fra studiens rammeverk presentert i teorikapittelet (se delkapittel 2.5).

3.7.1. Transkripsjon

Før jeg kunne begynne å analysere videoobservasjonene transkriberte jeg datamaterialet, som er den vanligste måten å gjøre om muntlig tale til skriftlig tekst (Gleiss og Sæther, 2021). Ettersom det ikke finnes en standard måte å transkribere et datamateriale på, var det flere valg jeg måtte ta stilling til (Gleiss og Sæther, 2021; Mergenthaler og Stinson, 1992). Ifølge Mergenthaler og Stinson (1992) er det avgjørende at underliggende transkripsjonsprosesser forklares og evalueres, slik at funn kan tilpasses andre studier og forskning. Derfor ønsker jeg å gi en kort beskrivelse av transkripsjonsprosessen samt hvilke valg som har påvirket ivaretagelse av datamaterialets validitet.

I studien ble all transkribering gjennomført av meg selv, hvilket er anbefalt siden denne prosessen gir god mulighet til å bli godt kjent med datamaterialet (Kvale og Brinkmann, 2015). For å besvare studiens forskningsspørsmål var det viktig at transkripsjonen ble en nøyaktig gjengivelse av virkeligheten, og at presentasjonen av ordformen og bruk av tegnsetting var mest mulig nøyaktig og autentisk. Ifølge Kvale og Brinkmann (2015) er sentrale aspekter ved kommunikasjonen slik som ironi, kroppsspråk, reaksjoner og lignende ikke er mulig å inkludere i transkripsjonen, hvorimot Hammersley (2010) på den andre siden forklarer at det er fullt mulig å inkludere disse aspektene hvis man utfører det han kaller for en streng transkripsjon med beskrivelser.

Streng transkripsjon er en egnet metode når man ønsker å gjengi en nøyaktig beskrivelse av virkeligheten og ivareta konteksten som utspiller seg, og innebærer at det som høres på et opptak gjengis ordrett, og involverer svært ofte beskrivelser av hvem som snakker og hvordan de snakker (seriøst, ironisk, med humor, sarkastisk, ikke-verbal oppførsel, kontekstuell informasjon osv.). Dette gjelder for transkripsjon av lydopptak, men desto viktigere i transkripsjoner av videoopptak ettersom man registrer mer enn bare lyd (Hammersley, 2010). I denne studien har jeg følgelig valgt å utføre det Hammersley (2010) definerer som streng transkripsjon med beskrivelser, hvor det transkriberte datamaterialet viser elevenes muntlige kommunikasjon og handlinger.

Videoopptakene ble transkribert i et dokument i skriveprogrammet Word. Alle ord som ble snakket som hele ord og setninger ble gjengitt ordrett slik de ble uttalt til standard målform. Dialekt og sosiolekt ble også transkribert mest mulig ordrett. Ikke-verbale ord som: «hmm», «haha», «mhm» og lignende er også gjengitt ordrett. I tilfeller hvor elevenes handlinger kommer til uttrykk er disse indikert ved bruk av «[]», som for eksempel: [leser oppgaveteksten høyt]. Alle slike handlinger i tillegg til småord, uttrykk, pauser og følelsesutbrudd ble inkludert i transkripsjonen for å gi kontekstuell informasjon (Gleiss og Sæther, 2021).

Det måtte også vurderes hvordan transkripsjonen skulle forholde seg til tegnsetting (punktum, spørsmålstejn, utropstejn osv.). I muntlig tale er tegnsetting fraværende, mens det er høyst nødvendig i skriftlig tekst (Gleiss og Sæther, 2021). I transkripsjonen er punktum brukt for å markere slutten på konstatende utsagn, og spørsmålstejn for å markere når elevene stiller spørsmål, ut fra min tolkning av utsagnene.

Mindre pauser ble indikert ved klammer og beskrivelse «[pause]», mens pauser på mer enn 1 minutt er markert med «[---]» og er ikke inkludert i analysen (se figur 3.3)

Ella: Så vi må finne [pause] stigningstallet. Siri: Mhm [ler] Ella: Da må vi gjør det på en [pause]. Tar du kvinner så tar jeg menn? [begge regner i skriveboken]. Ella: ja.

Figur 3.3: Eksempel fra analysen

Ettersom studien ikke har som formål å undersøke språk og lingvistikk, vurderes denne fremgangsmåten som hensiktsmessig i forhold til studiens formål. Det er likevel utfordringer

knyttet til transkribering. For det første er transkripsjon en tidkrevende prosess, og man kan oppleve at transkripsjonene ikke alltid registrerer sentrale aspekter ved kommunikasjonen som humor, ironi, sarkasme etc. og interaksjonen mellom elevene (Hammersley, 2010). For eksempel oppstod det tilfeller i oppgavesituasjonen hvor elevene snakket samtidig eller avbrøt hverandre. Dette kan forårsake problemer, både for forståelse og representasjon av tekst i transkripsjonen (Mergenthaler og Stinson, 1992), og kan påvirke transkripsjonen ettersom det kan være vanskelig å skille samtidig tale og avbrytelser fra hverandre. For å indikere avbrytelser og/eller samtidig tale i transkripsjonen, er det brukt «[]» med beskrivelse av hendelsen.

3.7.2. Analysestruktur

Etter utført transkripsjon startet arbeidet med å analysere datamaterialet. Transkripsjonene ble analysert i fem steg og er strukturert ut fra Lithner (2008) sitt rammeverk for resonnering, i kombinasjon med Eriksson og Sumpter (2021) og Hedefalk og Sumpter (2017) evaluerende og identifiserende argumenter.

Første steg i analysen var å samle og organisere de transkriberte videoopptakene fra hver økt, og oppdage sekvenser som adresserte til problemstillingen i studien. Et eksempel på dette er illustrert i tabell 3.3 hvor Ella og Siri har identifisert oppgavesituasjonen, og videre diskuterer strategivalg for å løse oppgaven. Denne sekvensen adresserer direkte til studiens tematikk ved at en oppgavesituasjon er møtt, strategivalg diskuteres og et prediktivt argument uttrykkes. På samme måte ble alt av transkribert videomateriale organisert og sekvensert.

Tabell 3.3: Eksempel på sekvens fra videoopptakene

Tid	Data
01:17-01:53	Siri: Skal vi? Eller, det første jeg tenkte var jo egentlig sånn... ehh... Bare sånn. Hva heter det? Sånn linjediagram på en måte. Ella: Ja ja, ja, sånn ehmm. Ja, fordi det [Siri avbryter] Siri: Det er jo over tid Ella: Ja, fordi vi må finne ut hvor mye den synker og den øker, for hvert år Siri: Ja Ella: Og så til det kommer.... Ehh ... Til likt. Gir det mening? Siri: Ja

Det neste steget var å identifisere oppgavesituasjoner (OS), strategivalg (SV), strategiimplementeringer (SI) og konklusjoner (K) i datamaterialet.

Opgavesituasjoner (OS) ble identifisert ved å se på identifiserende argumenter som svarte på spørsmålet «hva handler oppgaven om?» (Eriksson og Sumpter, 2021).

Deretter ble strategivalg (SV) identifisert ved å se på hva slags strategivalg og argumenter elevene brukte for å besvare spørsmålet «hvorfor vil strategien løse oppgaven?» (Lithner, 2008). Videre ble strategiimplementeringer (SI) identifisert å se etter verifiserende argumenter som besvarte spørsmålet «hvorfor strategien løste oppgaven?» (Lithner, 2008).

Til slutt undersøkte jeg konklusjoner (K) ved å se på om elevene uttrykte evaluerende argumenter for å besvare spørsmålet «hvordan og på hvilken måte er konklusjonen et svar på oppgaven?» (Hedefalk og Sumpter, 2017). På denne måten ble resonneringsstrukturen i datamaterialet identifisert.

Det tredje steget i analysen var å fokusere på de argumentene som ble identifisert og hvorvidt disse var matematisk forankret. Dette ble gjort ved å analysere de fire ulike typene av argumenter og om de svarte på spørsmålene beskrevet over. Når et argument var uttrykt ble det identifisert om de var forankret i en matematisk egenskap eller kunne begrunnes med matematikk.

Et eksempel fra analysen er presentert i tabell 3.4. I denne sekvensen er oppgavesituasjonen (OS) møtt, og Fredrik uttrykker et verifiserende argument i form av at de kan «vise nedgang». Det er ikke eksplisitt hva «vise nedgang» betyr, men man kan tolke det som at han tenker på nedgang som stigningstall, hvor utviklingen avtar over tid. Dermed kan denne SV-situasjonen forankres i den matematiske egenskapen: $g(x): a_1 < 0$, som forteller at stigningstallet vil være negativt og utviklingen vil være avtagende, som igjen er forankret i Fredriks utsagn om å «vise nedgang». På samme måte har jeg tolket og identifisert argumenter uttrykt i datamaterialet og sett på hvorvidt disse er forankret i relevante matematiske egenskaper.

Tabell 3.4: Eksempel fra analysen hvor OS er møtt, og matematiske egenskaper identifisert.

Tid	Data	Resonneringsstruktur	Matematisk egenskap
07:58- 08:30	Fredrik: Vi kan vise nedgang ... Jonas: Ja.. Hva tenker du vi kan gjøre da?	Fredrik starter et verifiserende argument, avbrytes av Jonas. Etterspør SI.	$g(x): a_1 < 0$

	[Pause] Fredrik: Litt usikker. Jonas: Ja.. [pause]. Kan vel prøve å finne ut gjennomsnittet. Hvor mye, eller er det?	Jonas foreslår nytt SV: gjennomsnitt. Igangsetter OS. Ingen prediktive eller identifiserende argumenter uttrykkes.	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$
--	--	--	---

Det fjerde steget var å identifisere hvilke delprosesser i modelleringssyklusen elevene befant seg i til enhver tid, ved å se på sammenhengen mellom elevenes uttrykte argumenter og i hvilke delprosesser elevene befant seg i slik tabell 3.6 illustrerer. Det siste steget var å se på analysen i sin helhet, og hvordan resultater fra analysen svarte på studiens forskningsspørsmål. Dette ble gjort ved å se på hvilke argumenter som var uttrykt, hvorvidt disse var matematisk begrunnet og hva slags modelleringsruter elevene valgte. Struktur for analysen er presentert i tabell 3.5.

Tabell 3.5: Oversikt over struktur for analyse

Tid	Data	Resonneringsstruktur	Matematisk egenskap	Modellering
		OS - Identifiserende SV - Prediktive SI - Verifiserende K – evaluerende		1. Virkelig problem 2. Situasjonsmodell 3. Matematisk modell 4. Matematisk løsning

Det oppstod derimot tilfeller i datamaterialet hvor elevene etterspurte et spesifikt argument. I slike tilfeller (se tabell 3.6) er argumentet eleven uttrykker kodet i samsvar med dens resonneringsstruktur. Analysen inkluderer derfor alle uttrykte argumenter, om det er et fullverdig argument eller om det er en etterspørsel etter et argument.

Tabell 3.6: Eksempel på et tilfelle hvor eleven spør om et verifiserende argument.

Tid	Data	Resonneringsstruktur	Matematisk egenskap	Modellering
03:50-04:05	Ella: Men vent da. Finner vi gjennomsnittet nå? Siri: Ehhm, nei. Jeg har ikke, jeg er ikke ferdig med den der	SI: Ella spør om verifiserende argument.		3. Matematisk modell

Eksempelet i tabell 3.6 er analysert som en situasjon hvor elevene implementerer en strategi (SI), med etterspørsel om verifiserende argument. Ingen verifiserende argument kommer til uttrykk, ergo er analysen at eleven befinner seg i SI-situasjon uten å bruke verifiserende argument.

Ettersom studien ønsker å undersøke resonnement ved analyse av uttrykte argumenter, vurderes fremgangsmåten beskrevet ovenfor som hensiktsmessig for studiens formål da analysen er strukturert ut fra et allerede utarbeidet rammeverk, som er brukt i tidligere forskning (se f.eks., Hedefalk og Sumpter, 2017; Lithner 2004, 2008).

3.8 Forskningens troverdighet

Validitet og reliabilitet er to sentrale begrep i forskning og handler om forskningens kvalitet og samlede troverdighet (Postholm og Jacobsen, 2018). I dette delkapittelet vil jeg diskutere hvordan metodiske valg og min forskerrolle har påvirket og styrket studiens reliabilitet og validitet.

3.8.1 Forskerbias og posisjonalitet

Det jeg «ser» i forskning avhenger av min bakgrunn, og mine interesser og biaser (Patton, 1999). Ettersom dette vil kunne påvirke forskningen, er det viktig å ha et bevisst forhold til egen forskningspraksis og forståelse, spesielt for å unngå bias i det arbeidet man gjør.

Summen av forskerens identiteter og tilhørighet utgjør det som kalles for forskerens posisjonalitet (Gleiss og Sæther, 2021). Posisjonalitet handler om det utgangspunktet man ser verden fra, i tillegg til påvirkning og potensielle skjevheter i forskningen (Gleiss og Sæther, 2021; Creswell og Miller, 2000). Denne studien undersøker hvordan elever resonnerer når de arbeider sammen i par om en modelleringsoppgave. Fra et sosial-konstruktivistisk ståsted tar man utgangspunkt i at mennesker ikke konstruerer sine oppfatninger av verden alene, men gjennom interaksjon og samspill med andre (Postholm og Jacobsen, 2018). Følgelig er det naturlig å plassere studien innenfor en sosial-konstruktivistisk tilnærming, da mitt ståsted og oppfatninger av forskningen er preget av denne tilnærmingen.

