

# Eksekutive funksjoners betydning for matematikk

*En kvantitativ studie av lavt-presterende elever i matematikk på første trinn*

Hilde Garborg Vårlid



Masteroppgave i spesialpedagogikk  
Institutt for spesialpedagogikk  
Det utdanningsvitenskaplige fakultet

UNIVERSITETET I OSLO

Vår 2018



# **Eksekutive funksjoners betydning for matematikk**

En kvantitativ studie av lavt-presterende elever i matematikk på første trinn

© Hilde Garborg Vårlid

2018

Eksekutive funksjoners betydning for matematikk. En kvantitativ studie av lavt-presterende elever i matematikk på første trinn.

Hilde Garborg Vårlid

<http://www.duo.uio.no/>

Trykk: Reprosentralen, Universitetet i Oslo

# Sammendrag

En rekke undersøkelser har funnet en sammenheng mellom eksekutive funksjoner og matematiske ferdigheter (Andersson & Lyxell, 2007; Blair & Razza, 2007; Friso-van den Bos, van der Ven, Kroesbergen, & van Luit, 2013; Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent, & Numtee, 2007; Geary & vanMarle, 2016; Kroesbergen, Luit, Naglieri, Taddei, & Franchi, 2010; Mazzocco & Kover, 2007; St Clair-Thompson & Gathercole, 2006). Likevel er undersøkelsene uklare i hvilken grad de eksekutive funksjonene henger sammen med de matematiske ferdighetene. I tillegg til dette er det få undersøkelser som har sett på denne sammenhengen for elever som er lavt-presterende i matematikk. Målet for denne undersøkelsen var å se på hvilken betydning eksekutive funksjoner har for matematikkferdigheter hos lavt-presterende elever i matematikk. Dette ved hjelp av forskningsspørsmålene:

- I. I hvilken grad kan eksekutive funksjoner forklare unik variasjon i matematikk når det er kontrollert for nonverbal intelligens?
- II. Forklarer eksekutive funksjoner i større grad variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre?

Denne masterstudien er skrevet i tilknytning til et større PhD-prosjekt "Intervensjonsstudie i matematikk – kan tidlig intensiv støtte avhjelpe matematikkvansker?" ved Institutt for Spesialpedagogikk, Universitetet i Oslo. Denne studien har et ikke-eksperimentelt design, med en kvantitativ tilnærming. Studien karakteriseres som en tverrsnittsundersøkelse da den kun har ett måletidspunkt. Utvalget er 120 elever på 1. trinn som i forkant ble identifisert som lavt-presterende i matematikk ved hjelp av en screener. Elvene ble videre kartlagt med et omfattende testbatteri innenfor kognitive funksjoner, lesing, språk og matematikk.

En rekke tester ble benyttet for å kartlegge elevenes matematiske ferdigheter; WISC-IV Regning (Wechsler et al., 2003), Dot- og Digit comparison test og Addition og Subtraction fluency fra TOBANS (Bringstocke, Moll, & Hume, 2016), og flere ulike oppgaver fra ThinkMath (Aunio, Mononen, & Lopez-Pedersen, 2016a). De eksekutive funksjonene ble målt med Tower of London (Culbertson & Zillmer, 1999). Kontrollvariabelen nonverbal intelligens ble målt med *The Raven Coloured Progressive Matrices* (Raven, 1998). For å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålene har det blitt benyttet deskriptive

analyser, bivariate korrelasjonsanalyser. Flere kriterier ble kontrollert før gjennomføring av hierarkisk multiple regresjonsanalyse. Alle analysene i denne undersøkelsen er gjennomført i det statistiske analyseprogrammet SPSS (IBM Corp, 2017).

Resultatene viser at eksekutive funksjoner har en sammenheng med de matematiske ferdigheter, men at denne sammenhengen forsvinner når det blir kontrollert for intelligens. De bivariate korrelasjonene viste svake til moderate korrelasjoner mellom de eksekutive funksjonene og de ulike matematiske ferdighetene. Etter at det ble kontrollert for intelligens forsvant denne sammenhengen mellom eksekutive funksjoner og de matematiske ferdighetene. Dermed hadde ikke de eksekutive funksjonene noe unikt bidrag til de matematiske ferdighetene for elevene som er lavt-presterende i matematikk. Forskningen på området er i stor grad uklar, hvor funnene tyder på ulike sammenhenger mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene. Funnet i denne undersøkelsen kan likevel sies å være i kontrast med majoriteten av forskningen på dette området.

# Forord

Først en stor takk til mine veiledere Riikka-Maija Mononen og Anita Lopez-Pedersen for veldig god veiledning og støtte i denne perioden. Denne oppgaven hadde ikke blitt til uten deres oppmuntring og tålmodighet. Jeg vil også takke forskergruppen *Child language and learning*, for at jeg har fått muligheten til å delta i dette forskningsprosjektet.

Jeg vil også rette en stor takk til mine venner og min familie, som har vært der for mine opp- og nedturer i denne prosessen. Og ikke minst en stor takk til Martin, for at du alltid stiller opp for meg og har holdt ut med meg gjennom alle årene med studier. Du er virkelig fantastisk.

Til studentutvalget ved Det utdanningsvitenskapelige fakultet, tusen takk for alle de flotte årene vi har hatt sammen. Dere har virkelig gjort en forskjell i min studiehverdag. Fortsett med det fantastiske arbeidet for studentdemokratiet. Jeg er stolt av dere!

Jeg vil til slutt rette en takk til mine kjære studiekamerater, takk for alle de fine årene vi har hatt sammen. Og takk for alle oppmuntrende ord og gode kaffepauser.

En del av min akademiske reise er ved veis ende. Men til slutt noen ord fra en av antikkens store tenkere:

*"Står man ved målet, angrer man ikke reisens møye og besvær."*

– Aristoteles

Mai 2018,

Hilde Garborg Vårlid

# Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.1	Bakgrunn .....	1
1.2	Problemstilling og forskningsspørsmål .....	2
1.3	Avgrensning.....	3
1.4	Oppgavens oppbygning .....	4
2	Teoretisk og empirisk bakgrunn.....	5
2.1	Matematikkferdigheter .....	5
2.1.1	Symbolisk og ikke-symbolisk tallforståelse .....	6
2.1.2	Telleferdigheter .....	7
2.1.3	Relasjonelle ferdigheter.....	8
2.1.4	Aritmetiske ferdigheter .....	9
2.1.5	Kort oppsummering av de tidlige matematiske ferdighetene.....	9
2.2	Matematikkvansker .....	10
2.2.1	Diagnosekriterier.....	10
2.2.2	Kjennetegn .....	12
2.3	Årsaksforklaringer .....	14
2.3.1	Baddeleys arbeidsminnemodell.....	15
2.4	Eksekutive funksjoner .....	15
2.4.1	Kjerneferdigheter .....	18
2.4.2	Komplekse eksekutive funksjoner .....	19
2.4.3	Utviklingen av eksekutive funksjoner.....	19
2.4.4	Utfordringer med mål av eksekutive funksjoner – Task impurity problematikken 21	
2.5	Eksekutive funksjoner og intelligens.....	22
2.6	Eksekutive funksjoner og matematikkferdigheter .....	23
2.6.1	Sammenhengen mellom kjerneferdighetene i de eksekutive funksjonene og matematikkferdigheter .....	24
2.6.2	Sammenhengen mellom komplekse eksekutive funksjoner og matematikkferdigheter .....	25
2.6.3	Undersøkelser som viser en svak sammenheng mellom eksekutive funksjoner og matematikkferdigheter .....	26
2.7	Oppsummering av teori og empiri.....	27



3	Metode.....	29
3.1	Design.....	29
3.2	Utvalg .....	29
3.3	Datainnsamling.....	30
3.4	Testene.....	30
3.4.1	Relasjonelle ferdigheter.....	31
3.4.2	Telleferdigheter .....	32
3.4.3	Addisjon .....	32
3.4.4	Subtraksjon.....	33
3.4.5	Addisjonsflyt .....	33
3.4.6	Subtraksjonsflyt.....	33
3.4.7	Problemløsningsferdigheter .....	33
3.4.8	Ikke-symbolske sammenligningsferdigheter.....	34
3.4.9	Symboliske sammenligningsferdigheter .....	34
3.4.10	Intelligens .....	35
3.4.11	Eksekutive funksjoner .....	35
3.5	Validitet og reliabilitet.....	36
3.5.1	Cook & Campbells validitetssystem.....	36
3.5.2	Variablenes reliabilitet .....	38
3.6	Etiske hensyn .....	40
3.7	Analyser.....	41
4	Resultater.....	42
4.1	Deskriptive analyser av variablene.....	42
4.1.1	Vurdering av variabelen relasjonelle ferdigheter .....	43
4.1.2	Vurdering av variabelen telleferdigheter.....	43
4.1.3	Vurdering av variabelen addisjon .....	44
4.1.4	Vurdering av variabelen subtraksjon.....	45
4.1.5	Vurdering av variabelen addisjonsflyt .....	45
4.1.6	Vurdering av variabelen subtraksjonsflyt .....	46
4.1.7	Vurdering av variabelen problemløsningsferdigheter.....	47
4.1.8	Vurdering av variabelen ikke-symbolske sammenligningsferdigheter .....	48
4.1.9	Vurdering av variabelen symboliske sammenligningsferdigheter .....	49
4.1.10	Vurdering av variabelen eksekutive funksjoner.....	49

