Matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner

En studie av fire matematikklærere på ungdomsskolen

Eline Engelstad Hegbom

Masteroppgave i matematikkdidaktikk

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning

Det utdanningsvitenskapelige fakultet

UNIVERSITETET I OSLO

Vår 2019

Matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner

En studie av fire matematikklærere på ungdomsskolen

Masteroppgave ved ILS, Institutt for lærerutdanning og skoleforskning

Eline Engelstad Hegbom

2019

Matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner

En studie av fire matematikklærere på ungdomsskolen

Eline Engelstad Hegbom

http://www.duo.uio.no

Trykk: Reprosentralen, Universitetet i Oslo

Sammendrag

Hensikten med denne studien har vært å undersøke hva som kjennetegner fire læreres forklaringer av nytt fagstoff i matematikk på ungdomsskolen, i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner. Forskning viser at elever trenger flere situasjoner der de møter på nytt fagstoff som blir forklart, dersom læring skal skje (Larreamendy-Joerns & Muñoz, 2010; Leinhardt, 2001; Klette, 2013). I tillegg viser forskning at kvaliteten på læreres undervisning er av betydning for elevprestasjoner i matematikk (Bergem, Nilsen & Scherer, 2015; Kersting, Givvin, Thompson, Santagata & Stigler, 2012; Schlesinger & Jentsch, 2016; Thompson & Davis, 2014; Walkington & Marder, 2013). Forklaringer av nytt fagstoff er viktig for elevers læring av matematikk, og derfor vil det være hensiktsmessig for videre forskning å vite mer om hva som kjennetegner læreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som presterer godt. På bakgrunn av dette har målet med denne masteroppgaven vært å besvare problemstillingen: *Hva kjennetegner matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner?* Lærerne i denne studien er valgt ut fra datamaterialet til LISA-studien (Linking Instruction and Student Achievement), på bakgrunn av studiens problemstilling. Studien er derfor en kvalitativ kasusstudie, med veksling mellom en deduktiv og en induktiv tilnærming. Studiens analyse foregikk i to faser. Den første fasen ble gjennomført med en deduktiv tilnærming der datamaterialet ble analysert med forhåndsdannede kategorier med forankring i tidligere forskning og teori. Det eksisterer relativt lite teori knyttet til kvalitetstegn ved forklaringer av nytt fagstoff, derfor ble datamaterialet kategorisert etter kvalitetstegn i undervisning (Schlesinger & Jentsch, 2016). Mønstre i datamaterialet dannet nye induktive kategorier som la grunnlaget for analysen gjennomført i fase to. Resultatene viser at de fire lærerne har klare forskjeller i hvilke representasjoner de benytter i forklaringen av nytt fagstoff, og hvor ofte de blir benyttet. Den representasjonsformen som er mest fremtredende er verbale representasjoner. De fire lærerne bruker mye matematiske fagbegreper, men tilfeller der matematiske fagbegreper mangler forekommer også ofte. En av de fire lærerne skiller seg ut med mange eksempeloppgaver i forklaringen av det nye fagstoffet, mens de tre resterende bruker eksempeloppgaver jevnt over. Det er mye bruk av spørsmålsstilling fra lærerne til elever, og flest spørsmål der lærerne vet svaret. Elevene selv stiller få faglige spørsmål. Hovedfunnene i denne studien viser at det som kjennetegner de fire matematikklærernes forklaringer av nytt fagstoff er hverdagslige forklaringer innrammet av en tradisjonell undervisning.

Forord

Plutselig var fem fine, utfordrende og lærerike år på Blindern over for denne gang. Blindern, med alt du huser, du har lært meg så mye - på godt og vondt.

Mange fortjener en takk etter dette halvåret. Først og fremst vil jeg takke veilederne mine, Nils Fredrik Buchholtz og Jennifer Maria Luoto. Takk for konstruktive og nyttige tilbakemeldinger underveis. Jeg vil også takke LISA-prosjektet, for at jeg var så heldig og fikk benytte LISA-materialet til min masteroppgave.

En stor takk til Ingrid Lund - takk for alle raske svar på mine små og store spørsmål, for at du alltid har vært tilgjengelig og at du har geleidet meg trygt gjennom arbeidet. Takk til mine tre korrekturlesere, mamma, pappa og Vegard - det er ingen selvfølge at tre ikke-pedagoger orker å lese 80 sider om matematikklærere. Så vil jeg takke familien min og venninner som har heia, motivert og vært tidenes støtteapparat. Takk for all omsorg, lystbetonte kvelder og for at du har bidratt med (litt ekstra) matlaging i denne perioden, Vegard - du er uvurderlig.

Til slutt, men ikke minst. For alle timene på Blindern fortjener studiegjengen en stor takk! En spesiell takk til Karoline, Marie, Helene, Marthe, Karianne, Pernille og Bjørn Ole, uten dere hadde ikke denne masteroppgaven sett lyset. Takk for alle latterkuler, lunsjer og hyggestunder.

Takk for meg fleksible studenttilværelse!

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

1.1 Temavalg og relevans

Et mye debattert tema er læreres betydning for elevers prestasjoner, som synliggjøres i media ved blant annet overskriften «Derfor er norske 15-åringer så dårlige i matte» etterfulgt av underoverskriften «For svake lærere = for svake elever i matematikk» (Ertesvåg, Laustsen & Wibe-Lund, 2013). Utdanningsdirektoratet (2015) beskriver lærerrollen som en viktig faktor i elevenes læring og lærerens kunnskap og innsikt i faget har betydning ved å hevde at «lærernes viktigste læremiddel er de selv.» (Utdanningsdirektoratet, 2015, s.12). I fagmiljøet debatteres det blant annet om man skal ha 4-er krav i matematikk eller mastergrad, i forbindelse med gode matematikklærere. Vi er nødt til å løfte debatten og snakke om hva som faktisk fungerer og hva som kjennetegner matematikkundervisning av god kvalitet. En TIMSS studie viser at norske 8.klasse elever har hatt en signifikant fremgang i prestasjoner i matematikk fra 2011 til 2015 (Bergem, 2016). Behovet og mulighetene for å kartlegge hva lærere gjør i klasser med suksessfulle matematikkprestasjoner eksisterer.

Forskning viser at det er en positiv og betydelig sammenheng mellom læreres undervisningskvalitet og elevers læringsutbytte (Bergem, Nilsen & Scherer, 2015; Kersting, Givvin, Thompson, Santagata & Stigler, 2012; Schlesinger & Jentsch, 2016; Thompson & Davis, 2014; Walkington & Marder, 2013). Derfor er det viktig å identifisere hva som kjennetegner undervisning av høy kvalitet. Dette er viktig både for elevenes læringsutbytte, men også for lærerutdanningen (Bergem et al., 2015; Schlesinger & Jentsch, 2016; Thompson & Davis, 2014). Mye forskning har til nå fokusert på generelle pedagogiske undervisningshandlinger ved undervisningskvalitet (Baumert et al., 2017; Klieme, Pauli & Reusser, 2009), og noe forskning har undersøkt de matematikkdidaktiske undervisningshandlingene ved undervisningskvalitet (Schlesinger & Jentsch, 2016). Forskning viser hva som kjennetegner matematisk undervisningskvalitet, men i liten grad hvordan det foregår i praksis, og til hvilke deler av undervisningstimen de ulike undervisningshandlingene er hensiktsmessige. På dette grunnlaget ønsker jeg å undersøke deler av undervisningstimen.

Det argumenteres sterkt for at mer elevstyring må inn i skolen, og politikere legger opp til mer elevstyring og en friere pedagogikk i skolen. Forskere ved NIFU STEP (Opheim, Grøgaard, & Næss, 2010) fikk i oppdrag av Utdanningsdirektoratet å undersøke hvilke faktorer som var av betydning for norske elevers skoleprestasjoner, ved hjelp av blant annet nasjonale prøver. Et av funnene i undersøkelsen var at lærerstyrt undervisning med et preg av mer tradisjonelle undervisningsformer, er av positiv betydning for elevers prestasjoner (Opheim et al., 2010). Liknende funn finner også Hattie (2009) i sin metastudie. Med dette sagt, er det ikke slik at en hel undervisningstime verken er det ene eller det andre. Av erfaring vil en undervisningstime ofte bestå av både lærerstyrte aktiviteter og elevstyrte aktiviteter. Likevel er funnet til Opheim og kolleger (2010) interessant, og jeg ønsker derfor å undersøke aktiviteter som i større grad er lærerstyrte.

Klette (2013) påpeker at en god undervisning er en undervisning som evner å balansere det hun kaller for *tilegnelsessituasjoner*, *utprøvingssituasjoner* og *konsolideringssituasjoner*. Tilegnelsessituasjoner er situasjoner der nytt fagstoff blir forklart til elever (Klette, 2013). De situasjoner som i større grad er lærerstyrt er *tilegnelsessituasjoner*, og har ofte blitt kritisert for det. Likevel viser forskning at elever trenger flere tilegnelsessituasjoner, dersom læring skal skje (Klette, 2013). Gode forklaringer fremmer læring, så forklaringer blir derfor viktige. (Larreamendy-Joerns & Muñoz, 2010; Leinhardt, 2001). Forklaringer hjelper elever til å forstå prinsipper, skape regler for løsning av problemer og bli klare over misoppfatninger eller mangel på forståelse, så vel som å skape ny forståelse av matematiske ideer (Ingram, Andrews & Pitt, 2019). I den generelle delen av læreplanen kan vi lese: «En god lærer kan sitt stoff, og vet hvordan det skal formidles for å vekke nysgjerrighet, tenne interesse og gi respekt for faget.» (Utdanningsdirektoratet, 2015, s.12). Vi kan lese videre at: «Elevenes hug til å prøve seg må møtes av lærere med en fortellerglede og meddelelsesevne som vedholder de unges lyst til å komme videre. Lærerne må vise vei til ferdigheter som er innen rekkevidde, og til stoff som er overkommelig.» (Utdanningsdirektoratet, 2015, s.12). En hovedoppgave lærere har er altså «å formidle kunnskap» (Imsen, 2012, s.261). Dette fagfeltet er etter min mening noe forsømt innen forskning, og jeg ønsker derfor å få feltet noe mer fram.

På bakgrunn av dette rettes min interesse mot hva som kjennetegner læreres forklaringer av nytt fagstoff i matematikklasserom som viser tegn til fremgang i matematikkprestasjoner. Jeg er spesielt interessert i læreres rolle, og hvilke undervisningshandlinger lærere gjør i klasserommet som er av betydning for elevers prestasjoner i matematikk.

1.2 Problemstilling og begrepsavklaring

Behovet for klasseromsforskning på læreres forklaringer av nytt fagstoff, og nysgjerrigheten på hva god undervisning innebærer, utviklet seg til denne problemstillingen: *Hva kjennetegner matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner?* Hensikten med denne studien er å beskrive hva som kjennetegner matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff, i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner. Videre er formålet å diskutere hvorvidt funn i denne studien samsvarer med tidligere forskning og teori. Det er forsket relativt lite på hvordan lærere forklarer nytt fagstoff i matematikklasserom, som betyr at denne studien kan gi et lite bidrag til en forståelse av hva som kjennetegner forklaringer av nytt fagstoff i matematikk.

I denne studien benyttes noen sentrale begreper, og for å kunne diskutere og omtale disse, vil de mest sentrale begrepene defineres og avklares; *prestasjoner* og *forklaringer*.

Selve begrepet læring er umulig å definere fordi det er et så sammensatt og lite håndfast begrep (Säljö, 2016). Vi kan observere at en 23-åring som blir verdensmester i sjakk, må ha lært seg mye. Læring er vanskelig å plukke fra hverandre fordi det inkluderer mye. Likevel blir læring hos elever synlig i form av kunnskap, ferdighet eller evner (Säljö, 2016), som for eksempel elevers prestasjoner på tester og prøver. Derfor vil resultatene fra en prøve si noe om i hvilken grad læring har skjedd. På bakgrunn av dette tar denne studien utgangspunkt i en tradisjonell oppfatning av læringsutbytte. Det vil si at elevenes læringsutbytte anses som et resultat av en prosess, her elevers *prestasjoner*. Høy fremgang i prestasjoner vil derfor bety at det er tydelige bevis på en vekst i elevers prestasjoner.

For å definere forklaringer, tar denne studien utgangspunkt i Klette (2013, s.180) sin definisjon av tilegnelsessituasjoner. Den lyder som følger:

> «Tilegnelsessituasjoner viser til situasjoner der elevene skal innvies/introduseres til et faginnhold. Det kan være framvisning av en film eller en opplesning, men det kan også være gjennomgang på tavla, et foredrag eller tilsvarende.» (Klette, 2013, s.180)

Formålet til forklaringer i klasserommet er for å hjelpe elever forstå, og for å gi matematisk mening til ideer, prosedyrer og løsningsmetoder (Ingram, Andrews & Pitt, 2019). I matematikkundervisningen bygger fagstoffet på hverandre i de ulike trinnene, så en kan se for seg at matematikkundervisningen beveger seg i en slags spiral. Elevene lærer nye matematiske konsepter og ideer, før det hele avanseres. Slik fortsetter det; elevene lærer noe nytt, som igjen avanseres. Forklaringer av nytt fagstoff i matematikkundervisningen foregår derfor når elevene blir introdusert til matematisk fagstoff de ikke har lært tidligere, eller matematisk fagstoff som avanseres (Leinhardt, 2001). Nytt fagstoff inkluderer da også tidligere fagstoff som avanseres. Slike forklaringer kan altså gis av tekstboken, en datamaskin, læreren eller elever (Leinhardt, 2001), der læreren styrer forklaringen. Ettersom studiens formål baserer seg på læreres rolle i slike situasjoner, vil det bli fokusert på læreres forklaringer av nytt fagstoff. Da med vekt på hvordan læreren kommuniserer i samhandling med fysiske handlinger. I denne oppgaven begynner forklaringen av nytt fagstoff når læreren sier at noe nytt skal gjennomgås eller det er en tydelig oppstart av en forklaring, og slutter når læreren endrer aktivitet.

1.3 Kart for videre lesing

Kapittel to vil presentere studiens teoretiske grunnlag. På bakgrunn av at det er lærere i klasserom som viser høye prestasjoner som skal undersøkes, vil det legges vekt på teori om hva som kjennetegner matematikkundervisning av høy kvalitet. Fra kapittel to vil analysekategoriene utarbeides, og det teoretiske grunnlaget som vil benyttes for å drøfte funnene i denne studien. Ettersom problemstillingen for studien fokuserer på lærere, vil også mesteparten av dette kapittelet dreie seg om lærere.

I kapittel tre vil studiens metodiske tilnærming fremlegges. Aller først vil studiens forskningsdesign presenteres. Videre er LISA-prosjektet beskrevet, som har bidratt til datamaterialet til denne studien. Deretter blir inklusjonskriterier for utvalget og utvalget presentert. Så er det redegjort for valg av metode, og hvilke fordeler og ulemper metoden medfører. Analyseprosessen og analysekategorier i denne studien vil også belyses, i to faser; en deduktiv fase og en induktiv fase. Teorigrunnlaget fra kapittel to danner analysekategoriene for den deduktive fasen. Den induktive fasen ble gjennomført underveis i forskningsprosessen, da fremtredende mønstre i datamaterialet ble observert. Avslutningsvis redegjøres det for forskningsetikk, validitet og reliabilitet for denne studien.

Resultatene fra datamaterialet i denne studien vil presenteres i kapittel fire. Resultatene vil bli presentert som figurer for å illustrere frekvensen av analysekategoriene, med transkripsjonsutdrag for å eksemplifisere måten datamaterialet er kodet på og gi et bilde av hva datamaterialet består av. Første del av kapittel fire inneholder en oversikt over de fire lærernes forklaringer, før en kontekstualisering av timene til lærerne vil bli presentert. Videre vil de deduktive analysekategoriene presenteres, mens de induktive analysekategoriene blir presentert rett etter. Avslutningsvis vil studiens hovedfunn presenteres i korte trekk.

Kapittel fem vil drøfte hovedfunnene i denne studien, sett i lys av eksisterende teori som er belyst i kapittel to. For å avslutte denne studien vil den aktuelle problemstillingen besvares i kapittel seks, sammen med studiens begrensninger og et forslag til videre forskning.

2 Teoretiske og empiriske perspektiver

For å få et større bilde på hva som kjennetegner matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff som fører til høy fremgang i elevenes prestasjoner, må vi både se på hva relevant teori og forskningslitteratur sier om matematisk undervisningskvalitet knyttet til læreres forklaringer av nytt fagstoff. I det følgende vil tidligere forskning gjengis for å gi en oversikt over området, samt aktuelle konklusjoner og resultater. I første del av kapittelet vil lærerens rolle i klasserommet trekkes frem. Deretter vil det fremlegges hva tidligere forskning vektlegger som kjennetegn ved undervisning av høy kvalitet, før fokuset videre vil ligge på fire undervisningshandlinger ved matematisk undervisningskvalitet. I slutten av dette kapittelet vil forklaringens innramming trekkes frem. Alt vil sees i sammenheng med læreres forklaringer av nytt fagstoff.

2.1 Lærerens rolle

Studier viser at læreren har stor betydning for elevenes læring (Kersting et al., 2012; Klette, 2013). Det er da knyttet til hva han eller hun gjør, og ikke hvem han eller hun er (Klette, 2013). Når en skal forklare hva som foregår i klasserommet er læreren den viktigste faktoren (Imsen, 2012). To ulike lærere vil forklare det samme fagstoffet på to helt forskjellige måter (Schoenfeld, 2010). Måten læreren forklarer nytt fagstoff på, vil påvirkes av hans eller hennes pedagogiske, faglige og fagdidaktiske kunnskap (Kaarstein, Nilsen & Blömeke, 2016; Schlesinger & Jentsch, 2016), oppfatninger (Thompson, 1984) og syn på undervisning og læring (Prawat, 1992; Säljö, 2016). Kjernen til en forklaring er ifølge Leinhardt (2001) et mål om noe elever skal lære, sammen med handlinger som støtter dette målet. Disse handlingene krever en viss kunnskap for å imøtekomme målet suksessfullt (Leinhardt, 2001; Sande & Greeno, 2009). Leinhardt (2001) påpeker videre at de valgene lærere tar når de skal gjennomføre en forklaring av nytt fagstoff i stor grad er preget av lærerens kunnskap, og syn på hvordan de mener elever lærer på best mulig måte (Säljö, 2016). TIMSS studien viser at læreres bakgrunn har en betydning for egen undervisningspraksis og for elevenes læringsutbytte (Kaarstein et al., 2016). Flere forskere argumenterer for at kvaliteten på læreres undervisningspraksiser er et resultat av matematikklæreres kunnskap (Ball, Thames & Phelps, 2008; Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001). Shulman (1986, s.9) påpeker at

> “..the most useful forms of representation of those ideas, the most powerful analogies, illustrations, examples, explanations and demonstrations - in a word, the ways of representing and formulating the subject that make it comprehensible to others.”

En mulig tolkning av sitatet over er grad av elevsentrering knyttet til matematikklæreres forklaring av nytt fagstoff. Det innebærer at lærere legger til rette for å bygge videre på elevenes kunnskap, forståelse, begrepsapparat, oppfatninger og misoppfatninger (Munthe, 2013). Når matematikklæreren skal planlegge en undervisningssekvens der nytt fagstoff blir introdusert, er det viktig at læreren tenker gjennom hvem det skal presenteres til og hvordan det skal forklares for at elevene skal forstå best mulig (Munthe, 2013).

2.1.1 Kunnskapssyn

Som nevnt over så vil læreres syn på undervisning og læring påvirke hvordan de velger å forklare nytt fagstoff (Prawat, 1992; Säljö, 2016). Thompson, Philipp, Thompson & Boyd (1994) skiller mellom to ulike orienteringer lærere kan ha, *calculational orientation* og *conceptual orientation*. I denne studien betegnes disse to som en prosedural orientering og en konseptuell orientering, knyttet til læreres kunnskapssyn. Det betyr at hvilket kunnskapssyn lærere innehar, vil være med på å forme undervisningen i klasserommet (Thompson et al., 1994; Thompson, 1984). Målet for begge orienteringene er at elever skal tilegne seg en helhetlig forståelse av matematikkfaget, men hva det innebærer og hvordan det oppnås er forskjellig (Thompson et al., 1994). En lærer med en prosedural orientering er opptatt av en korrekt utregning og komme frem til et riktig svar. Mens en lærer med en konseptuell orientering er i større grad opptatt av å få elevene til å se matematiske sammenhenger, resonnere og arbeide med problemløsning (Thompson et al., 1994).

Med en prosedural orientering vil en i større grad fremme det Skemp (1976, s.20) kaller for en instrumentell forståelse og det Hiebert og Grouws (2007, s.380) kaller for en prosedural forståelse, hos elever. På lik linje vil en konseptuell orientering fremme en relasjonell / konseptuell forståelse (Hiebert & Grouws, 2007, s.380; Skemp, 1976, s.20). En prosedural forståelse innebærer å gjennomføre matematiske prosedyrer på en nøyaktig og rask måte, og det kreves ikke at en har forstått hvorfor en gjør det (Hiebert & Grouws, 2007; Skemp, 1976). En elev som innehar en prosedural forståelse for en ferdighet, evner da ikke å bruke ferdigheten på en fleksibel måte eller i en annen situasjon enn eleven er vant med (Hiebert &

Grouws, 2007). I motsetning til en prosedural forståelse innebærer en konseptuell forståelse at en vet både fremgangsmåte og hvorfor de ulike stegene i fremgangsmåten er viktig (Skemp, 1976). Med en konseptuell forståelse vil den lærdommen elever tar med seg fra undervisningen, være overførbar i andre situasjoner (Hiebert & Grouws, 2007; Skemp, 1976).

Lærere med en prosedural orientering forstår matematikken som utregninger og prosedyrer for å komme frem til et nøyaktig svar (Thompson, et al., 1994). Lærere med en slik orientering fokuserer ikke på alt i en forklaring av nytt fagstoff, men en enkel regel som gir riktig svar (Skemp, 1976). Skemp (1976) mener årsaken til at enkelte lærere underviser matematikk som fremmer en prosedural forståelse er sammensatt. En prosedural forståelse i matematikk er vanligvis lettere å oppnå, gevinsten er tydeligere og umiddelbar, og en kan i større grad få riktig svar raskere fordi det er mindre kunnskap involvert. Andre årsaker er at enkelte lærere har oppfatninger om å sikte mot en konseptuell forståelse er for tidkrevende og vanskelig å oppnå (Skemp, 1976).

En lærer med en konseptuell orientering har en forståelse av matematikk som et system av ideer og tenkemåter, og vil at dette er noe elevene skal utvikle og vet hvordan elevene kan utvikle en slik forståelse. Slike lærere stiller ofte spørsmål som får elevene til å dele egne tanker, og fokuserer på fyldige og helhetlige forklaringer (Thompson, et al., 1994). Forklaringen av nytt fagstoff evner å skape sammenhenger mellom matematiske fakta, prosedyrer og ideer (Skemp, 1976). Å lære konseptuell matematikk handler om å bygge opp en konseptuell struktur, slik at den lærende blir uavhengig av regler og oppskrifter. Resultatet i form av den oppnådde kunnskapen blir et tilfredsstillende mål i seg selv (Skemp, 1976). Thompson og kolleger (1994) argumenterer for at en konseptuell forståelse er mer rik og mer produktiv for både elever og lærere. Hiebert og Grouws (2007, s.383-388) gjennomgikk tidligere forskning og kom frem til to egenskaper ved undervisningen som kan fremme elevers konseptuelle forståelse:

> *1. Eksplisitt fokus på sammenhenger mellom matematiske fakta, prosedyrer og ideer.* Det innebærer å diskutere underliggende meninger bak prosedyrer, drøfte spørsmål om hvordan ulike løsningsstrategier er like og ulike, undersøke hvordan matematiske ideer bygger på hverandre, se forbindelsene mellom matematiske ideer og koble tidligere lært fagstoff med nytt fagstoff (Hiebert & Grouws, 2007, s.383).

2. La elevene få streve med matematiske fakta, prosedyrer og ideer. En naturlig tendens i klasserom er at lærere forenkler eksempler, representasjoner, språk og spørsmål når elever står fast. Lærere som gjør dette vil forsterke troen om at elever må holde seg unna nederlag og videre mangel på motstandsdyktighet. Dette kan føre til en prosedural forståelse. I motsetning vil elever som opplever utfordringer og som får støtte når de står fast, ha større sannsynlighet til å bli motstandsdyktige og føle at de vil lykkes hvis de prøver hardt nok (Mason, 2014). For å skape en dyp matematisk forståelse er det viktig at elever får mulighet til å streve, skape mening ut av abstrakte ideer og finne metoder for å løse matematiske dilemmaer. For å tilegne seg en konseptuell forståelse må en gjennom noen kognitive konflikter. Vygotsky (1978) referert i Hiebert og Grouws (2007, s.388) sin *nærmeste utviklingssone* forklarer at dersom problemet ikke er for langt unna elevens rekkevidde, men som samtidig byr på utfordringer, så vil strevet være produktivt. Det nye fagstoffet i forklaringen bør derfor ikke være for langt unna *den nærmeste utviklingssonen* til elevene (Säljö, 2016). Om det nye fagstoffet blir for utilstrekkelig, vil elever miste motivasjonen og derav ikke oppnå læring. Elever lærer ikke bare ved å absorbere fra miljøet, men også gjennom egne minner fra aktiviteter. Ved å streve må elever arbeide mer aktivt for å skape mening ut av situasjonen som fører til at de skaper mer sammenhengende tolkninger til det de allerede kan (Hiebert & Grouws, 2007, s.388-389).

2.2 Undervisningskvalitet

Schlesinger og Jentsch (2016) presenterer i sin artikkel et overblikk over studier innenfor området undervisningskvalitet. De finner i flere av studiene at det er en direkte sammenheng mellom undervisningskvalitet og læreres kunnskap (Schlesinger & Jentsch, 2016). Dette stemmer også med annen forskning som sier at det er en positiv og signifikant sammenheng mellom læreres undervisningskvalitet og elevers læringsutbytte (Bergem et al., 2015; Kersting et al., 2012; Schlesinger & Jentsch, 2016; Thompson & Davis, 2014; Walkington & Marder, 2013). Det er en vanskelig oppgave å måle god undervisningskvalitet (Walkington & Marder, 2013), og mye forskning har til nå fokusert på generelle pedagogiske undervisningshandlinger ved undervisningskvalitet (Baumert et al., 2017; Klieme et al., 2009). Det er avgjørende for elevenes læringsutbytte at disse ligger til grunn i undervisningen. Under vil derfor Schlesinger og Jentsch (2016) sine beskrivelser av hva som kjennetegner generell pedagogisk undervisningskvalitet kort presenteres, som i stor grad samsvarer med hvordan generell pedagogisk undervisningskvalitet måles i TIMSS studien (Bergem et al., 2015).

