Utvikling av et utendørs undervisningsopplegg om proporsjonalitet for matematikk 1P

En designbasert intervensjonsstudie

Elin Sletten

Masteroppgave i matematikkdidaktikk

30 studiepoeng

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning

Utdanningsvitenskapelig fakultet

15. juni 2021

Forord

Første gang jeg leste læringsmålene for dette litt skumle, mystiske, men spennende emnet «Masteroppgave i matematikkdidaktikk» var det til å få bakoversveis av. Så mange store ord; kunnskaper, ferdigheter og kompetanse jeg en dag skulle tilegne meg. Når jeg ser tilbake er det vanskelig å si hva jeg har lært i hvilken rekkefølge, i dette rare, litt ensomme, men veldig lærerike semesteret våren 2021. Men én ting er sikkert, og det er at jeg med hånden på hjertet kan si at jeg har tilegnet meg nye kunnskaper, ferdigheter og kompetanse som jeg ikke hadde for fem, eller bare ett, år siden. Jeg setter så stor pris på alt jeg har lært og gleder meg til å skulle ta det i bruk «på ordentlig», i yrket som jeg nå stolt skal få tre inn i til høsten!

Jeg vil takke meg selv for innsatsen jeg har lagt ned på skolebenken og foran tavlen de siste fem årene. Det har vært så fint å få lov til å være student og lærer, og få bekreftet at jeg er på vei inn i et yrke som har føltes så riktig hele veien. Tusen takk til Sindre og Ingvild for at dere har gitt meg mulighet til å få kjenne på gleder og utfordringer som lærer underveis i studietiden. Jeg er så takknemlig for tilliten dere har gitt meg og for alt dere har lært meg!

Tusen takk til min veileder Nils Buchholtz for gode innspill underveis i hele prosessen med å skrive masteroppgave. Hjertelig takk til lærere, elever og studenter som lot meg prøve ut opplegget mitt og ga konstruktive tilbakemeldinger. Tusen takk til min favorittdesigner Erik Hognestad for at du hjalp meg med å freshe opp metodekapittelet mitt med den fine figuren! Og tusen takk Veronica, for at du har lest korrektur og gitt konstruktive tilbakemeldinger.

Tusen takk til medstudentene mine for hytteturer, latter og lunsjer i Lektorkroken på Blindern før verden stengte ned. Virkelig tusen takk til min familie og svigerfamilie for at dere har hatt tro på meg og mine prosjekter gjennom hele studietiden (og livet). Tusen takk til EPAJ for at dere er bærebjelker i livet mitt. Og tusen millioner takk til verdens beste Ravn for at du har hatt troen på meg og støttet meg absolutt hele veien, gjennom alle nedturene og oppturene.

Og tusen, tusen, tusen takk til pappa for alle korte og lange telefonsamtaler, FaceTime-frokoster og støtte når jeg har trengt det aller mest.

Elin Sletten *Oslo, våren 2021*

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

1.1 Temavalg og matematikkdidaktisk relevans

Norsk skole har en plikt om å tilpasse opplæringen til evnene og forutsetningene hos den enkelte elev (Opplæringslova, 1998, §1-3). Dette er videre beskrevet i den overordnede delen av læreplanene, hvor vi kan lese at «tilpasset opplæring […] skal i størst mulig grad skje gjennom variasjon og tilpasninger til mangfoldet i elevgruppen innenfor fellesskapet» (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 16). Lærere skal altså ikke rette tilpasninger inn mot hver enkelt elev, men mot fellesskapet av elever. Elever lærer på ulike måter, og det er viktig at lærere har kunnskap om flere ulike måter å variere undervisningen på. Det viktige målet er å kunne tilpasse undervisningen i sine fag til evnene og forutsetningene hos ulike elever innad i klassefellesskapet. Tilpasning av undervisning i matematikk kan skje på en rekke måter, for eksempel gjennom bruk av varierte læringsaktiviteter, læringsarenaer og læremidler (Olafsen & Maugesten, 2015). Elever lærer på ulike måter, og trenger derfor ulike tilnærminger til fagene i skolen.

I regjeringens realfagsstrategi for 2015-2019 (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 17) ble det pekt på at det var for lite variasjon i læringsaktiviteter i matematikkundervisningen i norske klasserom. Undervisningen i matematikk kjennetegnes av at læreren ofte gjennomgår et «lærebokeksempel» etterfulgt av at elevene jobber med oppgaver som ligner på eksempelet. Som en følge av dette ble det uttrykt et behov for mer bruk av varierte arbeidsformer i matematikkundervisningen. Som et hovedgrep i realfagsstrategien ble det blant annet trukket frem å videreutvikle muligheter for bruk av *varierte læringsarenaer* i realfagene, herunder matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 21). Som eksempler trekkes det blant annet frem feltarbeid, besøk på museer og utforsking på vitensentre.

I forbindelse med implementeringen av realfagsstrategien ble det også gjort undersøkelser hvor et utvalg lærere selv rapporterte at i matematikk var *utendørs undervisning* den undervisningsformen de benyttet minst (Siddiq et al., 2018, s. 95). Å ta i bruk utendørsarenaer i undervisning kan derfor være et relevant tiltak for å bidra til mer variasjon i læringsaktiviteter i matematikkundervisningen i norsk skole. Vi vet også at utendørsundervisning kan ha positiv effekt på elevers læring dersom den er nøye planlagt og gjennomført, og integrert i undervisningen som en helhet (Dillon et al., 2006). For eksempel har Fägerstam og Blom (2013) undersøkt effekten av jevnlig utendørsundervisning i matematikk og biologi ved en videregående skole i Sverige. De fant at elevene viste bedre langtidsminne av aktiviteter og temaer de hadde jobbet med utendørs enn innendørs. Også Zender et al. (2019) fant i studier gjennomført i Indonesia og Tyskland at å bytte ut noe klasseromsundervisning med utendørsundervisning førte til en økning i elevenes læringsutbytte i matematikk. Funn fra flere studier indikerer også at bruk av utendørsundervisning i matematikk kan bidra positivt til elevers holdninger og motivasjon i faget (Zender & Ludwig, 2019). Også i det ferske forskningsprosjektet TEACHOUT fra Danmark ble det funnet at elever trivdes bedre, lærte like mye og beveget seg mer ved jevnlig bruk av utendørs undervisning (Ringgaard, 2021). Mye tyder altså på at å ta i bruk utendørsarenaer for å variere undervisning kan bidra til både læring og motivasjon for elever.

En mulig årsak til at utendørsundervisning likevel er lite brukt i norsk skole kan være mangel på forskningsbasert kunnskap på området. Utendørs matematikk har i flere tiår vært en fritidsaktivitet heller enn en undervisningsaktivitet (Blane & Clarke (1984), referert i Buchholtz, 2017, s. 52). Det kan tenkes at de lærerne som bruker utendørs matematikk i skolen i dag er de som selv har en interesse for friluft og et ønske om å gi elever erfaringer i naturen eller nærmiljøet. Flere studier peker nå på et behov for mer systematisk forskning på elevers læring gjennom utendørsundervisning i matematikk (Christensen & Wistoft, 2019, s. 241; Fägerstam & Grothérus, 2018, s. 390; Ringgaard, 2021). Det kan tenkes at økt innsikt i og kunnskap om elevers læring i sammenheng med utendørsundervisning kan gjøre flere lærere tryggere på å implementere dette i sin egen matematikkundervisning.

I tillegg til mangel på forskningsbasert kunnskap, kan også mangel på *tid* være en medvirkende årsak til at utendørsundervisning foreløpig er en lite brukt undervisningsform. For eksempel pekes det i en rapport om skolehager (Jolly & Leisner, 2012) på at mangel på tid, kombinert med bekymring om å ikke nå målene i læreplaner, er medvirkende årsaker til at lærere ikke benytter seg av utendørs læringsarenaer i undervisning. Forfatterne peker på at dette er mulige grunner til at lærebøker og klasseromsundervisning favoriseres, fordi det føles tryggere for læreren (s. 13). For å kunne planlegge og gjennomføre god utendørsundervisning i fag trenger lærere altså både tid og kunnskap om hvordan dette kan gjøres på en god måte.

Læreres ønske om å ha mer tid til fordypning har vært en viktig faktor i revideringen av norske læreplaner (NOU 2015: 8). Læreplanene, som begynte å tre i kraft i skoleåret 2020/2021, vektlegger at det nå skal bli mer tid og rom for bruk av varierte arbeidsmetoder og læringsarenaer i undervisning. I læreplanens overordnede del (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 8) kan vi lese at:

> *Danning skjer òg gjennom opplevingar og praktiske utfordringar i undervisninga og skolekvardagen. Eit breitt spekter av aktivitetar […] gir elevane ein erfaringsrikdom. Elevane blir danna i møte med andre og gjennom å utfalde seg fysisk og estetisk på ein måte som fremjar rørsleglede og meistring. […] Dei blir danna når dei bryner seg på teoretiske utfordringar […] og når dei tek i bruk reiskapar for å meistre ei praktisk oppgåve.*

Det kan tenkes at dette gir mulighet for at flere lærere kan ta i bruk utendørs læringsarenaer, fordi det nettopp skal være tid og mulighet til å kunne gjøre det. For at dette skal kunne oppfylles, trenger lærere kunnskap om hvordan et utendørs undervisningsopplegg kan utvikles og implementeres for å bidra til elevers læring i ulike fag og på ulike nivåer. Ulrich Dettweiler, som forsker på blant annet utendørsundervisning ved Universitetet i Stavanger (2020), oppsummerer dette slik:

> *Uteskole kan bidra til mer variert opplæring, og trenger ikke bare handle om naturfag. Ute har du mer plass […] og naturen gir rom for annerledes læring. Så lenge opplegget er gjennomtenkt og målretta, samme hvilket fag det er, behøver ikke uteskole gå ut over den formelle læringen.*

Elever lærer på ulike måter, og utendørsundervisning kan bidra til å gjøre praktisk matematikk mer forståelig og sette faget inn i et større bilde for elever. Med bakgrunn i dette ønsker jeg med denne masteroppgaven å bidra til økt kunnskap om hvordan lærere kan utvikle gjennomtenkte og målrettede undervisningsopplegg til utendørsundervisning i matematikk for videregående skole. Jeg anser dette som relevant med utgangspunkt i de reviderte læreplanene og håper å kunne bidra til praksisfeltet med relevant innsikt for lærere. Dette skal gjøres ved å ta steget videre fra utendørs matematikk som en *fritidsaktivitet* til å knytte utendørs matematikk til *undervisning* og *elevers læring*.

1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

Det overordnede målet med denne studien er å bidra til mer kunnskap om hvordan utendørsundervisning kan brukes for å bidra til variasjon i undervisning av praktisk matematikk. Dette vil jeg gjøre ved å bruke en designbasert forskningsmetode, hvor jeg utvikler, tester ut i en pilot og deretter videreutvikler et utendørs undervisningsopplegg for matematikk 1P. Metoden som er brukt kan ses på som en modellering for lærere som ønsker å utvikle egne undervisningsopplegg for utendørsundervisning i matematikk.

For å kunne bidra til praksisfeltet med denne undersøkelsen var det ønskelig å ta utgangspunkt i et konkret matematikkfag og et tema fra læreplanen. Jeg har valgt å ta utgangspunkt i matematikk 1P og har, med utgangspunkt i den reviderte læreplanen (LK20), valgt *proporsjonalitet* som matematisk tema. Bakgrunnen for valg av tema er at det tidlig i arbeidet med revidering av læreplaner så ut til at proporsjonalitet skulle være et tema i matematikk 1P. Dette har også vist seg å stemme, og proporsjonalitet er et tema i LK20, som har tredd i kraft dette skoleåret (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Med bakgrunn i dette ønskes det i denne masteroppgaven å besvare følgende problemstilling:

Hvordan kan lærere utvikle og implementere et utendørs undervisningsopplegg om temaet proporsjonalitet for matematikk 1P?

For å besvare problemstillingen har jeg delt den inn i to forskningsspørsmål, hvor det ene handler om *utvikling av oppgaver* til utendørsundervisning om proporsjonalitet, og det andre om *implementering* av utendørsundervisning i matematikk:

1. Hva er *egnede oppgaver* for et utendørs undervisningsopplegg om proporsjonalitet for matematikk 1P?
2. Hvilke *praktiske hensyn* bør tas ved implementering av et utendørs undervisningsopplegg i matematikk 1P?

1.3 Oppgavens struktur

Den videre strukturen i oppgaven er som følger:

I kapittel 2 presenteres teori og tidligere forskning med relevans for studien. Utendørsundervisning vil settes i sammenheng med elevers læring. I den forbindelse vil det også presenteres teori om målinger som matematisk aktivitet, da dette er en sentral del av utendørsundervisningen som ble utviklet i denne studien. Deretter presenteres relevante didaktiske aspekter ved proporsjonalitet, som danner det matematikkdidaktiske grunnlaget for oppgaven. Rammer for undervisningsaktiviteter i matematikk skal så presenteres.

Kapittel 3 tar for seg studiens forskningsdesign og metode, og begrunnelsene for disse. Kriteriene for utvalget av informanter vil presenteres og begrunnes. Det vil gjøres rede for utviklingen av undervisningsopplegget, metoden som ble brukt for datainnsamling og metoden for dataanalyse. Videre vil det gjøres rede for hvilke tiltak som ble gjort for å bidra til troverdighet i oppgaven og forskningsetiske hensyn med relevans for studien.

Kapittel 4 er en presentasjon og analyse av det innsamlede datamaterialet. Dette vil analyseres i lys av teorien fra kapittel 2.

I kapittel 5 vil resultatene fra datainnsamlingen og analysen av disse drøftes og ses i sammenheng med hverandre. Didaktiske implikasjoner vil også drøftes her.

I kapittel 6 samles trådene og oppgavens problemstilling og forskningsspørsmål vil bli besvart i en avslutning og konklusjon. Jeg vil løfte frem begrensninger ved studien og peke på ulike muligheter for videre forskning.

2 Teori og tidligere forskning

I dette kapittelet vil teori og tidligere forskning med relevans for oppgaven presenteres. Jeg vil først sette utendørsundervisning i matematikk i sammenheng med elevers læring og presentere tidligere forskning om dette. Jeg vil så gjøre rede for proporsjonalitet, som danner den matematiske rammen for oppgaven. En sentral del av utendørsundervisning er å gjøre målinger, og jeg vil derfor også gjøre rede for målinger som matematisk aktivitet. Teorien som presenteres legger grunnlaget for senere analyse og drøfting av innsamlede data i studien.

2.1 Utendørsundervisning og elevers læring

Her vil jeg først gjøre rede for hva utendørsundervisning i matematikk innebærer og hva som menes med utendørsundervisning i denne studien. Utendørsundervisning vil så knyttes til teorier om elevers læring av matematikk. Fordi det å gjøre målinger ofte er en sentral del av utendørsundervisning i matematikk, vil jeg også presentere relevant teori om dette.

2.1.1 Utendørs matematikkundervisning

Hva er utendørsundervisning?

Med utendørsundervisning menes her all undervisning som foregår utenfor klasserommets og skolens fysiske vegger. En velkjent forsker på utendørsundervisning i Norge, Arne Jordet (2009), rammer inn begrepet slik: «*Uteskole er en måte å arbeide med skolens innhold på hvor man flytter deler av skolehverdagen ut i nærmiljø og lokalsamfunn*». Undervisningen kan varieres med ulike typer oppgaver og knyttes til ulike matematiske temaer. De svenske forskerne Fägerstam og Grothérus (2018) skriver at omfanget av utendørsundervisning kan være alt fra enkle undervisningsøkter til hele fagdager, og undervisningen kan foregå i skolens nærområder eller på en lengre utflukt. Aktuelle arenaer for utendørsundervisning i nærmiljø og lokalsamfunn kan være eksempelvis i skolegården, natur, bymiljø eller i skolehager (Fägerstam & Grothérus, 2018; Jolly & Leisner, 2012; Olafsen & Maugesten, 2015, s. 188). Uteskole-forskeren Ulrich Dettweiler ved Universitetet i Stavanger (2020) peker på at «*Mangfoldet tilgjengelig utendørs gir muligheter for å iscenesette opplæringen i forskjellige fag på helt andre måter enn innendørs*». De australske forskerne Dyment et al. (2018, s. 305) peker på at det ikke alltid er åpenbart om «utendørsundervisning» er et eget fag eller om det er en metode for å jobbe med ulike fag. Utendørsundervisning defineres i denne oppgaven som en *metode* som kan brukes for å undervise ulike fag, hvorav jeg vil ta for meg kun matematikk.

Jeg vil understreke at innendørs og utendørs undervisning ikke skal konkurrere om plassen i skolen. Derimot mener jeg at begge arenaene bør kunne være en mulighet for læreren i for å kunne gi elever variert undervisning. Tidligere forskning peker på at hensynsfull og balansert bruk av utendørsundervisning i tillegg til andre undervisningsmetoder sannsynligvis er det beste for elevers læring (Fägerstam & Grothérus, 2018, s. 387). Utendørsundervisning i skolen er altså ikke et mål i seg selv, men et verktøy læreren kan ta i bruk for å variere og tilpasse opplæringen til elever innad i klassefellesskapet. Jordet (2009) beskriver denne sammenhengen slik: «*Ute- og inneundervisningen er […] to sider av samme sak, de er komplementære deler i en helhetlig opplæring som ikke kan sees uavhengig av hverandre*».

Jordet (2009) beskriver elementer som kan inngå i den helhetlige læringsprosessen ved bruk av utendørsundervisning. Disse er beskrevet i tre steg, her gjengitt i mine ord:

1. Elever og lærere gjør forarbeid innendørs. Dette innebærer å jobbe med relevant teori og klargjøre nødvendig utstyr.
2. Utendørsundervisning hvor elevene arbeider med praktiske oppgaver.
3. Bearbeiding og oppfølging av utendørsundervisningen innendørs. Dette kan skje gjennom samtaler, refleksjon og presentasjon av resultater med mer.

Det er viktig å bemerke at de tre stegene er en forenkling og at ikke dette nødvendigvis er en lineær prosess (Jordet, 2009).

Videre poengterer Olafsen og Maugesten (2015, s. 188) at lærere må være bevisste på hensikten med aktiviteter som foregår i andre læringsarenaer enn klasserommet, slik at det ikke blir «aktivitet kun for aktivitetens skyld». Også Christensen og Wistoft (2019, s. 241) understreker at det å ha utendørsundervisning *i seg selv* ikke nødvendigvis fører til effektiv læring. Læreren bør derfor reflektere rundt hvordan hun best mulig kan legge til rette for læring gjennom utendørsundervisning.

Kjennetegn ved utendørsundervisning

Aktive elever og samarbeid mellom elever trekkes frem som viktige aspekter i utendørs klasserom (Fägerstam & Grothérus, 2018, s. 389). Eksempelvis fant Fägerstam og Grothérus (2018, s. 378, 384) i sin studie av elevers opplevelser av utendørsundervisning at elevene opplevde at det bidro til mer samarbeidslæring og elevsentrert undervisning. Elevene trekker frem at det gjør utendørsundervisning både faglig og sosialt inkluderende. Også elevene i studien til Fägerstam og Blom (2013) uttrykte at de likte at utendørsundervisning ofte innebar mer interaksjon mellom elevene. Zender et al. (2019) nevner også dette i forbindelse med at elever gjennom utendørsundervisning lærer ting som er vanskelig å måle ved en vurdering, som det å samarbeide med andre eller å gjøre målinger med målebånd.

Læreren kan av ulike grunner oppleve å ha mindre kontroll ved utendørsundervisning enn i klasserommet. For det første er elevene mer spredt enn i klasserommet, og læreren har derfor ikke den samme oversikten. For det andre kan omgivelsene eller ytre faktorer som været spille inn eller stjele elevers oppmerksomhet uten at læreren kan styre dette. Olafsen og Maugesten (2015, s. 188) skriver at en tydelig tidsramme ved utendørsundervisning kan bidra til å hindre avsporinger i gjennomføringen. Ytre faktorer som været kan ikke læreren styre over, og det kan være lurt å ha en plan B, under et tak eller innendørs.

Utendørsundervisning i matematikk

Det overordnede målet med denne masteroppgaven er å bidra til mer kunnskap om utvikling av oppgaver til utendørs matematikkundervisning. Utendørsundervisning kan brukes i matematikkfaget for å variere undervisningen og gi elever erfaring med matematikk i ulike arenaer (Fägerstam & Grothérus, 2018, s. 386). Sentralt for utendørsundervisning i matematikk er idéen om at elever skal løse praktiske oppgaver som er knyttet til konkrete gjenstander, lengder eller størrelser. Ofte inngår derfor også estimering eller måling som matematisk aktivitet (Buchholtz, 2017). Oppgaver for utendørs matematikkundervisning kan ta for seg ulike matematiske temaer. Skolen som ble undersøkt i Fägerstam og Grothérus' studie (2018) hadde hatt ekstra fokus på bruk av utendørsundervisning i blant annet matematikk over et par år. Der var en vanlig prosedyre at lærerne introduserte et tema innendørs, og at neste økt var en utendørs økt. Elevene uttrykte at de generelt var fornøyde med denne gjennomføringen. Dette er også i tråd med anbefalingene til Jordet (2009).

2.1.2 Teorier om elevers læring

Tre representasjonsnivåer

Utendørs matematikk kan ses i lys av teori fra den velkjente utviklingspsykologen Jerome Bruner (se Zender et al., 2019). Bruner (1966) mente at læring bør skje gjennom tre ulike representasjonsnivåer: enaktive, ikoniske og symbolske representasjoner. Med representasjonsmåter menes måter å uttrykke informasjon på. *Enaktiv* representasjon skjer gjennom bruk av fysiske objekter, handlinger og erfaringer. *Ikonisk* representasjon er representasjon ved hjelp av bilder, grafer eller liknende. *Symbolsk* representasjon skjer gjennom språk i form av muntlig kommunikasjon, bokstaver og symboler (Bruner, 1966). Zender et al. (2019) påpeker at utendørs matematikk gjerne retter seg direkte mot et enaktivt representasjonsnivå, fordi det gir elever mulighet til å observere og gjøre målinger av fysiske objekter rundt seg. På den andre siden hevder de at innendørs undervisning i klasserommet ofte er sterkt knyttet til et symbolske og ikoniske representasjoner av lærestoffet, gjennom illustrasjoner og tekst på tavle og i lærebøker. Jeg vil hevde at utendørsundervisning i matematikk kan bidra til å tilføre et enaktivt representasjonsnivå av lærestoff, men jeg vil samtidig bemerke at det også er mulig å gi elever møter med et enaktivt representasjonsnivå i klasserommet, for eksempel ved bruk av konkreter eller ved måling som matematisk aktivitet, innenfor klasserommets rammer. På samme måte kan det også være mulig å knytte utendørsundervisning i matematikk til alle de tre representasjonsnivåene.

Sosiokulturell læringsteori

Undervisningsopplegget som ble utviklet og brukt i denne studien tar også utgangspunkt i et sosiokulturelt syn på læring. Jeg vil derfor presentere noen relevante aspekter ved sosiokulturell læringsteori for å kunne drøfte undervisningsopplegget i lys av disse. Sosiokulturell læringsteori er basert på Vygotskijs idéer og tar utgangspunkt i at mennesket er en biologisk, sosial, kulturell og historisk skapning (Säljö, 2016, s. 105). Læring skjer i et samspill mellom disse aspektene og i samhandling med andre mennesker. Språket er et utgangspunkt for å kunne samhandle med andre, og ses på som det viktigste redskapet for læring (Säljö, 2016, s. 111). Det er her sentralt å bemerke at språk ikke menes i betydningen «nasjonalspråk», men som et redskap vi bruker for å beskrive og snakke om omgivelsene våre. Læring i sosiokulturell læringsteori skjer gjennom at den lærende tar til seg kunnskap fra omgivelsene, i samspill med andre mennesker. Dette skjer i flere faser, fra den lærende blir introdusert for noe og etterhvert behersker det på egenhånd (Säljö, 2016, s. 117). Læring bygger på en grunnleggende ubalanse, hvor den lærende støtter seg på en som kan mer, *en kompetent annen,* i læringsprosessen (s. 118). Den kompetente andre kan være en lærer, en medelev eller en annen med mer kompetanse enn den lærende, eleven, i temaet som skal læres. Vi ser at språk som en viktig representasjon av lærestoff er felles for de to teoriene. I tillegg står også læring gjennom erfaringer og kommunikasjon med andre sentralt.

2.1.3 Oppgavedesign for utendørsundervisning

Oppgaveheftet som har blitt utviklet i denne studien har fått tittelen «*En matematisk vandring i Botanisk Hage*». «Matematisk vandring» er en oversettelse av det engelske begrepet «Math Trail», og er en måte å ramme inn utendørsundervisning i matematikk på (Shoaf et al., 2004). For å designe oppgavene til heftet ble det tatt utgangspunkt i prinsipper for oppgavedesign for matematiske vandringer, i tillegg til noe teori om oppgavedesign i matematikk generelt. Her vil det gjøres rede for relevant teori.

Matematiske vandringer kjennetegnes ved at elevene jobber med oppgaver knyttet til ulike lokasjoner og objekter i et område (Shoaf et al., 2004, s. 6). Elevene kan få oversikt over lokasjonene via et hefte med instrukser, slik det er gjort i denne studien, eller via kartfunksjon i en mobil-app (Zender et al., 2019). Matematiske vandringer kan gjennomføres nesten hvor som helst, i by eller naturnære omgivelser. Buchholtz (2017) argumenterer for at matematiske vandringer er godt egnet for å jobbe med modelleringskompetanse, herunder matematisering. Han skriver at selv om det matematiske temaet for en vandring kan variere, vil forenkling og matematisering av omgivelsene alltid være et aspekt ved arbeidet med oppgavene (s. 52). Videre skriver han at matematisering ofte kan være utfordrende for elever, og at læreren bør ta hensyn til dette i planleggingen av vandringen. Han poengterer at vandringen bør omhandle kun ett matematisk tema, at temaet bør ha vært jobbet med i klasserommet i forkant av vandringen, og at nivået på oppgavene i vandringen bør tilpasses elevenes forkunnskaper. Se ellers kriteriene i Figur 1.

Videre mener Buchholtz (2017, s. 53) at oppgavene til matematiske vandringer skal:

- Ta hensyn til ulike grunnforestillinger av det matematiske temaet
- Ha en viss grad av åpenhet, ved å kunne løses på ulike måter eller ha flere mulige svar
- Være relatert til et fysisk objekt og innebære målinger av objektet
- Ha en realistisk og problemløsende orientering
- Være mulig å løse for elever med ulik grad av kompetanse
- Fremme elevsamarbeid
- Ikke ta lengre tid enn 20 minutter per oppgave
- Være tilgjengelig for elevene innenfor 10 minutts gange

Figur 1: Buchholtz (2017) sine kriterier for oppgaver til matematiske vandringer

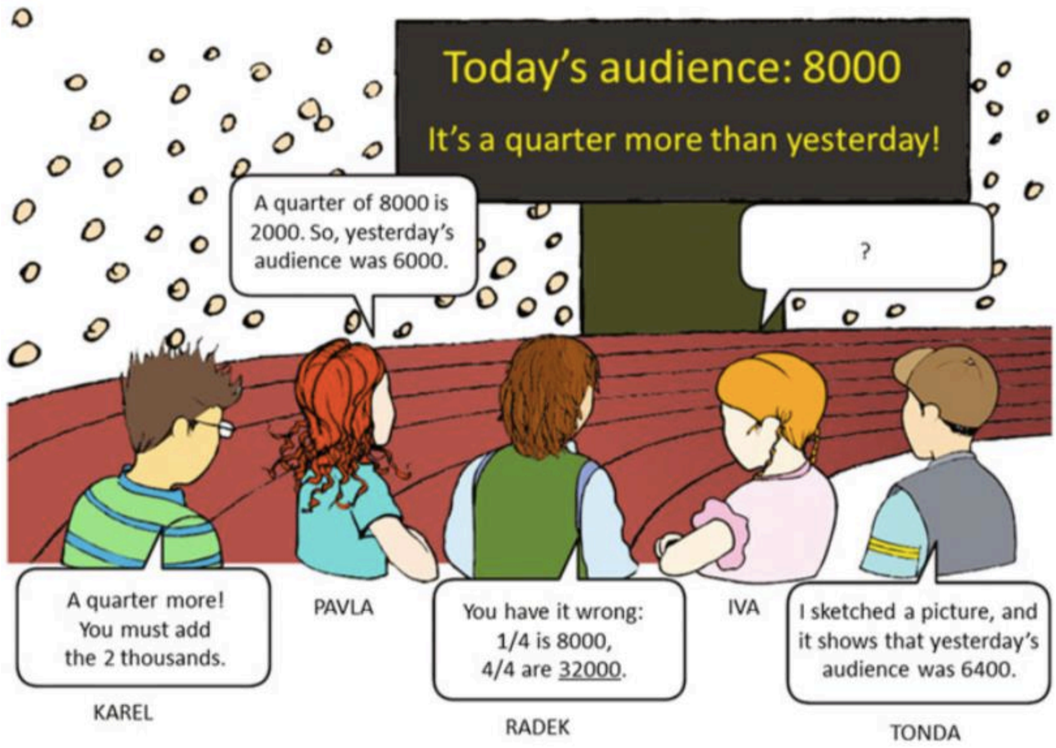
Når det gjelder vanskelighetsgraden til oppgaver kan vi se til teori om design av matematikkoppgaver generelt. Burkhardt og Swan (2013, s. 433) skriver i sitt rammeverk for oppgavedesign at oppgavers vanskelighetsgrad gjerne avhenger av fire faktorer. Disse er:

- *Oppgavens kompleksitet*. Dette avhenger blant annet av antall variabler, mengden av informasjon og hvor mange ulike representasjoner av data som ligger i oppgaven.
- *Hvor godt elever kjenner til oppgavetypen fra før*. Dette handler om hvorvidt oppgaven kan ses på som en rutine-oppgave for elever eller ikke.
- *Hvor tekniske matematiske utregninger som kreves*. Oppgaver som krever sofistikerte utregninger, er vanskeligere enn oppgaver som kan løses med elementær matematikk.
- *Hvor selvstendig elever må jobbe med oppgaven*. Dette handler om blant annet i hvor stor grad elever får hjelp til å dele opp oppgaven i mindre biter, enten fra læreren, eller ved at oppgaven er delt opp i mindre deloppgaver. Flere små biter vil senke vanskelighetsgraden til en oppgave.

