

Sigrid Blömeke

Universitetet i Oslo

Jessica Hoth

Universitetet i Vechta

Gabriele Kaiser

Universitetet i Hamburg

DOI: <http://dx.doi.org/10.5617/adno.4537>

Langtidseffekter av skolegang og lærerutdanning på småskolelæreres kompetanseutvikling

Sammendrag

I denne longitudinelle studien ble 131 grunnskolelærere (1. til 4. trinn) fulgt opp fra det siste året i lærerutdanningen og gjennom de fire første årene i lærerjobb. Lærerne tok standardiserte tester i matematikk (matematikkunnskap) og matematikkdiraktikk (matematikkdiraktisk kunnskap) ved slutten av lærerutdanningen i 2008 og en gang til etter fire års arbeid som lærer, i 2012. I tillegg tok de etter fire år i jobb en standardisert videobasert test som måler ferdigheter i å oppdage og tolke situasjoner som oppstår under matematikkundervisning i klasserommet, samt evne til å ta avgjørelser om handling når det gjelder disse situasjonene (matematikkrelaterte praksisferdigheter). De målte kunnskapene og ferdighetene ble deretter relatert til grunnskolelærernes utdanningsløp ved hjelp av strukturelle ligningsmodeller med manifeste variabler (path analysis). Som forventet fant vi sterke langtidseffekter. Lærernes gjennomsnittskarakterer fra avsluttende skoleeksamen predikerte sterkt deres matematikkrelaterte kunnskapsnivå og deres praksisferdigheter 10 til 12 år senere (etter fire år i jobb). Enda sterkere relatert til kunnskapsnivået i matematikk og matematikkdiraktikk etter fire år i jobb var typen matematikk-kurs de hadde tatt på videregående skole (avansert kurs vs. basiskurs). Derimot hadde typen skolematematikk-kurs ingen signifikant effekt på lærernes praksisferdigheter. Kunnskap i matematikk og matematikkdiraktikk ved slutten av lærerutdanningen korrelerte også signifikant med lærernes kunnskap fire år senere, mens effektene på praksisferdigheter var ubetydelig. Gjennomsnittskaracteren på den avsluttende brede lærerutdanningseksamenen hadde ingen signifikant effekt på lærernes matematikkrelaterte kunnskap eller ferdigheter. Alle langsiktige effekter av skolegang ble mediert gjennom lærerutdanningen. Når det gjelder videre forskning er en viktig konklusjon at det må undersøkes nøyere hva som påvirker praksisferdigheter. I tillegg er utvalgsriterier ved starten av lærerutdanningen et stikkord som burde diskuteres; et annet stikkord er hvilke muligheter studenter har til å lære seg matematikk og matematikkdiraktikk under grunnskolelærerutdanningen.

Nøkkelord: lærerkompetanse, longitudinell studie, grunnskolelærere, kompetanseutvikling, matematikkunnskap, lærerutdanning

Long-term effects of schooling and teacher education on primary teachers' mathematics-related competence development

Abstract

131 primary teachers (grades 1 to 4) were followed during the transition from teacher education to the teaching profession in a four-year longitudinal study. The teachers took standardized tests of their mathematics content knowledge (MCK) and their mathematics pedagogical content knowledge (MPCK) in their last year of teacher education and after four years on the job. In addition, they took a standardized test based on video-vignettes to examine the perception, interpretation and decision-making skills needed in the teaching of mathematics (M_PID). Path analysis was applied to regress these outcomes on teachers' schooling and teacher education. As hypothesized, strong long-term effects were found. Teachers' grade-point average from upper secondary school predicted significantly MCK, MPCK and M_PID 12 years later (after four years on the job). The type of course in school mathematics taken in upper secondary school predicted MCK and MPCK even more strongly, but not M_PID. MCK and MPCK at the end of teacher education predicted significantly MCK and MPCK four years later but only marginally M_PID. The grade-point average from teacher education did not predict any of the outcomes. All long-term effects of schooling were mediated through teacher education. With regard to research tasks resulting from this study, it seems to be important to examine predictors of M_PID in more detail. With regard to policy conclusions, the results suggest the need to discuss selection criteria at the beginning of teacher education, and opportunities to learn mathematics and mathematics education during primary teacher education.

Keywords: teacher competence, longitudinal study, primary school teachers, competence development, mathematics knowledge, teacher education

Innledning

Longitudinelle studier som følger lærere fra lærerutdanningen og gjennom de første årene i arbeid er sjeldne (Brouwer, 2010). Enda sjeldnere er storskala-studier basert på standardiserte målinger som gjør det mulig å generalisere resultater utover casene brukt i en spesifikk studie (Llinares & Krainer, 2006).

Vi har derfor begrenset kunnskap om utviklingsprosesser hos nyutdannede lærere og om hvordan disse prosessene blir påvirket av skolegang og lærerutdanning. Dette til tross for at slik kunnskap er viktig for å kunne forbedre overgangen fra skole til lærerutdanning, fra lærerutdanning til jobb, og selve lærerutdanningen. De siste årene har det vært mye diskusjon rundt inntakskrav i lærerutdanningen generelt og særlig rundt karakterer i matematikk. Behovet for å bygge denne diskusjonen på evidens og ikke bare på «magefølelse» eller ideologi, er stort. I tillegg er det fremdeles kontroversielt hvor mye fag, fagdidaktikk eller pedagogikk som trengs for å bli lærer, særlig i grunnskolelærerutdanningen.

Vi utviklet derfor en longitudinell studie som gjennom bruk av standardiserte målinger av lærerkompetanse skulle minske dette forskningshullet og bidra med data til diskusjonene om inntakskrav til og andel fagutdanning i grunnskolelærerutdanningen. 131 tyske grunnskolelærere ble fulgt opp fra det siste året i lærerutdanningen til de hadde vært omtrent fire år i jobb. Lærerne tok standardiserte tester i matematikk og matematikdidaktikk ved slutten av lærerutdanningen i 2008 og en gang til fire år senere i 2012. I tillegg tok de en standardisert videobasert test etter fire år i jobb. Denne testen måler ferdigheter som trengs når grunnskolelærere underviser i klasserommet. Kunnskap og ferdigheter ble relatert til lærerutdanningen og skolegangen for å finne ut hva som påvirket de nyutdannede lærernes kompetanse.

Når det gjelder småskoletrinnet (1. til 4. trinn) ligner de tyske og norske tilnærmingene til grunnskolelærerutdanningen veldig: Begge land følger et bredt klasselærerkonsept der lærerstudentene får utdanning i flere fag, deriblant matematikk, ved siden av utdanning i pedagogikk. I begge land forberedes studentene til en elevsentrert jobb som grunnskolelærer der de har ansvar både for barnas sosial-emosjonelle og for deres kognitive utvikling, inkludert barnas utvikling i matematikk. Alle grunnskolelærere på småskoletrinnet blir derfor sertifisert til å undervise matematikk.

De tyske utdanningsprogrammene varierer fra delstat til delstat, men kan oppsummeres i to hovedkategorier: Utdanningen sertifiserer til å undervise enten fra 1. til 4. trinn (småskoletrinnet) eller fra 1. til 9./10. trinn (hele grunnskolen). Dette til forskjell fra Norge, der de to hovedkategoriene dekker henholdsvis 1. til 7. trinn og 5. til 10. trinn, men forskjellen skulle ikke være stor. Antall studiepoeng i matematikk og matematikdidaktikk er også sammenlignbare: Mens det i Tyskland varierer mellom de forskjellige delstatene og vanligvis inkluderer mellom 30 og 60 poeng (noen få kan ha opp til 80 studiepoeng, mens andre ikke har noen poeng i matematikk i det hele tatt), har 30 studiepoeng i matematikk vært obligatorisk i Norge i lang tid (Kunnskapsdepartementet, 2016).