Schlesinger og Jentsch (2016, s.31) presenterer en tre-dimensjonal modell for å beskrive generell pedagogisk undervisningskvalitet. Denne modellen er også mye brukt i annen litteratur (se eks. Kulgemeyer & Riese, 2018). De tre dimensjonene er: *klasseledelse*, *personlig læringsstøtte* og *kognitiv aktivering*. *Klasseledelse* fokuserer på en læringstime av høy kvalitet gitt til elever. En effektiv klasseledelse er karakterisert som en strukturert og godt organisert time med klare regler og rutiner. *Personlig læringsstøtte* fokuserer på elevenes individuelle støtte gitt i form av differensiering, et godt læringsmiljø, positive relasjoner mellom elever og lærer og konstruktive tilbakemeldinger. *Kognitiv aktivering* refererer til høyere ordens tenkning hos elever, støttet av lærer med problemløsningsoppgaver for å aktivere læringsprosesser og forståelse. Denne dimensjonen inkluderer blant annet aktivering av forkunnskaper og bygge videre på elevenes ideer (Schlesinger & Jentsch, 2016). De tre dimensjonene behandler undervisningskvalitet på en detaljert måte, men avviker fra fag, skole og klasse. Derfor holder ikke disse tre dimensjonene for å kunne beskrive matematisk undervisningskvalitet. Som nevnt er det viktig at de generelle pedagogiske undervisningshandlingene ved undervisningskvalitet ligger til grunn, for at fagspesifikke undervisningshandlinger ved undervisningen skal føre til læring hos elever.

Klasseledelse, personlig læringsstøtte og kognitiv aktivering er alle viktige for undervisning, og overførbare til et hvilket som helst klasserom. Leinhardt (2001) skriver i sin artikkel om forklaringer, og bruker en historietime og en matematikktime for å sette informasjonen i kontekst. En forklaring av nytt fagstoff i en matematikktime vil være forskjellig fra i en historietime, fordi det er to ulike disipliner som derav må behandles ulikt (Leinhardt, 2001). Vi må derfor vite noe om kvalitetstegn i matematikkundervisningen. Ifølge Schlesinger og Jentsch (2016) eksisterer det en variasjon på tvers av ulike studier når fagspesifikke undervisningshandlinger ved undervisningskvalitet i matematikkutdanningen identifiseres. I deres metastudie gjennomgikk de derfor alt av litteratur om undervisningskvalitet spesifikt til matematikk. Der identifiserte de ulike undervisningshandlinger ved matematikkundervisningen som indikerer høy undervisningskvalitet.
Undervisningshandlingene Schlesinger og Jentsch (2016) fant inkluderer:

- Representasjon (bruk av ulike metoder til å representere et matematisk konsept)

- Matematisk språk (bruk av fagbegreper)
- Matematisk innhold og temaer (algebra, geometri, osv.)
- Sammenhenger, relasjoner, abstrakthet og generalisering (rik matematikk)
- Matematiske feil, matematisk korrekthet (store matematiske feil, upresis språkbruk, uklarhet - og motsatt)
- Undervisningspraksis (tilegnelsessituasjoner, utprøvingssituasjoner, osv.)
- Implementering av oppgaven (ulike tilnærminger til oppgaver)
- Elevenes deltakelse og forståelse (lærer stiller for eksempel gode spørsmål for å oppnå engasjerte elever)
- Kognitiv aktivering (lærer stiller for eksempler spørsmål for å få elevene til å tenke)
- Materialer (bruk av hjelpemidler/støtte i undervisningen)

Häggström (2006) gjennomførte en komparativ studie med tre forskjellige matematikktimer på tre forskjellige skoler. Han konkluderer med at egenskaper ved matematikkundervisningen som er enkle å observere, som bruk av materialer eller antall elever i klassen, kun har en indirekte påvirkning på elevenes prestasjoner. Derfor bør en studere hva elever har mulighet til å lære, og hvordan matematisk innhold blir håndtert i klasserommet (Häggström, 2006). Det samsvarer med det Schlesinger og Jentsch (2016) trekker frem, undervisningshandlinger der matematisk innhold blir håndtert. I forklaringer av nytt fagstoff vil elevene møte på ny matematikk, eller matematikk som avanseres. Alle de nevnte undervisningshandlingene ved matematisk undervisningskvalitet vil kunne benyttes i en slik situasjon. Schlesinger og Jentsch (2016) forklarer i liten grad hvordan undervisningshandlingene skal gjøres i praksis, og det vil derfor benyttes annen forskningslitteratur for å kunne si noe om det. En tilegnelsessituasjon er i større grad lærerstyrt (Klette, 2013), og denne studien er i hovedsak interessert i læreres rolle i slike situasjoner. På bakgrunn av dette og studiens veksling mellom en deduktiv og en induktiv tilnærming, er fire undervisningshandlinger valgt videre. Alle vil i det følgende sees i sammenheng med forklaringer av nytt fagstoff. De fire undervisningshandlingene som vil benyttes videre er:

- Lærerens bruk av *matematiske representasjoner* av det nye fagstoffet i en forklaring.
- Lærerens bruk av *matematisk språk* når nytt fagstoff skal forklares, der det vil begrenses til forekomst av fagbegreper.
- Lærerens bruk av eksempler som hjelpemiddel i en forklaring av nytt fagstoff, knyttet til *matematisk innhold og temaer* og *implementering av eksempelet*.

- Lærerens bruk av spørsmålsstilling i en forklaring av nytt fagstoff, knyttet til *elevenes deltakelse og forståelse*.

2.2.1 Matematiske representasjoner

Utdanningsdirektoratet (2014) skriver at elever skal kunne veksle mellom ulike representasjonsformer på en hensiktsmessig måte. Svingen (2018) begrunner blant annet lave prestasjoner i matematikk, med en uklar forståelse for matematiske representasjoner. Studien til Brenner et al. (1997) viste at elever forstår bedre og kan bruke matematikken også i andre problemer enn de har trent på, dersom de har blitt forklart de forskjellige representasjonsformene i introduksjonen av nytt fagstoff. Bruken av konkreter for å representere et matematisk konsept eller en idé kan føre til at elever klarer å se en sammenheng mellom tidligere innlært kunnskap og det nye fagstoffet. Det hjelper også med å klarere matematiske ideer på den måten at de støtter argumenter og skaper forståelse. Matematikkundervisning krever representasjoner (Kilpatrick et al., 2001; Duval, 2006). Elever som har tilgang til og forstår hvordan de skal bruke de ulike matematiske representasjonene av det samme matematiske konseptet vil oppnå mer læring enn de elevene som kun har tilgang til en representasjonsform (Svingen, 2018). I tradisjonelle klasserom blir ofte et nytt fagstoff forklart gjennom trening av ferdigheter, oppfulgt av at lærer viser hvordan det gjøres gjennom et tekstproblem. Når elever skal lære en ny matematisk idé eller konsept gjelder det ikke bare å forstå meningen med den enkelte ideen, men også å se de ulike forbindelsene denne ideen har med andre ideer. I forklaringer vil representasjoner være støttende pedagogiske verktøy og et hjelpemiddel for læreren (Leinhardt, 2001). Bruk av representasjoner blir derfor sentralt i undervisning, og av den grunn vil det beskrives under hva det innebærer.

Matematiske representasjoner er visuelle eller fysiske objekter som står for eller illustrerer matematiske ideer, konsepter eller forhold (Goldin, 2014; Leinhardt, 2001). Det er nyttige verktøy for å skape forståelse, men også for å kommunisere informasjon (Schultz & Waters, 2000). Svingen (2018) trekker frem fem ulike representasjoner for matematiske konsepter eller ideer. Disse er visuelle, konkreter, kontekst/hverdagssituasjoner, verbale og symbolske (Svingen, 2018). De fem ulike representasjonene kan ifølge Svingen (2018) brukes til å uttrykke samme matematiske idé, men det er avgjørende at matematikklæreren klarer å løfte frem sammenhenger mellom representasjonene. Et eksempel med det matematiske konseptet brøk; det visuelle kan da være et bilde av en pizza, konkretet kan være en spiselig pizza, konteksten kan være fordeling av en hel pizza til de 28 elevene i klassen, det verbale vil være at læreren sier selve brøken og det symbolske vil være brøken skrevet ned (Svingen, 2018). Olafsen og Maugesten (2015) skiller mellom helkonkreter og halvkonkreter, der helkonkreter er ting en kan berøre, som penger. Mens halvkonkreter er bilder av for eksempel penger, målebånd eller snøballer. Svingen (2018) kaller halvkonkreter for visuelle representasjoner og helkonkreter for konkreter. Formålet med konkreter er visualiseringer for elever som kan bidra til at de lettere oppfatter, utforsker, får en større forståelse for begreper og problemer (Olafsen & Maugesten, 2015).

Leinhardt (2001) påpeker at bruken av ulike representasjoner ikke fremmer læring direkte. For å skape gode representasjoner i forklaringer må læreren ha god nok kunnskap til å kunne velge hensiktsmessige representasjoner, skape en forbindelse til det nye fagstoffet som blir forklart og relatere representasjonene til elevenes hverdagslige liv (Leinhardt, 2001). Her blir kunnskap om faglig innhold og elever svært nyttig (Ball et al., 2008). For at bruken av ulike representasjoner skal utvikle forståelse, er det viktig å tenke gjennom hvilke representasjoner som er hensiktsmessige. Svingen (2018, s.4-5) trekker frem fem egenskaper ved representasjoner som en bør tenke gjennom. En bør enkelt kunne se den matematiske ideen gjennom representasjonen (*synlighet)*. Elever bør kunne forstå den matematiske ideen på en effektiv måte (*effektivitet*). Representasjonen bør være anvendbart også til andre matematiske ideer og konsepter (*generalitet*). Representasjonen bør være entydig og enkel å bruke (*klarhet*). Til slutt bør representasjonen være presis og nøyaktig (*presisjon*). Alle de fem egenskapene bør ikke være til stede i presentasjon av hver matematisk idé eller konsept, men kan brukes som støtte for å sjekke representasjonens kvalitet (Svingen, 2018). Egenskapene samsvarer i stor grad med hva Schultz og Waters (2000) mener er viktig for en representasjon.

2.2.2 Matematisk språk

Matematikkfaget har et eget språk med egen terminologi, som kan oppleves fremmed for mange. Problematikken med fremmedgjøring kan oppstå dersom det matematiske språket forhindrer elever i å lære matematikk eller når hverdagslige ord betyr noe annet i det matematiske språket (Anthony & Walshaw, 2008; Botten, 2013). I en forklaring er det uunngåelig ikke å bruke det matematiske språket. Elevene vil møte på det matematiske språket, enten om det er kjent eller ukjent. Elever vil oppfatte det nye fagstoffet som vanskelig dersom læreren benytter et språk som er ukjent for elevene. Også Utdanningsdirektoratet (2015) presiserer at både elever og lærere skal bruke fagspråket og matematiske begreper konsekvent i matematikkundervisningen. Matematisk språk inkluderer alt av matematisk innhold som samtalene i matematikklasserommet består av. Det matematiske språket har (som andre språk) egne begreper, symboler, fraser, normer og regler (Botten, 2013). Studier viser at effektiv undervisning evner å danne en bro mellom elevenes intuitive forståelse og den forventede matematiske forståelsen. Det matematiske språket spiller en viktig rolle for den prosessen (Anthony & Walshaw, 2008).

Anthony og Walshaw (2009) argumenterer for at en effektiv matematikklærer bruker matematisk språk konsekvent i matematikklasserommet. Det forutsetter at læreren evner å bruke passende terminologi og begreper, og at elevene forstår det matematiske språket som blir benyttet i klasserommet. Det stemmer også med Botten (2013) som trekker frem utfordringene ved det matematiske språket, og forklarer at disse kan løses ved å bruke matematisk terminologi oftere og knytte det opp mot elevenes hverdagslige begreper. Det er ikke nok å vite at begrepene eksisterer, elevene må vite hva de betyr (Botten, 2013). Begrepsforståelse innebærer både at elevene vet hvordan og hvorfor de skal anvende et begrep i en gitt situasjon. Det innebærer også en forståelse av de ulike matematiske representasjonene knyttet til et begrep (Stengrundet & Valbekmo, 2018). I den sosiokulturelle tradisjonen er *appropriasjon* en grunnleggende metafor for læring, som innebærer å tilegne seg språklige uttrykk, begreper eller symboler og gjøre det om til sitt eget (Säljö, 2016). Ved hjelp av *appropriasjon* og mye støtte vil elever med tiden benytte seg av de samme språklige uttrykkene, begrepene eller symbolene (Säljö, 2016). Dette samsvarer med hva Anthony og Walshaw (2008) finner i sin metastudie. Effektive lærere evner å lage et miljø der lærerens vokabular av fagbegreper overføres til elevene (Anthony & Walshaw, 2008).

Et av Vygotskij (1978: 86) i Säljö (2016, s.118) mest kjente begrep er *den nærmeste utviklingssonen*. Vygotskij mener mennesker er i konstant utvikling, og at vi aldri vil være ferdig utlært. Den nærmeste utviklingssonen består av tre steg som igjen gjentas (Säljö, 2016). Satt i kontekst vil en elev kunne finne røtter til uttrykk, etter at eleven har lært å faktorisere. Den nærmeste utviklingssonen vil derfor si at man lærer ved å møte på utfordringer som ikke er for langt vekk. Det som Vygotskij i Säljö (2016, s.118) kaller for *den mer kompetente* vil her kunne være læreren, som skal bidra med støtte når eleven stopper opp. I en forklaring er det derfor viktig å huske på hvem innholdet forklares til (Munthe, 2013). Forskere argumenterer for konsekvent bruk av matematisk språk (Anthony & Walshaw, 2009; Botten, 2013). Likevel vil enkelte emner i matematikken bedre forstås gjennom en forklaring med et mer hverdagslig språk (Leinhardt, 2001). Et språk som ikke er for langt unna *den nærmeste utviklingssonen* (Säljö, 2016). Leinhardt (2001) skiller mellom ulike forklaringstyper. En disiplinær forklaring skiller seg fra en forklaring kun brukt i undervisning, ved at den har flere krav til forklaringens språkbruk (Leinhardt, 2001). La oss ta Pytagoras setning som et eksempel. En disiplinær forklaring vil innebære setningens bevis. Mens en forklaring benyttet i undervisningen vil være mindre formell og har en tendens til å bruke mer hverdagslig språk (Leinhardt, 2001). Derfor vil det i noen tilfeller være hensiktsmessig å bruke et hverdagslig språk, mens i andre tilfeller er det matematiske språket viktig for elevenes læring.

2.2.3 Bruk av eksempeloppgaver

Utdanningsdirektoratet (2015) påpeker at hjelpemidler er vesentlig for god formidling og undervisningens kvalitet. En stor del av forklaringer av nytt fagstoff består av å illustrere den matematiske ideen eller konseptet gjennom hjelpemidler som eksempler og oppgaver. Matematiske eksempler er en viktig del av matematikkundervisningen i skolen, og hjelper elever til å forstå nytteverdien til de ulike emneområdene i matematikken. Bruk av eksempler i matematikkundervisningen fungerer som illustrasjoner eller konkretiseringer av matematiske konsepter og prosedyrer, for å få elevene til å forstå hva det matematiske konseptet dreier seg om (Zodik & Zaslavsky, 2008). En forklaring av nytt fagstoff er laget for å vise elever hvordan man skal gjøre noe, hvordan ferdighetene kan brukes også i andre situasjoner og hvordan elever skal rettferdiggjøre eller bevise at deres løsning er tilstrekkelig (Leinhardt, 2001). I noen tilfeller vil en hel forklaring bygges opp rundt eksempler for å forstå det nye fagstoffet som læres (Leinhardt, 2001). Eksempler vil spille en avgjørende rolle for elevenes forståelse av nytt fagstoff.

Hodge, Zhao, Visnovska og Cobb (2007) beskriver at et eksempel er et problem som er laget for og presentert til elever i matematikkundervisningen. Det skal støtte det som skal forklares, og det kreves flere eksempler i en forklaring, dersom læring skal skje (Leinhardt, 2001). Eksempler skaper en forbindelse mellom tidligere kunnskap og ny kunnskap. Eksempler kan hjelpe med å vise når en matematisk idé eller et konsept er lov å bruke, eller når det ikke er det (Leinhardt, 2001). For å velge et godt eksempel i en forklaring, krever læreren matematisk horisontkunnskap for å vite hvilke eksempler som er hensiktsmessige å vise når. En utfordring kan oppstå dersom læreren ikke fokuserer på hvem eksempelet skal vises til. Derfor er det essensielt at læreren også har god kunnskap om elevene, og hvordan elevene forstår best (Leinhardt, 2001; Ball et al., 2008). Valg av eksempler er en fundamental del av planlegging av en forklaring. Det er vanskelig, men viktig. Lærere må tenke gjennom 1) om eksempelet forenkler det nye fagstoffet, og 2) om eksempelet knytter ny kunnskap med tidligere kunnskap (Leinhardt, 2001).

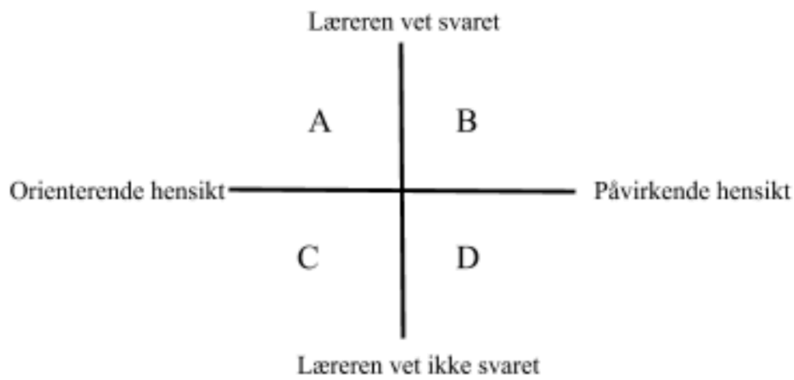
Schoenfeld (2010) mener at en god oppgave brukt i undervisning er en oppgave som er tilgjengelig for alle elever. Med det menes det at elevene ikke skal behøve å lære seg et nytt vokabular når de møter på en ny oppgave. Oppgaven bør også kunne tilnærmes og løses på flere forskjellige måter. I tillegg bør oppgaven bidra til en introduksjon av viktig matematisk innhold, og der det er mulig, være utforskende (Leinhardt, 2001; Schoenfeld, 2010). Slike oppgaver kan samsvare med det Olafsen og Maugesten (2015, s.215) kaller for *problemløsningsoppgaver* og *rike oppgaver*. Der problemløsningsoppgaver er oppgaver der en ikke kjenner til strategien, og det finnes flere metoder for å løse oppgaven. Problemløsningsoppgaver kan benyttes når matematikklæreren vil kombinere ulike matematiske områder, eller sette det nye fagstoffet inn i en hverdagslig kontekst. Rike oppgaver er oppgaver som er enkle å komme i gang med, byr på gradvise utfordringer og kan løses på flere måter. Disse oppgavene vil være nyttig å bruke som eksempler når det nye fagstoffet er komplekst (Olafsen & Maugesten, 2015).

Leinhardt (2001) argumenterer for at en god forklaring bruker autentiske oppgaver og eksempler som inkluderer elevenes hverdagslige liv. Hodge og kolleger (2007, s.392) anser et eksempel som effektivt dersom 1) det støtter elevenes dannelse av interesse for matematikk og 2) eksemplet har potensialet for gi elever tilgang til viktige matematiske ideer. Videre vil eksempler som speiler en hverdagslig kontekst engasjere elevene, dersom eksemplet også inneholder det matematiske fagstoffet som skal læres. For å opprettholde eksemplenes hensikt, må elever få mulighet til å tenke, resonnere og generalisere ut fra eksemplene som gis (Leinhardt, 2001; Zodik & Zaslavsky, 2008). Matematiske eksempler blir meningsfulle når de brukes i korrekt sammenheng, og viser blant annet løsningsmetoder, regneteknikker og framgangsmåter. Det er essensielt at eksempelets hensikt tydelig fremkommer og slik sett gir mening (Goldenberg & Mason, 2008). Zodik og Zaslavsky (2008) påstår at erfaring er det viktigste når det kommer til effektiv bruk av eksempler. Læreren kan enten planlegge eksemplene på forhånd eller formulere eksempler spontant i løpet av forklaringen (Goldenberg & Mason, 2008; Zodik & Zaslavsky, 2008). Med tanke på at dagens matematikklasserom kan kategoriseres som heterogene, er det viktig at matematikklæreren benytter et spekter av ulike typer eksempler for å treffe de ulike elevtypene i klasserommet. Det kan gjerne være eksempler som har til hensikt å forklare det samme matematiske konseptet (Goldenberg & Mason, 2008).

2.2.4 Læreres spørsmålsstilling

Forskning viser at et av aspektene som har en effekt på læring, er hvilke spørsmål lærer stiller elever (Solem & Ulleberg, 2013). Wæge (2015) understreker at samtalene i klasserommet er avgjørende for elevers forståelse og læring av matematikk. Det er flere faktorer som fremmer en god samtale, og et viktig aspekt ved samtalen er spørsmålene læreren stiller til elever (Mason, 2000; Solem & Ulleberg, 2013; Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). En forklaring innebærer at læreren er i en slags dialog med elevene. I forklaringer blir spørsmål brukt også for å forenkle det nye fagstoffet som skal læres (Leinhardt, 2001). Mason (2014) argumenterer for at det å lære matematikk hovedsakelig handler om å svare på et matematisk spørsmål stilt av enten en oppgavetekst eller fra lærer. Støtte for hvordan elevene skal svare kommer fra forklaringer eller eksempler fra teksten eller fra forklaringer og spørsmål fra læreren. Studier indikerer at majoriteten av spørsmål lærere stiller i faglige samtaler ikke viser oppriktig interesse for svarene (Mason, 2000; Solem & Ulleberg, 2013). Lærere stiller flest spørsmål "..av typen testspørsmål, innsamling av informasjon, pseduspørsmål, ledende spørsmål og "gjett hva jeg tenker på"-spørsmål.." (Solem & Ulleberg, 2013, s.141). Slike spørsmål kan besvares med et ord eller en setning. Det er spørsmål som ikke gir kognitive utfordringer til elevene og krever heller ikke at elevene må begrunne eller argumentere. Tradisjonell undervisning har vært preget av et press for å få et raskt svar (Hiebert & Grouws, 2007; Mason, 2014). Solem og Ulleberg (2013) forklarer at i matematikklasserommet bør ikke fokuset være på riktig eller galt svar, men fokuset bør ligge på å utforske tankeprosesser og argumenter.

Solem og Ulleberg (2013, s.143-146) utviklet en modell (se figur 1) for å kategorisere spørsmålene som eksisterer i et klasserom. Modellen er et aksekors med fire distinkte ruter. I rute A vet læreren svaret og spørsmålet eksisterer for at læreren skal orientere seg om hvordan elevene ligger an, hva de kan eller hva de husker. Altså en form for diagnostisering eller innhenting av informasjon. I rute B vet læreren svaret, men her er målet å påvirke elevenes faglige tenkning i en bestemt retning. Læreren vil få elevene til å se sammenhenger, begrunne og utforske problemer. I rute C vet ikke læreren svaret, men ønsker å vite hvordan elevene tenker, hvordan de argumenterer, hvilke strategier de bruker og begrunnelser av løsninger. I rute D vet ikke læreren svaret og ønsker å påvirke elevene til å reflektere og utfordre elevene uten å styre tenkningen deres i en bestemt retning. Solem og Ulleberg (2013) påpeker at en komplementert bruk av rutene, vil være nyttig i undervisningen.



Figur 1 Spørsmålsform modell (hentet fra Solem og Ulleberg, 2013, s.143)

Mason (2014) definerer spørsmålsstilling som spørsmål gitt til elever for å hjelpe dem på vei eller rette oppmerksomheten deres på en nyttig måte, slik at de oppnår matematisk progresjon. Det samsvarer med rute B, C og D sine intensjoner i modellen til Solem og Ulleberg (2013, s.143). Rute A passer ikke med Mason (2014) sin definisjon av spørsmål fordi der er læreren kun ute etter et svar fra eleven, og vil av den grunn ikke føre til at eleven oppnår matematisk progresjon. Spørsmål som «hvorfor» og «hvordan» fører til at elever selv må forklare det nye fagstoffet, og det vil føre til læring (Ingram, Andrews & Pitt, 2019). Dette er spørsmål fra rute B, C og D (Solem & Ulleberg, 2013).

Wæge (2015, s.23-26) legger i sin artikkel frem samtaletrekk som eksisterer i matematikklasserommet. De som er relevant for spørsmål lærer stiller er “gjenta”, “repetere”, “resonnere”, “tilføye” og “endre”. Der gjenta betyr at læreren gjentar det eleven har svart i spørsmålsform, slik at eleven må sette ord på det han eller hun har gjort. Repetere skjer når læreren spør en elev om eleven kan gjenta det en annen elev har svart. Det fører til at eleven som opprinnelig svarte kanskje får en ny idé eller at læreren viser at forslagene deres er verdifulle. Resonnere er når læreren spør om eleven kan utdype nærmere hva eleven mener. Tilføye er når læreren prøver å få eleven til å gå videre med egne tankeprosesser, som “er det noe du kan legge til her?”. Til slutt er å endre når læreren gir rom for at elevene kan endre på løsningen sin, ved å stille et kritisk spørsmål (Wæge, 2015).

Solem og Ulleberg (2013) påpeker at lærer må ha gode matematiske kunnskaper for å kunne stille spørsmål som stimulerer elevene til videre tenkning. Når læreren skal undervise på en måte som bidrar til best mulig læringsutbytte er det viktig at læreren forstår hvordan elevene tenker matematisk (Solem & Ulleberg, 2013; Stein et al., 2008). Lærer må finne ut hva elevenes kompetanse er, hvordan de argumenterer, hvilke misoppfatninger elevene har og hvordan elevene skaper kunnskap, for å kunne stille gode spørsmål. Dette støttes også av Mason (2014) som understreker at oppriktige spørsmål der læreren ikke vet svaret er en form for undervisning ved å lytte. Da er lærer interessert i hvordan elevene tenker, fremfor å høre et forventet svar. Hvis lærer bruker effektive, indirekte og metakognitive spørsmål som får elevene til å bli oppmerksomme på hva de har blitt spurt om, istedenfor kun å avgi et svar, kan det føre til at elevene stiller seg de samme spørsmålene senere (Mason, 2000). Mason (2014, s.517; 2000, s.99) anvender begrepet “stillas” når en refererer til støtten læreren gir til elevene sine, som fører til at elever kan bruke støtten også i andre situasjoner. Læring og uavhengighet er oppnådd når elevene stiller seg selv og andre spontane spørsmål (Mason, 2014).

2.3 Forklaringens innramming

En forklaring av nytt fagstoff er som regel en del av en hel undervisningsøkt og inngår i såkalte tilegnelsessituasjoner, og disse er som oftest lærerstyrte (Klette, 2013). Hancock, Bray og Nason (2002, s.366-367) beskriver lærerstyrt undervisning som følgende:

> Læreren a) er en dominerende leder som bestemmer reglene i klasserommet, b) strukturerer oppgavene med både tid og metode for gjennomføring, c) forklarer det nye fagstoffet, d) svarer elevene med «riktig» eller «galt», gir ledetråder og hvis nødvendig, riktig svar og e) stiller ledende spørsmål.

