

# Aritmetiske ferdigheter hos minoritetsspråklige elever

*En kvantitativ undersøkelse av elever på 2.trinn i  
grunnskolen*

Erica Caspersen Lunde



Masteroppgave i spesialpedagogikk  
Institutt for spesialpedagogikk  
Det utdanningsvitenskapelige fakultet

UNIVERSITETET I OSLO

Vår 2019



# **Aritmetiske ferdigheter hos minoritetsspråklige elever**

En kvantitativ undersøkelse som sammenligner aritmetiske ferdigheter hos minoritetsspråklige og enspråklige elever på 2.trinn i grunnskolen.

© Erica Caspersen Lunde

2019

Aritmetiske ferdigheter hos minoritetsspråklige elever.

Erica Caspersen Lunde

<http://www.duo.uio.no>

Trykk: Reprosentralen, Universitetet i Oslo



# Sammendrag

Flere studier sammenligner minoritetsspråklige og enspråklige elever i matematikkferdigheter og finner at det er en forskjell mellom disse gruppene (Bernardo & Calleja, 2005; Driver & Powell, 2017; Haag, Heppt, Stanat, Kuhl & Pant, 2013; Hickendorff, 2013; Kleemans, Segers & Verhoeven, 2011; Van Rinsveld, Schiltz, Brunner, Landerl & Ugen, 2016; Vukovic & Lesaux, 2013). Årsaker til forskjellene er derimot ikke slått fast. Flere studier viser videre at det er en sammenheng mellom språkferdigheter og aritmetiske ferdigheter (Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu & Tsivkin, 1999; LeFevre et al., 2010; Praet, Titeca, Ceulemans & Desoete, 2013; Purpura, Napoli, Wehrspann & Gold, 2017). Det løftes frem et behov for mer kunnskap om minoritetsspråklige elever i norsk skole og deres tidlige matematikkferdigheter. Målet med denne masteroppgaven var å undersøke hvorvidt det er forskjeller i minoritetsspråklige og enspråklige elevers aritmetiske ferdigheter. Dette vil bli gjort ved hjelp av forskningsspørsmålene:

- I. Hvilke forskjeller er det mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever i *regneflyt addisjon og subtraksjon*, når det kontrolleres for nonverbale evner, vokabular, foreldres utdanningsnivå og alder?
- II. Hvilke forskjeller er det mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever på *aritmetiske tekstoppaver* når det kontrolleres for nonverbale evner, vokabular, foreldres utdanningsnivå og alder?

De ble kartlagt i en rekke ferdigheter, blant annet knyttet til matematikk og språk. Ved kartlegging av elevenes aritmetiske ferdigheter ble det benyttet Regnefaktaprøven (Klausen & Reikerås, 2016) og WISC-IV Regning (Wechsler, 2003). Elevenes språkferdigheter er kartlagt med WISC-IV Ordforklaring (Wechsler, 2003) og BPVS (Dunn, Dunn, Whetton & Burley, 1997). Ravens matriser (Raven, 1998) ble brukt som mål på nonverbale evner. For å besvare de nevnte forskningsspørsmålene har det blitt tatt i bruk deskriptive analyser, analyse av varians (ANOVA) og analyse av kovarians (ANCOVA). Alle analysene ble gjennomført i analyseprogrammet *IMB SPSS statistics 25*.

Resultatene viste at det var statistisk signifikante forskjeller mellom minoritetsspråklige og enspråklige elever i regneflyt, både addisjon og subtraksjon, og i aritmetiske tekstoppaver.

Etter å ha kontrollert for vokabular, foreldres utdanningsnivå, nonverbale evner og alder var det ikke lenger statistisk signifikant forskjell mellom gruppene i verken regneflyt addisjon og subtraksjon eller i aritmetiske tekstoppgaver. Funnene samsvarer med tidligere studier, som for eksempel at disse forskjellene mellom gruppene blant annet kan komme av forskjeller i språkferdigheter.

# Forord

Først vil jeg takke mine veiledere Riikka-Maija Mononen og Markku Niemivirta for faglige innspill og gode samtaler underveis. Takker også for at dere har laget grupper der vi har hatt anledning til å samarbeide oss studentene imellom. I tillegg vil jeg rette en stor takk til forskergruppa i VLC-prosjektet (*Vocabulary Learning Challenge*) for at jeg har fått lov til å delta og fått innspill underveis.

Tusen takk til familie og venner for all støtte og oppmuntring i denne perioden. Motivasjonen har steget med antall kaffebesøk og middager servert.

Til slutt, kanskje viktigst av alle, takk til studievenner som har holdt ut i to år. Takk for lange lunsjpauser, middager og turer. Jeg er stolt av dere og glad for nye vennskap.

Juni 2019,

Erica Caspersen Lunde





# Innholdsfortegnelse

<b>1 Innledning</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1 Bakgrunn og formål</b> .....	<b>1</b>
<b>1.2 Problemstilling</b> .....	<b>2</b>
<b>1.3 Diskusjon av sentrale begreper</b> .....	<b>3</b>
<b>1.4 Avgrensninger</b> .....	<b>4</b>
<b>1.5 Oppgavens oppbygging</b> .....	<b>5</b>
<b>2 Teoretisk og empirisk grunnlag</b> .....	<b>6</b>
<b>2.1 Aritmetiske ferdigheter</b> .....	<b>6</b>
2.1.1 Domenespesifikke faktorer som påvirker aritmetisk utvikling .....	7
2.1.2 Aritmetiske strategier .....	11
2.1.3 Aritmetiske tekstoppgaver .....	14
2.1.4 Domenegenerelle faktorer som påvirker aritmetisk utvikling .....	17
2.1.5 Atypisk utvikling av aritmetiske ferdigheter og elever i risikosone for å utvikle matematikkvansker.....	18
<b>2.2 Sammenheng mellom språk og aritmetiske ferdigheter</b> .....	<b>20</b>
2.2.1 Utvikling av språkferdigheter.....	21
2.2.2 Sammenheng mellom språk og aritmetiske ferdigheter .....	22
2.2.3 Utvikling av språk hos minoritetsspråklige elever .....	24
2.2.4 Minoritetsspråklige elevers prestasjoner i aritmetikk.....	25
<b>2.3 Oppsummering av teoretisk og empirisk grunnlag</b> .....	<b>27</b>
<b>3 Metode</b> .....	<b>29</b>
<b>3.1 Design</b> .....	<b>29</b>
<b>3.2 Utvalg og utvalgsprosess</b> .....	<b>30</b>
<b>3.3 Måleinstrumenter</b> .....	<b>30</b>
3.3.1 Regnefaktaprøven – Addisjon og subtraksjon.....	32
3.3.2 WISC-regning.....	32
3.3.3 British Picture Vocabulary Scale (BPVS) .....	33
3.3.4 WISC-ordforståelse .....	33
3.3.5 Raven.....	34
3.3.6 Foreldres utdanningsnivå .....	34

<b>3.4</b>	<b>Datainnsamling</b> .....	<b>35</b>
<b>3.5</b>	<b>Analyser</b> .....	<b>35</b>
3.5.1	Analyse av varians, ANOVA .....	36
3.5.2	Analyse av kovarians, ANCOVA.....	36
<b>3.6</b>	<b>Validitet og reliabilitet</b> .....	<b>37</b>
3.6.1	Validitet i kvantitative studier.....	37
3.6.2	Variabelens reliabilitet .....	39
<b>3.7</b>	<b>Etiske hensyn som må ivaretas</b> .....	<b>40</b>
<b>4</b>	<b>Resultater</b> .....	<b>42</b>
<b>4.1</b>	<b>Deskriptiv analyse</b> .....	<b>42</b>
4.1.1	Vurdering av avhengige variabler .....	43
4.1.2	Vurdering av kontrollvariabler .....	46
<b>4.2</b>	<b>Sammenligning av aritmetiske ferdigheter</b> .....	<b>48</b>
4.2.1	Analyse av varians .....	48
4.2.2	Analyse av kovarians.....	50
4.2.3	Analyse av kovarians, <i>Regneflyt addisjon</i> .....	53
4.2.4	Analyse av kovarians, <i>Regneflyt subtraksjon</i> .....	54
4.2.5	Analyse av kovarians, <i>Aritmetiske tekstoppgaver</i> .....	55
<b>4.3</b>	<b>Oppsummering av analyser og funn</b> .....	<b>56</b>
<b>5</b>	<b>Drøfting av resultater</b> .....	<b>58</b>
<b>5.1</b>	<b>Resultatene sett i lys av tidligere empiri</b> .....	<b>58</b>
5.1.1	Forskjeller mellom gruppene i regneflyt addisjon og subtraksjon .....	58
5.1.2	Forskjeller mellom gruppene på aritmetiske tekstoppgaver .....	61
5.1.3	Pedagogiske implikasjoner .....	63
<b>5.2</b>	<b>Resultatene sett i lys av validitetsteori</b> .....	<b>65</b>
5.2.1	Statistisk validitet .....	65
5.2.2	Indre validitet .....	67
5.2.3	Begrepsvaliditet.....	68
5.2.4	Ytre validitet.....	69
<b>5.3</b>	<b>Oppsummering og veien videre</b> .....	<b>70</b>

## Oversikt over tabeller

Tabell 1. <i>Beskrivelse av ulike strategier</i> .....	11
Tabell 2. <i>Klassifisering av tekstoppgaver</i> .....	15
Tabell 3. <i>Oversikt over de ulike testene brukt for å måle de ulike variablene</i> .....	31
Tabell 4. <i>Reliabilitetsmål for testene</i> .....	40
Tabell 5. <i>Deskriptive analyser. Variasjonsbredde (VB), gjennomsnitt (M), standardavvik (SD), skjevhet (skew) og kurtosis (krt) for de målte variablene.</i> .....	42
Tabell 6. <i>Test av homogenitet i varians for alle variablene, ANOVA.</i> .....	48
Tabell 7. <i>ANOVA, n=antall, M=Gjennomsnitt, SD=standardavvik, <math>\eta^2</math>=eta squared</i> .....	49
Tabell 8. <i>Deskriptive analyser for begge grupper. Gjennomsnitt (M) og standardavvik (SD) for kontrollvariablene.</i> .....	50
Tabell 9. <i>Korrelasjoner mellom kontrollvariabler</i> .....	51
Tabell 10. <i>Test av homogenitet i varians for alle variablene, ANCOVA.</i> .....	52
Tabell 11. <i>ANCOVA, regneflyt addisjon</i> .....	53
Tabell 12. <i>ANCOVA, regneflyt subtraksjon</i> .....	54
Tabell 13. <i>ANCOVA, aritmetiske tekstoppgaver</i> .....	55
Tabell 14. <i>Deskriptive analyser ANCOVA, n=antall, M=gjennomsnitt, SD=standardavvik, SE=standard error</i> .....	56

## Oversikt over figurer

Figur 1. <i>Eksempel på item fra Regnefaktaprøven addisjon</i> .....	32
Figur 2. <i>Eksempler på item fra Regnefaktaprøven subtraksjon</i> .....	32
Figur 3. <i>Eksempel på item fra BPVS</i> .....	33
Figur 4. <i>Eksempel på item fra Raven</i> .....	34
Figur 5. <i>Histogram over fordelingen til variabelen regneflyt addisjon</i> .....	44
Figur 6. <i>Histogram over fordelingen til variabelen regneflyt subtraksjon</i> .....	45
Figur 7. <i>Histogram over fordelingen til variabelen aritmetiske tekstoppgaver</i> .....	45
Figur 8. <i>Histogram over fordelingen til variabelen reseptivt vokabular</i> .....	46
Figur 9. <i>Histogram over fordelingen til variabelen ekspressivt vokabular</i> .....	47
Figur 10. <i>Histogram over fordelingen til variabelen nonverbale evner</i> .....	47
Figur 11. <i>Gjennomsnitt aritmetiske ferdigheter</i> .....	57
Figur 12. <i>Justert gjennomsnitt aritmetiske ferdigheter</i> .....	57

# 1 Innledning

Masteroppgaven omhandler tidligere teori og empiriske funn knyttet til minoritetsspråklige elevers aritmetiske ferdigheter. Det vil bli gjennomført en sammenligning av gruppen minoritetsspråklige og enspråklige elever. Masteroppgaven er skrevet i tilknytning til VLC-prosjektet (*Vocabulary Learning Challenge*) ved Institutt for spesialpedagogikk ved Universitetet i Oslo.

## 1.1 Bakgrunn og formål

Resultater fra de nasjonale prøvene i 2016 viste at minoritetsspråklige elever skåret lavere enn majoritetsspråklige elever på de fleste prøvene. I lesing og regning var det flest innvandrerelever på de laveste mestringsnivåene. Forskjellene fortsetter utover i skolegangen. Det skiller imidlertid mellom elever som er født i Norge, og som ikke er det. Norskfødte med innvandrerforeldre gjør det gjennomgående bedre enn elever som ikke er født i Norge (Steinkellner, 2017). Det finnes noe kunnskap om systematiske forskjeller i elevprestasjoner i skolen mellom minoritetsspråklige elever og enspråklige elever (Bachmann, Haug, og Myklebust, 2010; Haug, 2003). Det fremgår at minoritetsspråklige elever på ungdomstrinnet oppnår noe lavere karakterer enn majoritetsspråklige i norsk, engelsk og matematikk. Her var forskjellen størst i matematikk. (Bakken, 2003). Det samme fremkommer i NOVA-rapporten *Trivsel og utdanningsdriv blant minoritets elever i videregående*. Her vises det at minoritetsspråklige elever som gruppe oppnår et karaktergjennomsnitt som ligger omtrent en tredjedel av en hel karakter i videregående under gjennomsnittet til majoritetsgruppen. Det løftes det frem at det er store variasjoner mellom ulike innvandrergrupper, og at sosioøkonomiske forhold og botid forklarer mye av forskjellen (Bakken & Hyggen, 2018). I Norge mottok 42 633 elever særskilt norskopplæring skoleåret 2018/2019. Dette utgjør omtrent syv prosent av elever i grunnskolen i Norge (Utdanningsdirektoratet, 2018). Særskilt norskopplæring innebærer forsterket opplæring i norsk. I osloskolen mottok nesten 21 % av elevene slik opplæring i 2017, dette er betraktelig flere enn på landsbasis (Barne-, ungdoms- og familiedirektoratet, 2018).

Det er gjennomført studier for å kartlegge ordforråd hos minoritetsspråklige barn i starten av skolegangen. Lervåg og Melby-Lervåg (2009) fant at tospråklige elever er svakere enn enspråklige i muntlige språkferdigheter på norsk, og i leseforståelse. Dette kan på sikt gi

skolefaglige utfordringer på grunn av et mangelfullt utviklet begrepsapparat. Lunde (2005) diskuterer om vi i Norge påfører minoritetsspråklige elever lærevansker i matematikk i skolen på grunn av svekket faglig selvtillit og negative ringvirkninger av dette.

Tidlige matematikkferdigheter er viktig for et barns samlede akademiske utvikling (Purpura & Napoli, 2015). Ferdighetene bygger på hverandre og danner grunnlaget for mer avansert læring. Det er vist at et barns tidlige aritmetiske ferdigheter er viktig for senere prestasjoner (Aunio & Räsänen, 2016; Geary, 2015a; Gilmore et al., 2018; Raghobar & Barnes, 2017). I tillegg kan det se ut til at elevens matematiske kompetanse når de er ferdig på skolen predikerer deres senere arbeidsforhold. Derfor vektlegges betydningen av tidlig identifisering, for å fange opp de elevene som strever og for å kunne sette inn riktig hjelp (Geary, 2015a). Særlig har det vært fokus på å forstå hvilke faktorer som kan forklare individuelle forskjeller, hvorfor noen finner matematikk utfordrende og identifisere hvilke mekanismer som påvirker utviklingen (Gilmore, Göbel & Inglis, 2018; Purpura, Baroody & Lonigan, 2013).

Det er en økende forståelse for at språkferdigheter er viktig for elevers matematiske utvikling (Lefevre et al., 2010). I internasjonal forskning kommer det frem at elever som mottar undervisning på sitt andrespråk skårer lavere enn enspråklige når det kommer til tidlige matematiske ferdigheter (Kleemans, Segers & Verhoeven, 2011; Vukovic & Lesaux, 2013) og aritmetiske ferdigheter (da presentert som tekstopp-gaver (*word problems*)) (Driver & Powell, 2017; Van Rinsveld, Schiltz, Brunner, Landerl & Ugen, 2016). Det løftes frem et behov for mer forskning i Norge på minoritetsspråklige elever som mottar undervisning i en norsk språkkontekst knyttet til tidlige matematiske ferdigheter. Denne masteroppgaven ønsker å studere i hvilken grad denne elevgruppen presterer forskjellig fra enspråklige elever i aritmetiske ferdigheter og hvilke faktorer som kan spille inn. Elevene er testet enkeltvis, som kan gi et bidrag til å forstå de individuelle forskjellene bedre.

## 1.2 Problemstilling

For å belyse minoritetsspråklige elevers aritmetiske ferdigheter er det følgende problemstilling valgt: *I hvilken grad er det forskjell i aritmetiske ferdigheter mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever?* For å svare på problemstillingen vil det bli

benyttet kvantitative metoder, satt opp mot relevant teori. Følgende forskningsspørsmål vil bli besvart for å belyse problemstillingen:

- I. Hvilke forskjeller er det mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever i *regneflyt addisjon og subtraksjon*, når det kontrolleres for nonverbale evner, vokabular, foreldres utdanningsnivå og alder?
- II. Hvilke forskjeller er det mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever på *aritmetiske tekstoppgaver* når det kontrolleres for nonverbale evner, vokabular, foreldres utdanningsnivå og alder?

### 1.3 Diskusjon av sentrale begreper

Denne oppgaven undersøker aritmetiske ferdigheter hos *minoritetsspråklige elever*. I prosjektet masteroppgaven er en del av (VLC) defineres minoritetsspråklige elever som elever med en annen morsmålsbakgrunn enn norsk, svensk og dansk. Denne elevgruppen kan defineres på ulike måter (Bjerke, Monsrud & Thurmann-Moe, 2013; Driver og Powell, 2017; Hofslundsengen, 2011). I lovverket knyttes begrepet minoritetsspråklig til en juridisk rettighet, som sier at elever med et annet morsmål enn norsk og samisk har rett til særskilt norskopplæring til de har tilstrekkelige ferdigheter i norsk til å følge den vanlige opplæringen. Om nødvendig har disse elevene også rett til morsmålsopplæring, tospråklig fagopplæring eller begge deler (Opplæringsloven, 1998, § 2-8). Internasjonalt ser en ulike begreper i bruk, som for eksempel Driver og Powell (2017), som bruker begrepet English Language Learners (ELL). De refererer med dette til en stor gruppe elever med svært variert lingvistisk-, kulturell- og utdanningsbakgrunn. Gruppen har til felles at de mottar undervisning på et annet språk enn sitt morsmål, samtidig som de mottar undervisning i majoritetsspråket. Andre begreper som brukes i norsk kontekst er; førstespråk (også omtalt som morsmål) og andrespråk (det språket barnet lærer seg etter førstespråket) (Bjerke et al., 2013).

Hofslundsengen (2011) drøfter hvordan begrepet ”minoritetsspråklige” blir brukt. Hun trekker frem at en slik kategorisering kan være problematisk og ha konsekvenser for lærerens syn på disse elevene (Hofslundsengen, 2011). I NOU-meldingen ”Mangfold og mestring” løftes det frem hvordan kategorisering av elever kan medføre et språklig dilemma. Her pekes det på uheldige sider ved å bruke termen ”språklig minoritet” eller ”minoritetsspråklig”. I

noen tilfeller kan en slik forståelse uheldig knyttes til mangler ved elevens skoleforutsetninger. En kan da stå i fare for å overse de språklige ressursene disse elevene har. Det å bli utsatt for slik minoritetsfokusering gjennom hele opplæringsystemet kan virke uheldig, både for den enkelte og for skolemiljøet (NOU 2010:7). Denne elevgruppen vil i denne masteroppgaven likevel omtales som «minoritetsspråklige elever», med visshet om at det vil være et stort spenn innenfor gruppen når det gjelder for eksempel språklige ressurser. I spørreskjemaene er foresatte spurt om språklig tilhørighet og hvilke språk de mestrer. De er i tillegg spurt om hvilke språk som blir brukt hjemme. Elevene er kategorisert på bakgrunn av det. De felles at begge foreldrene har et annet morsmål enn norsk.

## 1.4 Avgrensninger

Denne oppgaven er en del av et større forskningsprosjekt. Dette har gitt unike muligheter til å kunne se på spesifikke felt knyttet til matematikk. Siden oppgavens tematikk er minoritetsspråklige elevers aritmetiske ferdigheter, er det kun inkludert data fra prosjektet som best dekker oppgavens problemstilling. Elevene er testet i aritmetiske ferdighetene gjennom deltesten *WISC-regning* og testen *Regnefaktaprøven*. Disse testene er brukt med bakgrunn i elevenes alder og hvor de er i utviklingen. Som mål på elevenes språkferdigheter er det brukt resultater fra testen *British Picture Vocabulary Scale (BPVS)* og deltesten *WISC-ordforklaring*. Disse testene måler reseptivt og ekspressivt vokabular.

Grunnet deltagelse i prosjektet og tilgangen til et større testbatteri er det flere temaer det kunne vært interessant å studere. Dersom oppgaven hadde vært av et større omfang kunne det vært spennende å studere om det var noen forskjeller mellom gruppene knyttet til morsmålsbakgrunn og hvilket språk det ble snakket hjemme. Studier knyttet til leseforståelse har vist at det kan ha betydning hvilket språk eleven har som andrespråk (Lervåg & Aukrust, 2009). Det samme kunne ha blitt undersøkt knyttet til aritmetiske ferdigheter. Noen av elevene kommer fra en tospråklige familie, altså at en av foresatte snakker norsk, svensk eller dansk og den andre snakker et annet språk. Disse elevene er ikke inkludert i denne oppgaven. Dette først og fremst for å sikre at problemstillingen blir besvart og at det vil kunne være vanskelig å drøfte resultatene i etterkant. Likevel kunne det ha vært interessant å undersøke hvordan disse elevene gjør det sammenlignete med de nevnte gruppene, og om en kan peke på noen forskjeller i deres utvikling. Da eventuelt knyttet til ulike språkgrupper.



## 1.5 Oppgavens oppbygging

Det *første kapitlet* beskrev bakgrunn for valg av tema, minoritetsspråklige elevers aritmetiske ferdigheter, samt en begrepsavklaringer og avgrensninger.

I *kapittel 2* utypes tema med ved bruk av teori og relevant forskning. Først beskrives utviklingen av aritmetiske ferdigheter, deretter belyses betydningen språk har for denne utviklingen. *Kapittel 2.2.4* ser på forskning knyttet til minoritetsspråklige elevers aritmetiske ferdigheter. *Kapittel 1 og 2* utgjør oppgavens teoretiske rammeverk.

*Kapittel 3* tar for seg den aktuelle metoden, samt hvilke valg som er tatt knyttet til analyser. Først vil studiens design, utvalg og måleinstrumenter presenteres. Videre følger en beskrivelse av analysene. I denne studien vil det gjennomføres variansanalyser med og uten kontrollvariabler (ANOVA og ANCOVA), knyttet til de ulike aritmetiske ferdighetene (regneflyt addisjon, regneflyt subtraksjon og aritmetiske tekstoppgaver). I tillegg vil begrepene validitet og reliabilitet beskrives, samt måleinstrumentenes reliabilitetsmål. *Kapitlet* avsluttes med noen etiske betraktninger knyttet til denne studien.

*Kapittel 4* presenterer resultatene i studien. Først blir de deskriptive resultatene beskrevet. Videre rapporteres resultater fra ANOVA og ANCOVA. Før de nevnte analysene vil de aktuelle kriteriene for å kunne gjennomføre analysene rapporteres og godkjennes.

*Kapittel 5* belyser oppgavens resultater sett i lys av tidligere empiri og teori. Videre vil resultatene drøftes opp mot validitetsteori. I tillegg vil ulike pedagogiske implikasjoner løftes frem.

## 2 Teoretisk og empirisk grunnlag

Flere studier er gjennomført for å beskrive aritmetiske ferdigheter og kartlegge hva som påvirker denne utviklingen (Aunio & Räsänen, 2016; Butterworth, 2005; Geary, 2000; Purpura, Hume, Sims & Lonigan, 2011; Raghobar & Barnes, 2017). Blant annet viser studier at tidlige matematikkferdigheter predikerer hvordan man senere presterer i matematikk (Aunio & Räsänen, 2016; Geary, 2015a; Gilmore et al., 2018; Raghobar & Barnes, 2017). Elevene i denne masteroppgaven er tidlig i utviklingen av aritmetiske ferdigheter. Her er fokuset på utvikling av aritmetiske strategier nødvendig for å effektivt og med god flyt kunne regne ut addisjons og subtraksjonsoppgaver, samt å løse aritmetiske tekstoppgaver. Dette omtales som domenespesifikk matematisk kunnskap og ferdigheter (Gilmore et al., 2018), og vil ha særlig fokus i det første kapittelet (2.1). I tillegg vil det bli pekt på noen trekk ved atypisk utvikling av aritmetiske ferdigheter, med fokus på elever i risikozonen for å utvikle vansker. Denne oppgaven søker å beskrive eventuelle forskjeller mellom enspråklige og minoritetsspråklige elever. Dette for å belyse minoritetsspråklige elevers aritmetiske ferdigheter. Matematikkprestasjonene krever, i tillegg til de domenespesifikke ferdighetene, involvering av nødvendige domenegenerelle ferdigheter og språk (Gilmore et al., 2018). Kapittel 2.2 vil ha fokus på språk og sammenhengen mellom språkferdigheter og aritmetiske ferdigheter, samt minoritetsspråklige elevers matematikkprestasjoner.

### 2.1 Aritmetiske ferdigheter

Aritmetikk kan i sin enkleste form defineres som læren om tallenes egenskaper og metoder for å regne med tall (Aarnes, 2019). I Kunnskapsløftet knyttes det å regne til ”å kunne bruke symbolspråk, matematiske begreper, fremgangsmåter og varierte strategier til problemløsning og utforsking som tar utgangspunkt både i praktiske, dagligdagse situasjoner og i matematiske problemer” (Utdanningsdirektoratet, 2015). Dette vil kreve aktivering av både domenespesifikke- (som tallforståelse og aritmetikk) og domenegenerelle- (som intelligens, arbeidsminne og språk) faktorer. I det følgende vil utviklingen av aritmetiske ferdigheter beskrives, med utgangspunkt i modellene som nevnes. Raghobar og Barnes (2017) har gjort en systematisk gjennomgang av forskning gjort på typisk og atypisk utvikling av tidlig aritmetiske ferdigheter og kognitive faktorer som støtter denne utviklingen. Målet deres er å løfte frem implikasjoner for tidlig vurdering og utvikling av gode intervensjonsprogrammer. Det samme blir gjort i Aunio og Räsänen (2016) sin modell. De beskriver fire matematiske

grunnferdigheter for barn i alderen fem til åtte år, som gjensidig påvirker hverandre. Disse ferdighetene er: symbolsk- og ikke-symbolsk tallforståelse, telleferdigheter, relasjonelle ferdigheter og aritmetiske grunnferdigheter. De tidlige ferdighetene påvirker hverandre gjensidig og utvikles parallelt med hverandre (Aunio & Räsänen, 2016).

### **2.1.1 Domenespesifikke faktorer som påvirker aritmetisk utvikling**

*Tidlige matematikkferdigheter* («early numeracy») har vist seg å være viktig for et barns utvikling av aritmetiske ferdigheter og må ligge til grunn for senere utvikling (Aunio & Niemivirta, 2010; Purpura et al., 2011; Raghubar & Barnes, 2017). Eksempler på tidlige matematikkferdigheter er blant annet kjennskap til tallsymboler, forståelse for tallmengder og å kunne sammenligne dem, muntlige telleferdigheter, forståelse for mønster, problemløsning og manipulasjon av mengder (legge til og trekke fra objekter i et sett) (Aunio og Räsänen, 2016; Raghubar & Barnes, 2017). Disse ferdighetene blir omtalt som uformelle matematikkferdigheter og læres ofte utenfor, eller før, skolesituasjonen. Formelle matematikkferdigheter læres gjennom undervisning i en skolesituasjon (Purpura & Napoli, 2015; Raghubar & Barnes, 2017). Når barnet blir eldre vil utviklingen av aritmetiske ferdigheter ha særlig fokus. Disse ferdighetene bygger på hverandre og danner grunnlaget for mer avanserte ferdigheter (Geary, 2010; Purpura & Napoli, 2015). Eksempler på mer avansert kunnskap er å aritmetiske tekstoppgaver og forståelse for tekstoppgaver i flere trinn (Bull & Lee, 2014).