4.1.11	Oppsummering av de deskriptive analysene .....	50
4.2	Bivariate korrelasjoner .....	50
4.3	Hierarkisk multippel regresjonsanalyse.....	53
4.3.1	Kriterier for gjennomføring av regresjonsanalysen .....	53
4.3.2	Hierarkisk multippel regresjonsanalyse .....	55
4.3.3	Telleferdigheter .....	56
4.3.4	Addisjon .....	57
4.3.5	Problemløsningsferdigheter .....	57
4.3.6	Ikke-symboliske sammenligningsferdigheter.....	57
4.3.7	Symboliske sammenligningsferdigheter .....	58
4.4	Oppsummering av analyser og funn .....	58
5	Drøfting av resultater .....	60
5.1	Resultatene sett i lys av tidligere forskning.....	60
5.1.1	I hvilken grad kan eksekutive funksjoner forklare unik variasjon i matematikk når det er kontrollert for intelligens? .....	60
5.1.2	Forklarer eksekutive funksjoner i større grad variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre? .....	64
5.1.3	Pedagogiske implikasjoner.....	67
5.2	Begrensninger og utfordringer med validitet og reliabilitet .....	68
5.2.1	Undersøkelsens begrensninger .....	68
5.2.2	Ytre validitet.....	70
5.2.3	Statistisk validitet .....	71
5.2.4	Begrepsvaliditet.....	72
5.2.5	Indre validitet .....	73
5.3	Oppsummering og veien videre.....	75
	Litteraturliste .....	77

## Liste over tabeller

Tabell 1. Oversikt over testene som er brukt til mål av ulike variabler.....	31
Tabell 2. Testreabilitet (Cronbachs alfa) .....	39
Tabell 3. Gjennomsnitt, standardavvik, variasjonsbredde, skjevhet og kurtosis for målte variabler.....	42
Tabell 4. Korrelasjoner mellom målte variabler.....	51
Tabell 5. Hierarkiske multiple regresjonsanalyser som predikerer de avhengige variablene ut i fra eksekutive funksjoner og intelligens.....	56

## Liste over figurer

Figur 1. Inndeling av eksekutive funksjoner.....	17
Figur 2. Eksempel på oppgaver av relasjonelle ferdigheter i ThinkMath.....	32
Figur 3. Eksempel på oppgaver fra telleferdigheter i ThinkMath.....	32
Figur 4. Eksempel på øvingsoppgave fra ikke-symboliske sammenligningsferdigheter.....	34
Figur 5. Eksempel på øvingsoppgave fra symbolske sammenligningsferdigheter.....	34
Figur 6. Eksempel på øvingsoppgave fra Raven.....	35
Figur 7. Skjermdump fra øvingsoppgaven i Tower of London, mål av variabelen eksekutive funksjoner.....	36
Figur 8. Histogram over fordelingen til variabelen relasjonelle ferdigheter.....	43
Figur 9. Histogram over fordelingen til variabelen telleferdigheter.....	44
Figur 10. Histogram over fordelingen til variabelen addisjon.....	44
Figur 11. Histogram over fordelingen til variabelen subtraksjon.....	45
Figur 12. Histogram over fordelingen til variabelen addisjonsflyt.....	46
Figur 13. Histogram over fordelingen til variabelen subtraksjonsflyt.....	46
Figur 14. Histogram over fordelingen til variabelen problemløsningsferdigheter.....	47
Figur 15. Histogram over fordelingen til variabelen ikke-symbolisk sammenligning.....	48
Figur 16. Histogram over fordelingen til variabelen symbolsk sammenligning.....	49
Figur 17. Histogram over fordelingen til variabelen eksekutive funksjoner.....	50

Figur 18. Telleferdigheter, Normalfordeling og lineære forhold.....	53
Figur 19. Addisjon, Normalfordeling og lineære forhold.....	54
Figur 20. Problemløsningsferdigheter, Normalfordeling og lineære forhold.....	54
Figur 21. Ikke-symboliske sammenligningsferdigheter, Normalfordeling og lineære forhold. .....	54
Figur 22. Symbolske sammenligningsferdigheter, Normalfordeling og lineære forhold.....	55





# 1 Innledning

## 1.1 Bakgrunn

De matematiske ferdighetene ved skolestart har vist seg å ha stor betydning for de matematiske ferdighetene gjennom skolen. For videre suksess i arbeidslivet og for muligheten til å kunne delta aktivt til samfunnet, er de matematiske ferdighetene vesentlige (Geary, 2015; Price & Ansari, 2013).

Å kunne regne er en av de fem grunnleggende ferdighetene som inngår i alle fag (Utdanningsdirektoratet, 2011). Slikt sett vil elever som strever med dette faget kunne møte på utfordringer i alle fag. Dagens elever er fremtidens samfunnsborgere, og alle skal gis lik mulighet til å kunne bidra til samfunnet i fremtiden (Kunnskapsdepartementet, 2006). De som strever med matematikk vil kunne oppleve nederlagsfølelse i og utenfor den skolefaglige hverdagen (Geary, 2015). Dette kan i verste fall bety at elever dropper ut av skolen på grunn av gjentatte nederlagsfølelser i senere skoleår (Korhonen, Linnanmäki, & Aunio, 2014).

De tidlige matematiske ferdighetene og forskjellene i elevers prestasjoner har vist seg å vedvare med alderen (Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004), og elever som henger etter klarer ikke å ta de andre igjen (Shalev, Manor, & Gross-Tsur, 2005). Flere undersøkelser har også funnet at de tidlige matematiske ferdighetene er en sterkere prediktor for senere ferdigheter, enn det for eksempel leseferdigheter er, sett i forholdt til langsiktig utdanningsutfall (Duncan et al., 2007).

Mye tyder på at det er store individuelle forskjeller i matematikk, og en del av denne forklaringen kan knyttes til intelligens. Flere undersøkelser har funnet en sterk sammenheng mellom de matematiske ferdighetene og intelligens (Arán Filippetti & Richaud, 2017; Bull, Espy, Wiebe, Sheffield, & Nelson, 2011; Stock, Desoete, & Roeyers, 2009a). Andre kognitive faktorer som arbeidsminne og eksekutive funksjoner spiller også en viktig rolle for elevers matematiske ferdigheter (Andersson & Lyxell, 2007; Friso-van den Bos et al., 2013; Kroesbergen et al., 2010; Lan, Legare, Ponitz, Li, & Morrison, 2011; Raghobar, Barnes, & Hecht, 2010). Samtidig så har matematikkfaget en kumulativ oppbygning, som innebærer at nye ferdigheter bygger på mer grunnleggende ferdigheter (Fuchs et al., 2006; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009). Dersom eleven mangler noen av de grunnleggende

ferdighetene i faget, vil dette kunne føre til utfordringer med tilegnelsen av nye ferdigheter. Dette vil igjen kunne gi større faglige utfordringer ettersom årene går (Hornigold, 2015). Slikt sett er det viktig med en forståelse av hvilke kognitive ferdigheter som kan påvirke de matematiske ferdighetene. Det å ikke mestre de grunnleggende matematiske ferdighetene kan være en indikasjon på at barna har matematikkvansker. Elever som har matematikkvansker kan ha vansker med grunnleggende ferdigheter som mengdeestimering og telleferdigheter (Butterworth, Varma, & Laurillard, 2011; Geary, Hoard, Nugent, & Byrd-Craven, 2008). På tross av at forskningsfeltet er relativt ungt, sammenlignet med forskning på lese- og skrivevansker, så er det i dag lagt frem flere kognitive årsaksforklaringer for hvorfor barn har matematikkvansker (Geary, 2014). De eksekutive funksjonene, som er en del av arbeidsminnet, er en av flere mulige årsaksforklaringer for elever som strever i matematikk. De eksekutive funksjonene kan sees på som et paraplybegrep for flere ulike type kognitive funksjoner (Willoughby, Blair, Wirth, & Greenberg, 2010). Denne masterstudien har som formål å undersøke betydningen av de eksekutive funksjonene for elevers matematikkferdigheter.