Alle tyske grunnskolelærerprogrammer er delt i to perioder: Først går studentene gjennom et omtrent 4-årig program på universitetet (eller på lærerhøgskole i en tysk delstat) hvor de lærer seg flere fag, fagdidaktikk og pedagogikk

med noen uker praksis integrert, før de går ut i skolen hvor omtrent 1,5 år med praksisutdanning følger. Den tyske grunnskolelærerutdanningsmodellen kan dermed beskrives som en blanding av den tradisjonelle lærerhøgskolemodellen («alt integrert») og den tradisjonelle universitetsmodellen («fag og PPU») i Norge.

Teori: Lærerkompetanse

Mens tidligere pedagogiske og fagdidaktiske modeller av lærerkompetanse vanligvis har fokusert på lærernes kunnskap og relatert den direkte til deres klasseromsundervisning (Weinert, 2001), introduserte Blömeke, Gustafsson og Shavelson (2015) en hypotetisk modell som inkluderer et mellomstadium utviklet med utgangspunkt i kognisjonspsykologiske teorier. *Kognitive ferdigheter*, som påvirker hva lærere legger merke til i klasserommet og hvordan de tolker det de observerer, blir i denne modellen sett på som lenker mellom lærernes kunnskap og deres handling i klasserommet. I stedet for direkte effekter av lærernes kunnskap på klasseromsundervisning, antar modellen at de kognitive ferdighetene medierer effektene av kunnskap. Blömeke, Gustafsson og Shavelson (2015) forener på denne måten teorier fra utdanningsvitenskap og psykologi. Kompetansmodeller som inkluderer både kunnskap og kognitive ferdigheter har siden da blitt den nye standarden (Santagata & Yeh, 2016).

I dag skjer undervisning for det meste i spesifikke fag slik at lærernes faglige kompetanse spiller en viktig rolle ved siden av pedagogisk kompetanse (Shulman, 1987). Vår studie fokuserer på grunnskolelæreres matematikkundervisning, og vi undersøker derfor deres matematikkrelaterte lærerkompetanse. For det første undersøker vi lærernes matematikkunnskap (*mathematics content knowledge, MCK*) og deres kunnskap i matematikkdiraktikk (*mathematics pedagogical content knowledge, MPCK*). For det andre undersøker vi lærernes ferdigheter i å oppfatte det som skjer i klasserommet under matematikkundervisning (*perception*), å tolke dette (*interpretation*) og å ta avgjørelser om hva som må skje (*decision-making*). Vi vet fra studier i Tyskland og USA at slike *matematikkrelaterte praksisferdigheter (M_PID)* hos læreren forutsier elevenes prestasjoner i matematikk (Baumert & Kunter, 2006; Kersting et al., 2012).

Med matematikkunnskap mener vi kunnskap om sentrale matematiske teoremer, definisjoner, konsepter, algoritmer og prosedyrer som er relevante for matematikk på grunnskoletrinnet (for mer detaljer, se Blömeke et al., 2016). Med matematikkdiraktisk kunnskap mener vi hvordan en grunnskolelærer kan presentere matematikk til elever på best mulig måte, slik at han eller hun treffer elevenes kunnskapsnivå, unngår eller oppklarer mulige misforståelser, og tar hensyn til forskjellige læringsstrategier. Grunnskolelærere må derfor vite hvordan de kan planlegge matematikkundervisning, hvordan matematikk-

kunnskap utvikler seg hos elevene og hva slags feil de muligens gjør. Matematikkunnskap og matematikdidaktisk kunnskap er vanligvis sterkt relatert til hverandre (Schilling, Blunk & Hill, 2007).

Ved siden av kunnskap inkluderer undervisningskompetanse kognitive ferdigheter en grunnskolelærer trenger når han eller hun er i klasserommet. Å legge merke til hva som skjer er den første kognitive ferdigheten inkludert her (kalles også «perception accuracy», Carter et al., 1988; «professional vision», Goodwin, 1994; eller «noticing», van Es & Sherin, 2002). Fordi det ikke er en selvfølge hvordan en lærer bør gå fram basert på hva han eller hun legger merke til, må dette tolkes. Til slutt tas det – basert på kunnskapen – en avgjørelse om hvordan læreren vil gå fram (Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015).

Kognitive ferdigheter kan måles ved hjelp av videobaserte tester (Kaiser et al., 2017). For eksempel i matematikk har Kersting et al. (2012) utviklet en standardisert test hvor grunnskolelærere så på 10 til 13 matematikkrelaterte klasseromshendelser (avhengig av studien). De måtte deretter svare på flere testspørsmål om hva de hadde oppfattet av matematikkundervisningen, hvordan de tolket hendelsene og hva de hadde gjort dersom de hadde vært matematikklærer i disse situasjonene. I tillegg tok de en kunnskapstest i matematikk. Sammenhengen mellom matematikkunnskap og de matematikkrelaterte kognitive ferdighetene (M_PID) var ganske sterk ($r = 0,53-0,62$ avhengig av studien). Dunekacke, Jenßen og Blömeke (2015) har utviklet et lignende instrument for barnehagelærere. Også blant barnehagelærere var sammenhengen mellom matematikkunnskap, matematikdidaktisk kunnskap og matematikkrelaterte praksisferdigheter sterk ($\beta = 0,53-0,60$ avhengig av studie) (Dunekacke, Jenßen & Blömeke, 2015).

Også i den nåværende studien ble grunnskolelærernes matematikkrelaterte praksisferdigheter målt med en videotest. Tre videoklipp viste klasseroms-situasjoner fra matematikkundervisning om tall, geometri, mønstre og strukturer på 3. trinn (Blömeke et al., 2015). De tre videoklippene inkluderte i tillegg undervisning av matematiske prosesser som modellering, problemløsning og argumentasjon, og de viste innledningsfasen av en matematikktime, helklasseundervisning og gruppearbeid. Innhold og prosesser er i tråd med internasjonale standarder, som også gjenspeiler den norske læreplanen i matematikk som fellesfag (Utdanningsdirektoratet, 2013). Lærerne fikk oppgaver relatert til hva de hadde lagt merke til i klippene, til hvordan de tolket dette, og til avgjørelser de ville ta (se metodedelen).

Forskningsspørsmål og hypoteser

Lærere bruker ikke nødvendigvis alle deler av sin matematikkunnskap i klasserommet, ofte brukes bare utsnitt. En tidligere studie med unge matematikklærere på mellomtrinnet (trinn 5/7 til 9/10) og på videregående skole

(trinn 10 til 12/13) i Tyskland fulgte lærerne fra slutten av lærerutdanningen til de hadde fire års jobberfaring. Studien viste i tråd med den antatte utsnittsvise bruken av matematikk at lærernes kunnskapsnivå hadde gått litt ned etter disse fire år (Blömeke et al., 2014). Det kan derfor forventes at kunnskapsnivået i matematikk går ned etter lærerutdanningen også for grunnskolelærere (H1).

Likevel burde det matematikdidaktiske kunnskapsnivået enten forbli stabilt på lang sikt eller til og med stige, fordi erfaring med undervisning burde støtte eller også utvide repertoaret av undervisningsstrategier og kunnskap om typiske feil elever gjør i matematikk (H2; Schoenfeld & Kilpatrick, 2008).

Et viktig spørsmål er hva som fremmer et høyt nivå i matematikk, matematikdidaktikk og matematikkrelaterte praksisferdigheter hos grunnskolelærere etter fire år i jobb. Vår hypotese er at dette primært er lærerutdanningen (H4) og sekundært skolegangen (H3). Våre tidligere studier har vist slike langtidseffekter når det gjelder matematikklærere på mellomtrinnet og videregående skole (Blömeke et al., 2014).