Lærerstyrt undervisning blir ofte assosiert med en aktiv lærer og passive elever, i kontrast til elevstyrt undervisning der hele formålet er aktive elever. Forklaringer av nytt fagstoff kan også foregå i form av omvendt undervisning der elevene selv lærer seg det nye fagstoffet (Statped, 2017), og læreren blir mer en veileder enn en styrer (Hancock, et al., 2002). Hancock og kolleger (2002, s.367) beskriver videre elevstyrt læring som:

> a) Læreren er en veileder og elevene skaper egne regler i klasserommet, b) læreren svarer elevene med nøytrale tilbakemeldinger og oppmuntrer elevene til bedre svar, c) læreren stiller åpne spørsmål, d) elevene bestemmer oppgavene og hvordan det skal gjøres, e) elevene får presentert eksempler på det nye fagstoffet og må selv komme frem til reglene for det og f) elevene velger aktiviteter og fagstoff.

Likevel er lærerstyrte deler av undervisningstimen ofte preget av tradisjonelle undervisningsformer. Tradisjonell undervisning kan i hovedsak defineres som undervisningsaktiviteter som ofte er lærerstyrte, der læreren presenterer matematiske ideer, konsepter, prosedyrer eller eksempler på tavlen. Videre i undervisningsøkten jobber elevene med å trene på det nye fagstoffet som er blitt presentert, gjennom rutineoppgaver (Alrø & Skovsmose, 2002; Franke, Kazemi & Battey, 2007). Den vanligste strukturen i klasseromssamtaler er at læreren initierer (I) - eleven responderer (R) - læreren gir feedback (F) eller evaluerer (E) elevens svar (Klette, 2013, s.175; Solem & Ulleberg, 2013, s.141). Som regel er det sjeldent at elever blir oppmuntret til å forklare egne tanker, skape sammenhenger eller skape mening ut av det nye fagstoffet. Et typisk mønster i tradisjonell undervisning er at elever lytter og må huske det læreren har sagt. Læreren forklarer det nye fagstoffet på en måte som krever veldig lite elev-til-elev, eller elev-til-lærer snakk (Franke, et al., 2007, s.231).

3 Metode

3.1 Forskningsdesign

I begynnelsen av denne studien ble følgende problemstilling presentert: *Hva kjennetegner matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner?* Hovedhensikten med denne studien er altså å beskrive hvordan lærere forklarer nytt fagstoff i matematikk, i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner. Med bakgrunn i studiens problemstilling, vil undersøkelsen være en kvalitativ kasusstudie med veksling mellom en deduktiv tilnærming og en induktiv tilnærming. Kasusstudier ønsker typisk å beskrive ett konkret fenomen hos én bestemt gruppe (Gall, Gall & Borg, 2007; Yin, 2014), der fenomenet i dette tilfellet er forklaringer av nytt fagstoff og gruppen er matematikklærere i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner. Denne studien benytter en kasusstudie ettersom hva og hvem undersøkelsen inkluderer og ekskluderer er bestemt (Tjora, 2017). Fire matematikklærere med hver sine klasser vil undersøkes, og derfor vil det benyttes et fler-kasusdesign med fire kasus (Patton, 2015). Det vil gjennomføres en innholdsanalyse av hvert enkelt kasus. Denne studien er av deskriptiv art fordi den beskriver virkelige situasjoner, i kontrast til analytiske studier der formålet er å se på hvordan ulike ting påvirker hverandre (Yin, 2003). For å klargjøre funnene, vil resultatene likevel sees i sammenheng med hverandre i diskusjonskapittelet. En deduktiv tilnærming vil si at analysekategoriene tar utgangspunkt i tidligere forskning og teori, mens en induktiv tilnærming vil si at analysekategoriene dannes ut fra datamaterialet. I denne studien veksles det mellom en deduktiv og en induktiv tilnærming underveis. Det betyr at visse analysekategorier er dannet med bakgrunn i tidligere forskning og teori, mens andre er dannet med bakgrunn i datamaterialet (Mayring, 2014). Datamaterialet i denne studien er hentet fra det nasjonale forskningsprosjektet, LISA (Linking Instruction and Student Achievement) (kapittel 3.2).

3.2 LISA-prosjektet

Linking Instruction & Student Achievement (LISA) er en omfattende videostudie av 49 norske klasserom i store deler av landet (Klette, Blikstad-Balas & Roe, 2017). Prosjektet undersøker sammenhengen mellom undervisning og elevprestasjoner på ungdomstrinnet, som samsvarer i noen grad med denne undersøkelsen. Studien kombinerer videodata fra undervisning med testresultater fra nasjonale prøver over to år (8. og 9.klasse) fra de samme klasserommene. Datamaterialet består også av spørreskjemaer besvart av de involverte lærerne og elevene. Det er totalt 94 lærere involvert i studien, og samlet inn 390 timer, hvorav 195 av disse er matematikktimer. Til sammen gir et slikt design en god oversikt over hvilke aktiviteter som skjer i undervisningen, samt hva matematikklæreren sier eller gjør. LISA-prosjektet (Linking Instruction and Student Achievement) var hensiktsmessig for denne studien da hva som kjennetegner matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang fra den første prøven ble gjennomført i 8.trinn, til den andre prøven ble gjennomført i 9.trinn, vil undersøkes. Derfor er det matematikktimene og tilhørende resultater fra nasjonale prøver som er av denne studiens interesse. LISA-prosjektet muliggjør studering av de matematikklasserommene som viste høyest fremgang på nasjonale prøver. Fra LISA-prosjektet har jeg selv gjort et utvalg på fire matematikklærere fra fire ulike skoler. Bakgrunn for valg av utvalg beskrives nærmere under kapittel 3.2.2.

3.2.1 Kameraløsninger

LISA-prosjektet har filmet alle undervisningstimene ved hjelp av to kameraer. Ett av kameraene fokuserer på læreren og er plassert bakerst i klasserommet, mens det andre kameraet er plassert ved tavlen og filmer elevene. Fordelen ved bruk av to kameraer på både klassen og matematikklæreren er at en kan studere den samme situasjonen, fra to perspektiver på en gang (Blikstad-Balas, 2017). Ettersom fokuset i denne studien er hva matematikklæreren gjør, benyttes kun materialet fra kameraet på læreren. I tillegg bruker læreren en mikrofon, mens det er en mikrofon midt i klasserommet som tar opp hva elevene sier i en helklassesamtale. Kvaliteten på videoene varierer fra film til film, selv om det er benyttet godt egnet opptaksutstyr. Likevel er lyden god fra lærernes mikrofon, som er viktig for min undersøkelse. Det betyr at LISA-dataene er godt kvalifiserte til analysene som vil gjennomføres for å besvare på problemstillingen for denne studien.

3.2.2 Inklusjonskriterier for utvalget

I denne studien er kasus valgt på bakgrunn av studiens formål, og ikke fordi kasusene er representative for alle lærere (Vedeler, 2000). En utfordring ved valg av kasuser er hvorvidt de vil si noe som er av betydning for problemstillingen (Gall et al., 2007). Denne utfordringen minskes ved en deduktiv tilnærming, ettersom videoopptakene ble sett i forkant av utformingen av kategorier. Derfor er kasusene som er av betydning, strategisk utvalgt

(Everett & Furseth, 2012; Gall et al., 2007; Vedeler, 2000), i forbindelse til valgt fokus og formål for studien.

Problemstillingen for denne studien begrenser utvalget noe, da formålet er å undersøke matematikklærere i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner. Av den grunn fikk jeg tilsendt de femten matematikklassene som viste høyest fremgang på nasjonale prøver fra 8.trinn til 9.trinn, fra LISA-prosjektet. Den aktuelle problemstillingen avgrenser igjen utvalget, da formålet er å se på matematikklærere som forklarer nytt fagstoff. Alle lærerne i LISA-prosjektet ble filmet i fire timer hver. Derfor ble alle de fire klassetimene i hver av de femten matematikklassene gjennomgått og matematikktimene som repeterte tidligere innlært fagstoff eller som kun gjorde oppgaver, ble utelukket. Noen ganger var forklaringene egentlig en repetisjon, som gjorde det tydelig at en klar definisjon var nødvendig (se kapittel 1.3). Til slutt var det fire matematikklasserom der nytt fagstoff ble introdusert og forklart av matematikklæreren, igjen. Av de 16 klassetimene var det 11 klassetimer der forklaringer av nytt fagstoff foregikk. Derfor utelukkes også noen klassetimer av de fire matematikklassene. Likevel er det nok materialet til å kunne beskrive samme fenomen, forklaringer (Gall et al., 2007). Grunnlaget for utvalget er at denne studien sikter mot å si noe om hva som kjennetegner læreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang. Utvalget for denne studien inkluderer derfor fire matematikklærere på fire forskjellige skoler, i hhv. 168 minutter og 9 sekunder.

3.2.3 Utvalg

Litt kort informasjon om hver lærer, er fremstilt i tabell 1. Utvalget for denne studien består av fire lærere fra fire ulike skoler.

Tabell 1 Utvalgte lærere

Lærer	**Kjønn og alder**	**Antall år som lærer**	**Antall studiepoeng i matematikk**	**Total lengde på forklaringer**	**Forklaring skjer i**
A	Mann (30-39 år)	14	61-90 stp	40 min og 43 s	Tre av timene
B	Mann (40-49 år)	17	31-60 stp	48 min og 31 s	To av timene (men forklarer i to omganger i første time)
C	Kvinne (30-39 år)	12	Inntil 30 stp	34 min og 49 s	To av timene
D	Kvinne (30-39 år)	17	Inntil 30 stp	44 min og 6 s	Tre av timene

Lærerne i studien har alle jobbet 11-20 år som lærere med godkjent utdanning. Fordi inklusjonskriteriene for utvalget er 1) høy fremgang i prestasjoner og 2) læreren forklarer nytt fagstoff, vil det være en forskjell på mengde analysert materiale. Likevel vil det argumenteres for at det er tilstrekkelig mengde data fra alle de fire lærerne til å beskrive forklaringer i deres klasserom.

3.2.4 Nasjonale prøver

I det følgende vil nasjonale prøver beskrives, og hvilken kompetanse hos elever nasjonale prøver måler. Dette er på grunnlag av at når det refereres til prestasjoner i denne studien, refereres det til resultatet på nasjonale prøver i regning. Nasjonale prøver i regning er prøver som gjennomføres på 5., 8. og 9.trinn, på alle skoler i Norge. Denne studien benytter seg av gjennomsnittet av resultatene fra 8. og 9.trinn i regning, i de femten klassene som viste høyest fremgang i prestasjonene fra 8. til 9.trinn. Målet med nasjonale prøver i regning er å gi informasjon om elevenes ferdigheter i regning (Utdanningsdirektoratet, 2017). Nasjonale prøver i regning måler elevenes regneferdigheter, og om de samsvarer med definisjonen av regning som grunnleggende ferdighet. Utdanningsdirektoratet (2017, s.6) sier også at nasjonale prøver måler elevers evne til "..å resonnere og bruke matematiske begreper, fremgangsmåter, fakta og verktøy for å løse problemer og for å beskrive, forklare og forutse hva som skjer. Det innebærer å gjenkjenne regning i ulike kontekster, stille spørsmål av matematisk karakter, velge holdbare metoder når problemene skal løses, være i stand til å gjennomføre dem og tolke gyldigheten og rekkevidden av resultatene."

3.3 Metodevalg

3.3.1 Videoobservasjon som metode

Den metodiske tilnærmingen som ligger til grunn for denne studien er som nevnt basert på en kvalitativ undersøkelse, med videoobservasjon som metode for innsamling av data. Forskningens tema og problemstilling har vært bakgrunnen for valg av metodisk tilnærming. Det er valgt en kvalitativ metode for denne studien ettersom formålet til studien er å beskrive et mindre utvalg, av spesifikke situasjoner i dybden (Firebaugh, 2008; Patton, 2014; Silverman, 2011). Videoobservasjon refereres i utdanningsforskning til forskning på utdanningspraksiser basert på analyse av videoopptak (Andersson & Sørvik, 2013), og gir muligheter for rike data på klasseromsaktiviteter (Blikstad-Balas & Sørvik, 2015; Klette &

Blikstad-Balas, 2017; Klette, 2013). Det muliggjør også en fleksibel tilnærming til å undersøke klasseromspraksiser (Andersson & Sørvik, 2013; Thompson & Davis, 2014). Metoden egner seg derfor til denne studien, som vil beskrive hvordan matematikklærere forklarer nytt fagstoff, i klasserom som viser høy fremgang.

Det er flere grunner til at videoobservasjon er hensiktsmessig for denne studien. En fordel med videoopptak er at komplekse fenomener kan deles opp i mindre enheter og en har mulighet til å se systematisk etter mønstre. En kan se videoopptakene om og om igjen, ofte med fokus på forskjellige ting av gangen, i kontrast til direkte observasjon der en tar feltnotater. Dette muliggjør forskjellige tolkninger av det samme materialet (Andersson & Sørvik, 2013; Blikstad-Balas, 2017; Blikstad-Balas & Sørvik, 2015; Klette & Blikstad-Balas, 2017; Tjora, 2017). I denne undersøkelsen vil jeg da kunne dele opp matematikklærers forklaring til mindre deler, som er fokuset for undersøkelsen. Jeg vil da i større grad unngå å overse noe som vil kunne belyse problemstillingen (Tjora, 2017). Videoobservasjon er også tidsbesparende både for meg som forsker, og for deltakerne i studien da situasjonen som filmes ville skjedd uansett (Tjora, 2017).

Videoobservasjon gir innsyn i naturlige situasjoner som skjer (Blikstad-Balas, 2017; Tjora, 2017), og gir det som kan karakteriseres som naturlige data; data lite påvirket av forskeren (Andersson & Sørvik, 2013). Det er fordelaktig for min studie, ettersom jeg ikke var tilstede da materialet oppstod. Det gjør det mulig at jeg som sekundærobservatør kan observere undervisningstimene akkurat slik de foregikk. Ettersom jeg ønsker å beskrive matematikklærers forklaring av nytt fagstoff, er jeg avhengig av at materialet stammer fra naturlige og reelle situasjoner. Andre metoder, som for eksempel spørreundersøkelse, vil kunne møte på utfordringer når informantene misforstår spørsmålene eller unngår å svare ærlig (Kleven, 2014). Slike utfordringer vil en unnslippe ved bruk av videoobservasjon som fanger faktiske klasseromssituasjoner. Det gir også innsyn i naturlige situasjoner som ikke først er tolket av deltakerne, i situasjoner som intervju for eksempel (Tjora, 2017). Det bidrar i en større grad også til at jeg får tilgang til objektive sider ved matematikklærerens forklaringer, og ikke subjektive sider der matematikklæreren selv forklarer fra sitt ståsted.

I motsetning til observasjon ved bruk av feltnotater, vil videoobservasjon i større grad øke studiens troverdighet. Så en siste fordel jeg vil trekke frem er muligheten for at flere forskere kan se på det samme materialet flere ganger, som kan være med på styrke en studies kvalitet (Andersson & Sørvik, 2013; Blikstad-Balas & Sørvik, 2015; Derry et al., 2010; Tjora, 2017). Med videoobservasjon har jeg muligheten til å spørre medstudenter fra LISA-prosjektet eller veileder, om de tolker det samme som jeg gjør. Jeg vil også kunne gjennomføre flere analyser for å sjekke om funnene er konstante (Klette & Blikstad-Balas, 2017).

3.3.2 Ulemper ved videoobservasjon som metode

Det er mange fordeler ved videoobservasjon. Likevel har metoden også sine begrensninger og utfordringer. Begrensninger med hva en får observert, begrensning i tidsperiode og begrensning i utvalg av personer, er vanlig type begrensninger i kvalitative forskningsdesign (Patton, 1999). Senere i metodekapittelet vil jeg komme tilbake til hvordan denne studien har tatt hensyn til utfordringene.

I min forskning er det viktig å belyse det naturlige som skjer i matematikklasserommet, når matematikklærer forklarer nytt fagstoff. En utfordring ved bruk av videoobservasjon er at deltakerne i studien kan ha blitt påvirket av kameraene og forskerassistentene som er til stede. Dette kaller Blikstad-Balas (2017) for "kamera effekten", og kan samsvare med det Kleven (2014) kaller for "observatøreffekten", og Tjora (2017) kaller for "forskningseffekt". Det kan føre til at elevene og matematikklæreren gjør ting i klasserommet de vanligvis ikke ville gjort. Likevel argumenterer Blikstad-Balas (2017) for at deltakerne vil bli vant til situasjonen etter en stund og en vil klare å bevare noe av det naturlige. Hun begrunner dette med tidligere erfaring og at deltakerne vil ha vanskeligheter med å dikte opp ting gjennom alle opptakene. Det stemmer også med Tjora (2017) sine erfaringer.

Det er viktig å understreke at videoopptak ofte er benyttet til å fange en spesifikk situasjon med et spesifikt formål. Det kan derfor oppstå utfordringer dersom vinkelen på kameraet eller tiden for opptaket er nøye planlagt, for da fanges ikke den naturlige situasjonen helt (Andersson & Sørvik, 2013). Det kan være problematisk dersom forskeren fokuserer på detaljer og overser konteksten situasjonen er filmet i (Derry et al., 2010). Vinkelen på kameraet og antall kameraer har også en betydning hvor hvilke muligheter eller begrensninger man har når man skal analysere materialet (Blikstad-Balas, 2017; Tjora, 2017). Jeg har som sekundærobservatør ingen mulighet til å påvirke hvordan filmingen ble gjennomført. På grunn av dette må en betrakte videomaterialet som en av flere mulige representasjoner av situasjonen (Tjora, 2017).

En annen utfordring med videoopptak er at det krever mye ressurser (Blikstad-Balas, 2017). Det kreves utstyr, det er tidkrevende og det krever forskere eller forskningsassistenter til stede (Blikstad-Balas, 2017; Tjora, 2017). Denne utfordringen var allerede tatt hensyn til, da denne studien gjenbruker videodata.

3.4 Gjenbruk av videodata

Under vil gjenbruk av datamaterialet kommenteres, ettersom datamaterialet for denne studien er hentet fra LISA-prosjektet. Det er relevant å trekke frem dette, da gjenbruk av kvalitative data er en relativt lite anvendt metode innen kvalitativ forskning (Dalland, 2011). I motsetning til et kvantitativt perspektiv til datamaterialet, der dataene eksisterer uavhengig av forskeren, har autentiske førstehåndsdata stått sterkt i den kvalitative forskningstradisjonen (Dalland, 2011). Motargumenter for gjenbruk av datamateriale inkluderer tap av opprinnelig kontekst eller mangel på interaksjon mellom informanter og forsker (Andersson & Sørvik, 2013; Corti, 2000; Dalland, 2011).

En utfordring ved gjenbruk av videodata er at jeg har ingen muligheter til å påvirke måten dataene ble skapt på (Andersson & Sørvik, 2013). Med det menes type kamera, kameraets vinkel eller hvilke tidsperioder som ble filmet. På den andre siden bør en ikke skape data med bakgrunn i hva en ønsker å finne (Hammersley, 2010). Videodata er sensitive data med mennesker som kan identifiseres (Dalland, 2011). Gjenbruk av videodata fører derfor til etiske vurderinger som må tas i betraktning (Andersson & Sørvik, 2013), og disse vil jeg diskutere senere under kapittel 3.7. Som primærobservatør vil en ikke bare få tilgang til selve dataene, men også en implisitt forståelse og minner om hva en har hørt, sett eller følt under datainnsamlingen (Andersson & Sørvik, 2013). Ved gjenbruk av videodata vil en kun ha tilgang til selve dataene, som noen vil kalle utilstrekkelige data (Silva, 2007). Likevel muliggjør gjenbruk av videodata en naturlig gjenskapelse av spesifikke situasjoner (Andersson & Sørvik, 2013). En siste utfordring jeg vil trekke frem, er om videodataene passer tilstrekkelig med forskningen jeg vil gjennomføre (Hammersley, 2010; Silva, 2007). Jeg vil argumentere for at min undersøkelse vil ha godt nytte av videodataene hentet fra LISA-prosjektet. For det første vil jeg gjøre en innholdsanalyse basert på beskrivelser av hvordan matematikklæreren forklarer nytt fagstoff i matematikklasserom, som viser høy fremgang. Av den grunn er ikke denne studiens formål å finne fram til riktige svar, men heller å finne fram til hva som faktisk foregår. For det andre knyttes videodataene opp mot elevers høye fremgang, som samsvarer med den aktuelle problemstillingen.

Til tross for nevnte utfordringer ved gjenbruk av videodata, eksisterer det også noen fordeler. Gjenbruk av videodata åpner opp for muligheter for nye tolkninger eller ny forskning av det samme materialet (Dalland, 2011). Det er ressursbesparende både i tid, men også av utstyr (Andersson & Sørvik, 2013; Corti, 2000). Gjenbruk av videodata gir også større muligheter for etterprøvbarhet, i form av å sjekke gyldigheten til en studie eller til å etterprøve egne resultater (Andersson & Sørvik, 2013). Jeg vil derfor hevde at LISA-prosjektet sitt datamateriale egner seg godt for formålet med denne studien.

3.4.1 Observatørroller

Datamaterialet i LISA-prosjektet ble innhentet av diverse forskningsassistenter og professorer fra prosjektet, som var tilstede under filmingen. I forkant av filmingen fikk deltakerne informasjon om LISA-prosjektet og hvorfor de var tilstede i klasserommet. Forskningsassistentene befant seg stort sett bakerst i klasserommet, og var så lite synlig som mulig.

Ettersom jeg ikke var tilstede under filmingen, blir min rolle som observatør, sekundærobservatør (Andersson & Sørvik, 2013). En utfordring som sekundærobservatør er at jeg ikke har tilgang til alt av detaljer. Med det mener jeg alt læreren skrev på tavlen eller ord jeg kan ha oppfattet feil grunnet tekniske årsaker. Som sekundærobservatør har jeg ikke mulighet til å påvirke kameravinkling eller valg av tidsperiode. Det fører til at jeg må gå nøye gjennom klassetimene for å velge hvilke videoopptak som er aktuelle. En fordel ved å være sekundærobservatør er at jeg får i større grad et subjektivt blikk på deltakerne i studien. Som sekundærobservatør har jeg heller ingen forhold til deltakerne i studien (Andersson & Sørvik, 2013; Schlesinger & Jentsch, 2016).

3.5 Analyse av data

3.5.1 Transkripsjonsprosessen

Transkripsjonsprosessen startet ved at jeg la de utvalgte lærernes videoer inn i et program som kalles Interact. Interact gjør det mulig å legge til spesifikke videosekvenser, før det senere kan kodes i programmet. Derfor startet jeg med å legge inn videosekvensene der forklaringer foregikk. På den måten ble det tidsbesparende da jeg skulle åpne videoene igjen, da jeg kun hadde det utvalgte materialet for transkriberingen (Mayring, 2014). For å kunne beskrive lærerens forklaringer av nytt fagstoff, ønsket jeg derfor å transkribere alle videosekvensene i utvalget mitt grundig fra start til slutt, for å kunne danne et grunnlag for en helhetlig og detaljert forståelse av mønstre, prosesser og tema som gjenspeilte seg. Gjennom transkribering av det verbale, kroppsspråk, aktiviteter og annet som oppstår, blir jeg nødt til å lytte og reflektere over dataene som er samlet inn. På den måten vil jeg få en dypere innsikt i materialet (Vedeler, 2000). Underveis fant jeg ut at deler av forklaringene bestod av organisering og annet ikke-faglig. Derfor valgte jeg kun å transkribere det som bestod av matematisk innhold. Der det var vanskelig å få med seg både hva læreren sa og gjorde, så jeg det på nytt. Jeg måtte også pause videoene underveis, for å rekke å skrive ned alt. I transkriberingen av filmmaterialet hadde jeg fokus på hvilke aspekter som var med i matematikklærerens forklaringer av nytt fagstoff, og hva læreren gjorde. Derfor ble det ikke skilt mellom elever, og elevenes innslag ble forenklet. Et sentralt argument for å transkribere hele det utvalgte datamaterialet er at det kan underbygge konkluderende slutninger. I transkripsjonen som ble gjennomført anonymiserte jeg deltakerne i henhold til etiske retningslinjer.

3.5.2 Analysestrategi

Analyseenhetene for denne studien er matematikklærerne, og er i hovedsak kriteriebestemt på grunnlag av at det er matematikklærere 1) som forklarer nytt fagstoff, 2) i klasserom som viser høyt fremgang, som undersøkes (Johannessen, Tufte & Christoffersen, 2010). Fire matematikklærere og deres forklaringer av nytt fagstoff, er blitt analysert. Lengden på forklaringene varer, som forklart i begrepsavklaringen (kapittel 1.3), fra det tidspunktet der læreren sier at noe nytt skal gjennomgås til læreren endrer aktivitet. Lengden på forklaringene varierer i tid fra 8 minutter til 25 minutter, og i denne studien er totalt 11 forklaringer analysert. Hver forklaring inneholder flere ulike kategorier, og underkategorier. Materialet som er kodet er lærerens verbale utsagn og lærerens handlinger i forbindelse med det nye fagstoffet. Formålet med analysen er å analysere de fire kasusene hver for seg, før en generell forklaring som stemmer overens med de fire ulike kasusene vil dannes (Johannessen et al., 2010).

Fremgangsmåten i analysearbeidet er inspirert av Schwarz (2015, s.381-399) sitt analysearbeid, og basert på Mayring (2015, 375-378) sine analysemodeller for både en deduktiv og en induktiv tilnærming. Analysearbeidet i denne studien foregikk i to faser. Den første fasen foregikk med en deduktiv tilnærming. Modellen for en deduktiv tilnærming kjennetegnes ved at 1) Forskeren begrenser hva som er fokus for studien, 2) Hovedkategorier og underkategorier dannes fra teori, med definisjoner og eksempler, 3) Datamaterialet kodes nøye og 4) Frekvensen av kategoriene sees gjennom og eksempler trekkes fram som viser varierte funn (Mayring, 2015, s.378). En fordel med forhåndsbestemte kodekategorier i denne studien, er at det transkriberte materialet ble håndterlig og kompleksiteten ble senket (Gall et al., 2007). Fase to i analysearbeidet ble gjennomført med en induktiv tilnærming. Modellen til Mayring (2015, s.375) for en induktiv tilnærming kjennetegnes ved at 1) Forskeren begrenser hva som er fokus for studien, 2) Abstrakte kategorier dannes med definisjoner, 3) Forskeren jobber seg gjennom datamaterialet linje for linje, de abstrakte kategoriene omformuleres og eventuelle nye kategorier dannes, 4) Forskeren koder datamaterialet nøye med de nye formulerte kategoriene og 5) Frekvensen av kategoriene tolkes (Mayring, 2015, s.375).