Christensen og Wistoft (2019, s. 245-247) poengterer at undervisningen må knyttes til læringsmål også når den foregår utendørs, for å ha et tydelig faglig fokus. Videre mener Fägerstam og Grothérus (2018, s. 386) det er viktig at oppgavene i utendørsundervisning må være tydelige. Elevene er ofte spredt på et større geografisk område ved bruk av utendørs klasserom og har derfor ikke like lett tilgang til læreren som ved innendørs undervisning. Det stilles derfor høyere krav til at oppgavene er tydelige ved utendørsundervisning, da læreren ikke kan oppklare like enkelt underveis som ved undervisning i klasserommet innendørs. Hvordan elevene skal få hjelp hvis de trenger det, er et spørsmål læreren må ta stilling til i planleggingen og utvikling av oppgavene i forkant.

2.1.4 Grubletegning

I en av oppgavene som ble utviklet i denne studien er det brukt en grubletegning. Grubletegninger er gjerne bygget opp rundt en autentisk situasjon eller virkelighetsnær påstand, og består av snakkebobler med uttalelser som representerer ulike oppfatninger eller forståelser av situasjonen eller påstanden (Naylor & Keogh, 1999) Alternativene i snakkeboblene kan være korrekte, delvis korrekte eller ukorrekte. Tegningene kan brukes i undervisning på en rekke ulike måter og for ulike hensikter (Naylor & Keogh, 1999, s. 95). I matematikkundervisningen kan grubletegninger brukes for å utfordre og utvikle elevers refleksjon og tenkning (Samková, 2018). Samková (2018) presenterer blant annet dette eksempelet på en grubletegning for matematikk, som vist i Figur 2:



Figur 2: Grubletegning for matematikk. Hentet fra Samková (2018, s. 81)

Jeg mener at grubletegninger også kan brukes i utendørsundervisning i matematikk. Gjennom utendørsundervisning får elevene tilgang til andre omgivelser enn klasserommet. Dette kan bidra til nye erfaringer og tilnærminger til fagstoffet, men det kan også bidra til nye spørsmål hos elevene. Gjennom en grubletegning kan elever få mulighet til å skape seg et eget bilde av et objekt eller en kontekst, og så diskutere med medelever. Sett i lys av sosiokulturell læringsteori kan grubletegningen bidra til at elever lærer i samtale med hverandre (Säljö, 2016).

Til oppgaveheftet som ble utviklet i denne studien ble det laget en grubletegning med utgangspunkt i ulike forståelser av proporsjonalitet. Dette bringer meg over til å se på proporsjonalitet som matematisk tema for oppgavene.

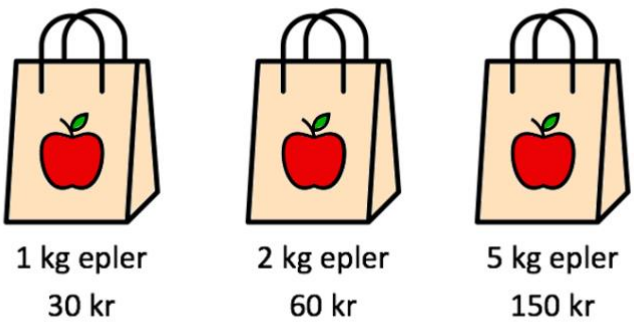
2.2 Proporsjonalitet som matematisk tema

Proporsjonalitet danner den faglige rammen for oppgavene i oppgaveheftet som ble utviklet i studien. I dette kapittelet vil jeg derfor presentere relevante aspekter ved proporsjonalitet, for å legge grunnlaget for videre drøfting. Først vil det gjøres rede for hva proporsjonalitet i skolematematikk handler om. Deretter vil det redegjøres for ulike mentale bilder elever kan ha av proporsjonalitet. Til slutt vil det presenteres ulike representasjonsmåter for proporsjonalitet med relevans for utviklingen av oppgaver til oppgaveheftet.

Overalt rundt oss kan vi finne proporsjonale sammenhenger, i alt fra elementære matematiske idéer til komplekse konsepter i mekanikk eller fysikk for å nevne noe (Lamon, 2020). Proporsjonalitet i matematikken kan ses på som et konstant forhold mellom to størrelser. Den matematiske modellen for direkte proporsjonale forhold (heretter kalt *proporsjonalitet*) er en lineær funksjon på formen $y = kx$, der k er proporsjonalitetskonstanten (Lamon, 2020, s. 4). Videre hevder Lamon (2020) at *proporsjonal resonnering* er en forutsetning for å forstå proporsjonale kontekster. I begrepet proporsjonal resonnering legger hun evnen til å resonnere seg «oppover eller nedover» i situasjoner hvor det finnes en proporsjonal sammenheng.

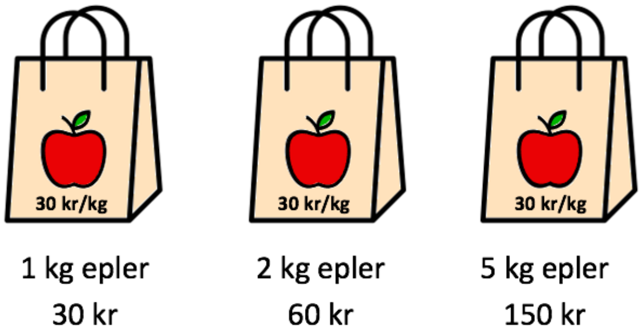
2.2.1 Proporsjonalitet i skolematematikken

I skolematematikken kan elever møte proporsjonalitet i praktiske situasjoner allerede på barneskolen (Solem et al., 2017, s. 290). Eksempler på dette kan være ved beregninger av priser for en vare med en gitt kilopris, eller undersøkelser av tid og avstand ved konstant hastighet. Til tross for at proporsjonalitet beskriver konkrete praktiske situasjoner, kan det være et abstrakt begrep for elever (Lamon, 2020; Solem et al., 2017). Dette kan skyldes at selv om to størrelser er proporsjonale, er det ikke gitt at sammenhengen kan observeres direkte. Et eksempel på dette er gitt i Figur 3 under.



Figur 3: Det kan ikke observeres direkte at vekt og pris er proporsjonale størrelser

Selv om posenes vekt og pris er proporsjonale størrelser er det ikke mulig å observere dette direkte i Figur 3. Ved å gjøre kiloprisen på $30\frac{kr}{kg}$ synlig vil det være mulig å observere direkte at det er en sammenheng mellom vekten og prisen av posen. Se eksempel i Figur 4.



Figur 4: Kilopris på posen gir en sammenheng mellom kr og kg

Kiloprisen for eplene er i dette tilfellet en proporsjonalitetskonstant. Ved at den står skrevet på posene er det mulig å se at det er en direkte sammenheng mellom antall kr og antall kg. Jeg vil bemerke at det fortsatt ikke er åpenbart at det er en proporsjonal sammenheng mellom posenes vekt og pris. For å kunne bedømme hvorvidt vekt og pris er proporsjonale størrelser kreves en forståelse av hva proporsjonalitet er. Kirsch (1969) påpeker også at for å bruke egenskaper ved proporsjonalitet må man ofte bedømme om et forhold er proporsjonalt eller ikke. Dette bringer meg videre til å se på ulike forestillinger elever kan ha om proporsjonalitet.

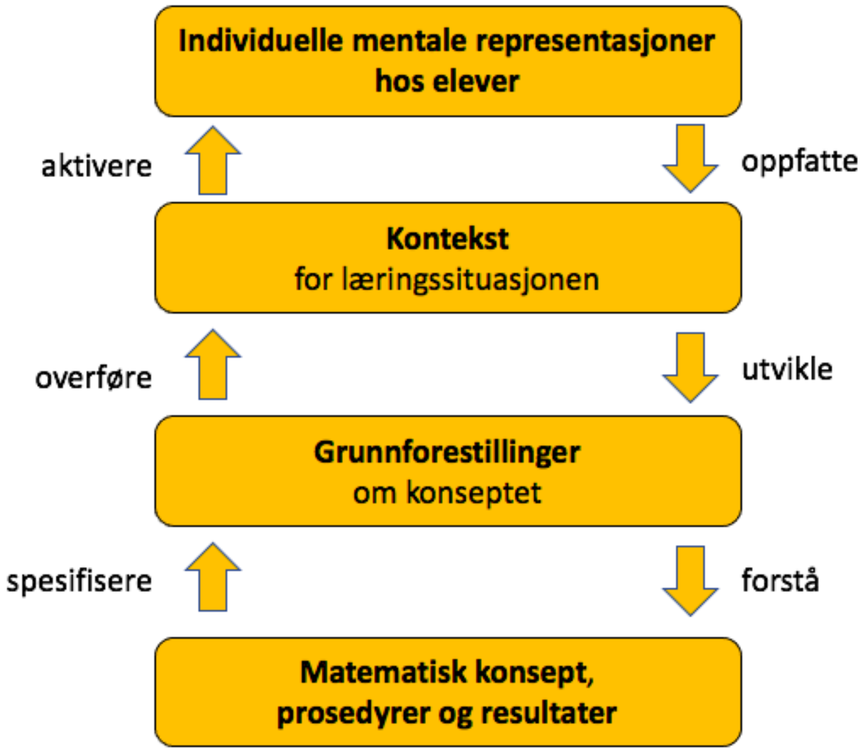
2.2.2 Grunnforestillinger om proporsjonalitet

Hva er grunnforestillinger?

Jeg vil her gjøre rede for ulike mentale bilder elever kan ha om proporsjonalitet. For å beskrive disse vil jeg bruke *grunnforestillinger* (fra tysk: Grundvorstellungen) om proporsjonalitet. Grunnforestillinger kan defineres som «mentale representasjoner som beskriver matematiske begreper og prosedyrer slik de er representert på et mentalt plan» (vom Hofe & Blum, 2016, s. 227). Enklere forklart er grunnforestillinger beskrivelser av sammenhengene mellom et matematisk konsept i «matematikkens verden», den «virkelige verden» og i det mentale bildet elever kan ha av konseptet (vom Hofe & Blum, 2016, s. 231).

Grunnforestillinger skal altså beskrive elevers mentale bilde av et matematisk konsept og *samtidig* kunne beskrive det matematiske innholdet i konseptet. Vom Hofe og Blum (2016) påpeker at grunnforestillinger kan være egnet for å beskrive eller kategorisere elevers forståelse i empirisk klasseromsforskning. Denne masteroppgaven handler om utvikling av praktiske oppgaver om et abstrakt matematisk konsept, og jeg mener derfor at grunnforestillinger er egnet for å beskrive ulike mentale bilder elever kan ha i arbeidet med oppgavene som ble utviklet i denne studien. Disse spiller også en rolle ved utvikling av oppgaver.

I en læringssituasjon eller i møte med oppgaver i matematikk spiller grunnforestillinger en rolle for elevenes oppfatning av og arbeid med oppgavene, og med å forstå det matematiske konseptet. Figur 5 (hentet fra vom Hofe & Blum, 2016, s. 232, min oversettelse) viser forholdet mellom eleven, konteksten, grunnforestillinger og det matematiske konseptet i arbeid med oppgaver. Lærerens ansvar og didaktiske valg er representert på venstre side i figuren, og elevers læringsprosess på høyre side.



Figur 5: Grunnforestillingers rolle i en læringssituasjon (vom Hofe & Blum, 2016, s. 232, min oversettelse)

Vi ser fra figuren at grunnforestillinger kan ses på som en overgang mellom elevenes individuelle representasjoner i en kontekst og det teoretiske matematiske konseptet. Konteksten for læring er i denne studien en utendørs læringsarena. Oppgavene elevene skal jobbe med er knyttet til fysiske objekter ute i det fri, og elevene møter praktisk matematikk gjennom å jobbe med disse. Det innebærer at elevenes grunnforestillinger om proporsjonalitet skal hjelpe elevene å se sammenhengen mellom den praktiske matematikken de møter og det mer teoretiske matematiske konseptet proporsjonalitet.

Grunnforestillinger om proporsjonalitet

For å beskrive karakteristiske egenskaper ved proporsjonalitet og tilhørende grunnforestillinger tar jeg utgangspunkt i Kirsch (1969) sin analyse av proporsjonalitet som matematisk konsept. Selv om Kirschs analyse er relativt gammel, er den fortsatt matematisk presis og grunnleggende for en fagdidaktisk analyse av oppgaver om proporsjonalitet. Jeg har valgt å bruke notasjon og fremstilling fra Hafner (2012) fordi jeg synes denne er ryddig og oversiktlig. Analysen til Kirsch (1969) tar utgangspunkt i at en injektiv avbildning (en én-entydig funksjon) kan kalles en proporsjonal tilordning dersom fem *logisk ekvivalente karakteristiske egenskaper* er oppfylt. Disse er presentert til venstre i Tabell 1 på neste side. Til høyre er den tilhørende grunnforestillingen til hver egenskap beskrevet. Elever kan ha én eller flere av disse grunnforestillingene om proporsjonale tilordninger.

Merk at de fem egenskapene ved proporsjonalitet som presenteres i Tabell 1 er logisk ekvivalente og at den ene derfor følger av den andre. Egenskapene er likevel nevnt eksplisitt som ulike karakteristiske egenskaper, fordi de legger utgangspunkt for hver sine grunnforestillinger av proporsjonalitet. Alle grunnforestillingene er matematisk riktige, og eventuelle misoppfatninger elever kan ha er ikke nevnt.

Slik jeg ser det, handler proporsjonal resonnering (Lamon, 2020) om å ha ulike grunnforestillinger om proporsjonalitet som kan overføres til ulike kontekster og brukes til å forstå det matematiske konseptet proporsjonalitet.

Tabell 1: Egenskaper og forståelser av proporsjonalitet (basert på Hafner, 2012, s. 33-34; Kirsch, 1969, min oversettelse)

Ekvivalente, karakteristiske egenskaper ved en injektiv proporsjonal avbildning $\varphi: M_1 \to M_2$ hvor M_1 og M_2 er to mengder av tall, *f.eks. masse i kg og pris i kroner.* Egenskapene gjelder for $q, k \in Q^+, A, B \in M_1$	Tilhørende grunnforestilling med forklaring
Multiplikasjonsegenskap $\varphi(q * A) = q * \varphi(A)$	**Multiplikativ forståelse** Dobles utgangsstørrelsen, dobles tilordningen. Halveres utgangsstørrelsen, halveres tilordningen osv.
Addisjons- og subtraksjons-egenskap $\varphi(A \pm B) = \varphi(A) \pm \varphi(B)$	**Additiv forståelse** Om utgangsstørrelsene adderes, adderes også tilordningene (og motsatt for subtraksjon)
Proporsjonalitetskonstant-egenskap $\varphi(A) = k * A$ hvor k er proporsjonalitetskonstanten	**Proporsjonalitetsfaktor-forståelse** For å finne tilordningen kan utgangsstørrelsen ganges med en proporsjonalitetsfaktor.
Kvotientlikhetsegenskap $\frac{\varphi(A)}{A} = k = konstant$	**Kvotientlikhetsforståelse** Å dele tilordningene på sin utgangsstørrelse gir alltid samme verdi, proporsjonalitetsfaktoren.
Forholdslikhet $\frac{\varphi(A)}{\varphi(B)} = \frac{A}{B}$	**Forholdsforståelse** Forholdet mellom to tilordnede størrelser er det samme som forholdet mellom deres utgangsstørrelser.

2.2.3 Løsningsstrategier i møte med proporsjonalitet

Med utgangspunkt i grunnforestillingene presenterer Hafner (2012, s. 35-36) noen vanlige løsningsstrategier elever kan bruke i møte med oppgaver om proporsjonalitet, med tilhørende eksempel. Disse er:

«Veien om 1»

Løsningsstrategien «veien om 1» bruker en multiplikativ forståelse av proporsjonalitet. For å finne en tilordning kan det være en strategi å først finne ut hva tilordningen for én enhet av utgangsstørrelsen er, for deretter å multiplisere denne med riktig antall av utgangsstørrelsen. I norske matematikklærebøker omtales gjerne denne strategien som «veien om 1» (se f.eks. Borge et al., 2020). Et eksempel er vist i Figur 6.

$$\begin{array}{rccccl} & 1{,}5\text{ kg} & \triangleq & 2{,}70\text{ €} & \\ :1{,}5 & \downarrow & & \downarrow & :1{,}5 \\ & 1{,}0\text{ kg} & \triangleq & 1{,}80\text{ €} & \\ \cdot 3 & \downarrow & & \downarrow & \cdot 3 \\ & 3{,}0\text{ kg} & \triangleq & 5{,}40\text{ €} & \end{array}$$

Figur 6: Eksempel på "Veien om 1" (Hafner, 2012, s. 35)

«Direkte multiplikasjon og addisjon» – og motsatt «direkte divisjon og subtraksjon»

Denne løsningsstrategien bruker en multiplikativ og additiv forståelse av proporsjonalitet. Ved direkte multiplikasjon multipliseres utgangsstørrelsen og tilordningen med den samme faktoren for å finne løsningen. Motsatt for divisjon. Ved direkte addisjon legges to utgangsstørrelser og to tilordninger sammen for å finne løsningen. Motsatt for subtraksjon. Et eksempel på direkte multiplikasjon og addisjon er vist i Figur 7.

$$\begin{array}{rccccl} & 1{,}5\text{ kg} & \triangleq & 2{,}70\text{ €} & \\ \cdot 3 & \downarrow & & \downarrow & \cdot 3 \\ & 4{,}5\text{ kg} & \triangleq & 8{,}10\text{ €} & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} (1{,}5 + 4{,}5)\text{ kg} & \triangleq & (2{,}70 + 8{,}10)\text{ €} \\ 6{,}0\text{ kg} & \triangleq & 10{,}80\text{ €} \end{array}$$

Figur 7: Eksempel på direkte multiplikasjon (øverst) og direkte addisjon (nederst) (Hafner, 2012, s. 36)

Operatormetode

For å finne en tilordning kan utgangsstørrelsen ganges med en faktor som beskriver sammenhengen mellom tilordningen og utgangsstørrelsen. Operatoren kalles gjerne proporsjonalitetsfaktor. Løsningsstrategien bygger på proporsjonalitetsfaktor-forståelse. Et eksempel er vist i Figur 8.

$$4\text{ kg} \xrightarrow{\cdot 1{,}8\,\frac{\text{€}}{\text{kg}}} x$$

$$x = 4 \cdot 1{,}8\text{ €} = 7{,}20\text{ €}$$

Figur 8: Eksempel på operatormetode (Hafner, 2012, s. 36)

Reguladetri, bedre kjent som «kryssmultiplikasjon»

Ved kryssmultiplikasjon brukes en forholdsforståelse av proporsjonalitet. To proporsjonale forhold hvor tre av størrelsene er kjent settes lik hverandre, og den ukjente regnes ut. Et eksempel på kryssmultiplikasjon er vist i Figur 9.

$$\frac{10{,}80\ €}{6\ \mathrm{kg}} = \frac{\mathrm{x}}{2\ \mathrm{kg}}$$

$$\mathrm{x} = \frac{10{,}80\ €\cdot 2\ \mathrm{kg}}{6\ \mathrm{kg}} = 3{,}60\ €$$

Figur 9: Eksempel på kryssmultiplikasjon (Hafner, 2012, s. 36).

Merk at dette kun er et utvalg løsningsstrategier. Det finnes også andre, som ikke nevnes her.

2.2.4 Representasjoner av proporsjonalitet

Jeg vil minne om Bruners teori, som sier at læring bør skje gjennom tre ulike representasjonsnivåer: enaktive, ikoniske og symbolske (Bruner, 1966). Dette gjelder også for proporsjonalitet. Ved utendørsundervisning om proporsjonalitet kan elever få erfaringer med det enaktive representasjonsnivået gjennom å gjøre målinger av konkrete gjenstander knyttet til proporsjonalitet som matematisk tema. I oppgaveheftet som er utviklet i denne studien er det også brukt symbolske og ikoniske representasjoner, for å gi elever erfaring med proporsjonalitetsbegrepet på alle de tre representasjonsnivåene. Her vil det kort gjøres rede for hvordan disse er brukt i oppgaveheftet.

Symbolske representasjoner

<u>Muntlig språk</u>

En forenklet, men relativt vanlig, språklig representasjon av proporsjonalitet er uttrykk som «Jo mer vekt, dess høyere pris», eller liknende (Kirsch, 1969, s. 305). Uttrykket følger logisk av egenskapene ved proporsjonalitet, men det er viktig å bemerke at dette er en forenkling. Selv om uttrykket følger logisk av egenskapene ved proporsjonalitet, så er det motsatte *ikke* tilfelle. Altså: «Jo mer vekt, dess høyere pris» kan være tilfelle også for størrelser som ikke er proporsjonale.

<u>Matematisk notasjon</u>

Notasjonen for proporsjonalitetskonstant-egenskapen $\varphi(A) = k * A$ (hvor k er proporsjonalitetskonstanten) er et eksempel på en språklig representasjon hvor bokstaver og symboler brukes på en måte som er karakteristisk for matematikkfaget.

Tabeller

En annen symbolsk representasjon av proporsjonale størrelser er gjennom tabeller. Tabellene kan brukes for å organisere og presentere både størrelser og utregninger eller løsningsstrategier (Lamon, 2020, s. 119). Løsningsstrategier kan gjerne representeres ved bruk av piler i tabellen. Lamon (2020, s. 119, min oversettelse) presenterer følgende eksempel:

I en oppskrift står det at 3 pizzaer er nok til å servere 7 personer.
Hvor mange pizzaer trengs for å servere 350 personer?

Et løsningsforslag ved hjelp av tabellrepresentasjon er gitt i Figur 10:

∗ 100 :2

Antall pizzaer	3	300	150
Antall personer	7	700	350

Figur 10: Løsningsforslag på pizza-oppgave

Vi ser at både svaret (*det trengs 150 pizzaer*) og løsningsstrategien kan leses av fra tabellen. Dette er et eksempel på tabellrepresentasjon hvor direkte multiplikasjon og divisjon er brukt. Andre løsningsstrategier er også mulig.

Ikonisk representasjon

Grafisk fremstilling

En vanlig ikonisk representasjonsmåte for proporsjonalitet er fremstilling ved hjelp av grafer. Proporsjonale sammenhenger kan representeres ved hjelp av lineære grafer som går gjennom origo, hvor x-aksen og y-aksen representerer størrelsene som har et proporsjonalt forhold til hverandre (Lamon, 2020). Stigningen til grafen er da lik proporsjonalitetskonstanten (Hafner, 2012; Lamon, 2020).

2.3 Måling som matematisk aktivitet

Hva er måling som matematisk aktivitet?

Måling er en matematisk aktivitet som kan knytte sammen tall og størrelser med konkrete gjenstander eller avstander. Sett i lys av teori fra Bruner (1966) kan målinger bidra til å gi en enaktiv representasjon av temaer i matematikk. Gjennom å gjøre målinger i matematikk kan elever oppleve at matematikken har en praktisk nytteverdi (Olafsen & Maugesten, 2015, s. 188). Størrelser som kan måles er eksempelvis fart, tid, høyder, vinkler, lengder og masser. Å utføre målinger kan enten innebære direkte sammenlikning av en egenskap hos ulike objekter, eller måling ved hjelp av måleenheter og måleinstrumenter (Solem et al., 2017, s. 180). Ved direkte sammenlikning kan mulige strategier være å sammenlikne høyder med sin egen høyde, måle avstander i antall skritt eller liknende. Ved bruk av måleinstrumenter og standardiserte måleenheter kan aktuelle måleinstrumenter for bruk i skolen være tommestokk (meterstokk), linjal eller gradskive. Med målinger som matematisk aktivitet menes det i denne oppgaven målinger av ulike lengder ved hjelp av måleinstrumenter og standardiserte måleenheter.

Å estimere og gjøre overslag av målinger

Det å utføre målinger kan for noen elever bli noe de har lært å gjøre på en bestemt måte, uten å være bevisst på hva de egentlig gjør (Solem et al., 2017, s. 184). Da kan det være en utfordring å ta riktige mål, selv om det brukes måleinstrumenter og standardiserte måleenheter. Å kunne estimere eller gjøre overslag kan ifølge Solem et al. (2017, s. 180) derfor være en like viktig aktivitet som å utføre selve målingene. De poengterer videre at det å kunne gjøre overslag også er nyttig å kunne i dagliglivet. Den amerikanske professoren Usiskin, referert i Joram et al. (1998, s. 414) hevder at overslag i matematiske beregninger ofte sees på som «den svake søsteren», men at det i det virkelige liv er «den sterke søsteren» eller «enebarnet». For å øke læringsutbyttet i arbeid med målinger kan det derfor være gunstig å også jobbe med strategier for overslag (for dette formålet kan f.eks. Hildreth (1983, s. 50-51) være nyttig). Gjennom å jobbe med målinger som matematisk aktivitet kan elever få trening i å bruke, eller utvikle sine egne strategier for overslag og estimering. Disse kan også bli nyttige i situasjoner hvor elevene møter matematikk senere i sine liv. Solem et al. (2017, s. 185) poengterer også at overslagsregning bidrar til at vi må forholde oss bevisst til måleenhetene vi bruker. På den måten kan overslagsregning bidra til å øke elevenes bevissthet rundt arbeid med målinger.

Måleusikkerheter

Til tross for effektiv bruk av overslagsstrategier og måleinstrumenter, kan ingen målinger gjøres helt nøyaktig. Det å gjøre målinger er en praktisk aktivitet, og derfor vil det alltid være måleusikkerheter involvert. Det er derfor sentralt som lærer å være oppmerksom på dette i planlegging og implementering av en matematisk vandring hvor elever skal gjøre målinger. Solem et al. (2017, s. 216) skriver at måleusikkerheter hovedsakelig kan opptre av tre grunner. For det første kan måleusikkerheter komme av at den som utfører målingen ikke er helt nøyaktig, for eksempel i avlesning av målingen. For det andre vil det alltid være en sjanse for feil eller unøyaktigheter fra måleinstrumentet som brukes. Eksempelvis kan tommestokker i salg ha en feil på inntil 2,4 mm på to meter. For det tredje kan det være usikkerheter knyttet til lengden som skal måles og nøyaktig hvor denne begynner og slutter. Elever kan møte alle disse tre kildene til feil eller unøyaktigheter i arbeid med målinger.

Med utgangspunkt i teorien som nå er presentert, ble et oppgavehefte for utendørsundervisning om proporsjonalitet utviklet, testet og videreutviklet i denne studien. Jeg vil nå gjøre rede for de metodiske valgene som er gjort på veien.

3 Metode og forskningsdesign

I dette kapittelet vil det først gis en kort refleksjon rundt relevant vitenskapsteori og en oversikt over denne studiens forskningsdesign. Deretter vil det redegjøres for utvalget av informanter i studien. Videre vil metoden for datainnsamling og dataanalyse beskrives og begrunnes. Avslutningsvis i kapittelet vil jeg gjøre rede for hvilke grep som er gjort for å bidra til troverdighet i studien og hvordan relevante forskningsetiske aspekter er ivaretatt gjennom hele prosessen.