Vi forventer for det første at skolegangen har en *generell* effekt på matematikk, matematikdidaktikk og matematikkrelaterte praksisferdigheter hos grunnskolelærere etter fire år i jobb. Jo bedre resultater fra skolegangen, dess høyere er kunnskaps- og ferdighetsnivået på lang sikt (H3a). Denne generelle langtidseffekten vil reflektere det generelle utdanningsnivået en lærerstudent tar med seg til grunnskolelærerutdanningen. Vi måler det med gjennomsnittskarakter på avsluttende eksamen fra videregående skole, og utdanningsnivået er et resultat av skolegang, individuelle egenskaper som intelligens, og konteksteffekter som familiebakgrunn.

For det andre forventer vi at skolegangen har en *fagspesifikk* langtidseffekt på grunnskolelærernes nivå i matematikk, matematikdidaktikk og matematikkrelaterte praksisferdigheter etter fire år i jobb (H3b). Denne effekten vil reflektere fagnivået til en lærerstudent når han eller hun starter på lærerutdanningen. Fagnivået måler vi gjennom deltagelse i avanserte matematikkurs på videregående skole.

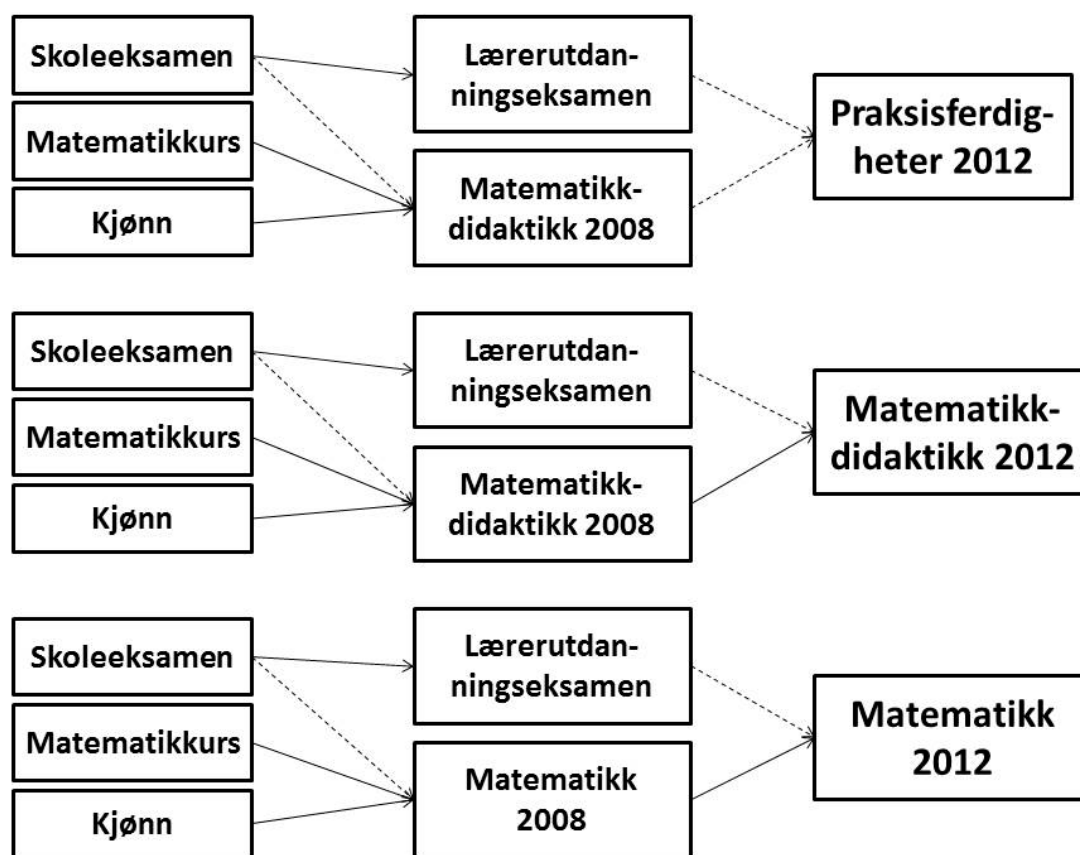
Når det gjelder lærerutdanningen i seg selv og dens effekt på matematikk, matematikdidaktikk og matematikkrelaterte praksisferdigheter hos grunnskolelærere etter fire år i jobb, undersøker vi på samme måte om den har en generell (H4a) og en fagspesifikk langtidseffekt (H4b). Lærerutdanningens generelle nivå måler vi med gjennomsnittskarakter på den avsluttende eksamen, fagnivået måler vi gjennom resultater på standardiserte tester i matematikk og matematikdidaktikk som vi ga studentene ved slutten av lærerutdanningen deres i 2008. De to målene vil reflektere hvilket kunnskapsnivå lærere har nådd under lærerutdanningen.

Imidlertid forventer vi ikke at kunnskap og praksisferdigheter blir påvirket på samme måte, verken generelt eller fagspesifikt. For det første inkluderer skolegang og grunnskolelærerutdanning en bred utdanning i mange fag, hvorav matematikk bare er ett. Gjennomsnittskarakterene på de avsluttende eksamenene

reflekterer en utdanning i sin helhet og er derfor sannsynligvis svakere relatert til matematikkrelaterte kunnskaper eller ferdigheter enn de matematikkrelaterte prediktorene. På samme måte forventer vi svakere relasjoner mellom prediktorene og grunnskolelærernes praksisferdigheter enn mellom prediktorene og grunnskolelærernes kunnskapsnivå, siden praksisferdigheter utvikles på en mindre systematisk måte. I tillegg vet vi fra meta-analyser at lignende variabler vanligvis henger sterkere sammen (f.eks. kunnskap med kunnskap) enn variabler som representerer forskjellige konstrukter (f.eks. karakterer med praksisferdigheter; Schmidt & Hunter; 1998).

Siden kjønn ofte spiller en rolle i matematikkrelaterte studier, særlig i Tyskland (se f.eks. Winkelmann, van den Heuvel-Panhuizen & Robitzsch, 2008), kontrollerer vi for det i alle analyser.

Det neste viktige spørsmålet omhandler nøyaktig hvordan skolegang, lærerutdanning og lærernes langtidskompetanse er relatert til hverandre. Vi må ta hensyn til tidsløpet, fordi det for eksempel er helt usannsynlig at et kurs tatt under skolegangen har en umiddelbar effekt på klasseromsferdigheter. Det er mer sannsynlig at skolegangen påvirker lærerutdanningseffekter, og at disse deretter påvirker grunnskolelærernes kompetanse etter fire år i jobb. Modellene vi testet inkluderte i overenstemmelse med denne hypotesen at skolegangen predikerer lærerutdanningseffekter og at disse predikerer lærerkompetanse, men at direkte effekter ikke eksisterer (H5; se figur 1).



Figur 1. Forventede langtidseffekter av skolegang og lærerutdanning på grunnskolelærernes kompetanse etter fire år i jobb (stiplede linjer indikerer svakere effekter enn heltrukne linjer)

Metode

Deltagere i studien

Tyskland deltok i storskalaundersøkelsen «Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)» i 2008 (Tatto et al., 2012). Omtrent 1000 grunnskolelærerstudenter ble testet under siste året i lærerutdanningen. Testene ble tatt under oppsyn i studentenes utdanningsinstitusjoner. Trekking av deltagere til TEDS-M fulgte rutine kjent fra studier som TIMSS: Først et tilfeldig trekk av utdanningsinstitusjoner, deretter et tilfeldig trekk av lærerstudenter. Trekkingen tok hensyn til type lærerutdanningsprogram (eksplisitt stratum) og størrelse på de tyske delstatene (implisitt stratum).