Fase 1 – deduktiv koding

Analysearbeidet i denne studien startet med koding av videoene fra utvalget. Definisjonen av «forklaring» var på forhånd utviklet (se kapittel 1.3). Derfor ble kategorien «forklaring» lagt inn i analyseprogrammet Interact, sammen med filmene fra de aktuelle matematikktimene. Deretter ble det kodet lengden på forklaringen i tillegg til start- og sluttidspunkt. Programmet forenklet den videre analyseprosessen, ved at videoene enkelt kunne starte kun der forklaringer skjedde. Disse hadde ulik varighet, men på bakgrunn av studiens formål er det frekvensen og ikke lengden av forklaringen, som er av interesse. Videre ble transkripsjon av videoene gjennomført. Deretter observerte jeg videosekvensen med tilhørende transkript, og kodet forklaringene i Interact. Jeg hadde på forhånd lagt inn analysekategoriene som var basert på teori og tidligere forskning inn i programmet (se kapittel 3.5.3). Interact muliggjør koding av video direkte mens videoen spiller. Da jeg ble usikker, diskuterte jeg deler av kodingen med medstudenter i LISA-prosjektet. Dette forsterker studiens validitet. Resultatet fra dette var et kodet datamateriale, med underbyggende transkripsjoner. Grunnen til at jeg valgte å transkribere alle de 11 forklaringene, er at de illustrerer konteksten til frekvensen av kategoriene i denne studien (Vedeler, 2000).

Fase 2 – induktiv koding

Som forventet kunne ikke alle delene av datamaterialet som er relevant for studiens problemstilling, bli kodet ved hjelp av kodekategoriene som var forhåndsdannet. Lærernes forklaringer hadde karaktertrekk som ikke de deduktive kodene kunne dekke (Schwarz, 2015). Disse karaktertrekkene ble notert ned, underveis som første fase foregikk. Da første fase var over, ble nye kategorier dannet basert på hva som eksisterte i materialet. Disse kategoriene ble definert og eksemplifisert ved hjelp av deler av datamaterialet. Videre ble hele datamaterialet kodet på nytt, nå med de nye induktive kodene. På lik måte som i fase 2 ble de induktive kategoriene lagt inn i Interact, og videoene ble kodet nå med de nye induktive kategoriene.

3.5.3 Analysekategorier

Fase 1 – deduktive analysekategorier

Kategoriene benyttet til fase 1 i denne analysen er funnet ved hjelp av teori. På bakgrunn av Schlesinger og Jentsch (2016) sine funn om hva som kjennetegner matematikkundervisning av høy kvalitet, ble hovedkategoriene for denne analysen; representasjon, matematisk språk, eksempler og spørsmålsstilling. For å beskrive disse nærmere, og dermed danne noen underkategorier ble annen teori benyttet (se kapittel 2.2.1-2.2.4). Det er viktig å understreke at kategoriene under eksempler er ikke separate fra hverandre og kan alle gi utslag i en enkel eksempeloppgave. De resterende kategoriene er separate fra hverandre. Under vil kategoriene fra fase 1 bli presentert. Tabell 2 viser kategorier for lærerens bruk av representasjonsformer, tabell 3 viser kategorier for lærerens bruk av matematisk språk, tabell 4 viser lærerens bruk av eksempler og tabell 5 viser lærerens bruk av spørsmålsstilling.

Tabell 2 Kategorier for læreres bruk av representasjonsformer (basert på Svingen, 2018)

Kode	Representasjonsform	Hva det innebærer	Eksempler
R1	Visuell representasjon	Lærer bruker en tegning eller et bilde for å illustrere den matematiske ideen, prosedyren eller konseptet	Et bilde av serien "71 grader nord", for å illustrere navigasjon. *(Lærer B, forklaring 1, 00:05:06:12)*
R2	Konkreter som representasjonsform	Lærer bruker fysiske objekter for å illustrere den matematiske ideen, prosedyren eller konseptet	En modell av en jordklode *(Lærer B, forklaring 1, 00:14:05:11)*
R3	Hverdagslig kontekst som representasjonsform	Lærer forklarer den matematiske ideen, prosedyren eller konseptet pakket inn i en hverdagslig kontekst	«I likning kan du gjøre hva søren du vil, så lenge (..) vi gjør likt på begge sider. Tenk på det som en dumpe. Hvis dere to dumper og veier like mye, så hvis jeg hogger av hodet ditt og hogger av hodet ditt, så er det fortsatt lik vekt.» *(Lærer A, forklaring 3, 00:15:16:00)*
R4	Verbal representasjon	Lærer forklarer den matematiske ideen, prosedyren eller konseptet med fagbegreper	"Så gjennomsnitt er lik summen av alle tallverdiene delt på antall verdier.» *(Lærer C, forklaring 1, 00:22:43:08)*
R5	Symbolsk representasjon	Lærer skriver hvordan den matematiske ideen, prosedyren eller konseptet uttrykkes på tavlen/smartboardet	« ≈ » *(Lærer C, forklaring 1, 00:28:06:12)*

Tabell 3 Kategorier for læreres bruk av matematisk språk (basert på Anthony og Walshaw (2008) og Botten (2013))

Kode	Matematisk språk	Definisjon	Eksempler
F1	Forekomst av matematisk språk	Lærer benytter fagbegreper	Bruker «multiplisere» istedenfor «gange» *(Lærer D, forklaring 1, 00:13:01:00)*
F2	Fravær av matematisk språk	Det er tydelig at et fagbegrep bør ha fremkommet. Lærer erstatter et fagbegrep med et hverdagslig begrep.	Bruker «pluss» istedenfor «addisjon» *(Lærer A, forklaring 1, 00:28:06:12)*

Tabell 4 Kategorier for lærerens bruk av eksempler (basert på Hodge et al. (2007), Goldenberg og Mason (2008), Zodik og Zaslavsky (2008) og Leinhardt (2001))

Kode	Eksempeloppgaver	Definisjon	Eksempler
E1	Gjenspeiler hverdagslig kontekst	Eksempelet gjenspeiler en hverdagslig kontekst som elevene er kjent med	«Så hvis Elev da skal i butikken, og har fått en hundrelapp av mamma og så sier mamma så hyggelig at resten er dine penger...» *(Lærer A, forklaring 1, 00:15:05:23)*
E2	Generaliserbart	Eksempelet gir mulighet for at elevene kan bruke det til andre oppgaver	«Dere har gjort et flott gangestykke på en oppgave og fått det svaret der, 14.6978..» *(Lærer A, forklaring 1, 00:20:16:20)*
E3	Inkluderer løsningsmetode	Eksempelet inkluderer løsningsmetode og fremgangsmåte	«Når vi runder av til to desimaler så skal vi skrive det tallet som er nærmest. Og det vi skal finne ut da, er om dette tallet her er nærmere 14,69 enn det er 14,70. For det jeg vet, er at tallet ligger et eller annet sted imellom.» *(Lærer A, forklaring 1, 00:21:56:00)*
E4	Reflekterer viktige matematiske ideer	Eksempelet reflekterer viktige matematiske ideer knyttet til det nye matematiske konseptet	«Det som er viktig, veldig viktig når vi gjør overslag i butikken, at når vi runder av, så må vi ikke alltid runde en vei.» *(Lærer A, forklaring 1, 00:16:50:10)*

E5	Hensikt fremkommer tydelig	Hensikten til hvorfor eksempelet fremvises, fremkommer tydelig	«Skal vise et eksempel til. For det som viser seg nemlig at i Norge så viser det seg at elevene er dårlig i algebra, og det trenger vi ikke å være. Det er bare å lære seg hvordan vi bruker det. Må bare forstå det.» *(Lærer A, forklaring 2, 00:05:37:24)*

Tabell 5 Kategorier for lærerens bruk av spørsmål (basert på Solem og Ulleberg (2013))

Kode	Spørsmålsstilling	Definisjon	Eksempel
S1	Læreren vet svaret og vil orientere seg om hvordan elevene ligger an	Lærere stiller spørsmål "..av typen testspørsmål, innsamling av informasjon, pseduspørsmål, ledende spørsmål og "gjett hva jeg tenker på"-spørsmål.."	«Pluss og minus inntil hverandre, hva blir det?» *(Lærer A, forklaring 3, 00:06:33:13)*
S2	Læreren vet svaret og vil påvirke elevenes faglige tenkning i en bestemt retning	Læreren vil få elevene til å se sammenhenger, begrunne og utforske problemer	«Hva kan skje hvis man runder ned hele tiden?» *(Lærer A, forklaring 1, 00:17:00:00)*
S3	Læreren vet ikke svaret, men vil orientere seg om hvordan elevene ligger an	Lærer spør etter hvordan elevene tenker, hvordan de argumenterer, hvilke strategier de bruker og begrunnelser av løsninger	«..hva er det dere tenkte på?» *(Lærer B, forklaring 1, 00:06:57:03)*
S4	Læreren vet ikke svaret, men vil påvirke elevenes faglige tenkning i en bestemt retning	Lærer ønsker å påvirke elevene til å reflektere og utfordre elevene uten å styre tenkningen deres i en bestemt retning	«..hvordan fant du ut det da?» *(Lærer A, forklaring 3, 00:10:01:44)*

Fase 2 – induktive analysekategorier

I en forklaring av nytt fagstoff vil det være mange faktorer som vil påvirke kvaliteten på forklaringen. I forkant av denne studien valgte jeg å fokusere på fire aspekter ved matematisk undervisningskvalitet som viser seg å påvirke elevenes matematiske prestasjoner (Schlesinger & Jentsch, 2016). Representasjoner, matematisk språk, eksempler og spørsmålsstilling i en forklaring bør være tilstede. Likevel vil det ikke være nok å analysere en forklaring kun ved å se på de nevnte fire aspektene. Kategoriene benyttet til fase 2 av analysen ble formulert på grunnlag av det innsamlede datamaterialet (Schwarz, 2015; Vedeler, 2000). De opprinnelige kodekategoriene var ikke fullstendige nok, og derfor har jeg utviklet noen induktive koder til fase 2 av analysen. Det er lite eksisterende teori på hele forklaringer, derfor inkluderes de nye kodekategoriene i en ny dimensjon; forklaringer av nytt fagstoff.

Underveis i analyseringen av det transkriberte materialet, oppstod det utsagn som jeg undret over. Matematiske kriterier og begrunnelser bør forekomme i en forklaring av nytt fagstoff. I eksempel 1 forklarer lærer A hva avrunding og overslag er, uten å beskrive de matematiske begrunnelsene som ligger bak. Derfor oppstod den induktive kategorien *(A1) mangelfull forklaring*. Forklaringene fra de fire lærerne var i stor grad preget at et hverdagslig språk, eksempler og representasjoner. Istedenfor å kategorisere elementer av forklaringen i deler, vil derfor kategorien *(A2) hverdagslig forklaring* kategorisere hele forklaringer. Av de 11 forklaringene, så jeg underveis et mønster som pekte mot en tradisjonell undervisning, og jeg ønsker derfor å kategorisere forklaringene som tradisjonelle eller utradisjonelle for å kunne diskutere dette senere. For å bestemme om en forklaring er preget av en tradisjonell undervisning, fant jeg indikatorer på dette i datamaterialet. Derfor oppstod kategorien *(A3) tradisjonell forklaring*, med underkategoriene *(A3-1) tavleundervisning* og *(A3-2) løsning av rutineoppgaver*. Tavleundervisning vil si at læreren benytter tavlen mesteparten av forklaringen. Dersom læreren løser flere ganske like oppgaver etter hverandre, kategoriseres forklaringen som løsning av rutineoppgaver (Alrø & Skovsmose, 2002; Franke et al., 2007). Ettersom denne studien undersøker lærere i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner, er det interessant å undersøke i hvilken grad lærere fokuserer på elevers forståelse i deres forklaringer. Etter den første fasen, satt jeg igjen med et inntrykk av at de fleste forklaringene fokuserte mest på å komme frem til et riktig svar. Derfor oppstod hovedkategoriene *(A4) konseptuell orientering* og *(A5) prosedural orientering*, med bakgrunn i Thompson et al. (1994) sin teori. Tabell 6 viser de nye induktive kodene.

Tabell 6 Nye induktive koder

<table>
<tr><th>Kode</th><th colspan="2">Indikasjon / regler for koding</th><th>Eksempel</th></tr>
<tr><td>(A1) Mangelfull forklaring</td><td colspan="2">Forklaringen mangler vesentlige matematiske begrunnelser. Kriterier/regler for det nye fagstoffet forekommer ikke.</td><td>«Overslag er det vi gjør i hodet vårt når vi er i butikken og handler» (Lærer A, forklaring 1, 00:19:53:11)</td></tr>
<tr><td>(A2) Hverdagslig forklaring</td><td colspan="2">Lærer benytter et hverdagslig språk, med kjente ord og uttrykk. Lærer bruker hverdagslige eksempler og representasjoner for det nye fagstoffet. Forklaringen er relatert til elevenes liv. Matematikken er i liten grad abstrakt.</td><td>Et bilde av serien “71 grader nord”, for å illustrere navigasjon. (Lærer B, forklaring 1, 00:05:06:12)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(A3) Tradisjonell forklaring</td><td>(A3-1) Tavleundervisning</td><td>Lærer bruker tavle eller smartboard i store deler eller i hele forklaringen. Lærerstyrt undervisning.</td><td>“Og bokstaven b har verdien 3. Gir dette mening?” Hun vender seg mot smartboardet og skriver. (Lærer D, forklaring 1, 00:15:23:00)</td></tr>
<tr><td>(A3-2) Løsning av rutineoppgaver</td><td>Lærer løser rutineoppgaver på tavlen. Flere av samme type.</td><td>“.. regn ut arealet av rektangelet når vi setter at a er lik 6, og b er lik 3» (Lærer D, forklaring 1, 00:13:42:15)</td></tr>
<tr><td>(A4) Konseptuell orientering</td><td colspan="2">Lærer skaper en sammenheng mellom det elevene har lært tidligere og det nye fagstoffet. Lærer lar elevene få streve med spørsmål lærer stiller under forklaringen. Lærer lar elever streve med eksempler vist på tavlen. Lærer bruker matematiske fagbegreper</td><td>«Hva kan skje hvis man runder ned hele tiden?» (Lærer A, forklaring 1, 00:17:00:00)</td></tr>
<tr><td>(A5) Prosedural orientering</td><td colspan="2">Lærer viser prosedyrene til det nye fagstoffet på tavlen, uten å forklare hvorfor de ulike stegene av løsningen er viktig.</td><td>«..hun tar også legger på tallene eller trekker fra litt, slik at tallene blir runde og pene» (Lærer A, forklaring 1, 00:08:24:19)</td></tr>
</table>

3.6 Forskningsetikk, validitet og reliabilitet

I løpet av en forskningsprosess vil alle valg jeg tar som forsker kunne påvirke resultatene av studien. Derfor er det viktig at alle valg begrunnes, og at jeg er bevisst på hvordan studiens troverdighet kan sikres for å oppnå valide og velbegrunnede forskningsresultater (Creswell & Miller, 2000; Vedeler, 2000). Ved å begrunne og beskrive alle valg som er tatt underveis, vil også andre kunne gjennomføre liknende studier. I dette kapittelet vil jeg begrunne alle valg jeg har tatt gjennom forskningsprosessen i lys av teori om forskningsetikk, validitet og reliabilitet.

3.6.1 Forskningsetikk

Det er flere etiske vurderinger og betraktninger en må ta høyde for når en skal både samle inn og behandle data, som har med mennesker å gjøre (Everett & Furseth, 2012). Det er derfor viktig å være klar over disse i forkant, under og etter datainnsamlingen. Denne undersøkelsen har benyttet data som allerede er samlet inn av LISA-prosjektet. Derfor er mange av de etiske retningslinjene for innsamlingen av data allerede tatt, som for eksempel tillatelse fra Datatilsynet (Everett & Furseth, 2012), tilstrekkelig informasjon til informantene (Everett & Furseth, 2012; Tjora, 2017) og informert og fritt samtykke fra både foreldre, lærere og ungdom (Befring, 2015; Ryen, 2016).

Selv om jeg har gjenbrukt data og av den grunn har en begrenset kjennskap til informantene, er det noen etiske vurderinger jeg selv må ta i betraktning. Elevenes og lærernes identiteter er tatt spesielt hensyn til og de er derfor anonyme i denne undersøkelsen. Data som er personlig gjenkjennelig er heller ikke benyttet (Befring, 2015; Everett & Furseth, 2012; Ryen, 2016). Videre har denne studien siktet mot å opptre redelig og fremstille datamaterialet på en ærlig måte. Resultatene er derfor i stor grad valgt ut på bakgrunn av om det er representativt for helheten (Befring, 2015; Ryen, 2016). I motsetning til skrevne feltnotater, inneholder videodata spesielt sensitiv data om mennesker. Derfor kreves det at dataene er lagret på en forsvarlig og lovlig måte (Tjora, 2017). Jeg har kun hatt tilgang til LISA-dataene på bestemte PC-er på et videolaboratorium på Universitetet i Oslo, der dataene er lagret på en forsvarlig måte. Jeg har i tillegg skrevet under på en kontrakt med krav om fullstendig taushetsplikt til all videodata jeg observerer.

3.6.2 Validitet

Validitet innebærer om hvorvidt en studie er gyldig eller ei (Creswell & Miller, 2000), og studiens grad av generaliserbarhet (Tjora, 2017). En skiller ofte mellom indre og ytre validitet (Cohen, Manion, Morrison, & Bell, 2011). Disse vil fremheves under, men først vil en potensiell trussel mot validiteten innenfor kvalitativ forskning trekkes frem. En potensiell trussel til validiteten er det Johnson og Christensen (2013, s.299) kaller for "researcher bias", som her kalles for forskerbias. Forskerbias innebærer hvorvidt mine personlige oppfatninger, verdier og forventninger påvirker resultatene i forskningen (Creswell & Miller, 2000). I forkant av studien, lagde jeg et tankekart om mine tanker, oppfatninger, forventninger og erfaringer knyttet til studiets fenomen. Dette kaller Johnson og Christensen (2013, s.299) og Tjora (2017, s.251) for "refleksivitet". Refleksivitet innebærer forskerens evne til å aktivt reflektere over egen forskerbias og egen tolkning, og hvorfor den er tolket som den er tolket (Johnson & Christensen, 2013; Tjora, 2017). På den måten ble jeg bevisst på at disse faktorene ville kunne være med på å påvirke gyldigheten av studien (Creswell & Miller, 2000). Likevel er det umulig å være totalt objektiv, og det er viktig å understreke at valg jeg har tatt underveis i denne studien er i noen grad påvirket av mitt personlige ståsted og syn (Johnson & Christensen, 2013). Jeg har egne erfaringer fra klasserommet både som elev og lærer, og vil på bakgrunn av dette ha egne antakelser om hvordan en matematikklærer bør forklare nytt fagstoff.

3.6.3 Indre validitet

Indre validitet omhandler i hvilken grad gyldigheten av resultatene holder for den aktuelle studien (Cohen et al., 2011; Johnson & Christensen, 2013), og om studien kan besvare problemstillingen (Tjora, 2017). I noen tilfeller kan det bety resultatenes nøyaktighet. Det vil si at resultatene må beskrive fenomenet som blir undersøkt så nøyaktig som mulig. Det innebærer også forskerens evne til å beskrive funnene slik deltakerne i studien ville beskrevet det (Tjora, 2017). Derfor har jeg forsøkt å tilnærme meg materialet på en nøytral måte, selv om total objektivitet er umulig (Vedeler, 2000). For å styrke denne studiens validitet ble videoopptakene diskutert med medstudenter i LISA-prosjektet (Cohen et al., 2011; Creswell & Miller, 2000). Da jeg var usikker på hvordan jeg skulle kategorisere deler av materialet, diskuterte vi det sammen. På den måten vil også et potensielt forskerbias bli redusert, ved at mine antakelser blir bekreftet eller avkreftet av en annen observatør (Creswell & Miller, 2000; Johnson & Christensen, 2013; Patton, 1999). Jeg har også gjennomført gjentatte kodinger og analyser av materialet, for å opprettholde troverdigheten til funnene og tolkningene som er presentert. Dette er gjort for å sikre at kodingen er nøyaktig gjennomført.

3.6.4 Ytre validitet

Ytre validitet innebærer i hvilken grad resultatene kan benyttes til å generalisere for en større populasjon, kasus, situasjon eller setting. Med andre ord omhandler ytre validitet om hvorvidt resultatene er overførbare (Cohen et al., 2011; Johnson & Christensen, 2013), og om kasusene i denne studien kan gi en forståelse som er overførbar til andre sammenhenger. Johnson og Christensen (2013) understreker at den ytre validiteten ofte er svakere i kvalitative studier, i motsetning til kvantitative studier. De begrunner dette med at kvalitative forskere som regel er mer interesserte i spesielle resultater, i kontrast til universale resultater (Johnson & Christensen, 2013). Jeg har forsøkt å oppnå en naturalistisk generalisering ved å beskrive denne forskningsprosessen så detaljert som mulig, og på den måten kan leseren avgjøre selv hvorvidt denne studiens resultater vil passe med annen forskning (Johnson & Christensen, 2013; Tjora, 2017). Ettersom de opprinnelige kategoriene ikke var tilstrekkelige nok og induktive kategorier fremkom fra datamaterialet, vil en kunne argumentere for at noen grad av konseptuell generalisering er oppnådd. På bakgrunn av at denne studien har utviklet nye kategorier som også kan brukes i andre studier (Tjora, 2017).

3.6.5 Begrepsvaliditet

I pedagogisk forskning eksisterer det teoretiske begreper som ikke er direkte observerbare. Derfor må en i forkant bestemme hvilke observerbare tegn som skal regnes som indikatorer for slike begreper, som kalles å definere begrepet operasjonelt. Deretter må forskeren vurdere om hvorvidt det som skulle bli målt samsvarer med det som måles (Kleven, 2014). Dersom det teoretiske begrepet samsvarer med det operasjonaliserte begrepet, oppnås det som kalles for *begrepsvaliditet* (Cohen et al., 2011; Johnson & Christensen, 2013; Kleven, 2014). Under kapittel 1.3 eksisterer begreper jeg har definert ved hjelp fra litteratur, som for eksempel begrepet «forklaring».

3.6.6 Reliabilitet

Reliabiliteten til en studie omhandler studiens pålitelighet (Everett & Furseth, 2012; Tjora, 2017), og at etterprøvbarhet av samme fenomen kan gi samme resultat ved gjentatte målinger på et senere tidspunkt (Cohen et al., 2011). Dersom denne studien skal være pålitelig er det avgjørende at jeg har nok data. I etterkant av gjennomførelsen av den deduktive analyseringen av datamaterialet, ble jeg nødt til å gjennomføre en induktiv analyse da datamaterialet gav mønstre som ikke ble synlig fra den deduktive analysen. På den måten ble datamaterialet gjennomgått to ganger som også bidro til mer nøyaktighet. Reliabiliteten til meg som forsker grunner i hvilke forberedelser jeg har gjort, min forforståelse, min erfaring og trening i metodikkene (Patton, 1999). For å sjekke dataenes pålitelighet kunne jeg ha gjennomført en lik studie med en annen populasjon med lærere, for å se om jeg fikk et resultat som ble tilnærmet likt (Everett & Furseth, 2012). Jeg har i stor grad ønsket å tilnærme meg en nøytral og objektiv rolle (Tjora, 2017), men som nevnt over er total objektivitet ikke mulig. Jeg har samme utdanning som de valgte lærerne og dette kan mulig ha påvirket de valgene jeg har tatt underveis (Tjora, 2017). Jeg har ikke møtt disse lærerne før og har heller ingen tilknytning til noen av skolene. Dette kan ha betydning for tolkningsprosessen. Derfor er det grunnleggende at jeg er åpen om min forforståelse (Tjora, 2017). En annen forsker ville mulig observert noe annet (Patton, 1999), tolket materialet på en annen måte (Blikstad-Balas, 2017) eller valgt andre eksempelutdrag fra datamaterialet, og resultatdelen ville sett ut på en annen måte. Reliabiliteten til studien vil styrkes dersom forskeren beskriver hvordan eget ståsted vil kunne påvirke forskningen (Tjora, 2017). En annen måte å styrke en studies reliabilitet er gjennom gode begrunnelser for valg av utvalg, og forskerens forhold til deltakerne i studien (Tjora, 2017). Det at jeg har valgt både en deduktiv og en induktiv tilnærming der jeg veksler mellom teori og empiri, har mulig påvirket hvordan jeg har tolket funnene på, samt hvordan funnene er presentert. En styrke til denne studiens pålitelighet er at jeg gjennomgikk et transkripsjonsutdrag med veilederen min, og forstod da hvordan jeg burde tolke resten av utdragene.

4 Resultater

I dette kapittelet vil jeg presentere resultatene fra analysen av det transkriberte datamaterialet, og disse skal brukes for å besvare problemstillingen for denne studien;
Hva kjennetegner matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner?

Dette kapittelet vil innlede med en presentasjon av de fire lærernes undervisningssekvenser for å gi en oversikt over det kodede datamaterialet. Deretter vil jeg beskrive konteksten i de fire ulike klasserommene for å gi et mer utfyllende bilde av undervisningssekvensene. Videre har jeg valgt å presentere resultatene fra fase 1 av de fire matematikklærerne sammen, delt inn i de fire hovedkategoriene; representasjon, matematisk språk, eksempler og spørsmålsstilling. Dette er for å gi en oversikt over forekomsten av de nevnte hovedkategoriene i de fire klasserommene. Videre vil resultatene fra fase 2 som oppstod fra empiri presenteres. For å gi en detaljert oversikt over hvordan representasjoner, matematisk språk, eksempler og spørsmålsstilling blir brukt i lærernes forklaringer vil jeg vise til transkripsjonene. Dette vil også gjøres under resultatene fra fase 2. Transkripsjon av datamaterialet benyttes for å eksemplifisere de ulike forklaringene av nytt fagstoff, og vil danne mye av grunnlaget for diskusjonen i neste kapittel. Avslutningsvis i kapittelet vil jeg gi en kort oppsummering over studiens hovedfunn.

4.1 Oversikt over lærerne og undervisningssekvensene

Tabell 7 gir en oversikt over hvilket fagstoff som gjennomgås i de utvalgte sekvensene hos de fire lærerne i denne studien. Det *overordnete temaet* i de enkelte forklaringene er det Utdanningsdirektoratet (2013, s.2) kaller for «hovedområde» på læreplanen. Hva som forklares, står under *hva forklares*.

Tabell 7 Oversikt over fagstoff gjennomgått i de fire lærernes forklaringer

<table>
<tr><th>Lærer</th><th>1. Forklaring</th><th>2. Forklaring</th><th>3. Forklaring</th></tr>
<tr><td>Lærer A</td><td>Overordnet tema:
o Hoderegning, avrunding og overslag
Hva forklares:
o Hvordan utføre hoderegning, avrunding og overslag</td><td>Overordnet tema:
o Algebra
Hva forklares:
o Variabler
o Regne sammen ledd</td><td>Overordnet tema:
o Algebra
Hva forklares:
o Variabler
o Regne sammen ledd</td></tr>
<tr><td>Lærer B</td><td>Overordnet tema:
o Funksjoner
Hva forklares:
o Lengdesirkler
o Breddesirkler
o Hvordan jordkloden er delt opp
o Breddegrad
o Lengdegrad</td><td>Overordnet tema:
o Funksjoner
Hva forklares:
o Null-meridian
o Ekvator
o Et koordinat
o Plotte punkter i Geogebra
o x-akse og y-akse
o Kvadrant
o Origo
o Koordinatsystem</td><td>Overordnet tema:
o Funksjoner
Hva forklares:
o Se koordinater opp mot grafer
o Tolke tabeller og grafer</td></tr>
<tr><td>Lærer C</td><td>Overordnet tema:
o Statistikk
Hva forklares:
o Sentralmål
o Gjennomsnitt
o Median</td><td>Overordnet tema:
o Statistikk
Hva forklares:
o Typetall</td><td></td></tr>
<tr><td>Lærer D</td><td>Overordnet tema:
o Algebra
Hva forklares:
o Variabler
o Regne sammen ledd</td><td>Overordnet tema:
o Algebra
Hva forklares:
o Variabler
o Regne sammen ledd</td><td>Overordnet tema:
o Algebra
Hva forklares:
o Løse opp parenteser</td></tr>
</table>

4.2 Kontekstualisering av timene

Matematikktimene jeg har observert er hentet fra fire ulike klasserom, der jeg har observert tre ulike timer hos lærer A og D, og to ulike timer hos lærer B og C. Derfor er ikke konteksten den samme i hvert tilfelle. Under vil derfor den overordnede konteksten i hvert klasserom beskrives i korte trekk.