3.1 Hermeneutisk vitenskapsteori

Det overordnede målet med denne studien er å bidra til en utdypet forståelse av utendørs klasserom som læringsarena i matematikkundervisning. På bakgrunn av problemstillingen er det brukt en kvalitativ tilnærming. En slik tilnærming kan gjøre det mulig å gå i dybden og søke detaljerte og utfyllende svar (Patton, 2015). Studien er plassert innenfor den hermeneutiske vitenskapstradisjonen. Dette er en relevant vitenskapelig tradisjon innenfor kvalitativ empirisk forskning, som gir «forutsetninger for et suksessivt økende innsiktsnivå, fra forforståelse til utdypet forståelse» (Befring, 2015, s. 22).

Det er sentralt innenfor den hermeneutiske tradisjonen å anerkjenne at jeg som forsker, og dermed fortolker, går inn i tolkningsprosessen med en forforståelse (Befring, 2015, s. 21; Hjardemaal, 2011, s. 192-193). Forforståelsen innebærer alt fra faglig kunnskap til fordommer jeg kan ha (Befring, 2015, s. 21). Det er derfor viktig at jeg som forsker er bevisst på min egen forforståelse og at jeg går inn i analyseprosessen med en åpen og empatisk tilnærming til datamaterialet, også det som eventuelt ikke stemmer overens med min forforståelse (Hjardemaal, 2011, s. 193).

Fortolkning og forståelse av datamateriale anses innenfor hermeneutisk metode som en dynamisk og subjektiv prosess som foregår «ved en vekselvirkning mellom del og helhet» (Hjardemaal, 2011, s. 191). Rapley (2016) skriver at analyse i kvalitativ forskning er en ikke-lineær prosess og at forskeren må utvikle en «qualitative analytic attitude» i arbeidet med datamaterialet (s. 332). Han poengterer også at forskeren må se detaljene og det store bildet i datamaterialet i sammenheng med hverandre (s. 339), som nettopp er helt sentralt innenfor hermeneutisk vitenskapstradisjon. Det å se ulike deler av datamaterialet i sammenheng med hverandre er vektlagt i analysen av datamaterialet i denne studien.

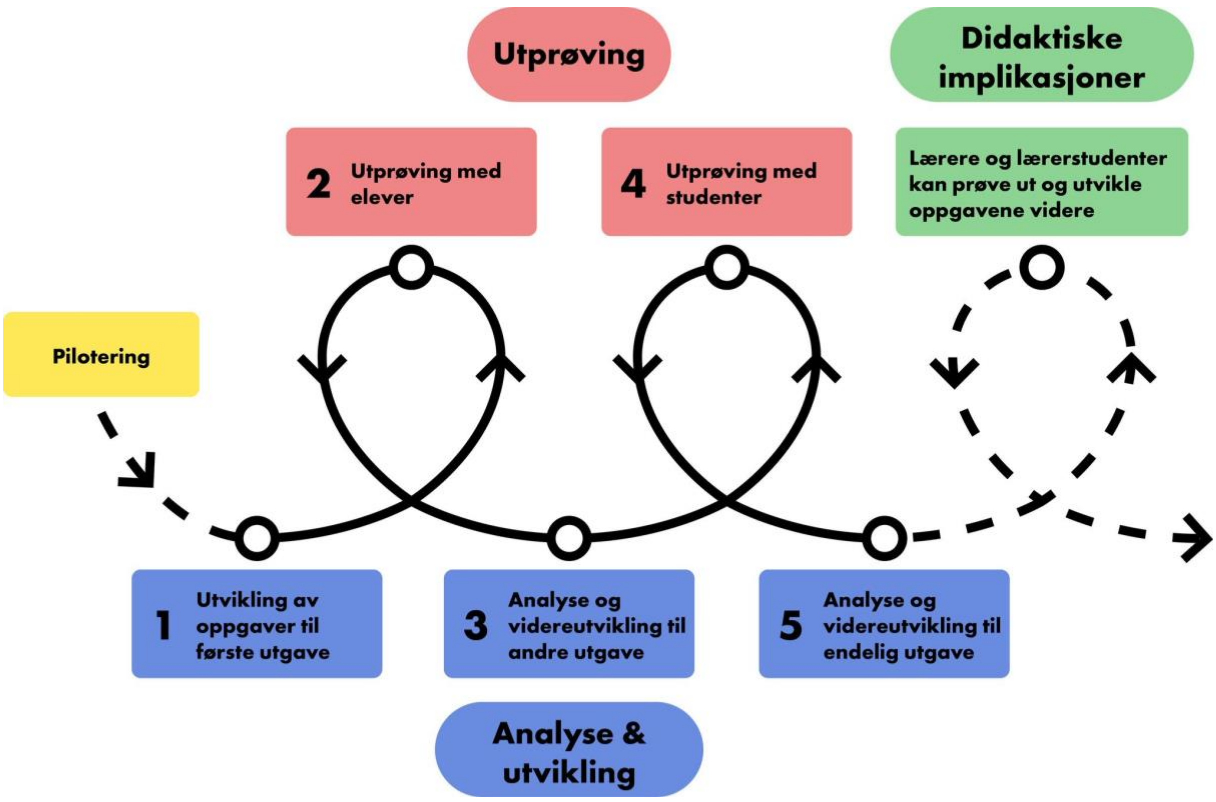
3.2 Forskningsdesignet for denne studien

Det overordnede målet med denne studien er som nevnt å bidra til mer kunnskap om hvordan utendørsundervisning kan brukes i undervisningen i praktisk matematikk. For å avgrense oppgaven har jeg stilt spørsmålet «**Hvordan kan lærere utvikle og implementere et utendørs undervisningsopplegg om temaet proporsjonalitet for matematikk 1P?**».

For å besvare problemstillingen er det brukt en designbasert forskningsmetode. I engelskspråklig litteratur refereres slik forskningsmetode til som blant annet *Design Experiment, Design Research* og *Design-Based Research* (Jan et al., 2010, s. 470). Innenfor utdanningsforskning er metoden gjerne brukt for å studere utvikling av ulike læringssituasjoner (Jan et al., 2010). Bruk av designbaserte metoder innenfor utdanningsforskning kan spores tilbake til Brown (1992). Gravemeijer og Prediger (2019, s. 34) sammenlikner rollen til forskeren i designbasert forskning med rollen som en reflekterende lærer i skolen. Den viktigste forskjellen er at forskeren i designbasert forskning har som mål å utvikle teori om hva som fungerer basert på sine funn (Cobb et al., 2003, s. 9). For denne oppgaven er målet å få utvidet kunnskap om hvilke designprinsipper som fungerer i utvikling av oppgaver til utendørsundervisning om proporsjonalitet.

Designbasert forskningsmetode har både en praktisk og en teoretisk orientering. Den praktiske orienteringen handler om å utvikle læringssituasjoner, mens den teoretiske orienteringen handler om å studere disse systematisk og i lys av teori (Cobb et al., 2003). Den praktiske og teoretiske siden av forskningsmetoden kombineres og gjør metoden egnet for å gi utvidet kunnskap om ulike læringssituasjoner. Det finnes ulike typer designstudier (Cobb et al., 2003). Denne oppgaven er en designbasert intervensjonsstudie, hvor jeg som forsker har intervenert i undervisningen til en klasse i matematikk 1P ved å teste et undervisningsopplegg med elever som informanter. Resultater i designbasert forskning er svært kontekstavhengige (Cobb et al., 2003, s. 10). Patton (1999) poengterer også at det ligger i kvalitative studiers natur at de er svært kontekstavhengige, og at beskrivelser av utvalg og kontekst derfor er viktig. Alle funn må avgrenses til å gjelde utvalget og konteksten som har blitt forsket på (s. 1197-1198). Undervisningsopplegget som har blitt designet i denne studien omhandler *utendørsundervisning om proporsjonalitet i matematikk 1P*, og resultatene i studien vil derfor kunne si noe om dette.

En karakteristikk ved designbasert forskningsmetode er at den foregår i flere sykluser med utvikling og utprøving (Cobb et al., 2003, s. 10). Syklusene (heretter kalt *runder*) består gjerne av design (heretter kalt *utvikling*), *utprøving*, *analyse* og redesign (heretter kalt *videreutvikling*) (Cobb et al., 2003). I denne studien har utprøving og videreutvikling av undervisningsopplegget skjedd i to runder. Den første runden med utprøving var med elever som informanter, mens det i den andre runden ble brukt lektorstudenter som informanter. Forskningsdesignet for denne studien er illustrert i Figur 11.



Figur 11: Fremstilling av denne studiens forskningsdesign. Figuren er utviklet av meg, og tegnet digitalt av Erik Hognestad.

Oppgavene til den første utgaven av oppgaveheftet ble utviklet i samarbeid med min veileder. For å videreutvikle oppgavene til den andre utgaven av oppgaveheftet ble det brukt erfaringer fra utprøving av første utgave med elever. For å videreutvikle oppgavene til den endelige utgaven av oppgaveheftet ble det i tillegg brukt tilbakemeldinger fra lektorstudenter til den andre utgaven.

I designbasert forskning vil det alltid være en mulighet for at uventede ting oppstår underveis i utprøvingsfasen. Sandoval og Bell (2004) peker på at en vanlig metodologisk utfordring ved designbaserte metoder i utdanningsforskning er balansen mellom å få et opplegg eller en intervensjon til å fungere «der og da» i datainnsamlingen, og det å gjennomføre datainnsamlingen «som planlagt». Ofte må det gjøres små justeringer ved gjennomføringen underveis, for å tilpasse undervisningsopplegget til omgivelsene og elevene som deltar. Justeringer som ble gjort underveis i datainnsamlingen vil nevnes i analysen av resultatene.

3.3 Utvalg og rekruttering

Datainnsamlingen til denne studien foregikk som nevnt i to runder. Opprinnelig skulle begge rundene være med utvalg elever på Vg1 som tar matematikk 1P, men på grunn av den pågående pandemien og smittevern i skolen lot ikke dette seg gjøre på en forsvarlig måte. Mellom de to rundene med datainnsamling ble det derfor gjort endringer i utvalgskriteriene, og andre gjennomføring ble gjort med et utvalg lektorstudenter som har matematikk som et av sine fag. Informantene til studien består derfor av *et utvalg elever* og *et utvalg studenter.* Her vil det gjøres rede for utvalgskriterier og rekruttering av informantene til studien.

Det å beskrive funn fra et mindre utvalg er karakteristisk for kvalitative studier (Patton, 2015, s. 257). Utvalgene i denne studien er ikke statistisk representative (Larsen, 2017, s. 29), men det er likevel ønskelig at resultatene fra studien skal ha en overføringsverdi. Begge utvalgene til datainnsamlingen er derfor gjort med utgangspunkt i noen kriterier. Dalen (2011, s. 48) omtaler dette som *kriterieutvelging*. I motsetning til ved teoretisk utvelging er det *ikke* et mål å gjenspeile en maksimal variasjon innenfor fenomenet som studeres, men heller å studere et utvalg som oppfyller de gitte kriteriene. Her vil jeg først presentere og begrunne utvalget og rekrutteringen av elever, deretter lektorstudenter.

3.3.1 Elever

I forkant av rekrutteringen til studien ble det satt noen kriterier for informanter til utvalget. Det var ønskelig med informanter som er i målgruppen for det utviklede oppgaveheftet, og utvalgskriteriene var derfor at elevene skoleåret 2020/2021 skulle:

- være elev på Vg1
- ta matematikk 1P

Rekrutteringen av elever til studien skjedde gjennom avdelingsleder på en skole jeg har vært i praksis. Jeg deltok på et avdelingsmøte for å fortelle om studien, og spørre om noen av lærerne for matematikk 1P ville la meg spørre deres elever om å delta som informanter i studien. To lærere sa ja til dette. Etter å ha sammenliknet timeplaner ble det klart at det passet å samarbeide kun med den ene læreren, og derfor ble elever fra én 1P-klasse spurt om å delta.

Første kontakt med elevene var i en undervisningsøkt, hvor jeg besøkte klassen for å fortelle om studien. Elevene fikk informasjon om studien muntlig. Det ble gitt informasjon om at eventuell deltakelse var frivillig og at de kunne bestemme seg etter gjennomføringen for om de ønsket å levere inn det de hadde skrevet i oppgaveheftet. Jeg prøvde å gjøre besøket tydelig, men uformelt. Fangen (2011, s. 51) skriver at en fordel ved et slikt uformelt første møte er at det kan bidra til at elevene kunne føle seg avslappet i situasjonen. Jeg var enda ikke i en forskerrolle ovenfor dem, og de fikk høre hva studien handler om og mulighet til å stille spørsmål, før de skulle bestemme seg for om de ønsket å delta.

I dialog med NSD ble det avklart at det ikke var nødvendig å innhente signaturer fra elevene. Deltakelse i studien skal likevel, som i all forskning, være basert på samtykke og deltakere må ha reelle muligheter til å reservere seg fra å delta (Befring, 2015). Derfor sørget jeg for å gi fyldig informasjon til elevene om studien og om at det var greit å ikke delta. Jeg informerte om studien og åpnet for spørsmål ved det første møtet, men lot elevene bestemme seg på selve dagen for gjennomføringen om de ønsket å delta. Dette ble gjort ved at det etter gjennomføringen var frivillig å levere heftet, og dermed delta i studien. Læreren for klassen fikk ikke se hvem som valgte å levere. Av 18 elever i klassen valgte 15 elever å levere sine oppgavehefter, og dermed delta i studien.

3.3.2 Lektorstudenter

Som nevnt skulle den andre runden av datainnsamlingen opprinnelig også foregå med elever på Vg1 som tar matematikk 1P. På grunn av den pågående pandemien og smittevern i skolen lot ikke dette seg gjøre på en forsvarlig måte og andre runde med datainnsamling ble gjort med et utvalg lektorstudenter som informanter.

Lektorstudentene ble valgt ut som et tilgjengelighetsutvalg, det vil si at i tillegg til å oppfylle kriteriene var informantene lett tilgjengelige for meg som forsker (Thagaard, 2018, s. 56). Grunnen til dette er at reglene for smittevern i skolen endret seg raskt i perioden for datainnsamling, og at planene derfor måtte endres på kort tid. Et bekvemmelighetsutvalg ble derfor valgt for at det skulle være mulig å gjennomføre datainnsamlingen innenfor tidsrammen som var gitt.

Kontakt med lektorstudentene ble derfor opprettet direkte via bekjentskaper fra Universitet i Oslo. Utvalgskriteriene var at studentene måtte:

- gå på lektorprogrammet med realfag
- ha matematikk som et av sine fag i studieløpet
- ha fullført obligatorisk skolepraksis via lektorprogrammet.

Dette var for at de skulle ha kunnskap om elever og skole, og erfaring med undervisning av videregående skolematematikk. Seks studenter ble spurt av meg direkte og alle ga samtykke om å delta som informanter i studien. Disse var fire kvinner og to menn som oppfylte de tre gitte kriteriene.

Studentene fikk muntlig informasjon om hva deltakelse i studien innebærer, og alle de seks studentene ga muntlig samtykke til å delta. Skriftlig samtykke ble ikke hentet inn, med bakgrunn i NSD sin vurdering av studien[1]. Det ble poengtert av meg at det er mulig å trekke seg når som helst i løpet av datainnsamlingen eller i ettertid ved å ta kontakt med meg. Av hensyn til personvern vil ikke utvalget av studenter beskrives i mer detalj.

3.4 Metode for datainnsamling

Som nevnt foregikk datainnsamlingen til denne studien i to runder. Den første runden av datainnsamlingen ble gjennomført med elever som tok matematikk 1P, og den andre runden med lektorstudenter. Begge rundene av datainnsamlingen fant sted i Botanisk Hage i Oslo i løpet av høsten 2020. Min rolle som forsker var å være deltakende observatør underveis i datainnsamlingen, både med elevene og med studentene. Jeg var deltakende på den måten at jeg fungerte som «lærer» om det oppsto spørsmål underveis, men holdt meg ellers i bakgrunnen for å påvirke informantenes arbeid minst mulig. Informantene ble informert om dette før datainnsamlingen begynte.

[1] NSD sin vurdering av studien er vedlagt. Se Vedlegg 1

Utgangspunktet for begge rundene med datainnsamling var et oppgavehefte[2] som ble utviklet av meg i samarbeid med min veileder i forkant av gjennomføringen. Elevene fikk utdelt den første utgaven av oppgaveheftet. Etter gjennomføring med elever ble det så gjort endringer i oppgaveheftet. Lektorstudentene fikk utdelt en videreutviklet utgave, heretter kalt andre utgave. Etter å ha jobbet med oppgavene i oppgaveheftet fylte studentene ut et tilbakemeldingsskjema.

Datamaterialet til denne studien er de to versjonene av oppgaveheftet, elevers besvarelser til den første utgaven og studenters tilbakemelding til den andre utgaven. I tillegg vil observasjonsnotater fra begge rundene med datainnsamling bli brukt for å supplere analysen av skriftlig materiale.

3.4.1 Pilotering

I forkant av utviklingen av oppgaveheftet og gjennomføringen av datainnsamling ble det gjennomført en pilotering. Hensikten med piloteringen var å teste ut hvordan lærerrollen ved utendørsundervisning oppleves, da dette var helt ukjent for meg. Piloteringen omhandlet geometri for matematikk 1P, og deltakerne var en matematikk 1P-klasse jeg kjente fra praksis gjennom studiene. Piloteringen ble gjennomført i en 90-minutters økt i samarbeid med faglæreren for klassen, som var min veileder i praksis gjennom lektorstudiet. I piloteringen deltok 17 elever.

Det var viktig for meg som forsker å gjennomføre en pilotering i forkant av utvikling og gjennomføring for å være forberedt til datainnsamlingen. Kleven (2011) vektlegger at det er viktig som forsker å være forberedt for å kunne gjøre gode observasjoner i felt. I datainnsamlingen var det ønskelig at informantene skulle jobbe mest mulig selvstendig med oppgaveheftet. Min rolle som forsker skulle være å observere informantene med minst mulig intervensjon, og samtidig kunne ta lærerrollen i form av å gi hjelp og støtte underveis dersom informantene trengte dette. Dette trengte jeg trening i for å vite hvordan jeg best mulig kunne gjennomføre datainnsamlingen.

[2] Den endelige utgaven av oppgaveheftet er vedlagt. Se Vedlegg 2. Enn så lenge ligger heftet også på https://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/math-and-the-city/

Resultatet av piloteringen var først og fremst at jeg fikk erfaring med rollen som observatør og deltaker i utendørsundervisning. I tillegg fikk og økt innsikt i hvilke oppgavetyper som kan være egnet til et oppgavehefte for utendørs matematikk. Fordi elevene gjerne er mer geografisk spredt utendørs enn hva de er i et klasserom, erfarte jeg at det er utfordrende å gi felles beskjeder, faglig støtte eller oppklaringer underveis. Det er derfor viktig på forhånd å tenke gjennom hvilken kompetanse elevene trenger for å jobbe med oppgavene og hvilke utfordringer de kan møte på underveis.

3.4.2 Utvikling av datainnsamlingsverktøy

Den første og andre utgaven av oppgaveheftet er i denne studien å betrakte som datainnsamlingsverktøy, mens den tredje, og endelige, utgaven er et ferdig produkt som resultat av to runder med utprøving og videreutvikling. Den endelige utgaven presenteres derfor som en del av resultatene i denne studien. *Første versjon* av oppgaveheftet ble brukt for datainnsamling med elever. Deretter ble heftet videreutviklet til en *andre versjon*, som ble brukt for datainnsamling med studenter. I tillegg ble det laget et *tilbakemeldingsskjema* til studentene. Jan et al. (2010) argumenterer for at selve designprosessen i designbasert forskning krever mer oppmerksomhet enn den ofte får. Jeg vil derfor her gjøre rede for utviklingen av den første utgaven av oppgaveheftet. Jeg vil også kommentere kort hvordan tilbakemeldingsskjemaet for lektorstudentene ble laget.

Oppgavene til den første utgaven av oppgaveheftet ble som nevnt utviklet i samarbeid med min veileder. For å utvikle den første utgaven av oppgaveheftet tok vi utgangspunkt i:

- Kompetansemål fra matematikk 1P i utkastet til LK20 (dette var før LK20 var klar)
- Ulike forståelsesaspekter og representasjoner av proporsjonalitet
- Teori om oppgavedesign i matematikk og matematiske vandringer
- Erfaringer fra klasserommet – kunnskap om elever og matematikk 1P
- Erfaringer fra piloteringen

Rammen for utvikling av oppgaver var at oppgaveheftet skulle ta for seg temaet proporsjonalitet. I prosessen med LK20 så det tidlig ut som at proporsjonalitet skulle fortsette å være et tema for matematikk 1P, og jeg bestemte derfor tidlig i prosessen at jeg ville ta utgangspunkt i dette. Jeg ønsket å utvikle oppgaver med relevans for undervisning i skolen, også etter implementeringen av LK20. Kompetansemålet «*utforske, beskrive og bruke* *begrepet proporsjonalitet om omvendt proporsjonalitet*» (Kunnskapsdepartementet, 2019) ble brukt som utgangspunkt. For å gi oppgaveheftet et tydelig faglig fokus mot ett tema ble det bestemt at oppgavene kun skulle ta for seg *proporsjonalitet*, ikke omvendt proporsjonalitet. Det var ønskelig å kunne la elevene gå i dybden på proporsjonalitet og utforske ulike aspekter ved dette. For denne studien er læringsmålet tolket som at elevene skal kunne utforske, undersøke og bruke ulike forståelsesaspekter ved proporsjonalitet, som beskrevet tidligere. Målet med oppgavene i oppgaveheftet var å gi elever mulighet til å utforske, undersøke og bruke ulike forståelsesaspekter ved proporsjonalitet i praktiske sammenhenger og gjennom ulike representasjonsmåter.

Med dette som utgangspunkt ble det laget et utkast til fire oppgaver om proporsjonalitet med hvert sitt hovedtema knyttet til objekter som finnes i Botanisk Hage i Oslo: sirkler, frøkapsler, trær og kart. Etter hvert som oppgavene ble utviklet med flere deloppgaver, ble oppgaven om kart tatt ut av oppgaveheftet. Dette ble gjort for å få et oppgavehefte som kan gjennomføres i løpet av en undervisningsøkter à 90 minutter.

Etter hvert som oppgaveheftet tok form kom det frem at flere av oppgavene også var egnet for å jobbe med kompetansemålene «*identifisere variable størrelser i ulike situasjoner og bruke dem til utforskning og generalisering*» og «*tolke og bruke sammensatte måleenheter i praktiske sammenhenger og velge egnede måleenheter*» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Disse ble derfor også skrevet inn på forsiden av oppgaveheftet. Det er en forutsetning for å kunne jobbe med oppgaveheftet at elevene har med og kan bruke et måleinstrument, slik som målebånd eller tommestokk. Dette ble derfor skrevet inn i utstyrslisten på første side i oppgaveheftet, i tillegg til skrivesaker og en enkel kalkulator, for eksempel på mobil.

I tillegg til oppgaveheftet ble det brukt et tilbakemeldingsskjema for lektorstudentene[3]. Dette var et verktøy for å samle inn studentenes tilbakemeldinger på en systematisk måte, og ble laget slik at studentene kunne gi tilbakemeldinger til hver enkelt deloppgave; 1 a), 1 b), osv. Dette var ønskelig for å kunne samle detaljerte tilbakemeldinger til hver enkelt deloppgave.

[3] Tilbakemeldingsskjemaet for studentene er vedlagt. Se Vedlegg 3.

3.4.3 Datainnsamling ved utprøving med elever

Første runde av datainnsamlingen ble gjennomført med elever i løpet av en undervisningsøkt på 90 minutter. Klassen ble delt opp i grupper på tre og tre elever. Elevene jobbet sammen som grupper, men alle fylte ut hvert sitt oppgavehefte. De som ønsket å delta leverte så sitt oppgavehefte til meg etter gjennomføringen. Det var ønskelig å gjøre datainnsamlingen mest mulig lik en undervisningssituasjon i skolen og undersøke i hvor stor grad elevene klarte å jobbe selvstendig med oppgavene. Faglæreren til klassen var derfor ikke med, og spørsmål underveis måtte rettes til meg. Slik kunne jeg få oversikt over hvilke utfordringer som dukket opp i arbeid med oppgavene. Med tanke på at læreren til klassen ikke var med, kunne klasseledelse blitt en utfordring. Dette ble diskutert med læreren i forkant, som mente at klassen med stor sannsynlighet ville lytte til beskjeder og følge instrukser. Læreren var også positiv til utendørsundervisning og hadde snakket varmt om dette til elevene. Jeg opplevde at elevene var positive til opplegget og gjorde det de fikk beskjed om i datainnsamlingen.

Underveis mens elevene jobbet med oppgavene gikk jeg rundt blant gruppene for å observere og for å støtte dem i arbeidet dersom det ble behov. Jeg hadde opprinnelig håpet at gruppene kunne jobbe med stor grad av selvstendighet, slik at jeg kunne observere og påvirke elevenes arbeid i minst mulig grad. Som Sandoval og Bell (2004) peker kan det være nødvendig å gjøre tilpasninger underveis, og dette ble nødvendig også i denne studien. En stund ut i gjennomføringen observerte jeg stadig flere elever som satte seg ned, tok frem mobilen eller lukket øynene og så ut til å nyte det fine været. Jeg tok derfor en lærerrolle i større grad enn det som var planlagt, og prøvde å støtte og veilede elevene til å jobbe videre med oppgavene. Dette gjorde jeg ved å svare på spørsmål eller hjelpe dem videre dersom noen sto fast. Jeg hadde derfor en deltakende rolle i observasjonen (Fangen, 2011; Kleven, 2011). Det er ikke nødvendigvis en ulempe, men en erfaring fra gjennomføringen. Elevene trengte rett og slett litt støtte i arbeidet med oppgaveheftet.

Som deltakende observatør noterte jeg observasjoner underveis i gjennomføringen. Cobb et al. (2003, s. 12) poengterer viktigheten av at forskeren tar notater underveis i prosessen i designbasert forskning. Thagaard (2018, s. 84) skriver at beskrivelser av relevante situasjoner fra felt er viktig både som grunnlag for analyse av datamaterialet, og for beskrivelse av situasjoner i presentasjon av resultater og funn. Videre argumenterer Rapley (2016) for at det å skrive notater gjennom hele forskningsprosessen kan hjelpe forskere i prosessen med å analysere datamateriale, fordi det hjelper til med å utvikle evnen til analytisk tenking. At jeg så elevenes utfordringer i arbeidet med oppgavene og hadde faglige samtaler med dem underveis i datainnsamlingen påvirker hvordan jeg ser på det skriftlige datamaterialet. Notater av observasjoner og tanker jeg gjorde som deltakende observatør er derfor å betrakte som sekundærdata i analysen av datamaterialet.

3.4.4 Datainnsamling ved utprøving med lektorstudenter

Datainnsamling med de seks lektorstudentene skjedde ved at studentene gjennomførte vandringen i par, fordelt over tre dager. Alle lektorstudentene brukte den andre utgaven av oppgaveheftet. Datainnsamlingen ble lagt opp slik at de fikk utdelt oppgaveheftet og gjennomførte uten intervensjon fra meg. Underveis mens studentene jobbet med oppgavene skrev jeg notater. Jeg noterte hvordan studentene jobbet med oppgavene, i tillegg til utfordringer og spørsmål som dukket opp underveis. Det ble også tatt notater av refleksjoner og kommentarer studentene delte muntlig med hverandre underveis i gjennomføringen.

Etter å ha gjennomført alle oppgavene i oppgaveheftet fylte studentene ut et tilbakemeldingsskjema, hvor de fikk mulighet til å gi tilbakemeldinger på hver enkelt deloppgave i oppgaveheftet. Studentene ga tilbakemeldinger på de aspektene de selv ønsket, med utgangspunkt i tilbakemeldingsskjemaet. Fra datainnsamlingen med studentene er det studentenes tilbakemeldinger og notater av observasjoner som er datamaterialet. Studentene besvarte også oppgavene skriftlig i oppgaveheftet, men besvarelsene er ikke en del av datamaterialet for denne studien.