## 1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

Med bakgrunn i det overnevnte så blir min problemstilling som følger:

*Hvilken betydning har eksekutive funksjoner for matematikkferdigheter hos lavt- presterende elever i matematikk?*

Det har samtidig blitt utformet to forskningsspørsmål som skal være med på å besvare problemstillingen:

- I. I hvilken grad kan eksekutive funksjoner forklare unik variasjon i matematikk når det er kontrollert for nonverbal intelligens?
- II. Forklarer eksekutive funksjoner i større grad variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre?

Basert på aktuell teori og empiri vil denne undersøkelsen prøve å fylle et gap i forskningen. Flere undersøkelser har sett på sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og matematiske ferdigheter, men det er få undersøkelser som har sett spesifikt på hvordan de eksekutive funksjonene kan ha en sammenheng med de ulike matematiske ferdighetene



spesifikt for elever som er lavt-presterende. Denne undersøkelsen vil derfor være et bidrag til denne delen av forskningen.

### 1.3 Avgrensning

Utvalget i denne undersøkelsen er 120 elever på 1.trinn i grunnskolen. Utvalget består av elever som kan karakteriseres som *low-performing* eller såkalt lavt-presterende i matematikk. Elevene som er karakterisert som lavt-presterende i denne undersøkelsen er lavt-presterende sett i sammenheng med sine medelever, og var de 32 prosentene som skåret lavest etter gjennomført screening (Aunio, Mononen, & Lopez-Pedersen, 2016b). Den internasjonale litteraturen som tar for seg det aktuelle tema skiller mellom elever som har alvorlige matematikkvansker (Developmental dyscalculia, Mathematical difficulties & mathematical learning difficulties) og de som er lavt-presterende (Butterworth et al., 2011; Jordan, Kaplan, Nabors Oláh, & Locuniak, 2006; Price & Ansari, 2013; Toll & Luit, 2014). For begrepet eksekutive funksjoner er et samlebegrep for en rekke høyere kognitive funksjoner som innebærer blant annet *Inhibition*, *Shifting* og *Updating*. Disse tre eksekutive funksjonene har likheter men også distinkte forskjeller (Bull & Lee, 2014; Miyake et al., 2000; Miyake & Friedman, 2012). Disse tre eksekutive funksjonene er en del av de komplekse eksekutive funksjonene (Best, Miller, & Naglieri, 2011; J. A. Naglieri, 2003).

I denne undersøkelsen er følgende variabler valgt ut; relasjonelle ferdigheter, telleferdigheter, addisjon, subtraksjon, addisjonsflyt, subtraksjonsflyt, problemløsningsferdigheter, ikke-symboliske og symbolske sammenligningsferdigheter. De følgende variablene er valgt ut for å kunne måle de tidlige matematiske ferdighetene. Dette valget er basert på et teoretisk og empirisk grunnlag. Variablen eksekutive funksjoner ble valgt for å kunne måle nettopp de eksekutive funksjonene. Dette valget er også basert på aktuell teori og empiri, som har funnet sammenheng mellom elevers matematiske ferdigheter og ulike eksekutive funksjoner (Friso-van den Bos et al., 2013; Geary & vanMarle, 2016; St Clair-Thompson & Gathercole, 2006). De eksekutive funksjonene som måles i denne undersøkelsen er planlegging og inhibisjon (Schnirman, Welsh, & Retzlaff, 1998; Welsh, Satterlee-Cartmell, & Stine, 1999). Intelligens er i denne undersøkelsen valgt som kontrollvariabel. Dette med bakgrunn i at intelligens er ansett som sentral for elevers mestring av matematiske ferdigheter (Arán Filippetti & Richaud, 2017). Ved bruk av hierarkisk multiple regresjon er det mulig å se i hvilken grad de

eksekutive funksjonene kan forklare unik variasjon i de ulike matematiske ferdighetene når det har blitt kontrollert for intelligens.

Denne masterstudien er skrevet i tilknytning til et større forskningsprosjekt, og slikt sett har det gitt mulighet for tilgang til et betraktelig større testbatteri. Hadde dette masterprosjektet hatt et større omfang kunne det vært av interesse å se på flere sammenhenger mellom elevenes matematiske ferdigheter og flere kognitive komponenter som er mulige årsaksforklaringer. Men på grunn av masteroppgavens omfang er det gjort et valg om å begrense det til de tidlige nevnte analysene.

## **1.4 Oppgavens oppbygning**

Det innledende kapittelet har redegjort for undersøkelsens bakgrunn, samt valg av tema, problemstilling og forskningsspørsmål for denne undersøkelsen.

I kapittel 2 vil det teoretiske grunnlaget for oppgaven legges frem. Dette gjøres gjennom forklaring av ulike matematikkferdigheter, og hvordan de utvikles. Det vil samtidig legges frem hva matematikkvansker er, og videre gis det et overblikk over ulike årsaksforklaringer til matematikkvansker. Det redegjøres videre for de eksekutive funksjonene, og hvordan de utvikles. Kapittelet tar til slutt for seg hva vi vet om forholdet mellom de eksekutive funksjonene og matematikkferdigheter.

Kapittel 3 tar for seg en redegjørelse av undersøkelsens metodiske valg, og den praktiske gjennomførelsen av undersøkelsen. De etiske hensynene vil også trekkes frem her.

I kapittel 4 presenteres og analyseres undersøkelsens resultater.

I kapittel 5 vil undersøkelsens resultater drøftes i lys av teori og empiri, dette for å besvare undersøkelsens problemstilling og forskningsspørsmål. Siden drøftes undersøkelsens begrensninger. De ulike validitetsaspektene vil her bli trukket frem og drøftes.

## 2 Teoretisk og empirisk bakgrunn

Det finnes flere ulike tilnæringer til årsaksforklaringer til matematikkvansker i dag (Butterworth, 2010; Chu, vanMarle, & Geary, 2016; Cui et al., 2017; Geary, Nicholas, Li, & Sun, 2017; Peterson et al., 2016; Price & Ansari, 2013). Den kognitive årsaksforklaringen tar for seg flere kognitive komponenter, men det er intelligens som har vist seg å være den sterkeste årsaksforklaringen til senere matematiske ferdigheter (Deary, Strand, Smith, & Fernandes, 2007; Geary, 2011). Samtidig tyder flere funn i forskningen på at de kognitive komponentene, som faller under de eksekutive funksjonene, har stor betydning for elevers mestring av blant annet matematiske ferdigheter (Best et al., 2011; Blair & Diamond, 2008; Bull & Scerif, 2001). Flere undersøkelser har funnet at det i stor grad er sammenheng mellom elevers tidlige matematiske ferdigheter og de mer komplekse matematiske ferdighetene (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunola et al., 2004; Morgan, Farkas, & Wu, 2009).

Teorikapittelet vil følgelig ta for seg utviklingen av de tidlige matematiske ferdighetene som i forskning har blitt funnet å ha en sentral betydning for utviklingen av de mer komplekse matematiske ferdighetene. Det vil siden gis en kort redegjørelse av kjennetegn for barn som strever i matematikk, og hvilke ferdigheter de strever med. Deretter presenteres ulike kognitive årsaksforklaringer for matematikkvansker, for videre å avgrense den kognitive årsaksforklaringen til de eksekutive funksjonene. Til slutt i dette kapitlet presenteres ulike empiriske funn knyttet til sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene.

### 2.1 Matematikkferdigheter

Utviklingen av de tidlige matematiske ferdighetene starter lenge før skolen (Göbel, Watson, Lervåg, & Hulme, 2014; Jordan et al., 2006, 2009; Toll & Luit, 2012). Flere av de matematiske ferdighetene utvikles samtidig (Aunio & Niemivirta, 2010). Basert på longitudinelle undersøkelser, utviklet Aunio & Räsänen (Aunio & Räsänen, 2015) en modell over fire kjerneferdigheter som utvikles i alderen fem til åtte år. De fire kjerneferdighetene legger grunnlaget for det mest sentrale i den matematiske utviklingen. Ferdighetene er *symbolsk og ikke-symbolsk tallforståelse* (Göbel et al., 2014; Mazzocco, Feigenson, & Halberda, 2011a; Purpura & Logan, 2015; van Marle, Chu, Li, & Geary, 2014), *forståelse av matematiske relasjoner* (Aunio, Ee, Lim, Hautamäki, & Van Luit, 2004), *telleferdigheter*

(Aunio et al., 2004; Desoete, Stock, Schepens, Baeyens, & Roeyers, 2009; Hannula & Lehtinen, 2005) og *grunnleggende aritmetiske ferdigheter* (Canobi, Reeve, & Pattison, 2002). Modellen sier ikke noe om faktorer som for eksempel innebærer undervisning eller sosio-økonomisk bakgrunn, men viser hvilke tidlige matematikkferdigheter som legger grunnlaget for mer avanserte matematikkferdigheter. I denne masterstudien består utvalget av elever på 1. trinn, derfor vil termen tidlige matematiske ferdigheter brukes for å beskrive ferdighetene som er viktige å mestre for denne aldersgruppen. Videre vil kjerneferdighetene bli brukt for å dele inn og redegjøre for utviklingen av matematiske ferdigheter.