Et annet sentralt begrep i forskning er refleksivitet. Refleksivitet anses som et av de viktigste kriteriene for en balansert og god forskning, og handler om å være selvkritisk og reflektert rundt egen posisjonalitet (Gleiss og Sæther, 2021). Ifølge Johnson (2017) er refleksivitet

nøkkelen for å forstå forskerbias, som handler om å oppnå resultater i samsvar med det man ønsker å finne (Patton, 1999). Forskerbias er nemlig et utbredt problem i kvalitativ forskning, og er ikke nødvendigvis en bevisst prosess (Johnson, 2017; Patton, 1999). Effekten av forskerbias burde ifølge Patton (1999) verken overvurderes eller undervurderes, men heller beskrives og studeres. For å kunne studere og redusere forskerbias i studien har jeg forsøkt å ha en utforskende og åpen tilnærming til forskningen, i tillegg til at jeg i dette kapitlet drøfter og presenterer refleksjoner rundt temaet.

Et viktig grep jeg har tatt for å sikre kvalitet i studien har refleksjon rundt min posisjonalitet og potensielle biaser, da det vil kunne påvirke forskningsprosessen.

Forskning skal i utgangspunktet være objektivt. Det at jeg ønsker å ha en objektiv tilnærming til forskningen kan være utfordrende, da min bakgrunn, filosofiske retning og mitt ståsted vil kunne reflekteres i forskningen (Gleiss og Sæther, 2021). På bakgrunn av dette har jeg forsøkt å redusere min subjektive tilnærming til forskningen, ved å diskutere forskningsprosessen med veileder og medstudenter for å få tilbakemeldinger og kritikk fra dem, som også er et utbredt grep for å redusere forskerbias (Kvale og Brinkmann, 2015).

Det er viktig å påpeke at dette er første gang jeg har gjennomført en så omfattende studie. Min mangel på erfaring vil derfor kunne reflekteres i studien, og kan ifølge Patton (1999) påvirke resultatene. Følgelig er det nærliggende å tro at mitt forsøk på å være objektiv, og intensjon om å besvare forskningsspørsmålene, har påvirket forskningen da sentrale faktorer kan ha blitt «oversett», ettersom forskningsspørsmålene ble formulert i forkant av datainnsamlingen. Det kan derfor stilles spørsmål ved hvorvidt jeg ubevisst har påvirket datamaterialet og prøvd å oppnå resultater som samsvarer med forskningsspørsmålene. Derfor har jeg forsøkt å gi utdypende beskrivelser, med støtte fra forskning, på hva jeg har gjort i forskningsprosessen for å strebe etter objektivitet. Fra et sosial-konstruktivistisk ståsted anerkjennes det imidlertid at forskning alltid vil ha spor av forskerens subjektivitet, og at forskerbias er umulig å fjerne helt (Gleiss og Sæther, 2021). Følgelig har jeg i dette kapitlet redegjort for min posisjonalitet og forskerbias, nettopp fordi studiens analyse og resultater vil kunne påvirkes dette.

3.8.2 Studiens validitet

Validitet handler om hvorvidt studien er gyldig, og beskriver kvalitet i studiens data, forskerens fortolkninger og konklusjoner (Creswell, 2014; Johnson, 2017). Derfor har jeg

forsøkt å styrke studiens validitet ved å foreta konkrete grep i forskningsprosessen. Jeg har reflektert over validitetsprosedyrene, og i hvilken grad resultatene er gyldige og troverdige, gitt de metodiske og analytiske tilnærmingene som er gjennomført. Jeg har også fått tilbakemeldinger og kritikk fra medstudenter og veileder knyttet til mulige bias i forskningen. På denne måten har validiteten til denne studien blitt styrket.

Et annet grep jeg har tatt for å styrke validiteten er å forsøke å være mest mulig transparent. Transparens handler om å være åpen om egne antakelser, posisjonering og forskerbias (Creswell og Miller, 2000). På bakgrunn av dette har jeg innledningsvis i dette kapitlet forsøkt å være åpen om og reflektert over posisjonalitet og forskerbias, og hvorvidt dette har påvirket studien.

En annen validitetsprosedyre jeg har foretatt for å styrke validiteten er metodetriangulering. Dette er basert på forutsetningen om at en enkel metode ikke er tilstrekkelig for å få et fullstendig bilde av den empiriske virkeligheten (Creswell og Miller, 2000; Patton, 1999). I studien har jeg derfor valgt å benytte både videoobservasjon og intervjuer som datainnsamlingsmetoder, i håp om å få et mer fullstendig bilde av konteksten som ble undersøkt. Det er viktig å påpeke at målet med triangulering fra et sosial-konstruktivistisk ståsted ikke er å gjøre forskningen mer objektiv, men for å få flere perspektiver som kan diskuteres opp mot hverandre (Gleiss og Sæther, 2021). Med bakgrunn i dette har jeg kombinert de to metodene for å se om det var samsvar mellom funnene.

Etttersom jeg har utført en streng transkripsjon av videomateriale og intervjuene, er det grunn til å tro at det forekommer en mindre grad av fortolkning i datamaterialet. Dette er et viktig grep for å redusere subjektiviteten og styrke validiteten i datamaterialet (Hammersley, 2010). Det forekom derimot enkelte utfordringer knyttet til studies tiltenkte metodetriangulering, og spørsmålet er hvorvidt studien har oppnådd et fullstendig bilde av virkeligheten og det som ble undersøkt. Det kan derfor tenkes at studiens validitet er svekket ettersom elevenes gjenkallingsnøyaktighet i VST-intervjuene var betydelig nedadgående, som følger av at gjennomføringen av VST-intervjuene ble gjennomført flere uker etter observasjon (beskrives senere i dette kapitlet).

Validitet i videoobservasjon

Under videoobservasjon inntok jeg rollen som fullstendig observatør. Observatøreffekten kan ha en mulig påvirkning på validiteten i studier hvor observasjon brukes som metode (Kleven, 2018). Observatøreffekten innebærer at deltakerne som blir observert opptrer annerledes enn

hva de ellers ville ha gjort fordi deres væremåte påvirkes av observatørens tilstedeværelse. Dette vil naturligvis kunne påvirke påliteligheten til resultatene i studien. Jeg valgte å gjennomføre videoobservasjonen på en minst mulig merkbar måte ved å stå bakerst i grupperommet slik at deltakerne ikke så meg. Likevel oppstod det utfordringer, da jeg opplevde at elevene forsøkte å kommunisere med meg i oppgavesituasjonen og stilte spørsmål om modelleringsoppgaven. Det kan tenkes at deltakerne tildelte meg rollen som lærer og ikke forsker. Det skjedde med andre ord en rolleblanding hvor jeg ble satt i en konflikt med mitt eget ønske om å være fullstendig observatør og å påvirke forskningen i minst mulig grad (Gleiss og Sæther, 2021). For å ivareta datamaterialets validitet valgte jeg å ikke respondere på spørsmål, men heller si «ingen kommentar» eller «jeg kan ikke hjelpe dere dessverre». Til tross for min påvirkning under observasjon, er det flere argumenter for at observasjon med videoopptak vil styrke studiens validitet. Blant annet kan materialet gjenbrukes av flere forskere, og vil derfor kunne gjennomgå flere validitetsrunder som vil resultere i et mer nøyaktig datamateriale (Hammersley, 2010).

En annen faktor som kan ha påvirket studiens validitet, er at jeg benyttet meg av videoobservasjon av en casestudie. Ettersom casestudiers styrke er at de tar utgangspunkt i naturlige kontekster (Yin, 2014), kan det tenkes at elevene ble påvirket av situasjonen de befant seg i. Det at elevene var plassert på et grupperom utstyrt med fire kameraer er ikke nødvendigvis en naturlig kontekst, og kan ha påvirket elevenes interaksjon i større eller mindre grad. Som nevnt tidligere i oppgaven, er det vanskelig å si i hvor mye kameraeffekten faktisk påvirker datamaterialet (Blikstad-Balas, 2017). En av de viktigste faktorene for å bruke videoobservasjon i forskning, i motsetning til feltnotater, er at man vil registrere det som skjer i større grad enn å stole utelukkende på feltnotater (Blikstad-Balas, 2017; Hammersley, 2010). Dette er et viktig prinsipp for å ivareta studiens validitet.

Validitet i videostimulerte tilbakekallingsintervju

For å styrke validiteten i studien var planen å benytte metodetriangulering av videoobservasjon og videostimulerte tilbakekallingsintervjuer (VST). VST-intervjuer er en form for member checking, hvor elevene ble inkludert i videoopptakene, og på denne måten kunne bekrefte troverdigheten til informasjonen og fremstillingen av datamaterialet (Blikstad-Balas, 2017; Creswell og Miller, 2000; Johnson, 2017). Ifølge Lincoln og Guba (1985) er dette den mest avgjørende teknikken for å etablere troverdighet til en studie, ettersom VST-intervjuer har så mye som 95 prosent nøyaktighet i tilbakekalling av hendelser hvis det er

utført innen to dager etter opptak (Bloom, 1953). Til tross for høy nøyaktighet av tilbakekalling viser det seg at tilbakekallingen følger den vanlige nedgangen i minnekurven, og over en periode på to uker synker gjenkallingsnøyaktigheten til omtrent 65 prosent (Bloom, 1953). Det kan derfor stilles spørsmål ved validiteten i VST-intervjuene ettersom de ble gjennomført fem uker etter opptak. I denne studien opplevde jeg at elevene hadde utfordringer med å gjenkalle hva de hadde gjort og hvorfor, og kom med utsagn som «det er så lenge siden. Jeg husker ikke helt» eller «hmm, ja si det. Jeg er ikke helt sikker hvorfor vi gjorde det». Intervjuene gav derfor ikke innblikk i elevenes resonnement som forventet. Jeg konkluderte derfor med å ikke bruke intervjuene som data i studien, og det er nærliggende å tro at dette har påvirket studiens validitet, da hensikten med metodetriangulering er svekket, og studiens eneste datamateriale er videoobservasjon.

3.8.3 Studiens reliabilitet

Reliabilitet handler om i hvilken grad resultatene i forskning er stabile, konsistente og pålitelige (Johnson, 2017; Kvale og Brinkmann, 2015), og brukes til å vurdere kvaliteten på forskningsprosessen om hvorvidt resultater og funn vil kunne reproduseres (repliseres) og/eller etterprøves (Gleiss og Sæther, 2021; Johnson, 2017). En god forskningsstudie bør ifølge Kilpatrick (1993) fremlegge prosedyrene som er brukt så tydelig at andre personer, i det minste i prinsippet, kan replisere studien. Dessuten bør resultater av studien, - observasjonene, mønsteret av resultater, men ikke nødvendigvis tolkningene av dem, også være mulig å replisere (Kilpatrick, 1993). Derfor har jeg forsøkt å være transparent i redegjørelsen for valg og vurderinger i forskningsprosessen, samtidig som jeg har strebet etter objektivitet og vært åpen om konsekvenser ved valg som er tatt. På den måten legger studien til rette for at andre forskere kan vurdere forskningsprosessen og studiens repliserbarhet. Ut ifra en sosial-konstruktivistisk tilnærming, er det ifølge Gleiss og Sæther (2021) ikke et mål at andre forskere skal kunne gjenta forskningen på nøyaktig samme måte og trekke samme konklusjoner, men heller at forskningsprosessen er så transparent at andre kan vurdere forskningsprosessen, resultatene og valgene som er tatt. Ifølge Kilpatrick (1993) syter forskere med å gjenskape og replisere andre studier da man ved å replisere en studie ikke oppnår noe nytt eller originalt. Det disse forskerne overser er at vitenskapen utvikler seg gjennom å replisere (Kilpatrick, 1993). Dette fremhever viktigheten å utføre en pålitelig og konsistent forskning, som kan reproduseres av andre forskere.

Et grep for å styrke studiens reliabilitet var å pilotere modelleringsoppgaven i forkant av datainnsamlingen. Ved å pilotere vil man styrke kvaliteten på gjennomføring av datainnsamlingen, som igjen vil styrke kvaliteten på datamaterialet som samles inn (Gleiss og Sæther, 2021). Faktorer som derimot kan ha svekket reliabiliteten er kvalitetssikring av transkripsjonene og utførelse av VST-intervjuene. Ved transkripsjon av datamateriale kan det inntreffe et underkommunisert reliabilitetsproblem, som handler om at det sjeldent blir utført troverdige kvalitetskontroller av transkripsjoner i forskning (Befring, 2015). Derfor var et viktig grep for å styrke reliabiliteten i studien utførelse av en streng transkripsjon, hvor både verbal og ikke-verbal kommunikasjon ble inkludert i transkripsjonene.

På den måten ble ingen deler av elevenes kommunikasjon utelatt, og jeg unngikk å måtte evaluere og bestemme hva som skulle bli inkludert i transkripsjonen. Det er derimot ikke foretatt en kvalitetskontroll av transkripsjonen av andre enn meg selv, som Befring (2015) påpeker at kan svekke studiens reliabilitet.

VST-intervjuene som ble gjennomført var semi-strukturerte, og det vil derfor være vanskelig å garantere for at studien har høy reliabilitet, ettersom intervju er en samtaleprosess hvor både elevene og jeg vil påvirke intervjuet (Kvale og Brinkmann, 2015). Jeg har derfor gjennom hele forskningsprosessen diskutert fremgangsmåter, metodologi, konklusjoner og resultater med veileder som er gjort kjent med studiens formål. Dette er det Johnson (2017) kaller for «kritisk venn», og kan på den måten sjekke reliabiliteten av datainnsamling og analyseprosessen. Ved å benytte meg av de overnevnte grepene har jeg forsøkt å gjøre studien transparent slik at andre forskere kan vurdere kvaliteten på studien og hvorvidt mine funn er pålitelige, repliserbare og kan etterprøves.

3.8.4. Overførbarhet

I denne studien har jeg valgt en kvalitativ tilnærming til forskningen, i form av en casestudie. Dermed vil forskningen til en viss grad ikke la seg gjenskape av andre forskere ettersom funn er begrenset til den konteksten den er utført i (Yin, 2014). Hensikten med casestudier er ifølge Creswell (2014) ikke å generalisere resultatene, men heller overføre dem til tilsvarende kontekster. Samtidig påpeker Kilpatrick (1993) at hvis man ikke kan trekke noen form for generaliseringer av forskningen, så er forskningen ubrukelig.