3.5 Metode for dataanalyse

I denne studien er det gjort kvalitativ analyse av det innsamlede datamaterialet. Boeije (2010) beskriver at slik kvalitativ dataanalyse gjerne består av en rekke av aktiviteter, hvor datamaterialet plukkes fra hverandre og settes sammen igjen. Hver av analyseaktivitetene har aspekter av både tenking og gjøring. Fangen (2004, s. 232) beskriver analysen som «en runddans mellom teori, metode og data». Dataanalysen som er gjort i denne studien er et resultat av en rekke analyseaktiviteter, og datamaterialet er delt inn i hoveddata og supplerende data ut fra hvordan de er brukt i analysen. Hoveddataene i denne studien er elevenes skriftlige besvarelser til oppgavene og studentenes skriftlige tilbakemeldinger. Observasjoner og tanker fra datainnsamlingene har også spilt inn i analysen av det skriftlige datamaterialet, og notater fra datainnsamling er derfor supplerende data i studien.

Beskrivelser av observasjoner vil brukes og presenteres der disse har hatt en innvirkning på analysen av det skriftlige datamaterialet. En oversikt over datamaterialet for denne studien er gitt i Tabell 2, hvor datamateriale fra utvikling er markert i blå og datamateriale fra gjennomføring er markert med rød.

Tabell 2: Oversikt over datamaterialet i denne studien

Rekkefølge	Hoveddata	Supplerende data	Annet
Pilotering			Erfaringer og observasjoner ble brukt i utviklingen av første versjon av oppgaveheftet
1 Første oppgaveutvikling	Oppgaver i oppgavehefte (første versjon)		
2 Gjennomføring med elever	Elevers besvarelser til oppgavehefte (første versjon)	Notater av tanker og observasjoner	
3 Videreutvikling av oppgaver	Oppgaver i oppgavehefte (andre versjon)		
4 Gjennomføring med studenter	Studenters tilbakemeldinger til oppgavehefte (andre versjon)	Notater av tanker og observasjoner	
5 Videreutvikling av oppgaver	Oppgaver i det endelige oppgaveheftet		

Analysen av hver oppgave vil struktureres slik:

1. Fagdidaktisk analyse av oppgaven med utgangspunkt i grunnforestillinger og representasjoner om proporsjonalitet. Oppgavene vil også forankres i læreplanen for matematikk 1P (Kunnskapsdepartementet, 2019).
2. Elevers respons til oppgaven og videreutvikling med utgangspunkt i dette.
3. Studenters tilbakemelding på oppgaven og videreutvikling med utgangspunkt i disse.

3.5.1 Analyse av oppgavene i oppgaveheftet

I tillegg til å prøve ut og videreutvikle undervisningsdesign, er en viktig del av designbasert utdanningsforskning å rapportere og beskrive ikke bare *hva* som fungerer, men også *hvorfor* det fungerer (Cobb et al., 2003). For å kunne gjøre dette vil jeg i fremstillingen av resultater gjøre en fagdidaktisk analyse av oppgavene i oppgaveheftet. Dette vil bidra til en bedre forståelse av hva som forventes av elevene i hver oppgave og i oppgaveheftet generelt. Hver av de tre oppgavene i oppgaveheftet vil forankres i læreplanen for matematikk 1P etter fagfornyelsen (Kunnskapsdepartementet, 2019). Den fagdidaktiske analysen av oppgavene vil gjøres med utgangspunkt i grunnforestillinger, løsningsstrategier og representasjonsmåter for proporsjonalitet (Hafner, 2012; Kirsch, 1969; Lamon, 2020).

3.5.2 Analyse av elevers respons på oppgavene

Elevers besvarelser til første utgave av oppgaveheftet var hoveddata i første fase med analyse og videreutvikling. Det ble gjort en kvalitativ innholdsanalyse av elevenes besvarelser til oppgavene i første utkast av oppgaveheftet (Fauskanger & Mosvold, 2014; Hsieh & Shannon, 2005). Jeg vil understreke at det var *innholdet i besvarelsene*, ikke elevprestasjonene, som var fokuset i innholdsanalysen. Elevenes besvarelser ble altså ikke «rettet», gitt poeng eller tilbakemeldinger, og var kun objekt for analyse i denne studien. Målet med å analysere elevers besvarelser var å se elevenes skriftlige respons til oppgavene i oppgaveheftet. Dette innebar å se om elevene *forsto hva de skulle gjøre* i oppgavene (utforming og ordlyd), om de *klarer å løse* oppgavene (nivå), *hvordan de skrev svarene* sine i heftet (skriftlig produkt), og eventuelt hvilke *feil* elevene gjorde. Det var spesielt interessant å se etter hvilke grunnforestillinger og løsningsstrategier som kom frem gjennom elevenes svar på oppgavene. I analysen ble det både sett etter tilfeller som bekreftet og avviket fra det som var forventede svar på oppgavene, basert på det fagdidaktiske potensialet i oppgaven. Alle funn fra tekstanalyse må være velbegrunnede og kunne støttes med bevis fra teksten (Bratberg, 2017). Illustrerende eksempler på elevbesvarelser vil derfor brukes i fremstillingen av resultater.

Etter gjennomføring av datainnsamling med elevene leste jeg først gjennom besvarelsene fra hver enkelt elev. Dette var for å få et første innblikk og oversikt over datamaterialet. Blant annet Larsen (2017, s. 114) understreker at det kan være lurt å gjøre dette før materialet skal analyseres videre, for å få et helhetsinntrykk. Deretter gikk jeg gjennom alle elevbesvarelsene til oppgave 1, så oppgave 2, også oppgave 3, for å se etter mønstre og eksempler på besvarelser som bekreftet og avviket fra det som var forventede svar, basert på det fagdidaktiske potensialet i hver oppgave. Med bakgrunn i dette ble oppgavene videreutviklet

med mål om å legge til rette for å kunne utforske, undersøke og bruke ulike forståelsesaspekter ved proporsjonalitet.
I tillegg til om elevene forsto hva de skulle gjøre oppgavene, klarte å løse oppgavene, hvordan de skrev svarene sine og eventuelle feil, var det også av interesse for videreutviklingen å se *hvordan elevene jobbet sammen* med oppgavene. Notater og tanker fra deltakende observasjon har derfor også spilt inn i analysen av elevenes respons til oppgavene. Dette ble brukt for å supplere de skriftlige dataene. I fremstillingen av resultater vil det bli gitt eksempler på tanker og observasjoner fra datainnsamlingen, der dette er relevant.

3.5.3 Analyse av lektorstudenters tilbakemeldinger

Studentenes tilbakemeldinger til oppgavene i oppgaveheftet ble kodet og kategorisert *induktivt* gjennom en kvalitativ innholdsanalyse (Fauskanger & Mosvold, 2014; Hsieh & Shannon, 2005). Det vil si at tilbakemeldingene ble systematisert med koder og kategorier som *ikke* var bestemt på forhånd, men utviklet fra tilbakemeldingene studentene ga. Jeg gikk åpent inn i tilbakemeldingene fra studentene etter å ha gjennomført datainnsamling med alle de tre gruppene, men hadde noen spørsmål jeg så etter svar på gjennom studentenes tilbakemeldinger. Temaer jeg så etter i analysen var:

- Samsvarer studentenes tilbakemeldinger med *intensjonen* for oppgavene?
- Hvilket *matematisk innhold* peker studentene på i oppgavene?
- Hvilke *matematiske prosesser* peker studentene på i oppgavene?
- Hvilke *forslag til forbedringer* peker studentene på?

Formålet med analysen var å få frem studentenes samlede oppfatning av og kommentarer på oppgavene. Det var altså ikke et mål å undersøke hver enkelt students gjennomgående inntrykk. Derfor ble det brukt en *temaanalytisk tilnærming* til datamaterialet (Thagaard, 2018), hvor hvert enkelt tema blir sett på med utgangspunkt i alle informantenes tilbakemeldinger samlet. Hensikten var å kunne sammenlikne og se tilbakemeldingene på oppgavene på tvers av informantene, slik at ikke hver enkelt student, men studentenes *samlede* tilbakemeldinger kom i fokus i analysen.

Etter gjennomføring av datainnsamling med lektorstudentene leste jeg først gjennom alle tilbakemeldingene fra hver enkelt student hver for seg. Dette ga meg et første innblikk i og en oversikt over denne delen av datamaterialet (Larsen, 2017, s. 114). Samtidig vil jeg minne om

Rapley (2016) sin beskrivelse av kvalitativ analyse som en sammensatt og ikke-lineær prosess, hvor forskeren må utvikle en «qualitative analytic attitude» i arbeidet med datamaterialet. Analysen foregår gjennom hele prosessen av datainnsamling og fremstilling i kvalitativ forskning. Prosessen med å lese gjennom alle tilbakemeldingene fra hver enkelt student er et eksempel på dette, hvor jeg som forsker allerede på dette punktet fikk et inntrykk av studentenes oppfatninger av oppgaveheftet. Ved gjennomlesningen så jeg etter tematiske mønstre hos de ulike studentene for å få et første inntrykk av relevante koder og kategorier for tilbakemeldingene. For eksempel så jeg ved den første gjennomlesingen at «målinger», «målefeil/måleusikkerheter» og «gøy/interessant» kunne bli nyttige koder basert på datamaterialet, da dette gikk igjen hos flere av studentene.

Etter å ha lest gjennom og fått et helhetsinntrykk skrev jeg deretter inn studentenes tilbakemeldinger digitalt i fire matriser slik eksempelvis Grønmo (2004, s. 275) og Larsen (2017) beskriver. Tilbakemeldingene fra de seks studentene ble samlet i *én matrise per oppgave*. Figur 12 viser et utklipp fra matrisen for oppgave 2. I tillegg til en matrise per oppgave ble det også laget en matrise for tilbakemeldingene på *undervisningsopplegget som en helhet*. Formålet med å bruke matriser som arbeidsverktøy var i første omgang å sortere og få enda bedre oversikt over datamaterialet samlet inn fra studentene. Grunnen til at alle studentenes tilbakemeldinger ble samlet i fire matriser var at dette kunne bidra til å se likheter, forskjeller og mønstre mellom studentenes tilbakemeldinger (Larsen, 2017, s. 113). I Figur 12 er referanser til *enheter* markert for å vise et eksempel på hvordan matrisen gir oversikt over datamaterialet for hver oppgave, på tvers av studenter.

	Matematisk kompetanse som trengs for å gjennomføre oppgaven	**Misoppfatninger elever kan ha knyttet til oppgaven**	**Forslag til forbedringer eller andre kommentarer**
Oppgave 2a	De må vite hvordan de regner med forhold, og holde styr på enheter	Fint at det gis en "konklusjon" for proporsjonale størrelser. Tror det minker forvirring og mulige feil/misoppfatninger	-
	Kunne hente matematisk informasjon fra tekst og anvende dette for å løse oppgaven. Bruke enheter.	-	-
	Proporsjonalitet. Forhold. Tabeller. Resonnementskompetanse.	Trøbbel med enheter?	-
	Se mønsteret.	Elever kan bli forvirret av enhetene (at tabellen skal inneholde lengder både i cm og m)	-
	Finne mønstre.	Mulige problemer med enheter.	-
	Omregning av enheter. Finne forholdstall og bruke dette til å regne nye verdier.	Veldig lurt å gi elevene mulighet til å skrive regelen med ord. Mange elever mangler kanskje godt nok matematisk språk til å lage en algebraisk regel	Kanskje litt urealistiske tall, men ikke krise.

Figur 12: Eksempel på matrise som ble brukt for å få oversikt over studenters tilbakemeldinger, her oppgave 2a).

Etter at datamaterialet var sortert i matriser ble matrisene brukt til å kode alle tilbakemeldingene. Både gjennomlesingen, sortering og koding av datamaterialet inngikk som deler av analysen (Grønmo, 2004, s. 267). Etter at tilbakemeldingene var kodet, ble relaterte koder samlet i kategorier, som også ble utviklet induktivt med utgangspunkt i kodene. Dette er en vanlig fremgangsmåte i konvensjonell innholdsanalyse (Hsieh & Shannon, 2005). Kategoriene ga en oversikt over hvilke temaer studentene fokuserte på når det gjaldt *matematisk innhold*, *matematiske prosesser* og *forslag til forbedringer*. Hvorvidt studentenes tilbakemeldinger samsvarer med *intensjonen for oppgaven* kom så frem av helheten av dette. Studentenes innspill brukte jeg som utgangspunkt for videre refleksjon og utvikling av oppgaveheftet og opplegget rundt utendørsundervisningen.

3.5.4 Observasjoner for å støtte tekstanalysen

Å analysere tekst kan gi et falskt inntrykk av å ha full oversikt over det som blir studert (Bratberg, 2017). Tekstanalyse bør derfor gjøres mot et bredere bakteppe for å få et fullverdig bilde av det som analyseres.

I denne studien kan observasjoner som ble gjort underveis i datainnsamlingen bidra til å sette det skriftlige datamaterialet i kontekst, og utfylle elevenes skriftlige besvarelser og studentenes tilbakemeldinger. Til tross for at elevene ble oppfordret til å skrive detaljerte svar i oppgaveheftene, var ikke alle elevbesvarelsene så utdypende at de fullt ut kan få frem elevenes prosesser underveis i oppgaveløsningen. Et eksempel på dette fra datainnsamling med elever er en faglig diskusjon innad i en gruppe som resulterte i et kort svar med to streker under i den skriftlige besvarelsen. Et eksempel fra datainnsamlingen med studenter er at studentene gikk rundt i Botanisk Hage og så etter frøkapsler istedenfor å gjøre oppgave 2, fordi de synes det var interessant å se om antakelsen i oppgaven også ville fungere på en ekte frøkapsel. Det ble derfor skrevet observasjonsnotater underveis i datainnsamlingene i denne studien. Disse ble brukt i analyseprosessen for å gi meg som forsker et bredere bilde av det skriftlige datamaterialet.

Der observasjoner eller intervensjoner gjort i datainnsamlingen tydelig har preget analysen av skriftlig datamateriale vil jeg beskrive dette under fremstillingen av resultater i kapittel 4.

3.6 Troverdighet i studien

Det er gjort flere grep for å sikre troverdighet i denne studien. I dette delkapittelet vil jeg drøfte hvilke grep som er gjort for å bidra til studiens validitet og reliabilitet. Deretter vil jeg ta et kritisk blikk på min egen forskerrolle.

3.6.1 Validitet og reliabilitet

Validitet i kvalitative studier handler om i hvor stor grad studien er troverdig og pålitelig (Johnson, 2013). Første steg for en troverdig studie er å velge en forskningsmetode som kan besvare studiens problemstilling (Silverman, 2011). Designbasert forskningsmetode er egnet for å kunne svare på problemstillingen i denne studien. Videre ligger det i kvalitative studiers natur at de er svært kontekstavhengige (Patton, 1999). Derfor er beskrivelser av utvalg og utvalgsstrategier viktig, og alle funn må avgrenses til å gjelde utvalget og konteksten som har blitt forsket på (s. 1197-1198). For å øke validiteten til denne oppgaven er det derfor forsøkt å gi fyldige beskrivelser (Creswell & Miller, 2000) av utvalgskriteriene og utvalget, samt konteksten for datainnsamlingen som ble gjennomført, i fremstillingen av resultater og analyse. Fyldige beskrivelser bidrar også til å gjøre forskningsprosessen mer «gjennomsiktig», noe som også kan styrke reliabiliteten til studien (Creswell & Miller, 2000).

Patton (1999) peker på at øvelse, erfaring og forberedelser kan gjøre uerfarne forskere bedre. Som beskrevet tidligere ble det gjennomført en pilotering av studien. Dette kan ha bidratt til å gi resultatene fra datainnsamlingen økt kvalitet, da jeg hadde fått noe trening i deltakende observasjon fra en tilsvarende situasjon tidligere. Samarbeid med veileder har også bidratt til å styrke denne studiens validitet. I analysen av data har jeg samarbeidet med veileder for å få en annens blikk og et annet perspektiv på datamaterialet. Creswell og Miller (2000) omtaler dette som «peer debriefing» og trekker det frem som en strategi for å øke kvaliteten og troverdigheten i kvalitative studier sett fra et eksternt perspektiv.

Relabilitet i kvalitative studier handler om i hvor stor grad forskningen kan repliseres (Johnson, 2013). I denne studien har det vært viktig å anerkjenne at min forforståelse og erfaringer fra datainnsamling har spilt en rolle i analyse av datamaterialet (Befring, 2015). Det er sannsynlig at en annen forsker ikke ville tolket dataene på eksakt samme måte som meg, da min tilstedeværelse i datainnsamlingen har påvirket datainnsamlingen og analysen av datamaterialet (Patton, 1999). For å styrke troverdigheten i denne studien har det derfor vært viktig å beskrive hvordan jeg har gått frem ved datainnsamling og analyse. Det har vært ønskelig å gi leseren *fyldige beskrivelser* (Creswell & Miller, 2000) for å gi leseren innblikk i analyseprosessen i studien.

Som ved all observasjon, er det i denne studien en mulighet for at min tilstedeværelse som forsker kan ha påvirket informantene i gjennomføringen (Kleven, 2011, s. 42). En mulig utfordring som kunne dukke opp i datainnsamlingen var for eksempel at studentene ville gi de tilbakemeldingene de tror at jeg ønsker. Dette kalles ofte kontrolleffekt (Larsen, 2017, s. 124) og er et kjent problem ved studier, spesielt ved bruk av intervjuer (Dalen, 2011). For å øke sannsynligheten for at studentene i denne studien ville gi ærlige svar skulle tilbakemeldingene derfor gis skriftlig i et skjema, i stedet for at dette ble gjort i et intervju. I tillegg sa jeg i starten av datainnsamlingen at jeg ville være minst mulig involvert underveis, og at dersom studentene ønsket å drøfte opplegget med meg kunne vi gjøre det etter datainnsamlingen og etter at tilbakemeldingene var gitt skriftlig. Dette ble gjort for å minke kontrolleffekten i dataene som ble samlet inn fra studentene. I forkant av utfyllingen av skjemaet ble det poengtert muntlig til alle informantene at alle tilbakemeldinger er like velkomne, og at både ris, ros og forslag til forbedringer er av stor interesse i studien. Informantene ble gjort oppmerksomme på at oppgavene og undervisningsopplegget var under utvikling og at alle innspill ville kunne være med på å øke kvaliteten på undervisningsopplegget. Reliabilitet kan også styrkes ved at flere forskere deltar i studien (Thagaard, 2018, s. 188). Gjennom hele prosessen har jeg hatt dialog med min veileder om datainnsamling, analyse og fremstilling. Dette har bidratt til å gi et bredere perspektiv på dataene som har blitt samlet inn.

3.6.2 Et kritisk blikk på min forskerrolle

Patton (1999) beskriver at hva som anses som kvalitet og validitet i kvalitativ forskning er avhengig av øyet som ser. Faktorer som spiller inn er blant annet filosofiske hensyn, forskningsparadigmer og typen forskning. Som tidligere beskrevet er denne studien plassert innenfor hermeneutisk vitenskapstradisjon. Innenfor denne vitenskapstradisjonen er det sentralt å anerkjenne at min tilstedeværelse i datainnsamlingen og mine forkunnskaper kan ha hatt en påvirkning på dataene som ble samlet inn og på analysen av disse (Befring, 2015, s. 21; Hjardemaal, 2011, s. 192-193). Analysen i kvalitativ forskning pågår under hele forskningsprosessen, og som forsker skaper jeg mening av funnene underveis (Larsen, 2017). Videre skriver Fangen (2011) om at det er umulig som forsker å gå inn i en deltakende observasjon uten å ta med seg en forforståelse. Derfor er det viktig å ikke *fornekte* at man har en forforståelse, men å heller være *bevisst* på hva denne er. Slik kan man forsøke å unngå at forforståelsen påvirker observasjoner og dataanalyse uten at man har oversikt over *hvordan* den virker inn (s. 43-44). Jeg gikk derfor inn i rundene med utprøving og analyse bevisst på dette, og var åpen for at uforutsette resultater kunne dukke opp. Det var av stor interesse for studien å undersøke både det som så ut til å fungere etter intensjonen, og det som *ikke* så ut til å fungere etter intensjonen. Begge deler var sentralt for videreutvikling av undervisningsopplegget.

Min forskerrolle ble i stor grad formet gjennom denne studien. Gjennom prosjekter på lektorstudiet har jeg erfart at rollene som lærer, student, forsker og venn kan gli inn i hverandre dersom det ikke blir gjort bevisste og aktive grep i forkant av og gjennom datainnsamling. Jeg var derfor bevisst på dette i forkant av datainnsamlingen og la i samarbeid med veileder en plan for hvordan min rolle som forsker skulle være i datainnsamlingen med elever og studenter.

3.7 Forskningsetiske aspekter

Alle som deltar i forskning skal forstå hva deres deltakelse innebærer, det skal være frivillig å delta og alle informantene skal ha en reell mulighet til å reservere seg mot å delta (Befring, 2015). For denne studien har det vært viktig å sørge for at deltakelse ikke skal være del av elevers obligatoriske undervisning i matematikk 1P, kun et frivillig alternativ. I samarbeid med faglæreren for 1P-klassen ble det lagt en plan for at elevene kunne velge å ikke delta, uten at det skulle medføre ulemper for dem, sosialt eller faglig. For å ivareta elevene ble det derfor bestemt at elevene selv kunne avgjøre om de ville delta på undervisningen utendørs eller om de ville jobbe med temaet med faglærer inne i klasserommet.

I tillegg ble det understreket at elevene også kunne delta i undervisningen utendørs uten å levere oppgaveheftet til meg på slutten av timen. Dette var for å sørge for at det ikke ville medføre en sosial ulempe å ikke delta i studien. Tap av læringsutbytte kunne vært en faglig ulempe dersom oppgavene i oppgaveheftet ikke bidro tilstrekkelig til kompetanseutvikling for elevene. Faglæreren til elevene fikk derfor se og godkjenne oppgavene i oppgaveheftet før datainnsamlingen. Læreren fikk også mulighet til å komme med forslag til endringer i oppgavene, men godkjente uten noen innvendinger.

Et annet etisk aspekt som har blitt tungt vektlagt, og som har lagt føringer for datainnsamlingen, er at det ikke skal være forbundet med fare å delta i forskning (Befring, 2015). Grunnet den pågående pandemien har smittevern vært en svært viktig prioritet. Smittesituasjonen og reglene for smittevern i skolen endret seg raskt i perioden for datainnsamling og det var viktig å ikke utsette elever for mulig smittefare gjennom deltakelse i studien. Derfor ble andre runde av datainnsamlingen endret og ikke utført med elever, for å unngå eventuell smittefare. Studentene som deltok isteden jobbet med oppgaveheftet i par, og det var mulig å holde nødvendig avstand under hele gjennomføringen.

3.7.1 Anonym gjennomføring av studien

Studien ble opprinnelig meldt til Norsk senter for forskningsdata (NSD) fordi det skulle samles inn navn på informantene. I dialog med NSD ble det imidlertid gjort tiltak for å sikre en anonym gjennomføring av datainnsamlingen. Tiltaket som ble gjort var at feltet for navn i oppgaveheftet ble fjernet. Elevene og studentene ble også bedt om å ikke skrive navn eller andre personopplysninger i heftet. Vurderingen til NSD var etter dette at det ikke skulle behandles direkte eller indirekte personopplysninger og at studien derfor ikke trenger en vurdering fra NSD[4].

For å gjennomføre datainnsamlingen anonymt måtte jeg påse at dataene «ikke på noe vis, eller på noe tidspunkt i prosjektet, kan spores tilbake til enkeltpersoner» (NSD - Norsk senter for forskningsdata, u.å.). Observasjonsnotater ble kun registrert skriftlig, og det ble ikke gjort noen opptak av lyd eller bilde. Datamaterialet som ble samlet inn fra informantene ble kun samlet i papirform, og uten navn og indirekte identifiserende opplysninger. Dette innebærer også at det ikke ble samlet inn skriftlig samtykke fra elevene eller studentene som deltok. Informasjon om studien ble gitt muntlig. Informantene ble informert om at deltakelse i studien var frivillig og at de ved å levere sitt oppgavehefte til meg samtykket til at deres besvarelser ville bli brukt kun til denne studien. Dette ble gjentatt ved levering av oppgaveheftene, og det ble understreket at elevene kunne velge å beholde oppgaveheftet sitt selv, og dermed velge å ikke delta i studien.

[4] Se NSD sin vurdering av studien i Vedlegg 1

4 Resultater og analyse

I denne delen skal resultater fra datainnsamlingen og analysen av disse presenteres. For å strukturere fremstillingen blir resultatene presentert for hver oppgave fra siste utgave av oppgaveheftet. For hver oppgave vil rammen og bakgrunnen for oppgaven presenteres kort, og oppgaven vil forankres i kompetansemål fra læreplanen i matematikk 1P for LK20. Deretter vil det for hver oppgave gis en analyse av det *fagdidaktiske potensialet* i oppgaven, med utgangspunkt i grunnforestillinger og representasjoner av proporsjonalitet. Deretter vil det presenteres *resultater fra gjennomføringen med elever* og hvilke endringer som ble gjort i oppgaveheftet med bakgrunn i dette. Til slutt vil det for hver oppgave presenteres hvilke tilbakemeldinger *lektorstudentene* hadde til oppgaven, og hvilke endringer som ble gjort i oppgaveheftet med bakgrunn i disse.

4.1 Analyse av oppgave 1 – Sirkler

Sirkler er rammen for oppgave 1 i oppgaveheftet. Det var ønskelig å utvikle en oppgave som kan brukes på ulike steder og av ulike lærere. Valget falt derfor på sirkler, fordi det ofte er mulig å finne sirkler i naturen, byen eller i nærmiljøet rundt en skole. Dette bidrar til å møter Buchholtz (2017) sitt kriterium om at oppgavene til matematiske vandringer skal være tilgjengelig for elever innenfor 10 minutts gange. Merk at sirkelberegning er ikke et tema i læreplanen for matematikk 1P, men diameter og omkrets av sirkler brukes i oppgaveheftet for å kunne utforske proporsjonalitet.

Bilde 1: Illustrasjonsbilde sirkler.
Holger Motzkau, CC BY-SA 3.0

4.1.1 Fagdidaktisk potensiale

Oppgave 1 kan forankres i læreplanen for matematikk 1P gjennom kompetansemålet «*utforske, beskrive og bruke begrepene proporsjonalitet og omvendt proporsjonalitet*» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Elevene skal i oppgaven ***utforske*** diameter og omkrets som proporsjonale størrelser ved å regne ut forholdet mellom disse i tre ulike sirkler de kan finne i området de befinner seg. Deretter skal elevene sammenlikne de tre forholdstallene de regner ut og bruke disse til å diskutere om omkrets og diameter i en sirkel er proporsjonale størrelser. Her legges det også opp til at elevene kan ***bruke*** begrepet proporsjonalitet.

Sett fra et teoretisk matematisk synspunkt er omkrets og diameter i en sirkel proporsjonale størrelser, og forholdstallet mellom disse er pi, π. I praktisk matematikk hvor måleusikkerheter kan spille inn (Solem et al., 2017) er det derimot ikke gitt at forholdet mellom de to størrelsene blir π. Denne praktiske utfordringen danner «spenningsmomentet» eller «overraskelsen» i oppgaven, hvor *praktisk matematikk* møter en *teoretisk forståelse* av proporsjonalitet. Det beregnede forholdstallet kan bli noe i nærheten av 3,14 ved relativt små unøyaktigheter i målingene, eller et annet tall dersom det er gjort en større feil med én av målingene. Gjøres det feil i begge målingene, for eksempel ved avlesning av lengde i *tommer* istedenfor *centimeter (cm)*, kan det beregnede forholdstallet likevel bli noe i nærheten av 3,14. Dette er fordi forholdet er uten enhet og vil bli det samme ved bruk av tommer som ved *cm*.

Oppgave 1 kan også brukes til å jobbe med kompetansemålet «*identifisere variable størrelser i ulike situasjoner og bruke de til utforskning og generalisering*» fra læreplanen i matematikk 1P. Elevene skal i oppgaven ***identifisere*** diameteren og omkretsen i sirklene de undersøker, og bruke disse til å **utforske** forholdstallet mellom dem. Avhengig av målenøyaktigheten, og dermed resultatet elevene får, vil det være mulig å bruke resultatet til å **si noe generelt** om sammenhengen mellom diameteren og omkretsen i en hvilken som helst sirkel.

Oppgaven legger til grunn en *kvotientlikhetsforståelse* av proporsjonalitet: Å dele tilordningene på sin utgangsstørrelse gir alltid samme verdi, proporsjonalitetsfaktoren (Hafner, 2012). Elevene må ha denne eller en tilsvarende forståelse av proporsjonalitet for å kunne trekke riktig konklusjon i oppgaven. En tilsvarende forståelse er *forholdsforståelse*; forholdet mellom to tilordnede størrelser er det samme som forholdet mellom deres utgangsstørrelser (Hafner, 2012). Dersom en elev mangler begge disse forståelsene av proporsjonalitet, kan det være vanskelig å trekke riktig konklusjon i oppgaven.