### **2.1.1 Symbolsk og ikke-symbolsk tallforståelse**

Symbolsk og ikke-symbolsk tallforståelse er den grunnleggende kunnskapen som utvikles før skolealder. Den ikke-symbolske tallforståelsen, også omtalt som *approximate number sense* (ANS), kan beskrives som evnen til omtrentlig estimering av mengder uten å telle (Aunio & Räsänen, 2015; Bonny & Lourenco, 2013). Det omtales som en intuitiv oppfattelse av numeriske mengder (van Marle et al., 2014), som gir mennesket muligheten til å skille mellom mengder uten å måtte telle. Den er upresis, og er relevant fordi dette er det helt tidlige stadiet av matematiske ferdigheter og er funnet å ha sammenheng med de matematiske ferdighetene i skolen (Mazzocco, Feigenson, & Halberda, 2011b; van Marle et al., 2014). En annen undersøkelse av Bonny & Lourenco (2013) viste at det var en sammenheng mellom om ANS og tidlige matematiske ferdigheter, men at dette kun kunne knyttes til de lavt-presterende barna i matematikk. Andre funn ble gjort av Göbel et al. (2014) der resultatene tydet på at ANS ved 6 års alder ikke var en unik prediktor for de matematiske ferdighetene elleve måneder senere. Derimot var tallkunnskapene med å forklare mer av de matematiske ferdighetene, enn det ANS gjorde. Sammenhengen mellom ANS og de tidlige matematiske ferdighetene viser seg også å være avhengig av barnets utviklingsnivå (Purpura & Logan, 2015).

#### **Subitizing**

Den ikke-symbolske tallforståelsen *subitizing*, er en intuitiv og presis gjenkjennelse av små mengder på 1-4 objekter (perseptuell subitizing) (Benoit, Lehalle, & Jouen, 2004; Reigosa-Crespo & Castro, 2015). Hvis mengden overstiger 5 elementer så vil personen gå i fra å bruke subitizing til å bruke telleferdighetene for å avgjøre mengdens verdi (Desoete et al., 2009), dette er også omtalt som konseptuell subitizing (Aunio & Räsänen, 2015). Subitizing er en

inngangsport til begynnende telleferdigheter, og er funnet å være en forløper for tidlige matematiske ferdigheter (Reeve & Gray, 2015). I en longitudinell undersøkelse ble det funnet at subitizing henger sammen med telleferdighetene, men utviklingsmessig kan subitizing sies å være mer primitiv, selv om de i denne undersøkelsen tyder på aktivering av samme hjerneområde (Benoit et al., 2004).

Den symbolske tallforståelsen handler om å knytte mengde til tall, og er på engelsk omtalt som *symbolic number sense* (Sharma, 2015; Toll, Kroesbergen, & Van Luit, 2016; Toll, Van Viersen, Kroesbergen, & Van Luit, 2015; Tosto et al., 2017). Forholdet mellom den ikke-symbolske og den symbolske tallforståelsen er uklar (Toll et al., 2015), og utviklingsforløpet er også ulikt gjennom førskolealderen (Kolkman, Kroesbergen, & Leseman, 2013). I undersøkelsen til Göbel et al (2014) tydet funnene på at det var evnene til å kunne knytte de arabiske tallsymbolene sammen med deres navn som var den sterkeste prediktoren for utviklingen av de matematiske ferdighetene. I den tidlige tallforståelsen er kunnskap om koblingen mellom tallsymbolet og tallnavnet sentral. Dette ble funnet i en longitudinell undersøkelse av barn i 4 år og seks år fremover (Magargee & Beauford, 2016). Den symbolske tallforståelsen kan dermed anses å være av sentral betydning for utviklingen av de matematiske ferdighetene.

### **2.1.2 Telleferdigheter**

Allerede ved toårs-alderen begynner utviklingen av de helt grunnleggende telleferdighetene (Aunio & Räsänen, 2015). De tidlige telleferdighetene gjør at barnet får en inngangsport til tellestrategi, som den kan bruke ved løsning av nye og ukjente oppgaver. Tellestrategien innebærer at barnet kan telle alle addendene, *sum prosedyren* ( $3+3=6$ , teller her 1, 2, 3, 4, 5, 6), eller barnet kan telle videre opp fra den første og minste addenden, dette kalles *maks prosedyren* ( $2+3=5$ , barnet teller 3, 4, 5). Når barnet kan teller fra den største addenden(eks.  $2+6=8$ , teller 7, 8) så har barnet tilegnet seg den mest komplekse tellestrategien som kalles *maks prosedyren* (Geary, Hoard, Byrd-Craven, & Catherine DeSoto, 2004). Dette er ansett som en nøkkelstrategi i de tidlige matematiske ferdighetene (Jordan et al., 2009).

I en longitudinell undersøkelse av utviklingen av telleferdighetene, så ble det skilt mellom prosedural og konseptuell tellekunnskap (LeFevre et al., 2006). Hvor den prosedurale tar for seg hastighet og nøyaktighet i tellingen, og der den konseptuelle handler om forståelsen av det matematiske konseptet, her telling. Ferdigheter som inngår i den konseptuelle delingen av

tellingen er *en-til-en korrespondansen* (hvert objekt som blir talt i ett sett skal kun telles en gang)(Aunio & Räsänen, 2015), forståelsen av den stabile ordenen av tallordene, forståelse av ustabil orden av objekter og deres rekkefølge og *kardianlitet* (når det siste objektet er talt i ett sett, så tilsvarer tallet den totale mengden i settet). Studien undersøkte utviklingen av barns telleferdigheter i fra førskolealderen og til andre trinn på skolen (3-5 års alder). Den prosedurale kunnskapen tydet på forandring med økende alder, mens den konseptuelle kunnskapen økte med alderen for de barna med høyere matematiske ferdigheter og ble redusert for de barna med svakere matematiske ferdigheter med alderen (LeFevre et al., 2006). Dette viser at den konseptuelle kunnskapen har en betydning for den videre utviklingen av de matematiske ferdighetene.

I en undersøkelse av hvilke matematiske ferdigheter som kunne predikeres av ferdigheter i førskolealderen, ble det funnet at utviklingen av de verbale telleferdighetene i førskolealderen var relatert til samtidige matematiske ferdigheter. De verbale telleferdighetene predikerte også de matematiske ferdighetene to år inn i skolen (Hannula-Sormunen, Lehtinen, & Räsänen, 2015). Dette tyder på at utviklingen av telleferdighetene i førskolealderen er viktige for senere matematiske ferdigheter i skolen.

### **2.1.3 Relasjonelle ferdigheter**

De relasjonelle ferdighetene i matematikk er ferdigheter som henger sammen med telleutviklingen (Geary et al., 2004). Forståelsen av de matematisk logiske prinsippene er viktige for å kunne forstå forholdet mellom de kvantitative og ikke-kvantitative komponentene i en gitt oppgave (Aunio & Räsänen, 2015). Plassverdisystemer som 10-tallssystemet er sentralt i de relasjonelle ferdighetene, og i tilegnelsen av tallforståelsen er forståelsen av plassverdisystemet fundamentalt. For å nøyaktig kunne prosessere tallets mengde trenger barnet en nøyaktig forståelse av tallets mening (Browning & Beauford, 2012; Magargee & Beauford, 2016). I en undersøkelse av den tidlige forståelsen av plassverdisystemet, tydet resultatene på at forståelsen av plassverdisystemet var en viktig forløper til matematiske ferdigheter i tredje klasse (Moeller, Pixner, Zuber, Kaufmann, & Nuerk, 2011). Dette tyder på at den tidlige tilegnelsen av forståelse av plassverdisystemet har en viktig betydning for senere matematiske ferdigheter. Kunnskap om de operasjonelle symbolene (+, -, ×, ÷, =, ≠) anses også som nødvendig for forståelsen av de grunnleggende aritmetiske prinsippene (Aunio & Räsänen, 2015). De matematisk logiske prinsippene som

seriasjon (å kunne rangere objekter basert på deres ulikheter), klassifisering (den logiske evnen til å sortere objekter basert på likheter, samtidig som en ignorerer forskjellene) og sammenlikning (å kunne sammenlikne mengder) er funnet å være viktige ferdigheter som barna har med seg inn i den formelle undervisningen av matematikk i skolen. Barna som ikke mestret disse ferdighetene tydet på å være i fare for å utvikle matematikkvansker i skolen (Stock, Desoete, & Roeyers, 2009c, 2009b).