#### **Forståelse for tall og tallmengder**

Grunnleggende tallforståelse dreier seg om en forstå tallordene og tallene vi skriver (Wright, Ellemor-Collin & Tabor, 2012). Innen tallforståelse skilles det ofte mellom symbolsk og ikke-symbolske forståelse (Aunio & Räsänen, 2016; Raghubar & Barnes, 2017). Aunio og Räsänen (2016) skiller videre mellom to systemer for å oppfatte og spore mengder, *Approximate number system* (ANS) og *subitizing*. ANS sees som et ikke-språklig system som sørger for en omtrentlig følelse av en mengde med objekter, også kalt tallfølelse (*number sense*) (Geary, 2015b). Innen forskning diskuteres det hvorvidt dette er noe mennesket er født med og hvilken betydning det har for grunnleggende symbolske ferdigheter (Butterworth, 2005; Geary, 2013; Göbel, Watson, Lervåg & Hulme, 2014; Purpura & Napoli, 2015). Subitizing er knyttet til evnen til å gjenkjenne et antall objekter i en liten gruppering, uten å telle dem (Aunio & Räsänen, 2016). Göbel et al. (2014) undersøker på hvilken måte oppgaver knyttet til ikke-symbolsk tallforståelse og symbolsk- forståelse er relatert, og

hvordan denne kunnskapen kan predikere senere aritmetisk utvikling. Den symbolske tallforståelsen er språkavhengig og knyttes til ulike tidlige tallmessige ferdigheter, sammenlignet med ANS (Raghubar & Barnes, 2017). En ser på tallsymbolet som representert i to former; tallordet ("tre") og det arabiske tallsymbolet ("3"). Verken ordlyden i tallordet eller tallsymbolet kan direkte knyttes til den mengden ordet representerer (Gilmore et al., 2018). Dette kan være utfordrende for enkelte elever (Butterworth, 2005) og vil belyses senere i oppgaven.

Göbel et al. (2014) legger spesielt vekt på kjennskap til arabiske siffer ved skolestart som en nøkkelkomponent for utviklingen av senere aritmetiske ferdigheter, i tillegg til forståelsen for flersifrede tall og for plassverdisystemet. Deres longitudinelle forskning viste at verbal prosessering knyttet til innlæring av de arabiske sifrene, evnen til å veksle mellom arabiske siffer og det verbale ordet, er avgjørende for aritmetisk utvikling og kan forutsi individuelle forskjeller knyttet til denne utviklingen. Barn som starter på skolen med svak forståelse for arabiske siffer, mengden de representerer og sammenhengen mellom dem, skårer svakt på tester knyttet til tallforståelse som ungdom/tenåring (Geary, 2015a). Fullstendig forståelse for hva tallordene og sifrene representerer tilegnes over en lengre periode og krever formell skolegang (Geary, 2000). Vanbinst, Ansari, Chesquière og De Smedt (2016) har gjennom studier vist at evnen til å prosessere symbolske tallmengder er like viktig for aritmetisk utvikling, som fonologisk bevissthet er for lesing.

### **Telleferdigheter**

Telleferdigheter er en av basisferdighetene knyttet til aritmetikk (Butterworth, 2005; Gilmore et al., 2018; Peng et al., 2016). Butterworth (2005) omtaler disse ferdighetene som komplekse. Dette siden det stilles ulike krav til eleven og det er flere områder eleven må mestre. Eksempler er; kunnskap om tallsymboler, tallordsekvenser, kjennskap til at hvert objekt i en tellemengde kun kan telles en gang og forståelse for/kunne bestemme antall objekter i en mengde (omtalt som *enumeration*) (Aunio & Räsänen, 2016; Bull & Lee, 2014; Butterworth, 2005; Raghubar & Barnes, 2017). Videre er tallordsekvenser noe ulik fra språk til språk. I flere av de asiatiske språkene er tellerekka etter ti regelrett, der en sier ti-en, ti-to, ti-tre (for tallene 11, 12, 13). Dette skiller seg fra europeiske språk, der en sier elleve, tolv, tretten. En regelrett tallrekke etter ti kan gi en tidligere forståelse av titallssystemet, og plassverdisystemet, og kan gjøre det lettere å lære seg å løse komplekse aritmetiske oppgaver.

Manglende koblingen mellom tallord og titallsystem kan da gjøre undervisning i dette noe mer utfordrende på europeiske språk (Geary, 2004).

Gelman & Gallistel (1978) beskriver ulike prinsipper for å fullstendig forstå telling. Det skilles mellom prosedyre- og konseptuell kunnskap (*procedural og conceptual knowledge*) (Desoete, 2015; LeFevre et al., 2006; Rittle-Johnson & Schneider, 2015). Prosedyrekunnskap knyttes, i en matematisk kontekst, til kunnskap en trenger for å gjennomføre en rekke operasjoner presist og effektivt. Konseptuell kunnskap omfatter forståelsen for hvorfor nettopp den sekvensen av operasjoner er passende (Gilmore et al., 2018; Rittle-Johnson & Schneider, 2015). Knyttet til prosedyrekunnskap beskriver Gelman & Gallistel (1978) fire prinsipper. Barnet må ha en forståelse for en-til-en-prinsippet; at hvert objekt i et sett kun kan telles én gang og at hver tall og tallord representerer et objekt. I tillegg må barnet forstå at tallordene må leses i en bestemt rekkefølge. Tredje prinsipp knyttes til abstraksjon, at hva som helst kan telles; som for eksempel hunder, hunder og katter, mennesker til stede/ikke til stede etc. Videre må barnet ha forståelse for at rekkefølgen objektene telles i ikke har betydning for resultatet (*the order irrelevance principle*). Siste prinsipp beskriver barnets konseptuelle forståelse og kalles kardinalitetsprinsippet. Det innebærer en forståelse for at det siste tallet i tellerekken beskriver hvor mange objekter det totalt er i et sett (Gelman & Gallistel, 1978; Gilmore et al., 2018; Rittle-Johnson & Schneider, 2015). For mange elever er telling en strategi for å løse aritmetiske oppgaver (Ostad, 1998). Disse elevene henter da ikke aritmetisk fakta (som for eksempel  $3+5=8$ ) fra minnet (Butterworth, 2005). Dette nevnes nærmere i kapittel 2.1.2 Aritmetiske strategier.

### **Relasjonelle ferdigheter**

Numeriske relasjoner involverer kunnskap om hvordan to eller flere gjenstander er knyttet sammen eller relevante for hverandre og assosiasjonen mellom tallene i en mental tallinje (Purpura et al., 2011). I tillegg omfatter relasjonelle ferdigheter forståelse for matematisk-logiske prinsipper, grunnleggende aritmetiske prinsipper, matematiske symboler og plassverdisystemet og titallsystemet. Disse ferdighetene forutsetter en forståelse for de kvantitative og ikke-kvantitative relasjonene mellom elementer i en oppgave. Matematisk-logiske prinsipper knyttes blant annet til evner som å kunne klassifisere og sammenligne, og en forståelse for tallrekken og en- til en korrespondanse (Aunio & Räsänen, 2016). Å kunne klassifisere er viktig for å kunne bestemme en mengdes kardinalitet, for eksempel: «Hvor mange epler kan du se på dette bilde». I tillegg må eleven ha forståelsen for ordinale tall,

omtalt som *seriation*, for eksempel: «Putt klossene i riktig rekkefølge, slik at annenhver kloss er rød og annen hver kloss er svart» (Desoete, 2015). Begge disse evnene forutsetter språklig kompetanse og vokabular hos eleven. Eleven må ha innsikt i hva begrepet «annen hver» betyr. Dersom eleven får oppgaver som «hvilket tall er størst» og «i hvilken boks er det flest klosser» må de ha forståelse for begrepene *størst* og *flest*. Disse begrepene knyttes ofte til et bestemt begrepsapparat kalt «det matematiske språket», som utdypes senere i oppgaven (kapittel 2.2.)

Eleven bør i tillegg kunne mestre grunnleggende aritmetiske prinsipper. Det vil si en forståelse for del-hel relasjoner i addisjons- og subtraksjonsoppgaver (Aunio & Räsänen, 2016). I tillegg må eleven forstå den kommutative og assosiative lov og ha en forståelse for at addisjon og subtraksjon er motsatte regneoperasjoner. Ved utførelse av en regneoperasjon må eleven ha en forståelse for de matematiske symbolene og hva de innebærer. Det fremheves at forståelse for plassverdisystemet og titallssystemet er viktige relasjonelle ferdigheter. Plassverdisystemet viser til at sifrene i et tall bestemmer hvilken verdi det har i tallet, som at sifferet 2 i 23 sier at tallet inneholder 2 tiere. Dette er viktig for videre aritmetiske ferdigheter (Wright et al., 2012).

### **Aritmetiske grunnferdigheter**

Dowker (2015) beskriver behovet for å se på aritmetiske ferdigheter som sammensatte og består av ulik kompetanse. Her inkluderes blant annet kunnskap om aritmetisk fakta og kompetanse knyttet til aritmetiske prosedyrer. Eleven må ha forståelse for og kunne anvende læresetninger/teorem og kunne gjøre beregninger. Videre stilles det krav om at eleven skal kunne løse aritmetiske tekstoppgaver, samt overføre aritmetikk til praktiske problemer. De nevnte ferdighetene er ikke hierarkisk bygd opp og kan mestres i ulik grad. Dermed vil en kunne se store individuelle forskjeller knyttet til hvert komponent.

Aunio og Räsänen (2016) knytter aritmetiske grunnferdigheter hovedsakelig til mestring av oppgaver i addisjon og subtraksjon, og noen oppgaver i multiplikasjon og divisjon. Dette siden modellen er laget for elever opp til åtte år. Purpura et al. (2011) knytter aritmetiske operasjoner til et barns evne til å forstå endringer i en mengde og danne nye mengder gjennom disse endringene. Disse ferdighetene utvikles ofte parallelt med utvikling av telleferdigheter. Før elevene starter på skolen vil deres aritmetiske kunnskap komme fra oppgaver som involverer ikke-verbale eller ikke-symboliske mengder, en bruker altså ikke

tallord eller siffer (Gilmore et al., 2018). Målet er at barnet skal ha flytende aritmetiske- og regneferdigheter knyttet til tall fra 1-20, i løpet av de tidlige skoleårene (Aunio & Räsänen, 2016).

## 2.1.2 Aritmetiske strategier

Addisjons- og subtraksjonsoppgaver er ofte presentert i tekstformat eller som symbolsk presenterte oppgaver (*number-fact problems*). Oppgaver i symbolsk form involverer dekontekstualisert språk, uten direkte referanser til objektene de representerer (Ostad, 2010). I møte med slike oppgaver vil et barn ta i bruk ulike strategier, omtalt som oppgavespesifikke strategier (Ostad, 2013). Strategier eleven bruker for å løse aritmetiske oppgaver, kan ofte vise hvor i utviklingen av aritmetiske ferdigheter eleven er (Ostad, 2010). En strategi kan defineres som hvordan en oppgave er utført mentalt (Ashcraft, 1990). Overordnet kan en dele oppgavespesifikke strategier inn i tre; strategier som involverer manipulasjon av konkreter (som for eksempel å regne på fingre), mentale strategier og skriftlige strategier (Gilmore et al., 2018). Generelt har en sett at elever går fra å bruke ineffektive «telle alle»- strategier til mer effektive «snarvei»- strategier og til slutt bruker gjenhenging (*retrieval*) (Fuson, 1992; Geary, Brown, & Samaranayake, 1991). Med utgangspunkt i studier gjort av Ostad (2013) kan elevs strategibruk i addisjon og subtraksjon oppsummeres på følgende måte, der det skilles mellom *backupvarianter* og *retrievalvarianter* (tabell 1).

Tabell 1. Beskrivelse av ulike strategier

Backupvarianter			
Addisjon		Subtraksjon	
Strategi	Forklaring og eksempel (3+5)	Strategi	Forklaring og eksempel (5-3)
<b>Telle alt og forfra igjen</b>	Eleven teller konkreter, for eksempel på fingrene eller klosser. Eks. Teller først «én, to, tre» og fortsetter å telle «fire, fem, seks, syv, åtte». Så starter eleven på nytt med å telle forfra igjen og teller alle elementene i de to mengdene.	<b>Telle alt og forfra igjen</b>	Eleven teller konkreter, for eksempel på fingrene eller klosser. Eks. Teller først «én, to, tre, fire, fem» konkreter. Tar deretter utgangspunkt i denne 5-mengden og teller vekk «én, to, tre». Til slutt teller eleven endelig de elementene som da er tilbake: «én, to».
<b>Telle alt</b>	Eleven teller konkreter. Eks. Teller først «én, to, tre» og fortsetter å telle «fire, fem, seks, syv, åtte».	<b>Tilvekstvarianter</b>	Konkreter brukes for å holde styr på antall tellesteg. Eks. Utgangspunkt i tallet tre, og teller «fire, fem». Kommer så frem til at svaret er to.

<b>Telle videre</b>	Elevene bruker konkreter. Teller videre fra det største av de to tallene. Eks. Teller «fire, fem, seks, syv, åtte».	<b>Minkingsvarianten</b>	Konkreter brukes for å holde styr på antall tellesteg. Eks. Tar utgangspunkt i tallet fem og teller baklengs «fire, tre, to». Kommer så frem til at svaret er to.
<b>Minimumsvarianten (minimum antall tellesteg)</b>	Eleven teller konkreter. Teller her videre fra det tallet som representerer det største tallet. Eks. Teller her videre fra 5, altså «seks, syv, åtte».	<b>Tilvekstminkingsvarianten</b>	Eleven velger en strategi som krever minst telling (minst antall tellesteg).
<b>Tegnevarianten</b>	Ved hjelp av blyant tegner eleven streker, prikker eller lignende på et ark. De fungerer som fysiske representasjoner for tallene i oppgaven og som han/hun deretter benytter til å telle seg frem til svaret ved hjelp av tidligere beskrevet backupvariantene.	<b>Tegnevarianten</b>	Ved hjelp av blyant tegner eleven streker, prikker eller lignende på et ark. De fungerer som fysiske representasjoner for tallene i oppgaven og som han/hun deretter benytter til å telle seg frem til svaret ved hjelp av tidligere beskrevet backupvariantene.
<b>Tellepunkter i tallsymbol</b>	Eleven tegner (eller tenker seg) tellepunkter (tallbilder) i tallsymbolene. Tellepunktene fungerer som fysiske representasjoner for tallene i oppgaven. Addisjonen foregår på den måten at eleven benytter tellepunktene og finner svaret ved hjelp av tidligere beskrevet backupvariantene.	<b>Tellepunkter i tallsymbol</b>	Eleven tegner (eller tenker seg) tellepunkter (tallbilder) i tallsymbolene. Tellepunktene fungerer som fysiske representasjoner for tallene i oppgaven. Subtraksjonen foregår på den måten at eleven benytter tellepunktene og finner svaret ved hjelp av tidligere beskrevet backupvariantene.
<b>Andre tellevarianter</b>	Eleven tegner først en tallinje og teller på den. Eleven teller på fingerledd. Eleven kombinerer elementer fra to eller flere av de strategiene som er beskrevet.	<b>Andre tellevarianter</b>	Eleven tegner først en tallinje og teller på den. Eleven teller på fingerledd. Eleven kombinerer elementer fra to eller flere av de strategiene som er beskrevet.
<b>Verbal telling</b>	Eleven sier tallnavnene høyt eller beveger leppene synlig i en stille løsningssekvens. Telling har ellers ingen annen direkte observerbar, ytre referanseramme.	<b>Verbal telling</b>	Eleven sier tallnavnene høyt eller beveger leppene synlig i en stille løsningssekvens. Telling har ellers ingen annen direkte observerbar, ytre referanseramme.

### Retrievarianter

#### Addisjon

#### Subtraksjon

<b>Strategi</b>	Forklaring og eksempel (3+5)	<b>Strategi</b>	Forklaring og eksempel (5-3)
<b>Vet svaret</b>	Eleven kjenner igjen oppgaven og vet svaret umiddelbart.	<b>Vet svaret</b>	Eleven kjenner igjen oppgaven og vet svaret umiddelbart.
<b>Avledet</b>	Eleven vet svaret på	<b>Avledet</b>	Eleven vet svaret på



<b>variant 1</b>	addisjonskombinasjoner og benytter dette svaret som grunnlag for videre telling. Eks. Eleven vet at $3 + 3 = 6$ og sier: «Tre pluss tre er seks ... pluss 2». Eleven teller: «syv, åtte. Det blir åtte».	<b>variant 1</b>	addisjonskombinasjoner og benytter disse som grunnlag for videre telling. Eks. Om oppgaven er $8-3=$ , vet eleven at $3+3 = 6$ , og sier «tre pluss tre er seks, pluss 2». Eleven teller «syv, åtte» og sier: «3 pluss 2 er 5».
<b>Avledet variant 2</b>	Eleven vet at svaret på ulike addisjonskombinasjoner og benytter den aktuelle kombinasjonen som utgangspunkt for oppgaveløsingen uten å ta i bruk telling. Eks. Om oppgaven er $8+6 =$ . Eleven kan bygge videre fra åtte og si: «Åtte pluss to er ti. Da blir det fire tilbake. Ti pluss fire er fjorten.»	<b>Avledet variant 2.</b>	Eleven vet at svaret på ulike subtraksjonskombinasjoner og benytter den aktuelle kombinasjonen som utgangspunkt for oppgaveløsingen uten å ta i bruk telling. Om oppgaven er « $14-6=$ », kan eleven for eksempel gå veien om ti. Eleven vet at « $14-4=10$ », at « $6-4=2$ » og at « $10-2=8$ », og derfor at « $14-6=8$ ».

Utviklingen av strategier vil ikke nødvendigvis følge en trinnvis modell som beskrevet over. En har sett at elever benytter seg av forskjellige strategier knyttet til ulike oppgavetyper (Dowker, 2014). Likevel er det forventet at de til slutt skal lære å hente frem (*retrieve*) svaret på enkle aritmetiske oppgaver (Gilmore et al., 2018), og vil skåre høyt på tester som måler regneflyt (Tolar, Lederberg & Fletcher, 2009). Flere modeller har blitt foreslått for å forklare prosessene knyttet til innhenting/fremhenting av fakta (Ashcraft, 1992; Campbell, 1995; Siegel, 1988). Disse tar utgangspunkt i en teori om at oppgavene er lagret i et assosiert nettverk. Det diskuteres hvordan dette nettverket er organisert (Gilmore et al., 2018).

Dowker (2014) drøfter i sin studie hvordan et barn forstår et aritmetisk konsept eller prinsipp og i hvilken grad de klarer å bruke dette prinsippet formålstjenlig i en aritmetisk strategi. Det kan synes som at enkelte prinsipper ikke blir brukt i retrievevariantene, grunnet manglende tilgang til disse prinsippene. Samtidig kan det være slik at barnet forstår det aritmetiske prinsippet eller sammenhengen, men ikke klarer å anvende det på en passende måte. Sammenheng mellom strategibruk og prestasjoner, når det gjelder oppstilte aritmetiske oppgaver og aritmetiske tekstoppgaver, kan indikere at noe aritmetisk kunnskap er nødvendig for å kunne ta i bruk strategier.

Barns strategier knyttet til subtraksjonsoppgaver har vært mindre studert enn strategier knyttet til addisjonsoppgaver (Dowker, 2014). Det er vist at å hente frem svar på subtraksjonsoppgaver kan være mer utfordrende enn å hente frem svar på addisjonsoppgaver

(Dowker, 2014). Det kan være ulike grunner til dette. Eleven kan for eksempel ha lagret færre fakta knyttet til subtraksjon enn addisjon. Det er observert at flere av strategiene knyttet til subtraksjon er avhengig av en forståelse for addisjon, samt at addisjon og subtraksjon er motsatte regneoperasjoner (DeSmedt, Tobeyns, Stassens, Chesquiere & Verschaffel, 2010). Dowker (2014) støtter dette, og hevder at barn kan ha vansker med å forstå og ta i bruk sammenhengen mellom addisjon og subtraksjon.

Elever med matematikkvansker kan ha strategier som er ensidige, der mange av elevene bruker backup-strategier gjennom hele grunnskolen (Gilmore et al., 2018; Jordan, Hanich & Kaplan; 2003; Ostad, 1998). De har en tendens til å i større grad velge de mest primitive backupstrategiene, ha liten grad av variasjon i valget mellom ulike strategivarianter og lav endringsgrad i strategivalget fra år til år opp gjennom grunnskolealderen (Gilmore et al., 2018; Ostad, 1998). Jordan et al. (2003) fant i sin longitudinelle studie at vansker med å hente addisjons- og subtraksjonsfakta kan identifiseres allerede på 2. trinn, barneskolen, og var vedvarende gjennom skoletiden. De fant videre at elevgruppen som hadde vansker med innhenting av fakta ikke hadde vansker knyttet til lesing og språk, men hadde noen svakheter knyttet til nonverbal resonnering.

### **2.1.3 Aritmetiske tekstoppgaver**

Aritmetiske tekstoppgaver, omtalt på engelsk som *arithmetic word problems*, kan defineres som verbale beskrivelser av numerisk kvantitative situasjoner som inneholder et eller flere eksplisitte spørsmål (Driver & Powell, 2017; Thevenot & Barrouillet, 2015) på norsk ofte omtalt som regnefortellinger eller tekstoppgaver (Ostad, 2010). Oppgavene kan bli presentert muntlig og besvares verbalt, eller ved at eleven selv leser oppgaven og svarer skriftlig (Ostad, 2010). Den matematiske utregningen er med andre ord integrert i setninger, der både ordene og strukturen i teksten danner oppgaven (Driver & Powell, 2017). Slike oppgaver krever at elevene både har tilstrekkelig utviklet verbale ferdigheter og grunnleggende regneferdigheter (Ostad, 2010). Det er forventet at svaret på oppgaven skal kunne knyttes til en numerisk verdi som har blitt løst gjennom en eller flere aritmetiske operasjoner (Thevenot & Barrouillet, 2015). For å løse oppgavene må eleven bruke tekst, knyttet til opplæringspråket, for å finne manglende informasjon, lage en plan for hvordan oppgaven skal løses og gjennomføre en eller flere kalkuleringer for å finne løsningen (Powell, 2011).

Tradisjonelt har en klassifisert tekstoppgaver etter deres semantiske karakteristik, og da særlig den relasjonelle strukturen i situasjonen teksten refererer til (Ostad, 2013; Thevenot & Barrouillet, 2015). Å klassifisere ulike type tekstoppgaver kan gi informasjon om hvilke oppgavetyper som er særlig vanskelige og hvorfor. Disse skillene er ment for å kartlegge forskjeller i kognitive ferdigheter knyttet til de ulike oppgavetyperne (Verschaffel, Depaeppe & Dooren, 2015). Den mest kjente klassifiseringen av addisjonsoppgaver er gjort av Riley, Grenno & Heller (1983). Basert på den semantiske relasjonen beskrevet i teksten kan en dele tekstoppgaver i fire ulike hovedgrupper; endring (*change*), jamstilling (*equalizing*), sammensetning (*combine*) og sammenligning (*compare*) (Riley et al, 1983). Ulike oppgavetyper knyttet til denne inndelingen er beskrevet i tabell 2 (Ostad, 2013; Riley et al, 1983). I oppgavens drøftingsdel vil denne inndelingen knyttes til de aritmetiske tekstoppgavene elevene i denne masterstudien er testet på. De ulike oppgavetyperne knyttes til hvilket ledd i oppgaven som er ukjent.

**Tabell 2. Klassifisering av tekstoppgaver**

<b>Gruppe</b>	<b>Ukjent</b>	<b>Eksempel</b>
<b>Endring</b>	Resultat	Per hadde 3 kroner. Han fikk 5 kroner av mor. Hvor mange kroner hadde han nå?
<b>Endring</b>	Endring	Knut hadde 4 kroner. Han fikk noen kroner av Tom. Nå har Knut 9 kroner. Hvor mange kroner ga Tom til Knut?
<b>Endring</b>	Start	Hans hadde til å begynne med noen kroner. Han ga 8 kroner til far. Nå har Hans 14 kroner. Hvor mange kroner hadde Hans til å begynne med?
<b>Jamstilling</b>		Kari hadde 3 kroner. Nina hadde 8 kroner. Hvor mange kroner trenger Kari for å ha like mange som Nina?
<b>Sammensetning</b>	Sammensetningsverdi	Tor hadde 8 kroner. Jon hadde 5 kroner. Hvor mange kroner hadde Tor og Jon til sammen?
<b>Sammensetning</b>	Delverdi	Marit og Tova hadde 12 kroner til sammen. Marit hadde 5 kroner. Hvor mange kroner hadde Tove?
<b>Sammenligning</b>	Differanse	Janne hadde 12 kroner. Mary hadde 7 kroner. Hvor mange kroner mer hadde Janne enn Mary?
<b>Sammenligning</b>	Sammenligningsverdi	Kari hadde 6 kroner. Else hadde 8 kroner mer enn

		Kari. Hvor mange kroner hadde Else?
<b>Sammenligning</b>	Referent	Lise hadde 10 kroner. Hun hadde 4 kroner mer enn Anne. Hvor mange kroner hadde Anne?

Disse oppgaver kan gi elevene ulike utfordringer. Ofte er det slik at feilene barnet gjør på tekstopp-gaver ikke er knyttet til selve utregningen, men kan stamme fra feilaktig tolkning av oppgaven (Gilmore et al., 2018). Forskere har undersøkt ulike typer aritmetiske tekstopp-gaver (omtalt i tabell 2) og funnet at det er systematiske forskjeller i oppgavetyper elevene ser på som vanskeligere enn andre.

Verschaffel & Corte (1997) fant at endringsopp-gaver med én ukjent og sammensetningsopp-gaver med én ukjent delverdi var enklest å løse. Noe vanskeligere var endringsopp-gaver der enten starten var ukjent eller endringsopp-gaver der endringen var ukjent, eller sammensetningsopp-gaver med ukjent delverdi. Sammenstillingsopp-gaver viste seg å være vanskeligst, særlig der referenten var ukjent. Det stilles spørsmål om dette var særlig vanskelig grunnet det matematiske språket i disse opp-gavene. Å løse en slik tekstopp-gave vil ikke kun si noe om å mestre den aritmetiske kalkuleringen, men heller å forstå den relasjonelle strukturen tallverdiene er satt inn i. Med andre ord vil måten teksten er formulert og presentert påvirke hvorvidt barnet klarer å forstå denne strukturen og klarer å løse opp-gaven (Thevenot & Barrouillet, 2015). Videre har en sett at selv om den ønskede operasjonen er den samme, kan opp-gaver som faller innunder forskjellige kategorier ha forskjellig vanskelighetsgrad (Verschaffel et al., 2015).

Aritmetiske tekstopp-gaver er særlig viktig siden de ofte blir brukt i pedagogiske situasjoner der elever er forventet å vise deres forståelse for og mestring av tidligere lærte matematiske prosesser og konsepter. Disse opp-gavene er videre ansett som et viktig testfelt for matematikkprestasjoner (Thevenot & Barrouillet, 2015). Likevel har flere internasjonale studier vist at dette er et av feltene elever opp-lever størst vansker, sammenlignet med prestasjoner på opp-gaver som løses ved regning (Gilmore et al., 2018). Dette kan ha sammenheng med de sammensatte kravene som stilles til eleven for å løse slike opp-gaver. Barns prestasjoner vil være et resultat av hvordan de mestrer å danne en mental modell av situasjonen opp-gaven er satt i, deres prosedyreferdigheter i å gjennomføre passende operasjoner og innvirkningen av domene-generelle faktorer som inhibisjon og arbeidsminne (Gilmore et al., 2018).