Etttersom denne studien benytter et allerede eksisterende rammeverk for matematisk resonnement, vil denne studien kunne replisere resultater, observasjoner og konklusjoner fra tidligere studier som har benyttet samme rammeverk og analysestruktur (se f.eks., Eriksson

og Sumpter, 2021; Hedefalk og Sumpter, 2017; Lithner, 2000, 2008). Dette vil være en styrke for studien, da det viser seg at forskning innen matematikdidaktikk har lidd under mangel på studier som vil bidra til å bekrefte eller avkrefte konklusjoner og resultater trukket fra tidligere forskning (Kilpatrick, 1993). Derfor kan denne studien, ved å benytte en kombinasjon av to allerede utarbeidede og definerte rammeverk, oppnå stabile, konsistente og pålitelige resultater som kan etterprøves og overføres til andre studier på samme fagfelt. På den måten vil denne studien være et bidrag til det allerede eksisterende forskningsfeltet.

3.8.5 Studiens begrensninger og forslag til forbedring

Det er flere svakheter og begrensninger ved denne studien. Jeg mener disse i hovedsak er knyttet til tiden jeg har hatt til rådighet og metoden som er brukt. Da jeg utformet forskningsdesignet var planen å triangulere metoder for å kvalitetssikre datamaterialet. Etersom intervjuene ikke ble brukt i studien, har jeg heller ikke fått kvalitetssikret datamaterialet slik jeg hadde tenkt. Det er også visse begrensninger ved å benytte en kvalitativ metode for å besvare forskningsspørsmålene, og overførbarheten for denne studien kan derfor tenkes å være noe begrenset (Johnson, 2017).

Et forslag til forbedring av studien er å endre på læringsmiljøet elevene befant seg i. I studien deltok elevparene på lik linje og det samme ble undersøkt i begge gruppene. Hvis man istedenfor hadde gitt modelleringsoppgaven til to ulike grupper, kunne den ene gruppen blitt plassert med tilgang på lærerstøtte, og den andre gruppen uten. Da kunne man sett på forskjeller og likheter i elevenes resonnement i de to gruppene. På den måten ville elevgruppene blitt sin egen kontrollgruppe. Et spennende aspekt kunne vært å undersøke hvordan elevparene erfarte og/eller oppnådde dybdelæring, med og uten lærerstøtte. Videre kunne man da undersøkt hva slags betydning lærerrollen har for elevers utvikling av dybdelæring, som er høyst aktuelt nå når dybdelæring er en sentral del og et satsingsområdene i LK20 etter fagfornyelsen.

3.9 Etske bemerkninger

Et viktig prinsipp ved forskning er at den skal være forankret i etiske verdier (Befring, 2015), og all forskning som gjøres med mennesker vil ha etiske implikasjoner (NESH, 2021). Derfor er det flere forskningsetiske bemerkninger som bør avklares før, under og i etterkant av en

studie (Everett og Furseth, 2012). I dette delkapittelet vil jeg ta for meg noen etiske bemerkninger tilknyttet denne studien.

3.9.1 Melde prosjektet

I studien ble det brukt videoobservasjon og intervju som metode. Dette innebærer blant annet registrering av personidentifiserende personopplysninger. Derfor måtte jeg i forkant av datainnsamlingen sende inn en søknad til Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste (NSD), for å få tillatelse til å samle inn disse personopplysningene. Studien ble godkjent av NSD, som vil si at gjennomføring av forskningsprosjektet er vurdert til å være i tråd med lov om personvern, og i tråd med retningslinjer fra NSD og Universitetet i Oslo (se vedlegg 2).

3.9.2 Informert og fritt samtykke

For å beskytte deltakernes personvern og integritet i forskning er det krav om informert og fritt samtykke (Everett og Furseth, 2012; Haugen og Skilbrei, 2021). Informert og fritt samtykke er ett av forskningsetikkens grunnleggende prinsipper og handler om at all deltakelse skal være basert på et samtykke som er gitt på et fritt og forstått grunnlag (Befring, 2015). Siden jeg skulle samle inn det som kalles for «særlige kategorier» av personopplysninger, og det faktum at deltakerne var under 16 år, måtte jeg innhente samtykke fra både deltakerne og deres foresatte. Ifølge Befring (2015) kan bruk av frivillig, informert samtykke være problematisk når deltakerne er mindreårige, ettersom samtykke er innhentet fra foresatte, ikke kun av informantene selv. Det var viktig for meg å møte deltakerne i forkant av prosjektet for å informere om hva deres deltakelse ville innebære. Videre betyr informert og fritt samtykke at deltakerne har mottatt tilstrekkelig informasjon om prosjektet og at de blir forsket på. Det er viktig å påpeke at deltakerne alltid har rett til å avstå fra å samtykke og å trekke sitt samtykke når de vil (Ryen, 2016).

I og med at deltakerne var under 16 år var det viktig for meg å tydeliggjøre studiens formål og gjennomføring, og ikke minst hva de samtykket til. Derfor avtalte jeg et møte med dem uken før datainnsamlingen. Deltakerne fikk informasjon om prosjektet både muntlig og skriftlig gjennom samtykkeerklæringen (se vedlegg 1), i tillegg til at deltakerne fikk mulighet til å stille spørsmål knyttet til prosjektet.

Det kan likevel settes spørsmålsteget ved hvorvidt deltakelsen var frivillig. Ettersom læreren hadde takket ja til å være med i prosjektet, kan dette ha gjort det vanskeligere for elevene å takke nei (Ryen, 2016). På bakgrunn av dette var det viktig for studiens formål og etiske

vurderinger å tydeliggjøre at deltakelsen var frivillig, og at de når som helst før, under og etter prosjektet hadde rett til å trekke seg.

3.9.3 Konfidensiell og anonym deltakelse

Et annet viktig prinsipp i å bevare deltakernes personvern er kravet på fullstendig konfidensiell og anonym deltakelse (Befring, 2015; Gleiss & Sæther, 2021). Dette innebærer at ingen personidentifiserende opplysninger skal kunne avsløres i forskningen, og at man som forsker har en lovpålagt taushetsplikt og et ansvar for at personidentifiserende data ikke havner på avveie. I studien ble følgelig all informasjon som kunne knyttes direkte til deltakerne, inkludert elevenes navn, anonymisert (Haugen og Skilbrei, 2021; Larsen, 2017). Dette er gjort for å verne deltakernes personlige integritet.

Konfidensialiteten i studien ble sikret ved at jeg lånte kamerautstyr og minnekort av Universitetet i Oslo (UiO), hvor alle opptak ble overført til en sikret database på UiO og slettet fra minnekortet rett etter opptak. Alle elektroniske datafiler har blitt oppbevart på UiO sin godkjente digitale lagringsplattform, som ifølge retningslinjene tillater lagring av datamaterialet som ble benyttet i denne studien (se Universitetet i Oslo, 2022). I retningslinjene til Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH), står det at alle lister skal være nedlåst under forskningsprosessen (Larsen, 2017; NESH, 2021). Dette var også et grep jeg gjorde ved at samtykkeskjemaene med foresatte og elevenes underskrift ble innelåst på et kontor på UiO for å sikre at de ikke havnet på avveie for å forhindre skadelig bruk og formidling av personlige opplysninger som var gitt ved deltakelse i studien (Befring, 2015).

3.9.4 Tolkning av data

Et annet avgjørende prinsipp for å ivareta en etisk riktig forskning er hvordan datamaterialet er behandlet, tolket og hvordan man som forskeren forholder seg til objektivitet (se f.eks., Haugen og Skilbrei, 2021; Kilpatrick, 1993). Selv om absolutt objektivitet til syvende og sist er umulig å oppnå, kan man likevel se det som et ideal verdt å jobbe mot (Kilpatrick, 1993), både for studiens metodologi og etikk.

Bevisst fordreid og tendensiøs tolkning av data er ikke like alvorlig som oppdiktning av forskningsmateriale, men like fullt klart uetisk og uforenelig med god vitenskapelig praksis (Haugen og Skilbrei, 2021). I de etiske retningslinjene til NESH står det at fordreining

innebærer misvisende bruk av vitenskapelige metoder, slik som tendensiøs tolkning av kilder, skjevt utvalg av data eller villedende bruk av statistikk (NESH, 2021). I studien er det elevenes utsagn som utgjør studiens datamateriale, som foreligger som transkripsjoner. For å ivareta en god vitenskapelig praksis har jeg derfor redegjort for underliggende transkripsjonsprosesser og databehandling (beskrevet i delkapittel 3.7.1). Siden det er uforenelig med god vitenskapelig praksis å endre på kilder, data, elevutsagn og beskrivelser i forskningen, var utførelse av streng transkripsjon avgjørende i studien da det forekommer lite fortolkninger, og på den måten har jeg heller ikke tilføyd eller fordreid datamaterialet. I studien har jeg strebet etter objektivitet i analyse av datamaterialet, og følgelig forsøkt å sikre at datamaterialet ikke er fordreid, manipulert eller tilføyd ytterligere data som deltakerne ikke har sagt eller gjort, for å ivareta en etisk god tolkning av datamaterialet og deltakernes personvern.

4 Resultat

I dette kapittelet presenteres studiens analyse og resultat. Datamaterialet som danner grunnlaget for analysen er det transkriberte videomaterialet generert fra de to oppgavesituasjonene. Resultatene er presentert i to deler med fokus på hvert av elevparene.

4.1 Ella og Siri

Ella og Siri brukte flere strategivalg i sin løsning. Den første strategien som foreslås er linjediagram. Se tabell 4.1:

Tabell 4.1: Eksempel hvor Ella og Siri uttrykker identifiserende argument for OS.

Tid	Data	Resonneringsstruktur	Matematisk egenskap	Modellering
01:05 - 01:15	[Begge leser oppgaven inni seg] Ella: Ja for det er hvor mye den utvikler seg de fire tiårene Siri: Ja ehm. Vi ser at... Eller.. Menn den stiger jo mens kvinner den går jo ned Ella: Ja	OS: Identifiserende argument uttrykkes.	OS: lage modell som viser utvikling ut fra et datasett. $f(x) = ax + b$ $g(x): a_1 < 0$ $h(x): a_2 > 0$	1.Forstå virkelig problem
01:17 - 01:53	Siri: Skal vi? Eller, det første jeg tenkte var jo egentlig sånn... eh...Bare sånn.. Hva heter det? Sånn linjediagram på en måte. Ella: Ja ja, ja, sånn ehmm. Ja, fordi det [Siri avbryter] Siri: Det er jo over tid Ella: Ja, fordi vi må finne ut hvor mye den synker og den øker, for hvert år Siri: Ja	SV: Linjediagram Ella påbegynner et prediktivt argument, Siri fullfører argument	Representasjon: Linjediagram f(t): funksjon over tid Etablere $a_1 < 0$ Etablere $a_2 > 0$	2.Virkelig modell 1.Forstå virkelig problem.

Ella: Og så til det kommer Ehh.. Til likt. Gir det mening?
Siri: Ja

$$g(x) = h(x)$$

Som vi ser i tabell 4.1 starter Ella og Siri med å uttrykke identifiserende argument for OS. Forslaget om linjediagram som strategi begrunnes med et prediktivt argument. Strategien implementeres ikke, men det blir foreslått en ny strategi. Den andre strategien som foreslås er å regne ut differansen på timer brukt på husarbeid for henholdsvis kvinner og menn, for å så regne ut gjennomsnittet av differansen. Se tabell 4.2:

Tabell 4.2: Eksempel hvor Ella og Siri uttrykker prediktive og verifiserende argumenter for SV og SI.

Tid	Data	Resonneringsstruktur	Matematisk egenskap	Modellering
02:43- 02:49	Siri: vi må finne gjennomsnittet for hvor mye det synker hvert tiende år Ella: ja	SV: Gjennomsnitt. Ingen prediktive argument uttrykkes. Bekrefter SV.	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$	2. Virkelig modell (situasjonsmodell)
[...]	Siri og Ella gjør utregninger			
05:10- 05:57	Siri: Men ja hvertfall, ehm, gjennomsnittet. Det er ikke no modell da? Ella: Nei fordi...[pause] Jo fordi, det er sånn... Kanskje vi tegner opp et sånn diagram? Så ser du jo, så finner vi årene nedover, eller bortover, også ser du da på hvor mange [blir avbrutt]. Siri: Jaja Ella: Ikke sant, så får du jo punkter Siri: Ja Ella: Å da, er ikke det den modellen du skal ha? Den linje...	SI: Siri etterspør verifiserende argument. Ella starter en mening om verifiserende argument. Går raskt på nytt strategivalg. SV: lage diagram. Uttrykker prediktivt argument Siri enig i SV. K: Linjediagram som modell. Ingen evaluering argumenter uttrykkes.	$\bar{x}_{differans} = \frac{0,87t}{4}$ $\bar{x}_{differans} = \frac{2,05t}{4}$ Transformasjon: $\bar{x}_{differans}$ til en modell Representasjon: linjediagram	3. Matematisk modell. Spørsmål om matematisering av strategi for å få en matematisk modell. 2. Virkelig modell (situasjonsmodell) strategi for å lage matematisk modell. 4. Matematisk løsning; et linjediagram
[...]	Elevene gjør utregninger			
08:39- 09:19	Ella: Fordi...Nå har vi hvordan det har skjedd utover ehh.. Fra starten	OS: Identifiserende argument uttrykkes.	Representasjon: utvikling over tid	1. forstå virkelig problem

	<p>Siri: Ja Ella: Og siden det ikke går med et jevnt mønster, så fant vi ut gjennomsnittet for det... Siri: Ja Ella: Men det må vi [blir avbrutt av Siri] Siri: Men det blir jo litt feil å finne gjennomsnittet, fordi det går først ned veldig mye, og så går det ned mindre og mindre... Eller ikke her da, her går det litt opp, men for eksempel her [peker på kladdeboken til Siri]. Veldig mye, så mindre, veldig mye igjen, så mye igjen. Så vi vet jo ikke hvordan det kommer til å være neste år. Om det kommer til å være veldig mye eller mindre.</p>	<p>Siri uenig i SV. Gir et prediktivt argument «Vi vet jo ikke hvordan det kommer til å være neste år. Om det kommer til å være veldig mye eller mindre»</p>	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$	<p>2. Virkelig modell (situasjonsmodell)</p>
09:19-10:33	<p>Ella: Ja, for det er det.. Siri: Så det er sikkert derfor det er lurt å finne gjennomsnittet da Ella: Ja Siri: Ja, for det blir midt imellom på en måte Ella: Ja! Men hvordan skal vi få det ... videre?</p>	<p>SV: prediktivt argument uttrykkes. Bruker gjennomsnitt for å finne middelverdien.</p>	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$	<p>2. Virkelig modell (situasjonsmodell) strategi for å lage matematisk modell</p>
			<p>Transformasjon: data til modell</p>	

Som vi ser i tabell 4.2 blir det foreslått et strategivalg om å regne ut gjennomsnitt, men det uttrykkes ikke eksplisitt prediktive argumenter for strategivalg. Videre ser vi at Ella starter en mening om verifiserende argument og uttrykker at gjennomsnittet ikke er en modell. De går raskt over på nytt strategivalg: å lage et diagram for å modellere situasjonen. Elevene diskuterer hvordan de skal implementere strategien og hvorvidt gjennomsnitt som strategi vil løse oppgaven, og uttrykker prediktivt argument om at utregning av gjennomsnitt er hensiktsmessig ettersom «[...] det blir midt imellom på en måte» og vil gi dem en middelverdi for å finne utviklingen over tid.

