Math Trails og modellering

En kvalitativ analyse av elevers arbeid med modelleringsaktiviteter i et utendørs undervisningsopplegg kalt Math Trails

Juliane Lauen Singstad

Masteroppgave i matematikkdidaktikk
Institutt for lærerutdanning og skoleforskning
Det utdanningsvitenskapelige fakultet

UNIVERSITETET I OSLO
2020

MATH TRAILS OG MODELLERING

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning
Juliane Lauen Singstad

2020

Tittel

http://www.duo.uio.no/

Trykk: Reprosentralen, Universitetet i Oslo

Sammendrag

Denne kvalitative studien undersøker elevers modelleringsarbeid i et utendørs, objektrelatert undervisningsopplegg. Modellering handler om å knytte virkeligheten og matematikken sammen ved å gjøre et reelt problem matematisk, for så å tolke den matematiske løsningen i lys av virkeligheten. Skolen i dag er i endring for å gjøre matematikkfaget mer relevant og virkelighetsnært, og kan dra stor nytte av modelleringsundervisning nettopp av den grunn. Når modellering også blir en relativt viktig del av Fagfornyelsen, blir det desto viktigere å følge med på utviklingen i klasserommene. Så langt er det relativt få utarbeidede eksempler for lærere å integrere matematisk modellering i norsk matematikkundervisning. Tavleundervisning er mest utbredt, til tross for at det ikke nødvendigvis er den beste undervisningsformen. Denne masteroppgaven tar utgangspunkt i et undervisningsopplegg som skal være et alternativ til tavleundervisning. Ved å undersøke hvordan elever arbeider med undervisningsopplegget "Math Trails", ønsker jeg å undersøke hvilke modelleringsprosesser elevene går gjennom samt hvordan undervisningsopplegget påvirker modelleringsarbeidet på ulike måter. Problemstillingen er som følger: *Hva kjennetegner elevers arbeid med modellering i undervisningsopplegget «Math Trails»?* For å kunne besvare det spørsmålet ble ni matematikkelever i 1P filmet mens de arbeidet med undervisningsopplegget. Elevene samarbeidet i grupper, og løste tre oppgaver med modelleringsaktiviteter. Videomaterialet ble senere analysert med en deduktiv og en induktiv tilnærming for å nyansere problemstillingen min. Resultatene viser en forskjell mellom elevenes valg av modelleringsruter, samt hvor mye tid som ble brukt per delprosess i modelleringssyklusen. Resultatene viser også at det å bruke mobiltelefonen kan være til hjelp der elevene forstår seg på fremgangsmåten og har en anelse om utfallet, men kan være til hinder i de tilfellene elevene for eksempel støter på begrepsbarrierer eller innehar manglende hjelpemiddelkompetanse. Formålet med denne studien er å bidra med empirisk forskning i et forskningsgap som går ut på at det er mye forskning på hva modellering *er*, men lite forskning både på hvordan elever jobber med undervisning og hvordan det best kan implementeres i undervisningen.

Forord

Året 2020 til nå har virkelig vært en tankevekker. Det startet ved at klimaendringene viste seg for fullt med skogbranner over et helt kontinent, livet som vi kjente det stoppet deretter opp på grunn av coronavirus-pandemien, og for å ikke snakke om maktmisbruk, oljekrise og protester for å ta et endelig oppgjør mot rasisme. Dette er bare eksempler på hvorfor kunnskap blir viktigere og viktigere i samfunnet. Aldri før har jeg kjent så sterkt på viktigheten i å fokusere på nettopp kunnskap. Det å bli lærer, og forhåpentligvis lære elever å lære, tenke kritisk og bruke den kunnskapen de får, vil kunne gjøre en forskjell i fremtiden.

Arbeidet med denne oppgaven har vært en lang prosess, og symboliserer avslutningen på mine hele syv lærerike og inspirerende år som student. I den forbindelse er det noen jeg ønsker å takke. Jeg vil gjerne takke læreren og elevene som var så positive og som lot meg forstyrre dem med et undervisningsopplegg jeg aldri hadde testet i noen andre klasser før, som lot meg observere deres arbeid, og dermed gjorde denne studien mulig. Jeg vil takke min veileder Nils Buchholtz som hele tiden engasjerte seg i arbeidet mitt og inspirerte meg, og for god hjelp og støtte underveis i arbeidsprosessen. Takk for lange diskusjoner og nyttige tilbakemeldinger.

En kjempestor takk sendes til Kaja, Sofie og Guro for alle deres tips og ideer, og for deres utrolig nyttige kommentarer. Mest av alt takk for at dere alltid stiller opp og heier på meg! Dere muntrer meg opp og får meg til å smile selv på de kjipeste dagene. Vi kom oss gjennom dette sammen! Tusen takk til min fine familie for at dere er positive og alltid har troa på at jeg skal lykkes. En ekstra takk til pappa som har lest korrektur på oppgaven. Til slutt må jeg takke min kjære Markus. Takk for at du har vist interesse og orket å høre meg være både gira, frustrert og lei. Ikke minst fortjener du en mega-takk for alt du har gjort hjemme mens jeg satt foran skjermen. Du er best!

Dette året vil skrives i historiebøkene. La oss lære mest mulig av det!

Juliane Lauen Singstad Oslo, mai 2020

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

Å modellere virkeligheten betyr at vi bruker matematikk for å beskrive den (Blomhøj, 2006; Blum & Borromeo Ferri, 2009). Vi tar tak i ett eller flere aspekter ved virkeligheten og prøver å uttrykke sammenhengene matematisk. Vi modellerer været og får værmelding. Vi modellerer økonomien og prøver å forutsi når en eventuell krise kan inntreffe. Klimaforandringer er basert på noen av de mest kompliserte og omfattende matematiske modellene vi har. Ved virusutbrudd kan vi mobilisere og utforske ulike scenarioer. Matematikk er ikke slik at vi alltid kan sette to streker under svaret. Mange ganger er gode *beskrivelser* av hvordan ulike forhold er eller kan bli, viktigere. I dagens samfunn er det et stort behov for mennesker som kan håndtere sammensatte problemer. Vi må lære kreativitet, innovasjon og kritisk tenkning for å bli en best mulig samfunnsborger (NOU, 2015). For å utvikle seg i takt med disse behovene, må ferdigheter innen matematisk modellering læres i skolen. Egenskaper som å stille opp, analysere og kritisere matematiske modeller er deler av den totale *modelleringskompetansen* (Blomhøj & Jensen, 2003; Maaß, 2006). Disse egenskapene gir oss faglig kritisk dømmekraft som er avgjørende som deltaker i demokratiske prosesser (Blomhøj, 2006). Å arbeide med modellering i skolen kan koble matematikkfaget til ikke-matematiske situasjoner, slik at elever tydeligere ser den praktiske nytten av å kunne matematikk. Elevene får også øve opp evnen til å være kritiske til svar de får fra matematiske modeller, og får trening i å kommunisere i og med matematikk (Blomhøj & Jensen, 2003). I en tid fylt med «fake news» og diskusjoner omhandlende alt fra klimakrise, flyktningkrise og koronakrise er det av stor verdi.

Skolen er nå i endring for å gjøre matematikkfaget mer relevant og virkelighetsnært, og kan dra stor nytte av modelleringsundervisning nettopp av den grunn (Blum, Kaiser & Stillman, 2017). Opplevelsen av *mening* med matematikk kan være motiverende i seg selv (Blum, 2015). Fagfornyelsen (LK20) som trer i kraft høsten 2020 har som formål å gi skolen et verdiløft, og gi elevene rom for å lære mer og lære bedre (Kunnskapsdepartementet, 2018). Der vises også at norske utdanningsmyndigheter vektlegger kritisk tenkning, og ikke minst tverrfaglighet, og modellering handler nettopp om å løse sammensatte problemer der matematikk brukes som et middel i andre fagfelt. Såpass skarpt fokus skal modellering få i Fagfornyelsen, at det er presentert som et av fem kjerneelementener, som beskriver det mest sentrale i matematikkfaget. Hensikten med kjerneelementene er å blant annet bidra til at elevene utvikler forståelse av innhold og sammenhenger i faget. Kjerneelementet "modellering og anvendelser" presenteres som følger:

«***Modellering og anvendelser:***
Elevene skal ha innsikt i hvordan matematikk brukes i dagligliv, samfunnsliv, vitenskap og teknologi. Det innebærer å ta en problemstilling fra virkeligheten, omformulere den til en matematisk modell og tolke modellen i lys av den opprinnelige situasjonen. Elevene bør få innsikt i hvordan modeller kan anvendes i nye situasjoner. Kritisk tenkning er viktig å utvikle i slike sammenhenger.» (Kunnskapsdepartementet, 2018, s. 15)

Matematikk kan ofte oppleves vanskelig og formell. Derfor har kognitivt mindre krevende undervisningsmønstre rådet i norsk matematikkundervisning til nå (Grønmo & Onstad, 2009). Et eksempel på et slikt undervisningsmønster er tavleundervisning etterfulgt av individuelt arbeid med utregninger. En motvekt til dette kan være å arbeide med matematisk modellering. Det kan gi et annet bilde av matematikk for elevene, fordi matematikken her kan anvendes til å svare på viktige spørsmål omhandlende miljø, kultur eller dagligliv, som også vil være relevant med det økende fokuset på tverrfaglighet i skolen (Utdanningsdirektoratet, 2020). I tidligere læreplaner har modellering spilt en mindre rolle enn ønsket, og i Kunnskapsløftet som trådte i kraft i 2006 (LK06) ble modellering fjernet helt (Maugesten & Olafsen, 2015). Som følge av dette har det heller ikke vært fokus på opplæring av lærere eller tilrettelegging på skolene. Når modellering nå blir en relativt viktig del av Fagfornyelsen, blir det desto viktigere å følge med på utviklingen i klasserommene. Så langt er det relativt få utarbeidede eksempler for lærere å integrere matematisk modellering i norsk matematikkundervisning, og det forventes at lærere vil slite med å jobbe med modellering i undervisning (Berget & Bolstad, 2019). I internasjonal sammenheng finnes det mye forskning på hva modellering *er* og *hvorfor* elever bør arbeide med det. Det finnes imidlertid lite forskning på *hvordan* modellering kan implementeres i undervisningen. Det er det vi kaller et gap mellom forskning og praksis.

Hovedgrunnen til det store gapet mellom forskning og praksis i klasserommet mener Blum (2011) er at modellering er svært utfordrende både for elever og lærere. En løsning kan derfor være å lage et motiverende undervisningsopplegg med modelleringsaktiviteter i oppgavene. Mitt ønske med denne studien er å forsøke og fylle forskningsgapet ved å undersøke mulighetene i et undervisningsopplegg med den hensikt å komme seg inn i, og komme i gang med, modellering. Undervisningsopplegget som benyttes kalles *Math Trails* (Shoaf, Pollak & Schneider, 2004). Det fungerer som en natursti hvor elever vandrer fra lokasjon til lokasjon, for å løse oppgaver som innebærer ulike modelleringsaktiviteter. Poenget med dette opplegget er å la elevene jobbe med ulike deler av modelleringskompetansen, slik at de gradvis kan bli bedre rustet til å løse sammensatte modelleringsproblemer i fremtiden. Oppgavene består av korte deloppgaver hvor kun deler av modelleringskompetansen er i fokus om gangen. Undervisningen flyttes altså utendørs, som en såkalt *uteskole*. Elevene får dermed muligheten til å bli kjent med matematikken i sitt nærområde, for eksempel ved å estimere eller måle reelle størrelser. Det kan også bidra til å gjøre undervisningen mer virkelighetsnær og autentisk, noe som er etterlengtet i matematikkfaget (Vos, 2018). Det spennende med den teknologiske utviklingen, er også at interaktive apper kan brukes, og det å bruke elevenes digitale kompetanse og deres egen arena, mobiltelefonen, i undervisningen gjør det mer familiært for elevene.

1.1 Formål og forskningsspørsmål

For å møte det økende fokuset på modelleringsarbeid i Fagfornyelsen, har norsk skole et stort behov for ny forskning på undervisningsopplegg i modellering. Dette innebærer blant annet forskning på hvordan elever arbeider – altså hvilke modellerings*prosesser* de går gjennom ved ulike utfordringer. Hensikten med denne studien vil derfor være å utfylle tidligere forskning på undervisningsopplegg i modellering med hovedfokus på elevene. Ved å undersøke hvordan elever arbeider med Math Trails, ønsker jeg å undersøke hvilke modelleringsfaser de går gjennom og hvordan undervisningsopplegget, for eksempel som følge av at det foregår på en app, påvirker modelleringsarbeidet på ulike måter. Derfor lyder min problemstilling:

Hva kjennetegner elevers arbeid med modellering i undervisningsopplegget «Math Trails»?

For å svare på problemstillingen har jeg valgt å dele den opp i to forskningsspørsmål:

1: Hvordan følger elevene delprosessene i modelleringssyklusen?

2: Hvilke andre faktorer eller fenomener, som kan påvirke hvordan elevene jobber, kan identifiseres i dette undervisningsopplegget?

Forskningsspørsmål 1 vil besvares deduktivt med tidligere forskning og teori. Forskningsspørsmål 2 handler om selve konteksten og undervisningsopplegget, og vil derfor besvares induktivt.

1.2 Avgrensninger

Denne masteroppgaven har en tidsbegrensning på ett semester, og det har bidratt til noen avgrensninger for å gjennomføre en god undersøkelse. Den første avgrensingen er knyttet til valget av oppgavene, både oppgavetype og matematisk tema, som skulle løses av elevene. Selv om oppgavene skulle være utfordrende nok til at de kunne bringe fram gode refleksjoner hos elevene, skulle de også ligge innenfor det temaet elevene nettopp hadde blitt undervist i. Dermed ble oppgavene utarbeidet i løpet av kort tid, og med få muligheter for forbedringer. I tillegg skulle oppgavene løses i en app kalt ActionBound. Av den grunn måtte også oppgavene passe inn i et forhåndsdefinert format. Den andre avgrensningen er metodisk: Modellering er en kompleks og sammensatt prosess, og derfor følger det noen metodiske problemer ved å undersøke prosessen hos elevene. Dette kan være én av grunnene til at de fleste studier på matematisk modellering i skolen anvender kvalitative metoder (se for eksempel Borromeo Ferri, 2018; Jankvist & Niss, 2019; Aarre, 2019; Strand, 2019). Å gjøre én måling som beskriver kompleksiteten er ikke mulig. Jeg måtte derfor *operasjonalisere*, og beskrive virkeligheten så godt det lot seg gjøre ved å lage kategorier med et bestemt målenivå som hjalp meg å fokusere på et bestemt aspekt og forenkle virkeligheten (Kleven, 2014). Det er likevel en avgrensing i hvorvidt min operasjonalisering er representativ. Det er heller ikke mulig å beskrive modellering med én teori eller én metode; det er behov for flere teorier og metoder for å beskrive forskningsfeltet. For å måle modellering er det derfor mye å ta hensyn til, ikke bare fordi modellering er sammensatt, men også fordi det er mange ulike perspektiver på, og meninger om, modelleringsprosessen.

1.3 Strukturen i oppgaven

For å svare på forskningsspørsmålene i denne studien har jeg valgt å bygge opp oppgaven som følger: Først, i kapittel to, vil jeg presentere studiens teoretiske grunnlag. Det legges vekt på hva slags forskning som finnes på hva modellering er, hvordan både elever og lærere har utfordringer med modellering og hvordan digitaliseringen kan bidra til bedre undervisningsopplegg. Jeg trekker fram ulike perspektiver på modellering, og velger mine deduktive analysekategorier ut fra hva som er mest hensiktsmessig for denne studien.

I kapittel tre vil studiens metodiske tilnærming fremlegges. Aller først vil forskningsdesignet og inklusjonskriterier for utvalget presenteres. Analyseprosessen og -kategorier vil så belyses i to faser; en deduktiv fase og en induktiv fase. Teorigrunnlaget fra kapittel to danner analysekategoriene for den deduktive fasen. Den induktive fasen ble gjennomført underveis i forskningsprosessen, da fremtredende mønstre i datamaterialet ble observert. Avslutningsvis redegjøres det for studiens validitet og reliabilitet samt de forskningsetiske hensyn som måtte tas.

Resultatene fra datamaterialet i denne studien presenteres i kapittel fire. Resultatene vil bli presentert som figurer for å illustrere frekvensen av analysekategoriene og eksempler på hva datamaterialet består av. Avslutningsvis vil studiens hovedfunn presenteres i korte trekk.

I kapittel fem vil det teoretiske grunnlaget benyttes for å drøfte funnene i denne studien. Jeg vil også legge fram tanker om didaktiske implikasjoner for bruk av dette undervisningsopplegget, for å utvikle modelleringskompetanse. For å avslutte denne studien vil den aktuelle problemstillingen besvares i kapittel seks, sammen med forslag til videre forskning.

2 Teori og tidligere forskning

For å få et tydelig bilde på hva som kjennetegner elevers arbeid med modellering, samt hvordan de vil kunne påvirkes av andre faktorer, vil jeg i dette kapittelet presentere relevant teori og forskningslitteratur. Først presenteres teorier om matematisk modellering. Deretter er det vesentlig å gjengi forskning på hvordan det kan implementeres i undervisningen, og hvilke utfordringer det har. Dette etterfulgt av teori om denne studiens undervisningsopplegg. Til slutt vil læringsteori og tidligere matematikkdidaktisk forskning på matematisk forståelse gjengis for å gi en oversikt over området. Med slike bidrag dannes det en *grunnmur* for didaktisk forskning på modellering (Skovsmose & Blomhøj, 2006).

2.1 Matematisk modellering

I europeisk sammenheng er matematisk modellering et velkjent felt innen matematikkdidaktisk forskning, og diskusjonen om modelleringens plass i skolen har en lang historie (Greefrath & Vorhölter, 2016). Organisasjonen ICTMA (*The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications*) er den mest anerkjente organisasjonen om undervisning og læring av matematisk modellering og anvendelser, og presenterer status for den internasjonale debatten om matematisk modellering annethvert år. I tillegg har ICMI (*The International Commission on Mathematical Instruction*) en egen studie, "*Modelling and Applications in Mathematics Education*", som viser oss den internasjonale utviklingen på området (Greefrath & Vorhölter, 2016). Modellering har blitt et fremtredende tema de siste tiårene, grunnet den økende relevansen for bruk av matematikk i naturvitenskap, teknologi og hverdagsliv. Det er derfor vitenskapelig konsensus om at modellering skal spille en viktig rolle i matematikkundervisningen (Biembengut, Blum & Stillmann, 2015). Dette har ført til at modellering har fått en større plass i læreplanen i flere land (Blum & Pollak, 2018), også i Norge (Kunnskapsdepartementet, 2018).

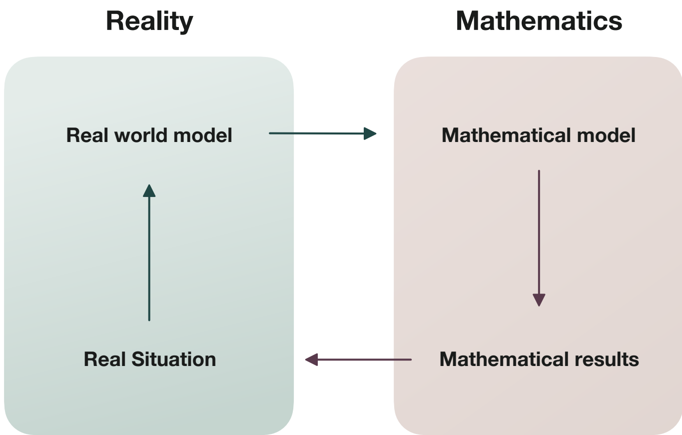
Modellering går ut på å kunne lage modeller som beskriver virkeligheten, om det er dagliglivet, arbeidslivet eller samfunnet ellers. Modellering handler også om å kunne vurdere om modellene er gyldige, samt vurdere modellene i lys av den opprinnelige situasjonen og om de kan brukes i andre situasjoner (Utdanningsdirektoratet, 2020). Hensikten ved å innføre matematisk modellering i undervisningen, at elever både skal lære seg å utvikle generelle matematiske ferdigheter, men også holdninger, som det å ha et åpent sinn rundt nye situasjoner (Greefrath

& Vorhölter, 2016). Blomhøj (2006, s. 89-93) begrunner hvorfor modellering er viktig ved å presentere tre nytteperspektiv: Det **samfunnsmessige**, det **undervisningsmessige** og det **læringsmessige**. Det samfunnsmessige perspektivet handler om å se rollen matematisk modellering har i samfunnet. Det handler om at modellering er en integrert del av mange naturvitenskapelige, tekniske, og økonomiske fagområder (Vos, 2018). Det samfunnsmessige perspektivet handler også om at vi omgir oss av matematiske modeller hele tiden, også i hverdagen, og at det derfor er en viktig egenskap å vite hvordan man skal bruke dem. Arbeid med modellering kan på denne måten bidra til å utvikle kritisk demokratisk kompetanse. Det undervisningsmessige perspektivet på modellering innebærer å kunne *begrunne* og *beskrive* det matematikkfaget inneholder på de ulike faglige nivåene i utdanningsløpet. Modellering er for eksempel grunnleggende for å jobbe med anvendt matematikk. Matematiske modeller kan også brukes som argumenter på andre områder i undervisningen. Det læringsmessige perspektivet handler om læringsprosessen ved utvikling av modelleringskompetansen. Manglende forståelse kan føre til problemer med å knytte virkeligheten og matematikken sammen - altså at elevene ikke klarer å ta matematikken inn i sin erfaringsverden. Vansker med å knytte disse verdenene sammen kan videre føre til at elevene får problemer med å bruke ferdigheter og kunnskap fra matematikkundervisningen på nye områder. Dette perspektivet omfatter også utfordringer knyttet til læring fordi elevene under modelleringsarbeid må utvikle ferdigheter de ikke har innarbeidet før.

Til tross for enighet om at modellering er viktig, er det ikke en fullstendig enighet om hvordan begrepet skal defineres. Kaiser og Sriraman presenterte i 2006 et klassifiseringssystem for ulike tilnærminger gjort med utgangspunkt i de publikasjoner som er gjort av ICMI og ICTMA. De ulike tilnærmingene beskriver hvilket syn forskere har på modellering. Jeg vil ikke gjengi klassifiseringssystemet, men mine perspektiv i denne studien handler om det å ha pedagogiske og fagrelaterte mål, som de kaller *undervisningsmodellering*. Det er fordi jeg har som mål å introdusere og utvikle et matematisk tema, eller konsept, for elevene. Samtidig vil *kognitiv modellering*, som Kaiser og Sriraman (2006) klassifiserer som et metaperspektiv, også bidra med et interessant perspektiv på grunn av mine analyser av elevenes kognitive prosesser.

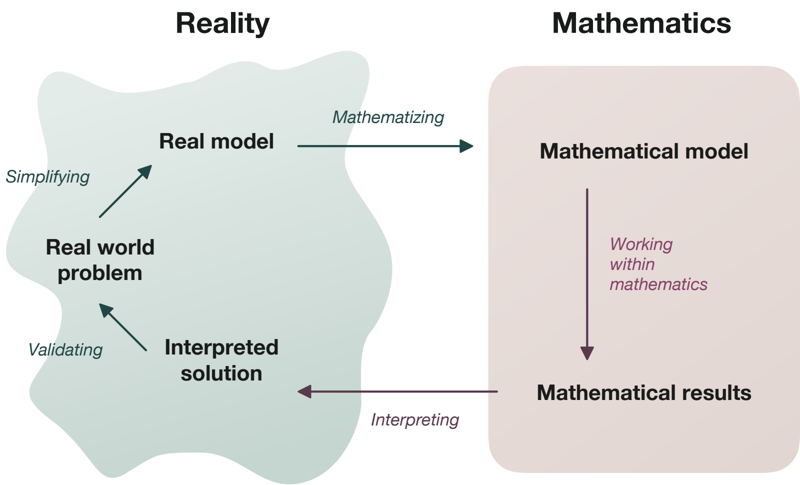
2.1.1 Modelleringssykluser

De ulike tilnærmingene til modellering gjenspeiles i måten hele modelleringsprosessen betraktes. Modelleringsprosessen representeres som oftest som en syklus. Den sykliske måten å illustrere dette på har sitt opphav fra 1970-tallet (Greefrath & Vorhölter, 2016), og er til for å beskrive stegene i prosessen, samt målene med dem, på en oversiktlig måte. Videre vil jeg presentere de mest anerkjente syklusene. De fleste har en undervisningsrettet og kognitiv tilnærming.



Figur 2.1.1: Kaiser (1995) og Blum (1996)

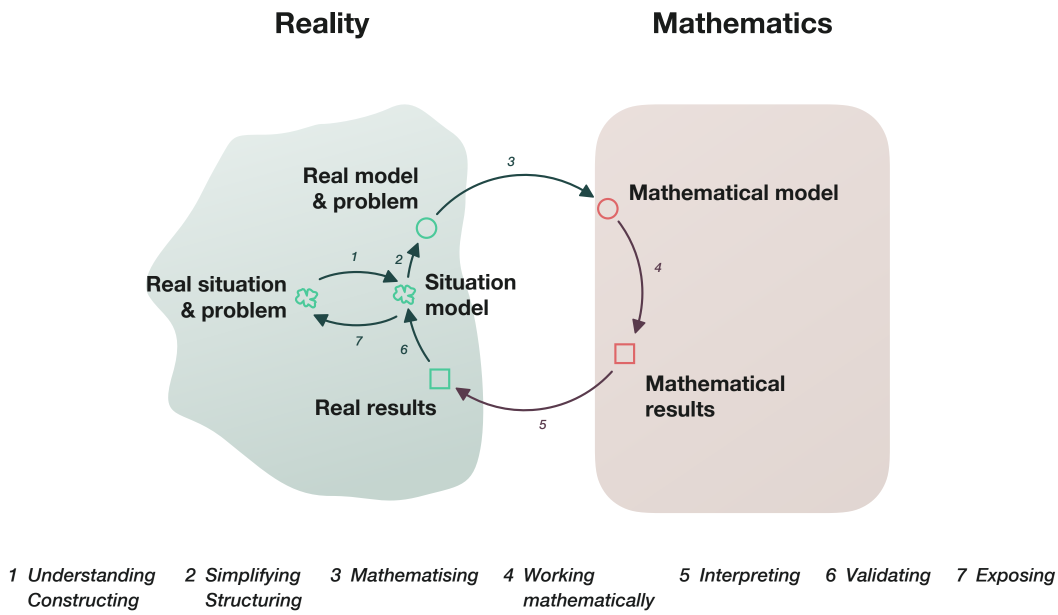
Figur 2.1.1 er en enkel, men god, framstilling av en modelleringssyklus fordi den tar for seg de fire hoveddelene av modelleringsprosessen. Den er også utgangspunkt for mange av modellene som har blitt utviklet i etterkant. Den viser til at vi lager en modell av den virkelige verden, gjør den om til en matematisk modell, løser den nå matematiske situasjonen, og putter den tilbake til den virkelige situasjonen. Å gjøre et virkelig problem om til noe som kan løses matematisk, kalles *matematisering.* Begrepet matematisering dukket opp da Hans Freudenthal i 1973 skulle forklare overgangen fra virkeligheten til matematikken, samt overgangen fra lavere til høyere abstraksjon innad i matematikken. Matematisering handler hovedsakelig om å bygge en modell av virkeligheten slik at problemet blir mulig å håndtere på matematiske måter. Senere modelleringssykluser ligner på den vist i figur 2.1.1, men fremstillingene er mer detaljerte. For eksempel legges det til i mange sykluser at situasjonen, eller selve problemet, må *forenkles* før noe annet kan gjøres. Maaß (2006) presenterer denne forenklingen på en oversiktlig måte i sin modell.