### **2.1.4 Domenegenerelle faktorer som påvirker aritmetisk utvikling**

Ved løsning av aritmetiske oppgaver vil flere kognitive prosesser igangsettes. Det er forsket på hvilke faktorer som påvirker hvorfor noen elever utvikler vansker med matematikk og andre ikke. Noen knytter vanskene til domenegenerelle faktorer (Bull & Lee, 2014; Campbell, 2015; Fletcher, Lyon, Fuchs & Barnes, 2007; LeFevre et al., 2010, Purpura & Ganley, 2014). Forskning på kognitive faktorer har blant annet fokusert på forbindelsen mellom non-verbale og verbale evner, og ulike deler av arbeidsminnet, som visuospatial-, verbal- og fonologisk prosessering (Männamaa, Kikas, Peets & Palu, 2011). Flere studier tar for seg betydningen av eksekutive funksjoner og arbeidsminnet for utviklingen av aritmetiske ferdigheter (Fletcher, Lyon, Fuchs & Barnes, 2007). Eksekutive funksjoner er et sett av ferdigheter som kontrollerer, styrer og koordinerer ulike kognitive prosesser (Bull & Lee, 2014).

Arbeidsminnet defineres som evnen til å samtidig prosessere og lagre informasjon når en utfører en kognitiv oppgave (Baddeley, 2001). I tillegg vil oppmerksomhetskontroll kunne ha innflytelse på innlæringen av aritmetiske ferdigheter. Her inkluderes evnen til å ignorere informasjon eller responser som er irrelevant for den oppgaven en utfører (Geary, 2015a; Gilmore, 2018). Männamaa et al. (2011) har studert tredjeklassinger, og knytter kognitive ferdigheter til tre domener i matematikk. De tre domenene er; kunnskap (om grunnfakta, prosedyrer og konsepter elevene trenger å kunne), anvendelse (som fokuserer på anvendelse av kunnskap og konseptuell forståelse for å løse oppgaver) og problemløsning (å overføre kunnskap og ferdigheter til nye situasjoner). Det ble funnet at særlig verbale evner og verbale konsepter var mest assosiert med kunnskaps- og problemløsnings-domenene. Verbale konsepter bidro også til anvendelses-domenet.

LeFevre et al. (2010) har laget en modell, testet på elever fra fire og et halvt år til syv og et halvt år, med mål om å teste relasjoner mellom tidlige kognitive markører, tidlige matematikkferdigheter og matematiske prestasjoner. Modellen er omtalt som *Pathway*-modellen, der det skilles mellom lingvistiske ferdigheter, kvantitative ferdigheter og spatiale ferdigheter. Butterworth (2005) vektlegger tre ulike kognitive kapasiteter som er viktig i tilegnelsen av aritmetiske ferdigheter; arbeidsminnet, spatial kognisjon og lingvistiske ferdigheter. Han stiller videre spørsmål ved den kausale sammenhengen, og hvorvidt god aritmetikk hjelper på de kognitive ferdighetene eller om det er en felles faktor som støtter alle

oppgavene. I tillegg vet en at intelligens tydelig predikerer matematikkferdigheter og læring (Deary, Strand, Smith & Fernandes, 2007).

Det er også beskrevet at hvorvidt barnet er eksponert for matematikkrelaterte oppgaver i hjemmet vil ha betydning for deres matematikkprestasjoner (LeFevre, Skwarchuk, Smith-Chant & Kamawar, 2009). Studier har beskrevet sammenheng mellom et barns sosioøkonomisk bakgrunn og skolefaglige prestasjoner (Hart & Risley, 1995, 2003). Det hevdes at sosioøkonomisk bakgrunn kan ha betydning for et barns matematikkutvikling og matematikkferdigheter (Chiu & Xihua, 2008; DeFlorio & Beliakoff, 2015).

### **2.1.5 Atypisk utvikling av aritmetiske ferdigheter og elever i risikosone for å utvikle matematikkvansker**

Som beskrevet i de foregående kapitlene er ikke aritmetikk et entydig konsept, men sammensatt av en rekke ferdigheter. Å løse aritmetiske oppgaver vil kreve at eleven blant annet har tilstrekkelige forståelse for tall og mengder, har gode telleferdigheter, kan løse tekstopp-gaver og klarer å hente frem aritmetisk fakta fra minnet. Enkeltelevers prestasjoner i disse enkeltferdighetene kan være på ulikt nivå (Gilmore et al., 2018). Dette vil føre til en rekke individuelle forskjeller (Dowker, 2015; LeFevre, Wells, Sowinski, 2015). I det følgende vil fokuset være på atypisk utvikling av aritmetisk utvikling og elever som er i risikozonen for å utvikle matematikkvansker. Først følger en diskusjon knyttet til begrepet lærevansker i matematikk og deretter bruk av cut-off-skår for å definere denne typen vansker.

Grunnet manglende konsekvens i bruk av tester samt kategoriseringer eller cut-off-skår for diagnostisering av elever med matematikkvansker, er det vanskelig å gi en klar definisjon av lærevansker i matematikk. Funn gjort knyttet til forekomst, symptomer og årsaker til matematikkvansker varierer ut i fra hvordan matematikkvansker er definert (Geary, 2015b). Definisjoner har ofte brukt cut-off kriterier, der de som havner i den laveste persentilen defineres med at de har vansker. Forskning skiller ofte mellom elever med spesifikke matematikkvansker (dyskalkuli) og lavtpresterende elever, der omfang og bakgrunn til vansker er med på å skille disse gruppene fra hverandre (Geary, 2015b). Ofte blir barn som skårer under eller på den tiende persentil, på standardiserte matematikktester, definert med spesifikke matematikkvansker og elever mellom den 11. og 25. persentil betegnet som lavtpresterende. Murphy, Mazzocco, Hanich og Early (2007) trekker frem problemer med å definere matematikkvansker ved hjelp av cut-off-kriterier. Det beskrives her at de

individuelle forskjellene ofte vil kunne avhenge av testene som har blitt gjort. Desoete (2015a) definerer elever med spesifikke matematikkvansker som de elevene med vansker knyttet til matematiske ferdigheter og som samtidig ikke profiterer på tilstrekkelig undervisning. Matematikkvanskene kan heller ikke bare kunne forklares med lav intelligens eller av eksterne faktorer. I diagnosemanualene til ICD-10 (Direktoratet for e-helse, 2019) knyttes vansken til spesifikke forstyrrelser i aritmetiske ferdigheter, som omfatter manglende evne til mestring av de grunnleggende regnemethodene; addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon. Ferdighetene må være svakere enn det som er forventet ut fra alder og klassetrinn. Vanskene skal heller ikke komme av dårlig undervisning, eller andre svekkelser og vansker (Direktoratet for e-helse, 2019). En ny diagnosemanual har blitt utformet, ICD-11 World Health Organization (2018), som enda ikke er tilgjengelig på norsk. Her er det lagt til at matematikkvansken ikke skal komme av mangel på ferdigheter i opplæringspråket. Som nevnt, er det viktig å trekke frem at det vil forekomme store individuelle forskjeller innenfor denne gruppen av elever med vansker.

Mye av forskningen som er gjort på barn som er i risiko for å utvikle matematikkvansker har fokusert på elever i de tidlige skoleårene (Butterworth, 2005; Desoete, 2015a; Geary, 2004; Geary, 2015a; Mononen, Aunio, Koponen & Aro, 2015; Ostad, 2010; Reeve & Gray, 2015). Dette, som nevnt, for å kunne fange opp disse elevene på et tidlig stadium, helst før formell skolegang (Geary, 2015a). Trekk ved atypisk utvikling har vært knyttet til en stor bredde av aritmetiske oppgaver. Eksempler er oppgaver som omfatter symbolsk- og ikke symbolsk tallforståelse, tallprosessering, forståelse for plassverdisystemet og telleferdigheter. For eksempel fant Raghubar & Barnes (2017) i sin gjennomgang av longitudinell studier, gjort på typisk og atypisk utvikling, to hovedtrekk. Barn i risikozonen for matematikkvansker viste tidlige vansker knyttet til kunnskap om konseptuelle telleferdigheter og vansker i telleprosedyrer. I tillegg kom det frem at elever som viser vansker knyttet til telleferdigheter kan skilles ut tidlig i utviklingen, før formell skolegang. De fant videre at barn med lave prestasjoner i matematikk forstod grunnleggende telleprinsipper, som kardinalitet og ordenstall, men hadde vansker med å forstå mindre synlige trekk ved telling, som at et sett med objekter kan telles i hvilken som helst rekkefølge (Raghubar & Barnes, 2017).

Ostad (2010) fant at elever med matematikkvansker har langt lavere prestasjoner når det gjelder elementære tekstoppgaver og oppstilte oppgaver. De oppgavespesifikke strategiene majoriteten av elevene med matematikkvansker benyttet, indikerte stor avhengighet av

konkreter og telling. Ulike forklaringer på dette har blitt beskrevet med utgangspunkt i kulturelle, kognitive og nevropsykologiske faktorer (Geary, 2015b). Det kan tenkes at elevene med matematikkvansker har vansker med å hente frem enkle aritmetiske fakta, og heller benytter materielle strategier for å komme frem til svaret. Dette kan være forårsaket av prosesseringsvansker av mer grunnleggende art (Geary, 2015b; Ostad, 1998) og vansker med å hente frem fakta fra langtidsminnet (Geary, 2017). Knyttet til tekstoppgaver har en sett at språket i disse oppgavene kan skape utfordringer for elever med matematikkvansker. Bryant, Kim, Hartman og Bryant (2006) har studert kjennetegn hos elever med matematikkvansker og fant at lærere ofte rapporterte at elever med matematikkvansker hadde vansker med å løse tekstoppgaver.

I denne masterstudien har fokuset vært på minoritetsspråklige elever og deres aritmetiske ferdigheter. Lite forskning er gjort på spesifikke karakteristikk hos elever som ikke har opplæringspråket som morsmål og har matematikkvansker. Tradisjonelt klassifiseres matematikkvansker med fokus på matematikkprestasjoner. Det stilles spørsmål ved om dette er de den beste måten å diagnostisere denne elevgruppen. Forståelse for i hvilken grad lingvistiske utfordringer påvirker matematikkprestasjonene kan fortelle noe om hvordan identifikasjonen av matematikkvanskene i denne gruppen bør gjøres. Det mangler kunnskap om undervisningsteknikker for å jobbe med matematikkoppgaver og om effektive strategier for å forbedre hvordan denne elevgruppen løser tekstoppgaver (Driver & Powell, 2017).

## **2.2 Sammenheng mellom språk og aritmetiske ferdigheter**

Som nevnt er barns innlæring av formell matematikk påvirket av både domenespesifikke- og domenegenerelle faktorer (Fuchs, Geary, Compton, Fuchs, Hamlett, 2014; Fuchs et al., 2010; Sieger et al., 2012). I dette kapitlet vil fokuset være på språkferdigheter. Tidligere forskning har vist at det er sammenheng mellom språkferdigheter og matematikkprestasjoner (Lefevre et al., 2010; Kleemans, Segers & Verhoeven, 2011). Denne sammenhengen ser en både blant enspråklige elever og minoritetsspråklige elever. Flere studier peker på det matematiske språket som særlig betydningsfullt (Purpura, Napoli, Werspann & Gold, 2017; Purpura & Logan, 2015; Purpura & Reid, 2016). Dette vil utdypes i kapittel 2.2.3, om sammenhengen mellom språkferdigheter og aritmetiske ferdigheter. Studier som har sett på



minoritetsspråklige elevers matematikkferdigheter vil bli belyst i kapittel 2.2.4, der deres språklige utvikling vil belyses før dette kapittelet.

### **2.2.1 Utvikling av språkferdigheter**

Språkferdigheter har vist seg å ha en viktig innflytelse på utvikling av aritmetiske ferdigheter (Gilmore et al., 2018). På samme måte som for utvikling av aritmetiske ferdigheter, vil språkutviklingen forutsette ulike kognitive faktorer som hukommelse og oppmerksomhet. Det er fortsatt ikke helt klart hvordan disse faktorene er knyttet sammen (Bele, 2008; Rygvold, 2012). Knyttet til språkutvikling er det i tillegg viktig å ha en forståelse for betydningen av det sosiale samspillet (Clark, 2003; Vygotsky, 1978), og at språkutviklingen er avhengig av miljøets språklige stimulering (Rygvold, 2012). Et særtrekk ved utvikling av språk er at det skjer en økende abstraksjon, der meningsinnholdet blir mer og mer frigjort fra de konkrete objektene ordene refererer til (Bele, 2008). Det er vanlig å dele språk i tre dimensjoner; *innhold, form* og *bruk* (Bloom & Lahey, 1978). Språkets innhold eller semantikk knyttes til ord og ordkombinasjoners betydning, altså det som gir meningsdimensjonen. Med form menes fonologi, morfologi og syntaks. Ord og ytringer må forstås i en kontekst. Dette kan knyttes til brukssiden av språket, også kalt pragmatikk. Pragmatikk omhandler hvordan vi bruker og tolker språket på en ”passende måte” i sosiale sammenhenger (Rygvold, 2012).

Knyttet til språkets innhold kan det neves at den enheten et ord utgjør kan analyseres i to komponenter, det vi hører eller ser (omtalt som *uttrykk*) og det vi forstår gjennom å høre lydlig eller se det skriftlige uttrykket (omtalt som *betydning*) (Sveen, 2005). Ord og uttrykk lagres i språkbrukers mentale *leksikon*, og kan knyttes til et barns ordforråd. Forklaringer på hvordan ord er lagret, organisert og knyttet til andre deler av språket er mye diskutert. En kan tenke seg at det fungerer som et nettverk med knutepunkt og linker, som knyttes sammen ved hjelp av skjema og ordenes leksikalske styrke (Theil, 2005). Her skilles det ofte mellom ekspressivt og reseptivt ordforråd. Med ekspressivt vokabular menes dybden i ordforrådet, altså språkproduksjonen. Reseptivt vokabular knyttes til språkforståelsen og bredden i ordforrådet (Ottem & Lian, 2008; Theil, 2005).

### **2.2.2 Sammenheng mellom språk og aritmetiske ferdigheter**

Som nevnt vil flere kognitive faktorer være av betydning for utvikling av aritmetiske ferdigheter. I det følgende vil særlig betydning av språkferdigheter vektlegges. Flere studier har sett på sammenhengen mellom språkferdigheter og aritmetiske ferdigheter (Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu & Tsivkin, 1999; Hickendorff, 2013; LeFevre et al., 2010; Purpura & Ganley, 2014; Purpura et al., 2017; Purpura & Reid, 2016; Praet, Titeca, Ceulemans & Desoete, 2013; Vuckovic & Lesaux, 2013). Språkferdigheter har vist seg å spille både en generell og en mer spesifikk rolle for utviklingen av aritmetiske prestasjoner. Et barn trenger gode språkferdigheter for å lære de verbale tallene, forstå aritmetiske instruksjoner og å gi mening til aritmetiske oppgaver (da særlig aritmetiske tekstoppgaver) (Gilmore, 2018). Lefevre et al. (2010) fant, som nevnt, tre ulike veier knyttet til individuelle forskjeller i aritmetikk. Her trekker hun frem at den lingvistiske veien (som inkluderer vokabular og fonologisk bevissthet) tydeligst predikerer en rekke tidlige matematikkferdigheter, mer enn kvantitative eller eksekutive ferdigheter, som er de to andre veiene. En rekke lingvistiske ferdigheter ser ut til å være viktig for aritmetikk. Både vokabular, verbale evner, lytteforståelse og fonologiske ferdigheter har vist seg å være betydningsfulle for senere matematikkferdigheter (Purpura & Ganley, 2014).

I tillegg vil språk være svært viktig i innlæringen av ny kunnskap og når denne kunnskapen skal knyttes til tidligere lært kunnskap. Språk spiller altså inn som en viktig komponent i alt fra integreringen av tidlige matematikkferdigheter til formell undervisning i matematikk (Raghubar & Barnes, 2017). I fasen der eleven går fra uformell til formell matematikk må barnets matematiske kunnskap kunne overføres til det skriftlige symbolspråket som ligger i formell matematikk. Eleven må for eksempel vite at hvert arabisk siffer er unikt og har en bestemt mening, kombinasjonen av to siffer (for eksempel 1 og 4) representerer et helt nytt tall (14) og at ikke-tallmessige symboler (som +, - og =) har en bestemt mening for matematiske operasjoner (Purpura et al., 2011).

Det finnes studier som knytter spesifikke lingvistiske ferdigheter til ulike deler av aritmetiske ferdigheter. For eksempel har en sett at barns vokabular og fonologiske evner predikerer flere av de nevnte tidlige matematikkferdighetene, som tallidentifikasjon, kardinalitet, sammenligning av tall, tellesekvenser og tekstoppgaver (Lefevre et al., 2010; Purpura & Ganley, 2014). Derimot er en ikke sikker på sammenhengen mellom de nevnte lingvistiske ferdighetene og verbal telling, subitizing (Purpura & Ganley, 2014), og ikke-symbolisk

aritmetikk (Lefevre et al., 2010). Det har blitt løftet frem spørsmål om barn med matematikkvansker kan knyttes til ufullstendige lingvistiske prosesser, heller enn til nonverbale numeriske prosesser (Lefevre et al., 2010). Dette kan støttes av neurofysiologisk forskning, som ved slike vansker viser aktivitet på den delen av hjernen som støtter manipulasjon av tall i verbal form (Vukovic & Lesaux, 2013). Dehaene et al. (1999) stiller spørsmål ved om den menneskelige kapasiteten for matematisk intuisjon avhenger av en lingvistisk komponent, eller av visuo-spatiale representasjoner. De fant da ulik mental aktivitet knyttet til ulike oppgaver som tester elementær aritmetikk. Blant annet så de at eksakt aritmetikk, tilegnet i et språk-spesifikt format, aktiverer nettverk på hjernen som er involvert i ordassosieringsprosesser.

Oppgaver som krever grunnleggende aritmetisk tankegang, ofte knyttet til tekstoppgaver, forutsetter en evne til å lese eller eventuelt å ha kommet langt nok i språkutviklingen til å forstå muntlig presenterte tekstoppgaver (Purpura et al., 2011). Praet et al. (2013) testet elever før og etter skolestart. Da kom det frem at språk forklarte en vesentlig del av variasjonene i aritmetiske ferdigheter, og da særlig ekspressivt språk. Dette selv etter å ha kontrollert for ferdighetene å nummerere og prosedyrekunnskap knyttet til telling. Fuchs et al. (2006) fant at språkferdigheter, herunder vokabular, forståelse og grammatiske ferdigheter, var relatert til prestasjoner på tekstoppgaver, men ikke til aritmetisk kalkulering. Dette støttes av Vukovic & Lesaux (2013) som fant at vokabular og lytteforståelse var relatert til de konseptuelle aspektene ved matematikk, men ikke til prosedyreferdigheter i aritmetikk. Dette kan tyde på at språkferdigheter har en betydning, men at en ikke er helt sikker på hvordan spesifikke aritmetiske ferdigheter som er påvirket.

I nyere forskning har det vært økende fokus på det matematiske språket, omtalt i internasjonal litteratur som «math-specific language» eller «mathematical language», og hvordan det er relatert til matematikkprestasjoner hos både yngre og eldre elever (Purpura, Napoli, Werspann & Gold, 2017; Purpura & Logan, 2015; Purpura & Reid, 2016). Eksempler på matematisk språk inkluderer både komparative (for eksempel «mer» og «mindre») og spatiale begreper (for eksempel «under» og «nærmest») (Purpura et al., 2017; Purpura & Reid, 2016). Det er vist at det matematiske språket kan predikere tidlige matematikkprestasjoner, selv når en kontrollerer for andre kognitive ferdigheter som eksekutive funksjoner, generelt vokabular og RAN (*rapid automatized naming*) (Purpura et al., 2017; Purpura & Reid, 2016).

Det trengs mer forskning for å bedre forstå sammenhengen mellom de forskjellige aspektene ved lingvistiske ferdigheter og de forskjellige komponentene knyttet til aritmetiske ferdigheter. Særlig mangler det forskning om rollen lingvistiske ferdigheter spiller for utvikling av tidlige tall-begreper, utføring av aritmetikk og forståelse for muntlig presenterte aritmetiske oppgaver. Siden aritmetiske tekstoppgaver ofte er presentert verbalt kan det være vanskelig å skille mellom rollen språket spiller for å forstå oppgaven og rollen språket spiller for å forstå de underliggende aritmetiske konseptene (Gilmore et al., 2018). I tillegg er det behov for å utvikle kartleggingsverktøy som måler elevenes forståelse av det matematiske språket (Raghubar & Barnes, 2017).

### **2.2.3 Utvikling av språk hos minoritetsspråklige elever**

Å mestre et nytt språk kan knyttes til ulike faktorer. Eksempler er evnen til fonetisk avkodning, forståelse for hvilken funksjon ord har i en setning og evnen til å lære utenatt. Evnen til å lære utenatt, altså å danne og huske assosiasjoner mellom ulike stimuli, antas å være spesielt viktig for læring av vokabular (Ryen, 2005). I Opplæringsloven, 1998, § 2-8 står det at språklige minoritets elever har rett på særskilt norskopplæring til de har tilstrekkelige ferdigheter i norsk til å følge vanlig undervisning. Om nødvendig har de også rett til morsmålsopplæring, tospråklig fagopplæring eller begge deler. Elevens ferdigheter i norsk skal kartlegges før det blir gjort vedtak om særskilt norskopplæring. Denne rettigheten kan synes å være et overgangstiltak til elevene er i stand til å følge den vanlige opplæringen i skolen, ikke til å skulle ta vare på kultur og identitet eller til noen målsetting om funksjonell tospråklighet (Morken, 2012).

Lervåg og Aukrust (2009) studerte betydningen av vokabular for leseforståelse hos første- og andrespråks-elever. De fant at vokabular var avgjørende og kunne predikere tidlig utvikling av leseforståelse i begge elevgruppene. Særlig viktig var vokabular for elever som mottar undervisning på sitt andrespråk, der de fant at deres begrensninger i vokabularet virket tilstrekkelig til å forklare at de lå bak i utvikling av leseforståelse. Det viste seg i tillegg at det er forskjeller i hvilket språk eleven har som andrespråk. Det var mindre muntlige språkforskjeller dersom både første- og andrespråket til de tospråklige var europeisk enn hvis førstespråket var asiatisk eller afrikansk og andrespråket var europeisk. De trekker frem betydning av muntlig opplæring i vokabular for denne elevgruppen.

Videre er det aktuelt å nevne Jim Cummin's (1979, 1980) teoretiske rammeverk. Han har hatt fokus på flerspråklige elevers gjennomføring i skolen, med vekt på å hva som karakteriserer deres språklige og akademiske situasjon. Han skiller mellom BICS ”*Basic interpersonal communicative skills*” og CALP ”*Cognitive academic language proficiency*”. Formålet er å sirkle inn trekk ved de språklige og kognitive utfordringene han mente flerspråklige elever stod overfor (Cummins, 1979). Han fant det kognitive akademiske språket som den mest betydningsfulle faktoren for skoleprestasjoner (Cummins, 1980) og at flerspråklige elever først må ha adekvat utviklet språkferdigheter på deres førstespråk for å kunne dra nytte av opplæring på andrespråket (Cummins, 1979).

Wold (2008) løfter frem at det kan være vanskelig å skille mellom barn som er i fasen hvor de lærer et nytt språk, og barn med spesifikke vansker med språk. Hun peker videre på problematikk ved at barn fra språklige minoriteter blir vurdert innen rammen av spesialpedagogikk og med svak kunnskap om tospråklig utvikling. Vurderingene her krever gode kunnskaper om flerspråklig utvikling og kartlegging av funksjonsnivå hos barn med en annen oppvekst enn det majoritetsbefolkningen har. Dette støttes av Morken (2012) som i tillegg peker på at minoritetsspråklige elever med særskilte behov er en svært mangfoldig elevgruppe, der det er nødvendig å forholde seg til hver enkelt elev som et enkeltindivid med individuelle forutsetninger og en individuell bakgrunn.

#### **2.2.4 Minoritetsspråklige elevers prestasjoner i aritmetikk**

I Kunnskapsløftet fra 2006 beskrives regneferdigheter hos minoritetsspråklige elever som en viktig forutsetning for egen utvikling og for å ta hensiktsmessige avgjørelser på en rekke områder i dagliglivet og arbeidslivet (Utdanningsdirektoratet, 2015). Som nevnt vet vi at generelle språkferdigheter og det matematiske språket er viktig for utvikling av aritmetiske ferdigheter. For barn som mottar undervisning på sitt andrespråk kan det by på utfordringer. I internasjonal forskning finner en ulike studier som ser på minoritetsspråklige elevers matematikkferdigheter (Kleemans et al., 2011; Orosco, Swanson, O'Connor & Lussier, 2013; Van Rinsveld et al., 2016; Vukovic & Lesaux, 2013). Noen studier knytter det til lavere ordkunnskap som inkluderer matematikkrelevant vokabular og er da i større risiko for å utvikle vansker i matematikk (Bernardo & Calleja, 2005; Raghobar & Barnes, 2017). I det følgende vil noe av denne forskningen oppsummeres.

Van Rinsveld et al. (2016) undersøkte i sin forskning i hvilken grad språkkonteksten påvirket matematikkundervisningen, med særlig fokus på aritmetiske tekstoppgaver. Deres resultater støtter synet på at språket har en sterk innvirkning på utførelse av aritmetiske tekstoppgaver. Det verbale aspektet som inngår i matematikk kan danne et hinder for elever som mottar undervisning på sitt andrespråk. Dette støttes av Haag, Heppt, Stanat, Kuhl & Pant (2013), som har studert betydningen av spesifikke lingvistiske faktorer for matematikkprestasjoner. De fant tekstlengden, generelt akademisk vokabular og antallet substantivfraser som særlig betydningsfylt for matematikkprestasjoner. Med generelt akademisk vokabular menes vokabular elevene i større grad møter i undervisning enn i hverdagslige samtaler utenfor skolen. Eksempler er «besøkende *per* dag» og «totalt». Disse ordene er ikke nødvendigvis akademiske i utgangspunktet, men brukes i en akademisk kontekst med en mer abstrakt mening enn elevene møter ellers. De løfter frem betydning av denne kunnskapen ved kartlegging av minoritetsspråklige elever (Haag et al., 2013).

Vukovic og Lesaux (2013) har forsket på seks til ni år gamle elever med engelsk som sitt morsmål og elever som lærer engelsk (altså minoritetsspråklige elever) fra familier med lav sosioøkonomisk status. De fant at språkevner så ut til å være en fordel innenfor noen matematiske områder, som for eksempel sannsynlighet og geometri. De fant at språkferdigheter ikke var påvirkende i andre områder, som algebra og aritmetikk. Grunnen til mindre sammenheng i aritmetikk kan være at språkferdigheter ikke direkte er involvert når elevene lærer om manipulering av mengder og gjennomføring av algoritmer, men er mer involvert i hvordan elevene lærer å gi mening til matematisk kontekst. Videre fant Bernardo og Calleja (2005) at tospråklige elevers ferdigheter i opplæringspråket var en av faktorene med størst innvirkning på deres matematikkferdigheter. Altså at språkkonteksten spiller en rolle ved innlæringen.

Flere studier viser at minoritetsspråklige elevers tidlige matematikkferdigheter er lavere enn hos majoritetsspråklige elever. Driver og Powell (2017) har studert minoritetsspråklige elever som er i risikozonen for å utvikle matematikkvansker. Det trekkes frem at denne elevgruppen ofte henger bak engelskspråklige elever knyttet til resultater på standardiserte tester som involverer aritmetiske tekstoppgaver. Her fokuseres det på en pedagogisk retning kalt «*Culturally responsive pedagogy*», med mål om å fremme akademisk oppnåelse for elever med ulik kulturelt og lingvistisk bakgrunn. Kleemans et al. (2011) fant at minoritetsspråklige elever hadde lavere skår på tester som målte tidlige matematikkferdigheter i forhold til

majoritetsspråklige og konkluderer med at tilegnelsen av disse ferdighetene i stor grad er avhengig av språk. Likevel vil det ikke være mulig å si hvorvidt språket predikerer videre utvikling og de løfter frem behovet for forskning på nettopp dette.