4.2.1 Lærer A

Lærer A forklarer nytt fagstoff i tre ulike timer. Han bruker en tavle i alle de tre forklaringene. Elevene sitter parvis med høyre side vendt mot tavlen. Temaet for den første forklaringen er hoderegning, avrunding og overslag. Den andre forklaringen tar for seg algebra, med variabler og trekke sammen ledd i fokus. Det samme gjelder for den siste forklaringen, men matematikken avanseres. Opplegget i alle de tre forklaringene er tavleundervisning, der lærer A veksler mellom å forklare det nye fagstoffet muntlig ved hjelp av tavlen og ved å vise eksempler på tavlen. Elevene stiller ingen spørsmål underveis i forklaringene. Lærer A stiller spørsmål underveis, og elevene svarer med korte setninger eller ord.

4.2.2 Lærer B

Lærer B forklarer nytt fagstoff i to av timene, men forklarer det nye fagstoffet i to omganger i den første timen. Han bruker en tavle og et smartboard i alle de tre forklaringene. Elevene sitter parvis vendt mot tavlen. Temaet for den første forklaringen er funksjoner; å bli kjent med koordinatsystemet og hva koordinater er. Den andre forklaringen tar også for seg koordinatsystemet, men nå på GeoGebra. Det nye fagstoffet i den siste forklaringen er å se koordinater opp mot grafer. Opplegget i alle de tre forklaringene er tavleundervisning, der lærer B veksler mellom å forklare det nye fagstoffet muntlig ved hjelp av tavlen og ved å vise eksempler på tavlen. Han innleder den første forklaringen ved å fortelle en personlig historie som viser hvorfor vi trenger koordinater. Videre viser han bilder på smartboardet av blant annet en orienteringsløper og Lars Monsen. Elevene stiller ingen spørsmål underveis i forklaringene. Lærer B stiller spørsmål underveis, og elevene svarer med korte setninger eller ord.

4.2.3 Lærer C

Lærer C forklarer nytt fagstoff i to av timene. Hun bruker et smartboard i begge forklaringene. Elevene sitter i grupper på fire. Temaet for den første forklaringen er sentralmål, gjennomsnitt og median. Den andre forklaringen tar for seg typetall. Opplegget i begge forklaringene veksler mellom at elevene leser høyt for hverandre hva det nye fagstoffet innebærer, før lærer C stiller spørsmål om hva det nye fagstoffet handlet om og at lærer C gjennomgår noen eksempler på tavlen. Elevene stiller ingen spørsmål underveis i forklaringene. Lærer C stiller spørsmål underveis, og elevene svarer med korte setninger eller ord.

4.2.4 Lærer D

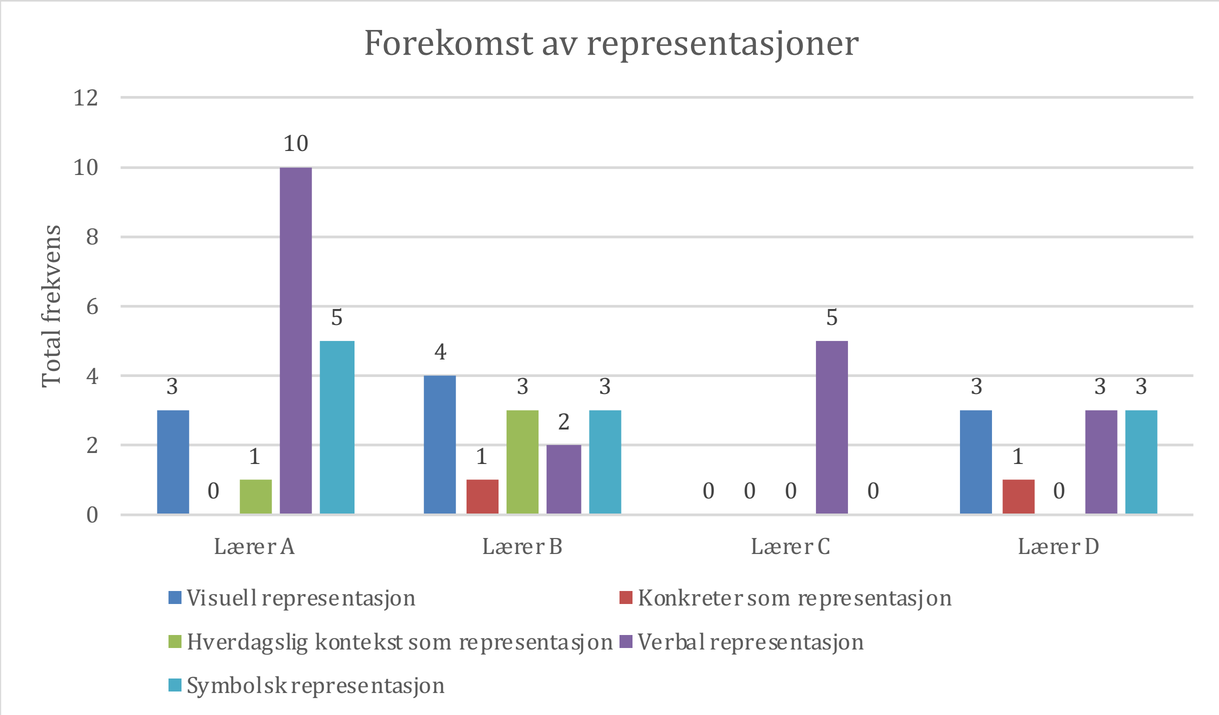
Lærer D forklarer nytt fagstoff i tre separate timer. Hun bruker en tavle og et smartboard i alle de tre forklaringene. Elevene sitter parvis vendt mot tavlen. Temaet for den første forklaringen er algebra; variabler. Den andre forklaringen tar også for seg algebra, men nå å regne sammen ledd. Det nye fagstoffet i den siste forklaringen er å løse opp parenteser. Opplegget i alle de tre forklaringene er tavleundervisning, der lærer D veksler mellom å forklare det nye fagstoffet muntlig ved hjelp av tavlen og ved å vise eksempler på tavlen. I kontrast til lærer A, B og C sine elever, stiller elevene i lærer D sin klasse faglige spørsmål underveis og lærer D svarer.

4.3 Fremstilling av koderesultater

I dette delkapittelet vil oversikten over forekomsten av de fire hovedkategoriene fra kodingen av datamaterialet forekomme, samt kategoriene som oppstod fra empiri. Resultatet fra den induktive kodingen vil derfor fremkomme fortløpende etter resultatet fra den deduktive kodingen. Under hver kategori vil eksempler fra transkripsjonsresultatene forekomme for å tydeliggjøre og begrunne analysen som er gjennomført. Ettersom denne studien er interessert i læreres forklaringer av nytt fagstoff, skilles det ikke mellom hvilke elever som snakker. De valgte utdragene er eksempler av transkripsjonene som er representativt for det resterende materialet. For å illustrere hvordan de enkelte utsagnene er kodet, vil navnet på koden forekomme i avslutningen av enkelte tidssekvenser.

4.3.1 Representasjon

Figur 2 viser forekomsten av de ulike representasjonene i de fire lærernes forklaringer. Representasjoner skjer i alle de fire lærernes forklaringer.



Figur 2 Forekomst av representasjoner i lærer A, B, C og D sine forklaringer

Som figuren viser, er det klare forskjeller i hyppigheten av representasjonsformer de fire lærerne benytter. Vi ser at representasjonsformen som har høyest frekvens og som eksisterer i alle de fire lærernes forklaringer er «verbal representasjon», og den er tydelig høyest hos lærer A. I tillegg skiller forekomsten av representasjonsformer seg ut i lærer C sine forklaringer, der det kun er benyttet «verbal representasjon». Representasjonsformen «hverdagslig kontekst som representasjon» er forholdsvis lav, og «konkreter som representasjon» forekommer kun én gang i lærer B og D sine forklaringer.

Eksempel 1, Lærer A – forklaring av avrunding og overslag (verbal representasjon, forekomst av fagbegreper)

I forkant av denne verbale representasjonen har lærer A gått gjennom et eksempel på overslag og avrunding. Utsagnet under har lærer A gjentatt på lik måte fem ganger tidligere.

[00:19:53:11] Lærer: Overslag er det vi gjør i hodet vårt når vi er i butikken og handler. Avrunding er når vi runder av i overslagene. (R4, F1)

[*Lærer peker på tavlen*]

[00:20:03:00] Lærer: Dette er en avrunding. Vi tar et tall som er nøyaktig og gjør det til et annet tall som er penere og lettere å regne med. Overslag er det vi gjør i hodet, når vi går i butikken og legger sammen prisene. (R4, F1)

Dette er kodet som verbale representasjoner (R4). Lærerens tilsynelatende hensikt med disse verbale representasjonene, er å forklare hva avrunding og overslag er. Utdraget plukket ut er sjette verbale representasjon av avrunding og overslag, så det er tydelig at han ønsker at dette er noe elevene skal ta med seg videre. Lærer A benytter i større grad en formell forklaring når avrunding blir representert. I motsetning til overslag, der representasjonen er mer knyttet til en hverdagslig kontekst. Når overslag forklares, forenkles altså det nye fagstoffet til noe som er mer kjent for elevene. Dette er et typisk eksempel på hvordan lærer A forklarer avrunding og overslag ved hjelp av verbale representasjoner.

Eksempel 2, Lærer C – forklaring av gjennomsnitt (verbal representasjon, forekomst og fravær av fagbegreper)

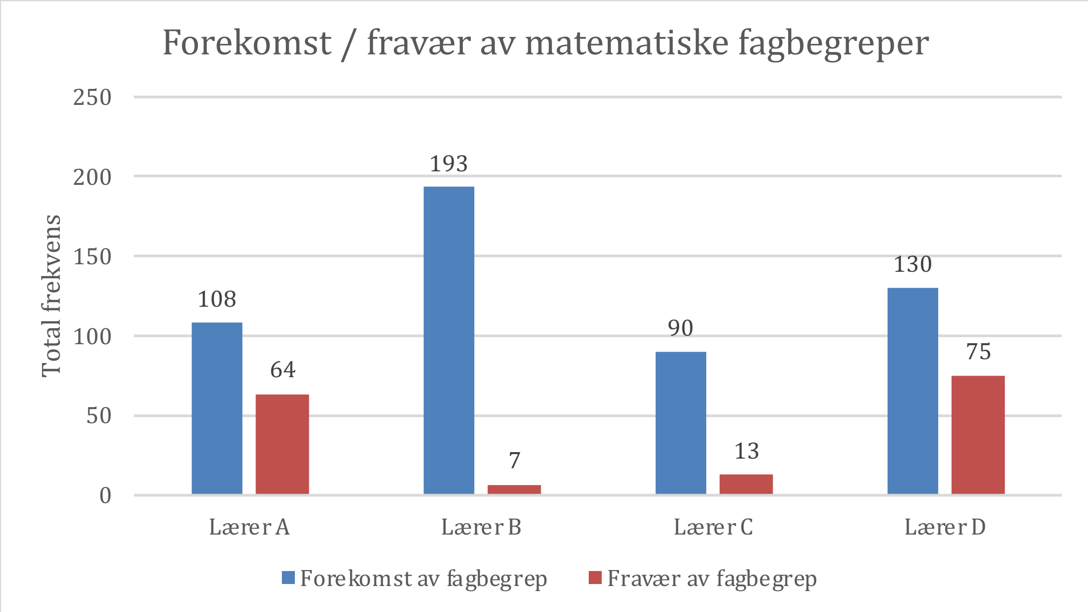
I forkant av eksempelet under har elevene lest for hverandre hva gjennomsnitt er, og lærer C har vist et eksempel på tavlen.

[00:22:49:18] Lærer: Så gjennomsnittet er lik summen av alle tallverdiene delt på antall verdier. (R4, F1, F2)

Eksempel 2 viser en verbal representasjon (R4) gitt av lærer C. Denne verbale representasjonen kommer etter elevene har fått en forklaring på hva gjennomsnitt er, og etter lærer C har gjennomgått et eksempel på tavlen. På lik måte som lærer A, kan det virke som om det nye fagstoffet gjentas for å tydeliggjøre viktigheten av det. Denne verbale representasjonen er en formell forklaring, der frekvensen av forekomst av fagbegreper er høyere enn fravær av fagbegreper og kriteriene for prosedyren ved gjennomsnitt forekommer.

4.3.2 Matematisk språk

Figur 3 viser forekomsten og fravær av matematiske fagbegreper i de fire lærernes forklaringer. Forekomst av fagbegrep skjer når læreren bruker et matematisk fagbegrep i den faglige kontekst. Fravær av fagbegrep innebærer at læreren benytter et alternativt begrep, der et fagbegrep ville vært passende.



Figur 3 Forekomst/fravær av fagbegreper i lærer A, B, C og D sine forklaringer

Diagrammet viser at det er en høy frekvens av forekomst av matematiske fagbegreper i alle de fire lærernes forklaringer. Spesielt skiller lærer B seg ut med en især høy frekvens av fagbegreper, og et tydelig lavt fravær av fagbegreper. Lærer C skiller seg også ut med et lavt fravær av fagbegreper. Lærer A og D har nokså jevn frekvens av både forekomst og fravær av fagbegreper i sine forklaringer.

Eksempel 3, Lærer B – forklaring av koordinatsystem (forekomst av fagbegreper, verbal representasjon)

I forkant av eksempel 3 har elevene blitt forklart hva et koordinatsystem er og hvordan det brukes. Eksempel 3 er det siste lærer B gjør før han runder av timen.

[00:59:13:13] Lærer: Hva kaller vi akkurat det skjæringspunktet, mellom x-aksen og y-aksen? (...) Det har fått et eget navn. (...) Elev, husker du det? Eller Elev kan prøve først. (F1, S1)

[01:00:10:02] Elev: Vet ikke.

[01:00:12:11] Lærer: Nei, litt usikker. Elev?

[01:00:15:04] Elev: Sentrum.

[01:00:18:00] Lærer: Ja, det er på en måte sentrum, men det begynner på o. (...)

[01:00:23:01] Elev: Okse.

[*Læreren skriver origo på tavlen*]

[01:00:25:00] Lærer: Ikke okse. Hva står det der? Origo. (...) Og da spør jeg dere, hvilke koordinater er det origo har? Elev? (F1, S1)

[01:00:29:23] Elev: Null komma null.

[01:00:30:00] Lærer: Null komma null. Så det som går igjennom origo har koordinatene null komma null. (F1)

I eksempelet over er det blitt frekvensen av «forekomst av fagbegrep» (F1), 8. Det illustrerer hyppigheten av lærer B sin bruk av fagbegreper i sine forklaringer. Det fremkommer tydelig at han er opptatt av at sine elever skal kunne fagbegrepene knyttet til det nye fagstoffet. I tillegg gir han elevene noen sekunder på å komme på hva skjæringspunktet mellom x-aksen og y-aksen heter. Noen elever vil da mulig oppleve å bruke krefter på å lete frem ordet. Spørsmålene lærer B stiller underveis er kodet til å være spørsmål der «læreren vet svaret og vil orientere seg om hvordan elevene ligger an» (S1), som illustrert over er ledende spørsmål. Lærer B vet hvilke svar han er ute etter, og ber elevene nærmest gjette hva han tenker på.

Eksempel 4, Lærer A –forklaring av variabler (symbolsk representasjon, spørsmålsstilling, fravær av fagbegreper)

Eksempel 4 er hentet fra lærer A sin andre forklaring. Det er tydelig at dette er første gang elevene møter på algebra, og i forkant av utdraget under har lærer A spurt om det er noen som vet hva algebra er, og en elev svarer bokstavregning. Lærer A tar videre styringen.

[00:01:02:08] Lærer: Okei, men eksempelvis a og b og c og x og sånn er bokstaver som vi bruker. Er det noen som vet hva bokstavene står for? (E2, R5, S1)

[00:01:12:11] Elev: Ukjent

[00:01:16:03] Lærer: Ja, men hva da? Ukjent apekatt? Ukjent bil? (S1)

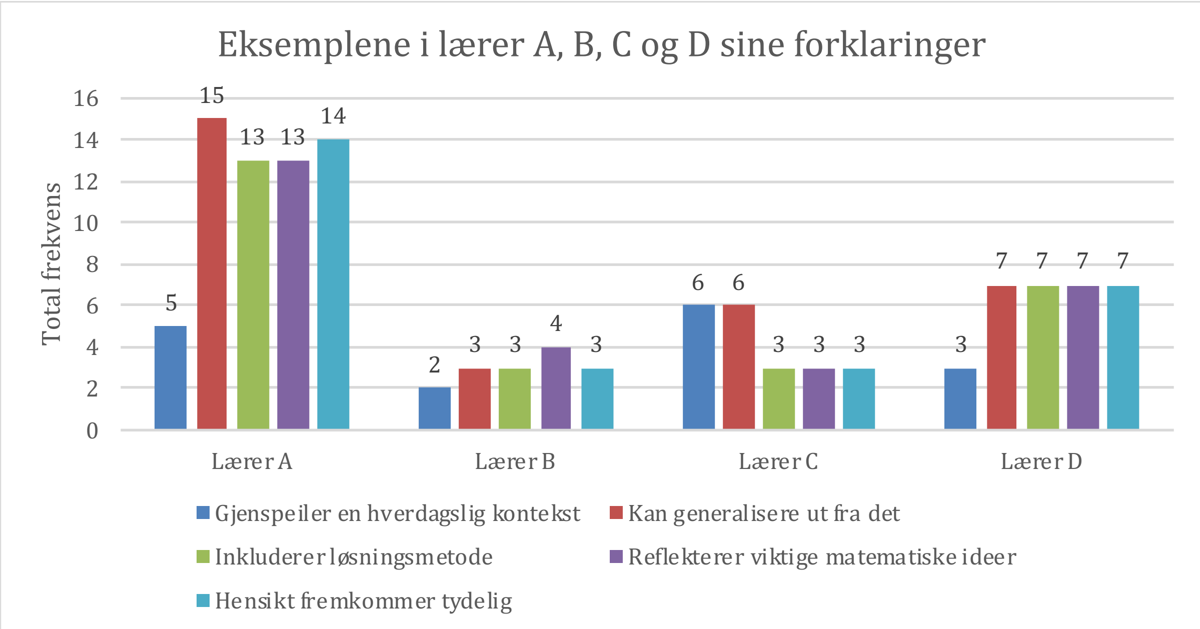
[00:01:24:21] Elev: Tall

[00:01:28:34] Lærer: Ja, så husk det her, bokstavene står alltid for tall. Ikke noe annet. For tall. Problemet er bare vi vet ikke hvilke tall. Så det kan være 1, 2, 0.34, en fjerdedel, vi vet ikke hva. Men det står for et tall. (R5, F2)

I eksempel 4 ønsker lærer A å forklare hva en variabel er, ved hjelp av en symbolsk representasjon. Den symbolske representasjonen er bokstavene lærer A skriver opp på tavlen (R5). Det er også eksempler på navn til variabler en kan bruke, og jeg har derfor kodet det til et eksempel som er «generaliserbart» (E2). Ved hjelp av spørsmålene han stiller får han frem at bokstavene står for ukjente tall. For en elev som aldri har sett algebra før kan dette virke lite oppklarende. Lærer A sier ingenting om at forutsetningen for å vite hvilke tall som står for bokstavene, er konteksten eller problemstillingen knyttet til bokstavene. Han nevner heller ikke hva han faktisk forklarer; variabler (F2) og at den samme bokstaven alltid står for det samme tallet i en kontekst. De to spørsmålene som forekommer er kodet til spørsmål der «læreren vet svaret og vil orientere seg om hvordan elevene ligger an» (S1).

4.3.3 Eksempler

Figur 4 viser eksemplene i de fire lærernes forklaringer. Disse kategoriene er uavhengige av hverandre, og hver kategori kan derfor oppstå på det samme eksempelet.



Figur 4 Eksemplene i lærer A, B, C og D sine forklaringer

Figuren viser at det er tydelig forskjell hos de fire lærerne. Lærer A sine eksempler skiller seg ut, der det er en tydelig høy forekomst av at eksemplene «inkluderer løsningsmetode», «kan generalisere ut fra det», «reflekterer viktige matematiske ideer» og «hensikt fremkommer tydelig». I forhold til lærer A, C og D, bruker lærer B få eksempler.

Eksempel 5, Lærer A – forklaring av å lage en formel (eksempel, spørsmålsstilling, forekomst av fagbegreper)

Eksempel 5 er fra lærer A sin andre forklaring, og er et eksempel på hvordan man skal lage en formel ved hjelp av gitt informasjon. I forkant av eksempel 5 har lærer A gjennomgått to lignende eksempler på tavlen.

[00:06:34:22] Lærer: Okei, når jeg kjører hjem fra jobb etterpå så skal jeg fylle diesel på bilen min. Fordi det er lite diesel igjen. Dere får nå alle 1 minutt på å prøve og formulere ned i boka deres, en formel på hvor mye jeg må betale på Shell her borte, når jeg skal fylle diesel på bilen min. (E1, F1)

[00:06:53:00] Elev: Hva koster diesel?

[00:06:59:01] Lærer: Det koster 14 kroner.

[*En liten pause*]

[00:07:15:32] Lærer: Hva slags uttrykk blir det? Når jeg skal bort på Shell, når jeg skal fylle diesel på bilen min, og det er 13 liter. (S2, F1)

[*Skriver 13 liter og 14 kr ned på tavlen*]

[00:07:22:14] Lærer: For literen. Klarer dere å lage en formel som uttrykker dette med noen variabler. Og da bør dere ha med to variabler. (..) (F1)

[*Han skriver F = pris på tavlen*]

[00:07:37:15] Lærer: F er lik. F er prisen Lærer A må betale.

(..)

[00:07:57:00] Lærer: Hva er det som påvirker hvor mye jeg må betale til dama på Shell? Ikke gjør det vanskeligere enn det er nå. Når jeg går inn på Shell og betaler, hva er det som avgjør hvor mye penger jeg må betale? Det er to ting. Elev? (S2)

[00:08:15:00] Elev: 13.90 ganger l. (F2)

[00:08:21:03] Lærer: 13.90 ganger l, hva står l'en for? (F2, S1)

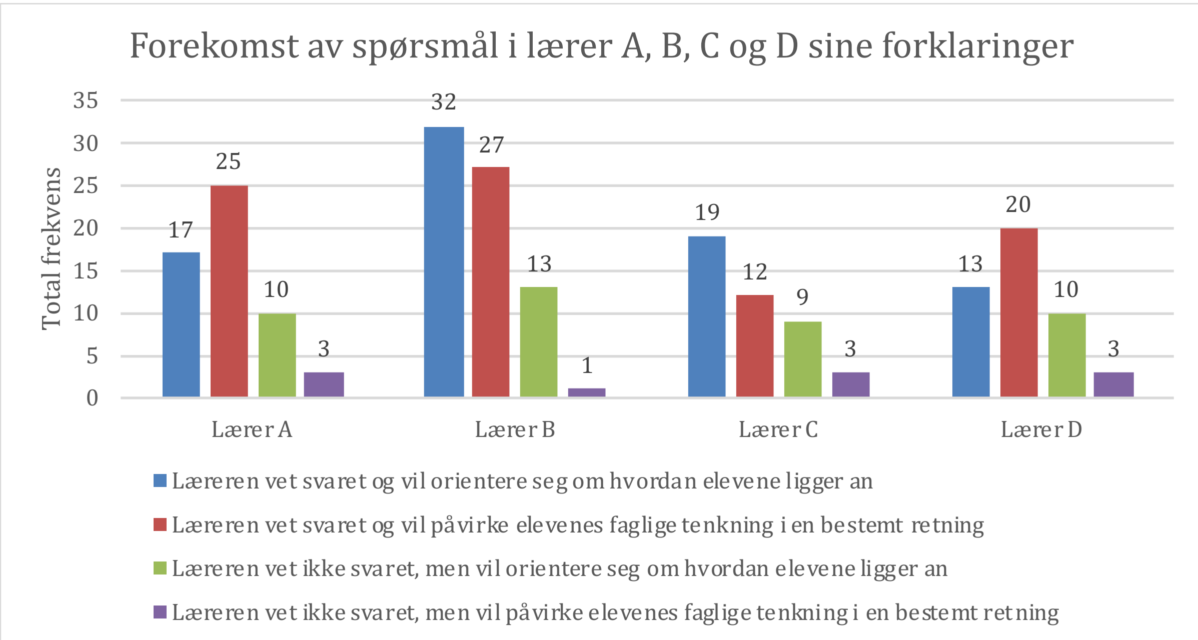
[00:08:38:13] Elev: Liter.

[00:08:41:01] Lærer: Ja, hvor mange liter jeg fyller, altså hvor mye er det plass til på tanken på bilen. 13.90 er prisen, så hvis jeg ganger prisen med antall liter, da får jeg f'en, som er hvor mye jeg må betale. Der har vi den generelle formelen som jeg må bruke når jeg skal fylle diesel i dag. (F2, E3, E4, F1)

Måten eksempelet over gjennomføres kjennetegner majoriteten av eksempler i lærer A sine tre forklaringer. Eksemplene er ofte knyttet til en hverdagslig kontekst (E1). Det virker som om han ønsker å trekke elevene inn, men feiler da han overtar tankene bak elevenes utsagn. Han spør etter riktig svar, og ber ingen om å begrunne (S1). På den måten er det i stor grad lærerstyrt og lite elevaktivitet i lærer A sine eksempler. Oppgaven over skal gi elevene en forståelse av hvordan en formel fungerer ved bruk av den gitte informasjonen. Ordet «variabel» har aldri blitt nevnt eller forklart av lærer A tidligere, men han ber elevene i dette eksempelet om å lage en formel som uttrykker informasjonen med to variabler (F1). Her blir altså et matematisk fagbegrep benyttet, men elevene har ingen forutsetninger for å faktisk vite hva det betyr.

4.3.4 Spørsmålsstilling

Figur 5 viser forekomsten av de ulike spørsmålene i de fire lærernes forklaringer.