Figur 2.1.2: Maaß (2006)

Hun mener at modellering handler om å bevege seg mellom virkeligheten og matematikken, men på en mer detaljert måte. Den virkelige modellen lages ved at vi forenkler og strukturerer problemet vi står ovenfor. Deretter må problemet matematiseres for å lage en matematisk modell, og ved å jobbe matematisk vil det føre til en matematisk løsning. Den matematiske løsningen må dermed tolkes i lys av virkeligheten og dermed valideres, og hvis løsningen ikke passer med virkeligheten må prosessen gjentas.

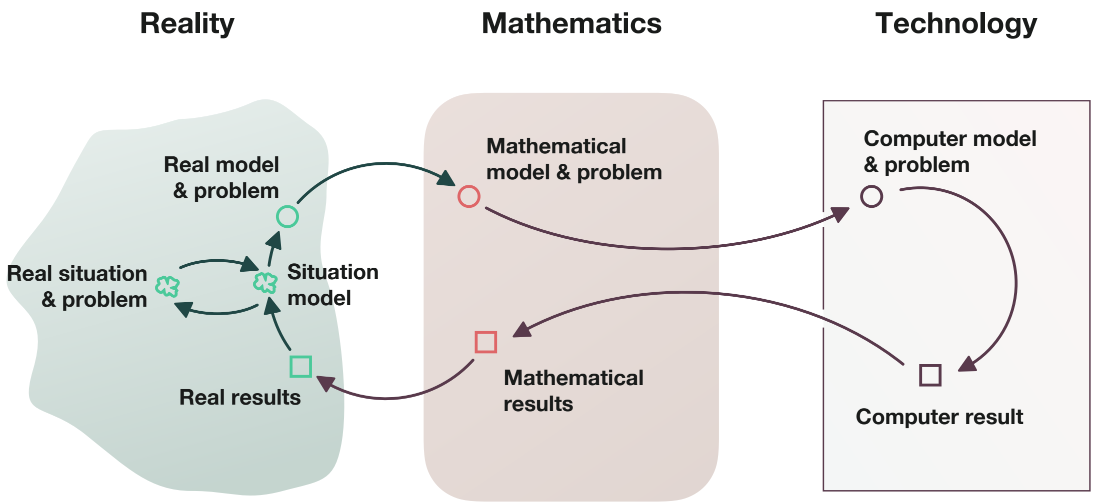
En annen modell av modelleringssyklusen laget av Blum og Leiß (2005 i Blum & Leiß, 2007), tilhører den kognitive og den kontekstuelle tilnærmingen til modellering (Kaiser & Sriraman, 2006). Denne syklusen har en egen overgang som fokuserer på det som skjer i det elevene *forstår* problemet og hva det går ut på, og er dermed mer detaljert enn figur 2.1.1 og figur 2.1.2.



Figur 2.1.3: Blum & Leiß (2005)

Blum og Leiß (2007) betegner den ekstra overgangen som *situasjonsmodellering.* Denne er, ifølge dem selv, den viktigste fasen av modelleringsprosessen, fordi det er i denne overgangen oppgaven faktisk blir forstått. En lignende tilnærming til denne situasjonsmodellen er en *mental representasjon*. Borromeo Ferri (2006) mener at uttrykket mental representasjon er en bedre beskrivelse av internaliseringsprosessen som vil utdypes i kapittel 2.4. Internaliseringsprosessen beskriver et mentalt bilde av prosessen (Borromeo Ferri, 2006). Det handler om å danne en indre rekonstruksjon av den ytre situasjonen, hvilket er vesentlig i å forstå problemet før den virkelige modellen kan lages.

I den senere tid har også teknologi og digitale verktøy fått en sentral rolle i matematikkfaget, og dermed også i modelleringsprosessen. En av de nyeste modellene for modelleringssyklusen har derfor noen flere steg som beskriver rollen teknologi kan spille. Figur 2.4 er et eksempel fra Greefrath (2011 i Greefrath & Vorhölter, 2016) som hevder at teknologi er avgjørende i modelleringsprosessen i dagens skole. Valg av teknologiske programmer bør være grundig planlagt for at elevene skal få nytte av dem i modelleringsprosessen. Bruken av teknologi utvider mulighetene for å løse bestemte matematiske modeller som ikke ville blitt løst uten at teknologien var tilstede (Greefrath, 2011 i Greefrath & Vorhölter, 2016).

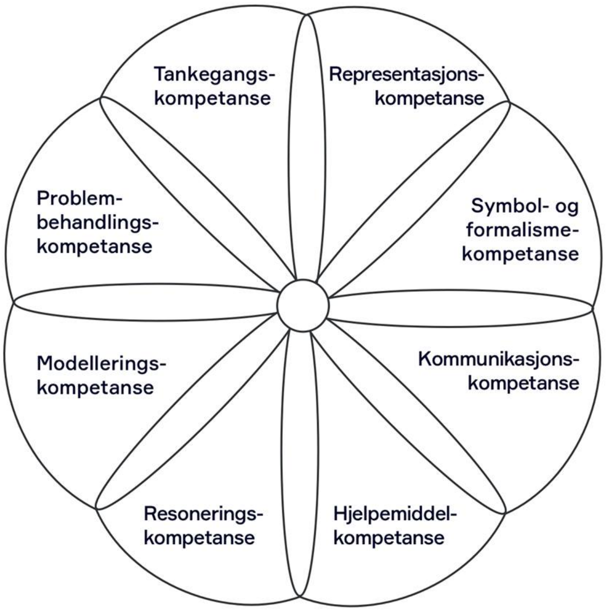


Figur 2.1.4: Greefrath, 2011

Videre i denne studien tar jeg utgangspunkt i disse modellene for modelleringssyklusen, med mest inspirasjon fra Blum og Leiß (2007). Selv om jeg vil bruke digitale verktøy, kan jeg ikke plassere studien med utgangspunkt i Greefraths (2011) modell grunnet manglende bruk av egen software som hjelper elevene med å løse problemene. I denne studiens tilfelle er modelleringsoppgavene gitt i en app på mobiltelefonen. Appen er ment for å motivere og engasjere, samt at elevene kan få hint om hvordan de kan løse oppgaven om de står fast. Hvordan appen ble brukt og hva den inneholder vil redegjøres for i kapittel 2.3.

2.1.2 Modellering som kompetanse

Basert på resultatene fra det danske KOM-prosjektet, presenteres åtte kompetanser som Mogens Niss og forskningsteamet (2003) ser på som delkomponenter til den fullstendige matematiske kompetansen (se figur 2.1.5). En av dem er *modelleringskompetansen.* Den beskrives som at vi i en modelleringsprosess først må strukturere informasjon som er gitt fra en virkelig situasjon, deretter må innholdet oversettes til matematisk språk, før det kan bearbeides matematisk i en modell og til slutt oversettes tilbake til den opprinnelige situasjonen (Niss, 2003).



Figur 2.1.5: kompetanserosen (Niss, 2003)

Vi kan si at delkompetansene av modelleringskompetansen beskriver de forskjellige stegene, altså delprosessene, i modelleringssyklusene, men med et annet detaljnivå og vektlegging. Evnen til å utføre et steg i prosessen ses på som å ha en delkompetanse for modellering (Kaiser, 2005; Maaß, 2006). Blum (2011) beskriver modelleringskompetansen som evnen til å utføre de nødvendige stegene i modelleringsprosessen med å skifte frem og tilbake mellom virkelighet og matematikk, samt analysere og evaluere modeller til sammenligning. Det må være mulig å bevege seg mellom virkeligheten og matematikken uten å miste kontrollen. Det kan derfor være fordelaktig å jobbe med å utvikle modelleringskompetansen ved å fokusere på hver delprosess for seg (Blomhøj & Jensen, 2003). Videre vil jeg presentere tidligere forskning på arbeidet med modelleringssyklusene og -kompetansen i en undervisningssituasjon, og hvordan både elever og lærere fokuserer på disse delprosessene.

2.2 Å inkludere modellering i undervisningen

Fordi både modelleringsprosessen og -kompetansen er viktig, blir det fremhevet en rekke begrunnelser for å inkludere modellering i matematikkundervisningen. I tillegg vil det nå, med fornyelsen av læreplanene, bli essensielt for lærere å *faktisk* mestre det. Derfor trengs det forskning på måter å implementere modellering i undervisningen. Hana (2013) klassifiserer tre ulike måter modellering kan brukes; som **innhold**, **redskap** eller **kritikk**. Disse kan sammenlignes med de tre perspektiver Blomhøj (2006) har til modellering, som ble forklart i kapittel 2.1. Modellering som innhold innebærer at målet med arbeidet er modelleringen i seg selv. Ved å arbeide slik som beskrevet i modelleringssyklusene, kan elevene øve på å løse reelle matematiske problemer. Dette kan gjøres digitalt, for eksempel i GeoGebra (Greefrath & Vorhölter, 2016), som er et ypperlig verktøy spesielt for *verifisering* av løsninger. Det at modellering kan betraktes som et redskap, betyr at arbeidet kan bidra til at elevene får større forståelse for andre matematiske begrep og prosedyrer. Det kan for eksempel handle om matematikk i en hverdagskontekst med mål om å *motivere* (Galbraith, 2012). Modellering som redskap kan også plasseres innenfor Realistic Mathematics Education (RME), og det vi kaller «*emergent modelling*», som handler om å utvikle matematisk kompetanse ved å bygge bro mellom ulike representasjoner av et problem (Galbraith, 2012). Med modellering som kritikk menes at elevene kan øve på kritisk refleksjon over matematikken som benyttes i samfunnet. Elevene kan øve på å være kritiske og reflekterte over hvilke antagelser og begrensninger modeller baserer seg på, samt modellenes rolle i samfunnet. Dette kobles direkte til selve formålet med opplæringsloven som gir oss i oppdrag å lære elevene å tenke kritisk og fremme demokrati (Opplæringslova, 1998). Med andre ord kan formålet med modelleringsarbeidet være avgjørende for hva slags læringspotensial som ligger i det.

Det finnes mange internasjonale eksempler på tilrettelegging for undervisningsopplegg med fokus på modellering. Et eksempel er modelleringsdager som ble utviklet ved University of Kaiserslautern (Greefrath & Vorhölter, 2016). I løpet av modelleringsdagene blir elevene bedt om å jobbe med én spesifikk oppgave, og bare den. Et sentralt trekk ved disse prosjektene har vært bruken av svært komplekse modelleringsproblemer, ofte fra forskning eller industri. Pauline Vos (2018) understreker også viktigheten i å gjøre dem autentiske. Andre eksempler varer gjerne ikke mer enn en undervisningsøkt. Det kan være korte, hverdagslige problemer som kan også gjøres i det små i klasserommet (Matematikksenteret, 2020). Da kan lærer velge bare å fokusere på utvikling av *deler* av modelleringssyklusen. Susanne Brand (2014) fant i sin studie at både den **holistiske** (arbeid med hele modelleringsprosessen) og den **atomiske** (arbeid med kun en eller to delprosesser) måten fremmer modelleringskompetanse. For å trene på å kunne hoppe frem og tilbake mellom stegene, som tidligere nevnt, kan det være fordelaktig å arbeide på den atomiske måten. Det finnes imidlertid lite modelleringsforskning fra Norge, og det finnes få eksempler på undervisningsopplegg med fokus på modellering. Å skulle implementere matematisk modellering i egen undervisning vil derfor bli en utfordring både for nyutdannede og erfarne lærere i Norge (Berget & Bolstad, 2019). For at det skal kunne undervises i tråd med det fokuset fagfornyelsen (LK20) legger opp til, bør det derfor utvikles og tilbys kompetansehevingstiltak på området (ibid.). Det er også noe konkret som bremser lærere fra å organisere timene sine med modellering i fokus: Det er vanskelig (Blum, 2011; Blum & Borromeo Ferri, 2009). Og dét både for lærer og elever.

2.2.1 Elevenes utfordringer

I denne studien vil jeg, i likhet med andre nyere studier om modellering i undervisning, fokusere på *elevene* (Greefrath & Vorhölter, 2016). Vi vet at mangel på evner og erfaring kan føre til frustrasjon, som igjen vil gå ut over læring (Blomhøj, 2006). Borromeo Ferri (2006) forklarer at mange elever hopper over delprosesser de ikke mestrer, og ender opp med kun å arbeide mellom de delprosessene de mestrer. Dermed kommer de seg ikke gjennom hele modelleringsprosessen, og kan derfor heller ikke utvikle fullstendig modelleringskompetanse. I tillegg viste resultatene til Maaß (2006) tydelig at arbeidet med å tilegne seg modelleringskompetanse inkluderer flere ferdigheter enn bare å jobbe gjennom stegene i en modelleringsprosess (Greefrath & Vorhölter, 2016). Dette er selvfølgelig matematiske ferdigheter, men også leseferdigheter og metakognitive ferdigheter (Maaß, 2006; Niss, 2003). Derfor vil de fleste modelleringsoppgaver ha en høy grad av kognitiv kompleksitet (Blum & Borromeo Ferri, 2009), som kan være en frustrerende utfordring for de fleste elever.

Hver delprosess kan føre til en kognitiv barriere hos elevene (Blum, 2015), der elever blir stående fast. Blum (2015) har gjennomført modelleringsoppgaver på en rekke elever og funnet eksempler på ulike barrierer, og jeg vil gjengi tre eksempler på disse. Det første eksemplet er å *forstå situasjonen*. Videre kan det å trekke essensen ut av selve oppgaveformuleringen være en utfordring, og da finnes det blokader i sammenheng med å *strukturere situasjonen*. Elevene gjør noen feilaktige antakelser, som kan hindre dem å komme videre i modelleringsprosessen. Den neste barrieren er overgangen mellom den virkelige og den matematiske verden når elevene skal *matematisere*, der det å ikke kunne konvertere spesielle kunnskaper i den virkelige verden til et matematisk uttrykk kan skape en utfordring. I en relativt ny studie gjort av Jankvist og Niss (2019), viser det seg at *forenklingen* av problemet (eller *pre-matematiseringen)* og selve *matematiseringen* oppleves som det mest utfordrende ved modelleringsprosessen. En grunn til dette er at elevene ikke ser at problemet har noe med matematikk å gjøre. I stedet for å bruke den matematikken de godt mulig kan, er betraktningene gjort på bakgrunn av hverdagslivet. En annen grunn til at matematikken ikke brukes er at de ikke vet *hvilken* matematikk som kan brukes i den gitte situasjonen. En siste grunn er at de ikke reflekterer over opplysningene de velger å trekke ut av oppgaven, noe som gjør at antagelsene av situasjonen blir feilaktige (Jankvist & Niss, 2019). Følgelig ligger det også mange matematiske utfordringer i det elevene skal regne seg fram til et svar (Blum, 2015). Når det kommer til *interpretering* og *validering,* forklarer Czocher, Stillmann og Brown (2018) at de delprosessene er såpass komplekse og nyanserte at de krever mye øvelse. Elever kan for eksempel oppgi feil svar på oppgaven til tross for validering (Czocher et al., 2018).

2.2.2 Lærernes problemer

Lærere spiller en viktig rolle i å implementere matematisk modellering med suksess i undervisningen, og i å fremme elevenes modelleringskompetanse. Vi vet imidlertid at det også for dem oppleves utfordrende å praktisere modelleringsundervisning (Blum & Borromeo Ferri, 2009). Empiriske data gir oss tre grunner til at det er utfordrende: tid, kompleksitet og mangel på utstyr (Greefrath & Vorhölter, 2016).

Som nevnt kan elevene enten arbeide holistisk med hele modelleringsprosessen, slik den fremkommer i modelleringssyklusene, eller trene atomistisk på delene av prosessen separat. Om den siste metoden velges, er det imidlertid viktig å komme gjennom *alle* delprosessene for totalt sett å oppnå modelleringskompetanse (Brand, 2014). En konsekvens av at lærerne har dårlig tid etc., kan gjøre at lærere kun fokuserer på enkelte deler av prosessen. Ofte kan utviklingen og beskrivelsen av modelleringsproblemet bli neglisjert i undervisningen, til tross for at det er en viktig del av modelleringsprosessen. I tillegg er det fordelaktig at læreren er tilpasningsdyktig og kan veilede elevene på veien mot selvstendig tenkning. Dette krever mye forberedelsestid. En annen utfordring er at lærere ofte har sine egne løsninger på et problem. Når elevene da skal veiledes, vil det være utfordrende å ikke veilede dem mot sitt eget løsningsforslag (Blum & Borromeo Ferri, 2009). Dette er en kompleksitetsutfordring og grunner i lærernes kompetanse. Derfor er det viktig at lærere utvikler både sine fagdidaktiske kunnskaper, og sine modelleringsspesifikke kunnskaper. Selv om de fleste norske skoler nå er godt utstyrte, er de imidlertid ikke utstyrt med den hensikt å fremme modelleringskompetanse. Derfor kan mye mangle. For å møte norske læreres utfordringer i forbindelse med planlegging av modelleringsoppgaver, har Matematikksenteret (2020) derfor utviklet en egen ressursside. Der ligger lenker til ulike modelleringsprosjekt som ikke nødvendigvis krever mye utstyr.

2.3 Math Trails og mobil læring

Å integrere matematisk modellering i undervisningen kan gjøres på mange måter. I denne studien vil det presenteres et utendørs undervisningsopplegg i form av en «matematisk vandring» hvor modellering kan brukes som innhold (Hana, 2013). Det er ikke typiske modelleringsoppgaver, men oppgaver som inneholder modelleringsaktiviteter, som kan fungere som en lettere måte å implementere modellering gradvis i undervisningen på. Jeg velger videre å bruke navnet «Math Trail» etter Shoaf, Pollack og Schneider (2004). Ideen er at elever samarbeider om å løse matematiske oppgaver som er relatert til skolens eller byens omgivelser. Elevene beveger seg fra sted til sted som på en natursti (Shoaf, Pollack & Schneider, 2004). Til tross for at dette ikke er en ny idé, har undervisningsopplegget de siste årene fått mer oppmerksomhet på grunn økt bruk av digitale enheter som smarttelefoner eller nettbrett i skolen (Ludwig & Jesberg, 2015; Cahyono & Ludwig, 2019). Oppgavene i en Math Trail omfatter estimering og måling av variabler, beregning og sammenligning av størrelser, områder og volumer samt løsning av problemer, og bærer dermed viktige elementer fra matematisk modellering (Buchholtz, 2017). Å bruke kroppen til å peke, telle, måle og andre gestikuleringer, kan også fremme elevenes forståelse av de matematiske konseptene (Tran, Smith & Buschuehl, 2017).

Mobil læring er et relativt ungt felt innen pedagogisk forskning. Fordelene med bruk av for eksempel mobiltelefoner i undervisning er å kunne innhente informasjon uavhengig av tid og sted. Nyere forskning på mobil læring fremhever også viktigheten av personalisering av læringsinnholdet og å relatere læringen til konteksten den foregår (Buchholtz, in prep.). Vi kan se på konteksten på to måter: Den fysiske konteksten handler om at læringsinnholdet bestemmes av omgivelsene (Buchholz, in prep.), mens den sosialiserende konteksten handler om at læring skjer ved samarbeid, og hvor situasjoner, relasjoner og følelser kan knyttes til læringsopplevelsen (ibid.). Fremveksten og bruken av mobile enheter har gjort det mulig å digitalisere Math Trails, noe som gir en didaktisk verdi for modelleringsaktiviteter (Cahyono & Ludwig, 2019). For å bruke mobiltelefonene som hjelpemiddel må elevene imidlertid utvikle det Niss (2003) kaller *hjelpemiddelkompetanse.* Denne kompetansen finner vi også i figur 2.1.5. Hjelpemiddelkompetansen innebærer å ha innblikk i både muligheter og begrensninger ved mobiltelefonen som støtte for læring i matematikk, og at elevene kan bruke den på en hensiktsmessig måte (Niss, 2003).

I kjølvannet av den teknologiske utviklingen har ulike fenomener oppstått. Et av disse fenomenene er *gamification* (Gurjanow & Ludwig, 2017). Ved gamification brukes elementer fra spillteknologien i andre kontekster der spill normalt ikke forekommer, som for eksempel i undervisning. Hensikten er å øke en brukers, i dette tilfellet elevenes, engasjement. I denne studien ble det derfor bestemt at den matematiske vandringen skulle lages i en app hvor poenggivning og gamification var en mulighet. Appen *ActionBound* (www.actionbound.com) er opprinnelig tysk, men finnes også med norsk oversettelse, og ble laget for å lede brukeren rundt på digitale og interaktive naturstier. I denne studiens tilfelle var derfor appens hensikt å lede elevene rundt til de ulike modelleringsoppgavene som var knyttet til ulike lokasjoner. I appen får også elevene umiddelbar tilbakemelding på beregningene sine. Oppgavene i appen ble utformet for å sikre at elevene måtte utføre konkrete målinger og identifisere nødvendige mengder på hver lokasjon. Dette vil bli videre utredet for i kapittel 3.

2.4 Læring og forståelse

Modellering kan beskrives som en kognitiv prosess, og derfor vil jeg ta utgangspunkt i Vygotskys (1978) begrep *internalisering*. Internalisering er en psykologisk prosess der eksterne, mentale verktøy tas opp og blir en del av personens personlige, mentale verktøykasse. Prosessen gjør eksterne handlinger til en del av en persons indre rekonstruksjon (Vygotsky, 1978). For at modellering skal læres krever det samhandling, rekonstruksjon av ytre handlinger, bruk av tegn som språk, kommunikasjon, matematiske symbol og aktivitet for å utvikle høyere mentale prosesser. Säljö (2001) mener imidlertid at begrepet internalisering kan være uheldig, og at det forsterker bildet av læring som *innlæring*. Han mener begrepet ikke burde tolkes som at man tilpasser kunnskaper og ferdigheter fra situasjon til situasjon, men at man i en sosiokulturell prosess legger nye kunnskaper og ferdigheter til dem man allerede besitter (Säljö, 2001). På tross av Säljös kritikk av Vygotskys bruk av ordet internalisering, velger jeg å bruke begrepet som en forklaring på at modelleringsprosessen kan sees på som en måte å gjøre eksterne handlinger til en del av en indre rekonstruksjon.

Å *forstå* noe handler om å innse hvilken kunnskap som må benyttes, for så å aktivere og bruke denne kunnskapen, for å løse et problem (Solvang, 1992). Det handler altså om mer enn å forstå hva problemet i oppgaven *er*, noe også Blum og Leiß (2007) antyder med sin situasjonsmodell (figur 2.1.3). Skemp (1976) skiller mellom instrumentell og relasjonell forståelse i matematikkfaget. Instrumentell forståelse innebærer at elevene lærer et antall regler og formler som hjelper med å finne løsningen på oppgavene. Relasjonell forståelse innebærer å bygge opp begrepsmessige strukturer og se sammenhenger mellom dem. Det innebærer å vite både hvordan en oppgave skal løses og *hvorfor* det blir sånn, samt å kunne tilpasse metodene til andre oppgaver (Skemp, 1976). I sammenheng med modellering spiller internalisering og forståelse en spesielt viktig rolle når det er snakk om overganger mellom realitet og matematikk. Vom Hofe og Blum (2016) forklarer at begrepet *grunnforestillinger* beskriver sammenhengene mellom det matematiske innholdet og den individuelle oppfatningen. Det er spesielt tre aspekter ved grunnforestillinger som er vesentlige: at eleven ser betydningen av det matematiske konseptet ved å knytte det tilbake til kjent kunnskap eller erfaringer, at eleven kan generere en tilsvarende mental representasjon av det matematiske konseptet (internalisering) og evnen til å anvende et matematisk konsept i situasjoner i det virkelige liv ved å gjenkjenne strukturer eller også objekter, eller ved å modellere et problem ved hjelp av matematikk (vom Hofe, 1995 i vom Hofe & Blum, 2016). Derfor kreves en relasjonell forståelse for å mestre disse overgangene.

3 Metode og forskningsdesign

I denne studien er det som nevnt gjennomført et utendørs undervisningsopplegg med oppgaver som innebærer ulike modelleringsaktiviteter, hvor hensikten var spesifikt å se etter hvilke modelleringsprosesser elevene fulgte i arbeidet med dem, samt hvilke utfordringer de møtte på sin vei. For å gjøre det, benyttet jeg meg av videoobservasjon og en etterfølgende kvalitativ innholdsanalyse av datamaterialet, med en kombinasjon av en deduktiv og en induktiv tilnærming. En deduktiv tilnærming vil si at analysekategoriene tar utgangspunkt i den teori som er lagt fram, mens en induktiv tilnærming vil si at analysekategoriene dannes ut fra datamaterialet (Mayring, 2014). Begge tilnærmingene ble brukt fordi jeg er interessert i et mer nyansert bilde av hvordan elevene arbeider seg gjennom undervisningsopplegget. Det er lite forskning på denne type undervisningsopplegg, og jeg ønsker å være åpen for fenomener som teorien ikke fanger opp tilstrekkelig. Gjennom en kvalitativ tilnærming får jeg innsikt i elevenes sosiale virkelighet, samt et dypere innblikk i deres erfaringer og opplevelser (Dalen, 2011). Når elevene for eksempel diskuterer en oppgave, tar jeg ikke bare utgangspunkt i selve dialogen, men også i den konteksten den foregår. Valsiner, Van der Veer og Jaan (2000) forklarer at vi alltid må se aktivitet og dialog i samspill med hverandre. Derfor er min hoveddatakilde en form for videoobservasjon hvor hele konteksten ble fanget på kamera. I tillegg ble elevene intervjuet og alle elevbesvarelsene ble lagret. På denne måten fikk jeg også muligheten til å sammenligne elevenes modelleringsprosesser med den faktiske løsningen de kom fram til. Dette kapittelet vil handle om de metodiske valgene jeg har tatt. Jeg vil videre gjøre rede for forskningsdesignet sett i lys av problemstillingen og studiets formål, og drøfte kvaliteten i valgene jeg tok underveis. Avslutningsvis vil jeg redegjøre for de etiske hensynene jeg måtte ta.

3.1 Utvalg og utvalgskriterier

Studiens hensikt er å beskrive spesifikke situasjoner hos et mindre utvalg, noe som er karakteristisk for kvalitative studier (Firebaugh, 2008; Patton, 2014; Silverman, 2011). På grunn av studiens kvalitative form er det altså ikke et ønske om å oppnå det som kalles *statistisk representativitet,* som vil si at det er et korrekt sammensatt utvalg som kan generaliseres (Larsen, 2017). Mitt utvalg er mer et *bekvemmelighetsutvalg* som er valgt av praktiske hensyn (ibid.). Før jeg bestemte meg for hvor informantene mine skulle komme fra, satte jeg meg noen kriterier. For det første ville jeg at sannsynligheten for at de trivdes mer med gruppearbeid og fysisk arbeid enn individuell oppgaveregning skulle være høy. For det andre var det en fordel med heterogenitet i form av hvordan de tidligere hadde lært å jobbe med matematikk. Det kunne for eksempel være at de hadde hatt ulike lærere tidligere, som for eksempel skyldes at elevene kom fra ulike ungdomsskoler. Min forskningsinteresse ligger i tillegg hos elever som *ikke* har valgt seg videre i et matematikkløp på videregående skole, og deres møte med modelleringsoppgaver. Målet ble derfor å rekruttere 1P-elever fra første klasse videregående skole. Dette utvalget ble dermed *hensiktsmessig* for min studie (Firebaugh, 2008).