Få intervensjonsstudier er gjort for å bedre minoritetsspråklige elevers problemløsningsferdigheter knyttet til tekstopp-gaver. Særlig ser en mangler knyttet til elever i denne gruppen som i tillegg har matematikkvansker (Driver & Powell, 2017). Manglende forskning kan knyttes til utfordringer med å kategorisere disse elevene i en gruppe og manglende kartleggingsverktøy (Driver & Powell, 2017; Orosco et al., 2013).

## 2.3 Oppsummering av teoretisk og empirisk grunnlag

Temaet for denne masterstudien er minoritetsspråklige elevers aritmetiske ferdigheter og problemstillingen er: *I hvilken grad er det forskjell i aritmetiske ferdigheter mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever?* Den vil besvares i lys av tidligere empiri og teori, ved hjelp av forskningsspørsmålene:

- I. Hvilke forskjeller er det mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever i *regneflyt addisjon og subtraksjon*, når det kontrolleres for nonverbale evner, vokabular, foreldres utdanningsnivå og alder?
- II. Hvilke forskjeller er det mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever på *aritmetiske tekstopp-gaver* når det kontrolleres for nonverbale evner, vokabular, foreldres utdanningsnivå og alder?

I dette kapittelet har tidlig utviklingen av aritmetiske ferdigheter blitt belyst. Flere studier er gjort for å beskrive hvilke ferdigheter som påvirker denne utviklingen (Aunio & Räsänen, 2016; Butterworth, 2005; Geary, 2000; Purpura et al., 2011; Raghobar & Barnes, 2017). De tidlige ferdighetene bygger på hverandre og danner grunnlag for mer avanserte ferdigheter (Geary, 2000; Gilmore et al., 2018). Av faktorer som påvirker utviklingen kan en peke på domenespesifikke- og domenegenerelle faktorer. Domenespesifikke faktorer er blant annet *forståelse for tall og tallmengder* (Butterworth, 2005; Geary, 2015; Göbel et al., 2014; Wright et al., 2012), *telleferdigheter* (Butterworth, 2005; Gelman & Gallistel, 1978; Geary, 2001; Rittle-Johnson & Schneider, 2015), *relasjonelle ferdigheter* (Desoete, 2015; Purpura et al., 2011) og *aritmetiske grunnferdigheter* (Aunio & Räsänen, 2016; Dowker, 2015). Målet er at barnet skal ha flytende aritmetiske- og regneferdigheter knyttet til tall fra 1-20 i løpet av

tidlig skolegang (Aunio & Räsänen, 2016). Av domenegenerelle faktorer kan blant annet *intelligens* (Deary et al., 2007) *arbeidsminnet* (Baddeley, 2001), *eksekutive funksjoner* (Bull & Lee, 2014; Fletcher et al., 2007) og *språk* (LeFevre et al., 2010) nevnes. Språkferdigheter har særlig fokus i denne masterstudien. Flere studier har pekt på sammenhengen mellom språk og aritmetiske ferdigheter (Dehaene et al., 1999; Fuchs et al., 2006; Purpura & Ganley, 2014; Purpura & Reid, 2016). I nyere forskning har det matematiske språket hatt særlig fokus. Det innebærer begreper som «mer», «mindre» og «under» (Purpura et al., 2017; Purpura & Reid, 2016).

I denne masterstudien er elevene testet i *regneflyt* og *aritmetiske tekstoppgaver*. Elever som har god regneflyt antas å ha gode strategier (Tolar et al., 2009). Utviklingen av strategier er oppsummert i tabell 1, der målet er at eleven skal kunne hente frem svaret på enkle aritmetiske oppgaver fra minnet (Gimlore et al., 2018). Det har vist seg at det å hente frem svar på subtraksjonsoppgaver kan være mer utfordrende enn å hente frem svar på addisjonsoppgaver (DeSmedt et al., 2010; Dowker, 2014). I aritmetiske tekstoppgaver er den matematiske utregningen integrert i setninger, der både ordene og strukturen i teksten danner oppgaven (Driver & Powell, 2017; Thevenot & Barrouillet, 2015). For å løse slike oppgaver må eleven finne manglende informasjon, lage en plan for hvordan oppgaven skal løses og gjennomføre en eller flere kalkuleringer for å finne løsningen (Powell, 2011). Oppgavene kan bli presentert muntlig og besvares verbalt, eller ved at eleven selv leser oppgaven og svarer skriftlig (Ostad, 2010).

Flere studier har undersøkt minoritetsspråklige elevers matematikkprestasjoner og hvordan de gjør det sammenlignet med enspråklige elever (Driver & Powell, 2017; Van Rinsveld et al., 2016; Vukovic & Lesaux, 2013). Det pekes på utfordringer knyttet til kartlegging av denne elevgruppen (Orosco et al., 2013; Wold, 2008). Minoritetsspråklige elever med særskilte behov er en svært mangfoldig elevgruppe, der det er nødvendig å forholde seg til hver enkelt elev som enkeltindivider med individuelle forutsetninger (Morken, 2012).



## 3 Metode

Å utforme gode forskningsspørsmål og tilhørende design er tidkrevende og vil forutsette et godt innblikk i teori knyttet til tematikken (de Vaus, 2017; Maxwell, 2013; Lund, 2002a). I teoridelen ble tematikken for oppgaven belyst, der ulike forskning på feltet ble gjennomgått. I det følgende vil det bli gjort rede for undersøkelsens forskningsmetodologiske tilnærming. Først presenteres studiens design, utvalg, måleinstrumenter og prosedyre for datainnsamling. Videre følger en beskrivelse av de statistiske metodene som er brukt for å analysere datamaterialet, samt reliabilitetsmål knyttet til de ulike måleinstrumentene. I tillegg vil etiske hensyn som ligger til grunn for studien bli beskrevet. Avslutningsvis vil det følge en kort beskrivelse av ulike validitetsspørsmål, som også blir utdypet i kapittel 5.

Som nevnt er denne masteroppgaven en del av et større prosjekt, *Vocabulary learning challenge* (VLC) – prosjektet. Dette prosjektet er en intervensjonsstudie, med en ordforrådsintervensjon og en aktiv kontrollgruppe. Kontrollgruppen jobbet med en matematikkapplikasjon. Elevene ble testet tre ganger (pre-, post- og forsinket post-test, gjennomført etter 6 måneder). I denne masterstudien er det brukt data fra pre-testingen.

### 3.1 Design

Målet for denne masterstudien er å undersøke minoritetsspråklige elevers aritmetiske ferdigheter, sammenlignet med enspråklige norske elever. For å gjøre dette ble resultatene på tre ulike tester, som viste prestasjoner på addisjons-, subtraksjons- og tekstoppgaver, benyttet. Det er vanlig å skille mellom kausale og ikke-kausale (også omtalt som beskrivende) undersøkelser. De stiller ulike krav til forskningsdesignet. Et kausalt forskningsproblem vil inneholde en form for produksjon. Dette gjelder ikke for beskrivende forskningsproblemer (Lund, 2002a). I denne studien er forskningsproblemet ikke-kausalt. Dette siden det kun er brukt resultater fra et måletidspunkt, og ingen variabler er manipulert. Studien kan i tillegg kalles en tverrsnittstudie der målet er å gi en beskrivelse av virkeligheten slik den var der og da, og kan omtales som et ikke-eksperimentelt design (Kleven, 2002b). Resultatene er presentert i tallform og det er gjennomført ulike statistiske analyser. Det gir studien en kvantitativ tilnærming. Kvantitative undersøkelser anvendes for å fange opp bredden i forståelse av et fenomen og resultatene sikrer ved statistiske beregninger (Grue, 2015).

## 3.2 Utvalg og utvalgsprosess

Utvalget i denne masterstudien består av barn som deltok i en større intervensjonsstudie, VLC-prosjektet (*Vocabulary Learning Challenge*), ved Institutt for Spesialpedagogikk, Universitetet i Oslo. Totalt deltok 718 elever fra 3 kommuner på det sentrale Østlandet. Disse elevene gikk på 12 forskjellige skoler, i til sammen 32 klasser. Elevene ble rekruttert litt ulikt fra kommune til kommune, men gjennomgående ble skoleetaten i tre kommuner kontaktet der de ga tilbakemelding på hvilke skoler som brukte iPad i undervisningen (altså som hadde iPader tilgjengelig for alle elevene på trinnet i intervensjonsperioden). Videre ble skoleledelsen ved de enkelte skolene kontaktet og de fikk tilsendt informasjonsskriv. Etersom skolene og kontaktlærere ga tilbakemelding på at de ønsket å delta, ble foresatte til alle elevene som skulle delta kontaktet. De fikk informasjonsskriv og signerte på samtykkeerklæringer. I tillegg fikk alle lærere og ledelse ved de aktuelle skolene delta på et informasjonsmøte på Universitetet i Oslo før prosjektstart.

I denne masterstudien ble enspråklige – og minoritetsspråklige elever studert. For å kunne dele elevene i de nevnte gruppene ble det brukt informasjon fra spørreskjemaet som foresatte fylte ut før prosjektstart. De har da svart på spørsmålet: «Har barnets foresatte norsk som morsmål?», med svaralternativene ja og nei. De har også svart på spørsmål om morsmål. Dersom ikke morsmålet er norsk, dansk eller svensk kategoriseres de som minoritetsspråklige. Det er kun brukt deltakere som har gjennomført testene som blir brukt i denne studien. Alle deltakerne må altså ha gjennomført tester som måler aritmetiske ferdigheter (regneflyt og tekstoppgaver), samt tester brukt som kontrollvariabler. Totalt var utvalget i denne masterstudien på 501 elever. I gruppen enspråklige elever var det 201 jenter og 173 gutter, med gjennomsnittlig alder ved testsituasjonen på 7.58 år ( $SD = 0,29$ ). I gruppen minoritetsspråklige elever var det 66 jenter og 60 gutter, med gjennomsnittlig alder ved testsituasjonen på 7.57 år ( $SD = 0,31$ ). Elevene som var familietospråklig, altså at én forelder har norsk som førstespråk (totalt 78 elever), ble ikke inkludert i denne studien.

## 3.3 Måleinstrumenter

I det følgende presenteres en oversikt over testene og variablene som er valgt i undersøkelsen. Det ble i tillegg tatt i bruk informasjon fra spørreundersøkelsen besvart av foresatte. Variabler kan klassifiseres etter hvilke fenomener eller egenskaper de refererer til, som for eksempel sosiale fakta og sosial kompetanse (Befring, 2015). I dette masterprosjektet

er det brukt variabler i begge disse kategoriene. *Sosiale fakta* er variabler som kjønn, alder og sosial status. De er vanligvis lette å måle, og gir valide og reliable data. *Ferdigheter, kognitiv- og sosial kompetanse* er også relativt lett å måle med tilfredsstillende validitet og reliabilitet. Disse variablene inntar en psykrometrisk mellomstilling (Befring, 2015). Testene er hentet fra testbatteriet gjennomført i pre-testingen. I følgende tabell (tabell 3) er de ulike testene presentert, samt hvilke variabler som anvendes.

**Tabell 3. Oversikt over de ulike testene brukt for å måle de ulike variablene**

<b>Test/deltest</b>	<b>Variabel målt</b>
Regnefaktaprøven addisjon	Regneflyt addisjon
Regnefaktaprøven subtraksjon	Regneflyt subtraksjon
WISC IV - Regning	Aritmetiske tekstoppgaver
<b>Kontrollvariabler</b>	
British Picture Vocabulary Scale (BPVS)	Reseptivt vokabular
WISC IV – Ordforklaring	Ekspressivt vokabular
RAVEN	Nonverbale evner
Spørreundersøkelsen: Hva er foresattes høyeste fullførte utdanning? (mor/far)	Mors-/fars utdanningsnivå
Spørreundersøkelsen: Når er barnet født?	Alder

Bakgrunnsvariablene omfatter informasjon fra spørreskjemaene om blant annet *barnets kjønn* og *barnets fødselsdato*. Alle de nevnte testene er normerte og standardiserte. Det er viktig å påpeke at testene som måler variablene nonverbale evner og regneflyt er standardisert individuelt, men er gjennomført i gruppe i denne studien. Kontrollvariablene er valgt med bakgrunn i faktorer en vet kan påvirke prestasjoner på tester som måler aritmetiske ferdigheter, som beskrevet i oppgavens teorikapittel. I forskning brukes det ulike begreper for å beskrive forskjellige type variabler. Når analyser gjennomføres skiller en mellom avhengige og uavhengige variabler (Befring, 2015). I det følgende vil de ulike

måleinstrumentene beskrives. Da inkluderes informasjon om de er brukt som avhengig variabel eller kontrollvariabel i analysene.

### 3.3.1 Regnefaktaprøven – Addisjon og subtraksjon

Resultater på *Regnefaktaprøven* (Klausen & Reikerås, 2016) vil i denne studien bli brukt som avhengig variabel for regneflyt addisjon og subtraksjon. På regnefaktaprøven skal elevene løse en rekke aritmetiske oppgaver så fort de klarer. Testen er ment å kartlegge den delen av elevens grunnleggende regneferdigheter som er knyttet til fremhenting av enkle tallkombinasjoner (regnefakta). Den er normert og standardisert for 2.-10. -årstrinn i skolen. I dette prosjektet er det brukt deltester knyttet til addisjon og subtraksjon. Hver oppgave inneholder 45 item, der elevene har to minutter på å løse så mange item som mulig. Testen måler ferdigheter som omtales i kapittel 2.1.4, om strategiutvikling frem mot innhenting av aritmetisk fakta fra minnet. En høy skår på denne testen vil kunne indikere at eleven bruker retriwestrategier. En lav skår vil indikere at eleven bruker langsomme og umodne strategier, eller gjør mange feil. Figur 1 og 2 viser eksempel på item fra testen.

$7 + 5 =$	$6 + 8 =$	$6 + 6 =$
$9 + 3 =$	$5 + 9 =$	$5 + 7 =$

Figur 1. Eksempel på item fra *Regnefaktaprøven* addisjon

$12 - 2 =$	$17 - 9 =$	$13 - 5 =$
$11 - 9 =$	$14 - 8 =$	$20 - 4 =$

Figur 2. Eksempler på item fra *Regnefaktaprøven* subtraksjon

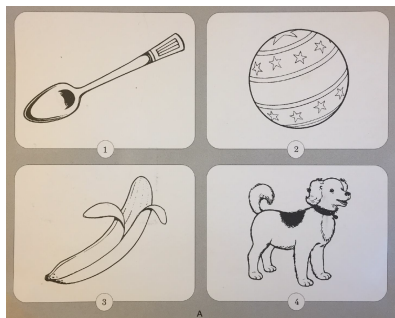
### 3.3.2 WISC-regning

Resultater fra *WISC-regning* (Wechsler, 2003) vil i denne studien bli brukt som avhengig variabel for løsning av aritmetiske tekstopp-gaver. WISC-regning er en supplerende deltest fra WISC-IV, *Wechsler Intelligence Scale for Children* (4. utgave). Denne deltesten måler barnets mentale regneferdigheter. Elevene ble bedt om å løse en rekke oppgaver presentert muntlig på tid, 30 sekunder per oppgave. Testen bruker stoppkriterier som sier at dersom eleven ikke svarte rett eller ikke innenfor tidskravet, på fire oppgaver etter hverandre, ble

testen avsluttet. Eleven måtte løse oppgaven ved hjelp av hoderegning og måtte selv velge rett strategi for å løse oppgaven. Deltesten inneholder både addisjons- og subtraksjonsoppgaver. Eksempel på item fra deltesten er «Lisa har 15 karameller og spiser 6, hvor mange karameller har hun igjen?» Denne testen måler det som omtales i kapittel 2.1.3, altså tekstopp-gaver presentert og besvart muntlig.

### 3.3.3 British Picture Vocabulary Scale (BPVS)

Resultatene fra *British Picture Vocabulary Scale (BPVS)* (Dunn, Dunn, Whetton & Burley, 1997) vil i denne studien bli brukt som kontrollvariabel for reseptivt vokabular. BPVS er en test utviklet for å måle barns ordforråd og ordforståelse. Testleder sier et ord og barnet skal enten peke eller si nummeret på bildet som presenterer ordets mening. Til sammen inneholder testen 12 sett med 12 deloppgaver per sett (totalt 144), for alderen 3-16 år. Testen er oversatt fra engelsk til norsk. I dette prosjektet er det tatt i bruk en forkortet versjon, der oppgavene er valgt ut med bakgrunn i elevens alder. I denne studien ble det kun brukt oppgavesettene 6, 7 og 8, totalt 36 item. Testen er standardisert for individuell testing, men er i prosjektet gjennomført i gruppe. Elevene fikk utdelt hvert sitt hefte med instruks om å krysse ut bildet som illustrerte det testleder leste opp. I eksempelet fra figur 3 blir eleven bedt om å sette kryss på ball.



Figur 3. Eksempel på item fra BPVS

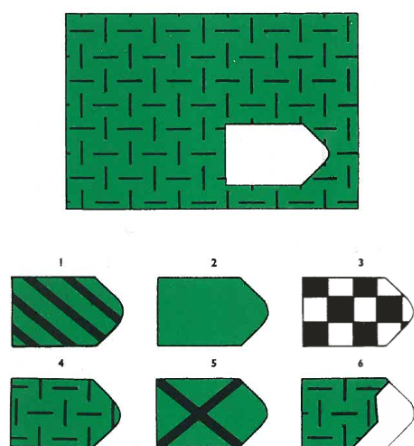
### 3.3.4 WISC-ordforståelse

Resultatene fra *WISC-ordforståelse* (Wechsler, 2003) vil i denne studien bli brukt som kontrollvariabel for ekspressivt vokabular. WISC-ordforståelse er en deltest fra WISC-IV, *Wechsler Intelligence Scale for Children* (4. utgave). Testen måler verbal resonnement og begrepsdannelse. Eleven ble bedt om å fortelle hva en rekke ord betyr, muntlig, uten tidsbegrensning. Svarene kan få skår fra 0-2 poeng. Testingen ble startet på oppgave 5 (for alder 6-8 år), og avsluttet etter 5 gale svar (0 poeng) på rad. Dersom eleven ikke fikk full skår

på en eller begge de to første oppgavene, ble de foregående oppgavene administrert i omvendt rekkefølge inntil full skår ble oppnådd på to påfølgende oppgaver. Eksempel på item er: ”Hva er alfabetet” og ”Hva betyr modig”.

### 3.3.5 Raven

The Raven Coloured Matrice Test (Raven, 1998) vil i denne studien bli brukt som kontrollvariabel for nonverbale evner. Testen stiller ikke krav til språkkunnskaper. Den består av 36 items, der de to første er øvingsoppgaver. Testingen ble gjennomført i gruppe, der elevene fikk hvert sitt hefte. På hver side ser eleven et rektangel der en bit mangler. Under er det presentert seks ulike biter barnet kan velge mellom og sette kryss på den biten de mener mangler (figur 4). Elevene jobbet individuelt med heftet uten tidsbegrensing. Testen er standardisert for individuell testing, men ble i prosjektet gjennomført i gruppe.



Figur 4. Eksempel på item fra Raven

### 3.3.6 Foreldres utdanningsnivå

Informasjon om foreldres utdanningsnivå ble hentet fra spørreundersøkelsen og brukt som kontrollvariabler. Spørsmål stilt var: ”Hva er foresattes høyeste fullførte utdanning? (mor/far)”. Svaralternativene var: ”ikke fullført utdanning”, ”grunnskole”, ”videregående”, ”videre utdanning (3 år eller færre)” og ”videre utdanning (flere enn tre år)”. Alternativene er nummerert fra 0-5 (fra ingen utdanning til høyeste utdanningsnivå).

### **3.4 Datainnsamling**

Datainnsamlingen ble gjennomført av masterstudenter (totalt 27) og vitenskapelig ansatte i prosjektet. Karleggingen foregikk over tre dager. Det ble gjennomført både gruppekartlegginger, individuell kartlegging og kartlegging via app (gjennomført i klasse). De ansatte i prosjektet gjennomførte gruppekartleggingene. Pretestkarleggingen ble gjennomført i perioden januar-februar 2018 på 2.trinn. Dersom elevene ikke var til stede på gruppekartlegging, eller av andre grunner ikke gjennomførte disse sammen med klassen, ble den gjennomført i mindre grupper eller individuelt. All testingen ble gjennomført på norsk.

Jeg jobbet som forskningsassistent i prosjektet og hadde ansvaret for å kartlegge 30 elever totalt. De ble testet individuelt på et eget rom, der de går på skole, mens resten av klassen fulgte vanlig undervisning. Kartleggingen tok 30- 60 minutter totalt. Rekkefølgen på de individuelle testene ble valgt for å sørge for variasjon i oppgavene (altså ikke to liknende oppgaver etter hverandre). På denne måten kunne en sørge for å holde mestringsfølelse, motivasjon og interesse oppe. Diplom med klistremerket for hver gjennomførte test var også med på å bidra til det.

Det har vært noen utfordringer knyttet til manglende data. Dette for eksempel grunnet fravær hos elever, eller at det har skjedd feil i datainnsamlingen. Et eksempel på feil under datainnsamlingen knyttes til testen Regnefaktaprøven. Det er ment at eleven først skal svare på addisjonsoppgaver, så subtraksjonsoppgaver. Flere av elevene misforstod vekslingen fra addisjon til subtraksjon, og løste de første subtraksjonsoppgavene som addisjonsoppgaver. Dette har ført til manglende data knyttet til elevenes subtraksjonsferdigheter. Det vil bli vurdert senere i oppgaven.

### **3.5 Analyser**

Det statistiske analyseprogrammet «IMB SPSS statistics 25» ble anvendt for å administrere datamateriale og for å gjennomføre analysene. Det skilles mellom parametriske og ikke-parametriske teknikker. Parametriske teknikker forutsetter at en rekke kriterier er oppfylt knyttet til populasjonen som utvalget er hentet fra, som for eksempel at skårene er normalfordelte (Pallant, 2016). For å sikre at det ikke var feil i datamaterialet, og for å sjekke om datamaterialet er normalfordelt som er nødvendig for å kunne gjennomføre parametriske teknikker, ble det gjennomført deskriptive analyser knyttet til de enkelte variablene. I deskriptive analyser vil det bli oppgitt gjennomsnitt, standardavvik og variasjonsbredde. I

tillegg vil det foreligge informasjon og vurdering av fordelingenes skjevhet og kurtosis. Målet med denne masterstudien er å undersøke forskjeller mellom to elevgrupper. Det vil derfor gjennomføres en variansanalyse uten kontrollvariabler og en variansanalyse med kontrollvariabler på de tre forskjellige aritmetiske ferdighetene beskrevet.

### **3.5.1 Analyse av varians, ANOVA**

Analyse av varians (ANOVA) brukes for å sammenligne gjennomsnittet til to eller flere grupper av en avhengig variabel for å se hvorvidt de er statistisk signifikant forskjellige fra hverandre (Pallant, 2016). I denne studien er det kun to grupper som skal sammenlignes, og en uavhengig t-test ville ha gitt den samme informasjonen (Urden, 2017). I det følgende er det valgt å gjennomføre ANOVA. Dette for å gi oppgaven en god sammenheng, der det senere vil bli gjort sammenligninger med kontrollvariabler (ANCOVA). ANOVA er en analytisk tilnærming der det gjennomføres en F- test. I en slik test inngår to former for varians, *mellomgruppevariens* og *innomgruppevariens*. Mellomgruppevariens omfatter den samlede variansen for alle data som inngår, i relasjon til totalgjennomsnittet.

Innomgruppevariansen er den samlede variansen innen de ulike gruppene i relasjon til deres respektive aritmetiske gjennomsnittsverdier (Befring, 2015). Det regnes da ut en F- verdi, som forteller hvorvidt forskjellen mellom gruppene er statistisk signifikante. En ønsker å finne den gjennomsnittlige forskjellen *mellom* gruppegjennomsnittene, i forhold til den gjennomsnittlige variansen *innad* i gruppene. En ser altså på hvorvidt den gjennomsnittlige mellomgruppevariansen er liten eller stor sammenlignet med innomgruppevariansen (Urden, 2017). Jo mer mellomgruppevariansen overstiger innomgruppevariansen, desto større er sjansen for at gruppene representerer ulike populasjoner (Befring, 2015).

Ulike kriterier må sjekkes for å kunne gjennomføre ANOVA (Field, 2018). Blant annet må observasjonene være uavhengige av hverandre og normalfordelte. I tillegg må utvalget være hentet fra en populasjon med tilnærmet lik varians, altså at variasjonen i skårene for hver gruppe er tilnærmet lik. Her vil *Levene's test* bli gjennomført og rapportert. En ønsker å finne at denne testen ikke er signifikant, altså med et signifikansnivå høyere enn 0.05 (Field, 2018).

### **3.5.2 Analyse av kovarians, ANCOVA**

Flere faktorer vil kunne påvirke elevenes aritmetiske ferdigheter, som vokabular, nonverbale evner og foreldres utdanningsnivå. For å korrigere for påvirkningen disse faktorene kan ha, gjennomføres en analyse av kovarians (ANCOVA). Formålet med å inkludere



kontrollvariabler er blant annet; å redusere variasjoner av feil innad i gruppene og å eliminere funn som kan forveksles.

I tillegg til kriteriene som gjelder for ANOVA, er ytterligere kriterier inkludert i ANCOVA. Disse er at kontrollvariablene er uavhengige og har høy reliabilitetsverdi. I tillegg må kriteriet ”homogeneity of regression slopes” ikke være brutt. En forutsetter her at relasjonen mellom kontrollvariabelen og den avhengige variablene gjelder for alle gruppene (Field, 2018). Dette kan gjøres på ulike måter, enten grafisk eller ved hjelp av statistiske metoder (Pallant, 2016). I denne masteroppgaven vil dette kriteriet bli testet grafisk. De øvrige kriteriene vil bli sjekket og rapportert.

Ideelt sett ønsker en å gjennomføre en test som feilfritt måler hvorvidt det er faktiske forskjeller mellom gruppene. En snakker da om testens styrke, på engelsk omtalt som *power*. Ulike faktorer kan påvirke denne styrken, som utvalgsstørrelse, effektstørrelse og alfanivået valgt av forsker. Effektstørrelse måler den standardiserte størrelsen på en effekt. Det vil si at effekten kan sammenlignes mellom forskjellige studier som har målt ulike variabler, eller har brukt ulike målenivåer (Field, 2018). Testens styrke vil påvirke hvor sikkert en kan stole på at det faktiske er forskjeller mellom gruppene en sammenligner (Pallant, 2016). Ulike former for effektstørrelser kan brukes, som Cohens’ *d* og *eta squared*. I denne studien vil *eta squared* bli brukt. *Eta squared* forteller hvor mye av variasjonen i den avhengige variabelen som kan forklares med den uavhengige variabelen. Her vil en verdi på 0.01 anses som lav, en verdi på 0.06 anses som medium og en verdi på 0.138 anses som høy (Pallant, 2016).

## 3.6 Validitet og reliabilitet

Det vil ofte foreligge målingsfeil knyttet til utdanningsforskning. En måte å redusere målingsfeilene er å bestemme premisser for målingene som gir trygghet i at en gjør jobben fullstendig (Field, 2018). To begreper må da tas i betraktning; validitet og reliabilitet.

### 3.6.1 Validitet i kvantitative studier

Validitet sier noe om hvorvidt en test måler det den er tenkt til å måle, altså testens gyldighet (Field, 2018) og om data i vesentlig grad er ”forurenset” av andre faktorer (Befring, 2015). Befring (2015) viser til et eksempel, kartlegging av regneferdigheter hos skolebarn. Da vil en ordrik prøve smedføre at måleresultatene også i stor grad gir uttrykk for barnets leseferdigheter. Cook & Campbell (1979) har utarbeidet et validitetssystem som omfatter fire typer validitet i forbindelse med kausale undersøkelser; *statistisk validitet*, *indre validitet*,

*begrepsvaliditet og ytre validitet*. Selv om dette validitetssystemet er utarbeidet for forskningsdesign som sier noe om kausale forhold, kan det og brukes for beskrivende studier (Lund, 2002a). I det følgende vil den teoretiske bakgrunnen for de fire typene validitet presenteres. Disse begrepene vil også diskuteres i oppgavens drøftingskapittel knyttet til de videre presenterte resultatene.