Figur 5 Forekomsten av spørsmål i lærer A, B, C og D sine forklaringer

Som figuren viser er det en lav forekomst av spørsmål der «læreren vet ikke svaret, men vil påvirke elevenes faglige tenkning i en bestemt retning». Å stille spørsmål i klasserommet er som nevnt et betydelig bidrag til elevers forståelse og læring av matematikk (Solem & Ulleberg, 2013). Fra resultatene kan vi se at det er en høy hyppighet av spørsmål hos alle de fire lærerne. Likevel vil ikke alle spørsmål bidra til forståelse og læring. Det er en relativt høy hyppighet av spørsmål der «læreren vet svaret og vil orientere seg om hvordan elevene ligger an» og «læreren vet svaret og vil påvirke elevenes faglige tenkning i en bestemt retning». Vi ser at lærer B har tydelig høyest frekvens av spørsmål.

Eksempel 6, Lærer C – forklaring av sentralmål og spredningsmål (spørsmålsstilling, forekomst av fagbegreper, eksempler)

I forkant av eksempel 6 har elevene lest en ordforklaring fra boka om sentralmål og spredningsmål til hverandre. Lærer C sirkulerte rundt mens elevene leste. Hun steller seg så foran ved tavlen.

[00:12:01:16] Lærer:	Ja, er det noen som kan forklare hva sentralmål er for noe? Sentralmål, hva er det? Elev? (F1, S1)
[00:12:10:06] Elev:	Midten av noe.
[00:12:13:00] Lærer:	Ja, hvor midten er i en stor mengde data. Har vi noen eksempler fra noe dere kjenner fra virkeligheten hvor det kan være kjekt å vite? Noe erfaringer fra det? Vi gjorde jo noen oppgaver på det før helga også. Det kan jo for eksempel være når dere for eksempel har bursdag da. Hvor mange er det som har bursdag i de ulike månedene. Så kan vi finne ut hvem som har mest bursdag kanskje hvor, er det mars, er det april, mai, juni og så videre, ja. Spredningsmål da, hva er det? Spredningsmål, hva er det. (...) Elev? (F1, S4, E1, E2, E5, S1)
[00:12:51:22] Elev:	Hvordan et datamateriale fordeler seg.
[00:12:59:11] Lærer:	Ja, hvordan et datamateriale fordeler seg. Hva er datamateriale da? (...) Handler det bare om pc det da? Datamateriale, hva er det? Hva kan det være? Elev? (F1, S1, S2)
[00:13:21:00] Elev:	Informasjon.
[00:13:30:24] Lærer:	Ja, om for eksempel? (S2)
[00:13:36:13] Elev:	Verdiene.
[00:13:39:16] Lærer:	Ja, noen verdier? Har du noe mer konkret? Noen verdier om? (F1, S2)
[00:13:51:00] Elev:	Tall.
[00:13:55:02] Lærer:	Tall, hva da? Hva slags type tall tenker du det kan være? (S2)
[00:14:12:16] Elev:	Penger.
[00:14:21:00] Lærer:	Ja, penger kan det være, absolutt. Hvem som tjente mest i fjorårets sommerferie i klasse åttende trinn på Skole C. (...) Ja, Elev? (E1)
[00:14:41:04] Elev:	Et resultat.
[00:14:48:00] Lærer:	Det kan være et resultat ja, det kan det være. Det kan jo faktisk

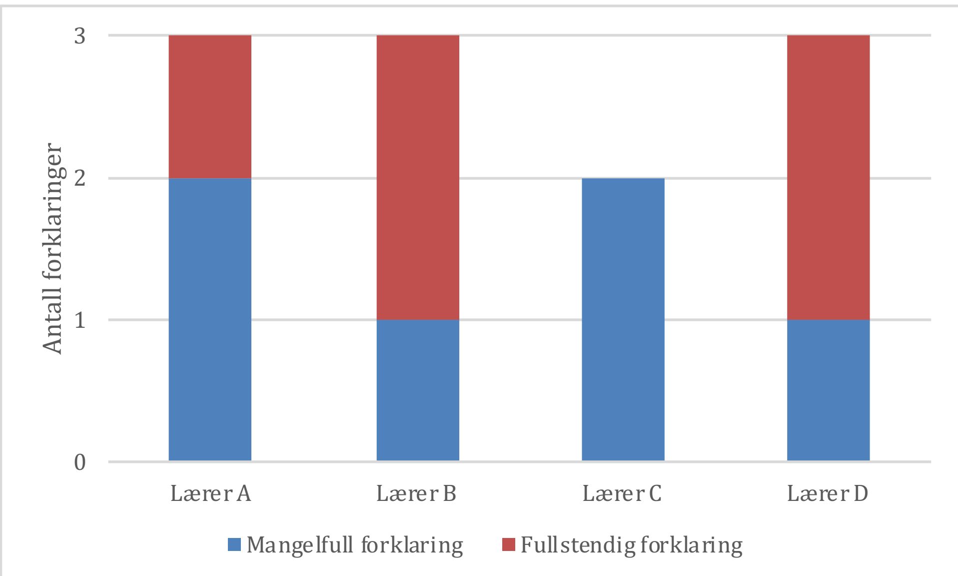
være hvilken type karakterer alle elever på åttende trinn på Skole C har. At man ser hvor mange som fikk toere, treere, og så videre. Også kan man regne gjennomsnittskarakteren, ikke sant. Ja, så kan vi se på median og se om de to henger sammen. (E1, E5, F1)

Lærer C innleder forklaringen av sentralmål og spredningsmål med at elevene selv leser hva det er, høyt for hverandre. Det kan se ut til at elevene er vant med dette, da denne typen undervisning foregår i den andre forklaringen også. På den måten inkluderer forklaringene av nytt fagstoff i lærer C sitt klasserom i større grad elevene, ved at forklaringene som stammer fra læreboken blir fremmet av elevene gjennom lærer C sine spørsmål (S1). Elevenes svar til lærerens spørsmål er ikke matematisk begrunnet, så lærer C stiller oppfølgingsspørsmål for å rette elevenes faglige tenkning i en bestemt retning (S2, S4). Lærer C benytter hverdagslige eksempler underveis i forklaringen for å illustrere spredningsmål og sentralmål (E1).

Under vil resultatene fra den induktive kodingen presenteres med eksempelutdrag fra transkripsjonsresultatene for å eksemplifisere kvantifiseringen av datamaterialet.

4.3.5 Mangelfull forklaring

Figur 6 viser frekvensen av forklaringene som er kodet som mangelfulle forklaringer.



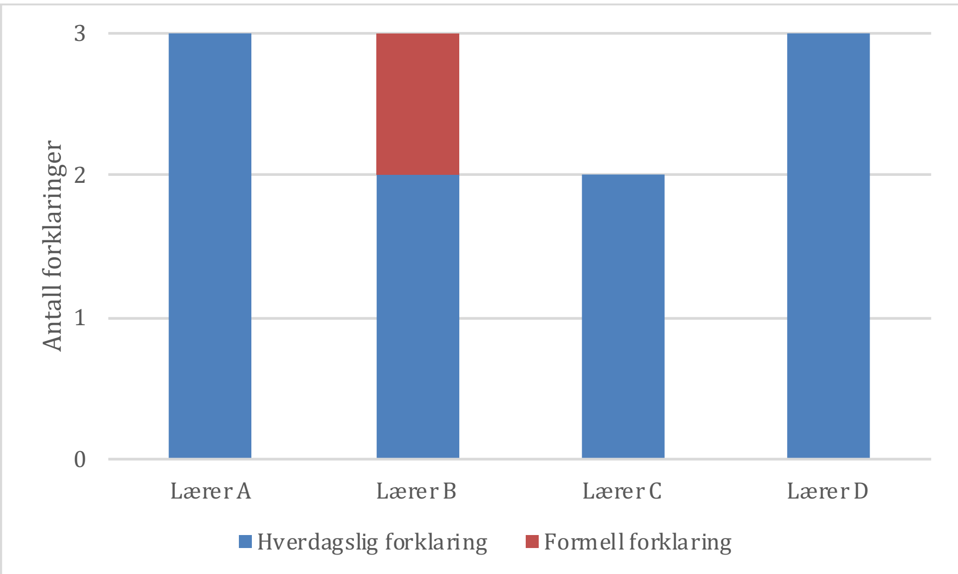
Figur 6 Forekomst av mangelfulle forklaringer hos lærer A, B, C og D.

Fra figur 6 kan vi se at 2 av 3 av lærer A, 1 av 3 av lærer B, 2 av 2 av lærer C og 1 av 3 av lærer D sine forklaringer er mangelfulle. Det vil si at disse forklaringene har en overvekt av vesentlige mangler i matematiske begrunnelser og kriterier for det nye fagstoffet.

Som nevnt forklarer lærer A i eksempel 1 (se kapittel 4.3.1) hva avrunding og hoderegning er. Underveis i denne forklaringen forekommer samme forklaring seks ganger. At et desimaltall som skal rundes av til to desimaler, enten rundes ned hvis det siste tallet er mindre enn fem eller rundes opp hvis det siste tallet er større eller lik fem, nevnes aldri. Lærer A sier ingenting om at dette er krav til matematikken en ikke kan komme utenom. Med andre ord ligger det ingen matematiske begrunnelser til grunn i forklaringen av variabler. I eksempel 4 spør lærer A om noen av elevene vet hva bokstavene man bruker i algebra står for. Elevene svarer at det står for ukjente tall. Det han egentlig forklarer er variabler, men det kommer aldri frem i forklaringen. At bokstavene står for ukjente tall som varierer og at hva som bestemmer hvilke tall man skal bruke, blir aldri forklart. Derfor er eksempel 4 med på å kategorisere den andre forklaringen i lærer A sin time, som mangelfull (A1).

4.3.6 Hverdagslig forklaring

Figur 7 viser frekvensen av forklaringene som er kodet som hverdagslige forklaringer.



Figur 7 Forekomst av hverdagslige forklaringer hos lærer A, B, C og D.

Fra figur 7 ser vi at alle bortsett fra en forklaring, er hverdagslige forklaringer. Det vil si at hyppigheten av hverdagslige forklaringer er høy, og formelle forklaringer er sjeldent å se hos de fire lærerne. Dette innebærer at de fire lærerne bruker en forklaring tilpasset sin elevgruppe.

Eksempel 7, Lærer B – forklaring av koordinatsystemet (hverdagslig forklaring)

I forkant av eksempel 7 har lærer B gjennomgått jordklodens oppbygning, og viser nå et koordinatsystem på smartboardet.

[00:43:44:05] Lærer: Hvis dette her hadde vært på jordkloden vår, så kan dere tenke følgende.

[*Peker på koordinatsystemet*]

[00:43:44:05] Lærer: Den vannrette aksen her, hvilken linje på jordkloden er det den skal representere tror dere? Elev?

[00:43:51:00] Elev: Ekvator.

[00:43:58:00] Lærer: Ikke sant, dette er ekvator. Den loddrette aksen? (A2)

I eksempel 7 trekker lærer B jordklodens oppbygning som allerede er kjent for elevene, til det nye fagstoffet som skal læres. Det nye fagstoffet er koordinatsystemet, og han kunne valgt å forklare det direkte. Likevel velger lærer B å bruke en hverdagslig forklaring. I eksempel 5 (se kapittel 4.3.3) skal lærer A illustrere hvordan man lager en formel ved hjelp av et eksempel. Eksempelet er hentet ut fra en hverdagslig kontekst, der lærer A lurer på hvordan han kan finne ut hvor mye han skal betale når han skal fylle 13 liter diesel på bilen din, og det koster 14 kroner per diesel. Forklaringen av hvordan man lager en formel, blir altså pakket inn i en hverdagslig situasjon (A2).

Eksempel 8, Lærer A – forklaring av å lage en formel (hverdagslig forklaring)

Eksemplene lærer A benyttet for å illustrere fagstoffet virket i stor grad formulert spontant underveis i alle hans forklaringer. I forkant av utdraget over har elevene akkurat blitt introdusert for algebra og at det innebærer å regne med bokstaver. Det er tydelig at eksempelet han skal til å formulere, oppstår spontant. Han formulerer eksempelet ved hjelp av elevenes innspill, som at smågodt koster syv kroner per hekto.

[00:02:22:07] Lærer: Er det noen av dere som er glad i smågodt? (...) Når man skal dra å kjøpe smågodt, hvordan gjør man det? Hvordan er det man går fram?

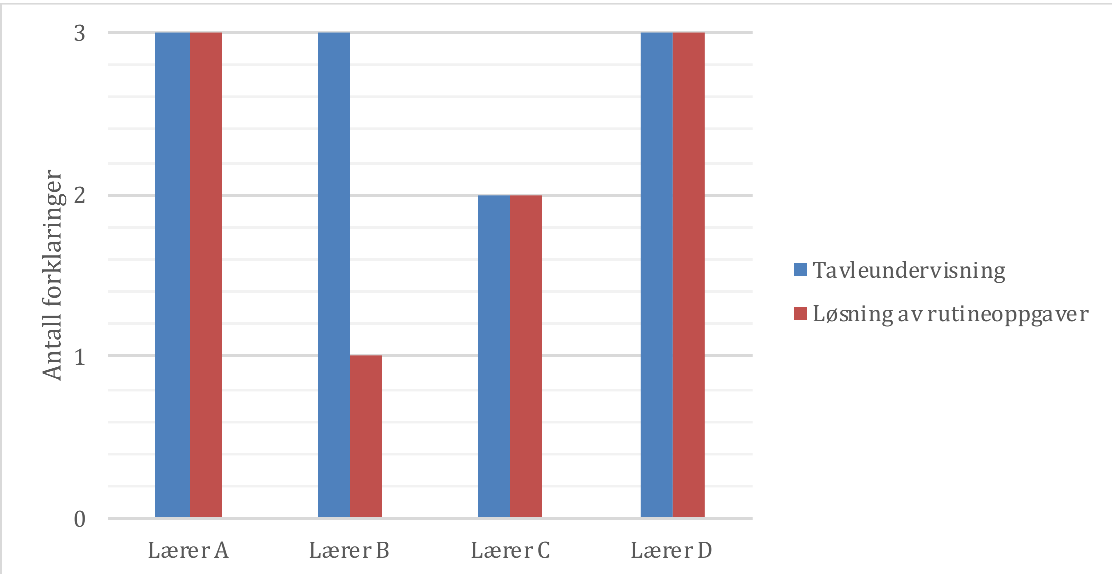
[00:03:02:00] Lærer: Okei, så en hekto er sju kroner. Så når jeg drar i butikken og kjøper smågodt, hvor mye jeg må betale er jo naturligvis avhengig av to ting.

> Det er avhengig av hvor mye det koster per hekto og så er det avhengig av (...) hvor mange hekto jeg tar.

Vi ser i utdraget over at han innledningsvis inkluderer elevene sine, ved å bruke deres kunnskap om hva smågodt koster. På den måten er han i en dialog med elevene. Videre i utdraget fra tidspunktet 00:03:02:00, overtar han gjennomføringen av eksempelet. Han stiller videre et spørsmål, «Og hva er den avhengig av?», men svarer på spørsmålet selv, og eksempelet blir videre en monolog. Han sier så videre «Jo, den er avhengig av to ting. Det var vi enige om». Lærer A skaper på en måte en fellesskapsfølelse, men på en annen måte kan det sitte elever i klasserommet å føle at de ikke er enig, fordi de ikke har forstått at prisen på smågodtet avhenger av to ting. Likevel benytter han en hverdagslig forklaring, som vil føre til at elevene kan relatere seg til det nye fagstoffet.

4.3.7 Tradisjonell undervisning

Figur 8 viser hvorvidt de 11 forklaringene er kodet som tradisjonelle eller ikke.



Figur 8 Forekomst av tavleundervisning og løsning av rutineoppgaver hos lærer A, B, C og D.

Det er totalt tre forklaringer hos lærer A, B og D, mens lærer C har to forklaringer. Derfor vil antallet til lærer C maksimalt kunne være 2 i grafen. Lærer A, C og D skårer maksimalt på en tradisjonell undervisning, slik det er definert i denne studien. Lærer B har tavleundervisning i alle de tre forklaringene, men kun en av tre av forklaringene inneholder løsning av rutineoppgaver. Lærer A, B og D har styringen i alle forklaringene, som også er et kjennetegn på en tradisjonell undervisning (Hancock et al., 2002). Mens lærer C lar elevene forklare til hverandre ved å lese opp det som står i læreboka i en av de to forklaringene.

Eksempel 3 viser en tradisjonell forklaring, der lærer B skal forklare hva origo er. Lærer B bruker tavlen som hjelpemiddel for å skrive opp koordinatet og «origo» (A3-1). Elevene er passive i den grad av de svarer med korte setninger eller ord. De stiller heller ingen spørsmål. Dette er også bidrag til å kunne kalle undervisningen for tradisjonell. I eksempel 3 kan vi ikke observere løsning av rutineoppgaver, fordi det foregår ikke i den forklaringen.

Eksempel 9, Lærer D – forklaring av å regne sammen ledd (løsning av rutineoppgaver, tavleundervisning)

I forkant av eksempel 9 har elevene fått en forklaring på hvordan man regner sammen ledd av lærer C, og lærer C har gjennomgått et liknende eksempel som det under.

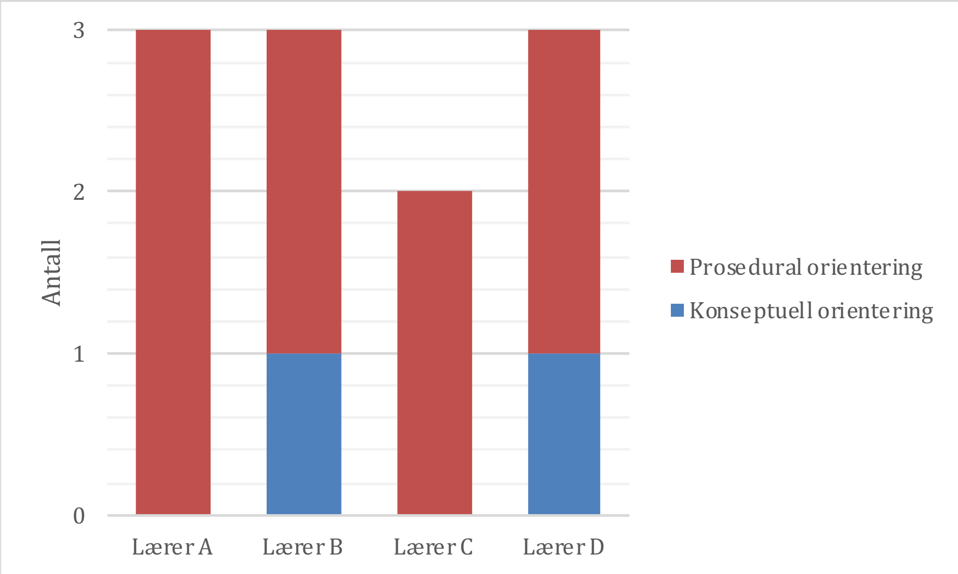
[00:16:16:00] Lærer: Trekk sammen fire b pluss 3 pluss 2 b pluss 5. For det skjer noen ganger, at vi får både ledd som er bokstaver og ledd som er bare tall. (A3-3, A3-1)

[*En elev spør om noe*]

Eksempel 9 viser en typisk løsning av rutineoppgave (A3-3). Det foregår i plenum, der lærer C løser oppgaven på tavlen (A3-1). Lærer C rekker kun å lese opp oppgaven, før en elev stiller et spørsmål knyttet til oppgaven. Slik fortsetter løsningen av oppgaven, elevene stiller spørsmål underveis. Derfor er denne delen av forklaringen kategorisert som aktive elever.

4.3.8 Kunnskapssyn

Figur 9 viser frekvensen av forklaringene som har enten en prosedural orientering eller en konseptuell orientering, som kunnskapssyn.



Figur 9 Kunnskapssyn i lærer A, B, C og D sine forklaringer av nytt fagstoff.

Figur 9 viser at to av elleve forklaringer er kategorisert som forklaringer med en konseptuell orientering. Hyppigheten av forklaringer med en prosedural orientering er høy.

«Diesel-oppgaven» i eksempel 5 skal illustrere hvordan man lager en formel. Selve prosedyren gjennomføres, uten begrunnelser. Lærer A trekker heller ikke paralleller til andre matematiske ideer eller konsepter. Elevene får i liten grad mulighet til å streve, fordi det gjennomføres raskt.

Hovedfunn

I denne delen vil studiens hovedfunn oppsummeres i korte trekk. Det er også disse funnene som danner mesteparten av grunnlaget for diskusjonen. Forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner kjennetegnes av:

- Tradisjonell undervisning
- Hverdagslige forklaringer (med hverdagslige eksempler, representasjoner og språk)

5 Diskusjon

I dette kapittelet vil hovedfunnene fra resultatene som er presentert og sammenfattet i kapitlet over diskuteres. Resultatene vil drøftes i lys av tidligere forskning og teori, presentert i kapittel to, komplementert med egne refleksjoner. Problemstillingen i denne studien er «*Hva kjennetegner matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner?*». Derfor vil de overordnete kjennetegnene ved de fire matematikklærernes forklaringer diskuteres, og i hvilken grad lærernes forklaringer av nytt fagstoff er av betydning for elevers prestasjoner i matematikk. Underveis vil kvalitetstegn i undervisningen diskuteres (Schlesinger & Jentsch, 2016). Siden det læreren gjør i klasserommet har stor betydning for elevenes læringsutbytte (Kaarstein et al., 2016; Kersting et al., 2012; Klette, 2013) kan man anta at hvordan lærere velger å forklare nytt fagstoff, vil påvirke elevenes læringsutbytte. Som vist i kapittel 4 har de fire lærerne både likheter (som bruk av faglige spørsmål, eksempeloppgaver, matematiske fagbegreper og representasjoner), og ulikheter (som hyppigheten av de nevnte likhetene) i deres forklaringer. Det at det finnes ulikheter hos de fire lærernes undervisningspraksiser er ikke sjokkerende, fordi to ulike lærere vil forklare det samme fagstoffet på to ulike måter (Schoenfeld, 2010). Vi vet at faktorer som lærernes kunnskapssyn, holdninger og utdanning vil påvirke undervisningspraksisen (Kaarstein et al., 2016; Prawat, 1992; Schlesinger & Jentsch, 2016; Säljö, 2016; Thompson, 1984). De fire lærerne i studien har en ulik mengde av studiepoeng i matematikk og kanskje er det derfor det er tydelige forskjeller i hvordan de fire lærerne behandler det faglige innholdet. På bakgrunn av funnene i denne studien velger jeg å diskutere to fremtredende likheter ved lærernes forklaringer av nytt fagstoff. Disse to er:

1. Tradisjonell undervisning
2. Hverdagslige forklaringer

Videre vil et forslag til en modell fremkomme, der problemstillingen ønskes å drøftes i sin helhet. Til slutt vil jeg avslutte med en refleksjon.

5.1 Tradisjonell undervisning

En kan tenke seg at det i høyt presterende klasserom er undersøkende og kreative undervisningsopplegg, med aktive elever som gjerne har mesteparten av styringen (Nostrati

& Wæge, 2015). En ville kunne anta at disse fire klasserommene skilte seg ut med for eksempel omvendt undervisning (Statped, 2017), eller at elevene selv ble motivert til å forklare det nye fagstoffet (Ingram, Andrews & Pitt, 2019). Likevel er det i forklaringer av nytt fagstoff i matematikk vanskelig å komme utenom lærerstyrt undervisning (Klette, 2013). Som Hancock og kolleger (2002) påpeker, er lærerstyrt undervisning at læreren selv forklarer det nye fagstoffet, bestemmer oppgavene og stiller ledende spørsmål. Dette kan samsvare med funnene i denne undersøkelsen. Som vist på figur 8 er de fleste forklaringene av nytt fagstoff preget av en tradisjonell undervisning der lærerne bruker tavlen som et hjelpemiddel og en stor andel av forklaringen innebærer løsning av rutineoppgaver (Alrø & Skovsmose, 2002; Franke et al., 2007). På figur 8 ser vi at alle de fire lærerne bruker tavlen i alle forklaringene av nytt fagstoff. Det er ikke slik at bruken av tavle direkte fører til tradisjonell undervisning, men at det er lærer som dominerer forklaringen av det nye fagstoffet og at tavlen brukes som et hjelpemiddel. Slike hjelpemidler er nødvendig for å kunne formidle godt (Utdanningsdirektoratet, 2015). Tavlen er nyttig for å rekke ut til alle elevene i klasserommet, og dersom ikke tavlen hadde vært i bruk under forklaringen av det nye fagstoffet ville eksempeloppgaver og representasjoner vært vanskelig og vist til en hel klasse.

Samtalene i klasserommet skal bidra til elevenes forståelse og læring av matematikk (Wæge, 2015). Fra observasjoner styrer de fire lærerne dialogen i klasserommet og elevenes innspill er korte. Elevene i klasserommet til lærer A, B og C stiller aldri faglige spørsmål til lærerne. I alle klasserommene foregår IRE-strukturen: læreren initierer (I) - eleven responderer (R) - læreren gir feedback (F) eller evaluerer (E) elevens svar (Klette, 2013, s.175; Solem & Ulleberg, 2013, s.141). Fra eksempel 6 (se kapittel 4.3.4) ser vi et typisk eksempel på en IRE-struktur. Lærer C spør om det er noen av elevene som vet hva sentralmål er, altså hun initierer. Videre responderer en elev hva eleven tror det er, før lærer C evaluerer elevens svar. Slik fortsetter eksempel 6. Som vist på figur 5, er det stor hyppighet av spørsmålsstilling i de fire lærernes forklaringer, og spesielt spørsmål der læreren vet svaret (Solem & Ulleberg, 2013). Studier indikerer at lærere stiller flest spørsmål der de ikke er genuint interessert i svaret (Mason, 2000; Solem & Ulleberg, 2013). I eksempel 6 spør lærer C «Hva er datamateriale da? (...) Handler det bare om pc det da? Datamateriale, hva er det? Hva kan det være?”. Dette er et ledende spørsmål og et testspørsmål, et «gjett hva jeg tenker på»-spørsmål (Solem & Ulleberg, 2013). Slike spørsmål begrenser elevers mulighet til å stille seg de samme spørsmålene selv, slik at spørsmålene kan brukes også i andre situasjoner (Mason, 2000; 2014). Dette er spørsmål som i større grad er lærerstyrte, enn spørsmål der læreren ikke vet svaret. En umiddelbar tanke en kan tenke seg, er om lærer A, B og C ikke tør å stille spørsmål der de ikke selv vet svaret. En annen årsak kan være at det er et nytt fagstoff som de tre lærerne forventer at elevene ikke kan noen ting om, og at det derfor kun vil være tidsoppslukende å prøve på noe annet. Spørsmål der lærere ikke vet svaret innebærer også «hva»-spørsmål. Derfor kan det betyr at de stiller slike spørsmål for å få elevene til å huske forkunnskaper. Elevene i klasserommet til lærer D skiller seg ut, ved at de stiller faglige spørsmål jevnt over (se eksempel 9, kapittel 4.4.3). Det kan også være at elevene i klassene til lærer A, B og C ikke har særlig med forkunnskaper knyttet til det nye fagstoffet, og av den grunn ikke vet hva de ikke kan. Mens elevene i klassen til lærer D har kanskje bedre forkunnskaper, og derfor blir mer aktive. Dette betyr jo at lærer A, B og C sine forklaringer av nytt fagstoff kjennetegnes ved et lærerstyrt preg. Mens lærer D sine forklaringer av nytt fagstoff kjennetegnes i større grad av et elevstyrt preg, ved at elevene stiller spørsmål som videre former forklaringen og som fører til at lærer D må komme opp med spontane forklaringer underveis for å kunne svare på elevenes innslag. På den måten virker lærer D sine forklaringer av nytt fagstoff mer inkluderende.