### **2.1.4 Aritmetiske ferdigheter**

De grunnleggende aritmetiske ferdighetene innebærer å mestre de grunnleggende regneartene som addisjon og subtraksjon ved bruk av tallsymboler (Aunio & Räsänen, 2015). Addisjon og subtraksjon legger også videre grunnlaget for mestring av regneartene multiplikasjon og divisjon. De aritmetiske ferdighetene utvikler seg videre i fra telleferdighetene, og utgjør en stor del av strategibruken i både addisjon og subtraksjon (Jordan et al., 2009; Ostad, 2013).

Utviklingen av de aritmetiske ferdighetene, og her spesielt addisjon og subtraksjon, innebærer forståelsen av noen sentrale prinsipper. Prinsippene legger et grunnlag for en forståelse av at en kan bruke kunnskapen om addisjon for å utføre subtraksjonsstykker og omvendt. Det å forstå at selv om addendene bytter plass så vil de gi det samme svar (*kommutative lov*). Ved å bruke prinsippet om *inversjon* i en utregning så kan en støtte seg på addisjon for å regne ut et subtraksjonsstykke. Ved utregningen av " $4-2=$ " så kan en bytte plass på leddene til " $2+_{=}4$ "  $\rightarrow$  " $2+2=4$ ". Det *assosiative prinsippet* sier noe om at det ikke har noen betydning i hvilke rekkefølge stykke utregnes, da " $4+2+1=7$ " er det samme som " $1+4+2=7$ " (Torbeyns, Peters, De Smedt, Ghesquière, & Verschaffel, 2016). Dette er konsepter som legger grunnlaget for forståelsen av del-hel relasjonene (Canobi et al., 2002), som viser hvordan telleferdighetene knyttes til tidlig addisjons og subtraksjonsferdigheter (Aunio & Räsänen, 2015).

### **2.1.5 Kort oppsummering av de tidlige matematiske ferdighetene**

Ferdighetene som er nevnt ovenfor er ferdigheter som henger sammen, og utviklingen av dem foregår mer eller mindre simultant. Utviklingen starter lenge før den formelle opplæringen i skolen. ANS er mye omdiskutert sett i forholdt til dens sammenheng med de tidlige matematiske ferdighetene (Bonny & Lourenco, 2013; Göbel et al., 2014; Purpura & Logan, 2015). De ulike funnene fra forskningen tyder på en uenighet i hvilken betydning ANS faktisk har i forholdt til de tidlige matematiske ferdighetene. Når det gjelder betydningen av de

tidlige telleferdighetene, så tyder det på en større enighet om dens betydning for telleferdighetene (Aunio & Räsänen, 2015; Jordan et al., 2009; LeFevre et al., 2006).

Telleferdighetene er med på å legge grunnlaget for ulike strategier som brukes i møtet med addisjon og subtraksjon. Regneferdighetene vil etter hvert automatiseres, der barnet gradvis støtter seg mer og mer på gjenhenting av regnefakta i fra langtidshukommelsen, en såkalt retrievalstrategi (Ostad, 2013).

Grunnlaget for å trekke frem modellen til Aunio & Räsänen (2015) er for å vise hvilke ferdigheter som utvikler seg i de tidlige skoleårene. Modellen er ikke utfyllende på alle områder innenfor matematikk, men tar for seg det som ble vurdert til å være de mest sentrale elementene i alderen 5-8 år. Men noen barn strever med utviklingen av ferdighetene som tidligere er beskrevet, noen barn strever med tilegnelsen av aritmetiske kunnskaper og grunnleggende matematiske ferdigheter. I neste delkapittel vil det bli redegjort for matematikkvansker.

## **2.2 Matematikkvansker**

Forskningsfeltet er fortsatt veldig ungt (Emerson, 2015; Price & Ansari, 2013), og er preget av mange ulike forklaringer og definisjoner. Årsaksforklaringene til matematikkvanskene er av den grunn fortsatt usikre. En årsaksforklaring har feltet fortsatt til gode å enes om (Price & Ansari, 2013)

### **2.2.1 Diagnosekriterier**

Vansker med aritmetiske ferdigheter omtales som spesifikke matematikkvansker i ICD-10 (The International Classification of Diseases) (World Health Organization, 2015) og i DSM-V (American Psychiatric Association, 2013). Definisjonene her fokuserer på at vanskene ikke kan forklares ut i fra manglende opplæring eller barnets evnenivå. Dette omtales også som en diskrepansdefinisjon, og betyr at det skal være et tydelig skille mellom de matematiske ferdighetene og barnets intelligens (Temple & Sherwood, 2002). utfordringer knyttet til denne definisjonen er hvordan denne definisjonen ikke viser hensyn til de elevene som strever med matematikk men som også har et lavt evnenivå (Geary, 2014). Spørsmålet om komorbiditet er også en utfordring med denne definisjonen (Landerl, 2015). Komorbiditet med både dysleksi (Landerl, Bevan, & Butterworth, 2004; Rousselle & Noël, 2007) og



oppmerksomhetsvansker (Czamara et al., 2013; Willcutt et al., 2013) forekommer i sammenheng med matematikkvansker.

### **Kuttpunkt**

Matematikkvansker som en lærevanske kan også defineres ut i fra et kuttpunkt. Skårene på en test vil da bli satt med en nedre grense, denne grensen avgjør hvem som har vansker (de som er under grensen) og de som ikke har vansker (som er over grensen). Dette er også omtalt som en prokuradedefinisjon (Ostad, 2015). Grensen som settes er arbitrær, med persentiler i fra .35 (Geary, Hamson, & Hoard, 2000) til .11 (Price & Ansari, 2013). Denne arbitrære grensen gir større frihet til å bestemme hvem som har vansker og ikke, men dette byr også utfordringer for hvor en fornuftig grense skal settes (Geary, 2014). Samtidig som skille er arbitrært for hvem som havner innenfor og utenfor gruppen med matematikkvansker, så har det i nyere forskning blitt mer vanlig å skille mellom elevene som er lavt-presterende (såkalt *low-achievement* (Geary et al., 2007)) og elevene som har alvorlige matematikkvansker (ofte referert til som *dyskalkuli* (Desoete, 2015)). Dette skillet gjøres for å skille mellom hvem som har de alvorligste vanskene (.10 persentil) og de andre med vansker (Geary, 2014).

### **Forekomst**

De uklare kriteriene for matematikkvansker gjør det utfordrende å estimere forekomsten. Det rapporteres alt i fra 4-14 % for dyskalkuli og alt i fra 15-25 % for de lavt-presterende (Geary et al., 2007; Murphy, Mazzocco, Hanich, & Early, 2007). Dette kan også knyttes til den uklare begrepsbruken til matematikkvansker. Ulike undersøkelser legger ulike begreper til grunn der matematikkvansker refereres til som "*Developmental Dyscalculia*" (Butterworth et al., 2011; Price & Ansari, 2013), "*mathematics difficulties*" (Jordan et al., 2006) og "*mathematical learning difficulties (MLD)*" (Toll & Luit, 2014). Ulike definisjoner og begrepsbruk i forhold til matematikkvanskene kan være noe av grunnen for at det blir vanskelig å sammenlikne resultater i fra ulike undersøkelser. På tross av dette er det en generell enighet om at matematikkvansker handler om en alvorlig svikt i evnen til å lære aritmetikk (Butterworth et al., 2011).

## 2.2.2 Kjennetegn

Ulike årsaksforklaringer har blitt lagt til grunn for vanskene. Butterworth et al. (2011) presenterer tre ulike tilnærminger; den kognitive, den nevrobiologiske og den atferdsmessige. Alle retningene legger vekt på å komme frem til hva som er kjernen(e) i vansken.

Kjennetegnene for barn som strever med tilegnelsen av grunnleggende aritmetiske ferdigheter vil kunne vise seg på flere ulike områder, dette er uavhengig av hvilken årsaksforklaring som ligger til grunn.

Flere undersøkelser har funnet at svikt i ett eller flere av områdene ANS, subitizing eller de tidlige telleferdighetene, kan gjøre den tidlige formelle læringen av aritmetiske ferdigheter utfordrende (Butterworth et al., 2011; Geary et al., 2008; Halberda, Mazocco, & Feigenson, 2008; Landerl et al., 2004). Dette kan resultere i en manifestering i form av matematikkvansker (Geary, 2014). ANS er funnet å forenkle den tidlige læringen av den symbolske tallkunnskapen og har slikt sett en indirekte påvirkning i den tidlige formelle læringen av de symbolske tallferdighetene (van Marle et al., 2014). Slikt sett er denne ferdigheten med på å skape grunnlaget for de symbolske tallferdighetene. Der et barn kan skille mellom 5 og 6 objekter uten å telle dem, vil et barn som har en svekket ANS måtte telle objektene for å kunne skille mellom dem. Men ANS har ikke en videre betydning når barnet har lært de matematiske symbolene (Geary, 2015).