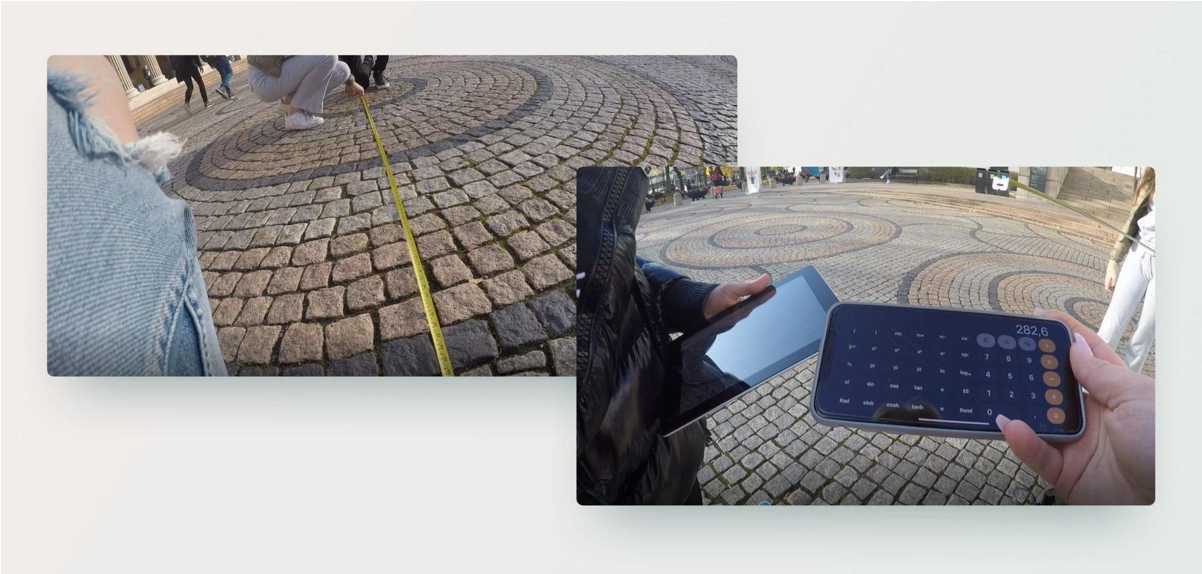
For å rekruttere deltakere sendte jeg mail med informasjon om prosjektet til ulike lærere i Oslo-området, med håp om at noen ønsket å delta. Prosjektet var da godkjent av NSD (vedlegg 3). Responsen var positiv, og jeg valgte til slutt to klasser fra to ulike skoler. Elevene hadde gått omtrent tre måneder på videregående skole da datainnsamlingen foregikk. For å ufarliggjøre prosjektet var jeg innom klasserommene noen dager før gjennomføringen for å informere elevene om hva som skulle skje, og for å svare på eventuelle spørsmål. Alle som ble brukt som informanter hadde skriftlig godkjent at de ønsket både å delta og bli filmet (vedlegg 2). Gruppene ble satt sammen av deres lærer etter prinsippet om at de skulle samarbeide godt, og at det skulle være tre elever per gruppe. På grunn av datamaterialets store omfang, hadde jeg ikke mulighet til å bruke alle videoene fra begge klassene som datamateriale. Derfor valgte jeg tre grupper, alle fra én av klassene. Det var tilfeldig hvilken klasse jeg valgte ettersom videoene fra begge klassene var av god kvalitet. Videre måtte jeg velge de tre gruppene fra klassen som hadde de tydeligste samtalene, og som arbeidet lenge med hver oppgave. Dette for å få nok informasjon. For å anonymisere elevene, vil jeg videre kalle gruppene for gruppe 1, gruppe 2 og gruppe 3 uten å nevne hvilken elev som gjorde eller sa hva. Datagrunnlaget for denne studien er derfor:

Tabell 3.1: utvalget

Navn	**Hvor lang tid brukte de totalt på opplegget?**	**Hvor mange deloppgaver ble løst riktig?**
Gruppe 1	45 minutter	5/11
Gruppe 2	47 minutter	7/11
Gruppe 3	30 minutter	8/11

3.2 Metode for datainnsamling

I og med at fokuset er på elevers kompetanse til å anvende matematikk, var en naturlig datakilde videoopptak av gjennomføringen av undervisningsopplegget. Forskning på utdanningspraksiser basert på analyse av videoopptak kalles videoobservasjon (Andersson & Sørvik, 2013). Det muliggjør en fleksibel tilnærming til å undersøke undervisningsopplegg. Videoobservasjon er derfor en egnet metode i denne studien. For å kunne analysere elevenes modelleringsprosesser måtte jeg innhente så mye data som mulig fra selve øyeblikket. Siden jeg til en viss grad var ukjent med egenarten til dette fenomenet på forhånd, var det gunstig å få med så mye fyldig og detaljert informasjon som mulig. Det vil si at jeg ville unngå å gå glipp av informasjon som kunne vise seg å være av betydning, som er en risiko ved bruk av vanlig observasjon uten kamera. At jeg slapp å ta valg om hva som var viktig og relevant på forhånd, var derfor en fordel. Ved videoobservasjon kunne jeg også, i tillegg til elevenes samtaler, fange opp non-verbal samhandling. Det gir altså mulighet til å skaffe førstehåndsopplysninger om deltakerne i sitt naturlige element, noe som kan bidra til en mer autentisk forskning (Cohen, Manion & Morrison, 2018). Dette er et klart fortrinn sammenlignet med for eksempel kun å intervjue, der det som blir sagt i intervjuet ikke nødvendigvis stemmer overens med det som skjer i virkeligheten. For eksempel kan det tenkes at noen av elevene svarer etter hva de tenker er *sosialt akseptert*, og ikke det de *faktisk* mener. Videoopptakene ble gjennomført ved at en elev på hver gruppe bar et GoPro-kamera på kroppen mens de gjennomførte undervisningsopplegget. Dermed er denne formen for videoobservasjon noe uvanlig. Det gir likevel like mye, om ikke mer, informasjon enn ved vanlig videoobservasjon, hvor det brukes en egen kameraperson som filmer. Eleven som bar kameraet var bare synlig med armer og ben, mens de to andre elevene på gruppa var fullstendig synlig på opptaket. Hensikten med å ha kameraene på kroppen var å få et tydelig bilde av det som skjedde rett foran elevene og at de selv skulle styre opptakene. Jeg kunne på denne måten fange opp elevenes bruk av målebånd, kalkulator og lignende. Jeg fikk også med meg hva alle elevgruppene gjorde til enhver tid ettersom alle gruppene jobbet samtidig.



Bilde 3.1: Elevene arbeidet i grupper på tre.

Underveis hadde jeg korte samtaler med elevene både for å stille spørsmål som handlet om det de holdt på med, og for at de kunne få oppklaring i eventuelle misoppfatninger. Jeg var derfor *deltakende* i observasjonen (Kleven, 2014; Fangen, 2011). Dessverre er det ikke mye litteratur på denne formen for videoobservasjon i undervisningsvitenskapen. Imidlertid finnes det metoder fra andre fagfelt, som for eksempel sosiologi, som kan brukes. En metode som ble utviklet for byplanlegging på 1970-tallet kalles "*the walking interview*". Denne metoden ble opprinnelig brukt for å samle og beskrive fotgjengeres subjektive syn, for å trekke konklusjoner om byplanlegging (Petiteau & Pasquier, 2001; Miaux et al., 2010). Sentralt i denne metoden er bruken av spesifikke byvandringer, der forskeren tar den passive rollen som å bli veiledet av informanten, intervjuer smått og tar lydopptak, mens en fotograf går bak. Det finnes ulike varianter av denne vandringen, avhengig av hvor bestemt eller åpen turen er og hvor kjent informanten er med stedet (Evans & Jones, 2011). Min metodiske tilnærming ligner altså denne, men tilrettelagt for Math Trails for å samle informasjon om oppgavespesifikke modelleringsprosesser. Den originale metoden består av en tretrinnsprosedyre (Miaux et al., 2010), som jeg konverterte og gjennomførte på følgende måte: Først ble elevene informert om opplegget, og forskningsmetoden ble forklart (*pre-walk briefing*). Deretter gikk jeg sammen med elevene og observerte dem mens de jobbet. Veien var bestemt av appen ActionBound (som forklart i kapittel 2.4), men elevene tok den aktive rollen i oppgaveløsningen, og jeg stilte avklaringsspørsmål angående elevenes arbeid og oppgavens kontekst underveis. Disse spørsmålene kunne være *«Hvorfor velger dere å gjøre dette?»* og *«Har dere brukt noen hjelpemidler her? Hvorfor?»*. Elevene beskrev deres egne opplevelser, diskuterte med hverandre, målte, regnet og tegnet – alt fanget av kameraet (*walking interview)*. Til slutt, etter vandringen, stilte jeg oppfølgingsspørsmål angående strategiene deres i ulike situasjoner og deres refleksjon rundt læringsmulighetene ved dette opplegget (*post-walk-interview*). Mitt ønske med de siste intervjuene var å få elevene til selv å forklare sine tanker om hvorfor de valgte de løsningsstrategiene de gjorde. At jeg kunne få bekreftelse og utdyping av det jeg observerte, og det som ble fanget av kameraene, reduserer en av de store svakhetene med observasjon, som er at jeg ikke kan etterse resultatene og må stole på egen tolkning av hva jeg *faktisk* observerte (dette utdypes i kapittel 3.6). Intervjuene åpnet også for samtaler rundt undervisningsopplegget i sin helhet, og hvordan dynamikken i gruppene var. Begge deler kan også ha hatt betydning for hvorfor de valgte å løse oppgavene på den måten de gjorde. Store deler av spørsmålene var formulert på forhånd, mens noen spørsmål oppstod og ble formulert spontant underveis. Det var hensiktsmessig å ha en form for struktur i og med at alle gruppene løste de samme oppgavene, slik at jeg hadde mulighet til å sammenligne svarene deres i analysen. Like hensiktsmessig var det å få muligheten til å få innsikt i hvordan de tenkte. Jeg ønsket derfor å være åpen for muligheten til å spille videre på eventuelt uventede og interessante svar – både for å kunne få interessante data, men også for å vise genuin interesse og engasjement for elevene (Dalen, 2011). Spørsmålene mine var derfor *semistrukturerte,* som i det som kalles et semistrukturert intervju (Dalen, 2011; Kleven, 2014). De kunne for eksempel lyde *«Hva var det første dere tenkte på da dere skulle angripe denne oppgaven?» og «Kan du fortelle meg mer om det?».* Spørsmålene kombinerer altså strukturen fra en intervjuguide (se vedlegg 1) med fleksibiliteten i å stille oppfølgingsspørsmål basert på elevenes svar. Videre så jeg på gruppenes løsningsforslag, for å kunne si noe om de kom fram til et godt svar eller ei. Jeg kunne også for eksempel se på videoene i etterkant om de validerte svaret de fikk ved å trekke den matematiske løsningen sin tilbake til den reelle situasjonen.

3.3 Utforming av opplegget

Opplegget er, som forklart i teorikapittelet, utformet i appen *ActionBound.* Appen ble valgt på bakgrunn av erfaringer med geolokaliserings-apper for undervisning, og på grunn av tidsbegrensninger for å lage en egen app. Lokasjonene elevene skulle stoppe ved, var lagt inn ved bruk av GPS-koordinater på forhånd. På hvert sted kunne elevene åpne nye utfordringer og oppgaver. Under vises noen skjermdumper fra undervisningsopplegget i appen.

Figur 3.1: Skjermdumper fra ActionBound. Telefonen til høyre viser hvordan elevene fikk hint om hvordan løse oppgaven og komme seg videre om de stod fast.

I dette tilfellet brukte elevene appen gjennom iPader utlånt fra UiO. Dette av personvernmessige årsaker som jeg kommer tilbake til i kapittel 3.6. Det optimale ville vært at elevene brukte sin egen telefon blant annet på grunn av tilgang til 4G. Som nevnt i kapittel 2.3 ville også elevenes motivasjon kunne blitt påvirket av å bruke egen telefon. Imidlertid ga elevene inntrykk av at det gikk fint å ha appen på én enhet alle på gruppa kunne bruke.

3.3.1 Pilotering

Før selve datainnsamlingen fant jeg det hensiktsmessig å gjennomføre en pilotundersøkelse. Piloten ble gjennomført for å teste at appen fungerte som den skulle, for å sjekke at avstandene var overkommelige og for å se om det dukket opp noen tekniske problemer underveis med enten kameraene eller iPaden. Jeg testet en vandring på to medstudenter som fikk beskjed om å være kritiske. Oppgavetypen var lignende den jeg endte med, men omhandlet et annet matematisk tema. Jeg erfarte at pilotene brukte lang tid på å finne lokasjonene, og at de brukte uhensiktsmessig lang tid på å lese lange tekster jeg hadde lagt inn med informasjon om selve lokasjonene. Dette ble derfor endret på i den endelige vandringen. Siden piloten ble gjennomført med matematikkstudenter, hadde de mye høyere faglig kompetanse enn 1P-elever, og klarte derfor å løse oppgavene fint. Da jeg skulle tilpasse de endelige oppgavene til informantenes faglige nivå, måtte jeg derfor stole på egne vurderinger. Jeg tok utgangspunkt i læreplanen for 1P og det nivået læreren til informantene mente de lå på.

3.3.2 Begrunnelse for valg av oppgaver

Det er vanskelig å si hva en god modelleringsoppgave er. Ulike forskere presenterer ulike kriterier. For eksempel mener Lesh, Cramer, Doerr, Post og Zawojewski (2003) blant annet at modelleringsoppgaven skal være meningsfull, eller reell. Elevene skal kunne bedømme om deres strategi er god, og de skal kunne vise hvordan de tenker underveis. I tillegg skal løsningen elevene kommer fram til, samt måten de kommer fram til den på, kunne brukes i andre settinger - altså generaliseres. Denne studiens undervisningsopplegg var ment som en lett og lavterskel måte å inkludere modellering i undervisningen på. Derfor er ikke oppgavene i dette opplegget *modelleringsoppgaver*, men heller oppgaver som *inneholder* modelleringsaktiviteter. Fra et teoretisk perspektiv, arbeidet Buchholtz (2017) fram noen kriterier til hva en slik oppgave *ideelt* kan innebære:

- oppgaven skal være relatert til et overkommelig tema for elevene, altså skal det matematiske innholdet gjerne være gjennomgått tidligere
- oppgaven skal ha en diagnostisk tilnærming og inneholde grunnforestillinger i det gjeldende matematiske temaet
- oppgaven skal ha en viss åpenhet, noe som innebærer at oppgaven kan løses på mange ulike måter
- oppgaven skal ikke kunne løses om man ikke er ved den lokasjonen den er ment å løses på
- oppgaven skal ha en realistisk, problemløsende orientering (Buchholtz, 2017).

I utgangspunktet ble det lagd fem ulike oppgaver til undervisningsopplegget, og elevene gjennomførte alle fem. Av disse ble tre av dem plukket ut. Grunnen til at det var nettopp disse tre som ble plukket ut til denne studien, er at de oppfyller flest kriterier. De to oppgavene som ble utelatt var for eksempel for vanskelig for elevene, og at datamaterialet ikke ble innholdsrikt nok til å kunne kartlegge modelleringsprosesser. Det første kriteriet er oppfylt ved at oppgavene var lagt til et tema elevene nylig hadde gjennomgått. Det vil si at elevene skulle ha en formening om hva en *omkrets* og en *diameter* var, og hva *arealet* viser. I den gjeldende læreplanen for matematikk 1P finner vi også flere punkt oppgavene kan plasseres inn under, blant annet: «*gjere* *overslag over svar, rekne praktiske oppgåver, med og utan digitale verktøy, presentere resultata og vurdere kor rimelege dei er*» og «*løyse problem som gjeld lengd, vinkel, areal og volum*» (Utdanningsdirektoratet, 2013). Det andre kriteriet oppfylles ved at det er lagt vekt på at jeg kunne identifisere misoppfatninger gjennom at elevene skulle argumentere for sine valg og diskutere med de andre elevene på gruppa. I tillegg inneholder oppgavene grunnforestillinger, som for eksempel at elevene internaliserer hva de ulike begrepene innen sirkelgeometri betyr både matematisk og i virkeligheten (Vom Hofe & Blum, 2016). Det tredje kriteriet er delvis oppfylt. Oppgavene er ikke fullstendig åpne, fordi det er vanskelig å realisere. I dette tilfellet er utgangspunktet og målet for oppgavene gitt, slik at bearbeidingen av oppgaven ikke skulle ta for lang tid. Oppgavene kunne imidlertid løses på *flere måter*. Det fjerde kriteriet oppfylles i og med at lokasjonen er vesentlig for å løse oppgavene. Uten de rette målene ble løsningene gale. Det siste kriteriet blir til en viss grad oppfylt ved at oppgavene er realistiske, og har til hensikt for eksempel å finne ut av hvor mye vann et fontenebasseng kan inneholde. Oppgave 1 og 3 er ikke like problemløsende, men fokuserer mer på enkelte delprosesser som matematisering og interpretering. Dermed vil også poenget ved å lage en oppgave hvor verktøyene som utvikles kan brukes i andre sammenhenger være oppfylt (Lesh et al., 2003). Det er først når elevene har utviklet ferdigheter som følge av å arbeide med alle disse tre oppgavene at virkelige problemer kan løses og modelleres.

I tillegg mener Buchholtz (2017) det er viktig at oppgavene:

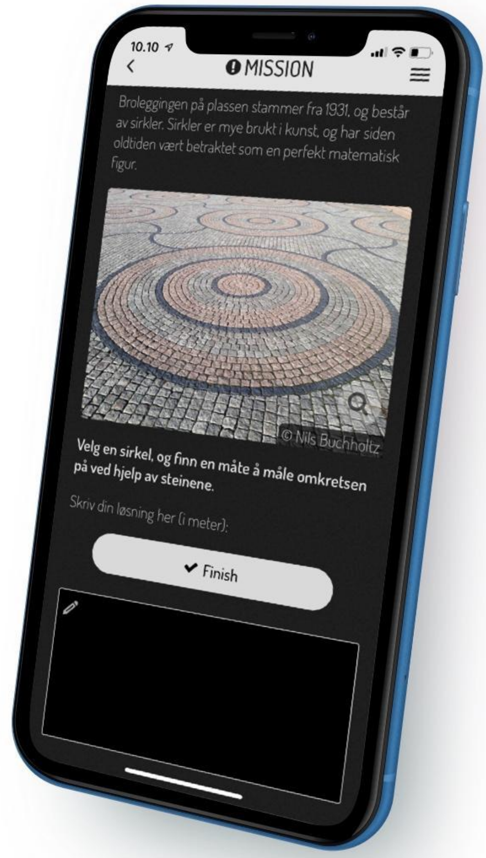
- skal kunne løses på under 20 minutter
- kan differensieres
- kan løses i elevgrupper
- er så interaktive som mulig
- ikke er mer enn 10 minutter unna hverandre.

Disse poengene ble tatt hensyn til. Videre vil jeg presentere hver enkelt oppgave

Oppgave 1:

Den første oppgaven handlet om å forstå sirkelens natur, og bli kjent med tallet pi på en annerledes måte. Elevene kunne finne omkretsen og diameteren ved hjelp av enten brosteinene på bakken, målebånd eller andre måter. Ingen formel var oppgitt. Oppgaveteksten lød som følger:

a) Velg en sirkel, og finn en måte å måle omkretsen på.
b) Hva er forholdet mellom omkretsen og diameteren i sirkelen?
c) 3,1415... Uansett hvilken sirkel du hadde valgt, hadde resultatet blitt nær dette tallet, som vi kaller pi. Hvorfor det?

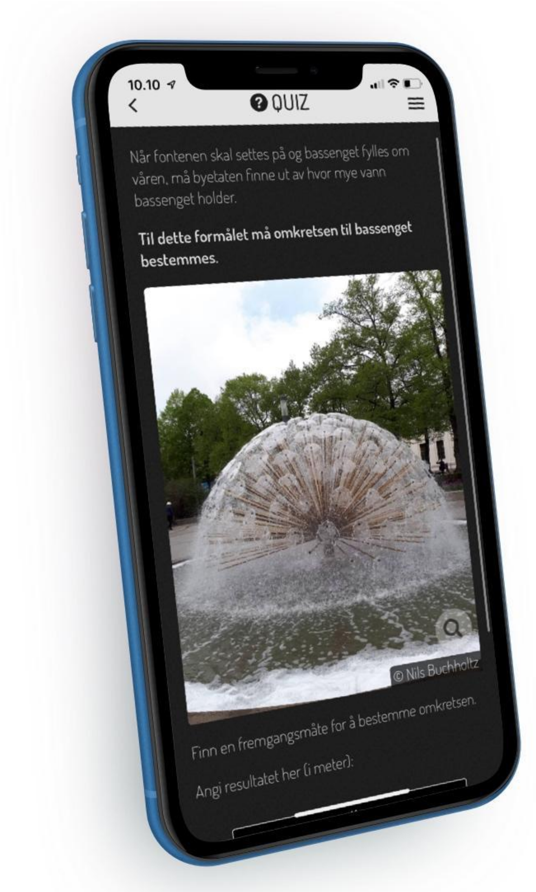


Denne oppgaven var i utgangspunktet ment å være en kjent geometrioppgave for elevene. Den er heller ikke kognitivt krevende (Smith & Stein, 1998). Noen sentrale kvalitetsaspekt ved denne oppgaven er at den gir rom for ulike løsningsstrategier, tatt i betraktning at elevene visste hva ordet *omkrets*, *diameter* og *forhold* betød. Formålet med oppgaven er å gi elevene en mulighet til å oppdage pi (Π) som et fenomen og ikke bare et tall de har fått oppgitt. Her kreves en konseptuell forståelse av pi som forholdet mellom diameter og omkrets av en sirkel, for absolutt alle sirkler - fordi de er formlike. Det kan være en didaktisk fordel å introdusere pi på denne måten, selv om elevene ikke vet hva irrasjonale tall er.

Modelleringsformålene var hovedsakelig at elevene kunne matematisere ved å måle omkrets på mange ulike måter (for eksempel ved hjelp av brosteinene, eller ved skritt), samt å interpretere og validere løsningen ved å tolke hvorfor svaret de ender med skal være pi. Selvfølgelig er også utregningen vesentlig, og mulige misoppfatninger kan oppstå hvis forholdet regnes ut feil.

Oppgave 2:

Oppgave 2 handlet om å finne ut av hvor mye vann et fontenebasseng kunne holde. Oppgaveteksten lød som følger:



a) Finn en fremgangsmåte for å bestemme omkretsen.

b) Hvordan kan vi ut fra omkretsen bestemme bassengets areal?

c) Finn nå arealet til bassenget.

d) Hvor mye vann kan vi nå finne at bassenget holder?

Elevene skulle selv finne en måte å finne arealet og volumet på, men med litt hjelp i begynnelsen; at omkretsen skulle brukes. Ellers var ingen formel oppgitt. Kunnskap tilegnet fra oppgave 1 var ment å benyttes. Her vil derfor eventuelle misoppfatninger fra oppgave 1 føre til en enda større kognitiv konflikt. Tilsvarende oppgaver som oppgave 2 finnes ofte i blant annet lærebøker. Det å plassere den utendørs, hvor elevene må måle størrelsene selv, gjør at den kan oppleves mer virkelighetsnær og reell. Formålet med oppgaven var å aktivisere elevenes kunnskap om formler for sirkelomkrets, sirkelareal og volum av sylinder. Også her er matematiseringsmulighetene mange ved at de både kan måle på mange måter, men også finne kreative forslag til datainnsamling, da det å måle radiusen ikke var mulig. Mulige feil oppstår gjerne når arealet multipliseres med høyden uten at ulike måleenheter og konverteringer tas høyde for. Det er derfor viktig å validere i denne oppgaven. Her har vi en stegvis løsningsprosess, hvor elevene må regne ut en størrelse som ikke er så lett tilgjengelig å måle/estimere og interpretering er vesentlig. Selvfølgelig er også utregningen viktig, og her testes elevene blant annet i å kvadrere.

Oppgave 3:

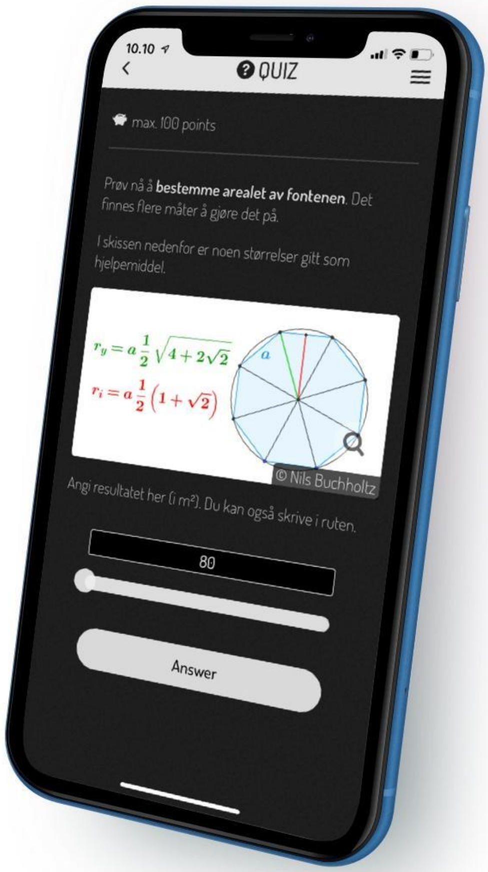
Den siste oppgaven lignet oppgave 2, men med en annen geometrisk figur. Elevene skulle bruke sin kunnskap om arealberegning for andre geometriske figurer til å approksimere et sirkelareal. Oppgaveteksten lød som følger:

a) Hvilken geometrisk form har denne fontenen?

b) Finn ut av hvor lang en av sidene av fontenen er.

c) Prøv nå å bestem arealet til fontenen. Bruk skissen som hjelpemiddel.

d) Hvis du «innskriver» en åttekant i en sirkel dekker ikke arealet til åttekanten <u>hele</u> sirkelarealet (se figur). Hvor stor prosentandel av sirkelen dekkes av åttekanten?



Oppgave 3 er dermed den mest krevende. For å gi elevene en form for trygghet, valgte jeg å legge til en hjelpefigur som de kunne se til og kontrollere om de var på rett vei. Dette gjorde at oppgaven ble mindre åpen, men mer overkommelig. Formålet med oppgaven var å kjenne og anvende andre geometriske former til å approksimere arealet av en sirkel med mangekanter (som en introduksjon til Arkimedisk metode).

Modelleringsformålene er hovedsakelig matematisering av areal av oktogon sett i sammenheng med sirkelberegning, jobbe matematisk ved å bruke formler for beregning av areal av trekanter, og kontinuerlig interpretering for å tolke hjelpefiguren og utregningen sin i lys av den reelle fontenen. Oppgaven krever et høyt nivå av kognitiv aktivering som vil si at elevene utvikler funksjoner som å tenke og erkjenne, og ser sammenhenger mellom matematiske konsepter og ideer (Smith & Stein, 1998). Oppgaven krever utforskning og forståelse av relasjoner.