Vi ser at løsning av rutineoppgaver forekommer i alle forklaringene til lærer A, C og D, mens det i lærer B sitt klasserom forekommer i en av forklaringene (se figur 8). Bruk av eksempler i en forklaring av nytt fagstoff er grunnleggende for at elever skal forstå det nye fagstoffet. Eksemplene bidrar til å illustrere og forenkle det nye fagstoffet, samtidig som det får elever til å forstå nytteverdien av det nye fagstoffet (Zodik & Zaslavsky, 2008). Løsning av rutineoppgaver på tavlen er nyttig så lenge det støtter det som forklares (Leinhardt, 2001). Eksempelet bør speile en hverdagslig kontekst, reflektere viktige matematiske ideer, vise løsningsmetode, kunne brukes til andre eksempler og oppgaver, og eksempelets hensikt bør forekomme tydelig (Goldenberg & Mason, 2008; Zodik & Zaslavsky, 2008). Fra figur 4 (se kapittel 4.3.3) ser vi at det er en tydelig forskjell hos de fire lærerne ved bruk av eksempler. Lærer A bruker flest eksempler i sine forklaringer, men alle de nevnte kriteriene over forekommer i alles forklaringer. En metode som fremmer en prosedural forståelse, er det Hiebert og Grouws (2007, s.380) kaller for «rote learning». Det er en puggeteknikk, gjennom mye repetisjon. Løsning av rutineoppgaver på tavlen blir en slik puggeteknikk, der elevene møter på samme type eksempeloppgaver gjentatte ganger. En potensiell utfordring ved å gjennomgå for mye rutinepreget arbeid vil kunne være at elevene opplever det nye fagstoffet som monotont og kjedelig, og ikke oppleve å møte på tilstrekkelige utfordringer. Likevel er det i matematikken slik at dersom en faller ut og får såkalte kunnskapshull, så blir det videre matematikken utfordrende fordi all matematikk bygger på hverandre. Når elevene blir introdusert til slike rutineoppgaver gjentatte ganger vil en da kunne sørge for at elevene gjenkjenner mønstre i oppgavene og kanskje det nye fagstoffet setter seg på en dypere måte enn det ville gjort dersom oppgavene kun hadde blitt gjennomgått en gang. I tillegg vil en ha et større handlingsrom for å sjekke at flere av elevene henger med. Selv om en kan være tvilende til rutineoppgaver, så vil eksempeloppgavene benyttet i en forklaring være annerledes enn oppgaver i utprøvingssituasjoner der elevene aktivt bruker den nye kunnskapen sin.

I eksempel 8 (se kapittel 4.4.2) gjentar lærer A at prisen for smågodt er avhengig av vekt og hektopris, tre ganger. Noen elever vil kanskje etter denne timen forbinde formler med to variabler, ikke mer og ikke mindre. En måte lærer A kunne forklart dette på hadde vært med en tradisjonell innramming av forklaringen med en konseptuell orientering (Thompson et al., 1994). Han kunne diskutert prosedyren med elevene sine, og meningene bak den. Han kunne vist frem ulike løsningsstrategier, vist hvordan matematiske ideer bygger på hverandre, fått elevene til å se forbindelsene mellom matematiske ideer og koble tidligere lært fagstoff med det nye fagstoffet. Eller han kunne latt elevene selv få streve med problemet. På den måten ville elevene oppnådd en konseptuell forståelse, og kunnskapen ville da vært mer overførbar også til andre situasjoner (Hiebert & Grouws, 2007). På figur 3 ser vi at hyppigheten av matematiske fagbegreper er høy, mens fraværet av fagbegreper er også relativt høyt hos de fire lærerne. Dette kan indikere at lærerne imøtekommer elevenes vokabular, for å gjøre det nye fagstoffet mer håndterlig. I lærer A sine tre forklaringer var det gjennomgående mye bruk av tydelig og gjentakende språk. Fra figur 2 kan vi se at lærer A har høy hyppighet av verbale representasjoner i sine tre forklaringer. I hans første forklaring gjentar han den samme verbale representasjon for det nye fagstoffet, avrunding og overslag, seks ganger. Tidligere forskning viser oss at effektive lærere bruker det matematiske språket aktivt i klasserommet (Anthony & Walshaw, 2009; Botten, 2013). At lærer A gjentar det nye fagstoffet kan tyde på at han bruker det matematiske språket på en aktiv måte, fordi dette er noe han ønsker at elevene skal ta med seg videre. Likevel har fagstoffet han gjentar visse mangler i seg (se eksempel 1, kapitel 4.3.1), og en kan betvile om det er det samme som å bruke det matematiske språket aktivt.

Som nevnt i kapittel 3.2.1, hevder Utdanningsdirektoratet (2017, s.6) at nasjonale prøver måler elevers evne til "..velge holdbare metoder når problemene skal løses, være i stand til å gjennomføre dem og tolke gyldigheten og rekkevidden av resultatene". For å kunne velge holdbare metoder er det en fordel at elevene vet hvorfor de ulike metodene er som de er, og hvilke metoder som er hensiktsmessige til det møtte problem. Dette kan samsvare med en konseptuell forståelse, der elevene vet hvorfor de ulike stegene i en metode er viktig (Hiebert & Grouws, 2007). Mye forskning diskuterer hvorvidt en prosedural forståelse eller en konseptuell forståelse skal vektlegges mest i undervisningen (Hiebert & Grouws, 2007), men mye forskning sier også at vi er avhengig av begge forståelsene (Nosrati & Wæge, 2015). Elever med kun en prosedural forståelse, vil ikke evne å bruke det nye fagstoffet på en fleksibel måte dersom de møter på en problemstilling som er ulik den de lærte i klasserommet (Hiebert & Grouws, 2007). Hvis vi skal ta utgangspunkt i hva formålet med nasjonale prøver sier er undervisningen nødt til å legge til rette for å fremme en konseptuell forståelse, for å kunne prestere godt. Likevel som vist på figur 9, er hyppigheten høy av de forklaringene som rettes mot en prosedural orientering. Kanskje er det slik at en prosedural forståelse må danne et første forståelsesgrunnlag, før elever evner å se sammenhenger mellom matematiske ideer og prosedyrer og før det nye fagstoffet er anvendbart også i andre situasjoner enn i klasserommet. Det er mulig at lærer A, C og D ønsker at forklaringen av det nye fagstoffet skal inneholde flere av samme type oppgave for å eksemplifisere det nye fagstoffet, for å danne det første forståelsesgrunnlaget. Og kanskje de videre oppmuntrer elevene sine til større utfordringer i andre deler av undervisningstimen, som denne studien ikke har tatt utgangspunkt i.

Hvorfor tradisjonelle undervisningsformer er av betydning for elevers prestasjoner, kan en sette spørsmålstegn ved. Tradisjonell undervisning er ofte blitt kritisert fordi det er assosiert med lærerstyrt undervisning og passive elever (Klette, 2013). Kritikken kommer fra alle kanter, men kanskje som regel i hovedsak fra generasjonen som er voksne nok til å stille konstruktivt i media, som foreldre, politikere og andre bedrevitere. Altså generasjonen som selv møtte på få tilfeller av elevstyrt undervisning. Hvordan det kan ha seg at det er disse som argumenterer sterkest for mer elevstyring inn i skolen er underlig. Kanskje er det slik at vi er blitt for opptatt av de kreative og innovative egenskapene, og glemmer de tradisjonene som egentlig fungerer. La meg ta et eksempel. Pappaen min er fra den nevnte generasjonen. Han vet at vanlig bolognese er en sikker vinner på middagsbordet, men fikk i en periode et innfall om at det han betegner som «fantasi-mat» var bedre. Den såkalte «fantasi-maten» inneholdt alt fra bønner til kokosmelk. Du kan jo selv tenke deg hvordan det gikk. I dag nytes den vanlige bolognesen til søndagsmiddagen. Poenget er at innovative undervisningsopplegg er ikke alltid bedre. Vi kan stole på at våre for-lærere hadde god nok kunnskap (Ball et al., 2008; Kilpatrick et al., 2001) til å skape gode matematiske samfunnsborgere.

Likevel er det helt klart at vi står foran langt mer heterogene klasserom i dag, enn for bare 40 år siden. I tillegg har arbeidsmarkedet, informasjonshåndtering og andre aspekter i samfunnet endret seg, og klasserommet bør jo da endre seg i takt med resten av samfunnet. Det er ikke sikkert at en undervisningsform treffer alle elevene i dagens klasserom, og derfor er kanskje variasjon nøkkelen. Variasjon er nok lettere sagt enn gjort, når en som lærer skal tilpasse og variere undervisningen for opptil 120 ulike elevindivider. Vi vet at tradisjonelle undervisningformer er av betydning for elevprestasjoner i matematikk (Opheim et al., 2010), men vi vet også at elevaktivitet er viktig (Hancock et al., 2002). For en kan ikke forvente at elever oppnår dybdeforståelse gjennom kun en lærerstyrt forklaring av nytt fagstoff. Vi trenger at elevene aktivt får arbeide rundt det nye fagstoffet og selv skape sammenhenger. Derfor ville en mulig løsning til dilemmaet være å veksle mellom elevstyrte aktiviteter og lærerstyrte aktiviteter jevnt over skoleåret, og innen og på tvers av ulike temaer. En tradisjonell undervisning betyr ikke nødvendigvis at elever er nødt til å sitte stille og lytte. Lærere kan stille spørsmål som aktiverer elever kognitivt, slik at elevaktivitet og elevengasjement skjer (Mason, 2014; Solem & Ulleberg, 2013; Wæge, 2015). Eller lærere kan repetere det en elev har sagt i spørsmålsform til en annen elev jevnlig, slik at elevene blir vant med å være til stede og er nødt til å være aktive (Wæge, 2015). Figur 2 viser de fire lærernes representasjoner i deres forklaringer av det nye fagstoffet. Alle representasjonene blir presentert av lærerne. For å oppnå mer elevaktivitet kunne lærerne presentert en eller to representasjonsformer for det nye fagstoffet, for så å spørre elevene etter flere (Brenner et al., 1997; Svingen, 2018). På lik måte for eksempeloppgaver kunne de fire lærerne i større grad benyttet problemløsningsoppgaver og rike oppgaver for å oppnå mer elevaktivitet (Olafsen & Maugesten, 2015), og latt en elev komme frem til tavlen og forklare sin løsningsmetode for medelevene. Poenget med dette er at refleksjon over egen undervisning er uunnværlig, og at dersom variasjon blir enda en utfordring en som lærer må ta høyde for er det kanskje lurt å lage et slags manus for undervisningen. Et manus for forklaringen av det nye fagstoffet i den tradisjonelle undervisningen som inkluderer hvilke typer spørsmål (Solem & Ulleberg, 2013), representasjoner (Svingen, 2018) og eksempeloppgaver (Hodge et al., 2007) som aktiverer elevene. Ettersom de oppfatningene som danner verdigrunnlaget for undervisningen, er vanskelig å endre på, blir det derfor enda mer betydningsfullt å reflektere over egen undervisningspraksis.

5.2 Hverdagslige forklaringer

De mest nyttige og effektive forklaringene, er de forklaringene som evner å gjøre faget forståelig for andre (Shulman, 1986). Det avhenger av hvorvidt lærere har god nok fagdidaktisk kunnskap (Ball et al., 2008), til å kunne vite hvordan elever forstår best mulig (Munthe, 2013). En forklaring er god dersom den inkluderer elevenes hverdagslige liv (Leinhardt, 2001), derfor er dette et viktig funn. Funnene i denne studien (se figur 7) viser at de fire lærerne forklarer i stor grad på en hverdagslig måte. Det vil si at de bruker hverdagslige kontekster når nytt fagstoff skal representeres (Svingen, 2018), hverdagslig språk (Leinhardt, 2001), eksempler som inkluderer elevenes hverdagslige liv (Leinhardt, 2001; Zodik & Zaslavsky, 2008) forenklede spørsmål og forenklede forklaringer, i deres forklaringer av det nye fagstoffet.

I eksempel 8 (se kapittel 4.4.2) gjennomgår lærer A en oppgave på tavlen. Eksempeloppgaven er hentet fra en hverdagslig kontekst, smågodt-priser. Eksemplene lærer A benyttet for å illustrere fagstoffet virket i stor grad formulert spontant underveis i alle hans forklaringer. Han formulerer eksempelet ved hjelp av elevenes innspill, som at smågodt koster syv kroner per hekto. Det er vanlig å formulere eksempler spontant i løpet av en forklaring (Goldenberg & Mason, 2008; Zodik & Zaslavsky, 2008). Så sant eksemplene er effektive og bidrar til læring. Zodik og Zaslavsky (2008) vektlegger at erfaring er det viktigste når det kommer til effektiv bruk av eksempler. Lærer A har jobbet 14 år som lærer, og har 61-90 studiepoeng i matematikk. Det er derfor sannsynlig å anta at lærer A har god matematisk horisontkunnskap (Ball et al., 2008), og av den grunn vet hvilke eksempler som er hensiktsmessige å vise når. Et smågodt-eksempel vil i tillegg passe godt inn i en klasse med elever på 12-13 år. Dette viser også at lærer A må ha noen grad av kunnskap om elevene sine (Munthe, 2013). På den andre siden påpeker Leinhardt (2001) at lærere må tenke gjennom hvorvidt eksempelet forenkler det nye fagstoffet og om eksempelet knytter ny kunnskap med tidligere kunnskap. I eksempel 5 (se kapittel 4.3.3) er antakelig formålet til lærer A å forklare hvordan man lager en formel ved hjelp av diesel-priser. Dette eksempelet er hentet fra en hverdagslig kontekst, og kan derfor bidra til at elever ser nytteverdien av det nye fagstoffet (Zodik & Zaslavsky, 2008). På den andre siden er elevene 5-6 år unna billappen. Derfor mister kanskje den hverdagslige konteksten hensikten sin, da dette er en kontekst som blir for fjern for elevene. Likevel kan det hende at lærer A kjenner elevene sine godt, og vet at elevene hans er interesserte i diesel-priser. Kunnskapen om elevene sine og det faglige innholdet blir her helt essensielt (Ball et al., 2008). På bakgrunn av de funnene som er gjort i denne studien er det relevant å kjenne til elevenes bakgrunn og interesser, og jeg vil derfor argumentere for at denne kjennskapen blir viktig for å kunne finne fellesnevneren som kan brukes i eksempler. Hvis man som lærer evner å finne en fellesnevner som skaper engasjement på tvers av kjønn, interesser og bakgrunn, da er man god.

Eksempel 7 (se kapittel 4.4.2) viser begynnelsen av forklaringen til lærer B på hva et koordinatsystem er. Han starter med en jordklode som han i forkant har illustrert ved hjelp av bilder og en fysisk jordklode, og forklart oppbygningen av. Jordkloden blir derfor en representasjon for koordinatsystemet. Det er usannsynlig at dette er en tilfeldig valgt representasjon, men sannsynlig at denne er valgt på bakgrunn av hvem fagstoffet forklares til. Som Leinhardt (2001) påpeker, fremmer ikke ulike representasjoner læring direkte. En må ha god nok kunnskap til å kunne velge hensiktsmessige representasjoner, skape en forbindelse til det nye fagstoffet som blir forklart og relatere representasjonene til elevenes hverdagslige liv (Leinhardt, 2001). Hvorvidt jordkloden er en del av elevenes hverdagslige liv kan trenge en ekstra begrunnelse. Derimot finnes det andre former for hverdagslige kontekster som «battleship» (Delmatte, u.å.), som heller ikke er spesielt egnet for elever i skolen etter 2000-tallet. Likevel viser lærer B i utdraget at han evner å knytte en sammenheng mellom jordklodens oppbygning og koordinatsystemet, samtidig som dette er en hensiktsmessig representasjon. Derfor spiller kanskje ikke den hverdagslige konteksten så stor rolle, så lenge konteksten er kjent, og det er den. Han kunne gått rett til en forklaring av koordinatsystemet, men velger å gå en omvei ved hjelp av geografiske fagbegreper (kanskje elevene har hatt om jordklodens oppbygning i naturfaget, og at lærer B derfor vet at det er nyttig å knytte tidligere lært kunnskap med ny kunnskap).

Et godt eksempel benyttet i undervisning er en oppgave som ikke krever at elever er nødt til å lære seg et nytt vokabular (Schoenfeld, 2010). I forhold til hvor mange eksempler de fire lærerne bruker, er det en høy frekvens av eksempler som kan brukes også til andre situasjoner, reflekterer viktige matematiske ideer og som inkluderer løsningsmetode (se figur 4). Dette er alle grunnleggende elementer for om en oppgave brukt i undervisning er god (Leinhardt, 2001; Schoenfeld, 2010). Selv om frekvensen av eksempler som gjenspeiler en hverdagslig kontekst ikke er den høyeste, er måten lærerne presenterer eksemplene på, hverdagslige. Fra figur 7 ser vi at alle, bortsett fra en av forklaringene er hverdagslige. Det betyr at lærerne benytter et hverdagslig språk i et tempo som gjør at elevene slipper å lære seg et nytt vokabular når eksemplene skal løses. Flere av lærerne benytter det Olafsen og Maugesten (2015) kaller for *rike oppgaver* i eksemplene. Det vil si at eksemplene brukt i forklaringene starter enkelt, før eksempelet videre avanseres. Slike oppgaver er nyttige når det nye fagstoffet er komplekst (Olafsen & Maugesten, 2015). Dette er også med på å bidra til en hverdagslig forklaring, da de fire lærerne ikke pøser på med vanskelige eksempler fra start til slutt.

Det fremkommer tydelig at hverdagslige forklaringer er noe som fungerer i disse fire klassene. Dette kan indikere at selv om lærere senker det faglige nivået og bruker matematiske representasjoner, begreper, eksempler og spørsmål som ikke er for langt unna elevenes nærmeste utviklingssone (Säljö, 2016), så presterer elevene likevel ganske høyt. Det er helt essensielt å kjenne hvem det nye fagstoffet skal bli forklart til. En kan jo tenke seg selv hvordan det ville vært å høre på en teoretisk forelesning om fundamentalteoremet. Dersom motivasjonen er der, vil fagstoffet uansett bli lært. Dersom du ikke har noen motivasjon, vil det være liten hensikt i å bli sittende i forelesningssalen. Elever i grunnskolen er nødt til å bli sittende og motta det nye fagstoffet. Det blir helt klart at lærere som evner å møte elevenes nærmeste utviklingssone (Säljö, 2016) og som gir elever hverdagslige forklaringer, kan få et godt resultat. På den ene siden kan en argumentere for at elever som allerede presterer høyt vil kunne nytte godt av omvendt undervisning. På den andre siden er det som skiller mennesker fra videoer at vi kan tilpasse kommunikasjonen til de vi snakker med, og dermed sørge for at vi blir forstått, og i tillegg skape en motivasjon for at vi skal bli forstått. I tillegg viser denne studien at de fire lærerne ikke benytter omvendt undervisning, men forklarer selv det nye fagstoffet. Det medfører at de fire lærerne kan justere tempo og antall eksempeloppgaver, representasjonsformer, matematiske fagbegreper og spørsmål i takt med elevenes dagsform med tanke på hvor mottakelige de er for det nye fagstoffet.

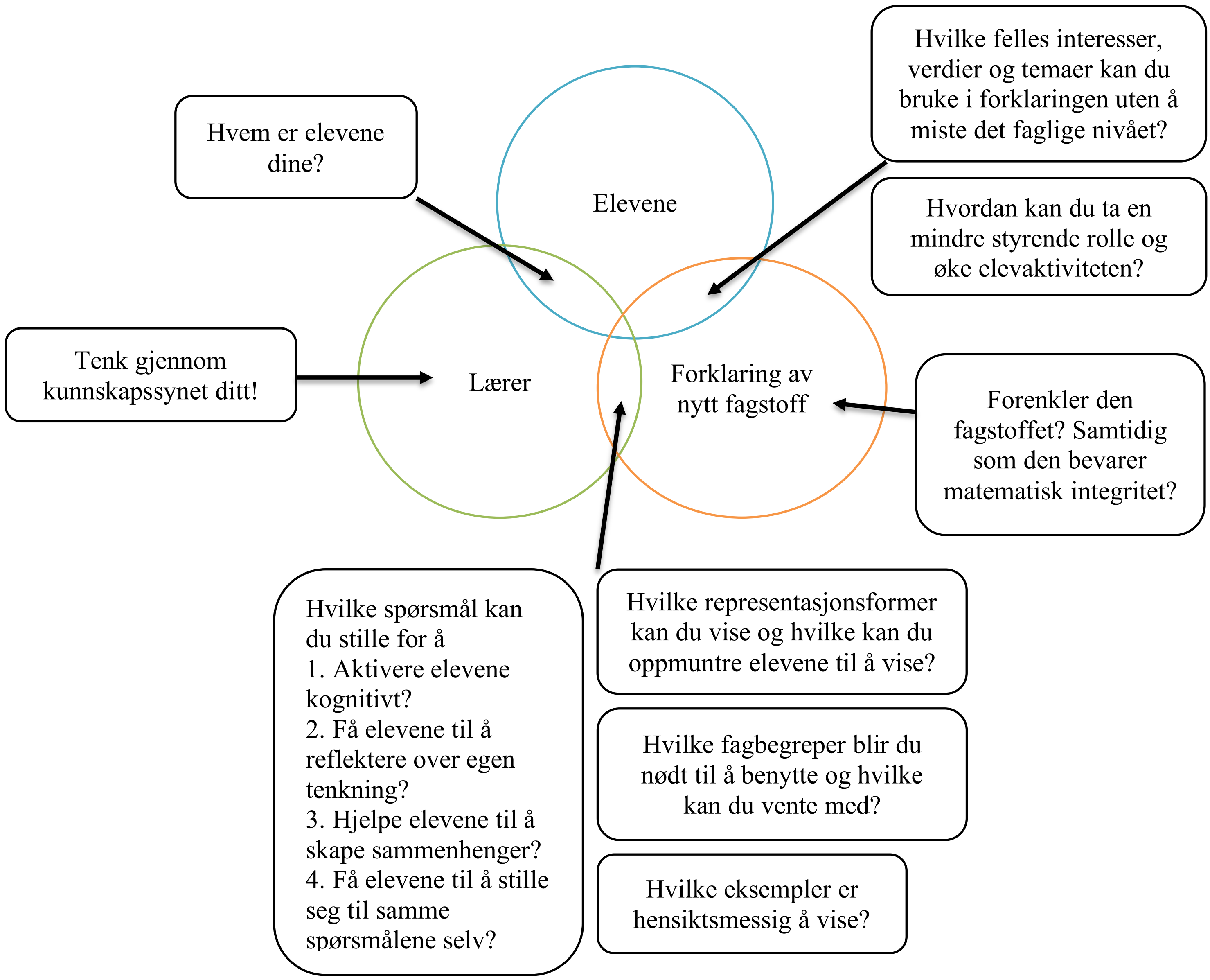
5.2.1 Utfordringer med hverdagslige forklaringer

Det finnes flere gode argumenter for å hverdagslig-gjøre forklaringer av nytt fagstoff, og sentrere forklaringen av det nye fagstoffet til det gitte publikum (Munthe, 2013), slik at det blir forståelig for andre (Shulman, 1986). På den andre siden står vi ovenfor en stor utfordring ved å gjøre forklaringene av det nye fagstoffet for hverdagslig. Eksempel 1 der lærer A forklarer hva avrunding og overslag er, illustrerer denne faren ganske godt. Han bruker en mindre formell og mer hverdagslig forklaring (Leinhardt, 2001). Det mest vesentlige ved avrunding utelates, som at har du en femmer eller høyere så rundes det opp. Elevene har derfor ingen forutsetninger til å forstå fremgangsmåten i forkant av eksempeloppgavene. På figur 6 ser vi at det er en overvekt av forklaringer som har vesentlige mangler i seg. Det vil si at matematiske begrunnelser og/eller kriterier for det nye fagstoffet forekommer ikke. En mulig årsak er tanker de fire lærerne har om hvordan elevene lærer best (Säljö, 2016), og at det vil være lurt å lære enkelte deler av det nye fagstoffet før det hele avanseres. Likevel kan en stille seg kritisk til slike mangler. En bør sikte mot å overføre abstrakte fagbegreper til elever, slik at de tilegner seg de språklige uttrykkene, begrepene eller symbolene og gjør det om til sitt eget (Säljö, 2016). Hvis det blir for hverdagslig vil det kunne føre til at elevene mister muligheten til å utvikle seg, og møte på et høyt faglig nivå (Kirsch, 2000). For noen elever vil slike hverdagslige forklaringer være meningsfulle, mens for andre vil utviklingen stagnere og en vil kunne risikere tap av motivasjon.

5.3 En praktisk refleksjonsmodell for forklaringer

Den metodiske tilnærmingen som ligger til grunn i denne studien er veksling mellom en deduktiv og en induktiv tilnærming. Bakgrunnen for dette var da de deduktive kategoriene gav et for snevert svar for den aktuelle problemstillingen, ble jeg nødt til å gå over datamaterialet igjen for å undersøke hvilke mønstre datamaterialet gav uten forankring i teori. Mønstrene dannet igjen nye kategorier (se kapittel 3.5.3), som ble nyttige for å analysere forklaringer av nytt fagstoff. Det eksisterer relativt lite teori om læreres forklaringer av nytt fagstoff knyttet til matematikk. Derfor kan disse kategoriene benyttes for å undersøke forklaringer av nytt fagstoff i matematikk videre. På bakgrunn av at den induktive tilnærmingen gav studien et større bilde av forklaringer av nytt fagstoff, vil problemstillingen besvares i korte trekk ved hjelp av en modell. Modellen er forankret i denne studiens funn kombinert med tidligere forskning og teori, og kan kanskje brukes som et hjelpemiddel for lærere som skal forklare nytt fagstoff i praksis.

I modellen under må de tre hovedelementene anses i samhandling med hverandre og vil påvirke kjennetegn ved en forklaring av nytt fagstoff. Lærer er nødt til å kjenne elevene sine for å kunne skape en undervisning tilpasset til akkurat den unike elevgruppen (se kapittel 5.2). Elevene er nødt til å bli kognitivt aktivisert, gjennom en trygg ramme for undervisningen med læreren i styringen (se kapittel 5.1). Forklaringen av det nye fagstoffet skal inkludere elevenes hverdagslige liv, samtidig som den bevarer matematisk integritet (se kapittel 5.2.1). Spørsmålene knyttet til modellen er spørsmål man som lærer kan stille seg selv i forkant av en forklaring av nytt fagstoff, for å sørge for at undervisningshandlinger inkludert i forklaringen er bevisste handlinger og slik at man reflekterer over egen undervisningskvalitet. Det er viktig å understreke at dette er en modell som kjennetegner forklaringene av nytt fagstoff hos de fire lærerne i studien, og derfor bør den heller ikke være avgjørende for et hvilket som helst klasserom, men kan fungere som en pekepinn på hva som ser ut til å fungere hos andre lærere.