Videre konkluderte Ella og Siri med at kvinner gjennomsnittlig brukte 0,51 timer mindre i døgnet per tiår, mens menn økte i gjennomsnitt med 0,21 timer i døgnet per tiår. Da oppstod det en situasjon hvor Siri gikk tilbake til oppgavesituasjonen og identifiserte hva oppgaven handlet om. Se tabell 4.3

Tabell 4.3: Eksempel hvor Ella og Siri identifiserer OS og foreslår SV.

Tid	Data	Resonneringsstruktur	Matematisk egenskap	Modellering
14:02-14:58	Siri: Men spørsmålet er når vil kvinner og menn ha like mange timer per døgn? Ella: Ja, fordi vi må finne ut sånn, likning, for det. Må vi ikke? Siri: Jo Ella: Ja ... Ella: Fordi... Siri: Men vi må... Ella: Fordi y er jo, det er jo.. nei.. det blir feil.. [ser på oppgaven]	OS: Etterspør identifiserende argument SV: Finne likning. Siri bekrefter SV. Ella påbegynner et prediktivt argument. Ingen prediktive argument uttrykkes.	Når er: $g(x) = h(x)$ $f(x) = ax + b$	1.forstå det virkelige problemet. 2.Virkelig modell (situasjonsmodell).
	Siri: Nå ble jeg veldig forvirra Ella: Ja, fordi... [pause, leser oppgaveteksten]	OS: leser oppgaveteksten. Ingen argumenter uttrykt.		1.Forstå det virkelige problemet

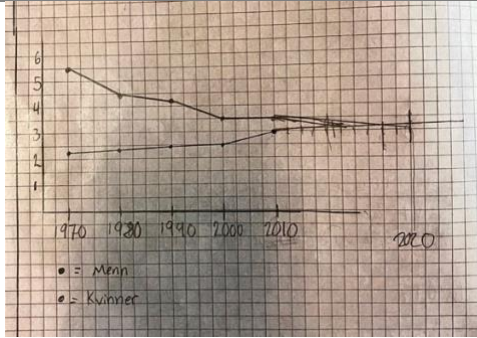
Som vi ser av tabell 4.3 var Ella og Siri ute etter å finne når kvinner og menn hadde like mange timer per døgn, altså når $g(x) = h(x)$. De ønsket å finne en likning for å lage en representasjon av datamaterialet, men endte opp med å stå fast på hvordan de skulle implementere stigningstallene i likningen på en god måte. Elevene uttrykker ikke identifiserende argumenter eller prediktive argumenter for OS eller SV. Da oppstod det en «spesiell» situasjon hvor de mimrer tilbake til en tidligere oppgave som de har jobbet med i «Kikora», se tabell 4.4:

Tabell 4.4: Eksempel på «spesiell hendelse» hvor Ella og Siri bruker memorert strategi.

Tid	Data	Resonneringsstruktur	Matematisk egenskap	Modellering
18:47- 19:25	<p>Ella: Men det kan jo... [blir avbrutt]</p> <p>Siri: Men det må jo være noe annen måte å gjøre det på!</p> <p>Ella: Ja, for det kan jo være at dette er helt feil. Men når vi, de Kikora-oppgavene, Siri: Ja?</p> <p>Ella: Så var det jo en formel for det.</p> <p>Siri: Ja, det var det!</p> <p>Ella: Da er det vell det her å, hvis vi bruker gjennomsnittet?</p> <p>Siri: Ja! Men hvordan finner vi formelen?</p>	<p>Mimrer tilbake til «kikora-oppgaver».</p> <p>Memorert SV: bruke en formel.</p> <p>SI: Etterspør verifiserende argument «hvordan finne formelen?».</p>	<p>Ikke matematisk forankret argument.</p> <p>(Kikora = nettbasert læremiddel i matematikk)</p> <p>$f(x) = ax + b$</p> <p>Ønsker å finne a_1, a_2 og b_1, b_2</p>	<p>2.virkelig modell (situasjonsmodell), hvordan matematisere til en matematisk løsning?</p>
19:32-20:19	<p>Siri: Du husker de, avis, det avis-selgergreien, ikke sant? Sånn +5</p> <p>Ella: Ja, ja! Fordi hva, det er jo da så mye det øker!</p> <p>Siri: Men da var det jo en, to, tre, fire, fem. Her har vi 2010</p> <p>Ella: Ja</p> <p>Siri: Så da blir $x=2010$. Eller 2020 da siden...[avbrytes av Ella]</p> <p>Ella: X er jo det årstallet som kommer?</p> <p>Siri: Ja</p> <p>Ella: Ja, det som vi finner ut av..</p> <p>Siri: Okei, så.. F av x, det er en formel hvertfall [skriver i boka]</p>	<p>SV: memorert strategi</p> <p>SI: Siri påbegynner et verifiserende argument, blir avbrutt. Ingen verifiserende argument.</p> <p>K: 2020</p> <p>Bekrefter K.</p> <p>K: $f(x)$ er en formel. Ingen evaluering argumenter uttrykkes</p>	<p>Ikke matematisk forankret argument.</p>	<p>2.Situasjonsmodell. Memorert strategi for å få en matematisk løsning.</p> <p>3. Matematisk modell. Memorert måte å matematisere på.</p> <p>4.matematisk løsning. X er ukjent og det årstallet de ønsker å finne</p>

Som vi ser i tabell 4.4 prøver Ella og Siri å huske tilbake til en memorert strategi. De uttrykker ingen prediktive eller verifiserende argumenter, og resonnementet er ikke matematisk forankret da de prøver å mimre tilbake til tidligere strategier og metoder. Elevene prøver å implementere $f(x)$ som løsning, men forkaster strategien og går tilbake til den første strategien som ble foreslått; å ta utgangspunkt i gjennomsnittet for å modellere utviklingen som ut ifra dette. Se tabell 4.5:

Tabell 4.5: Eksempel hvor Ella og Siri konkluderer med at kvinner og menn ville ha like mange timer per døgn i 2018.

Tid	Data	Resonneringsstruktur	Matematisk egenskap	Modellering
25:10-25:51	<p>Ella: Men det blir jo ... Her er det jo ikke [blir avbrutt]</p> <p>Siri: fordi jeg tok det etter, fordi du vet, ehhh, den her</p> <p>Ella: mhm</p> <p>Siri: Er det 10ende året. Og for hvert tiende år fant vi ut gjennomsnittet, gjennomsnittet til kvinnene som går ned er 0,5 så da etter ti år skal den være</p> <p>Ella: Ja det er den du går en halv?</p> <p>Siri: Ja, en halv, for det er en halv for meg, ikke sant?</p> <p>Ella: Ja</p> <p>Siri: Mens den går opp bare 0,2 så da skal den treffe 0,2 liksom høyere på de 10 årene... å da treffes de, hvis de fortsetter å stige sånn, i ca. 2018.</p>	<p>Ella uttrykker usikkerhet rundt K.</p> <p>SI: verifiserende argument uttrykkes.</p> <p>K: 2018 er skjæringspunkt mellom grafene.</p> <p>Evaluerende argument uttrykkes «hvis de fortsetter å stige sånn»</p>	 <p> $\bar{x}_{\text{timer kvinner}} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = 0,51 \text{ timer}$ $\bar{x}_{\text{timer menn}} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = 0,21 \text{ timer}$ $g(x): a_1 = -0,51$ $h(x): a_2 = 0,21$ </p>	<p>3. Matematisk modell</p> <p>4. Matematisk løsning.</p>

Som tabell 4.5 illustrerer uttrykker Ella usikkerhet rundt konklusjonen. De konkluderte med at kvinner og menn ville ha like mange timer per døgn i 2018 ved å ta utgangspunkt i gjennomsnittlig timer brukt på husarbeid for henholdsvis kvinner og menn per døgn, og estimerte 10 år frem i tid ut ifra gjennomsnittet. Siri begrunner strategiimplementeringen med verifiserende argument ved å forklare for Ella hva de har gjort og hvorfor de implementert strategien.

Oppsummering av resultat

Ella og Siri startet oppgavesituasjonen med å identifisere kjernen i modelleringsoppgaven og uttrykte identifiserende argument for OS. De fulgte en resonneringsstruktur OS, SV, SI og K i oppgavesituasjonen, og det ble identifisert argumenter knyttet til hvert av disse stegene. De brukte flere strategier i løsningen sin og gikk ofte direkte på strategivalg uten å uttrykke prediktive argumenter for hvorfor strategivalget var hensiktsmessig. De foreslåtte strategiene ble ikke alltid implementert, og de uttrykte sjeldent verifiserende argumenter for strategiimplementeringen. Resultatet viser et tilfelle hvor elevene prøvde å bruke en memorert strategi for å modellere situasjonen, uten å lykkes. Resultatet indikerer også at elevene sjeldent uttrykte identifiserende argumenter for hva modelleringsoppgaven spurte om, og de valgte forskjellige modelleringsruter og beveget seg derfor ikke systematisk gjennom de ulike stegene i modelleringscyklusen.

4.2 Fredrik og Jonas

Fredrik og Jonas startet oppgavesituasjonen med å identifisere kjernen i modelleringsoppgaven og uttrykte identifiserende argumenter for OS. Se tabell 4.6:

Tabell 4.6: Eksempel hvor Fredrik og Jonas uttrykker identifiserende argument for OS.

Tid	Data	Resonneringsstruktur	Matematisk egenskap	Modellering
01:01-01:19	[Begge leser oppgaven] Jonas: [tegner marg i kladdebok] Ja, kvinner går hvertfall nedover Fredrik: Ja, mens menn går oppover. Jonas: Mens menn går oppover ja, så det blir mer og mer likt	OS: Identifiserende argument uttrykkes. Analyserer hva oppgaven handler om.	OS: er å lage en modell som viser utvikling ut fra et datasett. $f(x) = ax + b$ $g(x): a_1 < 0$ $h(x): a_2 > 0$	1.Prøver å forstå den virkelige problemsituasjonen

Fredrik: Ja, det blir det.
 [liten pause]. Skal vi se,
 ja. Det er basert på 10
 år da
 Jonas: Ja

$$g(x) \approx h(x)$$

Som vi ser i tabell 4.6 analyserer Fredrik og Jonas modelleringsoppgaven og uttrykker identifiserende argumenter for OS. Det første forslaget til valg av strategi er å regne ut hvor mye kvinner har avtatt i tid brukt på husarbeid og hvor mye menn har økt, for å så finne ut av når de er likestilt, som vil si når $g(x) = h(x)$. Strategien implementeres og elevene finner differansen i antall timer brukt på husarbeid for henholdsvis kvinner og menn. Se tabell 4.7:

Tabell 4.7: Eksempel hvor Jonas og Fredrik foreslår SV som ikke blir begrunnet med prediktive argumenter.

Tid	Data	Resonneringsstruktur	Matematisk egenskap	Modellering
03:27- 03:38	Jonas: Ehm, vi kan først finne ut hvor mye kvinner har gått ned, så hvor mye menn har gått opp, og sjekket hvilket år det er mest likestilt Fredrik: Mhm	SV: utregninger. Ingen prediktive argument uttrykkes. Bekrefter SV.	Etablerer a_1 Etablerer a_2 $Når\ er\ g(x) = h(x)$	2. Virkelig problem (situasjonsmodell)
[...]	Fredrik og Jonas gjør utregninger. Finner differansen for henholdsvis kvinner og menn.			3. Jobber matematisk for å få en matematisk løsning.
07:54- 08:35	Jonas: Hmm.. hva tenker du at vi bør gjøre for å fikse det her? Fredrik: For å lage en modell? Jonas: Ja Fredrik: Vi kan vise nedgang Jonas: Ja.. Hva tenker du vi kan gjøre da? [Pause] Fredrik: Litt usikker. Jonas: Ja.. [pause]. Kan vel prøve å finne ut	SI: Jonas etterspør verifiserende argument. SI: Verifiserende argument uttrykkes. Etterspør SI. SV: gjennomsnitt. prediktive argumenter uttrykkes ikke.	Transformasjon: data til modell $g(x): a_1 < 0$ $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots}{n}$	3. Matematisk modell. Hvordan få en matematisk løsning? 2. Virkelig modell (situasjonsmodell). Matematisere ved å regne ut gjennomsnitt.

gjennomsnittet. Hvor Fredrik usikker på SV.
 mye, eller er det?
 Fredrik: Jeg vet ikke helt

Som vi ser i tabell 4.7 implementeres strategien og de finner differansen på antall timer brukt per døgn over 40 år for henholdsvis kvinner og menn. Forslaget om å finne differansen som strategi begrunnes ikke med prediktive argumenter. 07:54 befinner Fredrik og Jonas seg i en situasjon hvor de er usikre på hvordan utregningene deres kan transformeres til en modell, og det blir etterspurt verifiserende argumenter. Jonas foreslår en ny strategi som er å finne gjennomsnittet, som ikke blir begrunnet med prediktivt argument. Strategien implementeres og elevene konkluderer med at kvinner avtar med 31,25 minutt hvert tiende år, mens menn øker med 11,75 minutter. Se tabell 4.8:

Tabell 4.8: Eksempel hvor Fredrik og Jonas foreslår en konklusjon.