3.4 Metode for dataanalyse

Analyse handler om å se mønstre (Larsen, 2017). For å kunne besvare problemstillingen gjennom en kvalitativ analyse, var det hensiktsmessig å strukturere datamaterialet og analysen av dem på en måte som viser disse mønstrene. Ved å strukturere datamaterialet ble det mulig å kategorisere delprosessene ikke bare etter det elevene sa, men også det de gjorde. For å få mest mulig ut av analysen var det viktig å få fram hva elevene tenkte, ettersom det elevene tenkte var utgangspunktet for deres valg av løsningsmetoder og handlinger. Derfor fikk elevene beskjed om å uttrykke det de tenkte på muntlig, så dette ble fanget av kameraet. Videoene ble analysert ved hjelp av kvalitativ innholdsanalyse (Mayring, 2014) slik at aspekter ved modelleringsprosessen kunne identifiseres og klassifiseres. Kodingen ble gjort i et databehandlingsprogram kalt InterAct. De korte intervjuene som ble holdt etter undervisningsopplegget var gjennomført, ble transkribert og tolket. Elevbesvarelsene ble ikke kodet, og blir videre kun brukt for å vise hvilke oppgaver elevene fikk rett svar på og ikke. Det er viktig å understreke at selv om oppgavene var lagd for atomisk å arbeide med modelleringssyklusen, kunne alle delprosesser ses i kodingen. Oppgavene inneholdt derfor mer modellering enn først antatt. Videre vil jeg beskrive analysearbeidet i detalj.

3.4.1 Analysestrategi

Fremgangsmåten i analysen er inspirert av et analysearbeid gjort av Schwarz (2015, s. 381-399) som beskriver bruk av kvalitativ innholdsanalyse i sammenheng med matematikkdidaktisk forskning, basert på Mayring (2015) sine analysemodeller for en veksling mellom en deduktiv og en induktiv tilnærming. I denne studien er tre grupper på tre elever og deres arbeid med tre ulike modelleringsoppgaver analysert. Det er derfor selve oppgaveløsningen, altså tidsforløpet i elevenes arbeid med ulike oppgaver i ulike scenarioer, som er *analyseenhetene* for denne studien. Analysearbeidet er delt inn i to faser. I den første fasen ble kategoriene dannet fra teorien presentert i kapittel 2. Datamaterialet ble kodet nøye og frekvensen av kategoriene er tatt høyde for og tolket. Eksempler trekkes også fram for å vise varierte funn. Dette er altså det som kalles en deduktiv tilnærming (Mayring, 2015). En fordel med forhåndsbestemte kategorier i denne sammenheng, er at videomaterialet i første omgang ble mer håndterlig og kompleksiteten ble senket. Fase to i analysearbeidet ble gjennomført med en induktiv tilnærming (Mayring, 2015). Her har jeg selv dannet abstrakte kategorier med definisjoner, omformulert dem og lagd noen nye kategorier. Dermed ble videoene kodet igjen med de nye kategoriene og frekvensen av disse ble også tolket (ibid.). Både de deduktive og de induktive kategoriene tilhører et nominalnivå, som betyr at det skilles mellom dem, og at det ikke er ulike dimensjoner, eller en dybde, av de ulike kategoriene (Kleven, 2014).

Fase 1 – deduktiv koding

Definisjonene av de ulike delprosessene i modelleringsprosessen er forklart i kapittel 2.1. Utgangspunktet er tatt i de modelleringssyklusene presentert i kapittel 2.1.1, og tilpasset dette undervisningsopplegget. Dermed kunne jeg gjenkjenne hvordan elevene beveget seg i modelleringssyklusen. Kategoriene *forstå, strukturere, matematisering, utregning, interpretering* og *validering* ble lagt inn i analyseprogrammet (se kapittel 3.4.2). Deretter ble det kodet for når de ulike delprosessene oppstod i tillegg til start- og sluttidspunkt. De ulike delprosessene hadde ulik varighet, men på bakgrunn av studiens formål er det frekvensen samt rekkefølgen på stegene, og ikke lengden av dem, som er av interesse. Da jeg ble usikker, diskuterte jeg deler av kodingen med veileder. Dette for å forsterke studiens validitet som jeg vil diskutere ytterligere i kapittel 3.5.

Fase 2 – induktiv koding

Som forventet ville ikke alle relevante deler av datamaterialet, la seg kode ved hjelp av de forhåndsdefinerte kategoriene. Ved utendørs undervisning vil det være mange faktorer som påvirker elevenes tanker, valg og kvaliteten på undervisningsopplegget. Derfor valgte jeg også å fokusere på noen aspekter som viser seg å påvirke elevenes matematiske prestasjoner som hadde med konteksten å gjøre. I tillegg så jeg etter ulike misoppfatninger relatert til opplegget som påvirket elevenes arbeid. Grunnen til at jeg valgte å inkludere denne induktive tilpasningen er at vi ikke vet så mye om dette fenomenet, modelleringsoppgaver i et utendørs undervisningsopplegg, fra før. Nye kategorier ble derfor dannet basert på hva som eksisterte i datamaterialet. Videre ble hele datamaterialet kodet på nytt. På lik måte som i fase 1 ble de induktive kategoriene lagt inn i InterAct, og videoene ble kodet med de nye induktive kategoriene. Disse var i hovedsak frekvenskoder ettersom de registrerte gangene elevene brukte Google, uttrykte en misoppfatning eller gjorde andre ting enn å arbeide med oppgavene.

3.4.2 Analysekategorier

Videre vil jeg presentere de ulike kodene i tabeller med en forklaring på hva de innebærer og hvilke indikatorer som ble sett etter ved gjennomgangene av datamaterialet.

Fase 1 – deduktive analysekategorier

Kategoriene benyttet til fase 1 i denne analysen er funnet med bakgrunn i teori. Det er viktig å understreke at mange av kategoriene kan gi utslag samtidig.

Tabell 3.2: Deduktive kategorier.

Kode	Delprosess	Hva det innebærer	Indikatorer
F	Forstå	Elevene bruker tid på å lese og dermed forstå oppgaven.	Ser på iPaden og leser. Diskuterer oppgaven. «*Hva skal vi gjøre?*» → får svar. «*Har du forstått hva vi skal gjøre?*».
S	Strukturere	Å forenkle. Elevene ser det fysiske objektet og lager seg en mental modell på hvordan dette ser ut, og tenker ut hva som må gjøres ut i fra objektet og oppgaven.	Lokaliserer stedet og objektet. Bruker objektet i planleggingen. Delegering av arbeid.
M	Matematisere	Elevene forsøker å uttrykke problemet matematisk – altså tas det virkelige problemet over i en matematisk verden.	Samler inn informasjonen de trenger. Måler. Lager variabler.
U	Utregne	Problemet, som nå er matematisk, skal løses og regnes ut ved hjelp av matematiske verktøy.	Regner. Bruker tallene de fant fra måling til å regne seg fram til et nytt tall. Bruker kalkulatoren på mobiltelefonen.
I	Interpretere	Den matematiske løsningen må nå tolkes og oversettes så den kan forstås i den virkelige verden.	Tolker og forklarer hva de ulike tallene de kom fram til betyr.
V	Validering	Stemmer det? Elevene finner ut av om løsningen deres stemmer overens med virkeligheten og om svaret gir mening.	Kan si «*Nei, dét kan da ikke stemme?*» og kikke bort på objektet igjen. Får resultat i appen. Ser på svaret i appen og vurderer det. Sammenligner. Feilsøker.

Fase 2 – induktive analysekategorier

Kategoriene benyttet til fase 2 av analysen ble formulert på grunnlag av det innsamlede datamaterialet (jf. Schwarz, 2015). Disse kan også i seg selv ses på som et resultat.

Tabell 3.3: Induktive kategorier.

Kode	**Fenomen**	**Hva det innebærer**	**Indikatorer**
G	Google	Elevene søker opp hvordan de skal utføre ulike oppgaver.	Kameraet fanger opp at elevene googler. Elevene sier at de skal google for å finne noe ut eller finne en formel.
1	Individuelt arbeid	En elev tar på seg arbeidet, mens de andre elevene melder seg ut til tross for at det er lagt opp til samarbeid.	Elevene sier «*du ser ut til å få det til, kan ikke du bare løse det for oss?*» til en annen elev på gruppa. En elev tar iPaden og setter seg for seg selv, for å løse oppgaven. En elev holder seg i bakgrunnen, løser oppgaven selv, og kommer tilbake til de andre elevene med svaret.
H	Hermer	Ser hva de andre elevgruppene gjør, og gjør det samme.	Kameraet fanger opp at elevgruppa ser bort på en annen elevgruppe og snakker om å gjøre det samme. Peker på en annen gruppe og sier at de må gjøre det samme som dem. En elev fanger opp hva en annen gruppe gjør og sier til de andre at hen har en idé til hvordan oppgaven kan løses.
O	Misoppfatning	Elevene sier noe som er feil eller gir uttrykk for at de har en misoppfatning knyttet til situasjonen.	«*Okei, så formelen for areal av sirkel er pi^2 ganger radius. Da må vi ta 3,14 gange 2, som er 6,28 ganger radius.*» «*Ja, 1 meter, det er jo 60 cm.*» «*Diameter er jo det samme som omkrets.*»
A	Annet	Begynner å gjøre andre ting som følge av mistet motivasjon eller forståelse for oppgaven.	Snakker om andre ting. Spiller fotball. Sjekker sosiale medier. Setter på musikk. Klager over at det er kjedelig.

Etter intervjuene var transkribert, kodet jeg også hvert av intervjuene. Jeg hadde en åpen og induktiv tilnærming (Larsen, 2017), og vil derfor presentere intervjusvarene med min forståelse og tolkning av innholdet (Grønmo, 2004). Intervjusvarene vil presenteres i kapittel 4.

3.5 Reliabilitet og validitet

Når vi i kvalitativ forskning snakker om validitet og reliabilitet, refereres det i hovedsak til et spørsmål om studien er gjennomført på en pålitelig måte som gjør at funnene er gyldige (Johnson, 2013). Det er altså et spørsmål om kvalitet. Videre vil jeg diskutere styrker og utfordringer ved denne studiens kvalitet som knyttes til mitt valg av metode.

3.5.1 Reliabilitet

Reliabilitet, eller pålitelighet, handler om at målingen er konsistent og kan gjentas av andre. Det betyr at hvis den samme målingen gjentas flere ganger, er målet pålitelig om vi får det samme svaret hver gang (Johnson, 2013). Det er imidlertid en utfordring med etterprøvbarhet, som innholdsanalytiske teknikker deler med all kvalitativ analyse. «*Den sosiale verden er grunnleggende subjektiv og avhengig av å tolkes for å forstås*» (Bratberg, 2017, s. 19). Min analyse av elevenes handlinger krever at jeg tar hensyn til at egne tolkninger kan by på reliabilitetsproblemer. Jo mer analysen legger vekt på tolkning, jo større vanskeligheter står den ovenfor (Bratberg, 2017). En fullstendig objektiv observasjon anses som urealistisk. Min oppgave ble derfor å spesifisere og definere kategoriene så tydelig som mulig for etterprøvbarhetens skyld (Dalen, 2011). Jeg var oppmerksom på at min observasjon av videoene var en selektiv prosess (Kleven, 2014). Den forskningen og de ulike teoretiske tilnærmingene jeg hadde kjennskap til på det tidspunktet, stod sentralt i tolkningen (Patton, 2014; Silverman, 2011). Ettersom matematisk modellering er definert på mange ulike måter, og inneholder mange ulike begreper, var det viktig for meg tydelig å vise til hvilken teori som ble brukt. Mange av de teoretiske begrepene er imidlertid ikke direkte observerbare, og problemer kan oppstå når de måles (Kleven, 2014). Dette kan for eksempel handle om tankeprosesser som når elevene lager seg en situasjonsmodell. Derfor var det viktig å definere begrepene operasjonelt slik at jeg visste hva jeg skulle og hva jeg ikke skulle tolke som tegn på begrepene. Det ble også på bakgrunn av tolkningsproblemer konkludert med at videoobservasjon var mest hensiktsmessig hovedsakelig av to grunner: Det kunne spoles tilbake og situasjoner kunne sees om igjen, og andre forskere kan bruke de samme klippene for muligens å tolke situasjonen annerledes (Blikstad-Balas, 2017).

3.5.2 Validitet

Validitet, eller gyldighet, er en betegnelse på hvor korrekte, eller sanne, konklusjonene i studien er (Johnson, 2013). Det har å gjøre med utvalg og innsamling av data, da validitet er en betegnelse på hvor god målingen faktisk er i forhold til det hensikten var å måle eller undersøke. I avsnittet over diskuterte jeg hvordan tolkning kan svekke påliteligheten i studien min. Dette fører oss over på spørsmål om gyldighet. Hvordan kan jeg være sikker på at det jeg tolker faktisk er sant? Dersom min analyse og forståelse ikke nødvendigvis er i tråd med elevenes intensjoner, vil det utfordre gyldigheten i mine funn (Johnson, 2013; Kleven, 2014). Denne formen for gyldighet kalles tolkningsvaliditet (ibid.). For å styrke gyldigheten kunne jeg benyttet meg av noe som kalles "member-checking". Det vil være å la elevene ta del i, eller uttale seg om tolkningene som del av analysen (Blikstad-Balas, 2017; Fangen, 2011; Johnson, 2013). Ved å spille av hendelser på nytt kunne jeg spurt elevene direkte, mens de ser på videoen sammen med meg, om det jeg tolket var rett. På grunn av tidsmangel lot ikke det seg gjennomføre. Derimot snakket jeg med elevene underveis i deres arbeid, og kunne på den måten gjøre et forsøk i å oppklare usikkerheter.

En potensiell svakhet ved min valgte metode kan være min uerfarenhet knyttet til den. For eksempel kunne det enkelte ganger være utfordrende å ikke stille ledende spørsmål eller besvare spørsmål uten å si for mye. Klassens lærer var også med, og til tross for at han hadde fått beskjed om kun å holde seg i bakgrunnen, hendte det også at han svarte på spørsmål fra elevene. Konsekvensen var at elevene ble veiledet mer mot svaret enn det som var ønsket. I en modelleringssituasjon er dette uønsket ettersom hvert steg i syklusen er viktige. Om elevene får hjelp til utregningen eller om de ikke validerer løsningene sine på grunn av hjelp, vil dette påvirke resultatene i negativ retning. Under selve intervjuene er det heller ikke utenkelig at en elevs utsagn kunne påvirke hva en annen elev sa (Dalen, 2011; Fangen, 2011). Det er for det første lett å la seg påvirke av de andre deltakernes utsagn. For det andre er det mye enklere å si seg enig i en annens utsagn enn å formulere sitt eget. Da kan ulike nyanser forsvinne. Imidlertid kan et utsagn fra én deltaker være med på å skape refleksjoner hos en annen (Dalen, 2011). Innspillene som resultat av disse refleksjonene hadde ikke kommet fram dersom deltakeren hadde blitt intervjuet alene.

3.5.3 Observatøreffekt og forskerbias

Alle forskningsmetoder vil i noen grad påvirke situasjonen de prøver å undersøke. Det er derfor nødvendig å diskutere innvirkningen av effekten, fremfor å diskutere om den er der (Blikstad-Balas, 2017). Det at elevene på forhånd fikk vite at undervisningsopplegget skulle analyseres og at alt observeres, påvirker studiens pålitelighet og gyldighet i noen grad. Dette kaller Blikstad-Balas (2017) *reaktivitet*. Det at elevene visste at jeg som forsker og læreren deres fulgte med, kunne for eksempel føre til at de la en mye større innsats i arbeidet, enn de hadde gjort i en normal situasjon (Larsen, 2017). For å unngå observatøreffekten, vurderte jeg mengden informasjon som ble gitt om formålet med studien uten at den nødvendige tilliten ble svekket (Fangen, 2011). Ved vanlig videoobservasjon filmes elevene *av* noen, eller for eksempel ved at en kameraperson står bakerst i klasserommet og filmer. I dette tilfellet var elevene selv ansvarlige, og dette kan ha styrket autentisiteten noe ettersom kameraene kan ha blitt "glemt".

En annen mulig utfordring er det som kalles *forskerbias* (Johnson, 2013). Dette omhandler at vi kan bære med oss forutinntatte holdninger inn i deler av forskningsprosessen, og at vi har tendenser til å vektlegge funn som bekrefter disse. For å sikre meg mot at forskerbias påvirket undersøkelsen, arbeidet jeg aktivt med å avdekke, og motbevise egne antagelser. Dette kalles *refleksivitet* (Dalen, 2011; Fangen, 2011; Firebaugh, 2008; Johnson, 2013; Silverman, 2011). I dette ligger at alle forventninger om spesifikke funn og partiskhet må elimineres ved å søke etter og finne det motsatte. Hvilke tanker hadde jeg om dette på forhånd? Hvordan forventet jeg at dette undervisningsopplegget kom til å gå? I tillegg, da mine egne refleksjoner muligens ikke var nok, bisto veileder som en "kritisk venn" (Johnson, 2013). Dette for å se etter "utilsiktede feil" i analysen på grunn av min eventuelle mangel på kompetanse, som forklart tidligere (Befring, 2015). Vektlegging av å motbevise antagelser medfører også en større åpenhet for andre funn enn de forventede, og funnenes pålitelighet styrkes.

3.6 Etiske betraktninger

I all forskning på mennesker stilles det krav om informert samtykke for deltagelse (Befring, 2015; Dalen, 2011). Det var derfor viktig at informasjonen som ble gitt ble skrevet på en forståelig måte og det kom klart frem hva det innebar å delta. Jeg måtte også tydeliggjøre at deltagelsen var helt frivillig (Ryen, 2016; Dalen, 2011). Likevel er det en etisk problemstilling hvorvidt deltakelsen var hundre prosent frivillig. For å få tilgang til et klasserom vil mye av makten ligge hos rektor og lærer, som Ryen (2016) omtaler som *gatekeepers.* Da lærerne takket ja til å være med på prosjektet, kunne det være vanskeligere for elevene å takke nei. For å møte denne problemstillingen måtte jeg gjøre et forsøk på å sikre forståelse hos elevene for at det var fullt lov å ombestemme seg og trekke seg underveis. Elevene skulle også, gjennom hele prosessen, være trygg på at informasjonen de ga fra seg ble behandlet konfidensielt (Befring, 2015; Dalen, 2011; Ryen, 2016).

I og med at jeg valgte å bruke kameraer, var det viktig å være ekstra forsvarlig. Personidentifiserende opplysninger ble oppbevart i UiOs sikre systemer, og ble behandlet konfidensielt (Ryen, 2016). Opptakene på GoPro-enes minnekort ble transformert til en kryptert bærbar PC fra UiO, og ble deretter slettet fra minnekortet. Opptakene ble deretter lagret på UiOs godkjente område (Tjenester for Sensitive Data – TSD). Analysen foregikk også kun gjennom UiOs godkjente analyseprogrammer. Det var også andre hensyn å ta. For det første var det viktig å få samtykke om å være med på kamera fra absolutt alle elevene som skulle delta. Elevene som ikke deltok i studien gjennomførte også opplegget, men med egne mobiltelefoner og uten kamerautstyr. Målet med dette var å sikre at disse elevene ikke følte seg ekskludert. For det andre var det viktig å legge til rette for at ikke andre mennesker som tilfeldigvis var i nærheten av elevene ble synlig med på filmen. Derfor ble UiOs rutiner for datasjekking fulgt før lagring. Det vil si at ukjente personer ble klippet bort eller gjort ugjenkjennelige før materialet ble lagret. Hvis elevene ønsker å trekke seg, skal all informasjon bli slettet umiddelbart.

Elevene meldte seg på i appen med pseudonymer, noe som vil si at det ikke ble lagret noen typer personlige opplysninger. Likevel måtte det gis samtykke i appen som gikk ut på at svarene, altså løsningsforslagene til elevene, ble lagret. Dette var viktig for meg ettersom det var en del av datamaterialet. Elevene fikk også et valg i appen om de ville at svarene deres (under pseudonymet) kunne publiseres offentlig på nettsiden. For å relatere svarene i Actionbound med videoopptakene ble det lagd en kodenøkkel mellom pseudonymene til elevgruppene og elevene selv. Denne kodenøkkelen ble lagret på den krypterte PC-en.

4 Resultater og analyse

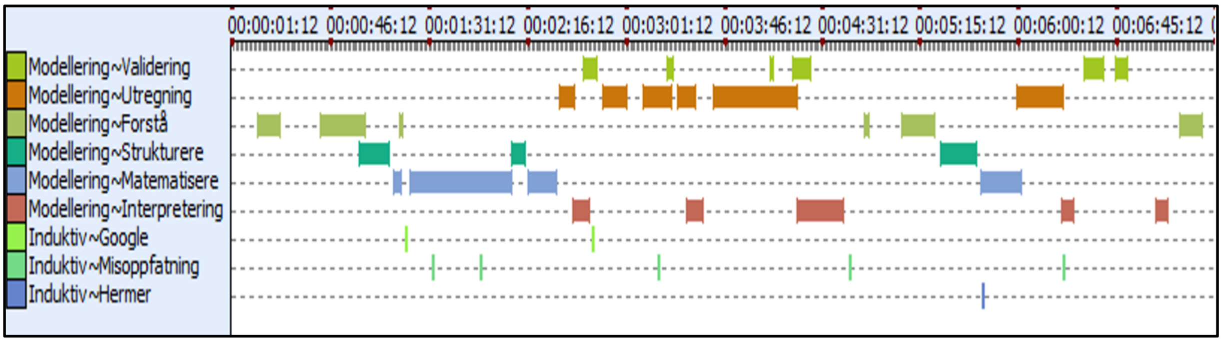
I dette kapittelet vil studiens resultater presenteres i form av grafer og noen mer detaljerte beskrivelser, for å kartlegge både hvilke delprosesser i modelleringssyklusen elevene gikk gjennom, hvor hyppig de forekom, og hvilke andre fenomener (som beskrevet i kapittel 3.4) som oppstod underveis under arbeidet med undervisningsopplegget. Teori og tidligere forskning er utgangspunktet for det deduktive analysearbeidet når resultatene tolkes, og for å formulere hovedfunn på tvers av gruppene. Det induktive analysearbeidet vil også være preget av min teoretiske bakgrunn og mine meninger om hva som er relevant (Larsen, 2017), men ikke ha utgangspunkt i teori. Datamaterialet består i hovedsak av videoopptak, noe som gjør det utfordrende å legge frem detaljerte eksempler. Jeg løser det derfor på følgende måte for hver oppgave: Jeg vil innlede med en presentasjon av konteksten. Deretter presenteres både det deduktivt og induktivt kodede datamaterialet for hver gruppe med en graf fra InterAct. Her vises en sekvens på et antall minutter, som er den tiden den gjeldende elevgruppen brukte på å løse den gjeldende oppgaven. Dette for å gi oversikt over hele videofrekvensen. Det er viktig å bemerke at mange delprosesser kan overlappe. Jeg vil i tillegg til grafen gi en mer utfyllende beskrivelse av deler av videosekvensene i tabeller. Hensikten med det er å gi eksempler som kan tydeliggjøre hvordan datamaterialet har blitt kategorisert. Til venstre i tabellen vil beskrivelsene av datamaterialet ligge, og til høyre fremkommer den tilhørende kategoriseringen. Underveis tolker jeg resultatene, og tydeliggjør og begrunner analysen. Jeg vil også rette oppmerksomheten mot hvilke utfordringer som oppstår, for eksempel barrierer elevene møter på sin vei, og hvordan de eventuelt klarer å løse disse. Deretter avsluttes kapittelet med en oppsummering av studiens hovedfunn.

4.1 Fremstilling av resultater for oppgave 1

Oppgave 1 var plassert på en stor, offentlig plass med brosteiner lagt i sirkelmønster. Det var mange sirkler å velge mellom, og god plass mellom gruppene. Videre vil jeg vise resultatene fra oppgave 1 for hver gruppe.

4.1.1 Gruppe 1

Gruppe 1 bestod av tre gutter som lå relativt likt på karakterskalaen i matematikk 1P. De var i godt humør, og så ut til å være gode venner. For å løse denne oppgaven bidro alle tre like mye, og alle bidro i diskusjonene. At dette var første oppgaven, og at de var veldig oppmerksomme på at de ble filmet, kan ha spilt en rolle. I appen svarte gruppe 1 riktig på deloppgave a), og feil på b) og c).

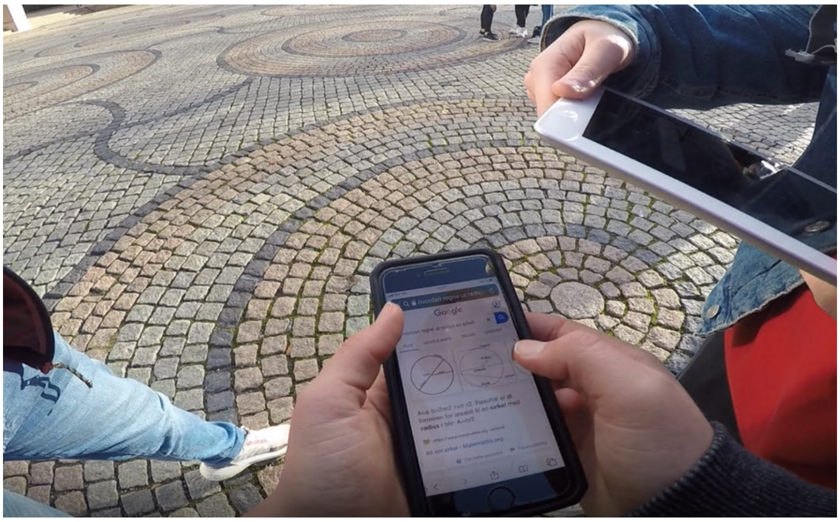


Figur 4.1.1: Graf av koderesultatenefra InterAct for gruppe 1 sitt arbeid med oppgave 1.

Gruppe 1 løste oppgave 1 på syv og et halvt minutt. Det vi ser fra grafen er at elevene googlet ganske tidlig etter at de hadde brukt tid på å forstå og strukturere oppgaven. De brukte mest tid på utregning, men også matematisering. Det var fem episoder med misoppfatninger, og de fleste dukket opp da elevene matematiserte. De barrierene som dukket opp handlet blant annet om begreper som *omkrets*, *diameter* og *forhold*. Denne gruppen fikk ingen hjelp fra verken meg eller lærer.

Beskrivelse av modelleringsprosess:	**Koder og tolkning:**
Starter med å lese oppgaven høyt. Deretter bruker gruppa litt tid på å tenke over og diskutere hva oppgaven betyr.	Forstå: Det ser ut som at det sikres at alle på gruppa forstår oppgaven.
Ser seg rundt, og velger seg deretter en sirkel de skal måle.	Strukturere
De er usikre på hvordan man finner omkrets, og E3 er raskt ute med å Google. Før han rekker å Google sier E1 at de heller må bruke målebånd. Så bryter E2 inn: «*Kan vi ikke bare ta å måle fra midten og ut og finne trekanter, og så regne ut hvor stor en bit er?*». Deretter bruker de målebåndet for å finne radius. Regner så ut diameter.	Matematisere: Det ser ut som at det ligger en barriere forståelsen av oppgaven, og at de derfor ikke kom opp med en tilpasset matematisering. De starter med å skulle finne areal, og bytter deretter til å finne diameter.
Holder på å oppgi lengden på diameteren som svar, men kommer fort på at det ikke var diameter oppgaven spurte om.	Interpretasjon: Tenker over hva de driver med, og finner ut at oppgaven spør etter omkrets.