Modell 1 Refleksjonsmodell.

5.4 Avsluttende refleksjon

Det vil kreve analyser langt ut over det som er mulig innenfor rammen av denne studien, for å kunne gi en mer utfyllende forklaring på forklaringenes kvalitet. Det er en vanskelig oppgave å peke på eksakte undervisningshandlinger som er av betydning for elevenes prestasjoner. Dette er matematikklasserom som viser høye prestasjoner, så det er nødt til å være kvalitet i disse klasserommene.

Moderne elevaktive undervisningsformer har ofte blitt hauset opp som mer givende, lærerikt og motiverende (Opheim et al., 2010). Likevel indikerer denne studien at tradisjonell undervisning med hverdagslige forklaringer av nytt fagstoff er det som kjennetegnes i disse klasserommene. Dette samsvarer med funnene til Opheim og kolleger (2010) og Hattie (2009), som fant at lærerstyrt undervisning med et preg av mer tradisjonelle undervisningsformer, er av positiv betydning for elevers prestasjoner. I forklaringene av det nye fagstoffet i de fire klasserommene blir læreren derfor et bindeledd mellom det nye fagstoffet og elevene, som er en karakteristikk ved tradisjonelle tilnærminger til undervisning. I kontrast til omvendt undervisning, der elevene direkte møter på det nye fagstoffet (Statped, 2017). En tradisjonell tilnærming krever derfor at elevene er nødt til å møte på utprøvingssituasjoner (Klette, 2013), der elevene aktivt bearbeider det nye fagstoffet. Moderne elevaktive undervisningsformer blir kanskje mer effektive dersom læreren tar mer av styringen, slik at undervisningsformen bevarer sin hensikt. På den måten vil selv elevaktive undervisningsformer bære preg av en tradisjonell tilnærming. Så læreren forblir en elementær faktor for elevers læringsutbytte (Kaarstein et al., 2016; Kersting et al., 2012; Klette, 2013).

Selv om det er tydelig at tradisjonelle forklaringer (se figur 8) og forklaringer som bærer preg av en prosedural orientering (se figur 9) har høyest frekvens, har ikke denne studien stort nok omfang til å undersøke om det er en sammenheng mellom de to. Likevel kan dette være en indikator på at tilegnelsessituasjoner danner et første forståelsesgrunnlag, mens utprøvingssituasjoner danner den dype og bærekraftige forståelsen. Dette betyr jo som Klette (2013) påpeker, at god undervisning evner å balansere tilegnelsessituasjoner, utprøvingssituasjoner og konsolideringssituasjoner.

Hvorvidt elevene i de fire klassene forstår det nye fagstoffet som presenteres, kan ikke observeres. Forståelse må måles ved hjelp av oppgaver, tester eller nasjonale prøver. I og med at elevene i denne studien viser en gjennomsnittlig høy fremgang i prestasjoner fra 8. til 9.trinn, vil man kunne si at noen grad av forståelse er oppnådd. Vi har data som viser oss at elevene viser høy fremgang i prestasjonene fra ett år til et annet, og derfor er det noe som skaper læring og det er nødt til å være kvalitet i lærernes undervisning. På den ene siden er flere av oppgavene elevene testes i på nasjonale prøver av typen tekstoppgaver. Derfor er det vanskelig å si noe om i hvilken grad elevenes ferdigheter til å tolke mye tekst og skille ut meningsfull informasjon, ene og alene er matematikklærerens resultat. I norskfaget lærer elevene mye om lesing og tolkning av tekst. Derfor kan store deler av elevenes prestasjoner være resultater av for eksempel både matematikklæreren og norsklærerens arbeid. I tillegg kan det være at elevene i denne studien er gode til å samarbeide i utprøvingssituasjoner (Klette, 2013). Vi vet også fra tidligere forskning at motivasjonen til elever er en elementær drivkraft for læring. Med tanke på dagens «generasjon prestasjon» (Madsen, 2018), kan det være at elevene i disse klasserommene har en stor motivasjon for å lykkes med matematikken. En slik faktor vil kunne være med på å skape en slags flokkmentalitet, der prestasjon anses som betydningsfullt i det aktuelle klassemiljøet. At det eksisterer en forventning i klassemiljøet om at prestasjon er viktig, for ikke å havne utenfor det sosiale klassemiljøet. På den andre siden kan det godt være at lærerne i denne studien evner i større grad å gjennomføre utprøvingssituasjoner og konsolideringssituasjoner av god kvalitet, og derfor har ikke forklaringen av nytt fagstoff i tilegnelsessituasjonen så stor betydning. Dersom læreren er god til å forklare når elever jobber med oppgaver og derav blir en god lærer totalt sett, er det kanskje ikke så avgjørende at det er god kvalitet på den første forklaringen av det nye fagstoffet. Fra et slikt perspektiv vil veiledningsrollen være vel så betydelig som formidlingsrollen.

6 Avslutning

Hensikten med denne studien har vært å undersøke hva som kjennetegner matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner. Formålet med denne studien var å finne ut om det fantes en suksessoppskrift på forklaringer av nytt fagstoff, og se betydningen av rollen til de utvalgte lærerne i klasserommet. Lærerne ble plukket ut blant 15 lærere i LISA-prosjektet som underviste i klasserom som viste høy fremgang i prestasjoner, og som i tillegg forklarte nytt fagstoff. Etter en utvalgsprosess ble resultatet fire lærere i hhv. 168 minutter og 9 sekunder. Analyseprosessen var en todelt prosess, der de deduktive analysekategoriene gav grunnlaget for en første dybdeanalyse. Da det oppstod funn underveis, ble nye induktive koder dannet som gav grunnlaget for andre dybdeanalyse. Denne studien kan gi et bidrag til videre klasseromsforskning på forklaringer av nytt fagstoff. Avslutningsvis i denne studien vil jeg oppsummere de fremtredende funnene for å besvare den aktuelle problemstillingen.

6.1 Svar på problemstilling

Jeg innledet denne studien med problemstillingen: «*Hva kjennetegner matematikklæreres forklaringer av nytt fagstoff i klasserom som viser høy fremgang i prestasjoner?*».

For å kunne besvare denne problemstillingen i dybden, kreves også et større omfang. Likevel er det to fremtredende kjennetegn som uthever seg blant de fire utvalgte lærerne. Det som kjennetegner læreres forklaringer av nytt fagstoff i denne studien er en tradisjonell undervisning med hverdagslige forklaringer. Det vil si at lærerne i denne studien evner å forklare det nye fagstoffet på en måte som er forståelig for andre. Lærerne forklarer på et nivå som ikke er for langt unna elevenes nærmeste utviklingssone (Säljö, 2016). I tillegg rammes forklaringene av det nye fagstoffet inn i en tradisjonell undervisning. De fire lærerne har klare forskjeller i hvilke representasjoner de benytter, og hvor ofte de blir benyttet. Den representasjonsformen som er mest fremtredende er verbale representasjoner (se figur 2). Hyppigheten av matematiske fagbegreper hos de fire lærerne er høy, men fraværet av matematiske fagbegreper er også relativt høyt (se figur 3). En av de fire lærerne skiller seg ut med mange eksempeloppgaver i forklaringen av det nye fagstoffet, mens de tre resterende bruker eksempeloppgaver jevnt over (se figur 4). Det er mye bruk av spørsmålsstilling fra lærerne til elever, og flest spørsmål der lærerne vet svaret (se figur 5).

6.2 Studiens begrensninger

På bakgrunn av studiens omfang, ble det naturligvis noen begrensninger. Denne studien er blitt gjennomført av kun en forsker. Det betyr at forskningsprosessen kan være preget av mine antakelser og feil. Jeg kan ha tolket funnene på en måte, i en spesiell retning og derfor tatt slutninger basert på hva jeg ville finne ut. Med andre ord kan det ha oppstått forskerbias (Creswell & Miller, 2000). På bakgrunn av at jeg kun har undersøkt forklaringer av nytt fagstoff hos fire lærere, begrenses funnene til de fire lærerne benyttet i denne studien. Derfor kan ikke funnene for denne studien brukes for å generalisere forklaringer av nytt fagstoff, og funnene kan heller ikke gjelde for norske matematikklærere generelt. Lærerne i denne studien er heller ikke representative for matematikklærerne i LISA-materialet, da de ble plukket ut på bakgrunn av valgt formål for studien. Til denne studien ville det vært interessant og undersøkt de fire lærerens oppfatninger og tanker bak selve undervisningen, gjennom intervjuer. Det er en begrensning at dette ikke er gjort. Ellers ville en kunne forstått disse forklaringene av nytt fagstoff på en bedre og mer nyansert måte. Til slutt er en begrensning for modell 1 (se kapittel 5.3), at den ikke er testet ut i andre klasserom. Derfor kan vi ikke med sikkerhet si at modellen er valid og derav betydningsfull, men den kan gi en orientering.

6.3 Forslag til videre forskning

Vi vet allerede at læreren er en elementær faktor for elevers læring (Kersting et al., 2012; Klette, 2013) og at flere tilegnelsessituasjoner er nødt til å forekomme for at læring skal skje (Klette, 2013). Vi er likevel nødt til å løfte blikket over 4'er krav i matematikk og mastergrad, og se på hva som viser seg å fungere i klasserom som har høy fremgang i prestasjoner for å kunne finne kjennetegn i undervisningen som er av betydning for elevers læring. Om vi skal satse på mer kognitiv elevaktivitet i skolen er klart, men denne studien indikerer at lærerstyrte elevaktiviteter er viktig for å bevare matematikkfagets hensikt. Videre forskning bør fokusere mer på forklaringer av nytt fagstoff. En mulig vei å gå er å undersøke hele tilegnelsessituasjoner (Klette, 2013), istedenfor å begrense tilegnelsessituasjoner til læreres forklaringer av nytt fagstoff. En annen vei å gå er å undersøke hva som kjennetegner læreres forklaringer av det samme nye fagstoffet. Som i «The Pythagoras study» av Klieme, Pauli og Reusser (2009), der de gjennomførte en studie med fokus på det samme matematiske emnet i alle kasusene. Denne studien har bidratt med noen eksempler på hva som kan kjennetegne forklaringer av nytt fagstoff, og det ville vært interessant å se hvilke utslag de induktive kategoriene i denne studien, også gjorde i andre studier. Det hadde også vært interessant å rette fokus mot elevenes opplevelse av forklaringer av nytt fagstoff. Vi vet hvor lite om fenomenet til nå, og ettersom dette er en trofast undervisningsdel er det grunnleggende å vite hvilken betydning den har for elevene i klasserommet.

Litteraturliste

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. New York: Springer-Verlag New York Inc. https://doi.org/10.1007/0-306-48016-6.

Andersson, E., & Sørvik, G. O. (2013). Reality lost? Re-Use og Qualitative Data in Classroom Video Studies. *Forum: Qualitative Social Research*, 14(3).

Anthony, G. & Walshaw, M. (2009). Characteristics of Effective Teaching of Mathematics: A View from the West. *Journal of Mathematics Education, 4*(2). 147-164.

Anthony, G. & Walshaw, M. (2008). The Teacher's role in Classroom Discourse: A Review of Recent Research Into Mathematics Classrooms. *Review of Educational Research, 78*(3), 516-551.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap.* Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Bergem, O. K. (2016). Hovedresultater i matematikk. I O. K. Bergem, T. Nilsen & S. Blömeke (Red.). *Vi kan lykkes i realfag: Resultater og analyser fra TIMSS 2015.* (s.22-43). Oslo: Universitetsforlaget.

Bergem, O. K., Nilsen, T. & Blömeke, S. (Red.). (2016). *Vi kan lykkes i realfag: Resultater og analyser fra TIMSS 2015*. Oslo: Universitetsforlaget. https://www.idunn.no/file/pdf/66911876/vi-kan-lykkes-i-realfag.pdf

Blikstad-Balas, M. (2017). Key challenges of using video when investigating social practices in education: contextualization, magnification, and representation. *International journal of Research Methods in Education.* https://doi.org/10.1080/1743727X.2016.1181162

Blikstad-Balas, M., & Sørvik, G. O. (2015). Researching literacy in context: using video analysis to explore school literacies. *Literacy, 49*(3), 140-148.

Botten, G. (2013). Matematikklæring og språk. *Tangenten, 13*(3), 27-33. Hentet fra http://www.caspar.no/artikkel_pdf/t-2013-3-7.pdf

Baumert, J., Kunter, M., Werner, B., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M. & Tsai, Y. M. (2017). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal, 47*(1), 133-180. https://doi.org/10.3102/0002831209345157

Brenner, M. E., Mayer, R. E., Moseley, B., Brar, T., Durán, R., Reed, B. S. & Webb, D. (1997). Learning by Understanding: The Role of Multiple Representations in Learning Algebra. *American Educational Research Journal, 34*(4), 663-689. https://doi.org/10.2307/1163353

Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. & Bell, R. C. (2011). *Research methods in education* (7. utgave). London: Routledge.

Corti, L. (2000). Progress and Problems of Preserving and Providing Access to Qualitative Data for Social Research - The International Picture of an Emerging Culture. *Forum: Qualitative Social Research, 1*(3), 1-22.

Creswell, J. W., & Miller, D. L. (2000). Determining validity in qualitative inquiry. *Theory Into Practice, 39*(3), 124-130. http://doi.org/10.1207/s15430421tip3903_2

Dalland, C. P. (2011). Utfordringer ved gjenbruk av andres kvalitative data. *Norsk pedagogisk tidsskrift, 95*(6), 449-459.

Delmatte. (u.å.). Spill: Battleship. Hentet 17.april 2019 fra http://www.delmatte.no/spill/battleship.html

Derry, S. J., Pea, R. D., Barron, B., Engle, R. A., Erickson, F., Goldman, R., . . . Sherin, B. L. (2010). Conducting Video Research in the Learning Sciences: Guidance on Selection, Analysis, Technology, and Ethics. *Journal of the Learning Sciences, 19*(1), 3-53. https://doi.org/10.1080/10508400903452884

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Ertesvåg, F., Laustsen, E. & Wibe-Lund, T. (2013, 4.desember). Derfor er norske 15-åringer så dårlige i matte. *VG*. Hentet fra https://www.vg.no/nyheter/innenriks/i/o5Qqg/derfor-er-norske-15-aaringer-saa-daarlige-i-matte

Everett, E. L. & Furseth, I. (2012). *Masteroppgaven. Hvordan begynne og fullføre.* Oslo: Universitetsforlaget.

Everett, E. L. & Furseth, I. (2012). Kunsten å holde stø kurs - å lage en god analyse. I E. L. Everett & I. Furuseth (Red.). *Masteroppgaven. Hvordan begynne og fullføre* (s. 145-161) Oslo: Universitetsforlaget.

Firebaugh, G. (2008). There Should Be the Possibility of Surprise in Social Research. I G. Firebaugh (Red.), *Seven Rules for Social Research* (s. 1-30). Princeton: Princeton University Press.

Franke, M. L., Kazemi, E. & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 225-256). Charlotte, N.C: Information Age.

Gall, M. D., Gall, J. P. & Borg, W. R. (2007) *Educational research: an introduction*. 8th ed. N.Y.: Longman.

Goldenberg, P., & Mason, J. (2008). Shedding light on and with example spaces. *Educational studies in mathematics, 69*(2), 183–194. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9143-3

Goldin, G. A. (2014). Mathematical Representations. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 409-413). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_103

Hammersley, M. (2010). Can we re-use qualitative data via secondary analysis? Notes on some terminological and substantive issues. *Sociological Research Online, 15*(1).

Hancock, D. R., Bray, M. & Nason, S. A. (2002). Influencing University Students' Achievement and Motivation in a Technology Course. *The Journal of Educational Research, 95*(6), 365-372. https://doi.org/10.1080/00220670209596611

Hattie, J. (2009). *Visible Learning: A Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement*. 4.utgave. London: Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203887332

Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. I F. K. Lester Jr. (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 371-404). Charlotte, NC: Information Age.

Hodge, L., Zhao, Q., Visnovska, J., & Cobb, P. (2007). What does it mean for an instructional task to be effective? I J. Watson & K. Beswick (Red.), *Mathematics: Essential research, essential practice* (s. 329– 401). Hobart: MERGA.

Häggström, J. (2006). The introduction of new content: What is possible to learn? I D. Clarke, J. Emanuelsson, E. Jablonka & I. A. C. Mok (Red..), *Making connections: Comparing mathematics classrooms around the world.* (kapittel 9) Rotterdam: Sense Publishers.

Imsen, G. (2010). *Lærerens verden – Innføring i generell didaktikk*. 4. utgave, 3. opplag. Oslo: Universitetsforlaget AS.

Ingram, J., Andrews, N. & Pitt, N. (2019). When students offer explanations without the teacher explicitly asking them to. *Educational Studies in Mathematics, 101*(1), 51-66. https://doi-org.ezproxy.uio.no/10.1007/s10649-018-9873-9

Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. 4.utgave. Oslo: Abstrakt forlag AS

Johnson, B. R. & Christensen, L. (2013). Valditity of Research Results in Quantitative, Qualitative and Mixed Research. I B. R. Johnson & L. Christensen (Red.), *Educational Research: Quantitative, Qualitative, and Mixed Approaches* (s. 277-316). Sage: Los Angeles.

Kaarstein, H., Nilsen, T. & Blömeke, S. (2016). Lærerkompetanse. I O. K. Bergem, T. Nilsen & S. Blömeke (Red.), *Vi kan lykkes i realfag: Resultater og analyser fra TIMSS 2015* (s. 97-116). Oslo: Universitetsforlaget.

Kersting, N.B., Givvin, K.B., Thompson, B.J., Santagata, R. & Stigler, J.W. (2012). Measuring Usable Knowledge: Teachers' Analyses of Mathematics Classroom Videos Predict Teaching Quality and Student Learning. *American Educational Research Journal*, *49*(3), 568-589. https://doi.org/10.3102/0002831212437853

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). Adding it up: Helping Children Learn Mathematics. Washington, DC: National Academy Press. Hentet fra https://www.nap.edu/catalog/9822/adding-it-up-helping-children-learn-mathematics

Kirsch, A. (2000). Aspects of Simplification in Mathematics Teaching. I I. Westbury, S. Hopman & K. Riquarts (Red.), *Teaching As A Reflective Practice* (s.267-284). New York: Routledge.

Klette, K. & Blikstad-Balas, M. (2017). Observation manuals as lenses to classroom teaching: Pitfalls and possibilities. *Sage Journals, 17*(1), 129-146. https://doi.org/10.1177/1474904117703228

Klette, K., Blikstad-Balas, M. & Roe, A. (2017). Linking instruction and student achievement: research design for a new generation of classroom studies. *Acta Didactica Norge, 11*(3), 19. https://doi.org/10.5617/adno.4729

Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning? Rapport fra klasseromsforskningen. I R. Säljö & R. J. Krumsvik (Red), *Praktisk-pedagogisk utdanning: En antologi* (s.173-194). Bergen: Fagbokforlaget.

Klette, K. (2007). Bruk av arbeidsplaner i skolen – et hovedverktøy for å realisere tilpasset opplæring? *Norsk pedagogisk tidsskrift, 91*(4), 344-358.

Kleven, T. A. (2014). Data og datainnsamlingsmetoder. I Thor Arnfinn Kleven (Red.), *Innføring i pedagogisk forskningsmetode* (s. 27-47). Bergen: Fagbokforlaget.

Klieme, E., Pauli, C. & Reusser, K. (2009). The pythagoras study: Investigating effects of teaching and learning in Swiss and German mathematics classrooms. I T. Janik & T. Seidel (Red.), The power of video studies in investigating teaching and learning in the classroom (s. 137– 160). New York, NY: Waxmann.

Kuglemeyer, C. & Riese, J. (2018). From professional knowledge to professional performance: The impact of CK and PCK on teaching quality in explaining situations. *Journal of Research in Science Teaching, 55*(10). https://doi.org/10.1002/tea.21457

Larreamendy-Joerns, J. & Muñoz, T. (2010). Learning, Identity, and Instructional Explanations. I M. Stein & L. Kucan (Red.), *Instructional Explanations in the Disciplines* (s.23-40). Boston: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0594-9

Leinhardt, G. (2001). Instructional Explanations: A Commonplace for Teaching and Location for Contrast. I V. Richardson (Red.), *Handbook Of Research On Teaching* (s.333-357). 4.utgave. Washington, DC: American Educational Research Association.

Madsen, O. J. (2018). *Generasjon prestasjon*. 1.utgave. Oslo: Universitetsforlaget AS.

Mason, J. (2014) Questioning in Mathematics Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 513-518). Oxford: Springer

Mason, J. (2000). Asking mathematical questions mathematically. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *31*(1), 97-111. https://doi.org/10.1080/002073900287426

Mayring, P. (2015). Qualitative Content Analysis: Theoretical Background and Procedures. I A. Blikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Red.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (s.365-380). Bremen: Springer

Munthe, E. (2013). Planlegging av undervisning. I R. Säljö & R. J. Krumsvik (Red), *Praktisk-pedagogisk utdanning: En antologi*(s. 203-227). Bergen: Fagbokforlaget.

Nosrati, M. & Wæge, K. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Hentet fra http://www.matematikksenteret.no/content/4879/Sentrale kjennetegn-pa-godlaring-og-undervisning-i-matematikk

Olafsen, A. R. & Maugesten, M. (2015). *Matematikkdidaktikk* (2.utgave). Oslo: Universitetsforlaget.

Opheim, V., Grøgaard, J. B. & Næss, T. (2010). *De gamle er eldst?* (NIFU STEP rapport 34/2010). Hentet fra https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/279405/NIFUrapport2010-34.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Patton, M. Q. (2014). Data Collection Decisions. I M. Q. Patton (Red.), *Qualitative Research and Evaluation Methods* (s. 355-363). 4.utgave. Los Angeles: Sage.

Patton, M. Q. (1999). Enhancing the quality and credibility of qualitative analysis. *Health Services Research, 34*(5) 1189-1208. *https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1089059/*

Prawat, S. R. (1992). Teachers' Beliefs about Teaching and Learning: A Constructivist Perspective. *American Journal of Education, 100*(3), 354-395. https://doi.org/10.1086/444021

Ryen, A. (2016). Research Ethics and Qualitative Research. I D. Silverman (Red.), *Qualitative Research* (s.31-46). 4. utgave. Thousand Oaks: Sage.

Sande, C. V. D. & Greeno, J. G. (2010). A Framing of Instructional Explanations: Let Us Explain With You. I M. Stein & L. Kucan (Red.), *Instructional Explanations in the Disciplines* (s.69-82). Boston: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0594-9

Schlesinger, L. & Jentsch, A. (2016). Theoretical and methodological challenges in measuring instructional quality in mathematics education using classroom observations. *Springer Berlin Heidelberg, 48*(1-2), 29-40. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0765-0

Schoenfeld, A. (2010). How and Why Do Teachers Explain Things the Way They Do? I M. Stein & L. Kucan (Red.), *Instructional Explanations in the Disciplines* (s.83-106). Boston: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0594-9

Schultz, J. & Waters, M. (2000). Why Representations? *The Mathematics Teacher, 93*(6), 448-453. Hentet fra http://www.jstor.org.ezproxy.uio.no/stable/27971448

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Researcher. *Sage Journals 15*(2), 4–14. http://doi.org/10.3102/0013189X015002004

Schwarz, B. (2015). A Study on Professional Competence of Future Teacher Students as an Example of a Study Using Qualitative Content Analysis. I A. Blikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Red.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (s.381-399). Bremen: Springer

Silva, E. B. (2007). What's [yet] to be seen? Re-using qualitative data. *Sociological Research Online, 12*(3).

Silverman, D. (2011). Designing a research project. I D. Silverman (Red.), *Interpreting Qualitative Data* (s. 27-56). 4.utgave. Thousand Oaks: Sage.
Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, *77*, 20-26.
Solem, I. H. & Ulleberg, I. (2013). Hva spør lærere om? I H. Christensen & I. Ulleberg (Red.), *Klasseledelse, fag og danning* (s.139-153). Oslo: Gyldendal Akademisk.
Statped. (2017, 4.juli). *Hva sier forskning om omvendt undervisning?* Hentet fra http://www.statped.no/fagomrader-og-laringsressurser/finn laringsressurs/teknologitema/omvendt-undervisning/forskning/
Stein M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 313-340. http://doi.org/10.1080/1098606080222967
Stengrundet, S. & Valbekmo, I. (2018, juni). *Begrepslæring i matematikk*. Hentet fra rhttp://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-11/T3.P1.M2A%20Begrepsl%C3%A6ring%20i%20matematikk_nybu.pdf
Svingen, O. E. L. (2018, november). Representasjoner i matematikk. Hentet fra https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/Elever%20som%20presterer%20lavt/P1_M4.Representasjoner%20i%20matematikk.pdf
Säljö, R. (2016). *Læring - en introduksjon til perspektiver og metaforer*. Oslo: Cappelen Damm.
Thompson, A.G. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics, 15*(2), 105-127. https://doi.org/10.1007/BF00305892
Thompson C. J. & Davis, S. B. (2014). Classroom observation data and instruction in primary mathematics education: improving design and rigour. *Mathematics Education Research Journal, 26*(2), 301–323. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0099
Thompson, A. G., Philipp, R. A., Thompson, P. W. & Boyd, B. A. (1994). Calculational and conceptual orientations in teaching mathematic. I A. Coxford (Red.), *1994 Yearbook of the NCTM* (s. 79-92). Reston, VA: NCTM.
Tjora, A. (2017). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis*. 3.utgave. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.
Utdanningsdirektoratet. (2017). *Rammeverk for nasjonale prøver*. Hentet fra https://www.udir.no/eksamen-og-prover/prover/rammeverk-for-nasjonale-prover/hva-er-nasjonale-prover/#formal
Utdanningsdirektoratet. (2015). *Bruk det matematiske språket aktivt.* Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/regning/god-regneopplaring/5.-bruk-det-matematiske-spraket-aktivt/
Utdanningsdirektoratet. (2015). *Generell del av læreplanen*. Hentet fra https://www.udir.no/globalassets/upload/larerplaner/generell_del/generell_del_lareplanen_bm.pdf
Utdanningsdirektoratet. (2014). *Regning i matematikk*. Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/regning/god-regneopplaring/Praksisbeskrivelser---basert-pa-prinsippene-for-god-regneopplaring/Regning-i-matematikk/
Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag*. Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Hovedomraader
Vedeler, L. (2000). *Observasjonsforskning i pedagogiske fag. En innføring i bruk av metoder.* Oslo: Gyldendal Akademisk AS.

Walkington, C. & Marder, M. (2015). Classroom observation and value-added models give complementary information about quality of mathematics teaching. I T. J. Kane, K. A. Kerr & R. C. Pianta (Red.), *Designing Teacher Evaluation Systems: New Guidance from the Measures of Effective Teaching Project* (s. 234-277). New York: Wiley.

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk - redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten, 15*(2), 22-27. Hentet fra https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/page/samtaletrekk_tangenten.pdf

Yin, R. K. (2014). *Case study research: design and methods* (5. utg.). Los Angeles, California: SAGE.

Yin, R. K. (2003). *Case study research: design and methods* (3 utg.). Thousand Oaks: Calif: Sage.

Zodik, I. & Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 69*(2), 165–182. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9140-6