I en longitudinell undersøkelse av de symbolske tallferdighetene, viste resultatene at barn med matematikkvansker hadde større utfordringer med å koble tallsymbolene til mengder, enn hva jevnaldrende hadde. Dette tydet på en svikt i de grunnleggende kvantitative representasjonene hos barna med matematikkvansker (Geary et al., 2007). En annen undersøkelse fant også at barn med matematikkvansker hadde svakere symbolske tallferdigheter sammenliknet med de ikke-symbolske ferdighetene. De med matematikkvansker jobbet saktere og hadde flere feil, sammenliknet med jevnaldrende, når de ble testet i sammenlikning av symbolske representasjoner (eksempeloppgave: hvem er mest 16 vs. 24) (Rousselle & Noël, 2007). Disse funnene kan vise at barn som har matematikkvansker, kan ha vansker med koblingen av de symbolske tallferdighetene til mengder. Kunnskap om tallsymbolene er funnet å være en longitudinell prediktor for tilegnelsen av aritmetiske ferdigheter (Göbel et al., 2014), og for de barna som har en sviktende symbolsk tallforståelse vil dette få videre konsekvenser for tilegnelsen av de aritmetiske ferdighetene (Geary, 2014).

Gode telleferdigheter er viktig for den tidlige tilegnelsen av de aritmetiske ferdighetene. Flere barn med svake telleferdigheter strever med forståelsen av viktige prinsipper som kardinalitetsprinsippet og en-til-en korrespondansen (Geary, 2000; Sharma, 2015). Barn som strever med kardinalitetsprinsippet vil ofte telle ett sett på ny ved spørsmål om hvor mange objekter det var i settet. Barn som strever med en-til-en korrespondansen har ofte tellefeil der de kan hoppe over objekter når de teller ("en-to-fire-fem"), eller de kan telle ett objekt flere ganger (◊◊◊◊ telles "en-to-tre-fire-fem") (Sharma, 2015). Sensitiviteten for tellefeil kan være svekket hos barn med matematikkvansker, som kan føre til at de ikke oppdager hvis et objekt blir talt to ganger i et sett. I en undersøkelse ble det funnet at barnet oppdaget tellefeil når det siste objektet ble telt to ganger, men ikke når det første objektet ble telt to ganger. Dette kan tyde på at barnet har mestret en-til-en korrespondansen, men at barnet ikke klarer å holde feilen i arbeidsminne i fra begynnelsen til slutten av tellesekvensen (Geary et al., 2004). I en annen undersøkelse ble det funnet at de lavt-presterende barna ikke teller konsekvent i fra venstre til høyre, men hopper frem og tilbake mellom objektene i tellingen. Denne måten å telle kan fortsatt anses som korrekt, men elevene hadde samtidig vansker med å skille mellom riktig og gal telling (LeFevre et al., 2006).

## **Strategier**

Det finnes en bred enighet om at barn med matematikkvansker bruker umodne strategier ved oppgaveløsning (Chan & Ho, 2010; Geary, 2014; Ostad, 2013, 2015; Siegler, 1996). Bruk av backup-strategier er mer vanlige for barn med matematikkvansker enn hos jevnaldrende medelever. Denne typen strategi er vanlig i begynnelsen av den formelle opplæringen av addisjon og subtraksjon, der eleven benytter seg av telling for å regne. Skillet mellom elevene med matematikkvansker og de normaltpresterende skjer ved forandring av strategier etter hvert som kunnskapen automatiseres. De med matematikkvansker vil fortsette å støtte seg på tellestrategien, fremfor å bruke den mer modne retrieval-strategien, der en henter kunnskapen i fra langtidsminnet, og dette fortsetter gjerne inn i mer kompleks regning ( $18+7$ ) (Geary, 2014). Vansker slik som denne er knyttet til den prosedurale kunnskapen, og barn med matematikkvansker har typisk vansker med utregning av enkle regnestykker ( $5+3$ ) og enkle regnehistorier og følgelig komplekse regnestykker ( $642 - 269$ ) (Geary et al., 2007).

## 2.3 Årsaksforklaringer

Det skilles i hovedsak mellom to kognitive årsaksforklaringer til matematikkvansker. Skillet mellom de domenegenerelle og de domenespesifikke årsaksforklaringene viser hvilke ferdigheter som danner grunnlaget for de matematiske ferdighetene, samtidig som det vektlegger vesentlige forskjeller. Den *domenespesifikke årsaksforklaringen* legger vekt på de ferdighetene som spesifikt kan knyttes til matematikkfaget. Dette er ferdigheter som inkluderer blant annet kvantitativ forståelse, tallforståelse, telleferdigheter (Passolunghi & Lanfranchi, 2012), Den *domenegenerelle årsaksforklaringen* legger vekt på generelle kognitive evner som innebærer *arbeidsminne* som regulerer de komplekse kognitive prosesser (Desoete, 2015), *prosesseringshastighet* viser til hvor raskt de kognitive prosessene gjennomføres (Bull & Johnston, 1997) og er strekt knyttet til tidlig læring (Zhou & Cheng, 2015), og *intelligens* kan beskrives som en persons generelle kognitive evner (Geary et al., 2017). Dette er også ferdigheter som vil påvirke andre skolefag, og kan ikke kun knyttes til matematikk spesifikt. Et av spørsmålene knyttet til matematikkvanskene er om vansken kan knyttes til en manglende utvikling av kognitive ferdigheter, eller om de barna som starter med et lavere nivå av kognitive ferdigheter, viser samme utviklingsforløpet, men da på et lavere nivå (Bull, Espy, & Wiebe, 2008). Prosesseringshastighet er i flere studier funnet å være svekket hos barn med matematikkvansker (Andersson & Lyxell, 2007; Geary et al., 2007). Dette tyder på at det er flere underliggende kognitive faktorer som kan påvirke barns matematiske ferdigheter. Det er fortsatt uklart hvordan forholdet mellom de kognitive mekanismene påvirker de matematiske ferdighetene (Butterworth et al., 2011; Geary, 2014).

Intelligens kan deles inn i verbal og nonverbal intelligens. Der den førstnevnte er avhengig av språklige ferdigheter og leksikalsk kunnskap, mens sistnevnte handler om kunnskap som kan måles uavhengig av språk (Geary & vanMarle, 2016). Det skilles videre mellom krystallisert og flytende intelligens. Den krystalliserte intelligensen er knyttet til kunnskap som er tilegnet over tid, og den flytende intelligensen er tilknyttet ferdigheter som brukes i problemløsningsoppgaver, prosessering og i nye og ukjente oppgaver (Ceci, 1991).

Tilegnelsen av den krystalliserte kunnskapen (intelligensen) har en nær interaksjon med grunnleggende kognitiv kapasitet som legger grunnlaget for læring, og er forenklet av de komplekse kognitive prosessene, her flytende intelligens. Betydningen av intelligens for å predikere senere ferdigheter ble funnet av Stock et al. (2009a). Intelligens viste seg å være en av de sterkeste prediktorene for senere matematiske ferdigheter på både 1. og 2. trinn.

### 2.3.1 Baddeleys arbeidsminnemodell

Innenfor pedagogisk-psykologisk forskning er ofte arbeidsminnemodellen til Baddeley (1986) referert til i sammenheng med læring og årsaksforklaringer tilknyttet lærevansker.

Arbeidsminnemodellen består av to slavesystemer; *den fonologiske sløyfe*, som er ansvarlig for lagring og vedlikehold av den verbale informasjonen, *den visuo-spatiale skisseblokken*, som har ansvaret for lagring og bearbeiding av visuell og spatial informasjon. *Den episodiske bufferen*, som ble lagt til i modellen i etterkant, styres av sentral eksekutiven og anses som et midlertidig lager av informasjon fra flere av delene i arbeidsminnet (Baddeley, 2000; Melby-Lervåg, Redick, & Hulme, 2016). *Sentral eksekutiven* har en overordnet kontrollfunksjon for slavesystemene i arbeidsminnet, som innebærer å holde og regulere oppmerksomheten til de ulike slavesystemene (Baddeley, 1996; Desoete, 2015; Garon, Bryson, & Smith, 2008).