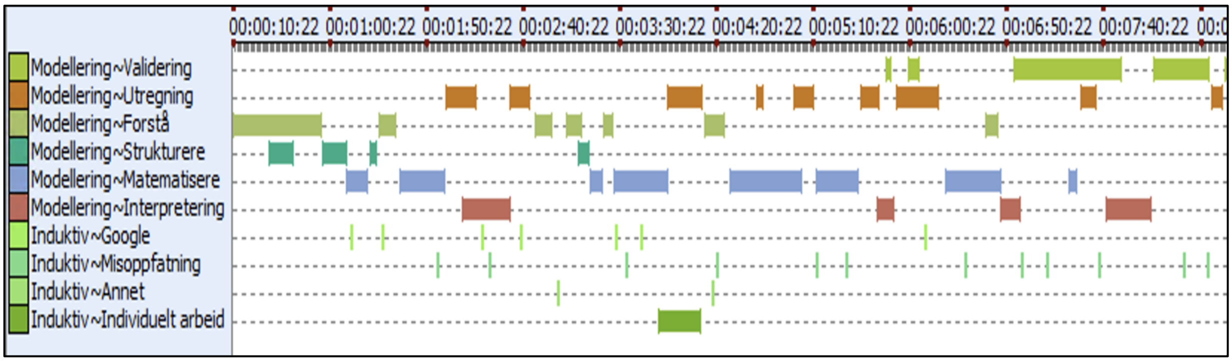
Googler formelen for sirkelomkrets.	Google: I stedet for å måle omkretsen selv, velger de å søke opp formelen.
Forstår ikke helt hva bokstavene i formelen betyr. Men de skjønner at de må bruke pi.	Matematisere og interpretere: Prøver å tolke formelen og finne ut av hva de skal gjøre videre
E3: «*Er ikke diameter det samme som areal?*».	Misoppfatning
Bruker noen sekunder på å tenke og diskutere.	Interpretere: Forsøker å tolke det de holder på med.
Regner til slutt ut diameter ganger pi. Får et svar: 571. Ser litt forvirret ut.	Utregning: riktig utregning, men gal kontekst, for oppgaven var ute etter at de skulle finne omkretsen ved måling og ikke utregning fra formel.
E2: «*Det er jo ikke 571 steiner rundt her da*» [...] E2: «*Å, nei, det er jo ikke 571 steiner, men cm*»	Misoppfatning og validering: E2 sjekker om svaret kan stemme overens med virkeligheten, men misforstod først hva svaret betød.
Når de skal finne forholdet mellom omkrets og diameter, vet de ikke hva ordet *forhold* betyr, og oppgir i appen det samme svaret som de fikk i stad; lengden på omkretsen.	Mangel på interpretering: En begrepsbarriere hindrer elevene i å klare å tolke hva de gjør.
Får feil. Leser oppgaven. Sjekker oppgaven igjen. Vil finne ut av hvorfor svaret skulle vært pi.	Validering og forstå: elevene sliter med å forstå hva de gjorde feil, men barrieren ligger i at de ikke vet hva ordet *forhold* betyr.



Bilde 4.1.1: Slik ble det fanget opp at og hvordan elevene Googlet.

4.1.2 Gruppe 2

Gruppe 2 bestod av tre jenter som alle uttrykte at de trengte mye støtte i faget, og at de verken gjorde det særlig bra eller var interessert i matematikk. E4, tok matematikk 1P nå for andre gang etter at hun hadde droppet ut av faget i fjor. Alle på gruppe 2 var i godt humør, men gjorde mindre ut av seg og snakket både lavere og mindre enn de andre to gruppene. I oppgave 1 fikk gruppe 2 riktig svar på oppgave a), men feil på b) og c).



Figur 4.1.2: Graf av koderesultatene fra InterAct for gruppe 2 sitt arbeid med oppgave 1.

Gruppe 2 løste oppgave 1 på ni minutter. Det vi ser fra grafen er at elevene Googlet mest på de stedene de matematiserte, men også ved utregning og interpretering. Det var 12 episoder med misoppfatninger, og de fleste dukket opp da elevene matematiserte. De barrierene som dukket opp handlet blant annet om begreper som *omkrets* og *forhold*, samt forvirring rundt måleenheter. I tillegg tok E4 på seg litt arbeid alene – hovedsakelig ved utregning. Det lange tidsrommet med validering på slutten inneholder noe hjelp fra lærer. Også her dukket mange misoppfatninger opp. Støtten elevene fikk fra både Google og lærer sikret progresjon i løsningsprosessen, men gruppen ga også uttrykk for at de ikke hadde full kontroll.

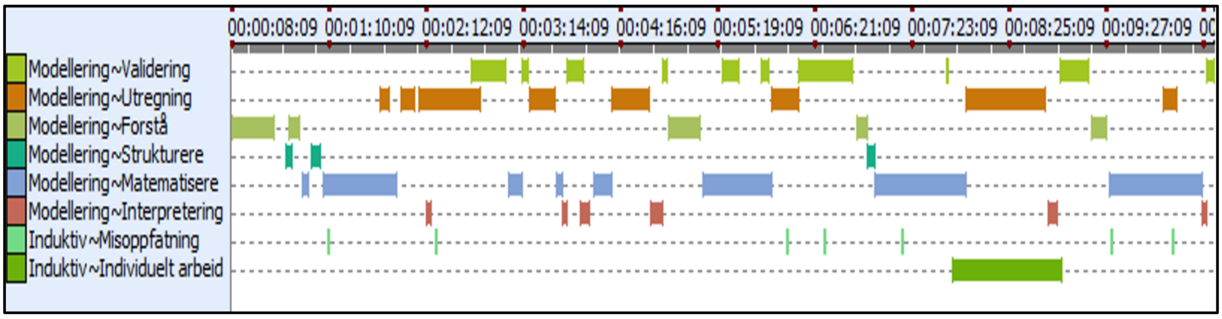
Beskrivelse av modelleringsprosess:	**Koder og tolkning:**
E4 leser opp litt av oppgaveteksten, sorterer fort ut hva oppgaven faktisk *er*, og leser ikke den overflødige teksten.	<ins>Forstå:</ins> E4 ser ut fra den lange oppgaveteksten hva som faktisk er oppgaven. Det gjør det muligens lettere for de andre to elevene å forstå.
Elevene tenker lenge og hver for seg.	<ins>Strukturere:</ins> Hver elev strukturerer i sitt eget hode.
Husker ikke hva omkrets er. Googler. Finner formelen som er diameter ganger pi. Bruker da målebåndet og finner radius.	<ins>Google og så matematisering:</ins> Her hadde ikke elevene klart å matematisere selv, uten Google. En tydelig begrepsbarriere vises.
Dobbeltsjekker ikke at radius ikke er det samme som diameter. E6: «*Omkretsen er rundt og diameter er midten til kanten*». Svarer fort i appen.	<ins>Misoppfatning:</ins> Verdt å merke seg at validering mangler. Mulig misoppfatning om at radius og diameter er det samme. Oppgir svaret forhastet, og gruppa mister muligheten til diskusjon.
Forstår ikke hva *forhold* betyr og vurderer å hoppe over oppgaven.	Den samme begrepsbarrieren som forrige gruppe hadde dukker opp her.
Sier at de ikke forstår noen av ordene i oppgaven. Googler.	<ins>Google</ins>: Det som er interessant med denne gruppa er at de oftere enn de andre gruppene googler det de lurer på når de er på randen til å gi opp hele oppgaven.
Jeg informerer om at de ikke må henge seg opp i formler og ting de har lært tidligere. Ser lenge på meg og tenker.	<ins>Interpretering</ins>: Får støtte som kan bidra til at de selv klarer å tolke det de har gjort.
E4 finner plutselig ut at diameter må være «*fra kant til kant, ikke fra midten til kant*» - de har gjort en feil.	<ins>Interpretering:</ins> Spennende å se hvordan eleven plutselig kom på det. Bidrar til å kunne matematisere på nytt.

Snakker om at de må trekke fra diameteren fra omkretsen for å finne forholdet.	Matematisering: Har nå en idé for hvordan de kan finne forholdet.
Regner det ut på kalkulator.	Utregning
Forstår ikke at de skulle ha fått svaret pi. Jeg kommer for å se hva de gjør og finner ut at elevene har skrevet antall centimeter som meter når de har oppgitt svarene sine.	Interpretering og validering: De prøver å tolke sine egne svar, men validerer ikke måleenhetene. Denne måleenhet-utfordringen får de så hjelp til (uten at det ser ut som at de forstår noe mer av oppgaven).
Står mye stille hver for seg og tenker. Gir inntrykk av at de ikke forstår noe. Lite aktivitet. Går videre.	Individuelt arbeid: I stedet for å diskutere og prøve å samarbeide, arbeider de heller i sitt eget hode.

Bilde 4.1.2: Innsamling av data kan gå galt når målebåndet ikke treffer sirkelens sentrum.

4.1.3 Gruppe 3

Gruppe 3 var den faglig sterkeste av de tre gruppene, og trengte ikke noe særlig støtte verken fra meg, lærer eller Google gjennom hele opplegget. De var relativt selvgående som gruppe, men det så likevel ut som at det var én elev som til tider tok ledelsen. Denne eleven, E7 hadde ofte en tydelig idé om hvordan alt skulle gjøres når de andre virket mer usikre. I oppgave 1 fikk gruppe 3 riktig på deloppgave a) og b), men feil på c).



Figur 4.1.3: Graf av koderesultatene fra InterAct for gruppe 3 sitt arbeid med oppgave 1.

Gruppe 3 løste oppgaven på ca. ti minutter. Figur 4.1.3 viser at gruppe 3 validerer ofte. De har også en periode med individuelt arbeid hvor én person (E7) regner ut det de sammen som gruppe har blitt enige om at skal regnes ut. De har også noen misoppfatninger, men disse rettes fort opp i. Det kan for eksempel være at de har målt i tommer og ikke centimeter. De står aldri lenge med en misoppfatning.

Beskrivelse av modelleringsprosess:	**Koder og tolkning:**
Finner lokasjonen og leser oppgaven høyt.	<u>Forstå:</u> Leser kanskje oppgaven litt for fort → oppstår en barriere med en gang.
Begynner med en gang å diskutere hvordan de kan finne arealet av sirkelen.	<u>Strukturere:</u> E1 har ikke lest oppgaven godt nok, men tar lederrollen og delegerer arbeidet. Dette gjør at de andre kanskje mister muligheten til å sjekke hva oppgaven sier.
Vil bruke målebånd for å finne radius. Når E8 skal måle fra sentrum av sirkelen, velger han feil midtpunkt. Han måler ikke fra sentrum. De andre elevene på gruppa forteller E8 at han måler feil. Finner deretter radius.	<u>Matematisering:</u> Feil oppstår også i datainnsamling, men rettes opp i. Matematiseringsforsøket er imidlertid fortsatt feil for oppgaven.
Regner ut pi ganger r^2 på kalkulator.	<u>Utregning</u>
Uenige om målet, E7 mener at det de fant må være altfor kort. Viser seg at E8 målte i tommer og ikke cm. Retter opp i det.	<u>Validering:</u> Barriere i måleenhetene rettes opp i av en av elevene. Dette viser kanskje at gruppearbeid gjør det lettere for elevene å validere?

Kikker bort på en annen gruppe hvordan de gjør det. Denne gruppa tror den andre gruppa gjør feil, og ler. Sjekker svaret sitt for å være sikker.	<u>Herming og validering:</u> Gruppa er usikre på om de gjør rett, men tror det. Det at de ser arbeidet til en annen gruppe, får dem til å dobbeltsjekke eget arbeid.
E7 bryter plutselig ut: «*Nei, det er jo ikke 1,6 kilometer det her da!*» Bruker lang tid på å tenke.	<u>Validering</u>
E8: «*Hvorfor skal vi oppgi svaret i meter? Vi har jo kvadratmete*r» Sjekker oppgaveteksten igjen. «*Åååhh, vi skal jo finne omkrets!*»	<u>Interpretering og forstå</u>
Regner deretter ut diameter på kalkulator.	<u>Utregning</u>
«*Det er ikke 14 meter derfra til dit!*», sier E9 og viser til sirkelens diameter. De andre på gruppa minner om at det er omkretsen som er 14 meter.	<u>Validering</u>
Går rundt sirkelen, og bruker skritt som meter.	<u>Matematisering og validering</u>: bruker en annen målemetode for å dobbeltsjekke svaret sitt.
Skal nå finne forholdet mellom omkretsen og diameteren. «*Hvor mange ganger må vi gange diameteren for å få omkretsen?*», sier E7.	<u>Matematisering:</u> Her viser E7 høy konseptuell forståelse, og har allerede laget seg en matematisk modell.
E9 vet ikke hva ordet *forhold* betyr, og ber E7 om å svare på iPaden. E7 blir stående og løse oppgave b) alene.	<u>Individuelt arbeid:</u> Eleven som forstår hva begrepet betyr arbeider alene i stedet for å forklare hva det betyr til de andre.
Når de skal forklare hvorfor svaret skulle blitt pi, vurderer de å Google svaret, men trekker litt på det da de (selv) anser det som juks. «*Ikke si det høyt, da, tror ikke vi får lov til det*», sier E9. «*Jo, men hvis oppgaven er å finne svaret, må vi jo finne svaret. Uansett måte*», svarer E8.	<u>Google:</u> Dette er et godt eksempel på at gruppe 3 ikke var like komfortable med å google som de andre gruppene.

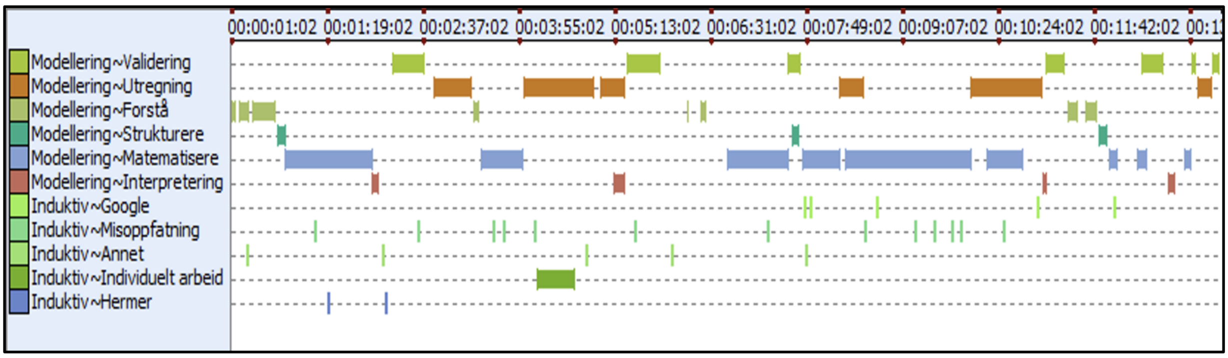
Bilde 4.1.3: En elev på gruppa må vise de andre elevene forskjellen på tommer og centimeter

4.2 Fremstilling av resultater for oppgave 2

Oppgave 2 handlet om å finne volumet til et kjent fontenebasseng. Denne oppgaven er i likhet med de andre mulig å løse på flere måter. Forskjellen ligger i at denne kan være mer utfordrende å løse nettopp på grunn av vannet i fontenen. Videre vil jeg vise resultatene fra oppgave 2 for hver gruppe.

4.2.1 Gruppe 1

Gruppe 1 er fortsatt i godt humør, men noe mer ukonsentrerte enn ved oppgave 1. E3 har for eksempel noen hendelser hvor han ikke følger med og gjør andre ting, noe som kan skyldes andre faktorer som fint vær, mye folk, at han har mobiltelefonen i hånda og lignende. I oppgave 2 fikk gruppe 1 feil på deloppgave a), riktig på b), feil på c) og riktig igjen på d).



Figur 4.2.1: Graf av koderesultatene for gruppe 1 sitt arbeid med oppgave 2.

Gruppe 1 løste denne oppgaven på 13 minutter. I løpet av den tiden dukket den induktive koden *annet* opp fem ganger. Gruppa hadde 13 misoppfatninger i arbeidet med denne oppgaven, men Googlet ikke før de var over halvveis i arbeidet. De brukte aller mest tid på matematisering, og noe utregning ble gjort av E2 alene. Figur 4.2.1 viser også at gruppen, ganske tidlig i arbeidet, henter støtte fra en annen gruppe ved å herme etter dem.

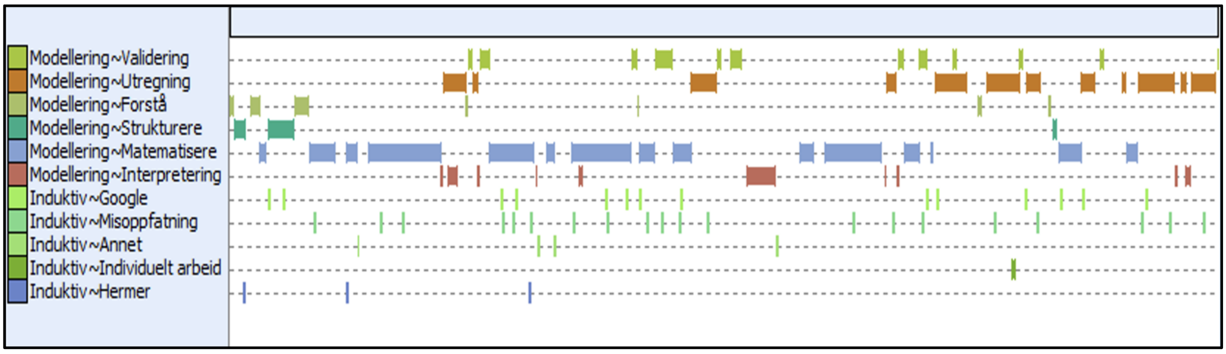
Beskrivelse av modelleringsprosess:	**Koder og tolkninger:**
Leser oppgaven. Vil finne omkretsen.	<u>Forstå</u>
Velger først å bruke målebåndet, men finner ut av at det blir vanskelig å måle fra sentrum av fontenen på grunn av vannet i bassenget. Velger å måle rundt hele fontenen med skritt.	<u>Matematisering:</u> Bruker to ulike forsøk på matematisering. Samler til slutt inn data med individuelle måleenheter (skritt).
Antall skritt blir antall meter, så gruppa svarer 37,5 m. Spør en elev på en annen gruppe hva de fikk. Den andre gruppa fikk 24 m.	<u>Validering:</u> Prøver å validere ved å sjekke hva en annen gruppe fikk, men forstår ikke at det er skrittene deres som er for korte…
Skal nå finne arealet. Vet ikke hvordan de skal løse oppgaven, men snakker om at de enten må dele eller gange, "såpass vet de". Gjetter. Feil, prøver igjen.	<u>Matematisering og utregning:</u> Dette handler kanskje hovedsaklig om motivasjon og selvregulering?
Mister konsentrasjonen. Sjekker sosiale medier.	<u>Annet</u>
E1 tar på seg oppdraget alene, og får oppgaven til.	<u>Individuelt arbeid</u>
For å finne radius velger de å prøve og måle med målebånd fra midten av fontenebassenget. Det går ikke.	<u>Matematisering:</u> forsøker en gang med ideen de hadde.
Googler hvordan man kommer seg fra omkrets til areal. Blir forvirret over formelen som dukket opp. Hadde ikke ordet "sirkel" med i Google-søket sitt, og søker nå på nytt for å finne formel for sirkelareal.	<u>Google:</u> Å søke med de rette ordene er heller ikke så lett, men gruppa forstod fort hva de hadde gjort feil. (Niss hjelpemiddelkompetanse)

E2 mistolker formelen han får opp i Google, og sier til de andre at de må regne ut pi i andre, som han sier er 3,14 ganger 2. Multipliserer dermed det hele med det de tror er radius.	<u>Matematisering/utregning med misoppfatning:</u> E2 tenker muligens at å google kan hjelpe dem med å finne ut av hva de skal regne ut, men det å tolke det som står der er vanskelig.
E1 ser på mobilen og sier at det er radiusen som er i andre.	<u>Interpretering og validering</u>
Retter dermed opp i det, men i stedet for å multiplisere pi og r i andre, *adderer* de nå de to. Feil svar.	<u>Utregning og misoppfatning:</u> Validerer ikke svaret. Min tolkning er at det kanskje er en sammenheng mellom når elevene får «feil svar» i appen og når de validerer?
Skal nå finne volum. Prøver å diskutere seg fram til formelen, men husker ikke at de kan bruke arealet for å regne ut volumet. Googler «Nationaltheateret fontena» for å se om det står hvor mye vann fontenebassenget kan inneholde på nett.	<u>Google:</u> Spennende måte å kanskje matematisere på? Eller er det rett og slett bare juks? Det er i hvert fall en strategi.
E3 tenker gjennom de tallene de har fått som svar ved tidligere utregninger. «*Hvilket tall gir mest mening til å være volum? 46 må være for stort, og 6 for lite… 46 var omkretsen. Eller var det arealet?*», resonnerer E3.	<u>Interpretering</u>

Bilde 4.2.1: En elev bruker skrittene sine som mål på en meter. De er dessverre alt for korte...

4.2.2 Gruppe 2

Gruppe 2 møter oppgave 2 med nytt mot, men forstår umiddelbart at den ligner på oppgave 1. Derfor sier de til seg selv at de ikke kommer til å få til oppgave 2 heller (siden de ikke fikk til oppgave 1), men de prøver. Det lønner seg, og i oppgave 2 fikk gruppe 2 riktig på alle deloppgavene utenom d).



Figur 4.2.2: Graf av koderesultatene for gruppe 2 sitt arbeid med oppgave 2.

Gruppe 2 løste denne oppgaven på ca. 15 minutter, som var lengst av alle gruppene. Det at gruppe 2 *hermer* etter en annen gruppe i starten av arbeidet kan ha ført til at de klarte seg gjennom deloppgavene. Gruppa hadde imidlertid hele 20 episoder med misoppfatninger i arbeidet med denne oppgaven, og googlet 14 ganger. De brukte lite tid på interpretering og validering.

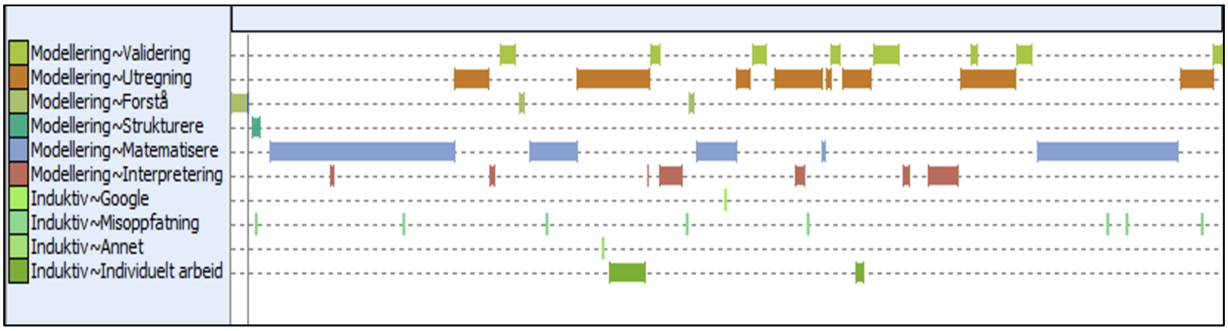
Beskrivelse av modelleringsprosess:	**Koder og tolkning:**
Leser oppgaven. Tenker seg om og ser på hverandre. E5: «*Var det ikke det vi gjorde i sted? Hva bruker man? Var det diameter ganger pi?*».	Forstå: kobler med en gang denne oppgaven til den forrige. Prøver å huske formel.
Finner ut at det blir vanskelig å måle med målebånd helt over fontenebassenget for å finne diameter. Prøver likevel.	Matematisering: gjør et forsøk i å måle til tross for at de skjønner at det kanskje ikke går.
Målebåndet er for kort, og de må bruke en annen metode. Ser at elevene på en annen gruppe går rundt fontena og teller antall skritt. Vil gjøre det samme.	Hermer: ser hva den andre gruppa gjør og velger å gjøre det samme selv om de ikke vet om det er rett måte.

E4 sier til de andre at de må måle opp en meter på målebåndet, for så å prøve å gå med skritt som er en og en meter. Går rundt fontena. Får 24 skritt.	Matematisering: gjør et nytt forsøk i å måle omkretsen med individuelle måleenheter.
Sjekker på iPaden. «*Skal vi ikke gange dette med 3,14 nå?*» Ble fort oppmerksom på at det var omkretsen oppgaven spurte etter.	Interpretering: Prøver å huske formelen for omkrets.
Vet ikke hvordan oppgave b) kan løses. Googler formelen, og finner ut at de trenger radiusen.	Google og matematisering: Søker for å i det hele tatt komme seg videre i arbeidet.
E5: «*Okei, så omkretsen er jo 24, da må diameteren være 12, og radius 6*». Bruker kalkulatoren for å finne pi ganger r i andre.	Misoppfatning og utregning: Elevene har ikke forstått forholdet mellom omkrets og diameter fra forrige oppgave.
E4: «*Er radius 6 meter*?». Kikker bort på fontenen.	Interpretering og validering
Forstår ikke formelen. Prøver målebånd igjen. Det er for langt over fontenen, og målebåndet blir vått. E6 sier at steinene som bunnen av fontenen består av, ser ut som er en meter. Spør hvor mange slike steiner det er fra kanten av fontenebassenget til sentrum. Kommer fram til at radiusen ser ut til å være 3,5 meter.	Matematisering: forsøk nummer 1 feiler, men forsøk nummer 2 fungerer bedre. Her brukes individuelle måleenheter.
Skal nå regne ut pi ganger ca 3 i andre. Gjetter at svaret er 9,42. Sier at de ikke aner hvordan man regner ut pi ganger r i andre. Gjetter på svaret.	Utregning: Det ser ut som at de får til pi ganger 3, men vet ikke hvordan de opphøyer 3 i andre.
Hvor mye vann holder bassenget da? Får hjelp av meg til å forstå at forskjellen på areal og volum er høyden. Måler derfor høyden med målebånd. Leser av antall centimeter. Bruker kalkulator for å finne areal (som de har funnet i kvm) ganger høyden (som de har funnet i cm). Forstår ikke hvordan arealet kan være 45 og høyden 47.	Interpretering: Trenger hjelp for å tolke det de holder på med. Prøver så å regne ut selv, men støter på en barriere når de blander måleenheter. Misoppfatning: Mangel på validering.

Bilde 4.2.2: Dette bildet representerer dynamikken i gruppa: eleven til venstre kikker bort og tenker på oppgaven for seg selv eller tenker på noe annet, mens eleven i midten Googler og eleven til høyre leser oppgaveteksten.

4.2.3 Gruppe 3

Gruppe 3 har i utgangspunktet god dynamikk i arbeidet sitt, og det gjenspeiles i arbeidet med oppgave 2. Her fikk gruppen rett svar på alle deloppgavene. E9 ga uttrykk for at han hang litt etter, og E7 tok lederskap over gruppa. Det kan ha ført til litt skeiv fordeling av arbeid, og E7 løste også litt av oppgavene alene.



Figur 4.2.3: Graf av koderesultatene for gruppe 3 sitt arbeid med oppgave 2.

Figur 4.2.3 viser at gruppe 3 arbeidet gjennom modelleringssyklusen på en relativt ideell måte. Det vil si at stegene *matematisering, utregning*, *interpretering* og *validering* fulgte den rekkefølgen presentert i modellene i kapittel 2.1.1. Dette er spennende, for det var også i denne oppgaven gruppa fikk full pott. Gruppa brukte 11 minutter, noe som også er det korteste av alle gruppene. De hadde noen misoppfatninger underveis, men løste opp i dem på egenhånd.