4.1.2 Resultat av gjennomføring med elever

Gruppene kom raskt i gang med oppgaven. I gjennomføringen med elever var dette en oppgave alle gruppene kom relativt raskt i gang med. De ulike gruppene så ulike sirkler og spredte seg utover på området vi befant oss på. Her fant elevene eksempelvis trestubber, kumlokk og runde stolper å gjøre målinger av. Elevene snakket sammen om oppgaven og brukte fagbegreper som *omkrets*, *diameter*, *radius* og *forhold* til å diskutere innholdet i oppgaven og hvordan de ville gå frem for å løse den.

Når det gjelder besvarelser til oppgave 1 kan disse beskrives i fire caser, basert på måleusikkerheter, tallforståelse og forståelse av proporsjonalitet.

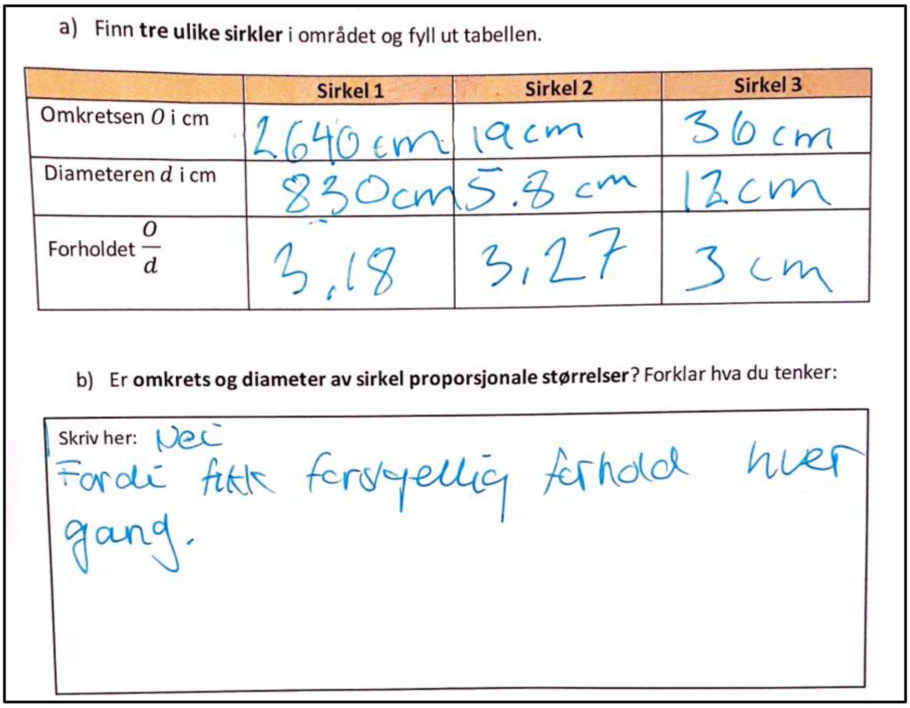
A. Elevene beregner tre forholdstall som er i nærheten av π, oppdager dette og konkluderer med at diameter og omkrets er proporsjonale størrelser.
B. Elevene beregner tre forholdstall som er i nærheten av π, men oppdager ikke dette og konkluderer med at diameter og omkrets <u>ikke</u> er proporsjonale størrelser.
C. Elevene beregner ulike forholdstall grunnet unøyaktigheter eller feil, og konkluderer med at diameter og omkrets <u>ikke</u> er proporsjonale størrelser.
D. Elevene beregnet sirkelens diameter fra omkretsen ved å dele på 3,14 – og får derfor 3,14 som forholdstall.

Case A) – Elevene beregner tre forholdstall som er i nærheten av π, oppdager dette og konkluderer med at diameter og omkrets er proporsjonale størrelser.

Denne casen passet ikke for noen av elevbesvarelsene. Casen er likevel tatt med her, da dette var intensjonen og målet med oppgaven. Selv om noen av gruppene beregnet tre forholdstall som var i nærheten av π, var det ingen elever som konkluderte i oppgaveheftet med at omkrets og diameter av en sirkel er proporsjonale størrelser. I stedet oppsto tre ulike situasjoner, som beskrevet under.

Case B) - Elevene beregner tre forholdstall som er i nærheten av π, men oppdager ikke dette og konkluderer med at diameter og omkrets <u>ikke</u> er proporsjonale størrelser.

En av elevgruppene i utvalget beregnet tre forholdstall som var i nærheten av π, der én av verdiene var lavere enn π og to verdier var høyere. Gruppen konkluderte likevel i oppgave b) med at diameter og omkrets ikke er proporsjonale størrelser. Se eksempel på dette i Figur 13:



a) Finn **tre ulike sirkler** i området og fyll ut tabellen.

	Sirkel 1	Sirkel 2	Sirkel 3
Omkretsen O i cm	2640 cm	19 cm	36 cm
Diameteren d i cm	830 cm	5.8 cm	12 cm
Forholdet $\frac{O}{d}$	3,18	3,27	3 cm

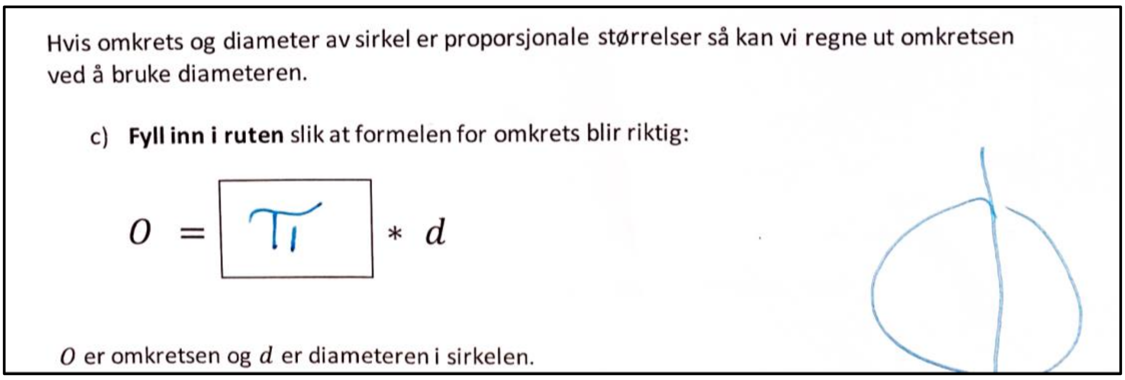
b) Er **omkrets og diameter av sirkel proporsjonale størrelser**? Forklar hva du tenker:

Skriv her: Nei
Fordi fikk forskjellig forhold hver gang.

Figur 13: Elevbesvarelse til oppgave 1 a) og b)

Besvarelsen viser likevel tegn til en kvotientlikhetsforståelse eller forholdsforståelse av proporsjonalitet (Hafner, 2012), da det oppgis som begrunnelse at størrelsene ikke er proporsjonale *fordi* forholdene ble ulike. Uten å kunne si noe sikkert, kan det se ut til at måleusikkerheter eller manglende tallforståelse var kilde til feilen, da eleven viser tegn til forståelse av proporsjonalitet.

Et resultat jeg vil trekke frem her er at til tross for at elevene konkluderte med at de to størrelsene *ikke* er proporsjonale, kunne elevene fylle inn den proporsjonale sammenhengen mellom omkrets og diameter i oppgave c), som var en deloppgave i første utkast, men som ble fjernet i videreutviklingen av heftet. Se Figur 14.



Hvis omkrets og diameter av sirkel er proporsjonale størrelser så kan vi regne ut omkretsen ved å bruke diameteren.

c) **Fyll inn i ruten** slik at formelen for omkrets blir riktig:

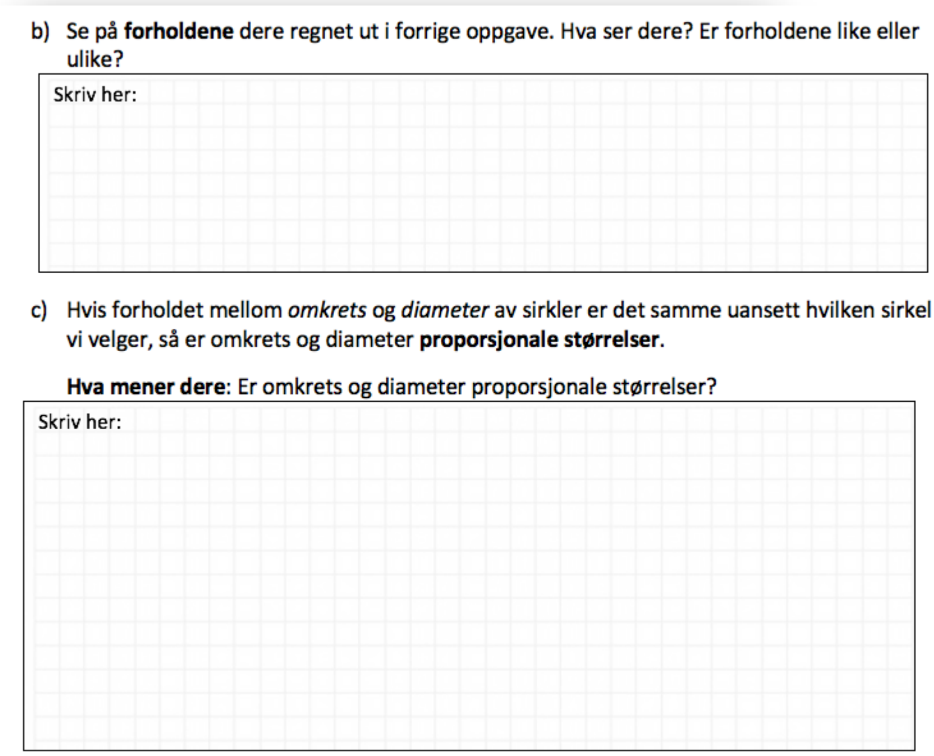
$$O = \boxed{\pi} * d$$

O er omkretsen og d er diameteren i sirkelen.

Figur 14: Elevbesvarelse til oppgave 1 c) fra første utgave av heftet

Svaret på oppgave a) og b) kan indikere at eleven hadde en kvotientlikhetsforståelse eller forholdsforståelse av proporsjonalitet. Eleven konkluderte likevel med at omkrets og diameter ikke er proporsjonale størrelser. Til tross for dette klarte altså eleven å fylle inn i oppgave c), som bygget på en proporsjonalitetsfaktor-forståelse av proporsjonalitet (Hafner, 2012). Det er uklart om elevene klarte dette fordi de selv hadde en proporsjonalitetsfaktor-forståelse, eller om de har pugget eller husket formelen for omkrets og derfor kunne fylle inn π.

Fordi oppgave c) åpnet opp for å potensielt fylle inn en formel «fra hodet» uten å måtte knytte dette til proporsjonalitet, ble denne fjernet fra heftet. Den bidro ikke til intensjonen for oppgaveheftet, som er å ***utforske*** diameter og omkrets som proporsjonale størrelser og bruke disse til å diskutere proporsjonale sammenhenger. Oppgave a) og b) så heller ikke ut til å gi elevene en utvidet forståelse av proporsjonalitet slik de var i først utgave, og mellom dem ble det derfor lagt inn en ny oppgave. Målet med å legge til oppgaven var å bidra til refleksjon hos elevene rundt resultatene de fikk, for å hjelpe elevene med å se over svarene sine før de skal trekke en konklusjon om proporsjonalitet. Det var ønskelig at oppgaven ikke skulle fremstå som et ja-nei-spørsmål med ett riktig svar. Figur 15 viser utformingen av de nye deloppgavene b) og c) i endelige utgaven av oppgaveheftet.


b) Se på **forholdene** dere regnet ut i forrige oppgave. Hva ser dere? Er forholdene like eller ulike?

Skriv her:

c) Hvis forholdet mellom *omkrets* og *diameter* av sirkler er det samme uansett hvilken sirkel vi velger, så er omkrets og diameter **proporsjonale størrelser**.

Hva mener dere: Er omkrets og diameter proporsjonale størrelser?

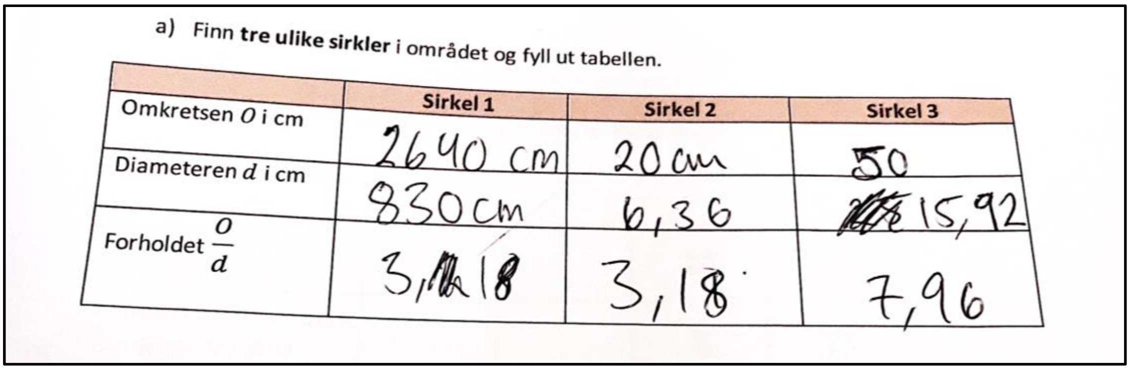
Skriv her:

Figur 15: Oppgave 1 b) og c) i den endelige utgaven av oppgaveheftet.

Case C) – Elevene beregner ulike forholdstall grunnet unøyaktigheter eller feil, og konkluderer med at diameter og omkrets ikke er proporsjonale størrelser.

Unøyaktigheter eller feil fra beregninger:

En gruppe fikk i oppgave 1 a) to forholdstall som lå i nærheten av π, mens ett ble relativt høyt sammenliknet med de andre. Se Figur 16.



a) Finn **tre ulike sirkler** i området og fyll ut tabellen.

	Sirkel 1	Sirkel 2	Sirkel 3
Omkretsen O i cm	2640 cm	20 cm	50
Diameteren d i cm	830 cm	6,36	~~[illegible]~~ 15,92
Forholdet $\frac{O}{d}$	3,~~14~~18	3,18	7,96

Figur 16: Elevbesvarelse til oppgave 1 a)

Ved regning kan vi finne at forholdet $\frac{50}{15{,}92} \approx 3{,}14$. Det kan derfor se ut til at gruppen ikke gjorde feil i *målingene* til denne oppgaven, men at feilen kommer fra *beregningen*. Så lenge elevene har notert ned målingene som ble gjort, er dette en feil som kan tas løftes frem gjennom samtale og videre refleksjon i klasserommet.

Unøyaktigheter eller feil fra målinger:

Vi vet at unøyaktigheter eller feil også kan komme fra målinger (Solem et al., 2017). En kilde til feil i målinger kan være at det er uklart for elevene hvilken lengde som skal måles, eller nøyaktig hvor denne begynner og slutter (Solem et al., 2017). I gjennomføringen med elever var det flere grupper som hadde utfordringer med å finne diameteren i sirkelen de hadde valgt. Noen av gruppene diskuterte hvordan de kunne være helt sikre på å ha funnet diameteren i sirkelen, ikke bare en tilfeldig lengde gjennom sirkelen. Noen av gruppene spurte meg om hjelp underveis i datainnsamlingen og lurte på om det fantes en strategi for å kunne vite med sikkerhet at de målte diameteren. Disse fikk da faglig veiledning.

En av gruppene fant selv en metode for å løse utfordringen med å finne diameteren i sirkelen. Disse fant ut at de kunne løse dette ved å regne ut lengden på diameteren ved å dele omkretsen på π. Dette førte til det jeg har kalt case D.

Case D) – Elevene beregnet sirkelens diameter fra omkretsen ved å dele på 3,14 – og fikk derfor 3,14 som forholdstall

Dette skjedde i en av gruppene under gjennomføringen. Elevene gjorde altså ikke «som jeg hadde tenkt» for å løse oppgaven. Dette trenger ikke nødvendigvis å være negativt. Elevene viste kjennskap til sammenhengen mellom diameter og omkrets, og effektiv bruk av hjelpemidler. Dette gjorde at jeg måtte spørre meg selv etter gjennomføringen om hva som var formålet med oppgaven. Som tidligere nevnt var det et ønske at denne oppgaven også skulle bidra til å kunne jobbe med kompetansemålet «*identifisere variable størrelser i ulike situasjoner og bruke de til utforskning og generalisering*». Noe av intensjonen med oppgaven var derfor at elevene skulle *måle* både diameteren og omkretsen, og bruke forholdstallet mellom disse til å *utforske* og dermed kunne *si noe generelt* om sammenhengen mellom diameteren og omkretsen i sirkler og bruke begrepet proporsjonalitet. Slik oppgaven var formulert i første utgave kom det derimot ikke frem at elevene skulle gjøre målinger av størrelsene og beregninger av forholdstallet. I videreutviklingen av oppgaveheftet ble derfor formuleringen i oppgaven endret, og det ble lagt inn stikkord «*Vi målte*» og «*Vi regnet ut*» i rutene som skulle fylles ut i tabellen. Figur 17 viser oppgave a) før endringen:

a) Finn **tre ulike sirkler** i området og fyll ut tabellen.

	Sirkel 1	**Sirkel 2**	**Sirkel 3**
Omkretsen O i cm			
Diameteren d i cm			
Forholdet $\frac{O}{d}$			

Figur 17: Oppgave 1 a) i første utgave av oppgaveheftet

Figur 18 viser oppgave a) etter endringen:

a) **Bruk målebåndet** til å finne omkretsen og diameteren av tre ulike sirkler. Regn deretter ut forholdet mellom omkrets og diameter for hver sirkel. Fyll inn i tabellen:

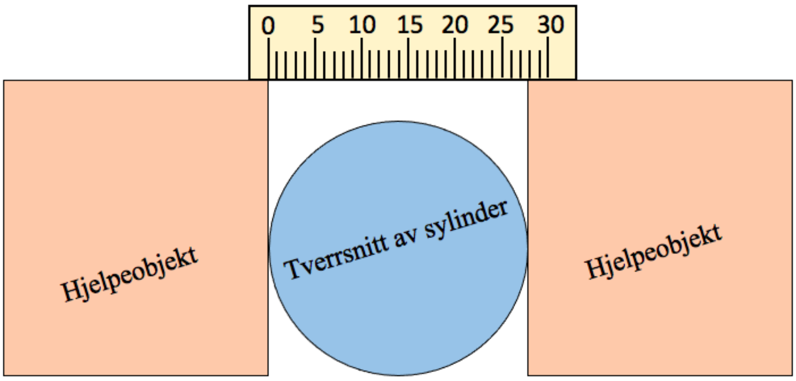
	Sirkel 1	**Sirkel 2**	**Sirkel 3**
Omkretsen $\boldsymbol{O}$ (i cm)	*Vi målte:*	*Vi målte:*	*Vi målte:*
Diameteren $\boldsymbol{d}$ (i cm)	*Vi målte:*	*Vi målte:*	*Vi målte:*
Forholdet mellom omkrets og diameter: $\frac{\boldsymbol{O}}{\boldsymbol{d}}$	*Vi regnet ut:*	*Vi regnet ut:*	*Vi regnet ut:*

Figur 18: Oppgave 1 a) i den andre utgaven av oppgaveheftet

Målet med endringen var å gjøre det tydeligere hva som skulle *måles* og hva som skulle *beregnes* i oppgaven, og dermed få en oppgave hvor elevene kunne *utforske* sammenhengen mellom diameter og omkrets av sirkel som proporsjonale størrelser, gjennom målinger og praktisk matematikk.

En utfordring knyttet til det fysiske objektet i oppgave 1: Elever valgte sylinderform

To grupper valgte lyktestolpe som ett av objektene for å løse oppgave 1. Lyktestolpene er sylinderformet og har et sirkelformet tverrsnitt, så det er mulig å bruke tverrsnittet for å løse oppgaven. Begge gruppene fikk likevel problemer med å måle diameteren av sylinderen, fordi denne ikke er direkte observerbar som i en sirkel. Elevene på de to gruppene jobbet en stund, men satte seg etter hvert ned, fant frem mobilene og sluttet å jobbe med oppgaven. Jeg tolket atferden som at elevene holdt på å gi opp oppgaven og gikk derfor bort til de to gruppene. Da jeg spurte hvordan det gikk, svarte begge gruppene at de ikke klarte å løse oppgaven fordi de ikke fant diameteren av sirkelen de hadde valgt. Jeg spurte om elevene ville ha hjelp til å finne diameteren av sirkelen de hadde valgt. Det ville de. Jeg viste dem da hvordan de kunne bruke ett flat objekt til å markere diameteren av sylinderens tverrsnitt, for så å måle denne. Se Figur 19 på neste side.



Figur 19: Bruk av hjelpeobjekt for å måle diameter av en sylinders tverrsnitt

Dette er i grunn ikke en utfordring ved oppgaven, men et illustrerende eksempel på situasjoner som kan dukke opp i arbeidet med oppgavene.

4.1.3 Resultat av gjennomføring med studenter

Generelt for oppgave 1 ble det kommentert av studentene at det var positivt at elever kan velge fritt hvilke sirkler de vil undersøke i oppgaven. Dette kan bidra til motivasjon for å sette i gang med oppgaven, og bidrar til at elevene må løfte blikket og «se etter matematikk» i området de befinner seg.

Samsvarer studentenes tilbakemeldinger med intensjonen for oppgavene?

Intensjonen for oppgave 1 var at elevene gjennom målinger og beregninger skal utforske diameter og omkrets av sirkel som proporsjonale størrelser. Tilbakemeldingene studentene ga på oppgaven samsvarer i noe grad med dette, men retter seg i stor grad også mot elevers forståelse av målinger, måleusikker og tallforståelse.

Hvilket matematisk innhold peker studentene på i oppgavene?

Når det gjelder matematisk innhold i oppgave 1 peker fem av studentene på at elever må kjenne til diameter og omkrets fra sirkelgeometri for å kunne ta riktige mål til oppgaven. En student peker på at elever ikke bare må vite hva de er, men at de også må kunne finne og måle diameteren i ulike sirkler. Studenten skriver «*Elevene kan ha misoppfatninger eller få utfordringer knyttet til hva omkrets og diameter er. Hvordan finne diameter i en sirkel ute?*». Erfaringer fra gjennomføringen med både elever og studenter i denne studien bekrefter at dette kan være utfordrende. Videre peker tre av studentene på at elever må kunne gjøre om fra meter til centimeter for å kunne gjøre oppgaven. En student kommenterer at det er positivt at det er oppgitt i oppgaven at måleenheten som skal brukes er *cm*, fordi dette kan avverge problemer med at elever deler tall med ulike enheter på hverandre.

Hvilke matematiske prosesser peker studentene på i oppgavene?

Når det gjelder matematiske prosesser knyttet til å løse oppgaven nevner fire studenter at elevene må kunne gjøre målinger med målebånd eller liknende. Videre nevner alle studentene at elevene må ha en forståelse av måleusikkerheter. I sammenheng med dette nevner studentene også at elevene må ha og bruke tallforståelse for å kunne bedømme om forholdene er like eller ikke. En student skriver: «*Elevene må kunne vurdere om målingene deres er realistiske og om forholdene er «like nok» med tanke på måleusikkerheter*». I den samme sammenhengen kommenterer en student: «*Kommer elevene på nøyaktighet i målinger av seg selv? Eller trenger de hint for å reflektere over det?*». Studenten påpeker med det at elever kan ha utfordringer med å se sammenhengen mellom teori og praksis når det gjelder målinger og tallforståelse. Teoretisk og praktisk matematikk vil gi ulike svar på når to tall er like.

Hvilke forslag til forbedringer videreutvikling peker studentene på?

En av studentene som deltok i studien foreslo en mulighet for videreutvikling av undervisningsopplegget som en helhet. Studenten påpeker at elevers mulige utfordringer i oppgave 1 kan skyldes mangel på kobling mellom teori og praksis. Med bakgrunn i det foreslår studenten å ta opp måleusikkerheter og målefeil som tema i undervisningen etter at elevene har gjennomført utendørsundervisningen.

4.2 Analyse av oppgave 2 – Frøkapsler

Utgangspunktet for oppgave 2 i oppgaveheftet var de tre meter høye skulpturene av lønnefrukt, heretter omtalt som frøkapsler, som står i Botanisk Hage i Oslo[5]. De fem frøkapslene er identiske, og elevene skal gjøre målinger av én av dem. Se Bilde 2.

Bilde 2: Frøkapselskulpturer i Botanisk Hage, Oslo. Foto, delt med tillatelse: Nils Buchholtz

Som Olafsen og Maugesten (2015) og Christensen og Wistoft (2019) poengterer er det viktig at oppgavene i utendørsundervisning har som mål å bidra til læring, og at ikke det blir «aktivitet kun for aktivitetens skyld». Med tanke på at frøkapselfigurene var motivasjonen bak oppgave 2 var det derfor viktig i utviklingsprosessen å tidlig avklare hva som var det faglige målet med oppgaven, og hvilket fagdidaktisk potensial som ligger i den.

4.2.1 Fagdidaktisk potensiale

Med utgangspunkt i frøkapslene ble oppgave 3 utviklet med inspirasjon fra en oppgave kjent som «The Big Foot Problem» eller «The Giant's Shoe» (se f.eks. Blum, 2011, s. 16; Lesh & Doerr, 2003). Oppgaven brukes gjerne for å jobbe med proporsjonalitet (Lesh & Doerr, 2003), og målet med oppgaven i oppgaveheftet er at elevene skal beskrive og bruke egenskaper ved proporsjonalitet med utgangspunkt i en av frøkapselfigurene.

[5] Les mer på https://www.nhm.uio.no/besok-oss/botanisk-hage/kunstneriske-innslag/pileskulpturer/

Antakelse om proporsjonalitet

For å bruke proporsjonalitet må man ofte bedømme om et forhold er proporsjonalt eller ikke (Kirsch, 1969). Det er lagt inn en antakelse om proporsjonalitet i oppgaveteksten i oppgave 2: «I denne oppgaven antar vi at *lengden på en frøkapsel* og *høyden på treet den kommer fra* er proporsjonale størrelser». Elevene trenger derfor ikke å avgjøre om størrelsene i denne oppgaven er proporsjonale. Dette er ikke nødvendigvis en korrekt antakelse, fordi trehøyder har sine naturlige begrensninger, men en forenkling for å legge premisset for oppgaven. Forenklingen bidrar også til å minke oppgavens kompleksitet, og dermed oppgavens vanskelighetsgrad, i henhold til rammeverket i Burkhardt og Swan (2013). Antakelsen om proporsjonalitet er i tillegg også lagt inn i oppgaveteksten gjennom utsagnet «jo lengre frøkapsel, jo høyere er treet!» Dette er inspirert av den forenklede versjonen som presenteres i Kirsch (1969), og ble lagt inn som et tillegg i oppgaveteksten for å hjelpe elever til å forstå premisset for oppgaven.

Forankring i læreplanen

Oppgave 2 kan også forankres i læreplanen for matematikk 1P gjennom kompetansemålet «*utforske, beskrive og bruke begrepene proporsjonalitet og omvendt proporsjonalitet*» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Elevene skal først bruke egenskaper ved proporsjonalitet til å fylle ut en tabell med oversikt over lengder på ulike frøkapsler og tilhørende høyder på trærne de kommer fra. Deretter skal de **beskrive** sammenhengen mellom lengden på en frøkapsel og høyden på treet den kommer fra, enten med ord eller med et matematisk uttrykk. Til slutt skal elevene **bruke** sammenhengen til å anslå høyden på treet frøkapslene i parken kunne kommet fra. For å gjøre dette må elevene også gjøre målinger av høyden til en av frøkapslene i parken.

Oppgaven kan også brukes til å jobbe med kompetansemålet «*identifisere variable størrelser i ulike situasjoner og bruke de til utforskning og generalisering*» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Elevene skal formulere en **generell regel** for å kunne finne høyden på et tre ut fra lengden på en frøkapsel fra treet. i tillegg kan oppgaven knyttes til kompetansemålet «*tolke og bruke sammensatte måleenheter i praktiske sammenhenger og velge egnede måleenheter»*, da oppgaven innebærer beregning med lengder målt i ***cm* og meter**, og elevene må bruke disse i arbeid med en praktisk situasjon.