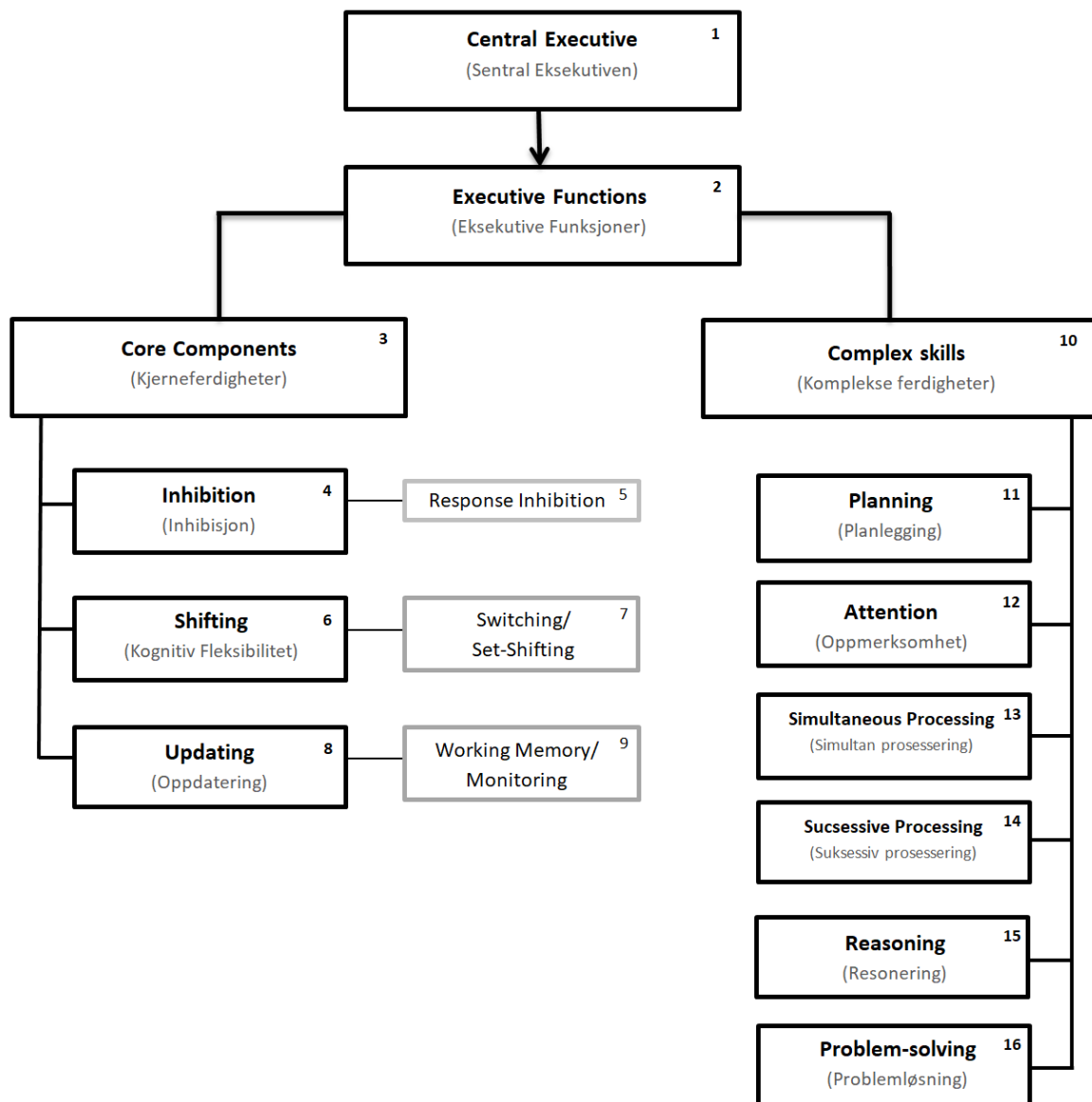
Baddeleys modell omtaler de eksekutive funksjonene som sentral eksekutiven, og har med dette og et mer generelt fokus på de eksekutive funksjonene. Fokusskifte har gått fra arbeidsminne generelt, til de ulike aspektene av sentral eksekutiven (Bull & Lee, 2014), som videre vil bli omtalt som eksekutive funksjoner (McKenna, Rushe, & Woodcock, 2017; Miyake et al., 2000). De eksekutive funksjonene har blitt splittet opp i mindre komponenter (Miyake et al., 2000). Deler av de eksekutive funksjonene kan være med og predikere senere matematikkferdigheter (Van der Ven, Kroesbergen, Boom, & Leseman, 2012).

## 2.4 Eksekutive funksjoner

Eksekutive funksjoners betydning for matematikkferdigheter er veletablert (Andersson & Lyxell, 2007; Bull et al., 2008, 2011; Bull & Lee, 2014; Shaul & Schwartz, 2014). Det er derimot uklart i hvilken grad de ulike eksekutive funksjonene henger sammen med matematikkferdighetene (Van der Ven et al., 2012), og dette kan ha en sammenheng med at eksekutive funksjoner kan være utfordrende å måle (Miyake et al., 2000; Miyake & Friedman, 2012). I den integrative modellen som fremlagt av Miyake et al. (2000), deles de eksekutive funksjonene i hovedsak inn i *Inhibition*, *Shifting* og *Updating*. Denne modellen legger opp til en hierarkisk struktur av de eksekutive funksjonene (Garon et al., 2008), som deler inn de eksekutive funksjonene i flere ulike komponenter. De tre nevnte eksekutive funksjonene anses som kjerneferdigheter (Friedman & Miyake, 2017). De andre komponentene som planlegging, overvåking, resonnering og problemløsning er mer komplekse ferdigheter som

også er overordnede (Jacobsen, de Mello, Kochhann, & Fonseca, 2017; McKenna et al., 2017). Dette er illustrert i Figur 1.

Figur 1 er laget for å gi en illustrasjon av inndelingen av de eksekutive funksjonene som inndelt i litteraturen. Fokuset i denne oppgaven vil være både på kjerneferdighetene og de komplekse ferdighetene, dette for å belyse hele aspektet av de eksekutive funksjonene knyttet opp mot matematiske ferdigheter (Miyake et al., 2000; Miyake & Friedman, 2012). Mange av de engelske begrepene tilknyttet de eksekutive funksjonene har ikke noen norsk oversettelse, dette grunnet at litteraturen innenfor dette området i hovedsak er publisert på engelsk. Oversettelsene er deretter tilpasset norsk best mulig.



1. (Baddeley, 1996; Baddeley, 1986) 2. (Miyake et al., 2000) 3. (Friedman & Miyake, 2017; Miyake et al., 2000; Miyake & Friedman, 2012) 4. (Blair & Razza, 2007; Clark, Pritchard, & Woodward, 2010; Miyake et al., 2000) 5. (Wiebe, Sheffield, & Espy, 2012) 6. (Miyake et al., 2000) 7. (Diamond, 2013; Yeniad, Malda, Mesman, van IJzendoorn, & Pieper, 2013) 8. (Bull & Lee, 2014; Diamond, 2013; Garon, Bryson, & Smith, 2008; Jacobsen, de Mello, Kochhann, & Fonseca, 2017; Shaul & Schwartz, 2014) 9. (Blair & Razza, 2007; Bull, Espy, & Wiebe, 2008; Bull & Scerif, 2001; Clark et al., 2010; Espy et al., 2004; Friso-van den Bos, van der Ven, Kroesbergen, & van Luit, 2013; Wiebe et al., 2012) 10. (Jacobsen et al., 2017; McKenna, Rushe, & Woodcock, 2017) 11. (Best, Miller, & Naglieri, 2011; Kroesbergen, Luit, Naglieri, Taddei, & Franchi, 2010; Naglieri, 2003) 12. (Best et al., 2011; Kroesbergen et al., 2010; Naglieri, 2003) 13. (Best et al., 2011; Kroesbergen et al., 2010; Naglieri, 2003) 14. (Best et al., 2011; Kroesbergen et al., 2010; Naglieri, 2003) 15. (Collins & Koechlin, 2012; Lunt et al., 2012; van der Sluis, de Jong, & van der Leij, 2007) 16. (Collins & Koechlin, 2012; Diamond, 2013; Lunt et al., 2012)

**Figur 1. Inndeling av eksekutive funksjoner**

### 2.4.1 Kjerneferdigheter

*Inhibition (inhibisjon)* er evnen til å bevisst kunne velge en mindre ønsket respons i en situasjon, fremfor en ønsket og mer automatisk, dominant respons (Wiebe et al., 2012). Det vektlegges at det skal være et bevisst valg i utførelsen av denne responsen (Miyake et al., 2000). Sammenhengen mellom inhibisjon og matematikk ble funnet i studien til Blair & Razza (2007), der det ble undersøkt sammenhengen mellom evnen til selv-regulering og tidlige akademiske skoleferdigheter i aldersgruppen 3-5 år. Det var inkludert 142 barn i studien, og resultatene indikerte at inhibisjon hadde sammenheng med de tidlige skoleferdighetene som matematikk, fonologisk bevissthet og bokstavkunnskap. Svakheten ved resultatene fra denne undersøkelsen var at utvalget besto av risikobarn fra familier med lavere sosio-økonomisk bakgrunn (Clark, Pritchard, & Woodward, 2010). Dermed er ikke utvalget i studien representativt for befolkningen ellers, og generaliseringen av resultatene begrenses derfor.