Beskrivelse av modelleringsprosess:	**Koder og tolkning:**
Leser oppgaveteksten. Må minne hverandre på at omkrets er «*det som er rundt, ikke inni*».	<u>Forstå</u>
Tenker over en måte å løse dette på. «*Vi kan jo ikke bruke målebåndet for da må vi gå uti. Hvor langt er målebåndet*?», sier E7.	<u>Strukturere:</u> Lager en plan, men sjekker før utførelse om det er lurt å gjennomføre planen.
Ser på steinene i bunnen av bassenget og diskuterer om de er like store. Ser på en av steinene på <u>utsiden</u> av bassenget, altså som går rundt hele fontenen. Teller de hvor mange steiner det er rundt. Hver stein er 125 cm.	<u>Matematisering:</u> Objektrelatert planlegging.
Regner ut hvor mye 125 cm ganger 20 steiner er. Nesten rett, bomma med 1 meter.	<u>Utregning og interpretering</u>
E9: «*Hva er arealet igjen, det er rundt, er det ikke?*» E7: «*Nei, det er inni!*»	<u>Validering:</u> Gruppe-samarbeidet kommer godt med for å raskt validere.
For å finne arealet bruker E7 omkretsen og deler på pi for å finne diameter. E8 og E9 husker ikke disse formlene, og ser ut til å miste motivasjonen.	<u>Utregning:</u> Dette går litt for fort for E8 og E9.
E7 husker formelen og finner radius ved å dele diameter på to. Deretter sier han at man bare skal multiplisere radius med pi, så får man areal.	<u>Individuelt arbeid og utregning</u>
Googler formelen.	<u>Googler og validerer</u>
Får tallet 12 ved å multiplisere radius med pi. E1: «*Men det er vel mer enn 12 kvadratmeter her*?!» Svarer 12 for det, men det er feil.	<u>Interpreterer og validerer:</u> Men gjør ikke noe med det de tror er feil.
Jeg: «*Det er ikke r ganger pi. Det er pi ganger r i andre*». Gruppa regner ut på kalkulatoren nå og får 45. Det gir rett svar.	<u>Validering:</u> Får hjelp til å rette opp i feil.

Hvor mye vann kan bassenget holde? Husker formelen "grunnflate ganger høyde". Elevene er raskt enige om at grunnflaten er arealet - som de nettopp fant. Høyden er ca 38 cm.	Matematisering
Taster inn 45 ganger 38 på kalkulatoren, som gir svaret 1710, men er klar over måleenhetene, og skriver 171 kubikkmeter som svar.	Utregning: Husker å konvertere fra cm til m

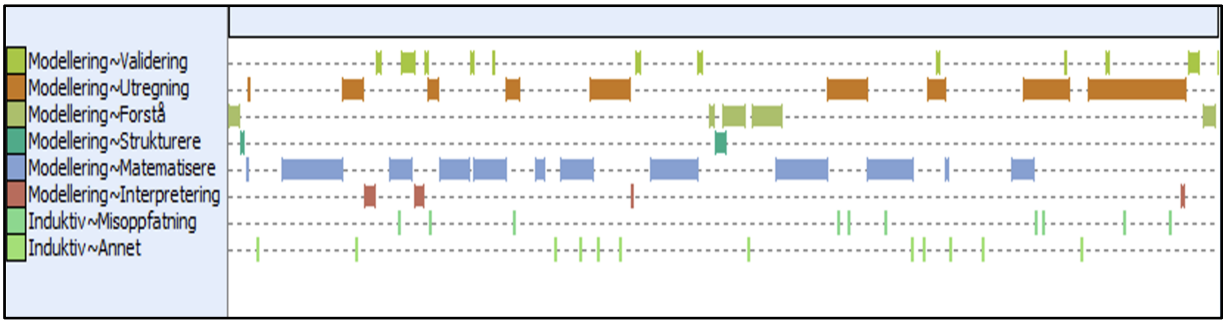
Bilde 4.2.3: eksempel på når én person, gjerne den som blir stemplet som flinkest, jobber alene for å regne ut svaret.

4.3 Fremstilling av resultater for oppgave 3

Oppgave 3 var den kognitivt tyngste, og det ses også i datamaterialet. Her strevde alle gruppene mer enn de hadde gjort på de to tidligere oppgavene, og ingen av gruppene svarte riktig på de siste deloppgavene. Oppgave 3 går ut på å vise elevene hvordan andre mangekanter kan innskrives i en sirkel, for at vi deretter kan se hvor godt den figurens areal kan representere et sirkelareal.

4.3.1 Gruppe 1

I arbeidet med den siste oppgaven er det tydelig at gruppe 1 synes det er gøy å jobbe med det de får til, og mister motivasjonen helt når de kommer til deloppgave c). De er flinke til å diskutere mulige matematiseringer, og måler også lengder på kreative måter. Det de sliter med er den matematiske delen hvor de må huske begreper og variabler. Derfor fikk de litt støtte fra lærer underveis. Gruppe 1 fikk riktig på deloppgave a), men ingen av de andre deloppgavene.



Figur 4.3.1: Graf av koderesultatene for gruppe 1 sitt arbeid med oppgave 3.

Gruppe 1 mistet fokuset mange ganger i løpet av arbeidet med oppgave 3, og den induktive koden ble brukt 12 ganger. I motsetning til tidligere oppgaver brukte de ikke Google i det hele tatt her. Det kan skyldes at de ikke visste hva de skulle ha googlet. Tid som blir brukt på å matematisere og regne ut dominerer, mens interpretering og validering ses lite her. Gruppa brukte 17 og et halvt minutt på denne oppgaven.

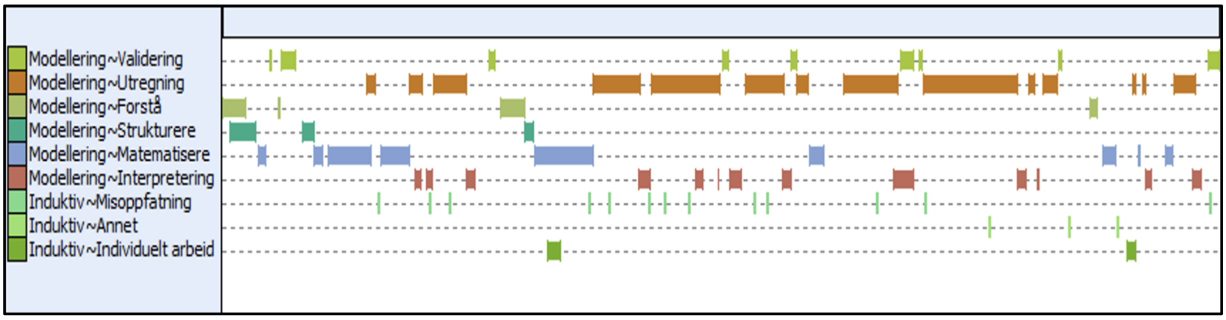
Beskrivelse av modelleringsprosess:	**Koder og tolkning:**
For å finne lengden på en sidekant måler de det øverste trappetrinnet. De målte i to omganger fordi målebåndet ikke var langt nok. E2 holder hele tiden på å multiplisere denne lengden med 8, men spørsmålet ber bare om én kant, noe de andre elevene minner ham på.	<u>Matematisering</u>: Samarbeidet på gruppa gjør at de kan finne den beste strategien.
E1 måler og leser av: «*Okei, en kant er 278 cm*». Tenker seg om. De andre på gruppa godtar det. Bruker litt tid på å tenke.	<u>Interpretering:</u> Tolker resultatene, men validerer ikke.
Lærer ber dem å tenke over hvor høye de er, og hvor mange av seg selv de kunne fått plass til langs kanten. Elevene innser at de har målt feil, og måler på nytt.	<u>Interpretering og validering:</u> Får hjelp til å tolke resultatet sitt på en annen måte, og vil rette opp i feilen.
Ser at trappen består av steiner. Måler en stein og ganger med antall steiner som ligger langs kanten. Måler derimot i tommer. En av elevene på gruppa forklarer at de må måle i centimeter. Måler på nytt. Måler feil. Diskuterer. Måler på nytt. Får til slutt riktig svar.	<u>Matematisering</u>: Bruker individuelle måleenheter. Forsøker flere ganger og <u>interpreterer</u> underveis.

Når de skal finne arealet sier E2 at han skal finne diameteren. Går inn til midten av fontenen. Innser at diameteren er veldig lang - mye lenger enn de klarer å måle med målebåndet. Diskuterer det med de andre.	Matematisering: igjen med individuelle måleenheter.
Deretter tenker de at det er bedre å finne radiusen, for den er kortere. E1: «*Er ikke radiusen lik halve arealet*?» De andre på gruppa blir usikre. Ser ut som de mister motivasjonen, og begynner å tulle med hverandre. Finner så et tall etter en utregning, men forstår at det ikke kan være arealet. E3: «*Det er jo et veldig merkelig tall.*»	Matematisering: interessant å se hvor mange forsøk de bruker, og hvordan det henger sammen med motivasjon.
Går og spiller fotball.	Annet: Motivasjonsrelatert. Min tolkning er at de nå er lei av å feile i matematiseringssteget så lenge.
Prøver på nytt. Prøver å finne radiusen igjen ved hjelp av hjelpefiguren i appen.	Matematisering
Tror at kvadratroten av 2 er 1. Får hjelp til at kvadratroten av to ikke er én. Skriver deretter inn riktig i kalkulatoren.	Misoppfatning og validering
Prater med de andre gruppene. Gir til slutt opp uten å svare.	Annet: Her er definitivt motivasjonen og viljen til å fullføre lik null.

Bilde 4.3.1: Viser hvordan en av elevene på gruppa gradvis mister motivasjonen, og setter seg heller ned for å slappe av mens de andre jobber.

4.3.2 Gruppe 2

Gruppe 2 virker preget av den kalde høstlufta, og uttrykker at de nå er lei. Imidlertid ser de ut til å ha et pågangsmot som trumfer den følelsen. Det er nå særlig E4 og E5 som holder motet oppe. De synes oppgaven er vanskelig, og sliter med å se ting for seg. Derfor må en av elevene opp med penn og papir, for å lage seg oversikt over denne oppgaven. Gruppe 2 fikk riktig på deloppgave a) og b), men ikke c) eller d).



Figur 4.3.2: Graf av koderesultatene for gruppe 2 sitt arbeid med oppgave 3.

Figur 4.3.2 viser at gruppe 2 jobbet seg gjennom alle delprosessene i modelleringssyklusen mange ganger. Det er hyppige gjentakelser av alle stegene, men et mønster kan ses i hvordan de ofte *forstår*, *strukturerer* og *matematiserer* etter hverandre. Mest tid går til utregning, og det er også her flest misoppfatninger oppstår. Heller ikke denne gruppa Googlet noe i arbeid med oppgave 3. Gruppa brukte rett i underkant av 16 minutter.

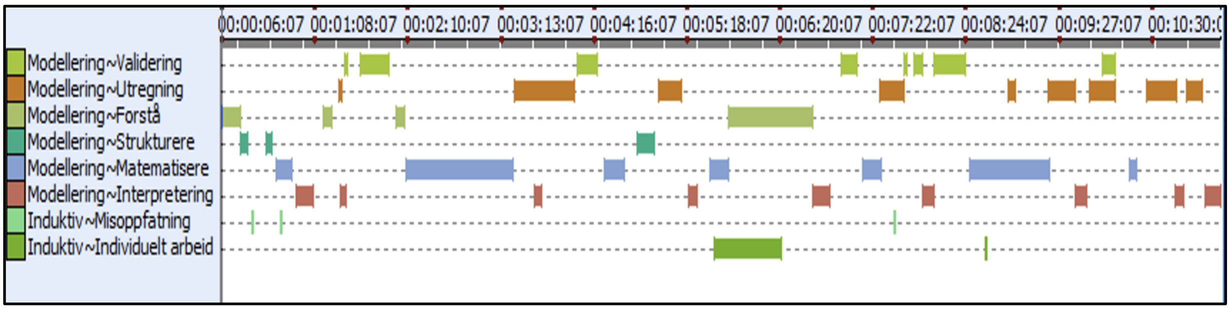
Beskrivelse av modelleringsprosess:	**Koder og tolkning:**
Leser oppgaven høyt. Kikker seg rundt. E5: «*Men hva er fontenen det er snakk om?*». Ser hvor de andre elevgruppene er, og forstår at det er den store åttekanten, bare at det ikke er vann i.	Forstå og herming: Gruppa hadde kanskje brukt lenger tid på å forstå hadde de ikke sett de andre elevgruppene?
Måler lengden av en kant ved å bruke målebånd. Leser først av tommer, men husker fort på at de må se på centimeter. Får nesten rett svar i appen.	Matematisering: Husker på feilen de gjorde tidligere som handlet om å blande tommer og cm.
Tenker *lenge* på hvordan de skal finne arealet. Gir inntrykk av at de begynner å bli lei av å holde på så lenge, og sier at de fryser.	Matematisering: Det ser også ut som at de mister motivasjonen

	ettersom de ikke kommer opp med et godt forslag til matematisering.
Ser på hjelpefiguren i appen, og bruker kroppsspråk for å overføre figuren til virkeligheten. Ser på radius til hjelpefiguren og måler radius til fontenen med antall skritt.	Matematisering: Ved bruk av kroppsspråk.
Ingen av elevene ser ut til å huske særlig mange formler. E4 finner etter hvert fram penn og papir. Kikker bort på fontena og tegner opp. Vurderer å estimere hvor stort fontenearealet kan være. Det blir imidlertid vanskelig uten et forhold til hvor stor én kvadratmeter er.	Matematisering og individuelt arbeid: Prøver enda to forsøk på matematisering.
E6: «*Jeg tror vi gjør alt feil*». Leser oppgaven og hjelpefiguren på nytt. Skriver deretter ned et regnestykke de mener kan stemme. Nå er det kun to av elevene som er aktive. Gruppa gir opp.	Forstå og utregning: Elevene har mange misoppfatninger underveis og mister motet.
E4 gjør helt til slutt et forsøk i å si at de bare kan se på hjelpefiguren og prøve å tippe seg fram til svaret.	Matematisering: Estimering

Bilde 4.3.2: En elev synes det er en bedre idé å løse oppgaven på papir.

4.3.3 Gruppe 3

Gruppe 3 brukte litt tid i starten av oppgave 3 på å finne ut av hva slags objekt det skulle arbeides med. Da de kom i gang gikk arbeidet imidlertid fort. Gruppa fikk noe støtte fra lærer underveis, men bruker kort tid på både det og på hver misoppfatning som oppstår. I oppgave 3 fikk denne gruppa rett på a), feil på b), rett på c) igjen og feil på d).



Figur 4.3.3: Graf av koderesultatene for gruppe 3 sitt arbeid med oppgave 3.

Det er tydelig at denne oppgaven krevde mer av elevene enn oppgave 2, da figur 4.3.3 viser mye hopping mellom delprosessene. Gruppa brukte ikke Google i løpet av denne oppgaven. E7 tok på seg litt individuelt arbeid som startet med *matematisering*, men som endte med at han måtte bruke tid på å *forstå* oppgaven. Gruppa brukte 11 minutter.

Beskrivelse av modelleringsprosess:	**Koder og tolkninger:**
Leser oppgaven høyt. E7: «*Okei hvilken form har den der skulpturen i fontena? Kvadrat eller rektangel*?» Diskuterer om skulpturen er kvadratisk eller rektangulær en stund.	Forstå og strukturere: tar litt forhastet beslutning om hvilken figur de skal jobbe med. De tar utgangspunkt i feil objekt.
Spør meg om det er riktig. Får hjelp til at oppgaven spør om hele fontenen, altså fontenebassenget, som i forrige oppgave.	Validering
For å finne lengden til én kant måler de med målebånd. Ser at målebåndet er for kort for å måle *hele* kanten, og endrer raskt mening til at de heller måler lengden på én av steinene kanten består av, for så multiplisere lengden med antall steiner langs kanten.	Matematisering: objektrelaterte måleenheter.
142 cm ganger fire steiner.	Utregning
Fikk feil svar, men de forstod *hvorfor* og ga inntrykk av at de likevel var fornøyde med egen innsats.	Validering: Glemte å validere før de svarte, men feilsøkte og forstod feilen de hadde gjort.

Neste deloppgave får dem til å tenke lenge. Hjelpefiguren var avansert, og E8 og E9 mister gnisten. Holder på å gi opp i det lærer kommer bort til dem. Lærer sier ingenting.	Annet: Det så ut som at lærers tilstedeværelse ga motivasjon til å arbeide videre.
Elevene kikker på fontena for å estimere antall kvadratmeter. Innser at det bare blir gjetting. Plutselig, etter lang tids stillhet, bryter E7 ut at han har en ide. De andre lytter.	Matematisering: Estimerer. Sliter med å komme opp med et godt forslag.
E7 søker opp formel for areal av sirkel, og putter inn tallene han har i hodet. Han hadde estimert lengde på radius ved å bruke lengden på en av sidekantene av fontenen.	Google, utregning og individuelt arbeid: kun én elev jobber for å finne svaret.
Dobbeltsjekker hvordan både hjelpefiguren og fontenen faktisk så ut. Oppgir et svar som er ca riktig.	Interpretering
For å svare på det siste spørsmålet estimerer de ved å se på fontenen. Bruker kroppsspråk for å peke og "måle".	Matematisering: bruker kroppsspråk.

Bilde 4.3.3: Elevene brukte gjennomgående mye peking og kroppsspråk for å matematisere. Dette tydeliggjør at arbeidet er objektrelatert.

4.7 Intervjuresultater

Etter at alle oppgavene var gjennomgått stilte jeg noen få spørsmål til hver gruppe. Disse handlet om elevenes opplevelser angående undervisningsopplegget, og oppklaring om hva elevene hadde tenkt underveis. Videre vil jeg kort presentere noen svar som er av betydning for denne studien. Resten blir ikke inkludert.

Elevene ga uttrykk for at dette undervisningsopplegget var helt nytt, og ganske spennende, for dem. «*Dette var mye bedre enn vanlig time! Å gjøre noe praktisk i stedet for å sitte med en bok er gull*», sa E8. E1 forklarte at han likte å komme seg ut av klasserommet, og at «*jeg følte jeg jobba på en annen måte her enn skriftlig i en bok, liksom, men det var litt vanskelig også*». E2 og E3 nikket samtykkende og responderte med at de gjerne skulle likt å ha flere lignende undervisningstimer. Da ville de også vært mer forberedt: «*det var litt stress med det målebåndet hele tida [...] kunne gått fortere om vi ikke hadde lest av så mye feil og sånn*». Jentene på gruppe 2 forklarte også at de syntes det var interessant å jobbe med faktiske objekter, og at konteksten opplegget foregikk i bidro til å gjøre matematikk virkelighetsnært og ikke så tørt. Imidlertid reflekterte E4 at hun «*godt liker å jobbe med oppgaver alene*», og at det er selve regningen hun liker med matematikkfaget. «*Noen ganger kunne all teksten i oppgavene og hele greia med at vi måtte gå rundt og det var mye folk og sånn, forstyrre tankene mine*», forklarte hun.

I spørsmål om hvordan de syntes oppgavene, og deloppgavene, var, svarte E7 følgende: «*Da vi skulle finne volumet da for eksempel, brukte jeg omkretsen og arealet, for det er det jeg har gjort før. Så det var jo greit med deloppgavene, men hadde kanskje ikke trengt det*». Da responderte E9 ganske fort at han ikke følte han kunne dette temaet i det hele tatt, og at han syns det var til stor hjelp. E8: «*Vi har jo liksom ikke lært alt på samme måte, men også at vi husker forskjellige ting.*» Som datamaterialet viser, og elevene svarer, var det mange som ville søke opp formler for å bruke dem i utregningen. E3: «*Vi googla ganske fort! Og så prøvde vi å gjette oss fram til det vi trodde kunne være riktig.*»

4.8 Oppsummering og sammenligning av elevgruppene

Følgelig vil jeg oppsummere studiens hovedfunn i korte trekk. Resultatene viser at alle gruppene bruker tid på å forsøke og forstå oppgaveteksten i starten av hver oppgave. Likevel må de lese oppgaveteksten flere ganger for å både huske hva som stod, og for å prøve å forstå oppgaven på ny. De leser også oppgaveteksten ofte for både å interpretere og validere løsningen sin. Alle gruppene bruker flere matematiseringsforsøk før de setter i gang med å arbeide matematisk. Mange er opptatte av å prøve og huske formlene, og noen googler formlene før de har kommet opp med en passende matematisering. Det vil si at de går rett fra *strukturering* til *utregning.* Gruppene har relativt like prosentandeler av tid som går på å forstå problemet, strukturere og matematisere, men tid til å interpretere og validere løsningen varierer. Det er en forskjell mellom gruppene på andelen som går til å få lærerstøtte. Noen av gruppene henter også støtte fra andre grupper ved å herme etter hva de gjør. Dette gjør at gruppen kan komme seg videre i arbeidet. Resultatene viser at å forstå og strukturere problemet ofte henger sammen, enten at de overlapper, eller skjer rett etter hverandre. Det samme gjelder interpretering og validering, som kan sammenlignes ved at de begge handler om å tolke løsningen sin. Alle kodene forekom hyppigere enn forventet, og det ble ikke funnet en tydelig modelleringssyklus hos noen av gruppene, annet enn i gruppe 3 sitt arbeid med oppgave 2. Alle gruppene støtte på enkelte utfordringer underveis, men elevene på gruppe 3 valgte å være mer selvstendige i møte med disse utfordringene. Både gruppe 1 og 2 brukte mye tid på å google seg fram til formler som kunne hjelpe dem videre, og fikk i tillegg en del lærerstøtte. Et spennende resultat er også hvordan trangen til å google forsvant med en gang de hadde en hjelpefigur å jobbe med (jf. oppgave 3). Denne hjelpefiguren ligner den elevene får opp i Google-søket sitt, og dekker muligens elevenes behov for å få noen til å lage variablene for dem.

Noen av elevene arbeidet nokså regelstyrt med oppgavene, og oppgavene mistet dermed sin hensikt. Disse elevene viste en innlært og automatisert arbeidsform, men da formlene ble googlet, manglet mange forståelse for hvordan og hvorfor formlene kunne benyttes. Ulik forståelse preget arbeidet. Mange elever gav inntrykk av å ha manglende begrepsforståelse for, og også grunnforestillinger om, mange sentrale begreper innen geometri, som *omkrets*, *diameter* og *forhold*. Gruppenes flyt i arbeidet ble preget av denne manglende begrepsforståelsen. I tillegg slet mange med en instrumentell forståelse som gjorde at de ikke kom på andre måter å løse oppgaven på enn å bruke innlærte formler. Det er disse funnene som danner grunnlaget for diskusjonen videre.

5 Diskusjon

I det følgende kapittelet skal jeg i lys av teori og tidligere forskning drøfte hvordan resultatene og analysen kan besvare studiens problemstilling. Hensikten med denne studien har vært å undersøke elevers modelleringsarbeid i et utendørs gruppearbeid kalt Math Trails. I analysen fokuserte jeg på hvilke «modelleringsruter» elevene valgte å ta, altså hvordan de beveget seg gjennom delprosessene i modelleringssyklusen, samt hvilke andre faktorer som spilte en rolle i elevenes modelleringsarbeid. Det er viktig å understreke at jeg diskuterer *synlige* modelleringsprosesser, da jeg refererer til verbale ytringer eller bevegelser som kroppsspråk (Borromeo Ferri, 2018).

Som vist i kapittel 4 arbeider ikke elevene som modelleringssyklusene presentert i kapittel 2.1.1 viser, men «hopper» mellom delprosessene. Dette kan det være flere grunner til. For det første var oppgavene i dette undervisningsopplegget mer fokusert på anatomisk å trene på delprosessene (Brand, 2014). For det andre var det små deloppgaver som gjorde at elevene måtte lese, og da også *forstå* deloppgavene flere ganger i løpet av hver oppgave. Prosessene å *forstå* og *strukturere* skjer imidlertid oftere enn de gangene elevene skal gjøre seg kjent med nye deloppgaver. Det tyder på at de også innad i hver deloppgave må lese, forstå og lage seg et mentalt bilde av oppgaven flere ganger. For det tredje var ikke elevene trent i modellering, og de hadde aldri gjennomgått hvordan de skulle arbeide seg gjennom modelleringssyklusen. Denne observasjonen støttes av Borromeo Ferri (2018) som forklarer at elever trenger øving for å mestre modellering. I tillegg overlapper mange av delprosessene hverandre. Dette kan være årsaker til at det er et gap mellom teori og praksis, som forklart i kapittel 1, og kan bidra til å gjøre det vanskelig for både elever og lærere å jobbe med modellering i undervisningen (Blum, 2011). Det er likevel noe mønster å se i elevenes modelleringsarbeid. Til tross for mye overlapp mellom delprosessene, antyder resultatene i kapittel 4 at de aller fleste tilfellene av delprosessene å *forstå* og *strukturere* kommer før *matematiseringen*, som igjen kommer før *utregningen*. Det er som regel *interpreteringen* og *valideringen* som ikke følger en bestemt rekkefølge.

5.1 Individuelle modelleringsruter

Resultatene viser også individuelle læringsforløp. Hver av elevene på gruppa har sin mentale oppfatning av situasjonen, og tenker ulikt. Dette kan ha styrket modelleringsarbeidet, fordi de gjennom diskusjon og samarbeid kan komme fram til en felles løsning som tar hensyn til hvert enkelt synspunkt. Verifisering handler i stor grad om å spørre seg selv eller andre om løsningen gir mening, og det kan være lettere å vurdere eller stille seg kritisk til andres tanker og løsninger enn sine egne. Elever kan også oftere være blind for egne misforståelser eller feil, enn andres. At flere på gruppa er enige kan styrke løsningen ettersom det er lettere å tro på egne tanker dersom de deles eller støttes av andre, særlig for de elevene som framstår som lite selvsikre når det gjelder matematikk og modellering. Disse individuelle tankene fører til at gruppene som helhet arbeider med oppgavene på ulike måter.

Et eksempel på individuelle "modelleringsruter" som fungerer bra i gruppearbeid, finnes for eksempel i gruppe 2 sitt arbeid med oppgave 2. Da E4 innså at målebåndet ikke rakk over hele fontenebassenget, ga hun uttrykk for at hun følte seg rådvill og brukte tid på å finne ut av om dette var mulig å løse. Som en person med preferanse for analytisk og formell tenkning (se kapittel 4.7), fokuserte hun på fakta og tall, som ikke ble gitt i problemet. E6 var imidlertid rask med å foreslå at de måtte se på, og bruke, steinene i bunnen av fontenen. De var ca. 1 meter lange. I denne uttalelsen kan man rekonstruere den reelle modellen, fordi hun hadde en idé om hvordan problemet var strukturert (Blum & Leiß, 2007). Dermed kunne hun estimere radiusen. E6 gjorde sin mentale representasjon visuell for de andre på gruppa (Borromeo Ferri, 2006). E4 hadde deretter matematisk resultat for arealet: Π ganger 3 må være rundt 9,42. Hun hadde brukt ideen om at steinene var én meter hver, og beregnet det hun trodde var riktig formel. E5 avviser E4s resultat og sier at de i hvert fall må opphøye radius i andre. Dette kan ses på som validering fra E5 (Czocher, 2018; Blum & Leiß, 2007). E4 ser bort på fontenen for å interpretere. E6 starter modelleringsprosessen på nytt ved å kikke på alle steinene i bunnen av bassenget. «*Var det arealet vi skulle finne?*», sier hun, og fortsetter: «*Hvis du forestiller deg at alle disse steinene er 1 meter og legger de helt ved siden av hverandre. Da er arealet ganske stort.*» E4 kan dermed bruke denne tanken for å regne ut arealet.