### **Statistisk validitet**

Statistisk validitet, omtalt som *statistical conclusion validity*, knyttes til forskningens statistiske styrke (Cook & Campbell, 1979). En kausal undersøkelse har god statistisk validitet dersom det kan trekkes en holdbar slutning om sammenhengen mellom en uavhengig og en avhengig variabel, eller dersom en tendens er statistisk signifikant og *rimelig sterk*. Hva som anses som *rimelig* vil være et skjønnsmessig spørsmål knyttet til det enkelte forskningsområde (Lund, 2002a). God statistisk validitet betraktes av Cook & Campbell (1979) som nødvendig for å kunne oppnå god validitet i de andre kravene. Ulike trusler mot statistisk validitet kan nevnes. Lav statistisk styrke er en av dem. Andre trusler er brudd på kriterier for å gjennomføre testene og lav reliabilitet knyttet til måleinstrumentene (Cook & Campbell, 1979). I tillegg kan en være i fare for å gjøre to type feil ved statistiske analyser. I denne masterstudien vil type en-feil si at en tror det er forskjell mellom gruppene, når det i virkeligheten ikke er det. Type to-feil vil si at en feilaktig konkluderer med at det ikke er forskjell. Sannsynligheten for å gjøre type-to-feil øker når utvalget er lite og når alfa-nivået settes lavt (Lund, 2002a).

### **Indre validitet**

Indre validitet, omtalt som *internal validity*, sier noe om hvorvidt det er en kausal sammenheng mellom to variabler (uavhengig og avhengig). Om det er en sammenheng vil en ønske å forstå hvilken retning denne sammenhengen går (Cook & Campbell, 1979). Ulike trusler kan nevnes. Et eksempel er *retningsproblemet*; som beskriver vanskeligheten med å avgjøre hva som er årsak og hva som er virkning. En kan heller ikke vite om en eventuell effekt kommer av den uavhengige variabelens påvirkning eller av en hendelse som har oppstått uavhengig av den antatte årsaken (omtalt som *historie*). En annen trussel mot indre validitet er *modning*, altså om endring i tiltaksperioden på den avhengige variabelen skyldes biologiske eller miljømessige forhold, uavhengig av den antatte årsaken. Denne truselen er særlig viktig i studier av barn og unge i vekstperioder (Lund, 2002a). I tillegg nevner Lund

(2002a) trusler som testing, instrumentering, seleksjon, frafall, statistisk regresjon og atypisk kontrollgruppeatferd.

### **Begrepsvaliditet**

Begrepsvaliditet, omtalt som *construct validity*, knyttes til hvorvidt den avhengige og den uavhengige variabelen måler de relevante begrepene i forskingsproblemet, altså i hvilken grad en test måler det den faktisk er intendert å måle. Trusler knyttes her til måling av irrelevante begreper som ikke er relevante eller usystematiske feil (Cook & Campbell, 1979). Lund (2002a) beskriver at mulige konkrete trusler mot begrepsvaliditet vil variere sterkt mellom undersøkelser. Han trekker frem eksempler som; evalueringsforståelse, hypotesegjetting, eksperimentatorforventninger og generell oppmersksomhet.

### **Ytre validitet**

Ytre validitet, omtalt som *external validity*, sier noe om hvovidt en kan generalisere resultatene *til* og *over* relevante individer, situasjoner og tider (Cook & Campbell, 1979). Med *til* menes generalisering av slutninger til bestemte idividpopulasjoner, situasjoner eller tider. Med *over* menes hvor bredt det kan generaliseres. Trusler mot ytre validitet er forhold som vanskeliggjør slike slutninger. Eksempler på det kan være interaksjon mellom avhengig variabel og individer, situasjoner og tider. I tillegg kan individene i undersøkelsen være en relativt ensartet gruppe (individhomogenitet) eller ikke være representative for populasjonen (ikke-representativt individutvalg) (Lund, 2002a).

### **3.6.2 Variabelens reliabilitet**

Begrepet *reliabilitet* knyttes til pålitelighet (Field, 2018). Ved all måling i forskningssammenheng er det grunnleggende å redusere forekomsten av feil til et minimum. Et sentralt spørsmål er da i hvor høy grad måleresultatene er stabile og presise (Befring, 2015). I denne masterstudien er det gjennomført flere tester, med flere enkeltoppgaver i hver test, omtalt som items. Et mye brukt reliabilitetsmål er Cronbachs Alpha. Dette målet gir uttrykk for den gjennomsnittlige korrelasjonen når en test blir delt og innbyrdes korrelert på alle mulige måter (Befring, 2015). I tabell 4 følger en oversikt over reliabilitetsmålene i denne masterstudien.

**Tabell 4. Reliabilitetsmål for testene**

Test	Cronbach's $\alpha$
Regnefakta addisjon	0.932
Regnefakta subtraksjon	0.915
WISC-regning	0.776
BPVS	0.670
WISC-ordforklaring	0.762
RAVEN	0.867

I følge De Vaus (2014) bør en reliabilitetskoeffisient være 0.7 eller høyere for å kunne si at målingen er reliabel. En ønsker alltid å oppnå en så høy korrelasjon som mulig. Det vil gi større grad av målestabilitet og færre feilfaktorer vil influere på måleprosessen (Befring, 2015). I denne studien oppnår alle testene reliabel skår, bortsett fra *BPVS* som har en skår 0.670. Det ble testet hvorvidt det ville ha hatt betydning å fjerne noen items, noe det ikke hadde. I tillegg er *BPVS* kun brukt som kontrollvariabel. Fortsatt kan dette anses som en noe lav verdi, som må tas i betraktning når resultatene skal drøftes.

### **3.7 Etiske hensyn som må ivaretas**

Deltakelse i prosjektet krevde informert samtykke fra foresatte. Informasjonsskriv og samtykke ble sendt ut ved prosjektstart. Informasjonsskriv, samtykke og spørreskjema ble oversatt til de 6 vanligste minoritetsspråkene. I tillegg ble en godkjenning fra Norsk senter for forskningsdata (NSD) mottatt før datainnsamlingen ble gjennomført.

Alderstilpasset informasjon om prosjektet ble gitt muntlig til elevene. Det ble understreket at deltakelse var frivillig og at de kunne trekke seg når som helst. Barn og unge som deltar i forskning har særlig krav på beskyttelse. Barn er under utvikling og vil ha andre behov og interesser enn voksne (Befring, 2015). Derfor er det viktig at forskerne har tilstrekkelig kunnskap om barn for å kunne tilpasse metode og innhold. Knyttet til informert samtykke vil forskning på barn være noe mer utfordrende enn med voksne. Det kan for eksempel være

utfordrende å sikre at barnet forstår innholdet og hva deres deltakelse innebærer. De er ofte mer villig til å adlyde autoriteter enn voksne og kan ha en opplevelse at de ikke kan protestere (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2014). Dette var merkbart i testsituasjonen knyttet til prosjektet. Forskningsassistentene var fremmede voksne for elevene som ikke hadde noen relasjon til elevene fra før. Dette kan ha påvirket forskningen. Noen elever vil raskt ha tillit til nye voksenpersoner, mens andre elever trenger mer tid på å bli trygg. Videre kan noen elever ha opplevd testsituasjonen som stressende og dermed ikke fått vist det de kan. Samtidig ble det vektlagt at barnet skulle oppleve testingen som en positiv erfaring og at de skulle oppleve mestring. De fikk alle diplom etter gjennomført testing.

Etter testingen ble opplysningene behandlet konfidensielt og elevene ble anonymisert.

# 4 Resultater

I det følgende vil resultatene fra analysene presenteres. Først vil de deskriptive analysene rapporteres for de målte variablene. Som tidligere nevnt er målet i denne studien å sammenligne minoritetsspråklige og enspråklige elevers aritmetiske ferdigheter. Det vil presenteres videre i kapittel 4.2.

## 4.1 Deskriptiv analyse

Før de deskriptive analysene ble gjennomført ble datamaterialet sjekket for feil, som deretter ble rettet opp. Blant annet ble det sikret at alle elevene hadde gjennomført de samme testene. I tillegg ble det sjekket at det ikke var noen feiltast i datamaterialet. Dette ved å undersøke maksimum- og minimum- skårer, om gjennomsnittet ga mening, samt sjekke manglende data (Pallant, 2016). Her ble det gjennomgått og sikret at alle elevene hadde gjennomført de samme testene. Elevene som hadde manglende data på noen av testene ble fjernet fra datamaterialet. Deretter ble det gjennomført deskriptive analyser, vist i Tabell 5.

Tabell 5. Deskriptive analyser. Variasjonsbredde (VB), gjennomsnitt (M), standardavvik (SD), skjevhet (skew) og kurtosis (krt) for de målte variablene.

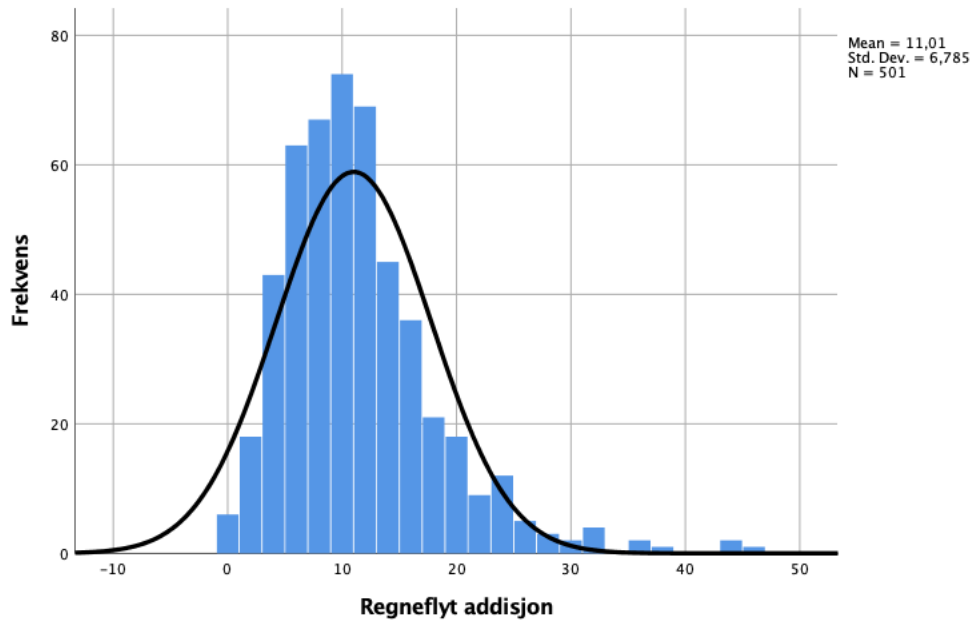
	<i>Antall</i>	<i>VB</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>Skew</i>	<i>Krt</i>
<b>Regneflyt addisjon</b>	501	0-45	11.01	6.79	1.47	3.76
<b>Regneflyt subtraksjon</b>	501	0-38	7.12	5.82	1.35	3.24
<b>Aritmetiske tekststoppgaver</b>	501	6-31	16.65	3.62	- 0.192	0.30
<b>Reseptivt vokabular</b>	501	8-33	22.82	4.19	- 0.31	- 0.15
<b>Ekspressivt vokabular</b>	501	1-39	17.24	5.19	0.29	0.65
<b>Nonverbale evner</b>	501	5-34	25.97	5.51	- 1.09	1.08

To karakteristikker er brukt for å beskrive en fordeling av skårer, skjevhet (*skewness*) og kurtosis (Field, 2018). Skjevhet viser hvordan fordelingen heller, om den er høyreskjev eller venstreskjev. Dersom noen få skårer danner en forlenget hale mot høyre side av fordelingen

kalles den positivt skjev. Om halen er dratt ut mot venstre side av fordelingen kalles den negativt skjev. Kurtosisverdien sier noe om formen til fordelingen, med tanke på høyde eller flathet. Fordelingen her sammenlignes med en normalfordeling (Urdan, 2017). Det er ønskelig at disse verdiene skal være mest mulig normalfordelte. I utdanningsvitenskapelig forskning forekommer det imidlertid sjeldent at en finner helt normalfordelte resultater. Derfor regnes verdier som ligger mellom -1 og 1 som gode. Verdier som er mellom -3 og 3 regnes ofte som upålitelige (De Vaus, 2002). Videre sier sentralgrenseteoremet at dersom utvalget er stort nok, ofte definert som større enn 30 deltakere, har utvalgsfordelingen en normalfordeling med et gjennomsnitt likt populasjonens gjennomsnitt. Jo større utvalget er, jo mer lik blir det en normalfordeling (Field, 2018). Resultatene viser at variablene *Aritmetiske tekstoppgaver*, *Reseptivt vokabular*, *Ekspressivt vokabular* og *Nonverbale evner* er tilnærmet normalfordelte. *Regneflyt addisjon* og *Regneflyt subtraksjon* har noe høy skjevhet og kurtosis. I det følgende vil de ulike variabelenes fordelinger presenteres og kommenteres. Først vurderes de avhengige variablene, deretter kontrollvariablene.

#### **4.1.1 Vurdering av avhengige variabler**

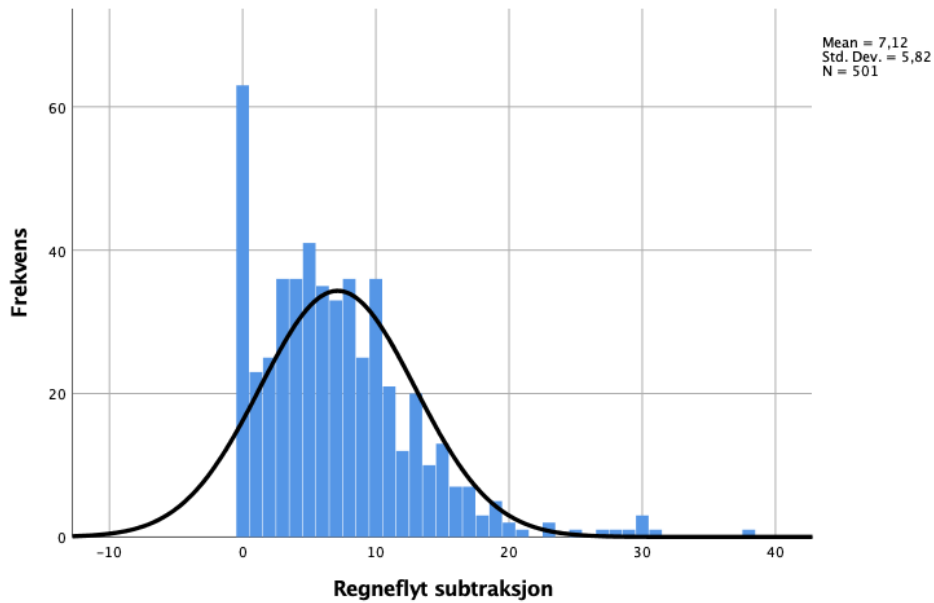
Variabelen *Regneflyt addisjon* har et gjennomsnitt på 11.01 ( $SD = 6.76$ ). Som lest av tabellen er skjevhet på 1.47 og kurtosis på 3.76. En kurtosisverdi på 3.76 kan sees som noe høyt, men akseptabelt grunnet utvalgets størrelse. Histogrammet (figur 5) viser at mange elever har prestert i nedre del av fordelingen og kan knyttes til den høye kurtosisverdien. Dette kan tyde på en mulig gulv-effekt. Det samme forteller variasjonsbredden 0-45 og standardavviket, at elevene mestret denne ferdigheten i ulik grad. Det er i tillegg noen uteliggere, som kan ha sammenheng med at noen elever nå har oppnådd gode strategier og henter kjapt frem aritmetisk fakta.



**Figur 5. Histogram over fordelingen til variabelen regneflyt addisjon**

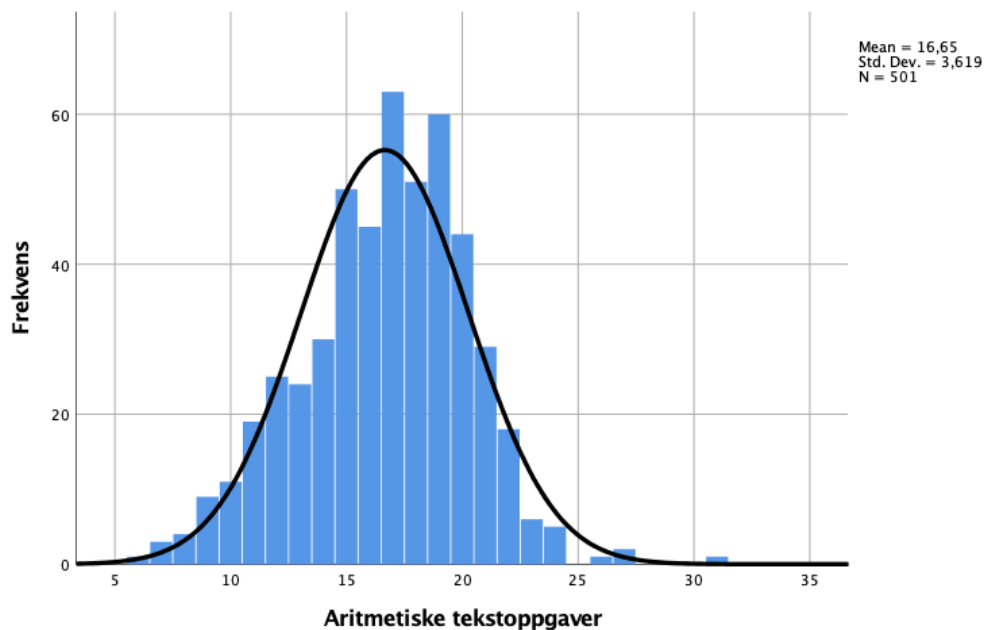
Variabelen *Regneflyt subtraksjon* har et gjennomsnitt på 7.12 ( $SD = 5.82$ ). Som lest av tabellen er skjevhet på 1.35 og kurtosis på 3.24. En kurtosisverdi på 3.24 kan tolkes som noe høy, men akseptabelt grunnet utvalgets størrelse. Variasjonsbredden viser 0-38 og standardavviket, viser at elevene mestret denne ferdigheten i ulik grad. En kan lese av histogrammet (figur 6) at mange elever har fått skåren 0 (over 60 stykker). Dette kan omtales som en tydelig gulv-effekt. Elevene går i 2.klasse og vil mestrer denne ferdigheten i ulik grad. I tillegg var det noen utfordringer ved gjennomføring av denne testen. Flere elever misforstod oppgaven og regnet noen av de første subtraksjonsoppgavene som addisjonsoppgaver. Det finnes ikke data på hvor mange elever det gjelder. Variabelen er likevel tatt med til videre analyser, og vil diskuteres i oppgavens drøftingskapittel.





Figur 6. Histogram over fordelingen til variabelen regneflyt subtraksjon

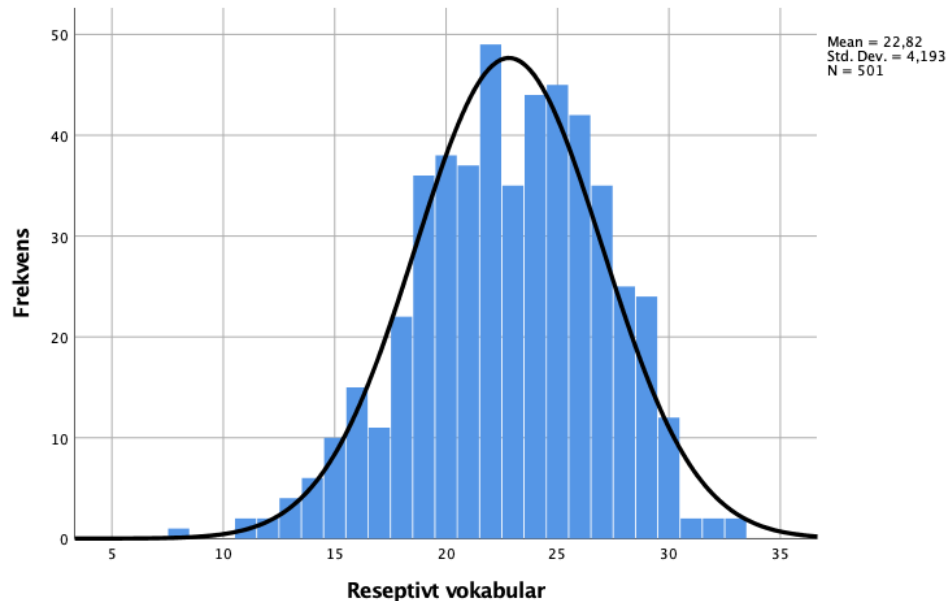
Variabelen *Aritmetiske tekstoppgaver* har et gjennomsnitt på 16.65 ( $SD = 3.62$ ). Skjevhet er på -0.19 og kurtosis på 0.29, som lest av tabell 5. Dette tyder på en tilnærmet normalfordelt kurve. Det fremkommer og ved å se på histogrammet over fordelingen, figur 7. Variasjonsbredden viser 6-31, som forteller at elevene mestrer denne ferdigheten i ulik grad.



Figur 7. Histogram over fordelingen til variabelen aritmetiske tekstoppgaver

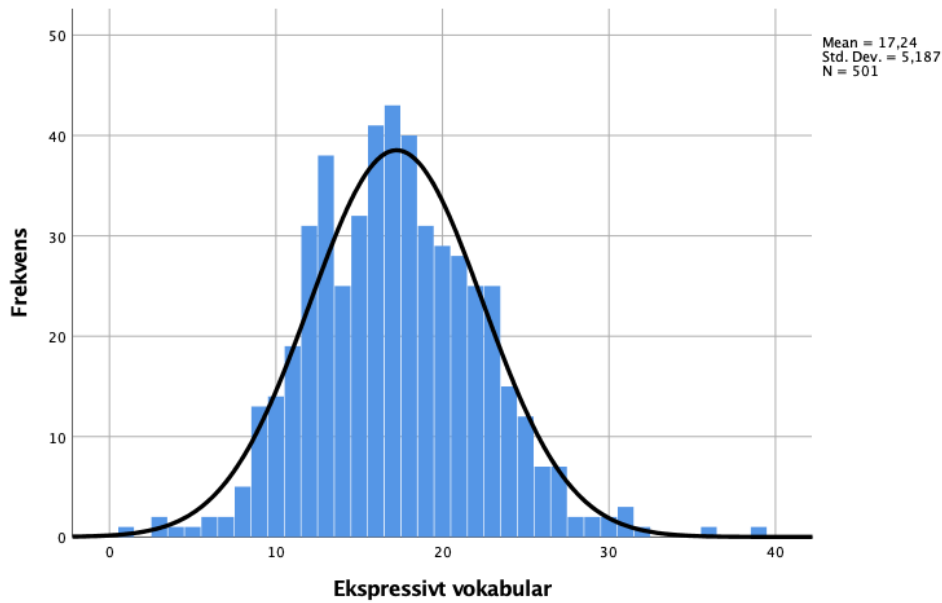
#### 4.1.2 Vurdering av kontrollvariabler

Variablen *Reseptivt vokabular* har et gjennomsnitt på 22.82 ( $SD = 4.19$ ). Skjevhet er på -0.31 og kurtosis på -0.15, som lest av tabell 5. Dette tyder på en tilnærmet normalfordelt kurve, som fremkommer ved å se på histogrammet over fordelingen (figur 8). Variasjonsbredden viser 8-33, som sier at elevene mestrer denne ferdigheten i ulik grad.



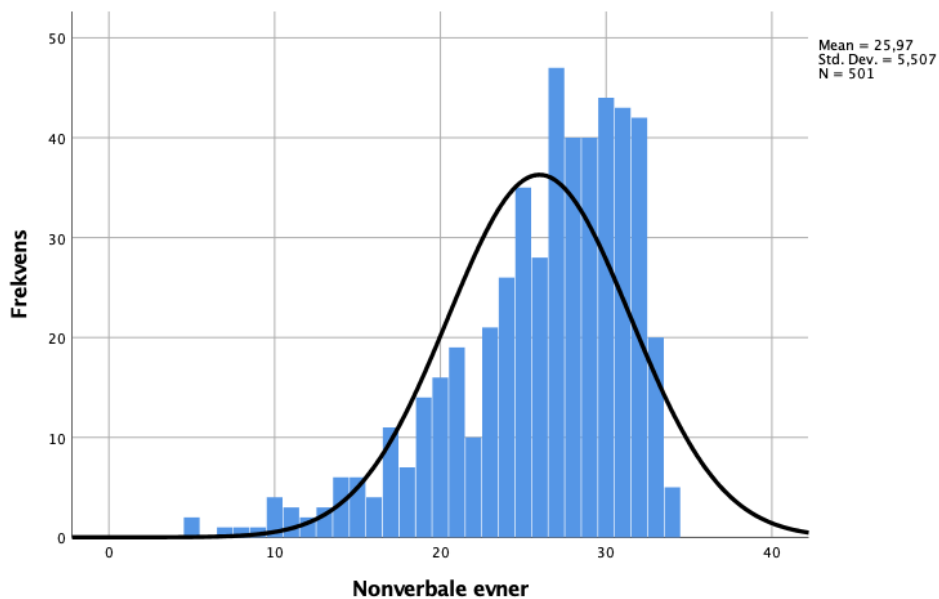
Figur 8. Histogram over fordelingen til variabelen reseptivt vokabular

Vaiablen *Ekspressivt vokabular* har et gjennomsnitt på 17.24 ( $SD = 5.19$ ). Tabellen (5) uttrykker er en skjevhet på -0.29 og kurtosis på 0.65. Dette tyder på en tilnærmet normalfordelt kurve, som og kan synes ved å se på histogrammet over fordelingen. Variasjonsbredden viser 1-39, som sier at elevene mestrer denne ferdigheten i ulik grad.



Figur 9. Histogram over fordelingen til variabelen ekspressivt vokabular

Variabelen *Nonverbale evner* har et gjennomsnitt på 25.97 ( $SD = 5.51$ ). Tabellen (5) viser til en skjevhet på -1.09 og kurtosis på 1.08. Dette tyder på en tilnærmet normalfordelt kurve. Fra fordelingen fremgår det at mange elever i stor grad har mestret testen. Dette kan omtales som en mulig takeffekt. Videre viser variasjonsbredden 5-34, som forteller at elevene mestrer denne ferdigheten i ulik grad.



Figur 10. Histogram over fordelingen til variabelen nonverbale evner

## 4.2 Sammenligning av aritmetiske ferdigheter

Med bakgrunn i de deskriptive analysene er de nevnte variablene gode nok for videre analyser. For å svare på problemstillingen vil følgende forskningsspørsmål belyses:

- I. Hvilke forskjeller er det mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever i *regneflyt addisjon og subtraksjon*, når det kontrolleres for nonverbale evner, vokabular, foreldres utdanningsnivå og alder?
- II. Hvilke forskjeller er det mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever på *aritmetiske tekstoppgaver* når det kontrolleres for nonverbale evner, vokabular, foreldres utdanningsnivå og alder?

Først ble det gjennomført en ANOVA. Deretter ble det utført sammenligninger med kontrollvariabler, ANCOVA. Kriteriene for gjennomføring ble gjennomført før hver analyse, som og vil rapporteres.

### 4.2.1 Analyse av varians

Først ble kriterier for gjennomføring av analysene gjennomgått og godkjent. Tabell 6 viser *Levene's test av homogenitet i varians* for alle variablene, før gjennomføring av ANOVA.

Tabell 6. *Test av homogenitet i varians for alle variablene, ANOVA.*

Levenes's test av homogenitet i varians		
	<i>Levene' statistikk</i>	<i>Sig.</i>
Regneflyt addisjon	0.518	0.472
Regneflyt subtraksjon	0.447	0.504
Aritmetiske tekstoppgaver	0.313	0.576

Levene's test viste et signifikansnivå som var over 0.05 for alle variablene. Dette viser at dette kriteriet ikke ble brutt og videre sammenligninger kan gjennomføres.

Videre ble en-veis ANOVA, gjennomført. Her var de avhengige variablene *regneflyt addisjon*, *regneflyt subtraksjon* og *aritmetiske tekstoppgaver* og den uavhengige variabelen var *minoritetsspråklig* (altså om eleven var minoritetsspråklige eller enspråklig). En p-verdi som er statistisk signifikant på 0.01-nivå vil si at en med 99 % sikkerhet kan si at forskjellen

mellom gruppene ikke skyldes tilfeldigheter. Dersom p-verdien er statistisk signifikant på 0.05-nivå kan en med 95 % sikkerhet si at forskjellen mellom gruppene ikke skyldes tilfeldigheter (Field, 2018). I tabell 7 oppsummeres resultatene.