Tid	Data	Resonneringsstruktur	Matematisk egenskap	Modellering
16:49- 16:51	Jonas: Det vil si at kvinner gjennomsnittlig går opp 31.... [skriver ned] 31,25 hver tiende år da? Fredrik: Mhm Jonas: gjennomsnitt, skriver du ned det? Fredrik: gjennomsnittet? Jonas: ja, 31,25 minutter Fredrik: Mhm Jonas: Da har vi menn da... [pause]. Husk å skrive minus da Fredrik: Ja Jonas: For menn så er det 11 + hvert år. 11,75 + Fredrik: 11, 75? Jonas: Ja, i pluss	K: kvinner avtar med 31,25 min. Ingen evaluerende argumenter uttrykkes. SI: skriver ned gjennomsnittet. K: Menn øker med 11,75 minutt	$\bar{x}_{timer\ kvinner\ per\ ti\ ar}$ $= 31,25\ min$ $\bar{x}_{timer\ menn\ per\ ti\ ar}$ $= \frac{13\ min + 10\ min + 5\ min}{4}$ $= \frac{47\ min}{4}$ $= 11,75\ min$	4. Matematisk løsning 3. Matematisk modell. Jobber matematisk for å få en matematisk løsning.
17:30- 17:57	Jonas: Da er det 2020 da, hvis det liksom er gjennomsnittlig den øker med Fredrik: mhm	K: 2020. Evaluerende argument uttrykkes Fredrik bekrefter argument.	$g(x): a_1 = -31,25\ min$ $h(x): a_2 = 11,75\ min$ $g(x) = h(x)$ når $x = 2020$	4. Matematisk løsning.

Som vi ser i tabell 4.8 konkluderte elevene med at skjæringspunktet mellom antall timer brukt for kvinner og menn var i år 2020. Evaluerende argument uttrykkes med utsagn som “[...] hvis det liksom er gjennomsnittlig den øker med” og “[...] det er da de kommer til å være nærmest hverandre [...]”, altså hvor $g(x) = h(x)$ er i punktet $x = 2020$. Til tross for at Fredrik og Jonas konkluderer med at løsningen er når $x = 2020$ har de ikke kommet frem til en passende modell som kan modellere situasjonen. Begge er enige om at de kan lage et diagram, og Jonas foreslår strategien om å modellere situasjonen ved å lage et linjediagram. Se tabell 4.9.

Tabell 4.9: Jonas og Fredrik foreslår å lage et linjediagram for å modellere situasjonen. Prediktivt argument uttrykkes.

Tid	Data	Resonneringsstruktur	Matematisk egenskap	Modellering
23:10- 23:52	Jonas: Så kan vi gjøre det om til et sånn et diagram. Fredrik: Hvordan diagram da? Jonas: Ehh bare, linjediagram kanskje? Fredrik: Linjediagram? Det er linjediagram [peker på en type], den? Jonas: Hvor hvor de er oppå hverandre da Fredrik: Den der Jonas: Den ja Jonas: For da kan vi se år, når det er 2020, hvor det er [peker på linjediagrammet, skjæringspunktet]. For det står jo.. Eller, hvis vi har gjort det riktig da. Fredrik: Så 2020 er liksom nærmest da Jonas: Ja Fredrik: i utviklingen [ser på oppgavearket] Jonas: Ja, hvis det.. hvis vi har regnet riktig nå..	SV: lage linjediagram. Prediktivt argument uttrykkes	Transformasjon → tabell til diagram. Representasjon: linjediagram	2. Virkelig modell (Situasjonsmodell). Hvordan matematisere til matematisk modell.
23:52- 24:39	Fredrik: [leser oppgaven høyt] Når kommer kvinner	K: 2020 er nærmest. Evaluerende argument uttrykkes. Forutsetning for K: hvis de har regnet riktig.	$g(x) \approx h(x)$ i $x = 2020$. Når er $g(x) = h(x)$	4. Matematisk løsning.
		OS: Ingen identifiserende argumenter uttrykkes.		1. Prøver å forstå den virkelige problemsituasjonen

og menn til å ha like mange timer per døgn? Jonas: Må det være nøyaktig like mange, eller nærmest? For hvis det er nøyaktig like mange så kan det være at vi har gjort litt feil da [ser på modellen]	Jonas spør om evaluerende argument til K: «Må det være nøyaktig like mange, eller nærmest?»		
Jonas: 2020. Det er da de kommer til å være nærmest hverandre. Denne vil jeg egentlig si at jeg er rimelig fornøyd med.	K: 2020. Evaluerende argument uttrykkes «da kommer til å være nærmest hverandre».	$g(x) \approx h(x)$ i $x = 2020$	4. Matematisk løsning
Fredrik: Ja enig	Fredrik enig i K.		

Som vi ser i tabell 4.9 uttrykker Fredrik og Jonas et prediktivt argument for hvorfor valg av linjediagram som strategi er hensiktsmessig, når Jonas sier at: «For da kan vi se år, når det er 2020, hvor det er [peker på linjediagrammet, skjæringspunktet]». Til tross for at Fredrik og Jonas har konkludert med at løsningen er i $x=2020$ uttrykker Jonas at forutsetningen for at dette stemmer er hvis de har regnet riktig. De går da tilbake til oppgavesituasjonen og analyserer hva oppgaven faktisk spør etter. Det uttrykkes ingen identifiserende argumenter, men Jonas etterspør et evaluerende argument til konklusjonen: «Må det være nøyaktig like mange, eller nærmest?». Jonas konkluderer med at svaret er i $x=2020$ ettersom det er da kvinner og menn er «nærmest» hverandre, altså hvor $g(x) \approx h(x)$, og Fredrik sier seg enig i konklusjonen.

Oppsummering av resultat

Fredrik og Jonas startet oppgavesituasjonen med å identifisere kjernen i modelleringsoppgaven og uttrykte identifiserende argument for OS. De fulgte en resonneringsstruktur OS, SV, SI og K i oppgavesituasjonen, og det ble identifisert argumenter knyttet til hvert av disse stegene.

De gikk direkte på strategivalg som ble begrunnet med et prediktivt argument, og forholdt seg stort sett til samme strategi i løsningen sin. De uttrykte sjeldent verifiserende og identifiserende argumenter, og befant seg sjeldent i situasjoner hvor de gikk tilbake til OS for å identifisere hva oppgaven faktisk spurte om. Resultatet viser også at de valgte forskjellige modelleringsruter og beveget seg derfor ikke systematisk gjennom de ulike stegene i modelleringscyklusen.

5 Diskusjon

Formålet med denne studien er å undersøke elevers kollektive matematiske resonnement i arbeid med en modelleringsoppgave. Dette kapittelet diskuterer og drøfter resultater fra analysen ved å anvende teori og tidligere forskning. Kapittelet inkluderer også forslag til videre forskning, i tillegg til didaktiske implikasjoner.

5.1 Diskusjon av resultater

Ved å analysere elevers samtale og hva slags argumenter som er uttrykt, kan man få informasjon om det matematiske resonnementet (Sumpter, 2013). Resultatene indikerer at det ble uttrykt argumenter knyttet til hvert steg i Lithner (2008) sin resonneringsstruktur OS, SV, SI og K i begge grupper, og at argumentene svært ofte var forankret i matematiske egenskaper, i likhet med funn fra tidligere empirisk forskning på elevers kollektive matematiske resonnement (se f.eks. Eriksson og Sumpter, 2021; Hedefalk og Sumpter, 2017).

Til tross for dette indikerer resultatene at det er vesentlige forskjeller i elevenes kollektive resonnement, spesielt ved analyse av modelleringsruter og uttrykte argumenter i de ulike delprosessene i modelleringssyklusen (figur 2.3). Dette kan det være flere grunner til. For det første er modelleringsoppgaven designet i tråd med Maaßs (2010) klassifisering av modelleringsoppgaver, som tilsier at modelleringsoppgaven blant annet er autentisk og åpen og tilrettelegger for en utforskende oppgavesituasjon. For det andre så presiserer ikke modelleringsoppgaven en konkret strategi eller løsningsmetode, kun at man skal lage en modell for å modellere situasjonen.

På den måten fikk elevene mulighet til å utforske oppgaven i større grad og diskutere hensiktsmessige valg av strategier for å modellere situasjonen. En slik oppgaveformulering støttes av blant annet Niss og Blum (2020), som forklarer at hvis modelleringsoppgaven hadde presisert en konkret løsningsmetode, ville elevene prøvd og testet strategier som kunne passe inn istedenfor å benytte passende matematiske verktøy og strategier for å modellere situasjonen. Resultatene indikerer derimot antydninger til en «test og se»-strategi i modelleringsprosessen i den ene gruppen, i tillegg til at det finnes indikasjoner på at elevene prøver å huske tilbake til «Kikora»-oppgaven for å løse modelleringsoppgaven. Nå er det ikke et mål i denne studien å karakterisere elevenes resonnering (f.eks., Lithner 2008), men det er

et interessant resultat at elevene forsøker å bruke memorerte strategier. Et forslag til videre forskning er å undersøke hva slags faktorer i elevens resonnering som påvirker bruk av memorerte strategier fremfor egnet matematiske verktøy i modelleringsaktiviteter, og en implikasjon av resultatet er at man som lærer underviser elever i hvordan man arbeider med modelleringsoppgaver, og hvordan man beveger seg gjennom de ulike delprosessene i syklusen inkludert valg av strategi (f.eks., Borromeo-Ferri, 2018).

Av resultatene fremkommer det at elevene valgte ulike modelleringsruter og beveget seg frem og tilbake mellom de ulike delprosessene i modelleringscyklusen, som også samsvarer med teori og tidligere forskning (se f.eks., Blum og Leiß, 2008; Maaß, 2006; Niss og Blum, 2020). Ella og Siri befant seg for det meste i steg 2 (konstruksjon av en situasjonsmodell) mens Fredrik og Jonas derimot befant seg stort sett i steg 3, hvor de arbeidet matematisk med situasjonsmodellen for å konstruere en matematisk modell. Begge gruppene gjennomgikk derfor bestemte delprosesser flere ganger, som ifølge Maaß (2006) og Niss og Blum (2020) ofte er nødvendig i arbeid med modellering, og forklarer at bestemte steg eller hele modelleringscyklusen må gjennomgås flere ganger når løsninger eller forslag til modell ikke er en passende beskrivelse av virkeligheten.

En mulig tolkning av dette resultatet er hvordan elevene erfarte modelleringsoppgaven i henhold til dens kompleksitet. Tidligere empirisk forskning (se f.eks., Blum, 2011; Galbraith og Stillman, 2006) har funnet ut at et hvert steg i modelleringsprosessen er en potensiell kilde til utfordringer og vanskeligheter hos elever, og har avslørt at elever har en tendens til å sette seg fast eller gjøre feil i arbeid med modelleringsoppgaver (Niss og Blum, 2020). Fra resultatene i denne studien er tolkningen at begge gruppene hadde en grunnleggende forståelse av hva modelleringsoppgaven handlet om og hva de skulle modellere. Utfordringen oppstod derimot når de skulle velge strategier og implementere disse for å modellere situasjonen. Eksempelvis ser vi i tabell 4.2 hvordan Ella og Siri foreslår en strategi, forkaster strategien og foreslår en ny strategi som blir implementert. Tolkningen er at elevene opplevde utfordringer i møte med hensiktsmessig valg av strategi og hva slags tilnærming som var gunstig. En implikasjon av dette resultatet er å ha et større fokus på analyse av matematikkoppgaver, og gi elever opplæring i å analysere de sentrale matematiske egenskapene til oppgaver for å få verdifull informasjon som kan fremme bevissthet rundt hensiktsmessige valg av strategi (f.eks., Eriksson og Sumpter, 2021).

Ettersom det var variasjon i hvor mye tid gruppene brukte i de forskjellige delprosessene i modelleringszyklusen, genererte det også ulike utfordringer. Dette mener Blum og Borromeo-Ferri (2009) kan skyldes modelleringsoppgavens kompleksitet og krav til matematikkompetanse og ferdigheter. Det er indikasjoner på at den ene gruppen brukte store deler av oppgaveløsningen på å gjøre utregninger. Dette samsvarer med lignende resultater fra problemløsning, hvor elevene brukte lite tid på refleksjon, og for mye tid på utregning (Schoenfeld, 1987). En implikasjon av dette resultatet er at man som lærer tilrettelegger for en undervisning som fokuserer på alle delprosessene i modelleringszyklusen, som Blomhøj og Jensen (2003) påpeker som noe av det viktigste for utvikling av modelleringskompetanse, hvor elevene blir stimulert til å reflektere over hver delprosess i oppgavesituasjonen.

Det som var felles for begge gruppene er at de brukte relativt lite tid på det første steget i modelleringsprosessen (å forstå og forenkle det virkelige problemet), og uttrykte derfor sjeldent identifiserende argumenter. Et eksempel på dette ser vi i tabell 4.1 og 4.7 hvor elevene går raskt på strategivalg og implementerer strategien. Etter at elevene har arbeidet med strategiimplementeringen en stund uten å lykkes, går begge gruppene tilbake til oppgaven for å prøve å forstå den på nytt. Det at elevene ikke bruker tid på å strukturere og forstå oppgaven kan skyldes at elevene gikk rett på løsning uten å uttrykke og diskutere identifiserende argumenter for hva oppgaven faktisk handler om. Dette resultatet skiller seg fra Eriksson og Sumpter (2021), hvor elevene ofte uttrykte identifiserende argumenter for å finne en passende strategi å anvende.