Disse handlingene illustrerer de individuelle modelleringsveiene hver elev tar innenfor modelleringssyklusen (jf. Borromeo Ferri, 2018). E6 brukte lang tid i den virkelige verden, på å bytte fra mental representasjon av situasjonen til den virkelige modellen og igjen til situasjonen, før hun gikk inn i matematikk. Derimot byttet E4 raskt fra den virkelige modellen til matematisk modell, og til og med til matematiske resultater. E6s klare mentale bilde av den virkelige situasjonen lot henne estimere resultatet nøyaktig. E4, som analytisk tenker, var mer fokusert på å finne en formel og regne seg fram til et resultat. Videre vil jeg vise eksempler på arbeid i de ulike stegene, samt diskutere hvordan de ulike faktorene påvirket hvert steg i modelleringssyklusen. Jeg vil slå sammen to og to steg som jeg vurderer til å passe godt sammen.

5.2 Å forstå og strukturere

I de første stegene av modelleringssyklusen, må elevene sette seg inn i hva oppgaven handler om og forstå den for å lage en modell av situasjonen (Blum & Leiß, 2007). Videre må de strukturere og forenkle for å lage en virkelighetsnær modell, og her må det gjøres antakelser slik at problemet kan løses (ibid.). Resultatene indikerer at de ulike elevgruppene bruker relativt lite tid på å *forstå* og særlig *strukturere* i begynnelsen av hver oppgave. Etter å ha arbeidet en stund uten å lykkes, vender mange elever tilbake til oppgaven for å forstå den på nytt. Dette skjer for eksempel ofte i gruppe 2 sitt arbeid med oppgave 1, hvor elevene vendte tilbake til oppgaven for å lese den på nytt seks ganger. Det at elevene ikke brukte så mye tid på strukturering kan skyldes at oppgavene og appen i noen grad gjorde det for dem. Deloppgavenes formål var å strukturere oppgavene på en måte som gjorde at det ikke krevde så mye tid av elevene å gjøre hele struktureringen selv. Hensikten var imidlertid at elevene skulle bruke objektet til å finne mål og sammenhenger for å kunne danne seg en oversikt over forholdet mellom diameter, pi og omkrets, samt areal og volum. Dette kunne de gjøre på mange ulike måter, og bruke hvilke måleenheter de ville. Derfor kunne elevene med fordel brukt mer tid på struktureringen og planleggingen.

Opplegget skulle fungere som en del av introduksjonen til temaet *sirkelberegning*, og jeg hadde derfor ikke en forventning om at elevene skulle klare alle oppgavene. Det jeg derimot forventet var kreative ideer. Et interessant funn var derfor at elevenes første tanke var å huske formler de hadde lært tidligere som handlet om omkrets og areal. Dette indikerer en *instrumentell forståelse* (Skemp, 1976; Solvang, 1992) som jeg vil ta opp i kapittel 5.5. Elevene brukte mer tid på å prøve og huske formler enn å lage en plan for hvordan de skulle utføre oppgaven. Denne fasen av modelleringsprosessen kan sammenlignes med problemløsningsstrategiene av Polya (1954), understøttet av at flere forskere, som mener at modelleringskompetanse og problemløsningskompetanse overlapper (Jankvist & Niss, 2019; Kaiser & Sriraman, 2003; Niss, 2003). Elevene fokuserer på å finne omkretsen ved heller å regne den ut enn å måle den. Dette samsvarer med lignende resultater fra problemløsning, hvor elevene bruker for lite tid på å reflektere, og for mye tid på utregning (Schoenfeld, 1987). Hvordan elevene ordlegger seg viser hvordan de fokuserer på fremgangsmåter og distanserer seg fra det som ligger bak. Elevene spør for eksempel «*Hvordan pleier vi å gjøre dette?*» og «*Hva var formelen for dette?*», framfor å fokusere på hvordan de selv forstår oppgaven og ønsker å gå fram for å løse den.

Når mange av gruppene har gjort seg ferdig med den første deloppgaven, begynner de å planlegge for neste del, og følger samme prosedyre som de gjorde i deloppgaven før. Elevene planlegger altså ikke helhetlig, mest sannsynlig fordi de er uerfarne med denne måten å løse oppgaver på (Schoenfeld, 1987). Det de kunne ha gjort annerledes er å planlegge for hele oppgaven fra starten av, og da muligens også unngått situasjoner som i gruppe 2 sitt arbeid med oppgave 1, hvor den lille sirkelen, i midten av den store sirkelen, ble definert som *midtpunktet* til den store sirkelen (se kapittel 4.1). Gruppe 1 og 2 valgte å *regne ut* omkretsen etter at de hadde lest og prøvd å forstå oppgaven. De valgte deretter å google, for så å få opp et bilde av en sirkel, med hjelpestreker som viser radius og diameter. Før de planla hvordan de skulle matematisere, hoppet de over i delprosessen *utregning*. Da de dermed fant ut av hva slags lengder de trengte, begynte de å måle og altså matematisere. Planen deres fungerte ikke for hele konteksten i oppgaven, ettersom deloppgavene egentlig spurte etter noe annet, og at deloppgavene bygde på hverandre. Elevene ble derfor nødt til å planlegge og strukturere på nytt flere ganger i løpet av oppgaven.

5.3 Å matematisere og regne

Matematisering handler om det elevene gjør for å komme seg fra den virkelige verden til den matematiske (Freudenthal, 1976). Resultatene indikerer at elevene ofte matematiserte ved enten å prøve og tenke seg fram til, eller søke seg fram til formler, noe som er interessant i og med at denne oppgaven handlet om reelle objekter og krevde at elevene tok utgangspunkt i objektenes størrelser. Da de imidlertid matematiserte på en objektrelatert måte, hadde de mange gode ideer for bruk av egnede mål som skritt, lengden på føttene deres eller egen høyde, og de målte med målebånd. Eksempelvis brukte gruppe 1 egne skritt da de skulle måle omkretsen til fontenen i oppgave 2 (se kapittel 4.2.1). I deres tilfelle oppstod det imidlertid et problem, fordi omkretsen viste seg å være kortere enn elevene trodde. Grunnen var at elevene tenkte at ett skritt var én meter, noe det ikke var. Denne barrieren unngikk for eksempel gruppe 2 (se kapittel 4.2.2) som på forhånd målte opp en meter, for å vite at skrittene de tok var på omtrent en meter hver. Dette kan indikere at elevene på gruppe 2 brukte mer tid på å strukturere oppgaven, og dermed lagde seg en tydeligere virkelig modell (Borromeo Ferri, 2018). Barrieren gruppe 1 møtte kan understøttes av Jankvist og Niss (2019) som forklarer at matematiseringen blant annet oppleves som det mest utfordrende fordi elevene ikke reflekterer over opplysningene de velger å trekke ut av oppgaven, noe som gjør at antagelsene av situasjonen blir feilaktige. Det kan hende at gruppe 1 rett og slett ikke tenkte på at de skulle oppgi svaret i antall meter. Imidlertid kan det hende de fikk et annet inntrykk av hva *omkrets* er ved at de brukte kroppen sin i målingene (Tran et al., 2017).

Undervisningsopplegget tilrettela for at elevene kunne tenke annerledes enn de pleier. Derfor var det også interessant å se hvor ofte elevene satt fast i denne delprosessen. Det at elevene ikke klarer å komme på en kreativ matematisering, mener jeg kan grunnes i at de ikke har gjort det før, eller fått tips om hvordan det kan gjøres. Det ender med at elevene vurderer at å google formler kan hjelpe dem med å løse oppgaven raskere. Den bruken av digitale verktøy vil i noen grad ødelegge for oppgavene. Intensjonen i oppgave 1, som kan kobles til mitt perspektiv på modellering (Kaiser & Sriraman, 2003), var for eksempel at elevene selv skulle finne pi, og dermed forstå hvorfor formelen er som den er. Den intensjonen forsvinner når elevene *bruker* pi for å finne omkretsen fordi de følger en formel fra Google. Når de ikke forstår formelen eller hvordan de skal regne den ut, blir elevene forvirret, fordi svaret på oppgaven for eksempel er lengder som de kunne ha målt selv. Dette er en tydelig indikator på et behov for å utvikle hjelpemiddelkompetanse, som innebærer å kunne vurdere det de får opp på skjermen, for å kunne bruke det videre (Niss, 2003).

Når elevene har kommet seg inn i den matematiske verden, kan problemet løses ved hjelp av matematisk utregning (Maaß, 2006; Blum & Leiß, 2007). Det var tydelig at elevene løsrev seg mentalt fra den virkelige konteksten, og brukte for eksempel kalkulatoren eller formler funnet på Google for å beregne. Resultatene tilsier også at noen elever snur seg bort fra objektet, og ikke ser på det i det hele tatt mens de regner. Da var det kun utregning av algebra i fokus. Det ble observert noen misoppfatninger under elevenes beregninger som kan kobles til de andre delprosessene. Et interessant funn er at elevene muligens assosierer oppgavekonteksten med bestemte utregningsmetoder. For eksempel (se kapittel 4.1.3) regner gruppe 3 seg fram til å finne sirkelens areal, selv om oppgaven spør etter noe annet. Det kan skyldes at de ikke forstod hva oppgaven var ute etter, eller så kan det tenkes at elevene er vant til å skulle finne areal av figurer, og tror at det er det de skal gjøre også her. At elevene har denne assosiasjonen har sannsynligvis sammenheng med at de forbinder oppgaver om geometri og sirkler med arealformelen, og dermed tenker utregning av areal som fremgangsmåte.

Noen grupper lot også én person på gruppa regne ut det de skulle regne ut. Det førte til at den eleven som hadde blitt stemplet som den som var flinkest i matematikk, ble sittende alene med utregningen. Gruppa stolte altså på én elevs arbeid. Dette kan imidlertid forsvares ettersom elever er ulike og har ulike styrker og preferanser. Undervisningsopplegget la derfor muligens opp til selvdifferensiering, hvor elevene delegerte arbeidet med delprosessene avhengig av preferanser. For å forhindre at elevene sammenligner seg med hverandre i en konkurransepreget klasseromskultur, kan det tas utgangspunkt i oppgaver med et differensierende grunnlag (Olafsen & Maugesten, 2015). Dette undervisningsopplegget kunne selvdifferensieres av elevene ved at de selv valgte hva de ønsker å arbeide med, om det var å måle med målebåndet, regne ut på kalkulator eller holde iPaden. Det viktigste med undervisningsopplegget er imidlertid at alle elevene utfordres i alle delprosessene, så hele modelleringskompetansen kan utvikles (Brandt, 2014).

5.4 Å interpretere og validere

Når elevene arbeider med stegene *interpretering* og *validering* er det åpenbart at modellering ikke er en lineær prosess. Resultatene i kapittel 4 tilsier at delprosessene påvirkes av elevenes valg og oppgavens formulering. I dette undervisningsopplegget jobber elevene rett foran objektene, og kan dermed tolke og validere resultatene direkte på objektet som en kontrollstrategi (Borromeo Ferri, 2006; Czocher, 2018). Et godt eksempel på objektrelatert interpretering er når E3 vurderer fontenens størrelse mens han prøver å tolke de matematiske svarene han har fått i løpet av arbeidet med oppgaven. «*Hvilket tall gir mest mening til å være volum?*», spør han (se kapittel 4.2.1). Den objektrelaterte valideringen ble observert som blant annet måling, telling, bruk av alternativ løsning (beregne på nytt på en annen måte/med andre mål), fysisk interaksjon med objektet. En annen måte elevene interpreterte og validerte på, var at resultatene fra beregninger ble tolket med hensyn til oppgaveteksten eller formelen, og ikke objektet.

Valideringen fungerte på to måter: elevene validerte løsningen sin, og de monitorerte arbeidet underveis (Czocher, 2018). Dette ble vist ved kontinuerlig “hopping” mellom valideringsprosessen og de andre delprosessene. En valideringsmetode handlet om å sjekke at beregningene stemte. Den matematiske løsningen ble for eksempel sjekket opp mot formelen, som da E1 fant ut at E2 hadde glemt å kvadrere i en utregning ved å se på formelen (se kapittel 4.2.1). En annen måte elevene validerte på var å sjekke at alt stemte overens med elevenes egne tanker og mentale situasjonsmodell. I den situasjonen hvor gruppe 3 spurte meg om det var riktig at fontenen er kvadratisk, og jeg forklarte at selve fontenen var noe annet enn de trodde, fikk gruppa både monitorert og rettet opp i arbeidet sitt (se kapittel 4.3.3). Czocher (2018) utdyper at mange elever opplever en metakognitiv *blindhet* som gjør at de ikke oppdager gale antakelser, og at matematiseringen blir gal i forhold til oppgaven. Dette antyder også mine resultater. For å oppdage gale antakelser, kunne elevene fått innsikt i hvordan de kunne monitorere arbeidet sitt underveis (Czocher, 2018). Det er også et godt eksempel på hvorfor det er hensiktsmessig å utvikle elevenes digitale kompetanse, og også *hjelpemiddelkompetanse* (Niss, 2003), så elevene kan være i stand til å vurdere om det digitale verktøyet gir det de trenger.

Påvirkning fra andre mennesker påvirket også hele prosessen. Samarbeidet på gruppene, og å spørre enten meg eller lærer, er former for ytre støtte som fungerer som en valideringsmåte for elevene. Resultatene antyder at de gruppene som hadde best samarbeid, gjorde det bedre på oppgavene. Dette vises for eksempel i gruppe 2 og 3 som hyppigere diskuterer oppgavene og retter opp i hverandres feil enn elevene på gruppe 1 gjorde. I flere tilfeller virket det som at elevene valgte å sjekke om deres løsninger var korrekte ved at de også løste oppgaven ved å benytte seg av andre strategier. Dette kan skyldes at de ulike elevene på gruppene hadde ulike tilnærminger til oppgaven. Gjennom å teste ut flere mulige fremgangsmåter kunne elevene få innblikk i matematiske sammenhenger. Elevene ble også påvirket av de andre elevgruppene. Dette førte til mye herming, men også validering, som da gruppe 1 spurte en annen gruppe om hvor lang omkrets de fikk, for å sjekke om de selv hadde målt riktig (se kapittel 4.2.1). Imidlertid klarte ikke elevene på gruppe 1 å tolke *hvorfor* de fikk feil svar, selv om det bare handlet om at skrittene deres var for korte.

Resultatene i kapittel 4 viser at aktiv interpretering og validering var lite utbredt blant elevene, og at gruppene som ikke verifiserer løsningene sine eller arbeidet sitt underveis, i større grad svarer feil på oppgavene. Mange av elevene svarer imidlertid riktig etter at de får beskjed om å validere. Dette indikerer at flere feil elever gjør kan unngås dersom de i større grad utvikler interpreterings- og valideringsferdigheter. Den utviklingen krever imidlertid forståelse (Czocher, 2018) som vil diskuteres i neste delkapittel.

5.5 Ulik forståelse og misoppfatninger

Viktigheten av å diskutere andre faktorer som påvirker modelleringsarbeidet, viser seg blant annet i hvor elevene søker støtte; om det er å herme etter andre grupper, spørre meg eller lærer eller spørre Google. Det kan også kobles til misoppfatningene elevene hadde underveis. Hensikten med oppgavene var at elevene skulle bli kjent med pi og andre sirkelberegninger uten å tenke like mye over formler som de kanskje gjør i klasserommet. Det at samtlige grupper bruker Google for å finne formlene før de i det hele tatt har prøvd å løse oppgaven som den skal løses, er spennende. At elevene prøvde å huske formler fremfor å fokusere på hva oppgaven spør etter, og resonnere seg fram til riktig svar, kan være en indikasjon på at de har instrumentell forståelse for dette temaet (Solvang, 1992). Det kan forklares med at de muligens har hatt instrumentell tavleundervisning i tidligere matematikkundervisning, og skapt en vane for å tenke slik (Solvang, 1992). Kanskje oppleves kunnskapen elevene tilegner seg gjennom tavleundervisning, med fokus på prosedyrer og algoritmer, som mindre anvendbar og fleksibel?

Elevenes forståelsesproblemer viser seg å være en utfordring i sammenheng med modellering (Blomhøj & Kjeldsen, 2013). Solvang (1992) forklarer forståelse som at det handler om å innse hvilken kunnskap som skal benyttes for å løse et problem, og så aktivere denne kunnskapen. At elevene på gruppe 1 for eksempel vil regne ut areal som løsningsmetode på oppgave 1, viser at de aktiverer kunnskap som ikke egner seg til å løse det oppgaven spør etter og dermed viser begrenset forståelse.

Elevenes algebraiske misoppfatninger var sterkt knyttet til variabler og operasjonssymboler. Å inneha algebraisk kompetanse i 1P beskrives i læreplanen som evnen til å løse likninger, samt forme og løse praktiske problem, som for eksempel i geometri (Utdanningsdirektoratet, 2013). En del av misoppfatningene som handler om symbolforståelse er eksempler på misoppfatninger som i stor grad handler om at elevene ikke har evne til å forstå og formulere matematiske uttrykk, samt håndtere de formelle og operasjonelle symbolene som benyttes i algebra. Det er en forutsetning at elevene har kjennskap til at variabler er generaliserte tall. I tillegg følger det i geometrien mange begreper, som er knyttet til variablene og til virkeligheten. Brekke (1995) forklarer at elever kan ha *delvis utviklede begreper*, som innebærer at elevene har begrenset forståelse og en snever tankemodell av det matematiske konseptet. Full utvikling av delvis utviklede begreper har ofte sammenheng med at elevene får erfaring med begrepet gjennom flere anvendelser. Misoppfatninger kan også beskrives som ikkeutviklede grunnforestillinger. De hindrer elevene å utvikle gyldige matematiske modeller i overgangen, eller kan føre til mistolkninger av resultater (vom Hofe & Blum, 2016).

I tillegg oppstod noen utfordringer for elevene forbundet med bruk av målebånd. For det første hadde ikke alle elevene en tydelig formening om de leste av målebåndet i centimeter eller tommer, og blandet ofte disse. For det andre ble det ikke alltid tatt hensyn til at en lengde målt i meter og en lengde målt i centimeter måtte konverteres for å multipliseres. Disse misoppfatningene oppstod som oftest da elevene skulle matematisere og regne. Feilene ble sannsynligvis gjort fordi elevene hadde vansker med det matematiske konseptet fra før. Målebåndet er et godt eksempel på enda et hjelpemiddel som krever hjelpemiddelkompetanse (Niss, 2003). Til tross for at de hadde kommet med en idé om *hvordan* de skulle matematisere, validere og løse oppgaven etc., så hindret elevenes andre matematiske kompetanser og forståelser dem i å komme seg feilfritt gjennom oppgavene, og gjorde dem heller ikke i stand til å vurdere hvor feilen lå. Resultatene i denne studien kan sammenlignes med Maaß (2006) som også tydeliggjør at arbeidet med å tilegne seg modelleringskompetanse inkluderer flere ferdigheter enn å jobbe med delprosessene (Greefrath & Vorhölter, 2016). Modellering forutsetter selvstendighet, men elevene hadde ingen forutsetning for å tenke selv i denne sammenheng. De distanserte seg fra oppgaven, og søker støtte med en gang de følte seg usikre. Denne usikkerheten kan muligens også skyldes at elevene kun hadde gått i samme klasse i to måneder da dette undervisningsopplegget ble gjennomført.

6 Avslutning

Denne studien er ment å bidra til å fylle et forskningsgap som går ut på at det er mye forskning på hva modellering *er*, men lite forskning både på hvordan elever jobber med undervisning og hvordan det best kan implementeres i undervisningen. For å møte det økende fokuset på modelleringsarbeid og tverrfaglighet i Fagfornyelsen, er det et stort behov for ny forskning på undervisningsopplegg i modellering. Formålet med denne studien har derfor vært å bidra med empirisk forskning på området. Ved å undersøke hvordan ni elever arbeidet med undervisningsopplegget Math Trails, fikk jeg en innsikt i hvordan elevene jobbet på individuelle måter gjennom delprosessene i modelleringssyklusen, og hvordan undervisningsopplegget ble påvirket av andre faktorer som var av betydning for arbeidet. I dette siste kapittelet vil jeg samle trådene fra de tidligere kapitlene. Først vil jeg presentere de oppsummerende og konkluderende svarene på forskningsspørsmålene og problemstillingen i denne studien. Deretter vil jeg diskutere hvilke didaktiske implikasjoner dette kan få. Kapittelet avsluttes med mine tanker om hva videre forskning kan innebære.

6.1 Konklusjon

I denne studien har jeg undersøkt følgende problemstilling: *Hva kjennetegner elevers arbeid med modellering i undervisningsopplegget «Math Trails»?* Datamaterialet ble analysert og tolket både deduktivt og induktivt. Videre vil jeg kort oppsummere de viktigste funnene fra hvert forskningsspørsmål.

Hvordan følger elevene delprosessene i modelleringssyklusen?

Funnene viser at elevene arbeider med alle delprosessene i modelleringssyklusen i dette undervisningsopplegget. De får imidlertid utfordringer med å følge modelleringssyklusens ideelle gang. Å *forstå* og *strukturere* problemet er gjerne det første elevene gjør, men etter det er det vanskelig å finne tegn til en syklus. Dette kan skyldes at elevene ikke har trening i hvordan de skal jobbe med modellering, og at de møter på såpass mange barrierer i den delprosessen de jobber med, at de ikke har noe annet valg enn å hoppe til en ny delprosess. Funnene tilsier at elevene ofte feiler i å interpretere og validere egen løsningsprosess og løsning, og dette kan også skyldes manglende modelleringsferdigheter. Resultatene indikerer at flere av feilene elevene gjør, trolig kan unngås dersom de utvikler ferdigheter innen modellering. Mange elever er flinke til å tolke og verifisere når de blir fortalt at de skal gjøre det. Elevenes individuelle måte å jobbe på, kan være en ressurs i dette undervisningsopplegget, da de ofte utfyller hverandre. Gruppearbeidet kan derfor bidra til at elevene kommer seg gjennom alle delprosessene.

Konteksten elevene er i, og bruken av mobiltelefoner, påvirker hvordan elevene hopper mellom delprosessene. Mange tyr til støtte gjennom Google når de har forstått hva oppgaven spør etter, og hopper dermed rett fra den virkelige verden til den matematiske og tilbake igjen, uten nødvendigvis å *matematisere* eller *interpretere*. Dette skjer for eksempel ved at elevene heller finner formelen på nett som de så plotter sine data inn i, snarere enn å komme frem til formelen på egenhånd gjennom måling og diskusjon i gruppa. Dette fører oss til viktigheten av det neste forskningsspørsmålet.

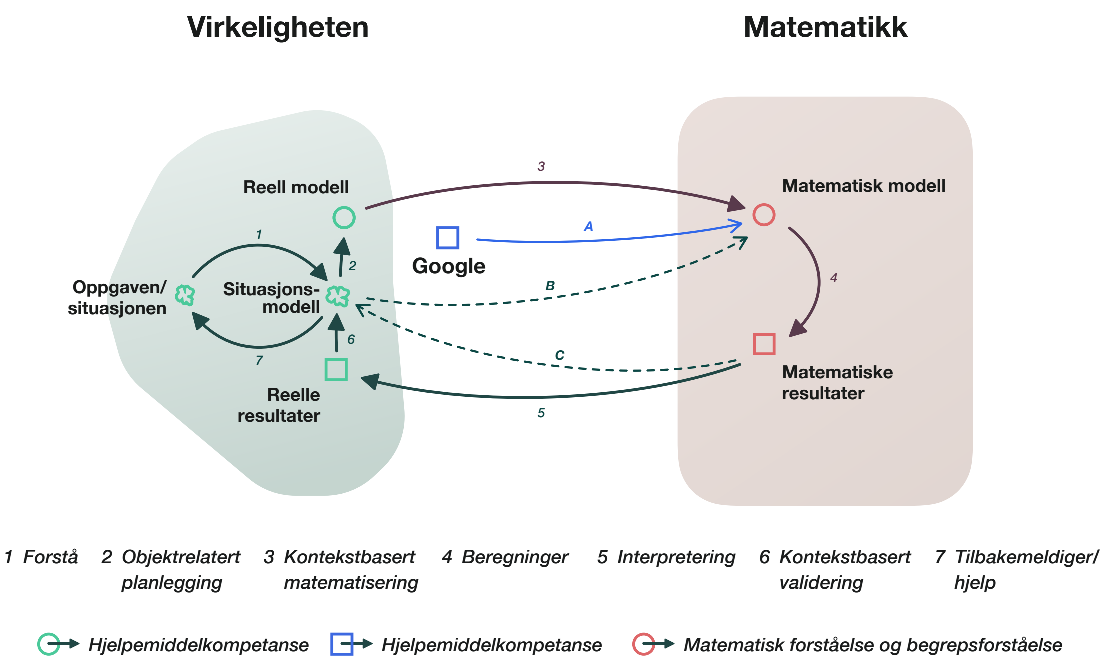
Hvilke andre faktorer eller fenomener, som kan påvirke hvordan elevene jobber, kan identifiseres i dette undervisningsopplegget?

Mobiltelefonen ble en dominerende faktor som særlig påvirket oppgavene. Elevene fokuserte på å huske innlærte metoder, og hadde utfordringer med å forklare hvorfor reglene og prosedyrene de brukte var riktige. Den induktive koden som handlet om når elevene googlet, ga meg dermed et vindu til elevene forståelse. Hva slags metoder elevene var vant til å bruke og deres matematiske forståelse påvirket hvordan de angrep oppgavene. Mange misoppfatninger kobles også til elevenes valg av løsningsmetoder som er en følge av deres forståelse. Misoppfatningene handlet ofte om utfordringer knyttet til at begreper er ukjente for dem. I tillegg var mange matematiske funksjoner som å kvadrere eller ta kvadratroten av utfordrende, og mange delprosesser ble påvirket av det. Underveis ble også bruken av målebåndet en utfordring. Mange elever interpreterte og validerte løsningen sin på en måte som gjorde at de forstod hva slags feil de hadde gjort med måleenhetene, mens andre elever ikke gjorde det og fikk en følgefeil i arbeidet sitt. Da dukker spørsmålet om hvor mye elevene skal kunne fra før, for å jobbe med denne typen undervisningsopplegg.

I og med at dette undervisningsopplegget foregikk utendørs, var det mange faktorer knyttet til omgivelsene som påvirket arbeidet. For det første arbeidet elevene rundt samme objekt til samme tid, noe som gjorde at de ble påvirket av hverandre. Dette kunne enten være at de hermet etter hverandre, pratet med hverandre om andre ting, eller lot seg forstyrre av hverandre. For det andre var det mange ting som gjorde elevene ukonsentrerte. For eksempel var det lett for elevene å sjekke sosiale medier eller sende meldinger i og med at de hadde mobiltelefonen tilgjengelig. Disse faktorene må tas til etterretning ved utførelser av dette undervisningsopplegget ved senere anledninger.

Behov for en egen modell for dette undervisningsopplegget

Forskningsspørsmålene viser at modelleringssyklusene presentert i kapittel 2.1, ikke nødvendigvis er nok for å forklare elevenes modelleringsarbeid i undervisningsopplegget Math Trails. For å kunne forklare hva som skjer anser jeg det som fordelaktig også å inkludere hva som kreves av elevene, for å kunne gjennomføre en delprosess på en hensiktsmessig måte. I tillegg må også det digitale hjelpemidlet tas i betraktning, ettersom det i stor grad påvirker delprosessene. Å lage en egen syklus ut fra empirien i denne studien, som inkluderer et syn på kognitive prosesser, kan i følge Borromeo Ferri (2018) være til hjelp for andre lærere.