I oppgave 2 a) skal elevene fullføre en tabell som gir sammenhengen mellom ulike lengder på en frøkapsel og høyden på treet den kommer fra. Det brukes en tabellrepresentasjon (Lamon, 2020) for å organisere størrelsene i oppgaven. En sammenheng er gitt i tabellen, resten skal elevene fylle ut. Dette kan hjelpe elevene med å sette seg inn i konteksten for oppgaven, sortere informasjon og oppdage sammenhenger mellom proporsjonale størrelser. I tabellen er måleenheter gitt. Lengden på frøkapsler skal oppgis i *cm* og høyden på treet i meter. Bakgrunnen for valget er at det er disse enhetene vi erfaringsmessig gjerne bruker for å oppgi lengden på en frøkapsel og høyden på et tre i «den virkelige verden». Her kunne det også vært mulig å velge én enhet for alle størrelsene i tabellen for å være konsekvent og unngå eventuelle misforståelser med enheter.

I arbeid med oppgaven kan elever bruke ulike løsningsstrategier og forståelser av proporsjonalitet. Det var ønskelig å la oppgaven ta hensyn til ulike grunnforestillinger, slik Buchholtz (2017) peker på i sine kriterier for oppgavedesign for matematiske vandringer. Et eksempel på en løsningsstrategi for oppgave 2 a) er gitt i Tabell 3 under. Tabellfremstillingen er sterkt inspirert av Lamon (2020, s. 122). Merk at tabellen er vertikal, ikke horisontal som i oppgaveheftet. Dette er gjort for å få en ryddig fremstilling av løsningsstrategiene.

Tabell 3: Løsningsforslag til oppgave 2 a). Tallene som er uthevet var gitt i oppgaven.

Rad	**Lengden på en frøkapsel (cm)**	**Høyden på treet den kommer fra (m)**	***Løsningsstrategi***
a	**1**	0,5	*c : 10*
b	**2**	1	*a * 2*
c	**10**	**5**	*Gitt i oppgaven*
d	30	**15**	*b * 15*
e	**100**	50	*3 * d + c*
f	**250**	125	*2 * e + (e : 2)*

I løsningsforslaget er det brukt direkte multiplikasjon, divisjon og addisjon (Hafner, 2012) for å finne tallene som manglet. Denne løsningsstrategien bruker en multiplikativ og additiv forståelse av proporsjonalitet. En annen mulig strategi for å fylle ut tabellen kunne vært å bruke den kjente sammenhengen til å finne proporsjonalitetskonstanten og bruke denne som en operator (Hafner, 2012) for å finne de ukjente størrelsene direkte. Dette svarer til en proporsjonalitetsfaktor-forståelse av proporsjonalitet (Hafner, 2012). Det er også mulig å bruke «veien om 1» ved å først fylle ut rad a og b i tabellen og bruke disse til å fylle ut det som mangler. Elevene kan velge den løsningsstrategien de selv foretrekker, da oppgaven ikke legger føringer for fremgangsmåte.

I oppgave 2 b) skal elevene formulere en regel om sammenhengen mellom to proporsjonale størrelser. Idéen bak dette er å gi elever mulighet til å sette ord på sammenhengen mellom proporsjonale størrelser og bruke en symbolsk representasjon til å beskrive sammenhengen mellom to proporsjonale størrelser. Med tanke på teoriene til Bruner (1966) kan det være positivt for elevers læring å bruke ulike representasjoner for å utforske proporsjonalitet. Symbolsk representasjon skjer gjennom muntlig kommunikasjon, bokstaver og symboler (Bruner, 1966). Det var et mål å la elevene bruke den symbolske representasjonen de selv ønsket, og i oppgaveteksten ble det derfor lagt til: «Dere kan skrive den med ord eller som en matematisk formel».

I oppgave 2 c) skal elevene bruke regelen de lagde til å anslå høyden på et tre frøkapselskulpturene i parken kunne kommet fra. Oppgaven relaterer seg til et enaktivt representasjonsnivå (Bruner, 1966), hvor elever må gjøre målinger av et fysisk objekt. Deretter må elevene bruke regelen de lagde til å anslå høyden. Dette kan ses i sammenheng med Lamon (2020) sitt uttrykk om å resonnere seg «oppover og nedover», her oppover.

4.2.2 Resultat av gjennomføring med elever

Denne oppgaven ble ikke gjennomført med elever. Dette skyltes at gjennomføringen med elever tok lengre tid enn antatt, og oppgave 2 ble valgt bort for å få tid til å samle inn tilstrekkelig datamateriale i de to andre oppgavene. Dette er rett og slett et eksempel på Sandoval og Bell (2004) sin bemerkning om at uventede ting kan oppstå og at det må gjøres justeringer underveis i datainnsamlingen.

4.2.3 Resultat av gjennomføring med studenter

Samsvarer studentenes tilbakemeldinger med intensjonen for oppgaven?

Studentene uttrykte ved gjennomføringen generelt sett at de likte denne oppgaven, fordi den åpner opp for å bruke fantasien og å forsøke å se for seg trærne frøkapslene kunne kommet fra. Dette samsvarer med intensjonen med å velge frøkapslene som ramme for oppgaven.

Hvilket matematisk innhold peker studentene på i oppgaven?

Arbeid med enheter

Alle de seks studentene kommenterer at oppgave 2 innebærer arbeid med enheter (se Figur 12) Tre av studentene peker på at elevene må kunne holde styr på og gjøre om mellom ulike enheter for å jobbe med oppgavene. De tre andre studentene peker på at problemer knyttet til enheter kan bli en kilde til feil eller misoppfatninger hos elevene. Ingen av studentene foreslår likevel å gjøre endringer knyttet til enheter i oppgaven. En student skriver i sin tilbakemelding «*Elever kan bli forvirret av enhetene (at tabellen skal inneholde lengder både i cm og m)*». Jeg tolker dette som at det kan være et forslag å endre oppgaven slik at tabellen inneholder lengder med kun én enhet, enten cm eller m. Som tidligere nevnt ble oppgaven opprinnelig laget med ulike enheter i tabellen fordi det er disse enhetene vi erfaringsmessig gjerne bruker for å oppgi lengden på en frøkapsel og høyden på et tre. Med bakgrunn i studentenes tilbakemeldinger tolker jeg det som at det likevel kan være mer forvirrende enn nyttig. Det er vanskelig å konkludere med hva som er mest hensiktsmessig uten å ha prøvd ut oppgaven med elever.

Antakelsen om proporsjonalitet

I oppgave 2 er det som nevnt lagt inn en antakelse i oppgaveteksten om at størrelsene er proporsjonale. Dette bidrar til at oppgaven innebærer andre matematiske prosesser enn oppgave 1, hvor elevene *selv* skal avgjøre om størrelsene var proporsjonale eller ikke. I oppgave 2 kan elevene derfor jobbe ut fra antakelsen om proporsjonalitet. Slik jeg ser det er det to studenter som kommenterer på dette i tilbakemeldingen for oppgave 2. En student skrev «*Fint at det gis en «konklusjon» for proporsjonale størrelser. Tror det minker forvirring og mulige feil/misoppfatninger*». Jeg tolker dette som at antakelsen bidrar til å kunne gjøre oppgaven enklere å jobbe med for elevene. Som Kirsch (1969) påpeker, må man ofte avgjøre om et forhold er proporsjonalt for å vite om man kan bruke egenskaper ved proporsjonalitet i arbeidet. Når premisset er satt i oppgaveteksten, kan elevene fokusere på løse oppgavene som de vet handler om proporsjonalitet. Som tidligere nevnt bidrar dette i tillegg til å minke oppgavens vanskelighetsgrad (Burkhardt & Swan, 2013). I den sammenhengen skrev en annen student i sin tilbakemelding at elevene må *«kunne hente matematisk informasjon fra tekst og anvende dette for å løse oppgaven»*. Jeg synes dette er et nyttig innspill å trekke frem, da det er viktig å huske at selv om antakelsen står i oppgaveteksten må elevene kunne lese og forstå antakelsen, og ha en forståelse om hvordan dette påvirker arbeidet med oppgaven.

Hvilke matematiske prosesser peker studentene på i oppgaven?

Fem av studentene pekte på at elever må formulere seg matematisk i oppgaven, og at det kan være utfordrende for mange. Alle studentene ga derimot tilbakemelding om at det er positivt at elevene får muligheten til å bruke ord for å formulere sammenhengen. En student skrev «*Veldig lurt å gi elevene mulighet til å skrive regelen med ord. Mange elever mangler kanskje godt nok matematisk språk til å lage en algebraisk regel*». Jeg tolker dette som at muligheten til å bruke både ord gir elever med ulik kompetanse i matematikk mulighet til å svare på oppgaven. Det er ikke et mål med oppgaven at elever skal kunne skrive matematiske uttrykk eller bruke matematisk notasjon. Målet er derimot at elevene skal kunne beskrive og bruke sammenhengen mellom proporsjonale størrelser, og dette kan gjøres både med ord og med matematisk notasjon.

Hvilke forslag til forbedringer videreutvikling peker studentene på?

<u>Elever kan ha problemer med å formulere en regel i oppgave 2 b)</u>

Tre av studentene peker på at noen elever kanskje ikke klarer å formulere en regel for å finne høyden av et tre, hverken med ord eller matematisk notasjon. Studentene stiller derfor spørsmålstegn ved hva elevene da skal gjøre. En student skrev: *«Hva gjør man [i oppgave c] hvis man satt fast på oppgave 2b?»*. En observasjon fra gjennomføringen med studenter kan bidra til å belyse dette spørsmålet og videreutvikle oppgave 2. I gjennomføringen med studenter observerte jeg nemlig at studentene snakket sammen og diskuterte alle oppgavene i oppgaveheftet, helt til de kom til utfylling av tabellen i oppgave 2 a). I arbeidet med å fylle inn i tabellen jobbet studentene individuelt og brukte ulike strategier for å finne tallene som manglet. Etter å ha jobbet individuelt på oppgave 2 a) ble studentene ferdige på litt ulike tidspunkt, og fortsatte deretter å jobbe individuelt med oppgave 2 b). Studentene hadde brukt ulike strategier i oppgave a), og formulerte derfor også ulike regler i oppgave b). Som tidligere nevnt ble ikke denne oppgaven gjennomført med elever, og det er derfor usikkert om det samme ville vært tilfelle med elever. Med tanke på at oppgave 2 åpner for at elever kan bruke ulike forståelser av proporsjonalitet finnes det mange ulike strategier som kan brukes. Det vil derfor være naturlig om elever bruker ulike strategier, og dette kan føre til at elevene ønsker å jobbe mer individuelt med oppgave 2.

Som tidligere nevnt ble oppgaveheftet laget med utgangspunkt i sosiokulturelt syn på læring, hvor elevene lærer gjennom å samhandle og kommunisere med hverandre (Säljö, 2016). Det var derfor ønskelig å lage oppgaver som elevene jobber med sammen. På en annen side var det ønskelig å lage oppgaver hvor elever kan bruke sine grunnforestillinger og strategier for oppgaver om proporsjonalitet. Det kan se ut som, gjennom studenters tilbakemeldinger og observasjoner av gjennomføringen, at oppgave 2 legger til rette for at elever kan bruke sine grunnforestillinger og foretrukne strategier, men at den *ikke* bidrar til at elevene jobber sammen og støtter seg på hverandre som kompetente andre (Säljö, 2016) i arbeidet. Dette kan føre til at terskelen for å spørre en medelev blir større og elever kan bli «stående fast» på oppgave b, som studenten uttrykker. Med bakgrunn i dette ble oppgaven videreutviklet. Oppgaveteksten til oppgave 2 b) var i andre utgave formulert med ordet *du*, se Figur 20.

b) Ut fra tabellen, **lag en regel** for å bestemme høyden på treet når du vet lengden på en frøkapsel. Du kan skrive den med ord eller som en matematisk formel.

Figur 20: Oppgave 2b) i andre versjon av oppgaveheftet

Oppgaven ble videreutviklet med en liten endring i ordlyden, fra *du* til *dere*, og med en oppfordring om å jobbe sammen som gruppe. Se Figur 21.

b) Ut fra tabellen, **lag en regel** sammen med gruppen din for å bestemme høyden på treet når dere vet lengden på en frøkapsel.
Dere kan skrive den med ord eller som en matematisk formel.

Figur 21: Oppgave 2b) i den endelige utgaven av oppgaveheftet

Kan vi anta proporsjonalitet i oppgave 2?

I alle de tre gruppene med studenter ble det stilt spørsmålstegn ved svaret til oppgave 2 c) og hvorvidt det kunne stemme. Studentene mente det ble usannsynlig høyt. Studentenes diskusjoner endte opp i å stille spørsmålstegn ved antakelsen som blir presentert i starten av oppgaven, om at *lengden på en frøkapsel* og *høyden på treet den kommer fra* er proporsjonale størrelser. Denne oppgaven ble som tidligere nevnt ikke gjennomført med elever, og det er derfor usikkert om elever ville gjort de samme refleksjonene rundt denne antakelsen. I videreutviklingen av oppgave 2 etter gjennomføring med studenter ble det derfor lagt til en ny deloppgave hvor elevene må vurdere svaret de får på oppgave c). Dette kan bidra til at elever reflekterer og tenker kritisk omkring svaret de får med antakelsen om proporsjonalitet i oppgaven. Den nye deloppgaven er i tråd med intensjonen og det didaktiske potensialet i oppgaven, nemlig at elevene skal **beskrive** og **bruke** begrepet proporsjonalitet.

4.3 Analyse av oppgave 3 – Trær

Trær er rammen for oppgave 3 i oppgaveheftet. Målet med dette var å utvikle enda en oppgave som kan tilpasses og brukes av lærere ved ulike skoler og i ulike omgivelser, innen relativt kort gangavstand for elever (Buchholtz, 2017). Elevene skal selv velge et tre de ønsker å gjøre målinger av og undersøke gjennom fem deloppgaver. Oppgavene innebærer to proporsjonale forhold; *omkretsen* og *diameteren* av et tre, og deretter *diameteren* og *alderen* til treet.

Bilde 3: Illustrasjonsbilde trær

https://www.wikihow.com CC BY-NC-SA 3.0

4.3.1 Fagdidaktisk potensiale

Forankring i læreplan

Oppgave 3 kan også forankres i læreplanen for matematikk 1P gjennom kompetansemålet «*utforske, beskrive og bruke begrepene proporsjonalitet og omvendt proporsjonalitet*» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Elevene skal først måle omkretsen av treet de har valgt og deretter bruke målingen for å finne diameteren av treet. Deretter skal elevene diskutere og ta stilling til fire påstander i en grubletegning (Naylor & Keogh, 1999) hvor begrepet proporsjonalitet og egenskaper ved proporsjonale størrelser **utforskes**, **beskrives** og **brukes** i påstandene. Elevene skal så bruke en forenklet, grafisk fremstilling av sammenhengen mellom diameteren og alderen til et tre til å anslå alderen på treet de valgte å undersøke. Til slutt skal de selv velge en fremgangsmåte for å finne hva treets diameter vil være om 10 år.

Oppgaven kan også brukes til å jobbe med kompetansemålet «*identifisere variable størrelser i ulike situasjoner og bruke de til utforskning og generalisering*» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Elevene skal **utforske** tre variable størrelser ved treet de valgte; omkrets, diameter og alder. I tillegg kan oppgaven brukes for å jobbe med kompetansemålet «*tolke og bruke sammensatte måleenheter i praktiske sammenhenger og velge egnede målenheter*». Elevene skal gjøre målinger i en **praktisk sammenheng** og velge **egnet måleenhet** for denne. Deretter skal de bruke en grafisk fremstilling som viser sammenhengen mellom diameter og alder, og $cm/år$ som **sammensatt måleenhet** i denne.

Antakelse om proporsjonalitet

Mens elevene i oppgave 1 skal *undersøke* forholdet mellom diameter og omkrets i sirkel, skal de i oppgave 3 *bruke* forholdstallet π til å finne treets diameter når omkretsen er kjent. Deretter skal elevene selv *bedømme* om forholdet mellom treets diameter og alder er proporsjonale størrelser eller ikke. Dette gjøres via påstandene i grubletegningen som elevene skal diskutere og ta stilling til.

Oppgave 3 er den største oppgaven i oppgaveheftet. Den inneholder som nevnt tre ulike variabler; *omkretsen*, *diameteren* og *alderen* av et tre. Med tanke på Burkhardt og Swan (2013) sitt rammeverk kan oppgave 3 sies å ha en høyere vanskelighetsgrad, da den inneholder tre variabler som settes i sammenheng med hverandre. Dette, i tillegg til at elevene allerede har jobbet med to oppgaver før de begynner på denne, gjør at oppgaven kan oppleves som relativt stor for elever. Fordi læreren heller ikke har samme oversikt over elevene og kan støtte dem i arbeidet på samme måte utendørs som inne i klasserommet, var det ønskelig å stykke opp oppgave 3 i mindre deloppgaver.

I oppgave 3 a) skal elevene derfor kun måle og notere omkretsen av treet de velger. Oppgaven ble laget for å gi en lav inngangsterskel til oppgave 3, og er en inngangsport til **oppgave 3 b)** hvor elevene skal bruke målingen for å finne diameteren av treet de velger. **Oppgave 3 c)** er en grubletegning som tar utgangspunkt i to proporsjonale størrelser og ulike grunnforestillinger av proporsjonalitet. Elevene skal ta stilling til en påstand om proporsjonale størrelser og fire utsagn som representerer ulike syn på proporsjonalitet. Se Figur 22.

Utsagnene i en grubletegning være korrekte, delvis korrekte eller ukorrekte (Naylor & Keogh, 1999). Det var ønskelig å ha kun riktige alternativer i grubletegningen i oppgaveheftet, for å unngå å skape eventuelle misoppfatninger eller feil hos elevene underveis i den matematiske vandringen. Utsagnene i grubletegningen er utviklet i samarbeid med veileder. For å utvikle hvert av utsagnene ble det tatt utgangspunkt i ulike grunnforestillinger om proporsjonalitet (Hafner, 2012; Kirsch, 1969). Alle utsagnene har en symbolsk representasjon av proporsjonalitet, enten i form av muntlig eller matematisk språk (Bruner, 1966). Utsagnet til personen i rødt tar utgangspunkt i multiplikasjonsforestillingen av proporsjonalitet (Hafner, 2012). Personen i gult konkluderer med at de to størrelsene er proporsjonale, men uten å begrunne det. Personen i grønt viser en proporsjonalitetsfaktor-forståelse av sammenhengen, og utsagnet er representert som en matematisk formel. Personen i blått kan ha ulike forestillinger av proporsjonalitet, men at personen bruker ordene «like mye hvert år» kan antyde en additiv forestilling (Hafner, 2012).

Figur 22: Grubletegning om proporsjonale størrelser. Utviklet til oppgave 3 i oppgaveheftet.

I oppgaven med grubletegningen er spørsmålet til elevene «Hva tenker dere? Er dere enige eller uenige med noen i vennegjengen over?». På denne måten må de ta stilling til påstandene, men det åpnes også opp for muligheten til å beskrive alternative forestillinger elevene kan ha.

I **oppgave 3 d)** skal elevene deretter bruke treets diameter til å anslå treets alder. Sammenhengen mellom treets alder og diameter er gitt gjennom en grafisk fremstilling. Oppgaven har derfor en *ikonisk* representasjon av den proporsjonalitet (Bruner, 1966). Stigningen til grafen er lik proporsjonalitetskonstanten (Hafner, 2012; Lamon, 2020), som i dette tilfellet er treets vekst på *0,8 cm* per år etter planting. Treets alder er her en ny variabel, som først ble introdusert gjennom oppgaveteksten i starten av oppgave 3, som vist i Figur 23.

OPPGAVE 3 – TREETS ALDER

Diameteren av et tre øker gjennomsnittlig med 8 mm hvert år etter planting. Ved hjelp av målinger kan vi derfor beregne treets alder.

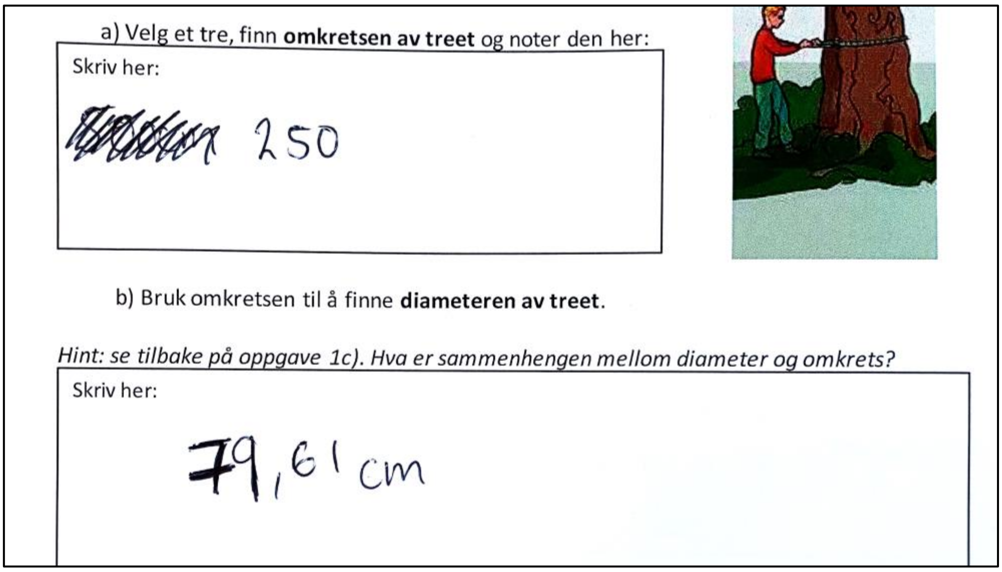
Figur 23: Oppgaveteksten til oppgave 3 i første utgave av heftet

Det er denne informasjonen som gis gjennom grubletegningen i den endelige utgaven, med mål å hjelpe elever til å diskutere og sette seg inn i oppgaveteksten sammen.

I **oppgave 3 e)** skal elevene selv velge en fremgangsmåte for å undersøke hvor stor diameter deres utvalgte tre vil ha om 10 år. Tanken bak oppgaven var at elevene selv skulle få velge, etter å ha undersøkt ulike egenskaper ved proporsjonalitet gjennom oppgaveheftet, hvilken løsningsstrategi de vil benytte. Alle de fire løsningsstrategiene presentert av Hafner (2012) vil være aktuelle. I tillegg kan elevene bruke egenskaper ved proporsjonalitet til å undersøke alderen.

4.3.2 Resultat av gjennomføring med elever

I gjennomføringen med elever kom elevene raskt i gang med oppgave a). Deretter kom de også i gang med oppgave b) uten innblanding. Intensjonen med oppgave a) og b) så dermed ut til å fungere etter intensjonen, som en lav inngangsterskel til oppgave 3. Alle elevene klarte disse to oppgavene uten min hjelp. Ingen elever skrev utregning i oppgaven, men alle har funnet den riktige diameteren for sitt tre. Et eksempel er gitt i Figur 24 på neste side.



a) Velg et tre, finn **omkretsen av treet** og noter den her:

Skriv her:

250

b) Bruk omkretsen til å finne **diameteren av treet**.

Hint: se tilbake på oppgave 1c). Hva er sammenhengen mellom diameter og omkrets?

Skriv her:

79,61 cm

Figur 24: Elevbesvarelse på oppgave 3 a) og b) fra første utgave av oppgaveheftet

Som et resultat av at ingen elever skrev utregning, ble alle oppgavene videreutviklet ved at det ble lagt til rutenett i alle boksene hvor elever skal skrive svar. Oppgaveformuleringene i oppgave a) og b) ble også endret noe. Den endelige utgaven av oppgave 3 a) og b) er vist i Figur 25 under.

Oppgave 3: Trær

I denne oppgaven skal dere velge et tre i Botanisk Hage som dere skal undersøke.

a) Mål med målebånd. Hva er **omkretsen av treet dere har valgt**? Oppgi omkretsen i cm.

Skriv her:

b) Gjør nødvendige beregninger for å finne **diameteren av treet**. Oppgi svaret i cm.

Vis utregning her:

Bilde 3: Målinger av trær. https://mothematured.com/

Figur 25: Utsnitt av oppgave 3 a) og b) i den endelige utgaven av heftet

I gjennomføringen trengte fire av de fem gruppene trengte hjelp av meg for å forstå oppgavene om treets alder. Dette kunne skyltes at oppgaven har en ny variabel, og derfor en høyere vanskelighetsgrad (Burkhardt & Swan, 2013). Det viste seg derimot at utfordringen lå i at elevene ikke hadde lest oppgaveteksten, og dermed ikke forsto hva oppgaven handlet om. Dette kom fram da elevene spurte meg om hjelp og jeg spurte dem; «*Kan dere fortelle meg hva oppgaven handler om?*». Kun to av tolv elever kunne svare på spørsmålet. Gruppene som spurte om hjelp, fikk derfor beskjed av meg om å bla tilbake i heftet og lese begynnelsen av oppgave 3 på nytt. Etter å ha lest oppgaven utbrøt omtrent halvparten av elevene «*åååja*», og de fleste trengte ikke lenger min hjelp. Elevene som forsto etter å ha lest oppgaven på nytt, kunne så hjelpe medelevene på gruppa. Eleven fungerte da som en kompetent annen (Säljö, 2016) for gruppen sin. Som et resultat av denne erfaringen ble grubletegningen lagt inn som oppgave 3 c) etter gjennomføringen med elever, for å hjelpe elevene til å sette seg inn i oppgaveteksten og snakke sammen om den. Alder som variabel blir nå introdusert gjennom grubletegningen, og setningen i grubletegningen legger premisset for det som er oppgave 3 d) og e) i den endelige utgaven. Oppgave 3 e) ble ikke testet i gjennomføringen med elever, fordi det ikke ble nok tid.

4.3.3 Resultat av gjennomføring med studenter

Samsvarer studentenes tilbakemeldinger med intensjonen for oppgavene?

Den største endringen som ble gjort i oppgave 3 etter gjennomføringen med elever var å legge inn grubletegningen. At elevene ikke satte seg inn i konteksten for oppgaven ga et «kritisk punkt» i gjennomføringen, hvor flere elever mistet det faglige fokuset, og intensjonen med grubletegningen var å legge til rette for å unngå dette. Studentenes tilbakemeldinger så ut til å samsvare med denne intensjonen. En student skriver: *«Grubletegningen var veldig bra».* En annen student skriver*: «Jeg likte spesielt grubletegningen, fordi det gir en naturlig overgang til de neste deloppgavene.»*. Den sistnevnte studenten peker på at grubletegningen fungerte som en overgang mellom deloppgavene, og målet med å legge til grubletegningen i oppgaveheftet kan derfor sies å være nådd, ifølge studenten. En annen student mener at alder som en variabel i oppgaven bidrar til å gjøre oppgave 3 relevant og virkelighetsnær. En av tilbakemeldingene fra en student var at «*Alder gjorde oppgaven mer relevant. Ofte er det jo nettopp alderen vi lurer på når vi ser et stort tre*». En overordnet intensjon med den matematiske vandringen er å ha det Buchholtz (2017) kaller «en realistisk og problemløsende orientering». Ifølge denne studenten bidrar oppgave 3 til å nå dette målet.

Hvilket matematisk innhold peker studentene på i oppgavene?

Tre av seks studenter påpeker at elever må vite hva omkrets av sirkel er for å kunne løse oppgave 3. Videre påpeker tre studenter (noen av de samme) at elevene ikke nødvendigvis må vite hva sammenhengen mellom omkrets og diameter er for å kunne løse oppgave 3, fordi denne sammenhengen er oppgitt som et hint i oppgaveteksten. En student skriver: «*Fint med hint og figur. Gjør at elever som ikke fikk til oppgave 1 i oppgaveheftet allikevel kan gjennomføre denne oppgaven*». Dette indikerer at det kan være nyttig for elever å få noen «hint» gjennom oppgaveheftet i arbeid med utendørs matematikk. Sannsynligvis trenger ikke alle elever hintet, men at hintet er der gir mulighet for alle elever til å delta og jobbe med oppgaven. Buchholtz (2017) nevner dette som et kriterium for oppgaver i matematiske vandringer.

Hvilke matematiske prosesser peker studentene på i oppgavene?

Også i denne oppgaven peker studentene på at elevene må gjøre målinger. Alle studentene skriver at elevene må kunne bruke målebånd for å gjøre oppgaven. Videre fokuserer fem av studentene på aspekter ved matematisk tenking, kommunikasjon og argumentasjon i sine tilbakemeldinger til oppgave 3. En student skriver for eksempel: *«Elevene må kunne argumentere og kommunisere. De må klare å sette ord på sine egne tanker»*. En annen student skriver *«Elevene må kunne tenke kritisk. Oppgaven gir innblikk i å anvende matte»*. Studentene peker også på at denne oppgaven innebærer bruk og tolkning av en grafisk fremstilling for å hente ut informasjon.