I denne studien går elevene heller raskt på strategivalg som sjeldent er begrunnet med prediktive argumenter, som også samsvarer med funn fra tidligere forskning på elever i videregående skole (se f.eks., Jäder et al., 2017; Sumpter, 2013). En mulig tolkning er at Eriksson og Sumpter (2021) sin studie undersøkte resonnement hos yngre elever (3, 4 og 5.klasse), som kan ha blitt opplært i hvordan man utforsker oppgaver og identifiserer hva oppgaven handler om i større grad enn elevene i denne studien. En implikasjon av dette resultatet er å skape et klasseromsmiljø med større fokus på elevs argumentasjon og bruk av argumenter. Siden elever ikke nødvendigvis bruker argumenter naturlig, må man som lærer sørge for at elevene blir stimulert til å bruke argumenter, spesielt inn mot identifisering av matematikkoppgaver og bruk av identifiserende argumenter. Fra tidligere forskning (f.eks., Eriksson og Sumpter, 2021) fremkommer det at det er mulig å skape et klasseromsmiljø hvor ikke bare læreren initierer spørsmål og argumenter, men også elever seg imellom. En videre implikasjon for matematikkundervisningen er derfor et større fokus på elevs resonnement,

hvor elevene får verktøy og blir opplært i hvordan de sammen kan initiere spørsmål og argumenter seg imellom. Dette innebærer at man som lærer har en forståelse av hvilke typer spørsmål som kan stimulere til matematiske resonnement, og hvordan disse spørsmålene blir implementert i undervisningen.

Når elevenes uttrykte argumenter ble tolket og analysert, indikerer resultatet at begge gruppene brukte argumenter som var forankret i matematiske egenskaper. Det matematiske grunnlaget argumentene var forankret i er tolket som internt plausibelt, som vil si at de matematiske egenskapene er rimelige og kom til uttrykk mer implisitt gjennom tolkninger av elevenes samtale. En implikasjon av dette resultatet er at lærere har et større fokus på elevers resonneringsevne i undervisning, og stimulerer til refleksjon rundt hvorvidt elevenes uttrykte argument er forankret i matematiske egenskaper (f.eks., Hiebert, 2003). Hvis elevers evne til å resonnerer ikke er utviklet, vil matematikken bare være memorering og følge eksempler uten noen forståelse (Ross, 1998), og et forslag til videre forskning er hvordan man ved å identifisere matematisk forankrede argumenter kan utvikle elevers resonneringsevne.

Ettersom elevenes argumenter var forankret i matematiske egenskaper, skiller dette resultatet seg fra andre studier (f.eks., Lithner (2000), Bergqvist et al., 2008). I Lithner (2000) sin studie fant han at elever ofte anvender strategier som sjeldent er forankret i relevante matematiske egenskaper. Grunnen til dette er at elever ofte har en tendens til å bruke tidligere erfaringer og memorerte metoder i oppgaveløsning som ikke har et matematisk grunnlag (Bergqvist et al., 2008; Lithner, 2000). Til tross for at analysen indikerer enkelte «spesielle hendelser» hvor elevene benytter memorerte løsningsstrategier, fremkommer det av resultatene at elevenes matematiske resonnement stort sett er preget av argumenter som er forankret i matematiske egenskaper, enten eksplisitt eller implisitt gjennom beskrivelser. Dette resultatet skiller seg også fra Bergqvist et al., (2008) som forklarer at de tilfellene hvor elevenes resonnement er matematisk forankret ofte er dominert av elevens memorerte eller «puggede» strategier. Resultatene i denne studien skiller seg derfor fra tidligere studier (se Bergqvist et al., 2008) da elevenes resonnement er forankret i matematiske egenskaper, til tross for at løsningen i liten grad var preget av memorerte eller «puggede» strategier.

Det siste resultatet som vil bli diskutert er gruppenes aktive bruk av argumenter. Resultatene indikerer at alle de fire typene av argumenter ble identifisert i modelleringsprosessen, men at aktiv bruk av uttrykte argumenter i henhold til hvor ofte elevene befant seg i de ulike stegene

i resonnerings-strukturen var sjeldnere. En mulig tolkning av dette resultatet er at elevene var plassert i kontekst uten lærer tilstede som kan ha preget hvordan elevene arbeidet med modelleringsoppgaven, ettersom de ikke fikk noen støtte fra lærer i modelleringsprosessen og stimuli for resonnement (Niss og Blum, 2020). Flere forskere påpeker at lærerens tilstedeværelse har en effekt på elevenes modelleringsprestasjon, og deres intervensjoner kan både hindre og støtte elevenes selvstendige arbeid med modelleringsproblemer (Blum og Borromeo-Ferri, 2009; Greefrath og Vorhölter, 2016; Niss og Blum, 2020). Ettersom denne studien undersøker elevers kollektive resonnement i modelleringsprosessen, har ikke elevene arbeidet individuelt, men sammen i par og på den måten utviklet forståelse og anvendt strategier i samspill ut fra et sosial-konstruktivistisk perspektiv (Postholm og Jacobsen, 2018; Gleiss og Sæther, 2021). En implikasjon av dette resultatet for lærerprofesjonen er fokus på hvordan og i hvilken grad lærerens tilstedeværelse og intervensjoner påvirker elevers modelleringsprestasjon, og hvorvidt denne påvirkningen faktisk er med på å støtte elevene. Et generelt resultat som støttes av flere studier er at ønskelig læringsutbytte hos elever krever at læreren har en tydelig klasseledelse, er elevorientert og støtter dem i læringen (Niss og Blum 2020), som vi også ser eksempel på fra tidligere empirisk forskning utført av Blum og Leiß (2008). I prosjektet arbeidet elevene med en modelleringsoppgave, først med lærerstøtte, for så å løse en strukturelt lik modelleringsoppgave uten lærerstøtte (se Blum og Leiß, 2008). Resultatet viste at elevene mestret modelleringsoppgaven i større grad med lærerstøtte enn uten. Det kan tenkes at det samme resultatet ville utspilt seg i denne studien hvis elevene hadde fått lærerstøtte underveis i arbeidet med modelleringsoppgaven. En implikasjon for læreprofesjonen er bevissthet og fokus på lærerstøtte i modelleringsprosessen. Til tross for at ønskelig læringsutbytte hos elever krever støtte i læringsprosessen (Niss og Blum 2020), påpeker Greefrath og Vorhölter (2016) viktigheten av en balanse mellom elevers individuelle arbeid og lærerstøtte i henhold til Aebilis prinsipp om minst mulig støtte (se Aebli, 1997), som igjen kan oppfattes som en videreutvikling av Vygotskijs proksimale utviklingszone (Greefrath og Vorhölter, 2016; Niss og Blum, 2020; Vygotskij, 2001). Et forslag til videre forskning er hvordan denne balansen mellom elevers individuelle arbeid og lærerens intervensjoner i modelleringsaktivitet kan tilrettelegges for, for å skape et læringsmiljø hvor elever blir stimulert til å resonnerer og utvikle modelleringskompetanse.

6 Avslutning

Hensikten med denne oppgaven har vært å undersøke elevers kollektive resonnement i modelleringsarbeid, og er ment som et bidrag til det allerede eksisterende forskningsfeltet. Ettersom det eksisterer lite forskning på hvordan modellering kan implementeres i undervisningen og hvordan elever arbeider med modelleringsoppgaver (Blum, 2011), kan denne studien tilføre en ytterligere beskrivelse og detaljert analyse av argumenter som uttrykkes i de ulike delene av modelleringssyklusen. Derfor vil denne studien bidra til det allerede eksisterende forskningsfeltet.

Dette kapittelet sammenfatter studiens resultater, og vil avslutningsvis oppsummere didaktiske implikasjoner for lærerprofesjonen.

6.1 Konklusjon

Med bakgrunn i teori og tidligere forskning presentert i innledning -og teorikapittelet, samt resultater fra datainnsamling og resultatdiskusjonen, har jeg undersøkt studiens to forskningsspørsmål

1. Hva slags argumenter uttrykker elever når de løser modelleringsoppgaver?
2. Hvilke matematiske egenskaper finnes i ulike typer av argument i elevers kollektive matematiske resonnement?

Videre vil jeg kort oppsummere de viktigste resultatene fra hvert forskningsspørsmål.

Hva slags argumenter uttrykker elever når de løser modelleringsoppgaver?

Det første forskningsspørsmålet ble undersøkt ved å analysere det transkriberte videomaterialet ved å bruke Lithner (2008) sitt rammeverk for matematisk resonnement med fokus på argumenter, i kombinasjon med Hedefalk og Sumpter (2017), og Eriksson og Sumpter (2021) identifiserende og evaluerende argumenter. For å kunne identifisere hvordan elevene resonnererte i de ulike stegene i modelleringsprosessen valgte jeg å analysere resonneringsstrukturen i kombinasjon med Maaß (2006) modelleringsyklus. Denne studien har i likhet med tidligere forskning (f.eks., Eriksson og Sumpter, 2021; Hedefalk og Sumpter, 2017) identifisert at elever uttrykker fire ulike typer av argumenter i oppgaveløsning. Disse fire typene av argumenter er også identifisert i fire ulike steg i modelleringssyklusen (se delkapittel 2.5). På denne måten har studien kommet frem til hva slags argumenter elevene

uttrykte i de forskjellige delprosessene i modelleringssyklusen. Resultatene indikerer at elevene valgte forskjellige modelleringsruter og beveget seg ikke systematisk mellom de ulike delprosessene i modelleringssyklusen. Ett funn er at begge gruppene sjeldent befant seg i steg 1 i modelleringssyklusen (figur 2.5) og uttrykte derfor sjeldent identifiserende argumenter i oppgavesituasjonen. Ut ifra studiens resultater vil jeg derfor konkludere med at elevene fulgte Lithner (2008) sin resonneringsstruktur OS, SV, SI og K, og at de uttrykte alle de fire typene av argumenter når de arbeidet med modelleringsoppgaven, men at identifiserende argumenter sjeldent ble uttrykt ettersom de sjeldent befant seg i steg 1 modelleringssyklusen.

Hvilke matematiske egenskaper finnes i ulike typer av argument i elevers kollektive matematiske resonnement?

Det andre forskningsspørsmålet ble undersøkt på samme måte som det første forskningsspørsmålet, men med et større fokus på elevenes uttrykte argumenter og hvorvidt disse var forankret i matematiske egenskaper. Av resultatene fremkommer det at argumentene som ble identifisert stort sett var forankret i matematiske egenskaper, med unntak av enkelte hendelser hvor elevene brukte memorerte strategier. Det matematiske grunnlaget argumentene var forankret i var ofte internt plausibelt, og kom til uttrykk implisitt gjennom tolkninger av elevenes samtale. Resultatene indikerer at elevene tilnærmet seg modelleringsoppgaven med en åpen og kreativ tilnærming, hvor memorerte og «puggede» løsningsstrategier sjeldent forekom. Ut ifra studiens resultater vil jeg derfor konkludere med at elevenes uttrykte argumenter var forankret i matematiske egenskaper, ofte internt plausibelt, hvor argumentene ikke var dominert av memorerte løsningsstrategier. Dette resultatet skiller seg derfor ut fra tidligere forskning presentert i denne studien, og vil på den måten være et bidrag til det eksisterende forskningsfeltet.

6.2 Oppsummering av studiens didaktiske implikasjoner

Til tross for at denne studien bare gir et innblikk i elevers kollektive resonnement, kan den likevel være et bidrag til det eksisterende forskningsfeltet. Denne studien gir ikke bare en identifisering av ulike typer argumenter, men også beskrivelse av mønstre som utspiller seg innenfor det matematiske resonnementet i modelleringsprosessen. Dette kan være med på å gi lærere og lærerstudenter en dypere forståelse av hvordan elever arbeider med matematisk

modellering, og hvordan man som lærer kan stimulere til refleksjon. I denne studien fremkommer det derfor flere interessante implikasjoner for matematikkundervisningen og lærerprofesjonen.

Opplæring i modellering med fokus på alle delprosesser i modelleringssyklusen

Den første implikasjonen er at elever trenger opplæring i hvordan man modellerer. Dette innebærer at man som lærer underviser elever i hvordan man arbeider med modelleringsoppgaver og tilrettelegger for en undervisning som fokuserer på alle delprosessene i modelleringssyklusen, i tillegg til hensiktsmessig valg av strategier. Ved at elever får opplæring i hvordan man kan arbeide med modelleringsoppgaver kan man også tilrettelegge for at elevene blir stimulert til å reflektere over hver delprosess i oppgavesituasjonen.

Lærer støtte i modelleringsprosessen

Den andre implikasjonen er bevissthet og fokus på lærer støtte i modelleringsprosessen, og refleksjon rundt hva slags modelleringsoppgaver man gir elever basert på deres faglige nivå og forutsetninger. Dette innebærer at man som lærer må ha kunnskap om hva som kjennetegner modelleringsoppgaver, hvordan man kan tilrettelegge for god undervisning i modellering og en annerkjennelse av at modelleringsoppgaver kan og vil by på utfordringer.

Å skape et læringsmiljø med fokus på argumentasjon, og fremheve viktigheten av identifiserende argumenter

Den siste implikasjon studien trekker frem er fokus på argumentasjon i undervisning. Ettersom elever ikke nødvendigvis uttrykker argumenter automatisk er det desto viktigere at man som lærer sørger for at elevene blir stimulert til å argumentere og kritisk vurdere gyldigheten av et resonnement. Derfor er det avgjørende at lærere tilrettelegge for et læringsmiljø med fokus på matematisk resonnement og argumentasjon slik at elever blir trent opp til å utforske matematikkoppgaver og vurdere løsninger i større grad, og på den måten stimuleres til refleksjon. Dette innebærer at man som lærer har en forståelse av hvilke typer spørsmål som kan stimulere til matematiske resonnement, spesielt med fokus på identifiserende argumenter, og hvordan spørsmålene blir implementert i undervisningen. Ved å øke elevens bevisstheten rundt identifiserende argumenter vil man potensielt se mer gjennomtenkte og begrunnede valg av strategier og løsningsmetoder i oppgavesituasjoner.