Omtrent en fjerdedel av TEDS-M-deltagerne hadde gitt oss lov til å kontakte dem igjen etter fire år, til tross for at dette innebar at de måtte gi oss sin adresse slik at vi kunne finne dem igjen. Det klarte vi med 131 grunnskolelærere. I 2012 ble disse lærerne undersøkt én gang til med TEDS-M-testene og i tillegg med videotester.

57 % av de unge grunnskolelærerne hadde en lisens for å undervise 1.–4. trinn, mens 43 % hadde lov til å undervise opp til 9./10. trinn. De var i gjennomsnitt 30 år gamle (min=26, max=45), og nesten 90 % av deltagerne var kvinner. Omtrent 30 % hadde hatt et avansert matematikkurs på videregående skole. Gjennomsnittskaracteren på deres avsluttende eksamen var 2,4 (min=1,0, max=3,5) på en skala fra 1 (toppkarakter) til 6 med 4,0 som grense mellom bestått og ikke bestått. Gjennomsnittskaracteren på lærerutdanningens avsluttende eksamen var 2,0 (min=1,0, max=4,0) på samme skala. Alle egenskaper samsvarer med gjennomsnittet for unge tyske grunnskolelærere og gjenspeiler også egenskapene til den tilfeldig trukne TEDS-M-gruppen (unntatt alderen). Likevel må det antas at lærerstudentene som hadde gitt oss lov til å kontakte dem igjen representerte et positivt utvalg av alle TEDS-M-deltagerne, for eksempel når det gjaldt motivasjon og kunnskap.

Instrumenter

Matematikkunnskap ble målt to ganger. I 2008 tok deltagerne TEDS-M-testen, som inkluderte 74 oppgaver om tall, algebra og geometri. I 2012 tok de en kortversjon med 25 oppgaver fordi de i tillegg måtte ta videotesten. Vi brukte item-parameterne fra 2008 til å estimere kunnskapsnivået slik at det er mulig å sammenligne resultatene fra 2008 og 2012 med hverandre. Påliteligheten var begge ganger god nok for å bruke resultatene på gruppenivå (2008: *Maximum-Likelihood Estimates reliability* MLE=0,83; 2012: MLE=0,75).

Matematikkdidaktikk-testen i TEDS-M var kortere, så vi brukte den samme versjonen begge gangene. I 2012 tilføyde vi noen oppgaver fra TEDS-M-testen for lærere på mellomtrinnet og videregående skole fordi påliteligheten ikke hadde vært god nok i 2008 (MLE=0,66). I 2012 var den bedre (MLE=0,79). For oppgaveeksempler, se Laschke og Blömeke (2014).

Matematikkrelaterte praksisferdigheter ble målt bare én gang i 2012 etter fire år i jobb, med en standardisert videotest. Tre videoklipp viste typiske klasseromsituasjoner fra matematikkundervisning på 3. trinn og varte i 2,5–4 minutter. 30 eksperter hadde bekreftet at videoklippene viste hyppige og relevante situasjoner i en matematikktime på tredje trinn. Før lærerne så på videoklippene fikk de informasjon om konteksten, for eksempel om familiebakgrunn til elevene og om hva som hadde hendt i timene før den som ble vist på video. Et eksempel på en oppgave relatert til hva lærerne hadde lagt merke til i klippene, er: «Læreren presenterer oppgaven til elevene på en visuell og en auditiv måte». Lignende oppgaver har tidligere blitt brukt av Clausen, Reusser og Klieme (2003), og disse ble tilpasset vårt studiemål. Påstandene måtte vurderes på en fire-poeng Likert-skala fra «er fullstendig enig» til «er fullstendig uenig». 22 eksperter hadde avgjort for hver oppgave hvilket poeng på Likert-skalaen som kunne aksepteres som riktig svar, mens de andre tre poengene ble kodet som feil svar (Blömeke et al., 2015).

Oppgavene relatert til tolkning og avgjørelser krevde mer utfyllende besvarer, og disse ble kodet. Deltagerne besvarte for eksempel spørsmål som: «Marie og Sofie er ikke enige i hvordan de skal løse et matematisk problem. De velger forskjellige måter å framstille problemet og å jobbe med det. Vennligst beskriv kort forskjellene i framgangsmåtene.» De 22 ekspertene leverte eksempler på riktige svar som ble en del av en utvidet kodingsmanual. 20 % av alle svarene på oppgavene ble kodet to ganger (Cohen's kappa $\kappa=0,97$, min=0,79, max=1,00; Jonsson & Svingby, 2007). Totalt jobbet grunnskolelærerne med 33 oppgaver som viste god reliabilitet (*Weighted Likelihood Estimates reliability* WLE=0,77; Warm 1989). For en beskrivelse av videoklippene og oppgaveeksempler, se Blömeke et al. (2015).

Fordi lærerne var spredt over hele Tyskland, ble alle tester tatt online og med tidsbegrensning. Rekkefølgen på testene varierte slik at hver test ble tatt av noen lærere på starten, av andre på midten, mens andre lærere igjen tok den på slutten av hele testrekken. Mulig utmattelse kunne på den måten balanseres.

Skalering og dataanalyse

Dataene ble skalert ved hjelp av Rasch-modellen og programvaren *Conquest* (Wu, Adams & Wilson, 1997). Ubesvarte oppgaver eller oppgaver som ikke ble fullført fordi tida hadde utløpt, ble kodet som feil. Når det gjaldt kunnskap i matematikk og matematikdidaktikk i 2012 baserte vi skaleringen på TEDS-M-resultatene fra 2008, som hadde et gjennomsnitt på 500 poeng og et standardavvik på 100 poeng for hele gruppen av grunnskolelærere. Matematikkrelaterte praksisferdigheter ble derimot transformert til et gjennomsnitt på 50 poeng og et standardavvik på 10 poeng.

Sammenheng mellom alle resultatene vises i tabell 1. Kunnskap i matematikk og matematikdidaktikk fra samme året er ganske sterkt relatert til hverandre, særlig i 2012 (0,71; 2008: 0,42). Matematikkunnskap fra 2008 predikerer

også veldig sterkt matematikkunnskap i 2012 (0,59), mens dette ikke gjelder på samme måte for matematikdidaktisk kunnskap (0,32). De laveste sammenhengene finnes mellom tidlig måling av kunnskap i matematikk og matematikdidaktikk og matematikkrelaterte praksisferdigheter fire år senere (0,20; 0,27).

Tabell 1. Sammenheng mellom kunnskap og ferdigheter i 2008 og 2012

	Mate- matikk 2008	Mate- matikk 2012	Matematikk- didaktikk 2008	Matematikk- didaktikk 2012	Praksis- ferdigheter 2012
Matematikk 2008	548				
Matematikk 2012	0,59	530			
Matematikdidaktikk 2008	0,42	0,42	532		
Matematikdidaktikk 2012	0,46	0,71	0,32	532	
Praksisferdigheter 2012	0,20	0,36	0,27	0,36	50

Notat. Diagonalen viser gjennomsnittresultat, korrelasjoner finnes under diagonalen.