Hvilke forslag til forbedringer peker studentene på?

Til oppgave 3 var det kun én student som pekte på et forslag til forbedring av oppgaven. Studenten skriver at det kunne forhindret feil å oppgi *hvilken enhet elevene skal bruke* i oppgave a) og b) for å angi omkrets og diameteren av treet de valgte. I oppgave c) og d) er *cm* brukt som enhet for treets diameter, og det kunne derfor vært praktisk for elever å også bruke denne i de to første deloppgavene. Denne kommentaren kan ses i lys av Burkhardt og Swan (2013) som skriver at oppgavens vanskeliggrad blant annet avhenger av hvor selvstendig elever må jobbe med oppgaven. At elevene selv må velge enhet i de to første oppgavene gjør oppgave 3 litt vanskeligere. Med tanke på at oppgaven inneholder tre variabler og derfor allerede var litt vanskeligere, kan det være aktuelt å sette cm som enhet i oppgave a) og b). Jeg mener at studentens innspill var relevant, og la inn endringen i videreutviklingen til den endelige utgaven av heftet.

4.4 Studenters tilbakemeldinger på oppgaveheftet som en helhet

I analysen av studentenes tilbakemeldinger på oppgaveheftet som en helhet kom det frem noen temaer som var felles for flere av studentene. Etter å ha kodet og kategorisert alle tilbakemeldingene kom det frem fire kategorier som gikk igjen hos flere studenter. Disse er «organisering og klasseledelse», «praktiske hensyn», «passe utfordrende» og «gøy». Jeg vil her presentere disse kort for å gi et inntrykk av studentenes helhetlige tilbakemelding.

Organisering og klasseledelse

Fire studenter trekker frem ulike aspekter ved det jeg har valgt å kalle organisering og klasseledelse i sine tilbakemeldinger til undervisningsopplegget. En student skrev «*Bra at oppgavene er "enkle" i utforming og gjennomføring. Mye som kan stjele oppmerksomheten rundt omkring i hagen og da må oppgavene være enkle å gjennomføre*». En annen student skrev «*Ville hatt spørsmål om området den matematiske vandringen skal foregå i. Er det oversiktlig å holde undervisning der, er det elementer som kan stjele oppmerksomheten til elevene mine?*». En tredje student skrev: «*Jeg hadde vært bevisst på hvor elevene skulle begynne. Det kan være litt lettere å "holde styr på"/ha kontroll på elevgruppa dersom de ikke er altfor spredt. Gjør det også enklere å kunne gi elevene hjelp.*». Dette er spørsmål læreren bør tenke gjennom før implementering av et utendørs undervisningsopplegg.

Praktiske hensyn

Flere studenter peker på praktiske hensyn ved gjennomføringen. En student skriver *«Ville vært litt bekymret for tidsbruk. Vi brukte ca. 1 time, så ville kanskje vært krevende å gjennomføre på 90 minutter med elever. Men vi kunne også gjennomført raskere selv, så det hadde gått fint hvis man er tydelig med elevene på hvor mye tid man har til rådighet».* Studenten peker her på en bekymring over tidsbruk, og presenterer samtidig en mulig løsning på utfordringen. Denne er i tråd med Olafsen og Maugesten (2015), som også anbefaler å ha en tydelig tidsramme ved bruk av utendørsundervisning for å unngå avsporinger som kan ta tid og fokus fra det faglige arbeidet. Studenten indikerer i tilbakemeldingen at de selv kunne gjennomført raskere. Observasjoner fra gjennomføringen viste at også studenter kan la seg avspore av omgivelsene, eksempelvis spennende planter i Botanisk Hage.

Passe utfordrende

Fire av studentene uttrykte i sin tilbakemelding at de mente oppgavene i oppgaveheftet var passe utfordrende. En student skriver *«Mange gode oppgaver som gir mulighet for alle elever å delta»*. En annen skriver *«Jeg synes det var et veldig godt oppgavehefte som ikke tar tak i for mange temaer på en gang»*. Et av Buchholtz (2017) sine kriterier for matematiske vandringer er at de bør handle om ett matematisk tema, og vi ser at en av studentene også trekker frem dette som en styrke ved oppgaveheftet som ble utviklet i denne studien.

Gøy

Gøy er et stikkord som går igjen hos tre av de seks studentene. En av studentene skrev for eksempel: «*Dette likte jeg veldig godt! Fordel med oppgaver i matematikk hvor elever også får litt frihet til å prøve og feile/være kreative»*. En annen skrev *«Det er en fin måte å se på matematikken i virkeligheten. Veldig gøy å tusle rundt og samtidig gjøre noe faglig!»*. Dette er i tråd med funn fra tidligere forskning om at utendørsundervisning kan bidra positivt til elevers holdninger og motivasjon i faget (Fägerstam & Grothérus, 2018; Ringgaard, 2021; Zender & Ludwig, 2019).

5 Diskusjon

I dette kapittelet vil de to forskningsspørsmålene i studien diskuteres i hvert sitt delkapittel. Diskusjonen ta utgangspunkt i resultatene som er presentert. De to forskningsspørsmålene er:

1. Hva er *egnede oppgaver* for et utendørs undervisningsopplegg om proporsjonalitet i matematikk 1P?
2. Hvilke *praktiske hensyn* bør tas ved implementering av et utendørs undervisningsopplegg i matematikk 1P?

Etter å ha diskutert disse hver for seg vil jeg, basert på diskusjonen, presentere et mini-rammeverk for utvikling og implementering av utendørsundervisning om proporsjonalitet.

5.1 Det endelige oppgaveheftet

Oppgavene i oppgaveheftet til denne studien er testet og videreutviklet gjennom en designbasert forskningsmetode i to runder. Oppgaveheftet kan nå brukes for utendørsundervisning om proporsjonalitet i matematikk 1P. Det gjenstår likevel noen ting jeg vil drøfte for å besvare studiens problemstilling og første forskningsspørsmål. For å besvare første forskningsspørsmål, som omhandler oppgavedesign, vil jeg oppsummere resultatene av analysen på tvers av oppgavene i det endelige oppgaveheftet.

Oppgaveheftet tar utgangspunkt i kompetansemål og oppgavene er laget med fokus på læring, ikke på aktiviteter (Olafsen & Maugesten, 2015). Oppgaveheftet som en helhet kan brukes til å jobbe med de tre kompetansemålene som er oppgitt på forsiden av heftet. Disse er:

- *utforske, beskrive og bruke begrepene proporsjonalitet og omvendt proporsjonalitet*
- *identifisere variable størrelser i ulike situasjoner og bruke dem til utforskning og generalisering*
- *tolke og bruke sammensatte måleenheter i praktiske sammenhenger og velge egnede målenheter*

(Kunnskapsdepartementet, 2019)

Gjennom presentasjon av resultater og analyse har vi sett at de tre oppgavene i oppgaveheftet er ulike innganger til å jobbe med kompetansemålene, når det gjelder grunnforestillinger (Hafner, 2012; Kirsch, 1969; vom Hofe & Blum, 2016), representasjoner (Bruner, 1966;

Lamon, 2020) og vanskelighetsgrad (Burkhardt & Swan, 2013). Jeg vil poengtere at oppgaveheftet ikke er egnet for å dekke helheten av disse tre kompetansemålene. For eksempel er ikke omvendt proporsjonalitet inkludert i noen av oppgavene. Heftet kan derimot inngå som en del av læringsprosessen i arbeid med de oppgitte kompetansemålene.

Når det gjelder oppgaveheftet som en helhet kan vi se at alle oppgavene møter Buchholtz (2017) sitt kriterium om å være relatert til et fysisk objekt og innebære målinger av objektet. Oppgavene har også fått navn etter objektet de omhandler for å understreke den *praktiske* tilnærmingen til matematikk i vandringen. Videre har alle de tre oppgavene relativt lav inngangsterskel. I utviklingen av oppgaveheftet var det et viktig hensyn at deloppgave a) i de tre oppgavene skulle ha lav inngangsterskel, slik at alle elever får mulighet til å komme i gang med oppgavene (Buchholtz, 2017; Burkhardt & Swan, 2013). Dette så ut til å fungere etter intensjonen i gjennomføringen med elever.

For å kunne komme i gang med oppgavene mest mulig selvstendig og kunne jobbe uten lærers innblanding trenger elevene grunnlag for å kunne snakke sammen og være kompetente andre for hverandre (Säljö, 2016). For å kunne snakke sammen om det faglige innholdet i oppgavene må elevene oppfatte og forstå konteksten for oppgaven. Dette er også sentralt for at elever skal kunne utvikle og bruke sine grunnforestillinger om proporsjonalitet (vom Hofe & Blum, 2016). I gjennomføringen med elever i denne studien kom det frem at elevene ikke nødvendigvis leser og forstår konteksten for oppgaven før de setter i gang. Elevene gikk heller ikke tilbake og leste på nytt, og det oppsto et «kritisk punkt» i utendørsundervisningen hvor elevene flyttet fokus fra oppgavene til omgivelsene. Dette stemmer overens med Olafsen og Maugesten (2015) sin bemerkning om at omgivelsene kan stjele fokus ved bruk av utendørsundervisning. Dette kan være en utfordring ved utendørsundervisning, og er noe læreren bør være bevisst på gjennom planlegging og gjennomføring.

Vi har sett at det kan legges inn grubletegning i oppgaveheftet, hvor elevene skal diskutere en påstand eller på en annen måte sette seg inn i konteksten for oppgaven (Naylor & Keogh, 1999; Samková, 2018). Vi vet at grubletegninger kan brukes i matematikkundervisningen for å utfordre og utvikle elevers refleksjon og tenkning (Samková, 2018). Det er derfor grunn til å tro at dette kan bidra til å hjelpe elever til å reflektere og sette seg inn i oppgaveteksten. Hensikten med å bruke grubletegning i denne oppgaven var derfor å forsøke å ta lærerens rolle og veilede elevene til å sammen sette seg inn i hva oppgaven handlet om. Sett i lys av sosiokulturell læringsteori (Säljö, 2016) . Lektorstudentene i denne studien ga tilbakemeldinger om at de synes grubletegningen fungerte som en naturlig overgang mellom oppgavene i oppgaveheftet.

Et hensyn læreren må ta i utvikling av oppgaver om proporsjonalitet er at elever kan ha ulike grunnforestillinger om proporsjonalitet, og dermed også ulike strategier for oppgaveløsing (Hafner, 2012; Kirsch, 1969; Lamon, 2020). Vi har sett i denne studien at i en oppgave som åpner for at elever kan bruke de strategiene de selv foretrekker, kan føre til at elevene jobber «individuelt sammen». Med det mener jeg at elevene jobber med samme oppgave som medelevene på gruppa, men at alle jobber individuelt. Dette i seg selv trenger ikke å være hverken negativt eller positivt, men kommer an på intensjonen med oppgaven. Sett i lys av sosiokulturell læringsteori er elevene viktige ressurser for hverandre i læringsprosessen (Säljö, 2016), og det er derfor ønskelig å utvikle oppgaver på en slik måte at elevene kan og vil snakke sammen om dem. I tidligere forskning trekkes det også frem som et kjennetegn ved utendørsundervisning at det legger til rette for elevsamarbeid (Buchholtz, 2017; Zender & Ludwig, 2019), og at elever uttrykker at de setter pris på det (Fägerstam & Blom, 2013; Fägerstam & Grothérus, 2018). Lektorstudenter i denne studien stiller spørsmål ved hva elever skal gjøre i en deloppgave som bygger på den forrige, dersom de ikke klarte den forrige. Jeg antydet gjennom observasjoner i denne studien at å sørge for at elever jobber sammen som en gruppe kan føre til at flere klarer oppgavene, fordi elevene kan være kompetente andre for hverandre underveis (Säljö, 2016).

Vi kan se fra vom Hofe og Blum (2016) at en sentral del av elevers læringsprosess i møte med oppgaver i matematikk er å oppfatte konteksten for læringssituasjonen. I utendørsundervisning befinner vi oss i en utendørs kontekst, hvor vi vet at også omgivelsene kan ta elevers fokus og føre til avsporinger (Olafsen & Maugesten, 2015). Fra gjennomføringen med elever i denne studien så vi at mange av elevene fikk utfordringer i arbeidet med oppgave 3 i oppgaveheftet, og at fokuset i stor grad da ble flyttet over på elevenes mobiler og sola på himmelen. Det viste seg i samtale med elevene at elevene ikke hadde forstått konteksten for oppgaven, og derfor mistet det faglige fokuset. På grunn av dette ble det lagt inn en grubletegning med mål om å hjelpe elevene med å sette seg inn i konteksten for oppgaven (Samková, 2018), og gi en naturlig overgang til neste deloppgave. Videre så vi i gjennomføringen med studenter at grubletegningen ga faglige diskusjoner i gruppene. Studentene ga også tilbakemeldinger som samsvarte med intensjonen for grubletegningen. Sett i lys av sosiokulturell læringsteori (Säljö, 2016) og teori om representasjonsnivåer (Bruner, 1966) kan en grubletegning i utendørsundervisning bidra til at elevene lærer av hverandre gjennom dialog og ved bruk av ulike representasjoner. I tillegg kan grubletegningen hjelpe elevene med å oppfatte og forstå konteksten for oppgaven, slik at elevene gjennom sine grunnforestillinger kan forstå det matematiske konseptet (vom Hofe & Blum, 2016).

Som det blir understreket av flere forskere (Buchholtz, 2017; Christensen & Wistoft, 2019; Fägerstam & Grothérus, 2018; Jordet, 2009) er et gjennomtenkt og begrunnet oppgavehefte ikke nok for å kunne gjennomføre god utendørsundervisning. Læreren må også gjøre bevisste valg knyttet til forberedelsen, gjennomføringen, oppsummeringen og oppfølgingen av utendørsundervisning. Det er dette jeg vil drøfte i neste delkapittel.

5.2 Didaktiske implikasjoner

For å besvare andre forskningsspørsmål til denne studien vil det først drøftes hvilke praktiske hensyn lærere bør ta knyttet til *forberedelse og gjennomføring* av utendørsundervisning, herunder i utviklingen av oppgaver. Deretter vil det drøftes hvilke hensyn lærere bør ta knyttet til *oppsummering og oppfølging* av utendørsundervisning.

5.2.1 Forberedelse og gjennomføring av utendørsundervisning

Læreren må forberede elevene på målinger som matematisk aktivitet i forkant av utendørsundervisning. Teori og tidligere forskning peker på at målinger er en sentral del av utendørsundervisning (Buchholtz, 2017; Olafsen & Maugesten, 2015; Solem et al., 2017; Zender et al., 2019). Dette viste seg også i denne studien. Studentene i studien ga tilbakemeldinger på at elever må ha kunnskap om målinger, måleusikkerheter og å forholde seg til møtet mellom praktisk og teoretisk matematikk i arbeidet med oppgaveheftet. Vi så i oppgaven om sirkler at elevenes besvarelser kunne beskrives i fire ulike caser, og at casene i stor grad var avhengig av nøyaktigheten i elevenes målinger og tallforståelse. Dette kan indikere at måleusikkerheter kan spille en svært sentral rolle i utendørsundervisning, uavhengig av det matematiske temaet for undervisningsopplegget. Det kan derfor være viktig å ha tatt opp målinger, måleusikkerheter, og estimering og overslagsstrategier i forkant av utendørsundervisning.

Videre kan det være en fordel å planlegge for hvordan elevene skal kunne samarbeide underveis i utendørsundervisningen. Studentene som deltok i studien stilte spørsmålstegn ved hva elever skal gjøre dersom de står fast på en oppgave, da læreren ikke i like stor grad som i klasserommet kan gi faglig støtte og ha oversikt over elevene . Det ble antydet i denne studien at å legge til rette for at elever snakker sammen om oppgavene kan gjøre at elevene enklere kan støtte hverandre i arbeidet med oppgavene. Som beskrevet innledningsvis har undervisningsopplegget i denne studien blitt utviklet i lys av sosiokulturell læringsteori, hvor elevene er ressurser i hverandres læringsprosess (Säljö, 2016). Videre ble det vektlagt at språket er en viktig ressurs for at elevene skal kunne samarbeide og støtte hverandre i læringsprosessen. I klasserommet er læreren en viktig rollemodell for bruk av matematisk språk. Fordi læreren er mer utilgjengelig for elevene i utendørsundervisning er det derfor viktig at læreren er bevisst på hvordan det kan legges til rette for faglige samtaler gjennom oppgavedesignet. En mulig måte å gjøre dette på kan være å bruke grubletegninger eller noe tilsvarende for å hjelpe elevene til å reflektere og sette seg inn i oppgaveteksten og drøfte det faglige innholdet i den (Naylor & Keogh, 1999; Samková, 2018). Grubletegninger har også en styrke i at de kan gi elevene eksempler på måter å ordlegge seg på om ulike grunnforestillinger knyttet til det matematiske innholdet i vandringen (Hafner, 2012).

5.2.2 Oppsummering og oppfølging etter utendørsundervisning

Det er lærerens jobb å tilpasse undervisningsopplegget til sine elever slik at det kan bidra til elevenes læring. For å bidra til elevers læring om proporsjonalitet gjennom bruk av utendørsundervisning kan det derfor være lurt å se på utendørsundervisningen som en læringsaktivitet, i en rekke av læringsaktiviteter (Buchholtz, 2017; Jordet, 2009). Et godt utviklet oppgavehefte bør implementeres i undervisningen som en helhet for å øke elevers læringsutbytte. Det som kan være viktig i den forbindelse, er å utvikle et oppgavehefte som er slik at elevene noterer sine målinger og tanker underveis i utendørsundervisningen, slik at de har dette å se tilbake på i etterarbeidet i klasserommet. Vi så for eksempel i gjennomføringen med elever at feil i en beregning kan føre til at oppgavens didaktiske potensiale ikke kom frem gjennom utendørsundervisningen, men at feilen kan diskuteres i ettertid med utgangspunkt i elevenes notater.

Et funn som kommer frem gjennom studentenes tilbakemeldinger på oppgavene er at koblingen mellom proporsjonalitet «i teori og praksis» trekkes frem som en av de store styrkene ved å ha utendørsundervisning om temaet. Vi vet at proporsjonalitet er et abstrakt tema for mange elever. Til tross for at proporsjonale sammenhenger finnes overalt rundt oss, er de ofte ikke direkte observerbare (Lamon, 2020; Solem et al., 2017). Kanskje dette gjør proporsjonalitet til et velegnet tema for utendørsundervisning, da elevene på den måten kan få innblikk i proporsjonale størrelser de finner i sine egne omgivelser? Jeg mener svaret er ja. Også andre trekker frem det praktiske aspektet ved utendørsundervisning som en styrke (Buchholtz, 2017; Olafsen & Maugesten, 2015). Men som vi har sett i denne studien, kan intensjonen om å la elevene *utforske* og *oppdage* disse sammenhengene, trues av måleusikkerheter. Studentene trekker frem at målinger og måleusikkerheter kan bli en utfordring for elever i flere av oppgavene i oppgaveheftet. Dette støttes av observasjoner og besvarelser fra gjennomføringen med elever i denne studien. Sett fra en annen side trekkes det også frem at diskusjoner, samtaler eller oppsummeringer etter gjennomføringen utendørs kan ha en stor verdi i denne sammenhengen. Her kan elevenes målinger brukes som utgangspunkt for å diskutere hvilken rolle måleusikkerheter kan spille når vi jobber med praktisk matematikk. Et videre funn i studien er at dermed at det kan ligge et stort potensial i diskusjoner, samtaler eller oppsummeringer etter gjennomføringen utendørs.

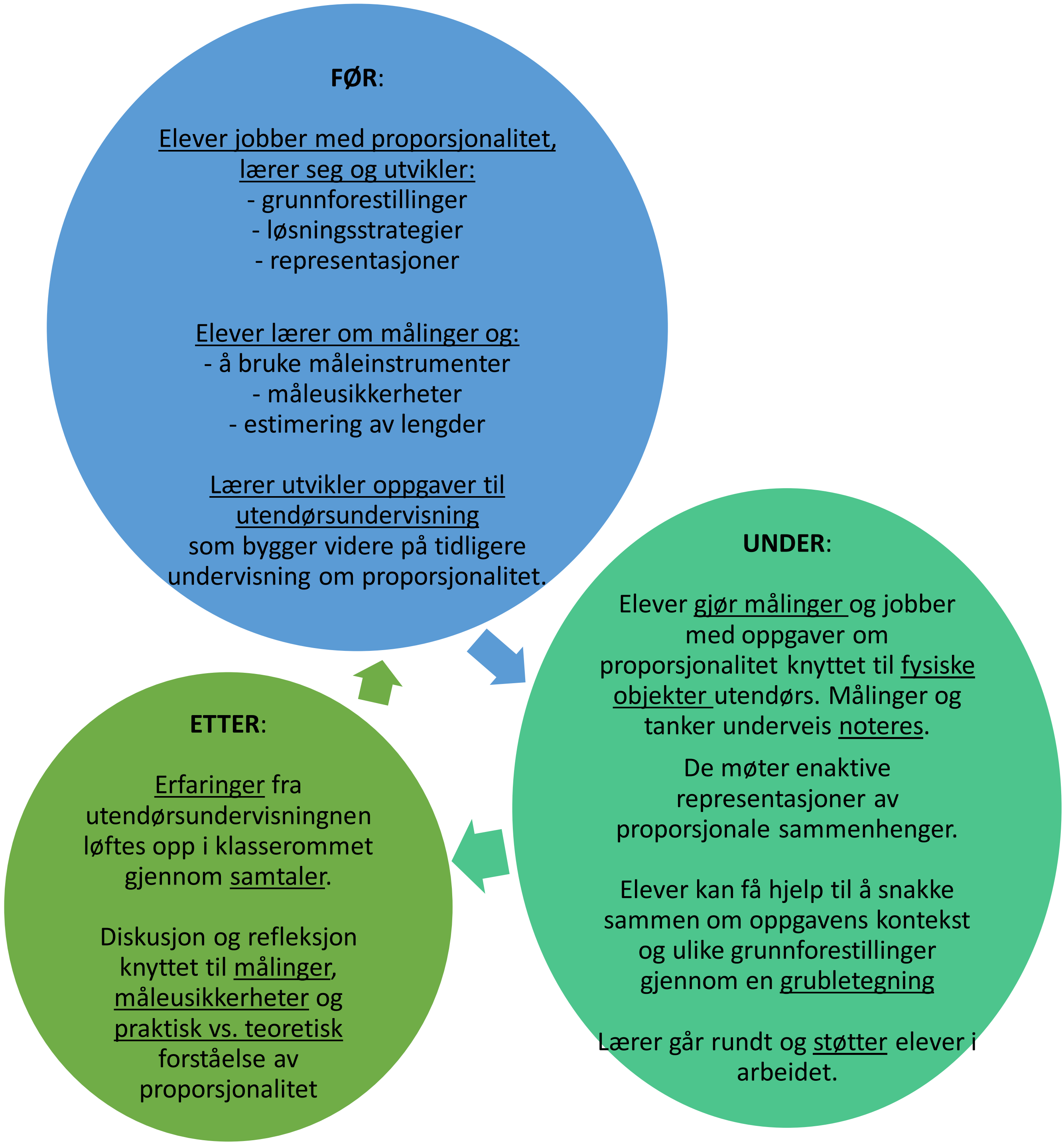
Sett i lys av sosiokulturell læringsteori skjer læring nettopp i samhandling med omgivelsene våre, og i samtaler med andre (Säljö, 2016). Læreren er en viktig ressurs for å hjelpe elevene med å løfte frem sine funn og få frem koblingen mellom teori og praksis (Jordet, 2009). Proporsjonalitet i matematikken er et abstrakt begrep (Solem et al., 2017), og for at elevene skal kunne utforske dette, trenger de støtte fra læreren. Dette kan gjøres ved å løfte elevenes resultater, tanker og målinger fra vandringen opp til et høyere nivå i en diskusjon, samtale eller oppsummering innendørs etter at vandringen er gjennomført. Slik kan utendørsundervisningen inngå som del av en læringsprosess (Jordet, 2009) hvor elevene også møter proporsjonalitet som matematisk tema gjennom ulike representasjoner (Bruner, 1966).

5.3 Et mini-rammeverk for utendørsundervisning om proporsjonalitet

Gjennom denne studien har jeg utviklet utendørsundervisning om proporsjonalitet for matematikk 1P, og forsøkt å finne ut mer om *hva* som fungerer, og *hvorfor*. Jeg vil igjen trekke frem og minne om Jordet (2009) sine tre, ikke-lineære, steg i en helhetlig læringsprosess ved bruk av utendørs undervisning, denne gangen litt forkortet:

1. Elever og lærere gjør forarbeid innendørs.
2. Utendørs undervisning hvor elevene arbeider med praktiske oppgaver.
3. Bearbeiding og oppfølging av utendørsundervisningen innendørs.

Med utgangspunkt i de tre stegene vil jeg, med utgangspunkt i teori og funn fra denne studien, presentere et mini-rammeverk for utvikling og implementering av utendørsundervisning om proporsjonalitet. Dette følger av diskusjonen og vil derfor ikke forklares nærmere.



6 Avslutning

I dette avsluttende kapittelet vil jeg samle trådene fra analysen og diskusjonen av resultatene. Problemstillingen og de to forskningsspørsmålene for studien vil besvares. Det vil gjøres rede for begrensninger ved studien og jeg vil peke på muligheter for fremtidig forskning.

6.1 Konklusjon

Denne oppgaven har tatt utgangspunkt i følgende problemstilling: **Hvordan kan lærere utvikle og implementere et utendørs undervisningsopplegg om temaet proporsjonalitet for matematikk 1P?** Problemstillingen ble delt inn i to forskningsspørsmål, hvor det første omhandler *utvikling av uteoppgaver* om proporsjonalitet, og det andre omhandler *praktiske hensyn* knyttet til forberedelser, gjennomføring og oppfølging av undervisningen. Disse er undersøkt gjennom en designbasert forskningsmetode i to runder. Videre vil jeg oppsummere de viktigste funnene til hvert forskningsspørsmål og besvare problemstillingen.

Et funn jeg ser på som svært sentralt i denne studien er at utvikling av oppgaver ikke må ses på som en isolert del av lærerens planlegging av utendørsundervisningen. Derimot må utviklingen av oppgaver til oppgaveheftet ses på i tett sammenheng med forberedelser og etterarbeid av selve utendørsøkta. Hva kan elevene *fra før*, og hva skal de sitte igjen med i *etterkant*? Dette er i tråd med Jordet (2009) sin bemerkning om at «Ute- og inneundervisningen er […] to sider av samme sak, de er komplementære deler i en helhetlig opplæring som ikke kan sees uavhengig av hverandre». Funn fra denne studien indikerer at dette samspillet også bør spille en viktig rolle ved utviklingen av oppgaver til utendørsundervisning om proporsjonalitet.

Et annet sentralt funn fra studien, sett i lys av sosiokulturell læringsteori, er at oppgaver bør utvikles på en slik måte at de hjelper elever å snakke sammen om fagstoffet. På den måten kan elever kan hjelpe og støtte hverandre faglig i arbeidet. Som nevnt tidligere kjennetegnes utendørsundervisning gjerne ved at elevene er aktive, og at læreren og elevene ikke har like umiddelbar tilgang til hverandre som inne i klasserommet. Dette er naturlig, da elevene er mer geografisk spredt ved utendørsundervisning enn ved undervisning i klasserommet. Vi har sett i denne studien at en grubletegning kan være effektivt for å la elever diskutere og sette seg inn i konteksten for en oppgave ved utendørsundervisning. Bruk av grubletegning gir også elevene eksempler på hvordan de kan formulere de faglige tankene sine til medelever. I denne studien var det matematiske temaet proporsjonalitet, og ulike grunnforestillinger la grunnlaget for de ulike påstandene i grubletegningen. På grunn av smittevernhensyn ble ikke grubletegningen testet ut med elever i denne studien. Vi så likevel fra studenters arbeid med oppgaven, og studentenes tilbakemeldinger i ettertid, at en grubletegning kan være godt egnet som en overgang mellom deloppgaver i utendørsundervisning.

Når det gjelder praktisk gjennomføring mener jeg det viktigste funnet fra denne studien er at elever trenger opplæring i målinger som matematisk aktivitet i forkant av utendørs undervisning, og samtale om måleusikkerheter i sine målinger i ettertid. Dette kan innebære praktisk hjelp til hvordan målinger kan gjøres, men også ulike strategier for estimering av lengder. For å kunne snakke om målinger og måleusikkerheter etter utendørsundervisningen, kan det være lurt å utvikle et oppgavehefte hvor elevene skal notere ned sine målinger med tilhørende måleenheter, slik at etterarbeidet kan knyttes direkte til disse.