Litteraturliste

- Aebli, H. (1997). *Zwölf Grundformen des Lehrens: Eine allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage* (9. utg.). Klett-Cota.
- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, 45(6), 797–810. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>
- Befring, E. (2015). Forskningsetikk. I *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap* (s. 28–34). Cappelen Damm Akademisk.
- Bergqvist, T., Lithner, J., & Sumpter, L. (2008). Upper secondary students' task reasoning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(1), 1–12. <https://doi.org/10.1080/00207390701464675>
- Blikstad-Balas, M. (2017). Key challenges of using video when investigating social practices in education: Contextualization, magnification, and representation. *International Journal of Research & Method in Education*, 40(5), 511–523. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2016.1181162>
- Blikstad-Balas, M., & Dalland, C. P. (2021). Forskningsdesign—Hva må du tenke på når du skal planlegge et forskingsprosjekt? I E. Andersson-Bakken & C. P. Dalland (Red.), *Metoder i klasseromsforskning: Forskningsdesign, datainnsamling og analyse* (s. 21–45). Universitetsforlaget.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications: An international journal of the IMA*, 22(3), 123–139. <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>
- Bloom, B. S. (1953). Thought-processes in lectures and discussions. *The Journal of General Education*, 7(3), 160–169. Penn State University Press. <https://www.jstor.org/stable/27795429>
- Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. I T. Breiteig, I. Huntley, & G. Kaiser-Meßmer (Red.), *Teaching and learning mathematics in context* (s. 3–14). Ellis Horwood Limited.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. I G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri, & G. A. Stillman (Red.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling (ICTMA14)* (s. 15–33). Springer.
- Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? I S. Cho Je (Red.), *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education. Intellectual and Attitudinal Challenges*, 73–97. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. B. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58.

- Blum, W., & Kirsch, A. (1989). The problem of the graphic artist. I W. Blum, J. S. Berry, I. D. Huntley, G. Kaiser-meßmer, & L. Profke (Red.), *Applications and modelling in learning and teaching mathematics* (s. 129–135). Ellis Horwood Limited.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? I C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Red.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics*. (s. 221–294). Horwood Publishing Limited.
- Blum, W., & Leiß, D. (2008). Investigating Quality Mathematics Teaching – the DISUM Project. I Bergsten, C & Grevholm, B (Red). *Developing and Researching Quality in Mathematics Teaching and Learning. Proceedings of MADIF 5, the 5th Swedish Mathematics Education Research Seminar*, 3-16.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 86–95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- Borromeo-Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modelling in school and teacher education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9>
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4. utg.). SAGE Publications.
- Creswell, J. W., & Miller, D. L. (2000). Determining Validity in Qualitative Inquiry. *Theory Into Practice*, 39(3), 124–130. https://doi.org/10.1207/s15430421tip3903_2
- Dempsey, N. P. (2010). Stimulated Recall Interviews in Ethnography. *Qualitative Sociology*, 33(3), 349–367. <https://doi.org/10.1007/s11133-010-9157-x>
- Eriksson, H., & Sumpter, L. (2021). Algebraic and fractional thinking in collective mathematical reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 108(3), 473–491. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10044-1>
- Everett, E. L., & Furseth, I. (2012). *Masteroppgaven: Hvordan begynne -og fullføre* (2. utg.). Universitetsforlaget.
- Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 143–162. <https://doi.org/10.1007/BF02655886>
- Gleiss, M. S., & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter. Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Cappelen Damm Akademisk.
- Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C., Lin, F.-L., & Ohtani, M. (2017). What Mathematics Education May Prepare Students for the Society of the Future? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 105–123. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9814-6>

- Greefrath, G., & Vorhölter, K. (2016). Teaching and Learning Mathematical Modelling: Approaches and Developments from German Speaking Countries. I *Teaching and Learning Mathematical Modelling. ICME-13 Topical Surveys* (s. 1–42). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-45004-9_1
- Hammersley, M. (2010). Reproducing or constructing? Some questions about transcription in social research. *Qualitative Research*, 10(5), 553–569. The Open University. <https://doi.org/10.1177/1468794110375230>
- Haugen, H og Skilbrei, M.-L. (2021). *Håndbok i forskningsetikk og databehandling* (1. utgave.). Fagbokforlaget.
- Hedefalk, M., & Sumpter, L. (2017). Studying preschool children’s reasoning through epistemological move analysis. I B. Kaur, W. Ho, T. Toh, & B. Choy (Red.), *Proceedings of the 41st conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Bd. 3, s. 1–8). PME. <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:su:diva-144990>
- Hiebert, J. (2003). What research says about the NCTM standards. I J. Kilpatrick, W. Martin G., & D. Schifter, *A research companion to the principles and standards for school mathematics* (s. 5–23). National Council of Teachers of Mathematics.
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1–16. Springer. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Johnson, B. R. (2017). Validity of Research Results in Quantitative, Qualitative and Mixed Research. I B. R. Johnson & L. Christensen, *Educational research: Quantitative, qualitative, and mixed approaches* (6. utg., s. 277–316). SAGE Publications.
- Jäder, J., Sidenvall, J., & Sumpter, L. (2017). Students’ Mathematical Reasoning and Beliefs in Non-routine Task Solving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(4), 759–776. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9712-3>
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302–310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>
- Kilpatrick, J. (1993). Beyond face value: Assessing research in mathematics education. *Criteria for scientific quality and relevance in the didactics of mathematics*.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics* (National Research Council & Mathematics Learning Study Committee, Red.). National Academy Press.
- Kleven, T. A. (2018). Data og datainnsamlingsmetoder. I F. Hjørdemaal & T. A. Kleven,

Innføring i pedagogisk forskningsmetode: En hjelp til kritisk tolkning og vurdering. (3. utg., s. 27–47). Fagbokforlaget.

Kongsnes, A. L., & Wallace, A. K. (2021). *Matemagisk 10*. Aschehough undervisning.

Krainer, K. (1993). Powerful tasks: a contribution to a high level of acting and reflecting in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 65–93.
<https://doi.org/10.1007/BF01273295>

Kunnskapsdepartementet. (2016). *Fag—Fordypning—Forståelse. En fornyelse av Kunnskapsløftet (Meld. St. 28 (2015-2016))*.
<https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-8-20182019/id2620206/>

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.
<https://data.udir.no/k106/v201906/laereplaner-lk20/MAT01-05.pdf?lang=nob>

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervjuet* (3. utg.). Gyldendal akademisk.

Larsen, A. K. (2017). Analyse av data og tolkning av data. I *En enklere metode. Veiledning i samfunnsvitenskapelig forskningsmetode* (2. utg., s. 113–126). Fagbokforlaget.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). Establishing Trustworthiness. I *Naturalistic inquiry* (s. 289–332). SAGE Publications, Inc.

Lithner, J. (2000). Mathematical Reasoning in Task Solving. *Educational Studies in Mathematics*, 41(2), 165–190. Springer

Lithner, J. (2004). Mathematical reasoning in calculus textbook exercises. *The Journal of Mathematical Behavior*, 23(4), 405–427. Elsevier Inc.
<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.09.003>

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276. Springer. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>

Lysberg, J. (2021). Video-stimulated recall som datainnsamlingsmetode. I F. Rusk (Red.), *Videoforskning på ulike læringsarenaer: Mangfoldig videodata i pedagogisk forskning og utvikling*, (s.81–99). Cappelen Damm Akademisk. <https://doi.org/10.23865/noasp.153.ch4>

Maugesten, M., & Olafsen, A., R. (2015). *Matematikkdidaktikk i klasserommet*. Universitetsforlaget.

Mergenthaler, E., & Stinson, C. (1992). Psychotherapy Transcription Standards. *Psychotherapy Research*, 2(2), 125–142. Routledge.
<https://doi.org/10.1080/10503309212331332904>

- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113–142.
<https://doi.org/10.1007/BF02655885>
- Maaß, K. (2010). Classification Scheme for Modelling Tasks. *ZDM*, 31(2), 285–311.
<https://doi.org/10.1007/s13138-010-0010-2>
- Maaß, K., & Gurlitt, J. (2009). Designing a teacher questionnaire to evaluate professional development in modelling. Paper presented at the CERME 6.
- NESH. (2021). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi (5 utg.). Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora
- Niss, M., & Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315189314>
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. I W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Red.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (s. 3–32). Springer.
- Niss, M., & Højgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriet.
- OECD. (2007). *PISA 2006 Results: Science Competencies for Tomorrow's World*. OECD, programme for International Student Assessment (PISA).
- OECD. (2006). *PISA 2006 evaluation framework: Competencies in science, reading and mathematics*. OECD, programme for International Student Assessment (PISA)
- Patton, M. Q. (1999). Enhancing the quality and credibility of qualitative analysis. *Health services research*, 34(5), 1189–1208.
- Patton, M. Q. (2014). Module 29: Data Collection Decisions. I M. Q. Patton (Red.), *Qualitative research & evaluation methods 2014* (4. utg., s. 255–263). SAGE Publications.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk: Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Høyskoleforlaget.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2014). Intervju: I dialog muntlig og skriftlig. I *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning* (Bd. 6, s. 61–101). Høyskoleforlaget.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen Damm Akademisk Forlag.
- Ross, K. A. (1998). Doing and Proving: The Place of Algorithms and Proofs in School Mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 105(3), 252–255.
<https://doi.org/10.1080/00029890.1998.12004875>
- Ryen, A. (2016). Ch 3: Research Ethics and Qualitative Research. I D. Silverman (Red.), *Qualitative research* (4. utg., s. 31–46). SAGE Publications.

Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? I A. H. Schoenfeld (Red.), *Cognitive science and mathematics education*. Lawrence Erlbaum Associates.

Sumpter, L. (2013). Themes and Interplay of Beliefs in Mathematical Reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11(5), 1115–1135.
<https://doi.org/10.1007/s10763-012-9392-6>

Sumpter, L. (2016). Two frameworks for mathematical reasoning at preschool level. I T. Meaney, O. Helenius, M. L. Johansson, T. Lange, & A. Wernberg (Red.), *Mathematics education in the early years: Results from the POEM2 conference* (s. 157–169). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-23935-4_9

Universitetet i Oslo. (2022). *Lagringsguiden*.
<https://www.uio.no/tjenester/it/sikkerhet/lisis/tillegg/lagringsguide.html>

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Matematikk 1-10-Kjerneelementer (MAT01-05)*.
<https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob>

Vygotskij, L. (2001). *Tenkning og tale*. Gyldendal akademisk.

Yackel, E., & Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. I J. Kilpatrick, G. Martin, & D. Schifter (Red.), *A research comparison to principles and standards for school mathematics* (s. 227–236). National Council of Teachers of Mathematics.

Yin, R., K. (2014). *Case study research: Design and methods* (5. utg.). SAGE Publications.

Aarsand, P., & Forsberg, L. (2010). Producing children's corporeal privacy: Ethnographic video recording as material-discursive practice. *Qualitative Research*, 10(2), 249–268.
<https://doi.org/10.1177/1468794109356744>

Oversikt over figurer og tabeller

Tabeller

Tabell 2.1: Ulike definisjoner av matematisk modellering	s.11
Tabell 2.2: Kaiser og Sriraman (2006) klassifisering av perspektiver på matematisk modellering	s.12
Tabell 2.3: Rammeverk for matematisk resonnement basert på Eriksson og Sumpter (2021), Hedefalk og Sumpter (2017), Lithners (2008) identifiserte argumenter i oppgaveløsning.....	s. 23
Tabell 3.1: Maaßs (2010) klassifisering av modelleringsoppgaver (mine oversettelser)	s. 27
Tabell 3.2: Oversikt over utført piloter, endringer og datainnsamling. Klassene har fått tildelt fiktive navn.....	s. 35
Tabell 3.3: Eksempel på sekvens fra videoopptakene.....	s. 40
Tabell 3.4: Eksempel fra analysen hvor OS er møtt, og matematiske egenskaper identifisert.....	s. 41
Tabell 3.5: Oversikt over struktur for analyse.....	s. 42
Tabell 3.6: Eksempel fra analysen	s. 42
Tabell 4.1: Eksempel hvor Ella og Siri uttrykker identifiserende argument for OS.....	s. 53
Tabell 4.2: Eksempel hvor Ella og Siri uttrykker prediktive og verifiserende argumenter for SV og SI.	s. 54
Tabell 4.3: Eksempel hvor Ella og Siri identifiserer OS og foreslår SV.	s. 56
Tabell 4.4: Eksempel på «spesiell hendelse» hvor Ella og Siri bruker memorert strategi.....	s. 57
Tabell 4.5: Eksempel hvor Ella og Siri konkluderer med at kvinner og menn ville ha like mange timer per døgn i 2018.	s. 58
Tabell 4.6: Eksempel hvor Fredrik og Jonas uttrykker identifiserende argument for OS.....	s. 59
Tabell 4.7: Eksempel hvor Jonas og Fredrik foreslår SV som ikke blir begrunnet med prediktive argumenter.....	s. 60
Tabell 4.8: Eksempel hvor Fredrik og Jonas konkluderer med at kvinner og menn har like mange timer per døgn i år 2020.....	s. 61
Tabell 4.9: Jonas og Fredrik foreslår å lage et linjediagram for å modellere situasjonen. Prediktivt argument uttrykkes.....	s. 62

Figurer

Figur 2.1: Blums (1985) visualisering av modelleringsprosessen (Blum og Kirsch, 1989, s.134)	s. 14
Figur 2.2: Modelleringsyklus Blum og Leiß (2007, s.225)	s. 15
Figur 2.3: Modelleringsyklusen til Maaß (2006)	s. 16
Figur 2.5: Kombinasjon av rammeverk for matematisk modellering (Maaß, 2006) og Lithners (2008) rammeverk for matematisk resonnering, i kombinasjon med identifiserende og evaluerende argument (Eriksson og Sumpter, 2021; Hedefalk og Sumpter, 2017)	s. 24
Figur 3.1: Fremstilling av modelleringsoppgaven hentet fra «Matemagisk 10»	s. 28
Figur 3.2: Fremstilling av modelleringsoppgave brukt i studien	s. 29
Figur 3.3: Eksempel fra analysen.....	s. 39

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vedlegg 2: Godkjenning av NSD

Vedlegg 3: Intervjuguide (begge grupper)

Vedlegg 4: Klassifikasjonsskjema for modelleringsoppgaver

Vedlegg 5: Innleverte modeller

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet:

«Elevs resonnering i arbeid med matematisk modellering»?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke på hvordan elever resonnerer når de arbeider med modelleringsoppgaver i matematikk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

I dette forskningsprosjektet ønsker vi å undersøke på hvordan du arbeider med matematisk modellering, og hvordan du resonnerer i oppgaveløsning. Å resonnere betyr å tenke, reflektere, trekke fornuftige slutninger eller følge en tankerekke på en logisk måte. Invitasjon til prosjektet vil bli gitt til noen elever i klassen.