Hypotesetesting ble gjennomført med strukturelle ligningsmodeller som brukte de manifeste skårene fordi lærergruppen var for liten til å bruke latente modeller. Alle modellene ble kjørt tre ganger (med matematikk, matematikdidaktikk eller praksisferdigheter som langtidsresultat) fordi sammenhengen mellom de tre resultatene var for sterk til å inkludere alle tre samtidig i én modell. Programvaren Mplus 7.3 ble brukt i analysene (Muthén & Muthén, 2014). Manglende data ble tatt hånd om gjennom bruk av den såkalte *full-information maximum-likelihood*-metoden som er implementert i Mplus. Vi anvendte en robust estimator for å håndtere de ikke-normalfordelte dataene. Om modellene gjenspeiler dataene, ble evaluert ved hjelp av vanlige indisier som CFI og RMSEA (Hu & Bentler, 1999). Kritisk verdi for signifikansnivået ble satt til 0,05.

Resultater

Utvikling av kunnskap i matematikk og matematikdidaktikk mellom 2008 og 2012 (H1, H2)

Tabell 1 viser at matematikkunnskapen gikk signifikant tilbake mellom 2008 og 2012 (som forventet i H1). 18 poeng tilbakegang tilsvarer en liten effekt (Cohens $d=0,2$; Cohen, 1988). Den matematikdidaktiske kunnskapen forble derimot stabil (H2).

Langtidseffekter av skolegang og lærerutdanning på grunnskolelæreres kompetanse (H3, H4)

Som forventet hadde skolegang store effekter på grunnskolelærernes langtidsprestasjoner. Gjennomsnittskarakter på den avsluttende skoleeksamenen predikerte sterkt nivået i matematikk- og matematikdidaktisk kunnskap og i praksisferdigheter i 2012 (se Tabell 2). Ett karakterpoeng høyere, for eksempel 1,5

istedenfor 2,5, førte til en kunnskapsskår etter fire år i jobb som var en tredjedels standardavvik høyere. Enda sterkere relatert til testresultatene i matematikk og matematikdidaktikk var typen matematikkurs. Når en grunnskolelærer hadde tatt et avansert kurs i stedet for et basiskurs i skolen, var testresultatene etter fire år i jobb et halvt standardavvik høyere for matematikdidaktisk kunnskap og opp mot to tredjedeler av et standardavvik høyere for matematikk-kunnskap.

H3 om effekter av skolegang på lærerkompetanse ble derfor tydelig støttet når det gjelder generell kompetanse (H3a) og som forventet enda tydeligere når det gjelder fagspesifikk kompetanse (H3b). Når det gjelder matematikkrelaterte praksisferdigheter, var resultatene som forventet mindre entydige. Mens eksamenseffekten var liten, men signifikant, var effekten av typen matematikkurs på disse ferdighetene ikke signifikant.

Tabell 2. Effekter av skolegang og lærerutdanning på nyutdannede læreres kompetanse etter fire år i jobb

	Prediktor	MCK ₂₀₁₂		MPCK ₂₀₁₂		M_PID ₂₀₁₂	
Skolegang	Avsluttende eksamen	-34,2*		-32,7*		-3,3*	
	Avansert matematikkurs	62,8*		49,6*		0,67 ^{ns}	
Lærerutdanning	Avsluttende eksamen		20,1 ^{ns}		1,4 ^{ns}		-2,9 ^{ns}
	MCK ₂₀₀₈ /MPCK ₂₀₀₈		0,73*		0,50*		0,04*
Kontrollvariabel	Kjønn	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Notat. * $p < 0.05$. Kjønnsparemeteren ble fastsatt til 0,00 på grunn av manglende effekt. Informasjon om hvorvidt modellene gjenspeiler data kan etterspørres hos førsteforfatteren. Obs: Når det gjelder eksamensresultater i Tyskland, betyr lavere tall bedre prestasjon (1=toppkarakter, 4=bestått) slik at minustegn indikerer en positiv sammenheng med kunnskap!

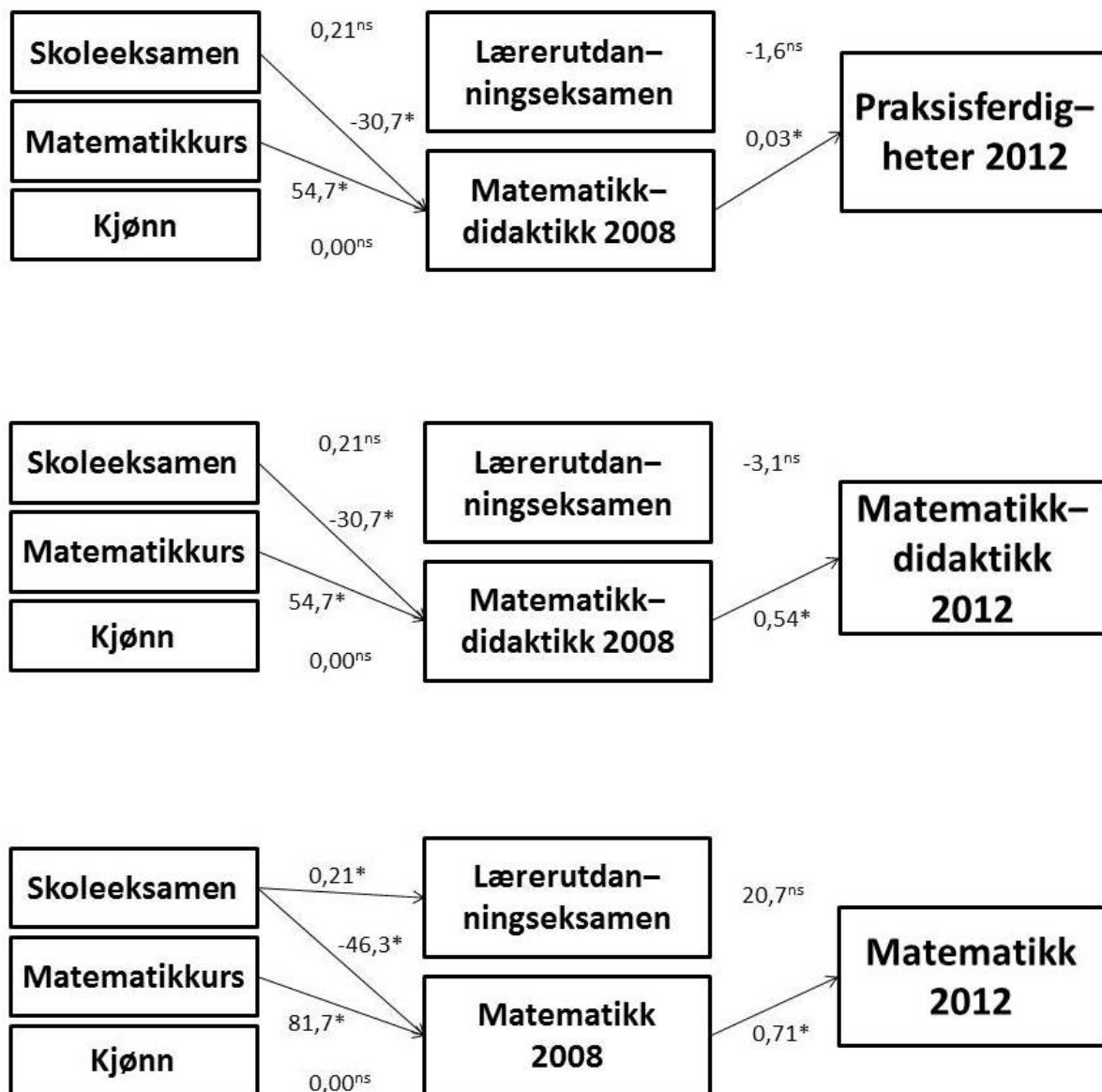
Langtidseffekten av lærerutdanningen ble også målt med to indikatorer. De fagspesifikke indikatorene *kunnskap i matematikk* og *matematikdidaktikk* ved slutten av lærerutdanningen i 2008 var som forventet signifikant relatert til det tilsvarende kunnskapsnivået fire år senere (se tabell 2). Når resultatet i 2008 var ett poeng høyere, var resultatet i 2012 også høyere, og det med et halvt (matematikdidaktikk) eller tre fjerdedelers (matematikk) standardavvik. Effekten av matematikdidaktikk¹ på matematikkrelaterte praksisferdigheter var også signifikant, men betydelig mindre.