For å besvare problemstillingen vil jeg også vise til mini-rammeverket som ble presentert i kapittel 5.3. Jeg håper at dette kan gi en liten pekepinn for lærere og lærerstudenter som ønsker å planlegge, utvikle og gjennomføre utendørsundervisning om proporsjonalitet innenfor et matematisk tema. Det er viktig å huske Jordet (2009) sin bemerkning gjennom hele prosessen ved implementering av utendørsundervisning; i planleggingen og utviklingen av oppgaver, i gjennomføringen, og i oppfølgingen i etterkant. Jeg ønsker også å understreke igjen at målet med bruk av utendørsundervisning er å bidra til elevers læring. Viktigheten av å planlegge for *læring*, ikke for *aktiviteter* kan ikke stresses nok.

Jeg gikk inn i denne masterstudien med hovedfokus på det som skulle skje i forkant av og underveis i vandringen. Etter å ha gjennomført pilotering og en runde datainnsamling med elever kom det derimot frem at det ligger mye potensial i tankene og diskusjonene elevene har og opparbeider seg underveis på vandringen. Det kan påstås at vandringen ikke oppnår sitt fulle potensial som læringsaktivitet dersom elevenes tanker og prosesser blir løftet opp til et høyere nivå i ettertid. Studentenes tilbakemeldinger på opplegget samsvarer med dette. Flere av studentene hadde i sine tilbakemeldinger fokus på diskusjoner og refleksjoner som kan følges opp i undervisning i etterkant av vandringen. Utendørsundervisning er del av en rekke læringsaktiviteter i undervisningen – tenk på den som del av en helhet, ikke et undervisningsopplegg i seg selv. Slik kan utendørsundervisning bidra til å variere og tilpasse opplæringen til elever som lærer på ulike måter.

6.2 Begrensninger

Som nevnt tidligere er resultatene i designbasert forskning svært kontekstavhengige (Cobb et al., 2003; Patton, 1999). I denne studien har jeg sett på utendørsundervisning om proporsjonalitet i matematikk 1P, og det er derfor kun denne konteksten studien kan si noe om. Selv om utvalgene i studien ikke statistisk representative og resultatene kan ikke generaliseres til å gjelde alle elever eller studenter, har resultatene likevel noe overførbarhet. Resultatene forteller noe om *et utvalg elevers respons* til oppgavene i første utgave og *et utvalg lektorstudenters tilbakemeldinger* til andre utgave i oppgaveheftet. Funnene belyser noen sentrale aspekter ved oppgavene i de ulike utgavene av oppgaveheftet, og heftet ble derfor videreutviklet slik at den endelige utgaven sannsynligvis er bedre egnet til utendørsundervisning om proporsjonalitet enn den første utgaven var.

At den andre runden av utprøving og videreutvikling ble gjennomført med studenter i stedet for elever har tilført studien et interessant og relevant «lærerperspektiv» på oppgaveutviklingen og implementering av undervisningsopplegget. På en annen side legger det også en begrensning på studien, da den andre utgaven av oppgaveheftet ble ikke testet på elever, som er målgruppen for heftet. Likevel ble oppgaveheftet utviklet med elevers læring i fokus, og endringene som ble gjort fra den andre utgaven av heftet er begrunnet i teori og studenters tilbakemeldinger. Lærere som ønsker å bruke oppgaveheftet i sin egen undervisning står også fritt til å tilpasse og videreutvikle oppgavene og oppgaveheftet til ulike elever og omgivelser.

Som nevnt består designbasert forskningsmetode av gjentakende runder med utprøving og videreutvikling, og om tiden og omfanget av studien hadde tillatt det kunne oppgavene også blitt testet i en tredje runde med utprøving. Et naturlig steg videre ville vært å prøve ut den tredje (endelige) utgaven av oppgaveheftet med elever i målgruppen for heftet. Dette kan isteden være en mulighet videre for lærere som ønsker å tilpasse, prøve ut og videreutvikle oppgaveheftet til bruk med andre elever eller i andre områder. Dette bringer meg over til å se på muligheter for videre forskning.

6.3 Videre forskning

Som nevnt innledningsvis, kan metoden som er brukt i denne studien ses på som en modellering for lærere som ønsker å utvikle egne undervisningsopplegg for utendørsundervisning i matematikk. Det kan være aktuelt for lærere og lærerstudenter å bruke kunnskap fra denne studien til å utvikle og teste egne undervisningsopplegg og oppgaver til utendørsundervisning gjennom FoU-prosjekter eller aksjonsforskning på sin egen skole. Erfaringer og resultater fra denne studien kan for eksempel brukes som et utgangspunkt for å utvikle oppgavehefter for *andre nivåer og andre temaer* enn proporsjonalitet i matematikk 1P. I samarbeid med kolleger kan undervisningsopplegg til ulike nivåer, fag og temaer utvikles, prøves ut og videreutvikles gjennom aksjonsforskning. En annen mulighet for videre forskning er å undersøke design av *tverrfaglige opplegg* til utendørsundervisning. For eksempel kan det lages et tverrfaglig undervisningsopplegg i naturfag og matematikk med tema bærekraftig utvikling. Elever kan undersøke fordelingsmodeller, søppelhåndtering eller noe annet med relevans i sitt eget nærmiljø. Det kan også være en mulighet å bygge videre på erfaringer fra denne studien til å lage opplegg for *utendørsprosjekter* eller fagdager. En student pekte også på dette i sine tilbakemeldinger til oppgaveheftet som en helhet og kom med noen forslag som jeg vil løfte frem her til inspirasjon for lesere. Studenten skrev: *«Oppgaven om trær kan brukes i videre prosjekter, f.eks. Hvor lenge i forveien må du plante et juletre? Undersøkelser av treets høyde og diameter. Hva er økonomisk lurt for en juletreprodusent?».*

Som nevnt i teorikapittelet om utendørs matematikk kan matematiske vandringer også kombineres med digitale hjelpemidler, for eksempel legges inn i en mobil-app som elevene skal bruke (Zender et al., 2019). En mulighet for videre forskning er derfor å bruke kunnskap fra denne studien til å utvikle utendørsundervisning om proporsjonalitet ved bruk av digitale hjelpemidler. I denne studien var det også en student som pekte på bruk av digitale hjelpemidler i sine tilbakemeldinger til oppgaveheftet som en helhet. Jeg synes studentens tilbakemelding var interessant og vil løfte den frem her til inspirasjon for videre forskning. Tilbakemeldingen lød som følger: *«Dette burde vært en app! Eller samtidig ikke.. Man mister mulighet til å skrible matematisk (å tenke på arket)».* Å bruke en mobil-app kan utvilsomt gi andre muligheter og utfordringer for oppgavedesign enn de som er drøftet i denne studien. Dette kunne vært interessant å undersøke videre!

Litteraturliste

Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Cappelen Damm akademisk.

Blum, W. (2011). Can Modelling Be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research. I G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Red.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: ICTMA14* (Bd. 1) (International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling). Springer.

Boeije, H. (2010). *Analysis in Qualitative Research*. SAGE.

Borge, I. C., Engeseth, J., Haug, H., Heir, O., Moe, H., Norderhaug, T. T. & Vie, S. M. (2020). *Matematikk 1P* (Bokmål, 4. utg.). Aschehoug undervisning.

Bratberg, Ø. (2017). *Tekstanalyse for samfunnsvitere* (2. utg.). Cappelen Damm akademisk.

Brown, A. L. (1992). Design Experiments: Theoretical and Methodological Challenges in Creating Complex Interventions in Classroom Settings. *The Journal of the learning sciences*, *2*(2), 141-178. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0202_2

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Belknap Press of Harvard University Press.

Buchholtz, N. (2017). How Teachers Can Promote Mathematising by Means of Mathematical City Walks. I G. A. Stillman, W. Blum & G. Kaiser (Red.), *Mathematical Modelling and Applications* (s. 49-58). Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1_4

Burkhardt, H. & Swan, M. (2013). Task design for systemic improvement. I C. Margolinas (Red.), *Task Design in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22* (s. 431-439).

Christensen, J. H. & Wistoft, K. (2019). Investigating the effectiveness of subject-integrated school garden teaching. *Journal of outdoor and environmental education*, *22*(3), 237-251. https://doi.org/10.1007/s42322-019-00043-5

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, *32*(1), 9-13. https://doi.org/10.3102/0013189X032001009

Creswell, J. W. & Miller, D. L. (2000). Determining Validity in Qualitative Inquiry. *Theory Into Practice: Getting Good Qualitative Data to Improve Eduational Practice*, *39*(3), 124-130.

Dalen, M. (2011). *Intervju som forskningsmetode* (2. utg.). Universitetsforlaget.

Dillon, J., Rickinson, M., Teamey, K., Morris, M., Choi, M. Y., Sanders, D. & Benefield, P. (2006). The value of outdoor learning: evidence from research in the UK and elsewhere. *The School science review*, *87*(320), 107-111.

Dyment, J. E., Chick, H. L., Walker, C. T. & Macqueen, T. P. N. (2018). Pedagogical content knowledge and the teaching of outdoor education. *Journal of adventure education and outdoor learning*, *18*(4), 303-322. https://doi.org/10.1080/14729679.2018.1451756

Fangen, K. (2004). *Deltagende observasjon*. Fagbokforlaget.

Fangen, K. (2011). Deltagende observasjon. I A.-M. Sellerberg & K. Fangen (Red.), *Mange ulike metoder* (s. s. 37-56). Gyldendal akademisk.

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2014). Innholdsanalysens muligheter i utdanningsforskning. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, *98*(2), 127-139.

Fägerstam, E. & Blom, J. (2013). Learning biology and mathematics outdoors: effects and attitudes in a Swedish high school context. *Journal of adventure education and outdoor learning*, *13*(1), 56-75. https://doi.org/10.1080/14729679.2011.647432

Fägerstam, E. & Grothérus, A. (2018). Secondary school students' experience of outdoor learning: A Swedish case study. *Education*, *138*(4), 378-392.

Gravemeijer, K. & Prediger, S. (2019). Topic-Specific Design Research: An Introduction. I G. Kaiser & N. Presmeg (Red.), *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education* (s. 33-57). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7

Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder*. Fagbokforlaget.

Hafner, T. (2012). *Proportionalität und Prozentrechnung in der Sekundarstufe I*. Vieweg+ Teubner Verlag.

Hildreth, D. J. (1983). The Use of Strategies in Estimating Measurements. *The Arithmetic teacher*, *30*(5), 50-54.

Hjardemaal, F. (2011). Vitenskapsteori. I T. A. Kleven, K. Tveit & F. Hjardemaal (Red.), *Innføring i pedagogisk forskningsmetode. En hjelp til kritisk tolking og vurdering* (2. utg., s. 179-202). Fagbokforlaget.

Hsieh, H.-F. & Shannon, S. E. (2005). Three Approaches to Qualitative Content Analysis. *Qualitative Health Research*, *15*(9), 1277-1288. https://doi.org/10.1177/1049732305276687

Jan, M., San Chee, Y. & Tan, E. M. (2010). Unpacking the Design Process in Design-based Research. *Learning in the Disciplines: Proceedings of the 9th International Conference of the Learning Sciences (ICLS 2010)*, *2*, 470-471. https://repository.isls.org//handle/1/2911

Johnson, B. R. (2013). Validity of Research Results in Quantitative, Qualitative, and Mixed Research. I B. R. Johnson & L. B. Christensen (Red.), *Educational research: Quantitative, Qualitative, and Mixed approaches* (4. utg., s. 277-316). Sage.

Jolly, L. & Leisner, M. (2012). *Skolehager i Oslo og Akershus 2012 - Status og utfordringer*. Fylkesmannen i Oslo og Akershus, Landbruksavdelingen, rapport nr. 1/2012.

Joram, E., Subrahmanyam, K. & Gelman, R. (1998). Measurement Estimation: Learning to Map the Route From Number to Quantity and Back. *Review of educational research*, *68*(4), 413-449. https://doi.org/10.3102/00346543068004413

Jordet, A. N. (2009, 28. juli). *Hva er uteskole?* Høyskolen i Hedmark. https://www.natursekken.no/side/utskrift.html?tid=1212684

Kirsch, A. (1969). An Analysis of Commercial Arithmetic. *Educational studies in mathematics*, *1*(3), 300-311. https://doi.org/10.1007/BF00558315

Kleven, T. A. (2011). Vitenskapsteori. I T. A. Kleven, K. Tveit & F. Hjardemaal (Red.), *Innføring i pedagogisk forskningsmetode. En hjelp til kritisk tolking og vurdering* (2. utg., s. 27-47). Fagbokforlaget.

Kunnskapsdepartementet. (2015). *Tett på realfag: Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnopplæringen (2015–2019)*. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/tett-pa-realfag/id2435042/

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del - verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk fellesfag Vg1 praktisk (matematikk P)* (MAT08-01). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Lamon, S. J. (2020). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (4. utg.). Taylor & Francis Group.

Larsen, A. K. (2017). *En enklere metode: Veiledning i samfunnsvitenskapelig forskningsmetode* (2. utg.). Fagbokforlaget.

Lesh, R. A. & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching, Learning, and Problem Solving. I R. A. Lesh & H. M. Doerr (Red.), *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching*. Taylor & Francis Group.

Naylor, S. & Keogh, B. (1999). Constructivism in Classroom: Theory into Practice. *Journal of Science Teacher Education*, *10*(2), 93-106. http://www.jstor.org.ezproxy.uio.no/stable/43156211
NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole – Fornyelse av fag og kompetanser*. Kunnskapsdepartementet. http://www.regjeringen.no/
NSD - Norsk senter for forskningsdata. (u.å.). *Hvordan gjennomføre et prosjekt uten å behandle personopplysninger?* Hentet 4.3.2021 fra https://www.nsd.no/personverntjenester/oppslagsverk-for-personvern-i-forskning/hvordan-gjennomfore-et-prosjekt-uten-a-behandle-personopplysninger/
Olafsen, A. R. & Maugesten, M. (2015). *Matematikkdidaktikk i klasserommet* (2. utg.). Universitetsforlaget.
Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa* (LOV-1998-07-17-61). Kunnskapsdepartementet. https://lovdata.no/pro/NL/lov/1998-07-17-61
Patton, M. Q. (1999). Enhancing the Quality and Credibility of Qualitative Analysis. *Health services research*, *34*(5 pt. 2), 1189–1208.
Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research & evaluation methods: Integrating theory and practice* (4. utg.). Sage.
Rapley, T. (2016). Some pragmatics of Qualitative data analysis. I D. Silverman (Red.), *Qualitative research* (4. utg., s. 331-355). Sage.
Ringgaard, A. (2021). *Folkeskoler med udeundervisning har mere motiverede elever*. Hentet 25. mai fra https://videnskab.dk/kultur-samfund/folkeskoler-med-udeundervisning-har-mere-motiverede-elever
Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a Representation of Practice. I O. Buchbinder & S. Kuntze (Red.), *Mathematics Teachers Engaging With Representations of Practice: A Dynamically Evolving Field* (ICME-13). Springer.
Sandoval, W. A. & Bell, P. (2004). Design-Based Research Methods for Studying Learning in Context: Introduction. *Educational psychologist*, *39*(4), 199-201. https://doi.org/10.1207/s15326985ep3904_1
Shoaf, M., Pollak, H. & Schneider, J. (2004). *Math trails*. COMAP.
Siddiq, F., Larsen, E. H., Reiling, R. B., Wollscheid, S., Vaagland, K. & Tømte, C. (2018). *Evaluering av «Tett på realfag». Status før implementeringen. Delrapport 1. Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnopplæringen (2015-2019)* (5). Nordisk institutt for studier av innovasjon, forskning og utdanning (NIFU).
Silverman, D. (2011). *Interpreting qualitative data: A guide to the principles of qualitative research* (4. utg.). Thousand Oaks: Sage.
Solem, I. H., Alseth, B., Eriksen, E. & Smestad, B. (2017). *Tall og tanke 2*. Gyldendal Norsk Forlag.
Säljö, R. (2016). *Læring: En introduksjon til perspektiver og metaforer* (I. C. Goveia, Overs.). Cappelen Damm akademisk.
Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Fagbokforlaget.
Universitetet i Stavanger. (2020). *Uteskole: lek og læring utendørs*. Fakultet for utdanningsvitenskap og humaniora ved Universitetet i Stavanger. Hentet 9. juni 2021 fra https://www.uis.no/nb/uteskole-lek-og-laering-utendors
vom Hofe, R. & Blum, W. (2016). "Grundvorstellungen" as a Category of Subject-Matter Didactics. *Journal fur Mathematik-Didaktik*, *37*(1), 225-254. https://doi.org/10.1007/s13138-016-0107-3
Zender, J., Cahyono, A. N., Gurjanow, I. & Ludwig, M. (2019). *New approaches in the research on mathematics trails with technology*. World Education Research Association 2019 Focal Meeting in Tokyo 10 Years Anniversary, Tokyo.

Zender, J. & Ludwig, M. (2019, Feb). The long-term effects of MathCityMap on the performance of German 15 year old students concerning cylindric tasks. *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11).* Utrecht, Netherlands.

Vedlegg

Vedlegg 1: NSD sin vurdering av studien

NSD MELDESKJEMA FOR BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER — Norsk — Elin Sletten

NSD sin vurdering

Skriv ut

Prosjekttittel
Læring gjennom matematiske vandringer

Referansenummer
454264

Registrert
19.08.2020 av Elin Sletten - elinslet@uio.no

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Oslo / Det utdanningsvitenskapelige fakultet / Institutt for lærerutdanning og skoleforskning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)
Arne Hole, arne.hole@ils.uio.no, tlf: 22855048

Type prosjekt
Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student
Elin Sletten, slettenelin@gmail.com, tlf: -

Prosjektperiode
17.08.2020 - 31.12.2021

Status
24.08.2020 - Vurdert

Vurdering (1)

24.08.2020 - Vurdert
Det er vår vurdering at det ikke skal behandles direkte eller indirekte opplysninger som kan identifisere enkeltpersoner i dette prosjektet, så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet den 24.08.2020 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD.

Prosjektet trenger derfor ikke en vurdering fra NSD.

HVA MÅ DU GJØRE DERSOM DU LIKEVEL SKAL BEHANDLE PERSONOPPLYSNINGER?
Dersom prosjektopplegget endres og det likevel blir aktuelt å behandle personopplysninger må du melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Vent på svar før du setter i gang med behandlingen av personopplysninger.

VI AVSLUTTER OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Siden prosjektet ikke behandler personopplysninger avslutter vi all videre oppfølging.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Henrik Netland Svensen
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Vedlegg 2: Endelig versjon av oppgaveheftet

Oppgaveheftet begynner på neste side.

Oppgaveheftet vil også være tilgjengelig på Universitetet i Oslo sine nettsider under prosjektet **Matematikk i byen (Math & The City)** så lenge prosjektsiden er aktiv.

Lenke til prosjektsiden:
https://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/math-and-the-city/

En matematisk vandring i Botanisk Hage

Aktuelle kompetansemål for matematikk 1P:

Du skal kunne:

- utforske, beskrive og bruke begrepene proporsjonalitet og omvendt proporsjonalitet
- identifisere variable størrelser i ulike situasjoner og bruke dem til utforskning og generalisering
- tolke og bruke sammensatte måleenheter i praktiske sammenhenger og velge egnede målenheter

Hentet fra læreplanen i matematikk 1P, https://www.udir.no/lk20/mat08-01/

Bilde 1: Utendørs matematikk. Hentet fra https://www.wikihow.com/, CC BY-NC-SA 3.0

Utstyr: dette oppgaveheftet, skrivesaker, mykt målebånd og kalkulator (f.eks. på mobil)

Oppgave 1: Sirkler

I oppgave 1 skal dere selv finne tre ulike sirkler som dere bruker for å løse oppgaven.

a) **Bruk målebåndet** til å finne omkretsen og diameteren av tre ulike sirkler.
Regn deretter ut forholdet mellom omkrets og diameter for hver sirkel. Fyll inn i tabellen:

	Sirkel 1	**Sirkel 2**	**Sirkel 3**
Omkretsen $\boldsymbol{O}$ (i cm)	*Vi målte:*	*Vi målte:*	*Vi målte:*
Diameteren $\boldsymbol{d}$ (i cm)	*Vi målte:*	*Vi målte:*	*Vi målte:*
Forholdet mellom omkrets og diameter: $\boldsymbol{\frac{O}{d}}$	*Vi regnet ut:*	*Vi regnet ut:*	*Vi regnet ut:*

b) Se på **forholdene** dere regnet ut i forrige oppgave. Hva ser dere? Er forholdene like eller ulike?

Skriv her:

c) Hvis forholdet mellom *omkrets* og *diameter* av sirkler er det samme uansett hvilken sirkel vi velger, så er omkrets og diameter **proporsjonale størrelser**.

Hva mener dere: Er omkrets og diameter proporsjonale størrelser?

Skriv her:

Oppgave 2: Frøkapsler

Oppgave 2 handler om de store frøkapsel-figurene som står finner langs gangveien ved «Systematisk hage» i Botanisk Hage.

I denne oppgaven antar vi at *lengden på en frøkapsel* og *høyden på treet den kommer fra* er proporsjonale størrelser.

Det betyr: jo lengre frøkapsel, jo høyere er treet!

Bilde 2: Frøkapsel fra et lønnetre (www.ndla.no)

Et tre som er 5 meter høyt har frøkapsler som er 10 cm lange.

a) **Bruk informasjonen** over til å fullføre tabellen:

lengden på en frøkapsel (cm)	1	2	**10**		100	250
høyden på treet den kommer fra (m)			**5**	15		

b) Ut fra tabellen, **lag en regel** sammen med gruppen din for å bestemme høyden på treet når dere vet lengden på en frøkapsel.
Dere kan skrive den med ord eller som en matematisk formel.

Skriv her:

c) Bruk regelen dere lagde i oppgave b) til å undersøke:

Hvis frøkapsel-figurene her i parken kom fra et tre, hvor høyt ville treet vært?

Gjør utregninger her:

d) Se på svaret dere fikk i oppgave c).

Hva tenker du: Er svaret realistisk? Hvorfor/hvorfor ikke? Diskuter med de andre på gruppa. Noter tanker fra gruppa her:

Noter her:

Oppgave 3: Trær

I denne oppgaven skal dere velge et tre i Botanisk Hage som dere skal undersøke.

a) Mål med målebånd. Hva er **omkretsen av treet dere har valgt**?
Oppgi omkretsen i cm.

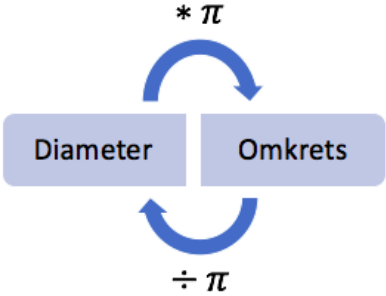
Skriv her:

Bilde 3: Målinger av trær.
https://mothernatured.com/

b) Gjør nødvendige beregninger for å finne **diameteren av treet**. Oppgi svaret i cm.

Vis utregning her:

Hint: Husk sammenhengen mellom diameter og omkrets:



c) En vennegjeng diskuterer denne setningen:

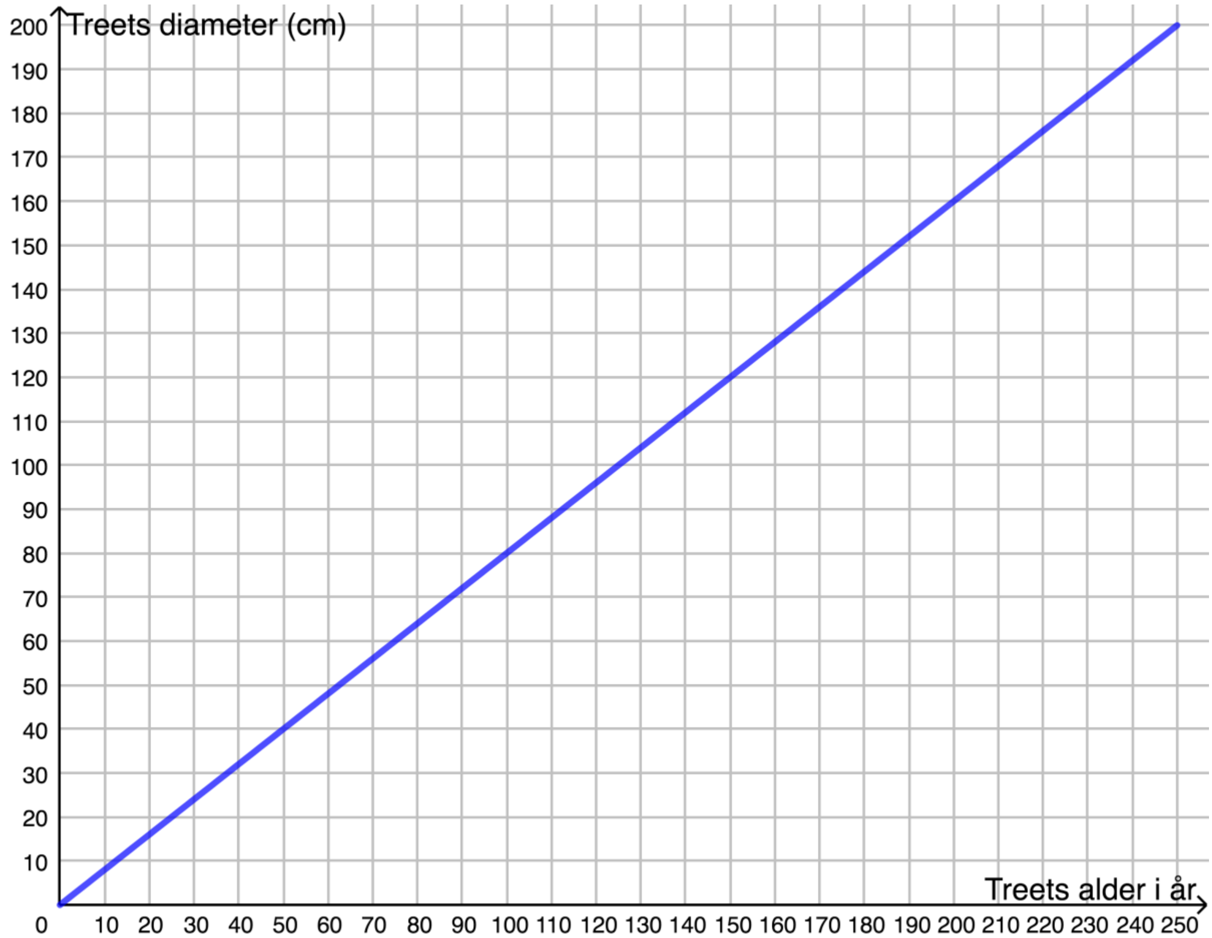
Diameteren av et tre øker gjennomsnittlig med 0,8 cm hvert år etter frøet blir plantet.

Hva tenker dere? Er dere enige eller uenige med noen i vennegjengen over?

Skriv her:

Ved hjelp av treets diameter kan vi undersøke hvor gammelt treet er.

d) Bruk grafen under for å **finne alderen til treet dere valgte**. Vis hvordan dere tenker:



Hva er alderen til treet dere valgte, ifølge grafen?

Noter svaret deres her:

e) Hvor stor er **treets diameter om 10 år**?

Dere velger selv fremgangsmåte for å undersøke dette. Vis hvordan dere tenker:

Beskriv fremgangsmåte her:

Vedlegg 3: Tilbakemeldingsskjema for lektorstudentene

1. Fyll inn. Vær så konkret som mulig.

Oppg.	Hvilken matematisk kompetanse må elever ta i bruk for å gjennomføre oppgaven?	Hvilke misoppfatninger tror dere elever kan ha knyttet til oppgaven?	Forslag til forbedringer eller andre kommentarer?
1a			
1b			
1c			
2a			
2b			
2c			

Oppg.	Hvilken matematisk kompetanse må elever ta i bruk for å gjennomføre oppgaven?	Hvilke misoppfatninger tror dere elever kan ha knyttet til oppgaven?	Forslag til forbedringer eller andre kommentarer?
3a			
3b			
3c			
3d			
3e			

2. Hvis du skulle gjennomført denne vandringen som lærer med en klasse i 1P, hva ville vært dine bekymringer, spørsmål eller tanker i forkant av gjennomføringen?

3. Har du noen andre kommentarer til vandringen, oppgavene, oppgaveheftet, eller den praktiske gjennomføringen? Vær konkret.