Problemstillingen vi ønsker å svare på med dette prosjektet er «hvordan resonnerer et utvalg elever på 9.trinn når de løser modelleringsoppgaver i matematikk». Prosjektet er i forbindelse med en mastergradsavhandling.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Institutt for lærerutdanning ved Universitetet i Oslo er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

I dette forskningsprosjektet ønsker jeg å studere hvordan fire elever på 9.trinn jobber og resonnerer når de løser oppgaver sammen i grupper på to og to.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du ønsker å delta i prosjektet vil du være med å jobbe med oppgaver på et grupperom på skolen hvor du og medeleven din samarbeider om å løse noen modelleringsoppgaver. Formålet er å observere dere i prosessen når dere løser oppgaven. Det vil bli gjort videoopptak av gruppearbeidet.

Etter videoobservasjonen vil du være med på et intervju. Intervjuet vil ta utgangspunkt i videoen av deg og medeleven din, hvor videoen «pauses» underveis og du vil få spørsmål relatert til videoen. Intervjuet er på ca.30 min, og vil bli tatt opp på video. Opplysningene som samles inn vil handle om hvordan du resonnerer i møte med modelleringsoppgaven, og hva slags prosesser du og medeleven din går igjennom.

Forelder kan få se modelleringsoppgaver og intervjuguide på forhånd ved å ta kontakt.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det

vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Forskningen gjennomføres i ordinær undervisning. Det vil si at du vil bli tatt med ut på et grupperom i ordinær undervisning under oppgaveløsning og intervju i etterkant. Tidsrammen er satt til å være i underkant av en klokke til sammen.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Det er kun masterstudenten som vil ha tilgang til opplysningene.

Videomaterialet vil bli oppbevart på et sikret område på UiO sin forskningsserver, og forflyttes på en kryptert minnebrikke.

Samtykkeskjemaet vil bli oppbevart innelåst på UiO sine kontorer.

Deltakerne vil **ikke** kunne gjenkjennes i publikasjon.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er 31. desember 2022. Ved prosjektslutt vil alle data bli anonymisert.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,

å få rettet personopplysninger om deg,

å få slettet personopplysninger om deg, og

å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt og dine foreldres samtykke.

På oppdrag fra institutt for lærerutdanning, har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med: Institutt for lærerutdanningen ved Malene Bjornes Malde, malenebjornes96@gmail.com eller Guri A. Nortvedt.

Vårt personvernombud: Roger Markgrad-Bye, personvernombud@uio.no.

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med: NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Guri A. Nortvedt
(veileder)

Malene Bjornes Malde
(Masterstudent/forsker)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet [*sett inn tittel*], og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

å delta i videoobservasjon og intervju
at mine personopplysninger lagres (anonymisert) etter prosjektslutt, til videre forskning – det kan for eksempel bli aktuelt å skrive en artikkel om hva vi finner ut, til et læretidsskrift eller et forskningstidsskrift.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet.

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

(Signert av forelder, dato)

Vedlegg 2: Godkjenning av NSD

26.04.2022, 12:49

Meldeskjema for behandling av personopplysninger



Vurdering

Referansenummer

805034

Prosjekttittel

Elevers resonnering i arbeid med matematisk modellering

Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Oslo / Det utdanningsvitenskapelige fakultet / Institutt for lærerutdanning og skoleforskning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Guri Nortvedt, guri.nortvedt@ils.uio.no, tlf: 91320460

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Malene Bjornes Malde, malenebjornes96@gmail.com, tlf: 94825587

Prosjektperiode

01.09.2021 - 31.12.2022

Vurdering (1)**18.10.2021 - Vurdert**

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 18.10.2021, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.12.2021.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: <https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema> Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos NSD: Henning Levold

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 3: Intervjuguide (begge grupper)

Intervjuguide (Fredrik og Jonas)

Før videostart:

1. Hva tenkte dere da dere først fikk oppgaven?
2. Hvordan syntes dere det var å jobbe i par på en slik oppgave?

Under video:

Segment 1 (03:30-03:45): Hvorfor velger dere å gå for denne strategien?

Segment 2 (07:10-07:25): Kan dere forklare kort hva dere tenker nå?

Segment 3 (07:55-08:42): Forklar hva dere tenker for å lage en modell

Segment 4 (09:50-10:55): Hva gjør dere her?

Segment 5 (13:10-13:26): Kan dere forklare kort hva dere gjør nå?

Segment 6 (14:18-15:16): Hva gjør dere nå?

Segment 7 (17:20-18:20): Hva tenker dere her?

Segment 8 (19:55-20:30): Hvorfor valgte dere denne løsningen, med excel?

Segment 9 (23:14-23:50): Hvorfor valgte dere denne løsningen, med linjediagram?

Segment 10 (24:20-24:43): Forklar hva dere tenker her?

Intervjuguide (Ella og Siri)

Før videostart:

2. Hva tenkte dere da dere først fikk oppgaven?
3. Hvordan syntes dere det var å jobbe i par på en slik oppgave?

Under video:

Segment 1 (01:00-02:00): Kan dere forklare kort hva dere tenker her?

Segment 2 (05:10-06:15): Hvorfor velger dere å gå for denne strategien? Dere nevner diagram

Segment 3 (12:00-12:20): Kan du fortelle mer om hva dere gjør her?

Segment 4 (13:55 -14:50) Hva tenker dere her? Dere nevner likning?

Segment 5 (16:40-17:20) Hvorfor tenker du at det?

Segment 6 (18:40-19:00): Dere snakker om Kikora-oppgavene, hvorfor det?

Segment 7 (19.25-20:05): Kan dere forklare kort hva dere gjør nå?

Segment 8 (22.25-24.00): Forklar hva som skjer her

Segment 9 (24:00- 24:15) Hva var det som gjorde at dere valgte å ikke fortsette med formelen? (bruke samme metode som kikora-oppgaven)?

Segment 10 (24:20-25:00): Hva oppdager dere her? Hvorfor velger dere å gå for denne løsningen?

Vedlegg 4: Klassifikasjonsskjema for modelleringsoppgaver

Hentet fra Maaß (2010, s.206)

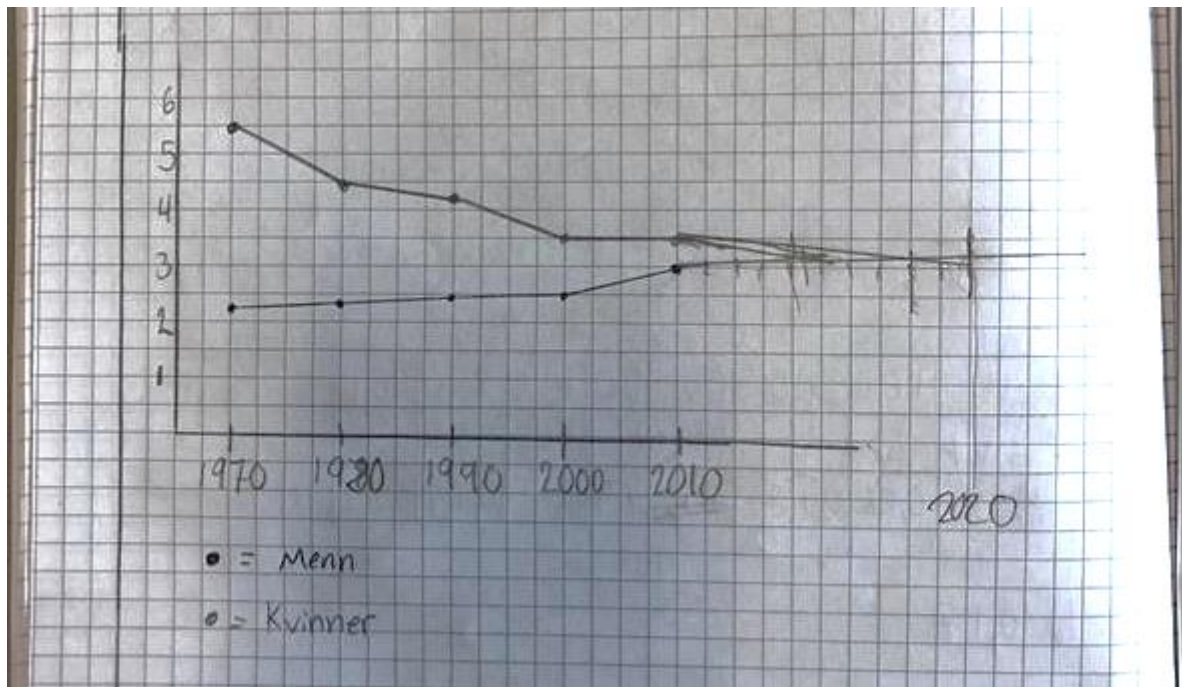
Table 1 Classification scheme for modelling tasks

	Name of the classification ^a	Categories of the classification						
Classifications for modelling tasks	I Focus of modelling activity ^a	Whole process (no/yes)	Understanding the situation (no/yes)	Setting up the real model (no/yes)	Mathematizing (no/yes)	Working within mathematics (no/yes)	Interpreting (no/yes)	Validating (no/yes)
	II Data ^a	Superfluous (no/yes)	Missing (no/yes)	Superfluous and missing (no/yes)	Inconsistent (no/yes)	Matching (no/yes)		
	III Nature of relationship to reality ^a	Authentic (no/yes)	Close to reality (no/yes)	Embedded (no/yes)	Intentionally artificial (no/yes)	Fantasy (no/yes)		
	IV Situation ^a	Personal situation (no/yes)	Occupational situation (no/yes)	Public situation (no/yes)	Scientific situation (no/yes)			
	V Type of model used ^a	Descriptive (no/yes)	Normative (no/yes)					
	VI Type of representation ^a	Text (no/yes)	Picture (no/yes)	Text and picture (no/yes)	Material (no/yes)	Situation (no/yes)		
General classifications	VII Openness of a task ^a	Solved example (no/yes)	Ascertaining task (no/yes)	Reversal task (no/yes)	Complex problem (no/yes)	Complex reversal problem (no/yes)	Finding a situation (no/yes)	Open problem (no/yes)
	VIII Cognitive demand ^b	Extra-mathematical modelling	Inner-mathematical working	Grundvorstellungen	Dealing with texts containing mathematics	Reasoning mathematically	Dealing with mathematical representations	
	IX Mathematical content ^b	Mathematical area	School level					

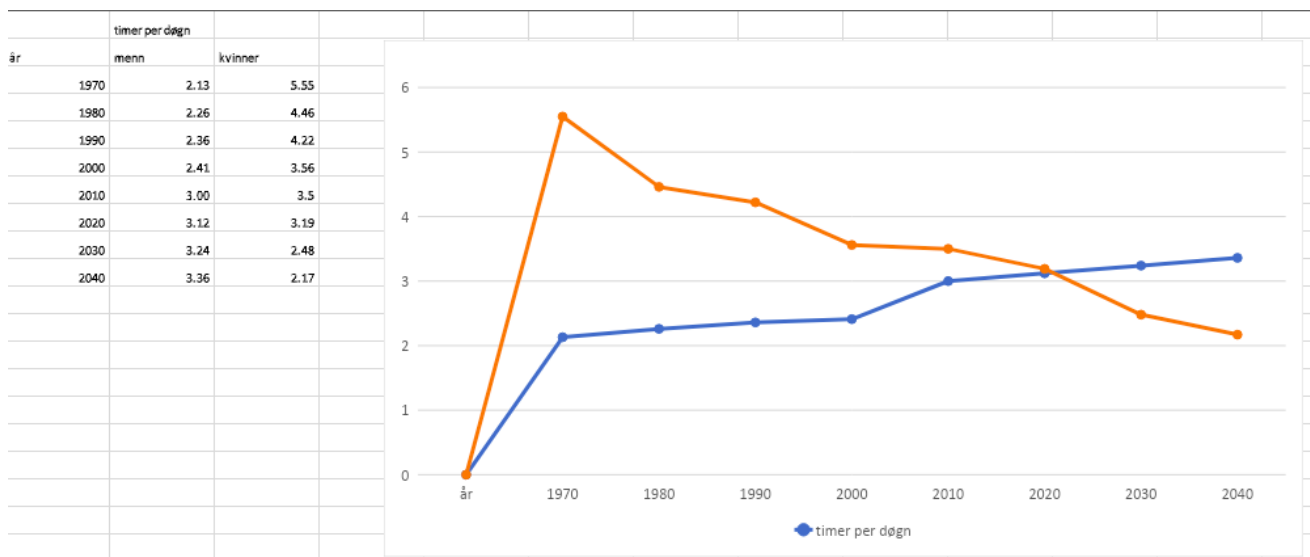
^aChoose one category in each classification

^bChoose in every subcategory

Vedlegg 5: innleverte modeller



Modell 1: Modellen til «Ella og Siri»



Modell 2: Modellen til «Fredrik og Jonas»