Gjennomsnittskarakteren på den avsluttende lærerutdanningseksamen i 2008 var ikke signifikant relatert til kunnskap i verken matematikk eller matematikdidaktikk eller til matematikkrelaterte ferdigheter fire år senere i 2012. H4 om langtidseffekter av grunnskolelærerutdanningen på lærernes kompetanse ble derfor bare støttet når det gjelder like egenskaper.

I strid med hypotesen om en mulig effekt av kjønn, finnes det ingen signifikante sammenhenger mellom kjønn og kunnskap i henholdsvis matematikk eller matematikdidaktikk eller matematikkrelaterte ferdigheter, som derfor ble satt til 0 i alle analyser. Basert på indisier som CFI og RMSEA gjenspeilte alle modellene dataene godt.

Sammenheng mellom skolegang, lærerutdanning og lærerkompetanse i detalj (H5)

Til slutt undersøkte vi fullstendige modeller som inkluderte både skolegang og grunnskolelærerutdanning. I tillegg tok modellene hensyn til tidsløpet med langsiktige skoleeffekter mediert gjennom lærerutdanningen. Dataene ga støtte til denne modellen fordi de gjenspeilet den veldig godt (mer informasjon om dette kan etterspørres hos førsteforfatteren), og sammenhengene mellom skolegang, lærerutdanning og lærerkompetanse var som forventet (se figur 2).



Figur 2. Langtidseffekter av skolegang på grunnskolelærernes kompetanse etter fire år i jobb, mediert gjennom lærerutdanning

Notat til figur 2. De indirekte effektene (produkt av de to respektive direkte effektene) av gjennomsnittskaracteren på den avsluttende skoleeksamen på kunnskap i matematikk eller matematikdidaktikk eller på matematikkrelaterte praksisferdigheter i 2012 mediert gjennom kunnskap i matematikk eller matematikdidaktikk i 2008 var $-32,9$, $-16,6$ eller $-0,9$ (siden lavere karakterer indikerer bedre prestasjon i Tyskland, indikerer et minustegn en positiv sammenheng). De indirekte effektene av et avansert matematikkurs var $58,0$, $29,5$ eller $1,6$. Alle indirekte effekter var signifikante.

Bildet var i alle de tre tilfellene ganske likt. Som forventet fantes det ingen direkte effekter av grunnskolelærernes skolegang på deres kunnskap i matematikk eller matematikkdiraktikk eller på deres matematikkrelaterte praksisferdigheter i 2012. Alle langtidseffekter ble mediert gjennom lærerutdanningen. I tillegg er det viktig å notere seg at skolegangseffektene i alle tilfellene ble mediert gjennom *fagspesifikke* egenskaper oppnådd gjennom lærerutdanningen, ikke gjennom et generelt høyt lærerutdanningsnivå vist på den avsluttende eksamen. En bedre gjennomsnittskarakter på den avsluttende skoleeksamen eller et avansert kurs i skolematematikk førte til et signifikant høyere kunnskapsnivå i matematikk og matematikkdiraktikk ved slutten av grunnskolelærerutdanningen i 2008, og det høyere kunnskapsnivået i 2008 førte igjen til et høyere kunnskaps-, men også til et høyere ferdighetsnivå i 2012.

De indirekte langtidseffektene var i noen tilfeller ganske betydelige, men forskjellene mellom konstruktene var store. Uavhengig av om det gjaldt skoleeksamen eller type matematikkurs på videregående skole, var effektstørrelsen størst på grunnskolelærernes matematikkunnskap etter fire år i jobb (enten en tredjedel eller en halvdel av et standardavvik), mens effekten var liten når det gjaldt de matematikkrelaterte praksisferdighetene i 2012. Langtidseffekten på kunnskap i matematikkdiraktikk var større enn den på praksisferdighetene, men bare halvparten så stor som på matematikkunnskap, både når det gjaldt skoleeksamen og matematikkurs.

Diskusjon og konklusjon

Basert på vår studie, som altså ble gjennomført i Tyskland, ser det ut som om skolegangen har en betydelig langtidseffekt på matematikkrelatert kompetanse hos grunnskolelærere etter fire år i jobb. Dette gjelder for en fagspesifikk egenskap som deltagelse i avanserte matematikkurs på videregående skole, men også for gjennomsnittskarakteren på den avsluttende skoleeksamen. Denne gjennomsnittskarakteren oppsummerer elevenes prestasjon over de to siste årene på videregående skole og innebærer skriftlige eller muntlige prøver i minst fire fag som må dekke hele bredden av skolefag (f.eks. matematikk, tysk, engelsk og et samfunnsfag). Karakteren blir derfor ofte sett på som en indikator for generelle kognitive ferdigheter (Rindermann & Oubaid, 1999), mens deltagelse i et avansert matematikkurs indikerer mer spesifikk fagkunnskap tilegnet under skolegangen.

Gitt at mange land, inkludert Norge, ønsker å styrke lærerkompetansen, er et oppfølgingsspørsmål derfor om de to indikatorene egner seg som utvalgs-kriterier ved starten av grunnskolelærerutdanningen. Så vidt oss bekjent bruker ingen tyske universiteter typen matematikkurs som kriterium. En mulig forklaring er at det ville vært et smalt kriterium gitt grunnskolelærernes brede oppgavespektrum. Gjennomsnittskarakteren blir derimot brukt sammen med

andre kriterier som intervjuer eller ventetid ved alle tyske universiteter med flere søkere enn studieplasser (Stiftung Hochschulzulassung, 2017), selv om den ikke indikerer noe spesifikt lært på skolen. Men karakteren er samfunnsmessig akseptert som en tilstrekkelig pålitelig, valid og økonomisk oppsummering av kognitive ferdigheter oppnådd under skolegangen.

Det som er viktig å notere seg, er at skolens langtidseffekter ble fullstendig mediert gjennom hva som skjer i den fagspesifikke grunnskolelærerutdanningen. Verken typen matematikkurs på videregående skole eller karakter på den avsluttende eksamen hadde direkte effekter, og dette verken på matematikk- eller matematikkdiraktisk kunnskap eller på matematikkrelaterte praksisferdigheter etter fire år i jobb. Alle langtidseffekter ble mediert gjennom lærerutdanningen. Skoleeffekter påvirket sterkt matematikkrelaterte lærerutdannings-effekter, som igjen påvirket sterkt matematikkrelatert kunnskap. Disse indirekte effektene var store, noe som tyder på at det muligens kan være vanskelig å kompensere for et lavt inngangsnivå i løpet av lærerutdanningsprogrammet. Effekten på praksisferdigheter var også signifikant, men mye mindre.

Medieringsprosessen betyr samtidig at et høyt inngangsnivå til grunnskolelærerutdanningen er en viktig forutsetning for at lærerstudenter kan tilegne seg høy matematikkrelatert lærerkompetanse, men at inngangsnivået ikke gir noen garanti. Det legger bare alt til rette slik at lærerstudenter kan utvikle seg godt under lærerutdanningen under forutsetning av at de får nok muligheter til å tilegne seg matematikk og matematikkdiraktikk. Faller denne medieringen bort, forsvinner også langtidseffektene på kunnskapsnivået.