**Tabell 7. ANOVA,  $n$ =antall,  $M$ =Gjennomsnitt,  $SD$ =standardavvik,  $\eta^2$ =eta squared**

ANOVA							
	Minoritetsspråklige $n = 127$		Enspråklige $n = 374$		$F(1,500)$	$p$ (sig.)	$\eta^2$
	$M$	$SD$	$M$	$SD$			
<b>Regneflyt addisjon</b>	9.93	7.35	11.38	6.55	4.347	0.038*	0.009
<b>Regneflyt subtraksjon</b>	6.20	5.83	7.44	5.79	4.269	0.039*	0.008
<b>Aritmetiske tekstoppgaver</b>	14.98	3.55	17.22	3.47	39.406	<.000**	0.073

\* Signifikant på 0.05-nivå (to-halet test), \*\*Signifikant på 0.01-nivå (to-halet test)

### **Regneflyt addisjon**

Det var en statistisk signifikant forskjell mellom gruppene:  $F(1,500) = 4.347$ ,  $p=0.038$ . På tross av statistisk signifikans, var den faktiske forskjellen i gjennomsnittsskår mellom de to gruppene liten, der effektstørrelsen, målt med Eta squared var 0.009. Det vil si at 0.9 % av variasjonen kan forklares med hvorvidt elevene er minoritetsspråklige eller ikke.

### **Regneflyt subtraksjon**

Det var en statistisk signifikant forskjell mellom gruppene:  $F(1,500) = 4.269$ ,  $p=0.038$ . På tross av statistisk signifikans, var den faktiske forskjellen i gjennomsnittsskår mellom de to gruppene liten, der effektstørrelsen, målt med Eta squared var 0.008. Det vil si at 0.8 % av variasjonen kan forklares i hvorvidt elevene er minoritetsspråklige eller ikke.

### **Aritmetiske tekstoppgaver**

Det var en statistisk signifikant forskjell mellom gruppene:  $F(1,500) = 39.406$ ,  $p<.000$ . Effektstørrelsen, målt med Eta squared, var 0.073. Det kan sees som en ganske høy verdi. Det vil si at 7.3 % av variasjonen kan forklares i hvorvidt elevene er minoritetsspråklige eller ikke.

## 4.2.2 Analyse av kovarians

Analyse av varians viste at det var statistisk signifikante forskjeller mellom gruppene på alle de aritmetiske ferdighetene. Videre var det ønskelig å se på eventuelle forskjeller etter å ha kontrollert for vokabular, foreldres utdanningsnivå, nonverbale evner og alder. Først følger kriterier for å kunne gjennomføre ANCOVA.

### Kriterier for å gjennomføre ANCOVA

På grunn av at de samme kontrollvariablene vil bli benyttet gjennomgående, vil noen av kriteriene for å gjennomføre analyse av kovarians gjelde for alle analysene som følger. I tabell 8 følger deskriptive analyser av kontrollvariablene for begge gruppene.

Tabell 8. Deskriptive analyser for begge grupper. Gjennomsnitt (*M*) og standardavvik (*SD*) for kontrollvariablene.

	Minoritetsspråklige <i>n</i> = 127		Enspråklige <i>n</i> = 374	
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>
<b>Reseptivt vokabular</b>	19.40	3.55	24.00	3.72
<b>Ekspressivt vokabular</b>	14.00	5.04	18.30	4.77
<b>Nonverbale evner</b>	23.90	5.94	26.70	5.17
<b>Mors utdanningsnivå</b>	3.29	1.58	4.51	0.97
<b>Fars utdanningsnivå</b>	3.38	1.50	4.42	0.91
<b>Alder (i måneder)</b>	90.8	3.71	90.9	3.50

Av undersøkelsene fremgikk det at minoritetsspråklige elever skårer lavere enn enspråklige elever på testene som måler vokabular og nonverbale evner. I tillegg kommer det frem at foreldre i gruppa minoritetsspråklige elever har lavere utdanning enn i gruppa enspråklige. Utdanningsnivået er rangert fra 0-5, og her brukt som en kontinuerlig variabel. 0 representerte ingen fullført utdanning, 5 representerte høyest fullført utdanning.

At kontrollvariablene ikke er sterkt korrelert med hverandre er et annet kriterium. I følgende tabell (9) vises korrelasjon mellom kontrollvariablene.

**Tabell 9. Korrelasjoner mellom kontrollvariabler**

Korrelasjoner mellom kontrollvariabler (målt med Pearson r)						
	1	2	3	4	5	6
<b>1. Reseptivt vokabular</b>	-					
<b>2. Ekspressivt vokabular</b>	0.498**	-				
<b>3. Nonverbale evner</b>	0.342**	0.284**	-			
<b>4. Alder</b>	0.208**	0.143**	0.071	-		
<b>5. Mors utdanningsnivå</b>	0.295**	0.262**	0.227**	-0.015	-	
<b>6. Fars utdanningsnivå</b>	0.268**	0.246**	0.181**	0.041	0.488**	-

\*\* Korrelasjonen er signifikant på 0.01-nivå (to-halet test)

Det fremgår her at korrelasjonen er signifikant mellom alle kontrollvariablene, med unntak av mellom nonverbale evner og alder, og mellom foreldres utdanningsnivå og alder.

Korrelasjonsverdier som ligger mellom  $\pm 0.5$  og  $\pm 1$  er ansett som høye og beskriver en høy korrelasjon (Field, 2018). Ingen av korrelasjonene, i tabell 8, var så høye. Dersom verdien er mellom  $\pm 0.3$  og  $\pm 0.49$ , anses den som moderat og beskriver en medium korrelasjon (Field, 2018). Dette er tilfelle for korrelasjon mellom mors og fars utdanningsnivå, ekspressivt og reseptivt vokabular og reseptivt vokabular og nonverbale evner. Verdier under  $\pm 0.29$  anses som lave (Field, 2018). Det er tilfelle for de resterende variablene. Siden ingen av kontrollvariablene korrelerer for sterkt med hverandre,  $r=0.8$  eller høyere, kan videre analyser gjennomføres (Pallant, 2016).

Testene som brukes som kontrollvariabler ble vurdert til å ha tilstrekkelig høy reliabilitetskoeffisient ( $\alpha > 0.7$ ), med unntak av variabelen reseptivt vokabular. Dette

kan leses av tabell 4 (*Reliabilitetsmål for testene*). Derfor må resultater knyttet til den variabelen drøftes med noe varsomhet.

Videre ble kriteriet linearitet sjekket og godkjent. Det vil si at det var en lineær relasjon mellom den avhengige variabelen og kontrollvariabelen for begge gruppene. Kriteriet ”homogeneity of regression slopes” ble undersøkt og godkjent. Siste kriteriet som ble undersøkt var Levene’s test for alle de avhengige variablene. Dette er oppgitt i følgende tabell (10).

**Tabell 10. Test av homogenitet i varians for alle variablene, ANCOVA.**

<b>Levenes’s test av homogenitet i varians</b>		
	<i>Levene’ statistikk</i>	<i>Sig.</i>
Regneflyt addisjon	0.659	0.417
Regneflyt subtraksjon	0.276	0.599
Aritmetiske tekstoppgaver	0.056	0.814

Levene’s test viser et signifikansnivå over 0.05 for alle variablene. Dermed ble ikke kriteriet for homogenitet i varians brutt og videre sammenligninger kunne gjennomføres.

Ved bruk av de oppgitte kontrollvariablene ble det gjennomført sammenligning i de ulike aritmetiske ferdighetene. Avslutningsvis følger en oppsummering av alle funnene. Da vil det også oppgis justerte gjennomsnitt i gruppene, etter gjennomføring av ANCOVA.



### 4.2.3 Analyse av kovarians, *Regneflyt addisjon*

Det ble gjennomført en sammenlignende analyse med kontrollvariabler for å se hvorvidt det var forskjeller i ferdigheten *regneflyt addisjon* mellom gruppen minoritetsspråklige og enspråklige elever, når det ble kontrollert for vokabular, nonverbale evner, foreldres utdanningsnivå og alder. Før analysen ble gjennomført ble det gjort forberedende tester for å sikre at alle kriteriene var oppfylt. Det ble da testet for normalitet, linearitet, homogenitet i varians, ”homogeneity of regression slopes” og at måleinstrumentene oppnådde høy reliabilitet. I tabell 11 rapporteres resultatene etter gjennomføring av ANCOVA.

Tabell 11. ANCOVA, *regneflyt addisjon*

ANCOVA – Regneflyt addisjon			
	<i>F</i> (1,500)	<i>p</i>	$\eta^2$
<b>Gruppe</b>	2.167	0.142	0.004
Reseptivt vokabular	1.189	0.276	0.002
Ekspressivt vokabular	0.013	0.909	<.000
Nonverbale evner	15.148	<.000**	0.030
Mors utdanningsnivå	6.218	0.013*	0.012
Fars utdanningsnivå	5.414	0.020*	0.011
Alder	4.317	0.038*	0.009

\* Signifikant på 0.05-nivå (to-halet test), \*\* Signifikant på 0.01-nivå (to-halet test)

Etter å ha kontrollert for de nevnte kontrollvariabelene, var det ikke signifikant forskjell mellom gruppene på testen *regneflyt addisjon*,  $F(1, 500)=2.167$ ,  $p=0.142$ . Effektstørrelsen målt i Eta squared er 0.004. Dette anses som en lav verdi. Det kan leses av tabellen (11) hvilken innflytelse kontrollvariablene har. I tabellen (11) er det markert hvilke kontrollvariabler som er signifikante. Altså hvorvidt det er en statistisk signifikant sammenheng mellom kontrollvariablene og *Regneflyt addisjon*, når det har blitt kontrollert for at elevene tilhører to ulike grupper. Da kom det frem at følgende variabler hadde en statistisk signifikant påvirkning : *Nonverbale evner*,  $F(1,500)= 21.402$ ,  $p=0.001$ , *Mors utdanningsnivå*,  $F(1,500)= 6.218$ ,  $p=0.013$ , *Fars utdanningsnivå*,  $F(1,500)= 5.414$ ,  $p=0.020$  og *Alder*,  $F(1,500)= 4.317$ ,  $p=0.038$ . Alle variablene hadde effektstørrelser, målt i Eta squared, som anses som lave.

#### 4.2.4 Analyse av kovarians, *Regneflyt subtraksjon*

Det ble gjennomført en sammenlignende analyse med kontrollvariabler for å se hvorvidt det var forskjeller i ferdigheten *regneflyt subtraksjon* mellom gruppen minoritetsspråklige og enspråklige elever, når det ble kontrollert for vokabular, nonverbale evner, foreldres utdanningsnivå og alder. Før analysen ble gjennomført ble det gjort forberedende tester for å sikre at alle kriteriene er oppfylt. Det ble da testet for normalitet, linearitet, homogenitet i varians, ”homogeneity of regression slopes” og at måleinstrumentene oppnådde høy reliabilitet. I tabell 12 rapporteres resultatene etter gjennomføring av ANCOVA.

Tabell 12. ANCOVA, *regneflyt subtraksjon*

ANCOVA – Regneflyt subtraksjon			
	<i>F</i> (1,500)	<i>p</i>	$\eta^2$
<b>Gruppe</b>	1.395	0.238	0.003
Reseptivt vokabular	0.715	0.398	0.001
Ekspressivt vokabular	1.501	0.221	0.003
Nonverbale evner	10.281	0.001**	0.020
Mors utdanningsnivå	4.613	0.032*	0.009
Fars utdanningsnivå	2.175	0.141	0.004
Alder	4.382	0.037*	0.009

\* Signifikant på 0.05-nivå (to-halet test), \*\* Signifikant på 0.01-nivå (to-halet test)

Etter å ha kontrollert for de nevnte kontrollvariabelene, var det ikke signifikant forskjell mellom gruppene på testen *regneflyt subtraksjon*,  $F(1, 500)= 1.395$ ,  $p=0.238$ . Effektstørrelsen målt i Eta squared er 0.003. Dette anses som en lav verdi. Videre kan det leses av tabellen (12) hvilken innflytelse kontrollvariablene har. I tabellen er det markert hvilke kontrollvariabler som er signifikante. Altså om det var en signifikant sammenheng mellom kontrollvariablene og *Regneflyt subtraksjon*, når det har blitt kontrollert for at elevene tilhører to ulike grupper. Da kom det frem at følgende variabler hadde en statistisk signifikant påvirkning: *Nonverbale evner*,  $F(1,500)= 10.281$ ,  $p=0.001$ , *Mors utdanningsnivå*,  $F(1,500)= 4.613$ ,  $p=0.032$ , og *Alder*,  $F(1,500)= 4.382$ ,  $p=0.037$ . Alle variablene hadde effektstørrelser, målt i Eta squared, som kan anses som lave.

#### 4.2.5 Analyse av kovarians, *Aritmetiske tekstoppgaver*

Det ble gjennomført en sammenlignende analyse med kontrollvariabler for å se hvorvidt det var forskjeller i ferdigheten *aritmatiske tekstoppgaver* mellom gruppen minoritetsspråklige og enspråklige elever, når det ble kontrollert for vokabular, nonverbale evner, foreldres utdanningsnivå og alder. Før analysen ble gjennomført ble det gjort forberedende tester for å sikre at alle kriteriene er oppfylt. Det ble da testet for normalitet, linearitet, homogenitet i varians, ”homogeneity of regression slopes” og at måleinstrumentene oppnådde høy reliabilitet. I tabell 13 rapporteres resultatene etter gjennomføring av ANCOVA.

Tabell 13. ANCOVA, *aritmatiske tekstoppgaver*

ANCOVA – Aritmetiske tekstoppgaver			
	$F(1,500)$	$p$	$\eta^2$
<b>Gruppe</b>	0.449	0.503	0.001
Reseptivt vokabular	5.174	0.023*	0.010
Ekspressivt vokabular	33.315	<.000**	0.063
Nonverbale evner	39.132	<.000**	0.074
Mors utdanningsnivå	0.125	0.724	<.000
Fars utdanningsnivå	2.633	0.105	0.005
Alder	3.104	0.079	0.006

\* Signifikant på 0.05-nivå (to-halet test), \*\* Signifikant på 0.01-nivå (to-halet test)

Etter å ha kontrollert for de nevnte kontrollvariabelene, var det ikke signifikant forskjell mellom gruppene på testen *aritmatiske tekstoppgaver*,  $F(1, 500)= 0.449$ ,  $p=0.503$ . Effektstørrelsen målt i Eta squared er 0.001. Dette anses som en lav verdi. Videre kan det leses av tabellen (13) hvilken innflytelse kontrollvariabelene har. I tabellen er det markert hvilke kontrollvariabler som er signifikante. Altså om det er en signifikant sammenheng mellom kontrollvariabelene og *Aritmetiske tekstoppgaver*, når det har blitt kontrollert for at elevene tilhører to ulike grupper. Da kommer det frem at følgende variabler har en signifikant relasjon: *Reseptivt vokabular*,  $F(1,500)= 5.174$ ,  $p=0.023$ , *Ekspressivt vokabular*,  $F(1,500)= 33.315$ ,  $p=<.000$ , og *Nonverbale evner*,  $F(1,500)= 39.132$ ,  $p< .000$ . *Reseptivt vokabular* ser ut til å ha en lav effektstørrelse. *Ekspressivt vokabular* og *Nonverbale evner* har begge en medium stor effektstørrelse, og kan forklare 6.3 % og 7.4 % av variansen i prestasjoner på testen *Aritmetiske tekstoppgaver*.

### 4.3 Oppsummering av analyser og funn

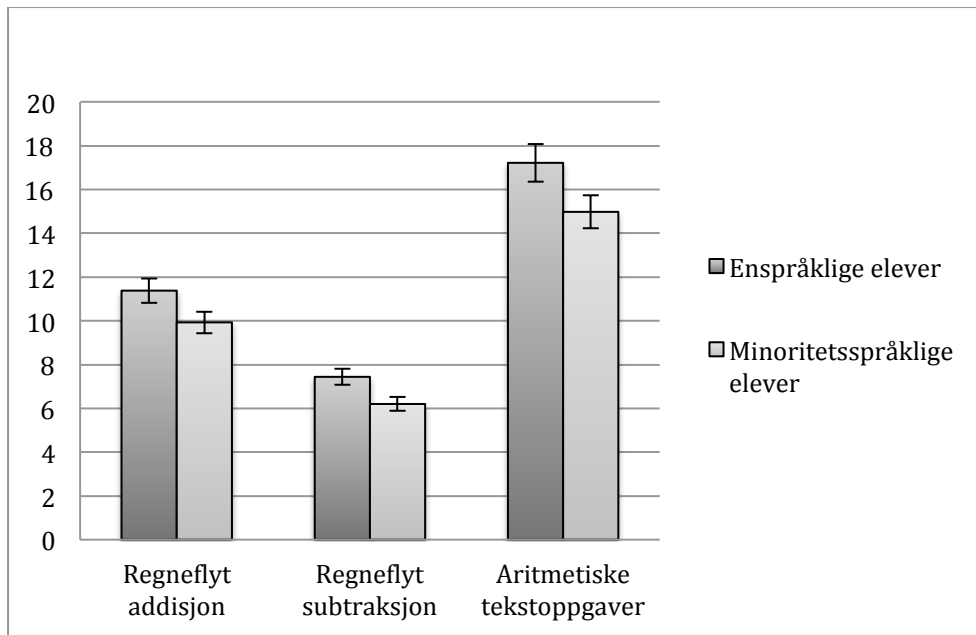
Tabell 14 vises deskriptive analyser etter gjennomføring av ANCOVA. Her er det for alle testene rapportert gjennomsnitt i begge gruppene for alle ferdighetene, samt det justerte gjennomsnittet. Justert gjennomsnitt er utregnet gjennomsnitt etter at effekten til kontrollvariablene er regnet inn (Pallant, 2016).

Tabell 14. Deskriptive analyser ANCOVA, *n*=antall, *M*=gjennomsnitt, *SD*=standardavvik, *SE*=standard error

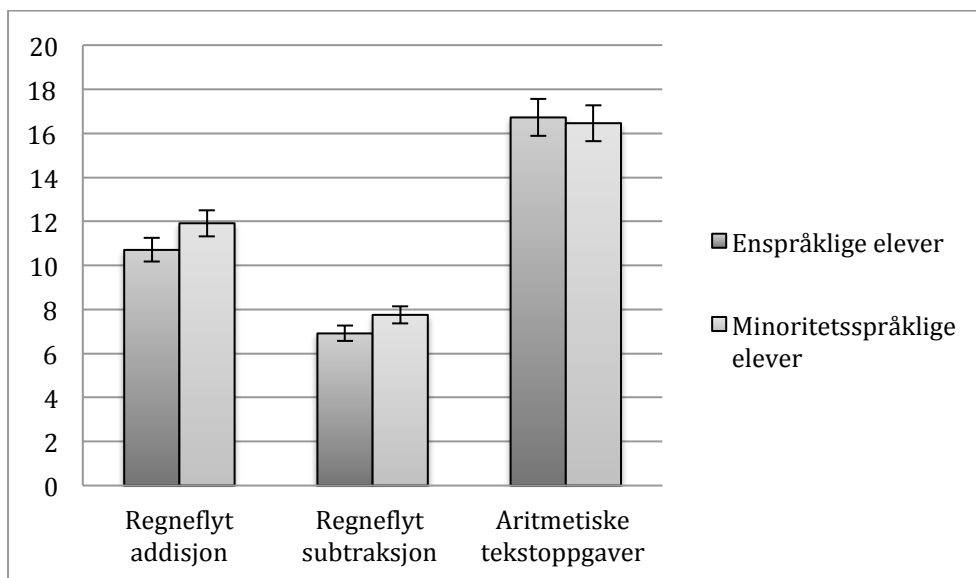
Deskriptive analyser ANCOVA				
	Minoritetsspråklige elever <i>n</i> = 127		Enspråklige elever <i>n</i> = 374	
	<i>M</i> ( <i>SD</i> )	Gjennomsnitt justert ( <i>SE</i> )	<i>M</i> ( <i>SD</i> )	Gjennomsnitt justert ( <i>SE</i> )
<b>Regneflyt addisjon</b>	9.93 (7.36)	11.91 (0.68)	11.38 (6.55)	10.70 (0.35)
<b>Regneflyt subtraksjon</b>	6.20 (5.83)	7.75 (0.59)	7.44 (5.79)	6.91 (0.31)
<b>Aritmetiske tekstoppgaver</b>	14.98 (3.55)	16.46 (0.17)	17.22 (3.47)	16.72 (0.32)

Resultatene viste at det var statistisk signifikante forskjeller mellom gruppene i regneflyt addisjon og subtraksjon og i aritmetiske tekstoppgaver. Etter å ha kontrollert for nevnte kontrollvariabler var det ikke lenger statistisk signifikant forskjell mellom gruppene i regneflyt addisjon og subtraksjon. Her kan foreldres utdanningsnivå, nonverbale evner og alder ha bidratt signifikant til forskjellen. Etter å ha kontrollert for nevnte kontrollvariabler var det heller ikke lenger statistisk signifikant forskjell mellom gruppene i aritmetiske tekstoppgaver. Her kan reseptivt vokabular, ekspressivt vokabular og nonverbale evner ha bidratt signifikant til forskjellen. Dette kan fortelle noe om bidraget kontrollvariablene har til forskjellen mellom gruppene i aritmetiske ferdigheter.

Som nevnt er det ikke forskjell i resultater på aritmetiske oppgaver etter å ha kontrollert for vokabular, nonverbale evner, foreldres utdanningsnivå og alder. Dette kan videre visualiseres i følgende histogrammer, figur 11 og 12, som viser gjennomsnittskår og det justerte gjennomsnittet for de aritmetiske ferdighetene.



**Figur 11. Gjennomsnitt aritmetiske ferdigheter**



**Figur 12. Justert gjennomsnitt aritmetiske ferdigheter**

Det justerte gjennomsnittet viser at gruppene nå har en tilnærmet lik gjennomsnittsskår på aritmetiske tekstoppgaver. I regneflyt får nå minoritetsspråklige elever en høyere skår enn enspråklige elever. Denne forskjellen er ikke statistisk signifikant, men likevel verdt å merke seg. Dette kan fortelle noe om bidraget kontrollvariablene har til forskjellen mellom gruppene i aritmetiske ferdigheter.

## 5 Drøfting av resultater

Målet med denne masterstudien var å besvare problemstillingen: ” *I hvilken grad er det forskjell i aritmetiske ferdigheter mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever*” med følgende forskningsspørsmål:

- I. Hvilke forskjeller er det mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever i *regneflyt addisjon og subtraksjon*, når det kontrolleres for nonverbale evner, vokabular, foreldres utdanningsnivå og alder?
- II. Hvilke forskjeller er det mellom minoritetsspråklige - og enspråklige elever på *aritmetiske tekstoppgaver* når det kontrolleres for nonverbale evner, vokabular, foreldres utdanningsnivå og alder?

I dette kapittelet vil først resultatene diskuteres i lys av tidligere empiri og teori. Deretter vil funnene drøftes i sammenheng med Cook og Campbells (1979) validitetssystem. Avslutningsvis vil mulige pedagogiske implikasjoner og forslag til videre forskning diskuteres.

### 5.1 Resultatene sett i lys av tidligere empiri

Først vil forskningsspørsmålene besvares i lys av tidligere presentert empiri og teori. For både regneflyt og aritmetiske tekstoppgaver kunne nonverbale evner forklare noe av forskjellen mellom gruppene i denne masterstudien. Tidligere forskning har vist at intelligens tydelig predikerer matematikkferdigheter og læring (Deary, 2007). Fokuset vil i det følgende være på betydningen av språkferdigheter. Dette grunnet tidligere presentert teori og empiri, der sammenhengen mellom språkferdigheter og aritmetiske ferdigheter har blitt belyst. Språkferdigheter har tidligere blitt omtalt som ekspressivt og reseptivt vokabular (Bloom & Lahey, 1978). Deretter vil mulige pedagogiske implikasjoner bli beskrevet.

#### 5.1.1 Forskjeller mellom gruppene i regneflyt addisjon og subtraksjon

Det første forskningsspørsmålet belyser hvorvidt det var forskjeller mellom minoritetsspråklige- og enspråklige elever i regneflyt, addisjon og subtraksjon. Analysene av varians viste her at minoritetsspråklige elever skåret signifikant lavere enn enspråklige elever

på disse oppgavene. Oppgavene elevene har løst ble presentert i symbolsk form, der elevene skulle løse en rekke regnestykker på tid. Elever som skårer høyt på slike tester antas å ha gode strategier for raskt å kunne hente frem aritmetisk fakta (som for eksempel  $3+5=8$ ) fra minnet (Ashcraft, 1990; Ostad, 1998; Tolar et al, 2009). Elevene gikk i 2.klasse og antas å være i begynnelsen av å utvikle gode strategier. Noen elever vil allerede her bruke retrieval som sin hovedstrategi (beskrevet i tabell 1) og variasjon i resultatene på dette trinnet vil derfor være å forvente. Videre kan det trekkes frem at elevene i mestret addisjonsoppgaver bedre enn subtraksjonsoppgaver. Dette kan henge sammen med elevenes alder og hvor de er i utviklingen. Tidligere forskning viser at det er mer utfordrende å hente frem svar på subtraksjonsoppgaver enn addisjonsoppgaver (Dowker, 2014). Dette blant annet på grunn av at flere av strategiene knyttet til subtraksjon er avhengig av en forståelse for addisjon (DeSmedt et al., 2010). Dette vil drøftes videre i oppgaven. Forskjellen mellom gruppene minoritetsspråklige- og enspråklige elever kan ha ulike forklaringer. I denne studien ble det kontrollert for vokabular, nonverbale evner, foreldres utdanningsnivå og alder. Etter kontroll for disse variablene, var det ikke lenger statistisk signifikante forskjeller mellom gruppene. Det justerte gjennomsnittet var høyere hos minoritetsspråklige elever enn hos enspråklige elever etter at effekten av kontrollvariablene ble regnet inn (se figur 11 og 12).

Det kom frem at foreldres utdanningsnivå (i tillegg til nonverbale evner og alder) kunne forklare noe av forskjellen mellom gruppene. Flere tidligere studier har vist sammenheng mellom et barns sosioøkonomiske bakgrunn og skolefaglige prestasjoner (Hart & Risley, 1995, 2000). I tillegg har studier sett at elevens sosioøkonomisk bakgrunn har betydning for deres matematikkprestasjoner (Chiu & Xihua, 2008; DeFlorio & Beliakoff, 2015; Roberts & Bryant, 2011). DeFlorio og Beliakoff (2015) har fokusert på betydningen av hjemmemiljøet og faktorer som kan påvirke barns matematiske utvikling i barnehage og tidlige skolealder. De konkluderer med at foreldres kunnskap om tidlig matematikkutvikling er viktig for elevens prestasjoner. I tillegg har forskning vist at hvorvidt barnet er eksponert for matematikkrelaterte oppgaver hjemme vil ha betydning for deres matematikkprestasjoner (LeFevre et al., 2009).

Det ble funnet at vokabular (reseptivt eller ekspressivt) ikke bidro signifikant til oppgaver som målte regneflyt. Dette kan ha ulike årsaker. Studier som knytter lingvistikk og matematikk ser på hvorvidt numerisk kognisjon representerer en oppfunnet konstruksjon basert på språk eller om numeriske konsepter eksisterer uavhengig av språk (Butterworth,

2005; Göbel et al., 2014; Raghobar & Barnes, 2017). At ikke vokabular var signifikant i test av regneflyt kan støttes av studier gjort av Vukovic og Lesaux (2013) og Hickendorff (2013). I deres longitudinelle studie kom det frem at språkevner ikke hadde signifikant betydning for aritmetikk og algebra. Elevene i denne studien er målt i oppgaver som tester regneflyt, noe lik Regnefaktaprøven, der det i tillegg er inkludert oppgaver i multiplikasjon og divisjon. De knytter dette funnet til at språkferdigheter ikke direkte er involvert i innlæringen av manipulasjon av mengder og ved gjennomføring av algoritmer. Hickendorff (2013) fant i sin studie at ulikhetene i prestasjoner mellom enspråklige og minoritetsspråklige elever var større knyttet til evnen å løse problemløsningsoppgaver enn oppgaver som ble utført ved regning. I tillegg kom det frem at språkferdigheter i mindre grad spilte inn i oppgaver som krevde utregning enn for tekstoppgaver. Dette samsvarer med funn i denne masterstudien. I tillegg kan studier gjort av Jordan et al. (2003) nevnes her. Her knyttes vansker med å hente fra fakta til svakheter i nonverbal resonering, heller enn vansker knyttet til lesing og språk. Elevene i denne studien er på samme alder som elevene i foreliggende masterstudie, 2.klasse. Det nevnes at vansker med å hente frem addisjons- og subtraksjonsfakta kan identifiseres allerede i 2.klasse på barneskolen, og at de var vedvarende.