Figur 6.1: Arbeidsmodell basert på mine funn

Denne modellen inkluderer flere delprosesser enn modellene presentert i kapittel 2.1. På grunn av dette undervisningsopplegget mobilbruk, er en vesentlig faktor hvordan mobilen brukes i og som modelleringsprosess. Linje A representerer en alternativ overgang fra virkeligheten til matematikken, som ikke krever at elevene har strukturert oppgaven ei heller lagd seg en mental, reell modell av situasjonen. De stiplede linjene B og C beskriver hvordan mange elever hoppet over delprosessene matematisering, interpretering og validering. De representerer også en beskrivelse av at modelleringsprosessen ikke er en lineær prosess, og at det er vanskelig å uttrykke den som en syklus.

6.2 Didaktiske implikasjoner

Innledningsvis (se kapittel 1.1 og 2.2) diskuterte jeg hvordan både elever og lærere opplever modellering som vanskelig, både å arbeide med og å implementere i undervisningen. Math Trails er et nyttig supplement til matematikkundervisningen, og gir elevene en mulighet til å anvende matematikk på en annen måte enn i klasserommet. Spesiell vekt legges på kontekstrelaterte prosesser, hvor virkelige objekter benyttes. Denne kontekstualiseringen og at elevene kan jobbe i grupper, muliggjør en uformell læring av matematikk, og ser ut til å motivere elevene (se kapittel 4.7). Appen muliggjør for tilbakemeldinger og hint underveis, og alle resultater lagres også i appen. Elevenes arbeid kan dermed brukes diagnostisk til refleksjon (jf. Buchholtz, 2017). Bruken av digitale verktøy kan imidlertid være like mye til hinder som til hjelp. Det viktigste er å bevisstgjøre elever på hvordan mobilen eller iPaden kan brukes på en best mulig måte. Lærer bør også være observant og velge ut oppgaver som gir muligheten til å vise matematisk kompetanse, uten at fristelsen for både å google eller å regne ut alt på kalkulator blir for stor. Det at elevene skulle få et læringsutbytte var ikke en del av denne studiens formål, men det er definitivt av betydning for fremtidig undervisning.

Det vil ikke være nok å kommentere at elevene skal jobbe med modellering, uten å forklare hva det innebærer (Berget & Bolstad, 2019). Lærer bør ha god kjennskap til hva modellering er, og hvordan elevene kan arbeide med modellering i skolen. Dette sier ikke læreplanen noe om, og er noe lærere bør sette seg inn i selv (Berget & Bolstad, 2019). Resultatene fra denne studien antyder at et større fokus på å utvikle modelleringskompetanse hos norske elever vil kunne forbedre prestasjonene deres. Et mulig tiltak for å utvikle modelleringskompetanse, kan være at man som lærer viser elevene hvordan de optimalt kan arbeide seg gjennom modelleringssyklusen, og trener elevene på tenkemåte og ikke bare fremgangsmåte (Borromeo Ferri, 2018). Det kan være en idé å vise elevene en simpel variant av modelleringssyklusen, for å forberede dem på hvordan de bør jobbe. Dette kan gi elevene en innsikt i hva modellering betyr, hvordan de kan tenke over hvilken delprosess de arbeider med, og hvordan de kan reflektere over modelleringsarbeidet deres i etterkant (Borromeo Ferri, 2018). Å bruke modellering som *innhold* (Hana, 2013) kan dermed være en god idé. Berget og Bolstad (2019) forklarer at målet for modelleringsaktiviteten vil påvirke hvilke oppgavetyper det jobbes med. Siden de ulike modelleringsperspektivene henger så tett sammen, vil elevene kunne utvikle modelleringskompetanse nesten uansett hva slags matematisk tema som skal gjennomgås. Det viktigste er å jobbe med å utvikle modelleringskompetanse ved å fokusere på *alle* delprosessene (Blomhøj & Jensen, 2003).

Underveis i undervisningsopplegget merket jeg hvor vanskelig det var å gi elevene god tid ettersom jeg prøvde å få alle til å fullføre samtidig. Det gjorde at jeg og lærer grep inn i større grad enn det som kanskje er optimalt. Like vanskelig var det å ikke svare for mye på elevenes spørsmål, og lede elevene for mye inn i min tankegang. I en reell undervisningssituasjon er det viktigste å være tilstede for elevene, og bidra med hjelp der det er behov. Likevel er det viktig å gi elevene utfordrende nok oppgaver og ikke fortelle dem svaret når de ber om hjelp, men heller stille spørsmål som kan få dem til å være kritiske til og reflektere rundt ulike strategier. Ved å gi elever tilstrekkelig med tid og muligheten til å vise flere veier til svaret, kan elever utvikle en dypere forståelse i matematikk.

6.3 Videre forskning

Det er foreløpig ikke blitt tilstrekkelig teoretisk beskrevet hvordan Math Trails kan bruke digitale verktøy på best mulig måte, og hvordan modelleringsaktiviteter best mulig kan integreres i dette. Forskning på potensielt læringsutbytte ved det hele vil derfor være viktig. Denne studien består av et lite bekvemmelighetsutvalg. I videre forskning kan utvalget gjøres større og mer strategisk, for eksempel ved å velge elever på ulikt faglig nivå, og se på forskjeller i elevenes modelleringsprosess og barrierer som oppstår. Det kunne også blitt gjennomført en lignende studie med andre matematiske temaer, for å få innsikt i de mange faglige utfordringene elever møter. I videre forskning kunne det også vært interessant å rette fokus mot hvordan det kan arbeides med å redusere utfordringene med mobiltelefoner og appen forøvrig. Kanskje kunne interaktive modelleringsprogrammer blitt lagt inn, som for eksempel GeoGebra.

Det er også viktig å være kritisk til denne studiens funn. Mine funn kunne vært annerledes dersom oppgavene hadde vært gitt annerledes, da oppgaveformuleringen påvirket modelleringsprosessen. Datainnsamlingen i seg selv kan også ha virket stressende på elevene, noe som kan ha påvirket konsentrasjonen deres. Tidspunktet datainnsamlingen foregikk var også en påvirkende faktor, da noen elever mistet gnisten på grunn av været. Det er derfor viktig å legge vekt på at funnene mine kun viser hvordan elevene arbeidet med undervisningsopplegget i den konteksten det ble holdt i. Jeg valgte å utelate elevers motivasjon og holdninger i denne studien. Men; for å lykkes med modellering i undervisningen er mestringsfølelse og underholdningsverdi også viktig. For lærere vil gode erfaringer og tro på egen rolle ha stor innvirkning på hvordan det arbeides med modellering med elever (Greefrath & Vorhölter, 2016). Derfor vil videre forskning hvor disse faktorene er endret være til stor nytte.

Videre forskning kan også fokusere på lærerne, og undersøke i hvilken grad lærere legger vekt på utvikling av relasjonell forståelse og modelleringskompetanse i undervisningen. Mange lærere underviser på en måte som kan lønne seg for elevene til eksamen, og forskning på hvordan eksamensoppgavene vil endre seg etter Fagfornyelsen vil være interessant. Fagfornyelsen gir gode utsikter for mer fokus på relasjonell forståelse og modelleringskompetanse (Utdanningsdirektoratet, 2020), og det blir spennende å følge utviklingen i klasserommene.

Referanser

Aarre, K. T. (2019). *Modellering i matematikk.* Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Trondheim.

Andersson, E., & Sørvik, G. O. (2013). Reality lost? Re-Use og Qualitative Data in Classroom Video Studies. Forum: Qualitative Social Research, 14(3)

Befring, Edvard (2015). Forskningsetikk, i Edvard Befring, *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Berget, I., & Bolstad, O. (2019). Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyinga. *Nordisk Tidsskrift for Utdanning og Praksis, 13*(1), 83-97.

Biembengut, M. S., Blum, W. & Stillmann, G. A. (2015). *Mathematical Modelling in Education Research and Practice Cultura*l, Social and Cognitive Influences. Springer.

Blikstad-Balas, Marte (2017). Key challenges of using video when investigating social practices in education: contextualization, magnification, and representation. *International journal of Research Methods in Education*

Blomhøj, M. (2006). Mod en didaktisk teori for matematisk modellering. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes? – om matemtiklæring*. Albertslund: Malling Beck

Blomhøj, M. & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications: An international journal of the IMA*, 22(3), 123-139. https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123

Blomhøj, M. & Kjeldsen, T. H. (2013). Students' Mathematical Learning in Modelling Activities. In: Stillman, G., Kaiser, G., Blum, W., & Brown, J. (red.), *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice* (1st ed. 2013. ed., International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling). Dordrecht: Springer Netherlands : Imprint: Springer.

Blum, W. (2011). Can Modelling Be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research. In: Kaiser G., Blum W., Borromeo Ferri R., Stillman G. (red.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling.* International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling, vol 1. Springer, Dordrecht.

Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education (s. 73- 96)*. Springer.

Blum, W. & Borromeo Ferri, R. (2009). *Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?* Journal of mathematical modelling and application, 1(1), 45-58.

Blum, W., Kaiser, G. & Stillmann, G. A. (2017). *Mathematical Modelling and Applications Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*. Springer

Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? In Haines, C., Galbraith, P., Blum W. & Khan, S. (red.), *Mathematical modelling ICTMA 12: education, engineering and economics* (s. 222-231). Chichester, UK: Horwood publishing.

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Cham: Springer.

Borromeo Ferri, R. (2006). *Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process*. ZDM Mathematics education, 38(2), 86-95.

Brand, S. (2014). Acquisition of modelling skills. *Empirical comparison of a holistic and an atomistic approach to the promotion of modelling competences.* Wiesbaden, Germany: Springer Spectrum.

Bratberg, Øivind (2017). Tekstanalyse: hvorfor og hvordan. I Ø. Bratberg, *Tekstanalyse for samfunnsvitere*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Brekke, G. (1995). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter. Hentet fra http://bestilling.utdanningsdirektoratet.no/Bestillingstorg/PDF/59447_KAR_MAT_007_innmat.pdf

Buchholtz, N. (2017). How teachers can promote Mathematising by means of Mathematical City Walks. In G. A. Stillman, W. Blum & G. Kaiser (red.), *Mathematical Modelling and Applications - Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education* (pp. 49-58). Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1_4

Buchholtz, N. (in prep.). *Mathematische Wanderpfade unter einer didaktischen Perspektive.* To appear in: Mathematica Didactica.

Cahyono, A. N., Ludwig, M. (2019). *Teaching and Learning Mathematics around the City Supported by the Use of Digital Technology.* Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 15(1), em1654. https://doi.org/10.29333/ejmste/99514

Czocher, J. (2018). How does validating activity contribute to the modeling process? *Educational Studies in Mathematics, 99*(2), 137-159.

Czocher, J., Stillman, G. & Brown, J. (2018). Mathematics Education Research Group of Australasia. (2018). *Mathematics Education Research Group of Australasia,* Mathematics Education Research Group of Australasia.

Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. & Bell, R. C. (2011). Research methods in education (7. utgave). London: Routledge.

Dalen, Monica (2011). *Intervju som forskningsmetode. En kvalitativ tilnærming*. 2. utgave. Oslo: Universitetsforlaget.

Evans, J. & Jones, P. (2011). The walking interview: methodology, mobility and place. DOI: 10.1016/j.apgeog.2010.09.005

Fangen, Katrine (2011). Deltagende observasjon. I K. Fangen & A-M. Sellerberg (red). *Mange ulike metoder*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Firebaugh, Glenn (2008). There Should Be the Possibility of Surprise in Social Research. I G. Firebaugh, *Seven Rules for Social Research*. Princeton: Princeton University Press.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: D. Reidel.

Galbraith, P. (2012). *Models of modelling: Genres, Purposes or Perspectives. Journal of mathematical modelling and application*, 5(13), 3–16.

Greefrath, G. & Vorhölter, K. (2016). *Teaching and learning mathematical modelling: Approaches and developments from German Speaking Countries*. Hamburg: Springer International Pu.

Grønmo, S. (2004). *Analyse av kvalitative data. Samfunnsvitenskaplige metoder.* Oslo: Fagbokforlaget.

Grønmo, L. S. & Onstad, T. (2009). Kjønnsforskjeller, faglig selvtillit og holdninger til matematikk og naturfag, I: Liv Sissel Grønmo & Torgeir Onstad (red.), *TIMSS 2007: Tegn til bedring?*. Unipub forlag. ISBN 978-82-7477-385-1.

Gurjanow, I. & Ludwig, M. (2019). Gamifiying math trails with the MathCityMap app: Impact of points and leaderboard on intrinsic motivation. In G. Aldon und J. Trgalova (Hg.), *Proceedings of the 13th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT 13)* (pp. 105–112). https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01632970

Gurjanow, I., Oliveira, M., Zender, J., Santos, P. A. & Ludwig, M. (2019). Mathematics Trails: Shallow and Deep Gamification. *International Journal of Serious Games, 6*(3), International Journal of Serious Games, 01 September 2019, Vol.6(3).

Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner.* Bergen: Caspar Forlag AS

Jankvist, U. T. & Niss, M. (2019). Upper secondary school students' difficulties with mathematical modelling. *International Journal of mathematical education in science and technology.* https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1587530

Johnson, Burke R. (2013). Valditity of Research Results in Quantitative, Qualitative and Mixed Research. (kapittel 11) I B. R. Johnson & L. Christensen, Educational Research: Quantitative, Qualitative, and Mixed Approaches. Sage: Los Angeles.

Kaiser, G. (2005). Mathematical modelling in school–Examples and experiences. I H. W. Henn & G. Kaiser (Red.), *Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation*. (s. 99-108). Hildesheim: Franzbecker.

Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. ZDM Mathematics education, 38(3), 302- 310.

Kleven, Thor Arnfinn (2014). Data og datainnsamlingsmetoder, I Thor Arnfinn Kleven (red): *Innføring i pedagogisk forskningsmetode* (s. 27-47). Bergen: Fagbokforlaget.

Kunnskapsdepartementet. (2018). Kjerneelementer i fag. Hentet fra https://www.regjeringen.no/contentassets/3d659278ae55449f9d8373fff5de4f65/kjerneelementer-i-fag-forutforming-av-lareplaner-for-fag-i-lk20-og-lk20s-fastsatt-av-kd.pdf

Larsen, Ann Kristin (2017). *En enklere metode. Veiledning i samfunnsvitenskapelig metode*. 2. utgave. Bergen: Fagbokforlaget.

Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H. M., Post, T. & Zawojewski, J. S. (2003). Model Development Sequences. I *Beyond Constructivism; Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (s. 35- 58). London: Lawrence Earlbaum.

Ludwig, M., Jesberg, J., & Weiß, D. (2013). MathCityMap - fascinating revival of the idea of mathematical hiking trails. *Practice of mathematics at school,* 53, 14-19.

Maaß, K. (2006). *What are modelling competencies?* ZDM Mathematics education, 38(2), 113-142.

Matematikksenteret. (2020). *Reality-based tasks for school.* Hentet fra: https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/Booklet%20LEMA-prosjekt.pdf

Maugesten, M. & Olafsen, A. R. (2015) *Matematikkdidaktikk i klasserommet.* Oslo: Universitetsforlaget.

Mayring, P. (2015). Qualitative Content Analysis: Theoretical Background and Procedures. I A. Blikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Red.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (s.365-380). Bremen: Springer

Miaux, S., Drouin, L., Morency, P., Paquin, S., Gauvin, L., & Jacquemin, C. (2010). Making the narrative walk-in-real-time methodology relevant for public health intervention: Towards an integrative approach. *Health and Place, 16*(6), 1166-1173.

Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. *3rd Mediterranean conference on mathematical education* (s. 115-124).

NOU. (2015). *Fremtidens skole — Fornyelse av fag og kompetanser.* Hentet fra https://www.regjeringen.no/contentassets/da148fec8c4a4ab88daa8b677a700292/no/pdfs/nou201520150008000dddpdfs.pdf

Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa* (LOV-1998-07- 17-61). Hentet fra https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61#KAPITTEL_1

Patton, M. Q. (2014). Data Collection Decisions. I M. Q. Patton (Red.), Qualitative Research and Evaluation Methods (s. 355-363). 4.utgave. Los Angeles: Sage.

Petiteau E. & Pasquier J. Y. (2001). La méthode des itinéraires: récits et parcours. In: M. Grosjean, J.-P. Thibaud (Eds.). *L'espace urbain en méthodes*. Editions Parenthèses, Marseille (2001), pp. 63-77

Polya, G. (2004). How to solve it: A new aspect of mathematical method. (2. utgave) Princeton University Press. Hentet fra https://math.hawaii.edu/home/pdf/putnam/PolyaHowToSolveIt.pdf

Ryen, Anne (2016): Research Ethics and Qualitative Research. I D. Silverman (red) *Qualitative Research* (s.31-46). 4. utgave. Thousand Oaks: Sage

Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? I A. H. Schoenfeld (red.), *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Schwarz, B. (2015). A Study on Professional Competence of Future Teacher Students as an Example of a Study Using Qualitative Content Analysis. I A. Blikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Red.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (s.381-399). Bremen: Springer

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22 (1), s. 1-36. doi: 10.1007/BF00302715

Shoaf, M., Pollak, H., & Schneider, J. (2004). *Math trails.* Lexington: COMAP.

Silverman, D. (2011). Designing a research project. I D. Silverman (Red.), Interpreting Qualitative Data (s. 27-56). 4.utgave. Thousand Oaks: Sage

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77(1), 20-26.

Skovsmose, O. & Blomhøj, M. (2006). *Kunne det tænkes?* Albertslund: Malling Beck.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 344–350

Solvang, R. (1992). *Matematikk-didaktikk* (2. utgave). Oslo: NKI-forlaget.

Strand, J. S. (2019). *Matematisk modellering.* Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Trondheim.

Säljö, R. (2001). *Læring i praksis: et sosiokulturelt perspektiv*. Oslo: Cappelen akademisk forlag

Tran, C., Smith, B. & Buschuehl, M. (2017). Support of mathematical thinking through embodied cognition: Nondigital and digtal approaches. *Cognitive Research: Principles and Implications, 2*(1), 1-18.

Utdanningsdirektoratet (2020). *Kjerneelement.* Hentet fra: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Utdanningsdirektoratet (2013). *Læreplan i matematikk 1P (MAT1-04).* Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-1p-%E2%80%93-vg1-studieforebuande-utdanningsprogram

Valsiner, J., Van der Veer, R. & Jaan, V. (2000). The social mind: Construction of the idea Cambridge University Press.

Vom Hofe, Rudolf, & Blum, Werner. (2016). “Grundvorstellungen” as a Category of Subject-Matter Didactics. *Journal Für Mathematik-Didaktik, 37*(S1), 225-254.

Vos, Pauline (2018). “How Real People Really Need Mathematics in the Real World” — *Authenticity in Mathematics Education. Education Sciences.* ISSN: 2227-7102. 8 (4). s 1 - 14. doi:10.3390/educsci8040195

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes.* London: Harvard university press.

Vedlegg 1 - intervjuguide

1. Hvilke tanker gjorde du deg selv om denne undervisningsformen i matematikk? Hvordan synes du det fungerte? Begrunn, utdyp.
2. Hvordan pleier dere å jobbe med matematikk? Føles dette relevant for deg?
3. Ble det delegert noen oppgaver da dere satte i gang, eller jobbet alle sammen med det samme? (Hvem delegerte oppgavene?)
4. Hva var det første du tenkte på da du så denne utfordringen? (samme spørsmål om alle utfordringene)
5. Hva sa de andre på gruppa at dere måtte gjøre for å løse utfordringen?
6. Diskuterte dere de forskjellige forslagene til løsningsstrategier?
7. Hvordan kom dere fram til strategien dere endte opp med å bruke? Hvorfor?
8. Har dere lært i klasserommet at det er sånn man gjør det, eller fant dere det ut selv?

Vedlegg 2 - informasjonsskriv og samtykkeerklæring

Vil du delta i forskningsprosjektet

”Utforskende undervisningsopplegg og matematisk modellering”?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å teste et undervisningsopplegg som skal foregå utendørs. I dette skrivet vil du få informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære.

Formål
Mye av matematikkundervisningen i norsk skole er preget av tradisjonell tavleundervisning og individuell bearbeiding av fagstoff. I masteren min ønsker jeg å undersøke potensialet i et undervisningsopplegg hvor vi gjør noe annet enn dette. Math trails, eller matemaikkvandringer på norsk, er et opplegg som til nå ikke har blitt så mye forsket på i Norge. Det går ut på at vi jobber med virkelighetsnære utfordringer som løses i grupper rundt omkring i nærområdet. I mitt tilfelle vil det skje i en app kalt ActionBound, som vil lede oss rundt og presentere oppgavene. Det vil si at vi er utendørs, og prøver å løse problemer med den matematikken vi har lært i klasserommet. Denne korte videoen viser overordnet hva opplegget innebærer: https://www.youtube.com/watch?v=nyOnJuyzfAM

I den nye læreplanen som kommer i 2020, finner vi forskjellige kjerneelementer for hvert fag. Innenfor matematikk er det særlig to av dem jeg vil fokusere på. *“Utforskning og problemløsning”* handler om at elever leter etter mønstre og finner sammenhenger og at de utvikler en løsningsmetode på et problem de ikke kjenner fra før. *“Modellering og anvendelser”* handler om at elevene skal ha innsikt i hvordan matematikk brukes i dagligliv, samfunnsliv, vitenskap og teknologi. Det innebærer å ta en problemstilling fra virkeligheten, omformulere den til en matematisk modell og tolke modellen i lys av den opprinnelige situasjonen.

Jeg vil i prosjektet mitt prøve å finne svar på spørsmål som kan ligne på disse:

1. *Hva slags løsningsstrategier bruker elevene når de møter på utfordringene?*
2. *Føler elevene at de har den kompetansen som trengs for å utvikle en løsningsstrategi?*

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Prosjektet er en del av en masteroppgave som tas ved Institutt for lærer- og skoleforskning ved Universitetet i Oslo.

Hvorfor får du dette spørsmålet?
Du får dette spørsmålet fordi du er elev ved en videregående skole. Målet er å få tak i elever med ulike holdninger og ulike ferdigheter som representerer spennvidden av elevmassen.

Hva innebærer det for deg å delta?
I og med at jeg er interessert i å forske på et undervisningsopplegg, er det viktig for meg å filme det som skjer. Om du takker ja til å bli med på dette prosjektet, takker du også ja til at

du blir med på en film, som *kun* skal brukes av meg og min veileder, og som slettes med en gang nødvendige data har blitt analysert. Videoene blir lagret på et godkjent dataområde på universitetet. Jeg har dermed for eksempel ikke tilgang til videoene på privat PC.

Alle som deltar i testingen vil få utdelt en iPad pr. gruppe som opplegget skal gjennomføres på. ActionBound er installert på de iPadene, så dere trenger ikke installere eller registrere noe selv. Dere påmeldes også med pseudonymer. Det som gjøres i appen vil lagres, og jeg vil bruke det som en datakilde. Det inngår også i samtykket at jeg får mulighet til å koble det som skjer i appen med det som skjer på kamera. Jeg vil trenge å vite hvilke pseudonymer som brukes av hvilke elevgrupper, men dette vil bli behandlet konfidensielt og slettes etter analysen.

Vi skal være i nærområdet, så lokasjonene vil også bli brukt i prosjektet, uten at dette blir koblet til dere personlig på noen måte. Lokasjonene er offentlige, vanlige steder.

Alt vil foregå i en vanlig matematikktime med lærer tilstede. Dere vil egentlig bare oppleve det som en litt annerledes matematikktime, som har som mål å være lærerik og morsom. Jeg vil til slutt spørre noen om å svare på noen spørsmål i et intervju. Det vil være spørsmål om hvordan dere syntes opplegget var lærerikt og nyttig, og hva de tenkte da de løste oppgavene. Jeg tar lydopptak og notater, og dere har selvfølgelig lov til å trekke seg fra intervjuet når som helst om ønskelig.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, skal det være lett å trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger vil da bli slettet umiddelbart. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Det vil heller ikke påvirke forholdet til skolen, lærer eller andre elever på noen måte.

Personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om eleven til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det er kun meg, Juliane Singstad, og min veileder, Nils Fredrik Buchholtz - førsteamanuensis ved Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, som har tilgang til dataene. Alle data skal anonymiseres. Hvis noen navn kommer fram i for eksempel lydopptak, vil jeg erstatte dem med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data. ActionBounds vilkår kan leses her: https://en.actionbound.com/agb

Hva skjer med opplysningene når vi avslutter forskningsprosjektet?
Prosjektet skal etter planen avsluttes i mai 2020. Da blir masteroppgaven levert og alle personopplysninger slettet. På oppdrag fra UiO har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Nils Fredrik Buchholtz ved Institutt for lærer- og skoleforskning
  på epost: n.f.buchholtz@ils.uio.no eller telefon: 22 84 45 93
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS,
  på epost: personverntjenester@nsd.no eller telefon: 55 58 21 17

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig (veileder) Student

Nils Fredrik Buchholtz ***Juliane Lauen Singstad***

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *"utforskende undervisningsopplegg og matematisk modellering"*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i gjennomføring av undervisningsopplegget
- ☐ å bli filmet under opplegget
- ☐ å bli intervjuet med bruk av lydopptaker

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. mai 2020.

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 3 - godkjenning fra NSD

Det innsendte meldeskjemaet med referansekode 766070 er nå vurdert av NSD.

Følgende vurdering er gitt:

BAKGRUNN

Prosjektet ble først meldt til NSD 23.08.2019, og vurdert 02.09.2019. Studenten og veileder meldte så inn en endring, hvor det var ønskelig å ikke benytte skjermopptak, men i stedet filme hvordan utvalget samhandler med omgivelsene og nettbrettet for å løse oppgavene. Ettersom det trolig vil inngå opplysninger om tredjepersoner har prosjektet fått en ny vurdering:

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 24.09.2019, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan fortsette.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.12.2021.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

LOVLIG GRUNNLAG FOR TREDJEPERSONER

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier personopplysninger om tredjepersoner med grunnlag i en oppgave av allmenn interesse.

Prosjektet søker ikke å registrere opplysninger om tredjepersoner bevisst, men det vil være praktisk vanskelig å unngå. Det er nødvendig for prosjektet å dokumentere hvordan elevene samhandler med omgivelser og nettbrett. Det er i denne sammenheng sannsynlig at kameraet også vil kunne fange opp tredjepersoner i bakgrunnen. Prosjektet søker å fremskaffe ny kunnskap om potensialet for læring av matematikk gjennom bruk av digitale verktøy og omgivelser.

Vår vurdering er at behandlingen oppfyller vilkåret om vitenskapelig forskning, jf. personopplysningsloven § 8, og dermed utfører en oppgave i allmenhetens interesse.
Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være utførelse av en oppgave i allmenhetens interesse, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav e), jf. art. 6 nr. 3 bokstav b), jf. personopplysningsloven § 8.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

TREDJEPERSONERS RETTIGHETER
Så lenge tredjepersoner kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), protest (art 21).

Det unntas fra informasjonsplikt etter art. 14 nr. 5 b). Dette begrunnes med at opplysninger om tredjepersoner i liten grad vil fremkomme, ettersom elevene i all hovedsak vil filme et lite område foran seg. Opptaket vil overføres til en kryptert maskin, hvor alle eventuelle tredjepersoner vil sladdes/redigeres bort før opptaket inngår i analyser. Personvernulempen er svært lav for eventuelle tredjepersoner. De behandles i en svært kort tid, og det vil være vanskelig å vurdere om de er identifiserbare før opptaket er avsluttet. Det er også ønskelig at elevene skal kunne gjennomføre prosjektet uavbrutt, og som en normal del av bybildet. Det er derfor NSDs vurdering at det vil være uforholdsmessig vanskelig å informere tredjepersoner.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Jørgen Wincentsen
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)