Langtidseffektene på matematikkrelaterte praksisferdigheter i 2012 viste generelt samme mønster som de på kunnskap i matematikk og matematikkdiraktikk, men effektstyrkene var mindre. Forskjellene i målingspålitelighet kan ikke forklare forskjellene i effektstyrker. Det er mer sannsynlig at forskjellene i innholdet er utslagsgivende. Matematikkrelaterte praksisferdigheter er bredere, mindre godt definert og sterkere relatert til klasseromssituasjoner enn systematisk kunnskap i matematikk eller matematikkdiraktikk. Derfor må det muligens i tillegg brukes ytterligere prediktorer enn de som ble undersøkt her for å forklare større varians i matematikkrelaterte praksisferdigheter. Mulige variabler er grunnskolelæreres praktiske erfaring i matematikkundervisning (kvantitativ lengde, men også viljen til å lære fra den) eller non-kognitive personlighets-egenskaper.

Enkelte av resultatene i denne studien var ikke som forventet. Det gjelder særlig kontrollvariabelen kjønn, som ikke viste noen systematisk relasjon med noen av de matematikkrelaterte egenskapene. Sammenlignet med andre studier fra Tyskland er dette et overraskende funn (Winkelmann, van den Heuvel-Panhuizen & Robitzsch, 2008), og vi har ingen god forklaring på dette. Muligens var det en seleksjonseffekt som kom av at studiedeltagelsen var frivillig i vår studie, slik at majoriteten av kvinnelige grunnskolelærere som hadde

meldt seg, muligens var bedre på matematikkområdet enn i en representativ studie.

Lignende studier har tidligere vært gjennomført med forskjellige grupper av matematikklærere på mellomtrinn og på videregående trinn (Blömeke, 2009; Blömeke et al., 2014). Når vi sammenligner resultatene, viser det seg at lærerutdanningseffekter i disse studiene var sterkere og skoleeffekter svakere enn i vår studie med grunnskolelærere – noe som sannsynligvis er relatert til et mer spesialisert og mindre bredt utdanningsprogram på mellomtrinn og videregående trinn enn på grunnskoletrinnet. Lærerutdanningens avsluttende karakter gjen-speiler tydeligere fagutdanningen blant lærerne som blir utdannet som faglærere sammen med matematikere og ikke som klasselærere i grunnskolen. Samtidig er matematikknivået i lærerutdanningen på mellomtrinn og videregående trinn langt høyere enn hos grunnskolelærere, slik at skolematematikken er mindre relevant (Blömeke et al., 2014) eller ikke relevant i det hele tatt (Blömeke, 2009). Det er derfor viktig å skille mellom forskjellige lærergrupper når vi trekker konklusjoner fra den nåværende studien. De må begrenses til grunnskolelærere.

Når vi ytterligere sammenligner resultatene viser det seg at relasjonene mellom de forskjellige delene av lærerkompetansen, særlig kunnskap i matematikk og matematikdidaktikk, var enda sterkere for faglærere på mellomtrinn og videregående trinn enn de allerede sterke relasjonene hos grunnskolelærerne – noe som samsvarer godt med tidligere forskning på eksperter (Chi, 2011). Jo høyere ekspertnivået er, desto tettere er underdimensjoner som matematikk og matematikdidaktikk knyttet til hverandre og desto vanskeligere er det å skille mellom dem. Den kognitive strukturen har forandret seg fra en opprinnelig fragmentert «boks» med kognitive egenskaper som eksisterer ved siden av hverandre, til et sammenknyttet mentalt nettverk.

Gitt at viktige egenskaper ved den tyske og den norske grunnskolelærerutdanningen ligner hverandre, er det mulig for Norge å lære av de tyske resultatene. Selv om vi må være forsiktige med å trekke forhastede konklusjoner basert på data fra et annet land, er det i det minste mulig å stimulere til en diskusjon om hva resultatenes hovedtrekk kunne innebære med hensyn til utvalgs-kriterier ved starten av grunnskolelærerutdanningen, til studenters muligheter for å lære seg matematikk og matematikdidaktikk under lærerutdanningen, og til videre forskningsbehov.

Den norske debatten om inntaksgrunnlaget til lærerutdanningen har vært intens, men nesten utelukkende basert på ideologi eller mer eller mindre plausible argumenter uten nærmere evidens. Den nåværende studien kan tolkes som forsiktig støtte til det høye karakterkravet i matematikk som har eksistert i noen få år, enda det var en kombinasjon av deltagelse i avanserte matematikkurs og gjennomsnittskarakter på den avsluttende skoleeksamenen vi undersøkte. Effektene er store, og svakheter her er derfor vanskelig å kompensere.

Det samme gjelder for mulighetene til å tilegne seg matematikk og matematikdidaktikk. Om 30 studiepoeng er nok, kan vi ikke avgjøre basert på vår studie, fordi antallet deltagere ikke var stort nok til å dele dem opp i grunnskolelærere med 30 poeng på den ene siden og lærere med et høyere antall poeng på den andre siden. Her ser vi et behov for videre forskning, som også burde se nærmere på innholdet. Matematikdidaktikk har i lang tid hatt en sterk posisjon i tysk lærerutdanning. Det er mulig at dette forklarer at det er så høyt samsvar mellom fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap. Om det er det samme i Norge, er et åpent spørsmål.

Med hensyn til videre forskning er det også viktig å undersøke hva som påvirker matematikkrelaterte praksisferdigheter i tillegg til kunnskap og eksamener. Mer generelt ville det være nyttig å replisere resultatene fra den nåværende studien i Norge for å unngå forhastede konklusjoner. Studien viser i alle fall hvor viktig det er å ta grunnskolelærerutdanning opp til diskusjon på en evidensbasert måte.

Takk

Studien var del av et større prosjekt finansiert av det tyske forskningsrådet: «TEDS-FU: Längsschnittliche Entwicklung der Kompetenzen von Junglehrkräften: Follow-Up zur internationalen Vergleichsstudie TEDS-M» [TEDS-FU: Longitudinal development of early-career teachers' competencies: Follow-up study of the international comparative study TEDS-M]; DFG Bl 548/8-1.

Om forfatterne

Sigrid Blömeke leder Senter for pedagogiske målinger ved Universitetet i Oslo (Centre for Educational Measurement at the University of Oslo, CEMO). Hun forsker på relasjoner mellom læreres utdanning, kunnskap og yrkesutøvelse. I tillegg forsker hun på nasjonale og internasjonale storskalaundersøkelser som måler elevenes og/eller lærernes kunnskap.

Institusjonstilhørighet: CEMO, Universitetet i Oslo, Gaustadalleen 30, N – 0318, Oslo

Epost: sigribl@cemo.uio.no

Jessica Hoth er postdoktor ved Universitetet i Vechta. Sammen med Sigrid Blömeke og Gabriele Kaiser forsker hun på relasjoner mellom læreres utdanning, kunnskap og yrkesutøvelse. I tillegg forsker hun på matematikklæreres diagnostiske kompetanse. For tiden vikarierer Jessica Hoth i en stilling som førsteamanuensis i matematikdidaktikk.

Institusjonstilhørighet: Universitetet i Vechta, Driverstraße 22, D – 49377 Vechta, Tyskland

Epost: jessica.hoth@uni-vechta.de

Gabriele Kaiser er professor i matematikdidaktikk ved Universitetet i Hamburg. Sammen med Sigrid Blömeke forsker hun på relasjoner mellom lærernes utdanning, kunnskap og yrkesutøvelse. I tillegg forsker hun på språk og kjønn i matematikkundervisning. Gabriele Kaiser ledet verdenskonferansen i matematikdidaktikk som fant sted i Hamburg 2016.