At språkferdigheter ikke bidro signifikant til oppgaver som målte regneflyt i denne masterstudien, skiller seg noe fra tidligere empiri. De viser at språkferdigheter kan ha en betydning for innhenting av aritmetisk fakta og oppgaver som knyttes til manipulasjon av mengder. Göbel et al. (2014) ser på elevenes kjennskap til arabiske siffer ved skolestart som en nøkkelkomponent for utvikling av senere aritmetiske ferdigheter, i tillegg til forståelsen for flersifrede tall og for plassverdisystemet. Eleven må i tillegg vite at kombinasjonen av to siffer representerer et helt nytt tall og at ikke-tallmessige symboler (som + og -) har en bestemt mening (Purpura et al., 2011). I overgangen fra uformell til formell matematikk må barnets matematiske kunnskap kunne overføres til det skriftlige symbolspråket som ligger i formell matematikk (Gilmore, 2018; Purpura et al., 2011). Her vil språk være viktig, både for innlæring av ny kunnskap, og når denne kunnskapen skal knyttes til tidligere lært kunnskap (Raghobar & Barnes, 2017). I tillegg har studier vist at ved utregning av eksakt aritmetikk, tilegnet i et språk-spesifikt format, aktiverer nettverk i hjernen involvert i ord-assosieringsprosesser (Dehaene et al., 1999). Som nevnt vil en elevs ferdigheter i regneflyt addisjon og subtraksjon blant annet være avhengig av deres telleferdigheter (Butterworth, 2005). Tidligere studier viser at både reseptivt vokabular (LeFevre et al., 2010) og ekspressivt vokabular (Purpura & Ganley, 2014) er viktig for utvikling av telleferdigheter.



Praet et al. (2013) studerte hvordan ulike ferdigheter i barnehagen predikerte aritmetiske ferdigheter i 1. klasse, målt i regneferdigheter. De fant da at ekspressivt vokabular kunne forklare omtrent en fjerdedel av variansen i aritmetiske ferdigheter da de ble testet igjen i 1.klasse. Dette etter å ha kontrollert for ferdighetene å nummerere og prosedyrekunnskap knyttet til telling.

### **5.1.2 Forskjeller mellom gruppene på aritmetiske tekstoppgaver**

Det andre forskningsspørsmålet belyser hvorvidt det var forskjeller mellom minoritetsspråklige- og enspråklige elever på aritmetiske tekstoppgaver. Analysene av varians viste at minoritetsspråklige elever skåret signifikant lavere enn enspråklige elever på disse oppgavene. Etter kontroll for kontrollvariabler, var det ikke lenger statistisk signifikante forskjeller mellom gruppene. Elevene ble testet på oppgaver der den matematiske utregningen var integrert i setninger, der både ordene og strukturen i teksten danner oppgaven (Thevenot & Barrouillet, 2015). Slike oppgaver vil kreve at eleven har tilstrekkelig utviklet verbale ferdigheter og grunnleggende regneferdigheter (Ostad, 2010). Det er vanlig å kategorisere ulike typer tekstoppgaver basert på den semantiske relasjonen beskrevet i oppgaven (Riley et al, 1983), omtalt i tabell 2. I WISC-regning møter eleven først og fremst oppgaver fra kategorien ”sammensetning” og ”endring” (der resultatet er den ukjente delen). For å løse en aritmetisk tekstoppgave må eleven mestre en rekke ferdigheter og eleven vil kunne oppleve ulike utfordringer. En vet ikke om vanskene kan komme fra en feilaktig tolkning av oppgaven eller utfordringer med selve utregningen. Dette kan knyttes til de sammensatte kravene til elevene for å løse slike oppgaver (Gilmore et al., 2018). Forskjellen mellom gruppene kan ha ulike forklaringer.

I denne studien kom det frem at reseptivt og ekspressivt vokabular (i tillegg til nonverbale evner) kunne forklare noe av forskjellen mellom gruppene. Reseptivt vokabular knyttes ofte til språkforståelse og bredden i ordforrådet, mens ekspressivt vokabular knyttes til språkproduksjonen og dybde i ordforrådet (Ottem & Lian, 2008; Theil, 2005). Reseptivt vokabular kunne i denne masterstudien forklare omtrent 1 % av variansen, mens ekspressivt vokabular kunne forklare så mye som 6.3 % av variansen i prestasjonen. Bidraget til ekspressivt vokabular kan anses som et medium stort bidrag (Pallant, 2016). Det kan videre nevnes at de minoritetsspråklige elevene skåret lavere enn de enspråklige elever på begge testene som målte reseptivt- og ekspressivt vokabular, altså at deres språkferdigheter er noe

lavere. Lervåg og Aukrust (2010) vektlegger betydningen av vokabular for første- og andrespråks-elever. Forskingen er gjort knyttet til leseforståelse, der betydningen av muntlig opplæring i vokabular for denne elevgruppen understrekes. Det samme trekker Ryen (2005) frem, altså at evnen til å lære utenat antas å være spesielt viktig for læring av vokabular. Dette kan ha hatt betydning for prestasjoner på aritmetiske tekstoppgaver. Oppgavene er i denne studien presentert og besvart muntlig som vil i tillegg stille krav til elevenes lytteferdigheter.

Som nevnt viser funnene fra analysene at språkferdigheter kan ha bidratt til forskjellen mellom gruppene. Dette støttes av tidligere studier, som finner at minoritetsspråklige elever skårer lavere enn enspråklige elever på aritmetiske tekstoppgaver (Bernardo og Calleja; 2005; Driver & Powell, 2017; Kleemans et al., 2011; Orosco et al., 2013). Studier viser at vokabular er en avgjørende predikter for skoleprestasjoner (Cummins, 1980) og leseforståelse hos minoritetsspråklige elever (Lervåg & Aukrust, 2010). I tillegg understrekes betydningen av å ha adekvat utviklede språkferdigheter på førstespråk for å kunne dra nytte av opplæring på andrespråket (Cummins, 1979). Knyttet til matematikkundervisning trekkes det frem at det verbale aspektet som inngår i matematikk kan være et hinder for elever som mottar undervisning på sitt andrespråk.

I sammenheng med resultatene fra denne masterstudien er det viktig å drøfte betydningen å motta undervisning i matematikk på sitt andrespråk (Van Rinsveld et al., 2016). Det påpeker Bernardo og Calleja (2005), som fant at elevenes ferdighet på opplæringspråket var en faktor med stor innvirkning på matematikkferdighetene. Med andre ord var av språkkonteksten viktig. Dette støttes av Haag et al. (2013), som fant i sin studie at det generelle akademiske vokabularet spiller en rolle i matematikkundervisningen. De fremhever at forskjellen mellom gruppene, minoritetsspråklige og enspråklige, muligens vil øke når elevene blir eldre og vokabularet elevene møter på skolen skiller seg mer fra hverdagsvokabularet. Noen studier knytter dette til lavere ordkunnskap som inkluderer matematikkrelevant vokabular som har større risiko for å utvikle vansker i matematikk (Bernardo & Calleja, 2005; Raghobar & Barnes, 2017). Videre kan funnene i denne masterstudien knyttes til studier gjort av Fuchs et al. (2006). De fant at språkferdigheter og nonverbale evner kan predikere resultater på aritmetiske tekstoppgaver. Denne studien fokuserte på elever på 3.trinn, der elevene hadde ulik morsmålsbakgrunn. Med andre ord var elevene noe eldre enn elevene i denne masterstudien, men samsvarer likevel.

Det å kunne svare på aritmetiske tekstopp-gaver, som WISC-regning, forutsetter en forståelse for en rekke begreper, samt evnen til å kunne produsere et svar muntlig. Eleven må da både ha et tilstrekkelig utviklet reseptivt- og reseptivt vokabular. Ved løsning av aritmetiske er det nødvendig at eleven kjenner og forstår begreper som ”til sammen”, ”sammenlagt”, ”halvparten”, ”dobbel så mange” og ”har igjen”. Disse begrepene sier noe om den matematiske operasjonen eleven skal gjennomføre. Haag et al. (2013) fant i sin studie at det ikke var mer utfordrende for minoritetsspråklige elever enn for enspråklige elever å forstå det matematiske språket. Dette muligens fordi disse ordene blir forklart og introdusert eksplisitt i matematikkundervisningen. Forståelsen av hva disse ordene betyr vil være avgjørende for å løse denne typen oppgaver, og det vil være ulikt i hvilken grad lærerne i denne masterstudien har introdusert disse ordene for elevene. Ved gjennomføring av kartleggingen ble det registrert at flere elever strevde med å forstå uttrykk som ”får tilbake på en hundre lapp” og ”2 bøker for 4 kroner stykket”. Dette er begge begreper som kan anses å høre til et mer generelt akademisk vokabular, men som bringer inn en matematisk betydning i en tekstopp-gave.

### **5.1.3 Pedagogiske implikasjoner**

I denne masterstudien har fokuset vært minoritetsspråklige elever og hvordan de skårer sammenlignet med enspråklige elever. Analysene viste at minoritetsspråklige elever skårer lavere på tester som måler regneflyt addisjon og subtraksjon og aritmetiske tekstopp-gaver. Det kommer videre frem at foreldres utdanningsnivå, vokabular, nonverbale evner og alder kan forklare noe av denne forskjellen og at forskjellen mellom gruppene ikke lenger var statistisk signifikant etter at disse kontrollvariablene ble regnet inn. Ulike pedagogiske implikasjoner kan her nevnes.

At vokabular bidro til å forklare noe av forskjellen mellom gruppene kan ha flere pedagogiske implikasjoner. Et viktig punkt kan knyttes til vurdering og kartlegging av elevenes ferdigheter. Opplæringsloven, 1998, § 2-8, slår fast at språklige minoriteter har rett på særskilt norskopplæring til de har tilstrekkelige ferdigheter i norsk til å følge vanlig undervisning. Om nødvendig har de også rett til morsmålsopplæring, tospråklig fagopplæring eller begge deler. I matematikkundervisningen vil det for noen elever være nødvendig med tospråklig fagopplæring. Tidligere studier peker på tospråklige elevers ferdigheter i

opplæringspråket som en av faktorene med størst innvirkning på deres matematikkferdigheter (Bernardo & Calleja, 2005). Det er derfor viktig å kartlegge denne elevgruppen og vurdere passende undervisning.

Å løse tekstoppgaver er ansett som et viktig testfelt for matematikkprestasjoner. Det å løse slike oppgaver stille krav til elevenes forståelse for og mestring av tidligere lærte matematiske prosesser og konsepter (Thevenot & Barrouillet, 2015), samt tilstrekkelig utviklet verbale ferdigheter (Ostad, 2010). Siden tekstoppgavene ofte blir presentert verbalt kan det være vanskelig å skille mellom rollen språket spiller for å forstå oppgaven og de underliggende aritmetiske konseptene. Flere internasjonale studier har vist at dette er et av de feltene elevene opplever størst vansker, sammenlignet med prestasjoner på oppgaver som løses ved regning (Gilmore et al., 2018). Dette viser betydningen av kartleggingsverktøy som tester flere deler av et barns matematikkferdigheter. Videre kan det trekkes frem et behov for å utvikle kartleggingsverktøy som måler elevenes forståelse av det matematiske språket, både tilpasset enspråklige og minoritetsspråklige elever (Raghubar & Barnes, 2017). Selv om studier gjort av Haag et al. (2013) viste at det ikke var forskjeller mellom minoritetsspråklige og enspråklige elever knyttet til det matematiske språket, vil en økt bevisstgjøring være viktig.

En annen pedagogisk konsekvens som kan nevnes knyttes til minoritetsspråklige elever som har matematikkvansker. I denne masterstudien kom det frem at minoritetsspråklige elever skåret statistisk signifikant lavere enn enspråklige elever i aritmetiske ferdigheter, før det ble kontrollert for kontrollvariablene. Dersom en lærer vurderer disse elevene til å ha vansker uten å undersøke eventuelle bakenforliggende faktorer, vil det kunne ha konsekvenser for eleven. Wold (2008) peker på utfordringer ved at språklige minoriteter blir vurdert innenfor rammen av spesialpedagogikk. Hun diskuterer om det kan være vanskelig å skille mellom barn som er i fasen hvor de lærer et nytt språk, og barn med spesifikke vansker med språk. Det samme vil gjelde matematiske ferdigheter. Elever med lærevansker i matematikk defineres med vansker knyttet til matematiske ferdigheter og at de ikke profiterer tilstrekkelig på undervisning. Tradisjonelt har en klassifisert denne typen vansker med fokus på matematikkprestasjoner (Desoete, 2015a). Studier viser at elever med matematikkvansker har lavere prestasjoner når det gjelder elementære tekstoppgavers og oppstilte oppgaver (Ostad, 2010). Lite forskning er gjort på spesifikke karakteristikk hos elever som mottar undervisning på sitt andrespråk og har matematikkvansker (Driver & Powell, 2017).

Økt forståelse for i hvilken grad lingvistiske problemer påvirker matematikkprestasjonene kan fortelle noe om hvordan identifikasjonen av matematikkvanskene i denne gruppen bør gjøres (Driver & Powell, 2017). Som nevnt, vet vi at barns tidlige matematikkferdigheter predikerer senere matematikkprestasjoner (Aunio & Räsänen, 2016; Geary, 2015a; Gilmore et al., 2018; Raghobar & Barnes, 2017). Derfor ønsker en å så tidlig som mulig fange opp elever som er i risiko for å utvikle matematikkvansker for å så tidlig som mulig sette inn tiltak (Geary, 2015a). I den nye diagnosemalen til ICD-11 er det, som nevnt, inkludert at matematikkvanskene ikke skal komme av mangel på ferdigheter i opplæringspråket (World Health Organization, 2018). Dette kan vitne om behovet for kartleggingsverktøy som fanger opp denne elevgruppen.

Avslutningsvis kan det nevnes at det i denne masterstudien ble vist at det justerte gjennomsnittet, etter kontrollvariablene, var høyere i regneflyt addisjon og subtraksjon hos minoritetsspråklige. Denne forskjellen var ikke statistisk signifikant, men likevel verdt å nevne. Minoritetsspråklige elever er en sammensatt gruppe, der det er nødvendig å forholde seg til hver enkelt elev som et enkeltindivid med individuelle forutsetninger og en individuell bakgrunn (Hofslundsengen, 2011; Morken, 2012).

## **5.2 Resultatene sett i lys av validitetsteori**

I dette kapittelet vil resultatene drøftes opp mot de fire nevnte formene for validitet; statistisk validitet, indre validitet, begrepsvaliditet og ytre validitet (Cook & Campbell, 1979). Validitet knyttes til slutningenes gyldighet (Field, 201). Det vil her pekes på undersøkelsenes begrensninger. Det er viktig å presisere at god validitet ikke må tolkes absolutt og ideelt, men mer som et kvalitetskrav som en ønsker skal være tilnærmet oppfylt (Field, 2018). I denne studien er det gjennomført tester som er med for å kartlegge spesifikke ferdigheter hos barn. Da vil naturligvis andre faktorer spille inn og kunne på virke disse resultatene (Befring, 2015).

### **5.2.1 Statistisk validitet**

Statistisk validitet knyttes til i hvilken grad en kan slutte at sammenhengen man har funnet ikke er et resultat av tilfeldigheter. Statistisk styrke forteller om sammenhengende er sterke nok til å være av teoretisk betydning (Lund, 2002a). I denne oppgaven er det testet hvorvidt

det er forskjell mellom to grupper på tre ulike tester. En må da vurdere hvorvidt disse sammenhengende er sterke nok til å være av teoretisk betydning (Cook & Campbell, 1979).

Det kom frem at det var statistisk signifikant forskjell mellom gruppene på testene som målte regneflyt addisjon og subtraksjon, ( $p=0.038$  og  $p=0.039$ ) og på aritmetiske tekstopp-gaver ( $p<0.000$ ). Det kan derfor antas at de statistiske forutsetningene her er oppfylt og at det er god statistisk validitet for hver sammenligning. Ved gjennomføring av analyse av kovarians var det ikke lenger statistisk signifikante forskjeller. Dette fortalte noe om påvirkningen til kontrollvariablene. Det kom frem at alle kontrollvariablene hadde tilstrekkelig høy signifikansverdi.

Ved funn av statistisk signifikans bør det vurderes hvorvidt en er i fare for å gjennomføre en type-1 feil (Lund, 2002a). Det vil si å feilaktig konkludere med at det er en signifikant forskjell mellom elevgruppene. Derfor ble det videre gjennomført analyser av kovarians. Da var det ikke lenger signifikant forskjell mellom gruppene på de aritmetiske oppgavene. Det kom da frem at det var andre variabler som kunne bidra til forskjellen. Det er i disse analysene ikke mulig å si noe om en kausal sammenheng, kun en eventuell sammenheng mellom uavhengig og avhengig variabel (Lund, 2002a). Når det her konkluderes med at det ikke lenger er sammenheng, på aritmetiske ferdigheter, må det vurderes hvorvidt en står i fare for å gjennomføre en type-2 feil (Lund, 2002a), altså å konkludere med at det ikke finnes forskjeller, når det i virkelighet er det.

Ulike trusler mot statistisk validitet ble vurdert i denne masterstudien. Lund (2002a) nevner to mulige trusler som er aktuelle å trekke frem; brudd på statistiske forutsetninger og lav statistisk styrke. Brudd på statistiske forutsetninger kan ha konsekvenser for å gjøre både type 1- og type 2 feil. I denne masterstudien vil dette gjelde alle kriteriene som lå til grunn for å kunne gjennomføre analyse av varians og analyse av kovarians. Disse kriteriene ble sjekket, og godkjent, før analysene ble gjennomført. Dette styrker den statistiske validiteten. Det andre bruddet, lav statistisk styrke, ble også vurdert opp mot eventuelle type-2 feil. Statistisk styrke svekkes blant annet dersom utvalget er lite. I dette tilfellet er utvalget på 501 elever totalt, med 127 minoritetsspråklige og 374 enspråklige elever. Dette anses som å være et stort nok utvalg og vil med det øke den statistiske styrken (Field, 2018). Endring av signifikansnivå vil ha betydning for tolkning av analysene. Ved sammenligning av resultater på oppgaver som måler regneflyt var det signifikante forskjeller på et 0.05-nivå, mens det på

tekstoppgaver var forskjell på et 0.01-nivå. Dersom en hadde brukt 0.01-nivå også for regneflytoppgavene, hadde det ikke lenger vært en signifikant forskjell. I utdanningsvitenskapelig forskning er det vanlig å bruke et signifikansnivå på 0.05 (Befring, 2015).

I tillegg vil effektstørrelsen kunne påvirke den statistiske styrken (Lund, 2002a). Analyse av varians mellom gruppene på oppgaver som måler regneflyt hadde en lav effektstørrelse målt i eta squared,  $\eta^2 = 0.009$  for addisjon og  $\eta^2 = 0.008$  for subtraksjon, som kunne forklare en liten andel av variansen. På aritmetiske tekstoppgaver var den derimot noe større,  $\eta^2 = 0.073$ . Dette gir en noe høyere statistisk styrke. Det var ikke lenger statistisk signifikant forskjell mellom gruppene på noen av de aritmetiske ferdighetene ved analyse av kovarians. Noen av kontrollvariablene var her signifikante, med lav til medium effektstørrelse.

Videre kan den statistiske styrken bli svekket av lav reliabilitet, altså målingsfeil (Cook & Campbell, 1979; Lund, 2002a). Reliabilitet vil, som nevnt, si noe om hvorvidt måleresultatene er stabile og presise (Befring, 2015). I denne studien er reliabiliteten målt med Cronbachs Alfa. Alle de nevnte variablene, bortsett fra BPVS (kontrollvariabel for reseptivt vokabular), oppnådde tilfredsstillende alfa-verdier. Selv om testene i denne studien oppnådde tilfredsstillende alfa-verdier, må disse resultatene likevel tolkes med noe varsomhet. Faktorer som kan påvirke alfaverdien er blant annet antall items og antall faktorer som er underliggende for prestasjonene på testen (Field, 2018). I denne studien er det brukt variabler som er tenkt å måle spesifikke aritmetiske ferdigheter hos elevene. Å ha tre ulike mål for aritmetiske ferdigheter sikrer at en i større grad måler det testene er tenkt å måle.

### **5.2.2 Indre validitet**

Foreliggende masterstudie kan kategoriseres som beskrivende, altså ikke-eksperimentelt, der det er vanskelig å trekke slutninger om kausalitet og hvilke faktorer som påvirker hva. Studien slår kun fast hvorvidt det er forskjeller og i hvilken grad ulike faktorer påvirker denne forskjellen. Det ble det funnet statistiske signifikante forskjeller i aritmetiske ferdigheter mellom minoritetsspråklige- og enspråklige elever. dette ble bekreftet ved hjelp av en variansanalyse. Noen mulige årsaker til disse forskjellene ble testet som kontrollvariabler og det viste da ikke lenger en statistisk forskjell mellom gruppene.

Indre validitet først og fremst knyttes til en kausal sammenheng mellom en uavhengig og en avhengig variabel (Cook & Campbell, 1979). En trussel mot indre er instrumentering. For å gå nærmere inn på dette vil det være aktuelt å undersøke om de målte variablene har noen såkalt tak- eller gulv-effekt. *Regneflyt subtraksjon* hadde en tendens til gulv-effekt, der det var en del elever som ikke hadde fått til oppgaven (over 60 elever). Dette anses likevel som akseptabelt grunnet elevenes alder. Det vil kunne forekomme variasjoner i hvor godt elevene mestrer denne ferdigheten og være ulikt hvorvidt elevene har fått undervisning i subtraksjon fra skole til skole. Noe annet som kan ha påvirket gulv-effekten er at noen av elevene misforstod testen og regnet de første subtraksjonsoppgavene som addisjonsoppgaver. Dermed kan det være vanskelig å skille mellom de elevene der det var tilfellet og de elevene som ikke mestret denne ferdigheten. Et alternativ kunne ha vært å fjerne denne elevgruppen. Dette ville på den annen side minsket det totale utvalget. Derfor er alle elevene inkludert, med visshet om at instruksjonene i eventuelle senere studier må være så tydelige som mulig for å unngå misforståelser. *Nonverbale evner* hadde tendenser til en tak-effekt, der det var mange elever som skåret høyt på denne testen. Her kan det i senere studier være bedre å bruke vanskeligere oppgaver for å måle nonverbale evner.

### 5.2.3 Begrepsvaliditet

Begrepsvaliditet sier noe om graden av samsvar mellom et teoretisk definert begrep og operasjonaliseringen av dette begrepet, altså i hvilken grad en måler det en ønsker å måle (Cook & Campbell, 1979; Kleven, 2002). I denne studien gjelder for følgende variabler; *regneflyt addisjon og subtraksjon, aritmetiske tekstoppgaver, reseptivt og ekspressivt vokabular, foreldres utdanningsnivå, nonverbale evner og alder*. Alle disse variablene er hentet fra et større test-batteri knyttet til VLC-prosjektet. Variablene *foreldres utdanningsnivå* og *alder* ble hentet fra spørreskjemaene til foresatte. Spørreskjemaene ble oversatt til de mest frekvente språkene. Dette kan ha hjulpet foresatte til å forstå spørsmålene. Likevel kan det forekomme målefeil her, for eksempel ved at oversettelsene ikke samsvarer med hverandre. I tidligere studier måles ofte sosioøkonomisk bakgrunn som en samlev variabel bestående av forelders inntekt, utdanning og yrke. I denne studien er det målt som forelders utdanningsnivå. Til senere studier kunne det ha vært mulig å også inkludere foresattes yrker for i større grad å treffe deres samlede sosioøkonomiske bakgrunn.

Med utgangspunkt i de aritmetiske ferdighetene ble elevene i denne masterstudien målt i regneflyt og aritmetiske tekstoppgaver. Dette er ferdigheter som samsvarer med elevenes



alder. Testene er laget med bakgrunn i empirisk grunnlag og en kan med relativ stor sikkerhet si at de måler det de er tenkt å måle. Dette styrker begrepsvaliditeten. Likevel vil en utfordring som kan påvirke begrepsvaliditeten knyttes til faktorer testene måler som de ikke er tenkt å måle. En kan skille mellom tilfeldige målingsfeil og systematiske målingsfeil (Kleven, 2002). Et moment som kan trekkes frem i den forbindelse er at alle testene ble gjennomført på norsk. Det vil kreve at elevene har tilstrekkelige ferdigheter i norsk til å forstå og gjennomføre alle testene. Det kan tenkes at resultatene ville vært forskjellig dersom elevene ble testet på deres morsmål. I praksis vil dette vært utfordrende med tanke på ressurser, og oversetting av testbatteri.

Videre kan kravet om språkferdigheter for WISC-regning ha påvirket resultatene noe. Dette temaet har blitt belyst tidligere i oppgaven. Oppgavene er målt muntlig og vil da kreve tilstrekkelige lytteferdigheter. Det samme gjelder for WISC-ordforståelse. Det å måle språklige ferdigheter kan være vanskelig å operasjonalisere. Det er dermed ikke mulig å måle alle egenskapene som inngår i begrepet slik det er definert tidligere i oppgaven. For eksempel er det vist at det sosiale samspeillet er viktig i kommunikasjon (Clark, 2003). Her igjen kan det trekkes frem utfordringer ved å kartlegge minoritetsspråkliges språkferdigheter, siden flere av elevene kan være i en situasjon der de er i en prosess med å utvikle sitt andrespråk. Dette svekker begrepsvaliditeten. Alternativt kunne en ha gjennomført flere språktester for å i større grad sikre at individuelle forskjeller kommer frem.

Det kan avsnutnligsvi nevnes at testene Raven og BPVS er ment å gjennomføres individuelt, med en testperson per elev. I prosjektet ble denne testen gjennomført i gruppe. Dette kan ha krevd noe mer av elevene med tanke på oppmerksomhet og selvstendighet. Derfor kan skårene på disse testene være et resultat av disse ferdigheter, i tillegg til det de var tenkt å måle (nonverbale evner og reseptivt vokabular). De resterende testene ble gjennomført individuelt.

#### **5.2.4 Ytre validitet**

I denne masterstudien er det aktuelt å vurdere hvorvidt de oppgitte resultatene lar seg generalisere *over* relevante individer, situasjoner og tider (Cook & Campbell, 1979). Ulike trusler må da vurderes, som individhomogenitet og hvorvidt utvalget er representativt (Lund, 2002b). Målet i denne studien er å studere minoritetsspråklige elever og hvorvidt det er forskjeller mellom denne elevgruppen og enspråklige elever. Som beskrevet er utvalget hentet fra et større prosjekt, der det er sett på elever i 2.klasse, fra til sammen 12 klasser, på

det sentrale Østlandet. Utvalget er ikke trukket randomisert, men valgt fra skoler som bruker nettbrett i undervisning. Skolene er valgt med et ønske om å få mest mulig variasjon i elevgruppen. De varierer med tanke på andel elever med minoritetsspråklig bakgrunn. Dette styrker ytre validitet for denne masterstudien og mulighetene for generalisering. Utvalget anses som representativt for forskningsspørsmålene som er stilt.

Det er mulig at resultatene ville sett noe annerledes ut dersom en hadde studert elever med et bestemt morsmål, altså en mer homogen gruppe. Likevel vet vi at stort sett alle elevene har gått hele skoleløpet i norsk skole, og mottatt stort sett all undervisning på norsk. Samtidig kan det være slik at minoritetsspråklige elever starter på skolen med noe annen bakgrunn enn enspråklige elever, og at dette har påvirket resultatene på testene gjort i 2.klasse.