Institusjonstilhørighet: Faculty of Education, Universitetet i Hamburg, Von-Melle-Park 8, D – 20146 Hamburg, Tyskland

Epost: gabriele.kaiser@uni-hamburg.de

Referanser

- Baumert, J. & Kunter, M. (2006). Stichwort: Professionelle Kompetenz von Lehrkräften [Keyword: Professional competence of teachers]. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 9(4), 469–520.
- Blömeke, S. (2009). Ausbildungs- und Berufserfolg im Lehramtsstudium im Vergleich zum Diplomstudium: Zur prognostischen Validität kognitiver und psycho-motivationaler Auswahlkriterien [Educational and professional success of teacher education graduates compared to general higher-education graduates: On the predictive validity of cognitive and psycho-motivational selection criteria]. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 12, 82–110.
- Blömeke, S., Busse, A., Suhl, U., Kaiser, G., Benthien, J., Döhrmann, M. & König, J. (2014). Entwicklung von Lehrpersonen in den ersten Berufsjahren: Längsschnittliche Vorhersage von Unterrichtswahrnehmung und Lehrerreaktionen durch Ausbildungsergebnisse [Development of teachers during their first years in the profession: Longitudinal prediction of perception and decision-making through teacher education outcomes]. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 17, 509–542.
- Blömeke, S., Gustafsson, J.-E. & Shavelson, R. (2015). Beyond dichotomies: Competence viewed as a continuum. *Zeitschrift für Psychologie*, 223, 3–13.
- Blömeke, S., Hoth, J., Döhrmann, M., Busse, A., Kaiser, G. & König, J. (2015). Teacher Change during induction: Development of beginning primary teachers' knowledge, beliefs and performance. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13, 287–308.
- Blömeke, S., Busse, A., Kaiser, G., König, J. & Suhl, U. (2016). The relation between content-specific and general teacher knowledge and skills. *Teaching and Teacher Education*, 56, 35–46.
- Brouwer, C. N. (2010). Determining long term effects of teacher education. I P. Peterson, E. Baker & B. McGaw (red.), *International encyclopedia of education*, 7th ed. (s. 503–510). Amsterdam: Elsevier.
- Carter, K., Cushing, K., Sabers, D., Stein, P. & Berliner, D. C. (1988). Expert-novice differences in perceiving and processing visual information. *Journal of Teacher Education*, 39, 25–31.

- Chi, M. T. H. (2011). Theoretical perspectives, methodological approaches, and trends in the study of expertise. I Y. Li (red.), *Expertise in mathematics instruction: An international perspective*, 2nd ed. (s. 17–39). New York, NY: Springer.
- Clausen, M., Reusser, K. & Klieme, E. (2003). Unterrichtsqualität auf der Basis hochinferenter Unterrichtsbeurteilungen: Ein Vergleich zwischen Deutschland und der deutschsprachigen Schweiz [Instructional quality assessed via high-inferent ratings: A comparison between Germany and the German cantons of Switzerland]. *Unterrichtswissenschaft*, 31, 122–141.
- Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. New York, NY: Routledge.
- Dunekacke, S., Jenßen, L. & Blömeke, S. (2015). Effects of mathematics content knowledge on pre-school teachers' performance: A video-based assessment of perception and planning abilities in informal learning situations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13, 267–286.
- Goodwin, Ch. (1994). Professional vision. *American Anthropologist*, 96, 606–633.
- Hu, L. & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural equation modeling: A multidisciplinary journal*, 6(1), 1–55.
- Jonsson, A. & Svingby, G. (2007). The use of scoring rubrics: Reliability, validity and educational consequences. *Educational Research Review*, 2, 130–144.
- Kaiser, G., Blömeke, S., König, J., Busse, A., Döhrmann, M. & Hoth, J. (2017). Professional competencies of (prospective) mathematics teachers: Cognitive versus situated approaches. *Educational Studies in Mathematics*, 94, 161–182.
- Kersting, N. B., Givvin, K. B., Thompson, B. J., Santagata, R. & Stigler, J. W. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *American Educational Research Journal*, 49, 568–589.
- Kunnskapsdepartementet (2016). Forskrift om rammeplan for grunnskolelærerutdanning for trinn 1–7. FOR-2016-06-07-860. <https://lovdata.no/dokument/SF/forskrift/2016-06-07-860>
- Laschke, Ch. & Blömeke, S. (2014). *Teacher education and development study – Learning to teach mathematics (TEDS-M 2008): Dokumentation der Erhebungsinstrumente*. Münster: Waxmann.
- Llinares, S. & Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. I A. Gutiérrez & P. Boero (red.), *Handbook of Research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (s. 429–459). Rotterdam: Sense Publisher.
- Muthén, L. K. & Muthén, B. O. (2014). *Mplus version 7.3*. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.
- Rindermann, H. & Oubaid, V. (1999). Auswahl von Studienanfängern durch Universitäten: Kriterien, Verfahren und Prognostizierbarkeit des Studienerfolgs [Selection of first-year students through universities: Criteria, procedures and prognostic validity of study success]. *Zeitschrift für Differentielle und Diagnostische Psychologie*, 20(3), 172–191.
- Santagata, R. & Yeh, C. (2016). [The role of perception, interpretation, and decision making in the development of beginning teachers' competence](#). *ZDM – Mathematics Education*, 48(1–2), 153–165.
- Schilling, St. G., Blunk, M. & Hill, H. C. (2007). Test Validation and the MKT Measures: Generalizations and Conclusions. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 5, 118–128.

- Schmidt, F. L. & Hunter, J. E. (1998). The validity and utility of selection methods in personnel psychology: Practical and theoretical implications of 85 years of research findings. *Psychological Bulletin*, 124, 262–274.
- Schoenfeld, A. H. & Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. I D. Tirosh & T. Wood (red.), *International handbook of mathematics teacher education, volume 2: Tools and processes in mathematics teacher education* (s. 321–354). Rotterdam, The Netherlands: Sense.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1–22.
- Stiftung Hochschulzulassung (2017). Das Bewerbungs- und Informationsportal für zulassungsbeschränkte Studiengänge [Application and information portal for programs with restrictions on admission]. Hentet fra <http://www.hochschulstart.de/> (7. februar 2017).
- Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S. L., Ingvarson, L., Rowley, G., Peck, R., Bankov, K., Rodriguez, M. & Reckase, M. (2012). *Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics in 17 countries. Findings from the IEA Teacher and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).
- Utdanningsdirektoratet (2013). Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04): Fastsett som forskrift av Kunnskapsdepartementet 21.06.2013. Hentet fra <http://www.udir.no/kl06/MAT1-04> (3. juli 2017).
- Van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571–596.
- Warm, T. A. (1989). Weighted likelihood estimation of ability in item response theory. *Psychometrika*, 54, 427–450.
- Weinert, F. E. (2001). Concept of competence: A conceptual clarification. I D. S. Rychen & L. H. Salganik (red.), *Defining and selecting key competencies* (s. 45–66). Göttingen: Hogrefe.
- Winkelmann, H., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Robitzsch, A. (2008). Gender differences in the mathematics achievements of German primary school students: Results from a German large-scale study. *ZDM Mathematics Education*, 40, 601–616.
- Wu, M. L., Adams, R. J. & Wilson, M. (1997). *ConQuest: Generalised item response modelling software*. Hawthorn: ACER.

¹ På grunn av den sterke sammenhengen (*multikollinearitet*) mellom MCK og MPCK er det bare mulig å bruke én av de to variablene for å predikere 2012-resultatene. For å predikere MCK₂₀₁₂ har vi brukt MCK₂₀₀₈, mens vi har brukt MPCK₂₀₀₈ for å predikere MPCK₂₀₁₂ eller M_PID₂₀₁₂.