### 5.3 Oppsummering og veien videre

I denne studien ble underliggende faktorer til forskjeller mellom enspråklige og minoritetsspråklige elever studert. Overordnet viste gjennomgang av de statistiske analysene at det var statistisk signifikant forskjell mellom minoritetsspråklige elever og enspråklige elever i aritmetiske ferdigheter. Da det ble kontrollert for vokabular, foreldres utdanningsnivå, nonverbale evner og alder var denne forskjellen ikke lenger signifikant. For *regneflyt addisjon og subtraksjon* kunne foreldres utdanningsnivå, nonverbale evner og alder forklare noe av forskjellen. For *aritmetiske tekstoppgaver* kunne reseptivt vokabular, ekspressivt vokabular og nonverbale evner forklare noe av forskjellen. Begge disse funnene er i tråd med tidligere forskning. Det justerte gjennomsnittet (figur 11 og 12), regnet ut etter effekt av kontrollvariabler, viste at gruppene skåret tilnærmet likt på aritmetiske tekstoppgaver. I regneflyt hadde nå minoritetsspråklige elever noe høyere gjennomsnittsskår.

Funnene kan gi et godt innblikk i hvilke faktorer som påvirker elevers aritmetiske ferdigheter. Som nevnt vil både generelle språkferdigheter og det matematiske språket være viktig for utvikling av aritmetiske ferdigheter (Purpura & Ganley, 2014; Vuckovic & Lesaux, 2013). Det er viktig at skolen og lærere er bevisste denne sammenhengen og betydningen av å undervise i et språk eleven forstår og eksplisitt i nødvendig akademisk språk (Cummins, 1980). I tillegg løftes betydningen av elevens sosioøkonomiske bakgrunn frem som betydningsfullt (Chiu & Xihua, 2008; DeFlorio & Beliakoff, 2015; Roberts & Bryant, 2011).

Det vil også være av betydning å kjenne til bakenforliggende faktorer når det kommer til kartlegging av minoritetsspråklige elever (Driver & Powell, 2017; Wold, 2008).

Denne masterstudien kan beskrives som en tverrsnittstudie med et ikke-eksperimentelt design. Det er derfor ikke mulig å si noe om kausalitet (Kleven, 2002b). Mange av de tidligere nevnte studiene som studerer minoritetsspråklige elevers matematikkprestasjoner er gjort utenfor Norge (Van Rinsveld et al., 2016; Vukovic & Lesaux, 2013). Derfor kan det være et behov for mer forskning på et individnivå i norsk skole. Fremtidige studier bør blant annet fokusere på hvordan denne elevgruppen utvikler seg utover i skoleårene og hvordan undervisningen kan tilpasses best mulig. I tillegg vil det kunne være aktuelt å gjennomføre intervensjonsstudier for best mulig å kunne tilrettelegge undervisningen. Da særlig knyttet til minoritetsspråklige elever med matematikkvansker, for eksempel ved å jobbe med problemløsningsferdigheter (Driver & Powell, 2017).

Grunnet elevenes alder har denne masterstudien kun sett på aritmetiske ferdigheter. For fremtidige studier kan det være aktuelt å vurdere andre matematiske områder og se etter eventuelle forskjeller, samt betydning av andre domenegenerelle faktorer (som for eksempel arbeidsminne og elevenes lytteforståelse). Tidligere studier har sett forskjeller for eksempel knyttet til geometri og sannsynlighet, da mulig grunnet ulikheter i språkferdigheter (Vukovic & Lesaux, 2013). Dette vil forutsette at elevene er eldre og har kommet lengre i deres matematiske utvikling. I tillegg kan det være aktuelt å studere elevenes forståelse av de spesifikke matematiske begrepene. Haag et al. (2013) fant ikke forskjell mellom gruppene på dette feltet. Likevel har dette økende fokus i andre studier, og er nødvendig å undersøke videre (Purpura et al., 2017; Purpura & Logan, 2015; Purpura & Reid, 2016).

Avslutningsvis er det viktig å trekke frem at det vil forekomme store individuelle forskjeller innad i gruppene. Derfor vil et helhetlig syn på eleven være avgjørende for best å tilrettelegge for den enkelte (Morken, 2012).

# Litteraturliste

- Aarnes, J., F. (2019). I Store norske leksikon. Hentet 2.april fra: <https://snl.no/aritmetikk>
- Aunio, R., Aunio, P., Koponen, T., K. & Aro, M. (2015). A review of early numeracy interventions for children at risk in mathematics. *International Journal of Early Childhood Special Education*, 6(1), 25-54. <https://doi.org/10.20489/intjecse.14355>
- Aunio, P. & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, 24(5), 684-704. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424>
- Ashcraft, M., H. (1990). Strategic processing in children's mental arithmetic: A review and proposal. I D. F. Bjorklund (Red.). *Children's strategies: Contemporary views of cognitive development* (s. 185-211). Hillsdale, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Bachmann, K. E., Haug, P. og Myklebust, R. (2010). Med rett til å prestere. I E. Elstad og Sivesind (Red.) *PISA - sannheten om skolen?* (s. 298-317). Oslo: Universitetsforlaget. OBS
- Baddley, A. D. (2001). Is working memory still working? *American Psychologist*. 50(11), 851-864.
- Bakken, A. (2003). *Minoritetspråklig ungdom i skolen. Reproduksjon av ulikhet eller sosial mobilitet?* (NOVA rapport 15/2003). Hentet fra: [http://www.ungdata.no/asset/2836/1/2836\\_1.pdf](http://www.ungdata.no/asset/2836/1/2836_1.pdf)
- Bakken, A. & Hyggen, C. (2018). *Trivsel og utdanningsdriv blant minoritets elever i videregående. Hvordan forstå karakterforskjeller mellom elever med ulik innvandrerbakgrunn?* (NOVA rapport 1/2018). Hentet fra: <http://www.hioa.no/Om-OsloMet/Senter-for-velferds-og-arbeidslivsforskning/NOVA/Publikasjoner/Rapporter/2018/Trivsel-og-utdanningsdriv-blant-minoritets elever-i-videregaende>
- Barne-, ungdoms-, og familiedirektoratet. (2018, 03. august). Barn med minoritetsbakgrunn. Hentet fra: [https://www.bufdir.no/Statistikk\\_og\\_analyse/Oppvekst/Barnehage\\_og\\_skole/Barn\\_med\\_minoritetsbakgrunn/#heading7329](https://www.bufdir.no/Statistikk_og_analyse/Oppvekst/Barnehage_og_skole/Barn_med_minoritetsbakgrunn/#heading7329).
- Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.

- Bele, I. V. (2008). Tilnærming til språkvansker og læring - språk og makt. I I. V. Bele (Red.) *Språkvansker. Teoretiske perspektiver og praktiske utfordringer* (s. 9-31). Oslo: Cappelen akademiske forlag.
- Bernardo, A. B. I. & Calleja, M. O. (2005). The Effects of Stating Problems in Bilingual Students' First and Second Languages on Solving Mathematical Word Problems. *The Journal of Genetic Psychology*, 166(1), 117-129.  
<https://doi.org/10.3200/GNTP.166.1.117-129>
- Bjerke, M. B., Monsrud, M. & Thurmann-Moe, A. C. (2013). *Ordforråd hos flerspråklige barn. Pedagogiske og spesialpedagogiske utfordringer*. Oslo: Gyldendal norsk forlag
- Bloom, L. & M. Lahey. (1978). *Language development an language disorders*. New York: John Wiley & Sons.
- Bryant, D. P., Kim, S., A., Hartman, P. & Bryant, B., R. (2006). Standards-based mathematics instruction and teaching middle school students with mathematical disabilities. I M. Montague & A., K., Jitendra (Red.). *What works for special-needs learners. Teaching mathematics to middle school students with learning difficulties* (s. 7-28). New York, NY, US: Guilford Press.
- Bull, R. & Lee, K. (2014). Executive Functioning and Mathematics Achievement. *Child Development Perspectives*, 8(1), 36-41. <https://doi.org/10.1111/cdep.12059>
- Butterworth, B. (2005). The Development of Arithmetical Abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3-18. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x>
- Campbell, J., I., D. (1995). Mechanisms of simple addition and multiplication: a modified network-interference theory and simulation. *Mathematical Cognition*, 1, 121-164.
- Campbell, J., I., D. (2015). How abstract is arithmetic? I R. C. Kadosh & A. Dowker (Red.) *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (s. 140-157). United Kingdom: Oxford university press.
- Chiu, M. M., & Xihua, Z. (2008). Family and motivation effects on mathematics achievement: Analyses of students in 41 countries. *Learning and Instruction*, 18(4), 321-336. <http://dx.doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.06.003>
- Clark, E. (2003). *First language acquisition*. Cambridge: Cambridge University press.
- Cook, T., D. & Campbell, D., T. (1979). *Quasi-experimentation. Design & analysis issues for field settings*. USA: Houghton Mifflin company.

- Cummins, J. (1979). Linguistic interdependence and the educational development of bilingual children. *Review of Educational Research*, 49(2), 222-251.  
<http://dx.doi.org/10.2307/1169960>
- Cummins, J. (1980). The Cross-Lingual Dimensions Of Language Proficiency: Implications for Bilingual Education and the Optimal Age Issue. *TESOL Quarterly*, 14(2), 175-187.
- Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, jus og teologi*. Hentet fra <https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/Samfunnsvitenskap-jus-og-humaniora/>
- De Vaus, D.A. (2017). *Surveys in Social Research. An Introduction, 6th ed.* London: Routledge.
- DeFlorio, L., & Beliakoff, A. (2015). Socioeconomic status and preschoolers' mathematical knowledge: The contribution of home activities and parent beliefs. *Early Education and Development*, 26(3), 319-341. <http://dx.doi.org/10.1080/10409289.2015.968239>
- Deary, I. J., Strand, S., Smith, P., & Fernandes, C. (2007). Intelligence and educational achievement. *Intelligence*, 35(1), 13-21. <http://dx.doi.org/10.1016/j.intell.2006.02.001>
- Desote, A. (2015a). Predictive indicators for mathematical learning disabilities/dyscalculia in kindergarten children. I S. Chinn (Red.) *The routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (s. 90-100). New York: Routledge International Handbooks.
- Desote, A. (2015b). Cognitive predictors of mathematical abilities and disabilities. I R. C. Kadosh & A. Dowker (Red.) *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (s. 878-894). United Kingdom: Oxford university press.
- Direktoratet for e-helse. (2019). *ICD-10 : Den internasjonale statistiske klassifikasjon av sykdommer og beslektede helseproblemer 2019*. Oslo: Helsedirektoratet. Hentet fra: <https://finnkode.ehelse.no/#icd10/0/0/0/2613693>.
- Dowker, A. (2014). Young children's use of derived fact strategies for addition and subtraction. *Frontiers in Human Neuroscience*. 924(7).  
<https://doi.org/10.3389/fnhum.2013.00924>

- Dowker, A. (2015). Individual differences in arithmetical abilities. I R. C. Kadosh & A. Dowker (Red.) *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (s. 915-932). United Kingdom: Oxford university press.
- Driver, M. K. & Powell, S. R. (2017). Culturally and Linguistically Responsive Schema Intervention: Improving Word Problem Solving for English Language Learners with Mathematics Difficulty. *Learning Disability Quarterly*, 40(1), 41-53.  
<https://doi.org/10.1177/0731948716646730>
- Dunn, L. M, Dunn, L. M., Whetton, C. & Burkley, J. (1997). *The British Picture Vocabulary Scale*. London, UK: NFER-Nelson Publishing Company.
- Fletcher, J., M., Lyon, G. R., Fuchs, L., S. & Barnes, M., A. (2007). *Learning disabilities. From identification to intervention*. New York: The Guilford Press.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., ... Fletcher, J. M. (2006). The Cognitive Correlates of Third-Grade Skill in Arithmetic, Algorithmic Computation, and Arithmetic Word Problems. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 29-43. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.98.1.29>
- Fuchs, L., S., Geary, D. C., Fuchs, D., Compton, D., L. & Hamlett, C., L. (2014). Sources of Individual Differences in Emerging Competence With Numeration Understanding Versus Multidigit Calculation Skill. *Journal of educational psychology*, 106(2), 482-498. Hentet fra: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/25284885>
- Fuchs, L., S., Geary, D., C., Compton, D., L., Fuchs, D., Hamlett, C. L & Bryant, J. D. (2010). The contributions of numerosity and domain-general abilities for school readiness. *Child development*, 81(5), 520-33. doi: 10.1111/j.1467-8624.2010.01489.x.
- Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 243-275). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc.
- Geary, D. C. (2000). From infancy to adulthood: the development of numerical abilities. *Eur. Child Adolesc. Psych.*, 9, 11-16.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of learning disabilities.*, 37(1), 4-15. <https://doi.org/10.1177/00222194040370010201>
- Geary, D. C. (2013). Early Foundations for Mathematics Learning and Their Relations to Learning Disabilities. *Current Directions in Psychological Science*, 22(1), 23-27.  
<https://doi.org/10.1177/0963721412469398>

- Geary, D. C. (2015a). Preschool children's quantitative knowledge and long-term risk for functional innumeracy. I S. Chinn (Red.), *The Routledge International Handbook of Dyscalculia and Mathematical Learning Difficulties* (s. 235-242). New York: Routledge International Handbooks.
- Geary, D. C. (2015b). The Classification and Cognitive Characteristics of Mathematical Disabilities in Children. I R. C. Kadosh & A. Dowker (Red.) *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (s. 767-786). United Kingdom: Oxford university press.
- Geary, D. C. (2017) Dyscalculia in an early age. *Encyclopedia on early childhood development*. Hentet fra: <http://www.child-encyclopedia.com/learning-disabilities/according-experts/dyscalculia-early-age>
- Geary, D. C., Brown, S., C., & Samaranayake, V. (1991). Cognitive addition: a short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in younger and mathematically disabled children. *Developmental Psychology*, 27, 787-797.
- Gelman, R. & Gallistel. (1978). *The Child's Understanding of Number*. London: Harvard University press.
- Gilmore, G., Göbel, S., M. & Ingils, M. (2018). *An Introduction to Mathematical Cognition*. New York: Routledge International Handbooks.
- Göbel, S. M., Watson, S. E., Lervåg, A. & Hulme, C. (2014). Children's Arithmetic Development: It Is Number Knowledge, Not the Approximate Number Sense, That Counts. *Psychological Science*, 25(3), 789-798.  
<https://doi.org/10.1177/0956797613516471>
- Grue, Jan (2015). *Teori i praksis. Analysestrategier i akademisk arbeid*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Haag, N., Heppt, B., Stanat, P., Kuhl, P., & Pant, H. A. (2013). Second language learners' performance in mathematics: Disentangling the effects of academic language features. *Learning and Instruction*, 28, 24-34.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.04.001>
- Haug, P. (2003). *Evaluering av Reform 97. Sluttrapport frå styret for Program for evaluering av Reform 97*. Oslo: Norges forskningsråd.
- Hart, B., & Risley, T. R. (1995). *Meaningful differences in the everyday experience of young American children*. Baltimore, MD, US: Paul H Brookes Publishing.



- Hart, B., Risley, T.R. (2003). The early catastrophe: The 30-million word gap by age 3. *American Educator*, 4- 9. Hentet fra: [www.aft.org/sites/default/files/periodicals/TheEarlyCatastrophe.pdf](http://www.aft.org/sites/default/files/periodicals/TheEarlyCatastrophe.pdf)
- Hickendorff, M. (2013) The Language Factor in Elementary Mathematics Assessments: Computational Skills and Applied Problem Solving in a Multidimensional IRT Framework. *Applied Measurement in Education*, 26:4, 253-278, DOI: 10.1080/08957347.2013.824451
- Hofslundsengen, H. (2011). Minoritetsspråklige elever i skolen. *Spesialpedagogikk*. Hentet fra <https://utdanningsforskning.no/artikler/minoritetspraklige-elever-i-skolen/>
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85(2), 103-119. [http://dx.doi.org/10.1016/S0022-0965\(03\)00032-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0022-0965(03)00032-8)
- Kleemans, T., Segers, E. & Verhoeven, L. (2011). Cognitive and Linguistic Precursors to Numeracy in Kindergarten: Evidence from First and Second Language Learners. *Learning and Individual Differences*, 21(5), 555-561. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2011.07.008>
- Klausen, T., G., & Reikerås, E., K., L., (2016). *Regnefaktaprøven*, Lesesenteret.
- Kleven, T., A. (2002a). Begrepsoperasjonalisering. I Lund, T. (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi*. (3.opplag, s. 265-284). Bergen: Fagbokforlaget.
- Kleven, T., A. (2002b). Ikke-eksperimentelle design. I Lund, T. (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi*. (3.opplag, s. 265-284). Bergen: Fagbokforlaget.
- LeFevre, J.-A., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Sargla, E., Arnup, J. S., ... Kamawar, D. (2006). What Counts as Knowing? The Development of Conceptual and Procedural Knowledge of Counting from Kindergarten through Grade 2. *Journal of Experimental Child Psychology*, 93(4), 285-303. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2005.11.002>
- LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science / Revue canadienne des sciences du comportement*, 41(2), 55-66. <http://dx.doi.org/10.1037/a0014532>
- Lefevre, J. A., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D. & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to Mathematics: Longitudinal Predictors of

- Performance. *Child Development*, 81(6), 1753-1767. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x>
- Lefevre, J. A., Wells, E. & Sowinski, C. (2015) Individual differences in basic arithmetical processes in children and adults. I R. C. Kadosh & A. Dowker. (Red.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (s. 895-914). United Kingdom: Oxford university press.
- Lervåg, A. & Aukrust, V. G. (2010). Vocabulary knowledge is a critical determinant of the difference in reading comprehension growth between first and second language learners. *J Child Psychol Psychiatry*. 51(5):612-20. doi: 10.1111/j.1469-7610.2009.02185.x. Epub.
- Lervåg, A. & Melby-Lervåg, M. (2009). Muntlig språk, ordavkoding og leseforståelse hos tospråklige: En sammenfatning av empiriske studier. *Norsk pedagogisk tidsskrift*. 4, 264-279.
- Lund, T. (2002a). Metodologiske prinsipper og referanserammer. I Lund, T. (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi*. (3.opplag, s. 79-121). Bergen: Fagbokforlaget.
- Lund, T. (2002b). Generaliseringsproblematikk. I Lund, T. (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi*. (3.opplag, s. 79-121). Bergen: Fagbokforlaget.
- Lunde, O. (2005). Påfører vi minoritetsspråklige elever lærevansker i matematikk i skolen? *Tangenten*, 3. Hentet fra [http://www.caspar.no/artikkel\\_pdf/12c\\_t2005-3.pdf](http://www.caspar.no/artikkel_pdf/12c_t2005-3.pdf)
- Männamaa, M., Kikas, E., Peets, K., & Palu, A. (2012). Cognitive correlates of math skills in third-grade students. *Educational Psychology*, 32(1), 21-44. <http://dx.doi.org/10.1080/01443410.2011.621713>
- Maxwell, Joseph (2013) *Qualitative Research Design. An Interactive Approach*. London: SAGE.
- Morken, I. (2012). Migrasjonsrelaterte lærevansker. I E. Befring & Tangen, R. (Red.), *Spesialpedagogikk*. (s. 522- 3539). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Murphy, M. M., Mazzocco, M. M. M., Hanich, L. B., & Early, M. C. (2007). Cognitive Characteristics of Children With Mathematics Learning Disability (MLD) Vary a Function of the Cutoff Criterion Used to Define MLD. *Journal of learning disabilities*, 40(5), 458-478.
- NOU 2010:7. (2008). *Mangfold og mestring— Flerspråklige barn, unge og voksne i opplæringsystemet*. Hentet fra: <https://www.regjeringen.no>.

- Opplæringsloven. (1998). Særskilt språkopplæring for elever med språklige minoriteter. (LOV-1998-07-17-61). Hentet fra: [https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61#KAPITTEL\\_1](https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61#KAPITTEL_1)
- Orosco, M. J., Swanson, H. L., O'Connor, R. & Lussier, C. (2013). The Effects of Dynamic Strategic Math on English Language Learners' Word Problem Solving, *47*(2), 96-107. <https://doi.org/10.1177/0022466911416248>
- Ostad, S. A. (1998). Developmental Differences in Solving Simple Arithmetic Word Problems and Simple Number-fact Problems: A Comparison of Mathematically Normal and Mathematically Disabled Children. *Mathematical Cognition*, *4*(1), 1-19. <https://doi.org/10.1080/135467998387389>
- Ostad, S. A. (2010). *Matematikkvansker: en forskningsbasert tilnærming*. Oslo: Unipub.
- Ottom, E. & Lian, A. (2008). Spesifikke språkvansker I I. I. V. Bele (Red.), *Språkvansker. teoretiske perspektiver og praktiske utfordringer* (s. 31- 42). Oslo: Cappelen akademisk forlag.
- Pallant, J. (2016). *SPSS survival manual*. England: Mc Graw Hill Education.
- Peng, P., Namkung, J. M., Fuchs, D., Fuchs, L. S., Patton, S., Yen, L., ... Hamlett, C. (2016). A longitudinal study on predictors of early calculation development among young children at risk for learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, *152*, 221-241. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.07.017>
- Powell, S., R. (2011). Solving Word Problems using Schemas: A Review of the Literature. *Learn Disabil Res Pract*, *26*(2), 94-108. [10.1111/j.1540-5826.2011.00329.x](https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2011.00329.x)
- Purpura, D., Baroody, A. & Lonigan, C. (2013). The transition from informal to formal mathematical knowledge: Mediation by numeral knowledge. *Journal of Educational Psychology*, *105*(2), 453.
- Purpura, D. J. & Ganley, C. M. (2014). Working memory and language: Skill-specific or domain-general relations to mathematics? *Journal of Experimental Child Psychology*, *122*(2), 104-121. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.12.009>
- Purpura, D. J., Hume, L. E., Sims, D. M. & Lonigan, C. J. (2011). Early Literacy and Early Numeracy: The Value of Including Early Literacy Skills in the Prediction of Numeracy Development. *Journal of Experimental Child Psychology*, *110*(4), 647-658. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.07.004>
- Purpura, D. J. & Napoli, A. R. (2015). Early Numeracy and Literacy: Untangling the Relation between Specific Components. *Mathematical Thinking and Learning: An*

- International Journal*, 17(2-3), 197-193), p.197-218.  
<https://doi.org/10.1080/10986065.2015.1016817>
- Purpura, D., J., Napoli, A., R., Wehrspann, E., A. & Gold, Z., S. (2017). Causal connections between mathematical language and mathematical knowledge: a dialogic reading intervention. *Journal of Research on Educational Effectiveness* , 10(1), 116-137, <https://doi.org/10.1080/19345747.2016.1204639>.
- Purpura, D. J. & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 259-268. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.12.020>
- Praet, M., Titeca, D., Ceulemans, A., & Desoete, A. (2013). Language in the prediction of arithmetics in kindergarten and grade 1. *Learning and Individual Differences*, 27, 90-96. <http://dx.doi.org/10.1016/j.lindif.2013.07.003>
- Raghubar, K. P. & Barnes, M. A. (2017). Early numeracy skills in preschool-aged children: a review of neurocognitive findings and implications for assessment and intervention. *The Clinical neuropsychologist*, 31(2), 329.  
<https://doi.org/10.1080/13854046.2016.1259387>
- Raven, J. C. (1998). *The Raven's Progressive Matrices*. Oxford Psychologists Press Oxford.
- Reeve, R. A. & Gray, S. (2015). Number difficulties in young children. Deficit in core number?. I S. Chinn (Red.), *The Routledge International Handbook of Dyscalculia and Mathematical Learning Difficulties* (s. 44-59). New York: Routledge International Handbooks.
- Riley, M., S., Greeno, J., G. & Heller, J. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. I H. Ginsburd (Red.). *The development of mathematica thinking*. Cambridge, Massachusetts, USA: Academic press.
- Rittle-Johnson, R. & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. I R. C. Kadosh & A. Dowker (Red.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (s. 1118-1134). United Kingdom: Oxford university press.
- Roberts, G., & Bryant, D. (2011). Early mathematics achievement trajectories: English-language learner and native English-speaker estimates, using the Early Childhood Longitudinal Survey. *Developmental Psychology*, 47(4), 916-930.  
doi:10.1037/a0023865
- Rygvold, A.-L. (2012). Språkvansker hos barn. I E. Befring & R. Tangen (Red.), *Spesialpedagogikk* (s. 323- 340). Oslo: Cappelen damm akademisk.

- Ryen, E. (2005). Fremmedspråksinnlæring. I K. E. Kristoffersen, H. G. Simonsen & A. Sveen (Red.), *Språk. En grunnbok* (s.385-398). Oslo: Universitetsforlaget
- Sveen, A. (2005). Semantikk. I K. E. Kristoffersen, H. G. Simonsen & A. Sveen (Red.), *Språk. En grunnbok* (s.64-94). Oslo: Universitetsforlaget.
- Steinkellner, A. (2017, 26.juli). Hvordan går det med innvandrere og deres barn? Hentet fra: <https://www.ssb.no/utdanning/artikler-og-publikasjoner/hvordan-gar-det-med-innvandrere-og-deres-barn-i-skolen>
- Theil, R. (2005). Leksikon. I K. E. Kristoffersen, H. G. Simonsen & A. Sveen (Red.), *Språk. En grunnbok* (s. 222- 249). Oslo: Universitetsforlaget.
- Thevenot, C. & Barrouillet, P. (2015). Arithmetic word problem solving and mental representations. I R. C. Kadosh & A. Dowker (Red.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (s. 158-179). United Kingdom: Oxford university press.
- Tolar, T. D., Lederberg, A. R., & Fletcher, J. M. (2009). A structural model of algebra achievement: Computational fluency and spatial visualisation as mediators of the effect of working memory on algebra achievement. *Educational Psychology*, 29(2), 239-266. <http://dx.doi.org/10.1080/01443410802708903>
- Utdanningsdirektoratet. (2015a). *Regning for minoritetsspråklige elever*. Hentet fra: <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/regning/god-regneopplaring/regning-for-minoritetsspraklige-elever/>
- Utdanningsdirektoratet. (2015b). *Regning i matematikk*. Hentet fra: <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/regning/undervisningsopplegg-til-regning-i-ulike-fag/regning-i-matematikk/>
- Utdanningsdirektoratet. (2018, 13.12.18). Grunnskolens Informasjonssystem. Hentet fra <https://gsi.udir.no/app/#!/view/units/collectionset/1/collection/80/unit/1/>
- Urduan, T. C. (2017). *Statistics in plain english* (3.utg.). New york: Routledge.
- Van Rinsveld, A., Schiltz, C., Brunner, M., Landerl, K. & Ugen, S. (2016). Solving arithmetic problems in first and second language: Does the language context matter? *Learning and Instruction*, 42(C), 72-82. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2016.01.003>
- Vanbinst, K., Ansari, D., Chesquière, P. & De Smedt, B. (2016). Symbolic Numerical Magnitude Processing Is as Important to Arithmetic as Phonological Awareness Is to Reading. *Pub med*, 11(3), doi: 10.1371/journal.pone.0151045.

- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1997). Word problems: A vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school? I T. Nunes & P. Bryant (Red.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (s. 69-97). Hove, England: Psychology Press/Erlbaum (UK) Taylor & Francis.
- Verschaffel, L., Depaep, F., Van Dooren, W. (2015). Individual differences in word problem solving. I R. C. Kadosh & A. Dowker (Red.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (s.953-976). United Kingdom: Oxford university press.
- Vukovic, R. K. & Lesaux, N. K. (2013). The Language of Mathematics: Investigating the Ways Language Counts for Children's Mathematical Development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(2), 227-244.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.02.002>
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Cambridge: MIT press.
- Wechsler, D. (2003). *Wechsler Intelligence Scale for Children* (4. utg.). San Antonio: TX: Psychological.
- Wold, A. H. (2008). Kommunikasjon, språkutvikling og en gutt med spesifikke språkvansker. I I. V. Bele (Red.), *Språkvansker. Teoretiske og praktiske utfordringer* (s. 121-147). Oslo: cappelen akademisk forlag.
- World Health Organization. (2018). *ICD-11 for Mortality and Morbidity Statistics*. Hentet fra: <https://icd.who.int/browse11/l-m/en#/http://id.who.int/icd/entity/771231188>
- Wright, R.,J., Ellemor-Collins, D. & Tabor, P., D. (2012). *Developing Number Knowledge: Assessment, Teaching & Intervention with 7-11-Year-Olds*. London: Sage.