*Shifting* er evnen til å aktivt kunne bytte mellom oppgaver, operasjoner eller regler. Denne ferdigheten er også omtalt som kognitiv fleksibilitet (Diamond, 2013; Yeniad, Malda, Mesman, van IJzendoorn, & Pieper, 2013), og dette begrepet vil heretter anvendes i omtale av denne eksekutive funksjonen. Den kognitive fleksibiliteten handler i stor grad om valg av løsningsmetode til en oppgave, og tilpasning til endringer og nye prioriteringer (Diamond, 2013). Ferdigheten er nødvendig for å kunne utføre komplekse akademiske ferdigheter som for eksempel matematikk (Yeniad et al., 2013). Kognitiv fleksibilitet er ikke funnet å ha en stor sammenheng med matematiske ferdigheter (Espy et al., 2004).

*Updating* viser til det å overvåke og revidere informasjonen i arbeidsminne aktivt. Updating blir noen ganger omtalt som arbeidsminne, dette grunnet en inkonsekvent bruk av arbeidsminnebegrepet i litteraturen (Bull et al., 2008). Noen refererer til den delen av den eksekutive funksjonen som jobber med arbeidsminne, altså updating (Diamond, 2013; Garon et al., 2008; Jacobsen et al., 2017; Shaul & Schwartz, 2014). Andre refererer til alle komponentene i hele arbeidsminne. Det er derfor et viktig skille mellom litteraturen som viser til updating som en del av den eksekutive funksjonen og den litteraturen som viser til hele arbeidsminne. Updating vil videre bli referert til som oppdatering.



## 2.4.2 Komplekse eksekutive funksjoner

*Komplekse eksekutive funksjoner* er de eksekutive funksjonene som er avanserte og sammensatte. Disse krever en kombinasjon og koordinering av de mer grunnleggende eksekutive funksjonene (Best et al., 2011). Flere undersøkelser som undersøker de komplekse eksekutive funksjonene har brukt *Cognitive Assessment System* (CAS) (Best et al., 2011). Denne testen baserer seg på *PASS-teorien* (Naglieri, 2003), som utgjør de følgende komplekse eksekutive funksjonene; *planning* (planlegging), *attention* (oppmerksomhet), *simultaneous processing* (simultan prosessering) og *successive processing* (suksessiv prosessering) (Best et al., 2011; J. A. Naglieri, 2003). Teorien ble i utgangspunktet utviklet som et alternativ for den tradisjonelle målingen av intelligens, og brukes for å måle flere kognitive prosesser som inngår i de komplekse eksekutive funksjonene (Naglieri, 2003).

Planlegging handler om evnen til å kunne planlegge, og kombinerer alle kjerneferdighetene. Planleggingsevnen anses som kritisk i oppgaver der en selv skal avgjøre hvordan oppgaven skal løses (Best et al., 2011; J. A. Naglieri, 2003). Planleggingsevnen er også ansett som viktig for de kognitive prosessene i matematikk (Naglieri & Das, 1997). Oppmerksomhet er den bevisste og fokuserte oppmerksomheten til en spesifikk oppgave over tid, som ikke blir avbrutt. Simultan prosessering er en mental prosess som gjør det mulig å dele inn stimuli i egne eller sammensatte grupper. Suksessiv prosessering er en prosess der informasjonen blir delt inn og bearbeidet i en bestemt og sammenkoblet rekkefølge (J. A. Naglieri, 2003). Denne eksekutive funksjonen er viktig for løsning av tekstoppgaver i matematikk (Kroesbergen, Van Luit, & Naglieri, 2003). Andre komplekse eksekutive funksjoner er resonnering og problemløsningsferdigheter. Resonnering handler om å kunne bruke de abstrakte relasjonene for å kunne se de underliggende analogiene, dette innebærer både den deduktive og induktive resonneringsevnen (Collins & Koechlin, 2012; Lunt et al., 2012; van der Sluis, de Jong, & van der Leij, 2007). Problemløsningsferdigheter er en kompleks eksekutiv funksjon som tar for seg hvordan nye og kjente oppgaver angripes og løses (Collins & Koechlin, 2012; Diamond, 2013; Lunt et al., 2012). Diamond et al (2013) legger også frem at de to sistnevnte ferdighetene har en høy overlapp med flytende intelligens.

## 2.4.3 Utviklingen av eksekutive funksjoner

Eksekutive funksjoner knyttes til flere områder i hjernen, men er i hovedsak lokalisert i den fremre delen av hjernen også kaldt frontallappen (Jacobsen et al., 2017). Utviklingen av de

eksekutive funksjonene kobles sammen med utviklingen av hjernen generelt (Miyake et al., 2000). Fra spedbarnsalderen og inn i voksen alder anses utviklingen av de eksekutive funksjonene å være relativt stabile (Miyake & Friedman, 2012). Det er også funnet en positiv korrelasjon mellom utvikling av eksekutive funksjoner og alder (Jacobsen et al., 2017), som betyr at med økende alder øker også kompleksiteten til de eksekutive funksjonene (Mann, Hund, Hesson-McInnis, & Roman, 2017). Utviklingen av de eksekutive funksjonene går ifra spedbarnsalderen og inn i tenårene (Jacobsen et al., 2017; Willoughby et al., 2010). Allerede ved 12 måneders alder begynner utviklingen av de eksekutive funksjonene, med en spurt i utviklingen i alderen 3-5 år (Kraybill & Bell, 2012). De mest grunnleggende delene av eksekutive funksjonene utvikles først, og siden utvikles de mer komplekse (Diamond, 2013). Dette medfører at måling av eksekutive funksjonene må være tilpasset aldersgruppen (Garon et al., 2008; Willoughby et al., 2010). Bull & Lee (2014) legger på den andre siden frem at de ulike kjerneferdighetene ikke kan anses som separate i førskolealderen, og de kan dermed ikke testes som separate funksjoner.

Det er også gjort funn i at de ulike eksekutive funksjonene har ulik utvikling (Mazzocco & Kover, 2007). Kognitiv fleksibilitet er den eksekutive funksjonen som utvikler seg etter inhibisjon og oppdatering (Garon et al., 2008). Dette kan knyttes til at det å skifte mental holdning til en pågående oppgave krever både inhibisjon av det pågående og oppdatering for å aktivere det nye mentale synet på oppgaven (Diamond, 2013). Utviklingen knyttes også til andre deler av barnets utvikling, som temperament, sosio-emosjonell utvikling og generell intelligens (Willoughby et al., 2010). Funnene til Clark et al. (2010) viser at førskoleperioden er en sensitiv periode for utviklingen av planlegging, kognitiv fleksibilitet og inhibisjon. Funnene i studien påpeker at det i hovedsak er felleskomponentene for de eksekutive funksjonene som viser en sammenheng med matematikkferdighetene i aldersgruppen 5-6 år. En longitudinell undersøkelse av Mazzocco & Kover (2007) viser derimot at utviklingen av de eksekutive funksjonene ikke har en direkte sammenheng med spesifikke fag i skolen, men at det har en sammenheng med evnen til å lære på tvers av fag. De eksekutive funksjonene hadde ikke en direkte sammenheng med matematikk spesielt, men med læring generelt. Samtidig ble det komplekse forholdet mellom de eksekutive funksjonene og matematikk fremhevet, assosiasjonen mellom de to varierte med alderen.

Utenforstående faktorer som påvirker utviklingen av de eksekutive funksjonene er knyttet til positive og negative opplevelser tidlig i livet. Utviklingen av de prefrontale delene av hjernen

er funnet å være svært sensitive for ytre påvirkninger, dette på tross av hjernens plastisitet og tilpasningsevne. Positive ytre påvirkninger, som en trygg og stabil oppvekst, vil ha en positiv påvirkning på utviklingen av den prefrontale hjernedelen, og motsatt så vil en negativ påvirkning påvirke denne utviklingen negativt. Dette viser at de ytre påvirkningene også påvirker utviklingen av de eksekutive funksjonene. Samtidig som det er en klar sammenheng mellom de ytre påvirkningene på utviklingen av de eksekutive funksjonene, så er det derimot ikke klart hvilke faktorer som spesifikt bidrar til en svakere utvikling av de eksekutive funksjonene (Bull et al., 2011; Casey, Giedd, & Thomas, 2000; Chase-Lansdale, Gordon, Brooks-Gunn, & Klebanov, 1997).

#### **2.4.4 utfordringer med mål av eksekutive funksjoner – Task impurity problematikken**

Eksekutive funksjoner kan kritiseres for å være vanskelig å måle (Shaul & Schwartz, 2014), dette er også kalt *task-impurity problem* (Miyake & Friedman, 2012). Eksekutive funksjoner er vanskelig å måle, da målingen alltid skjer innenfor rammene av en spesifikk oppgave. En oppgave kan ikke utelukke at den også måler andre områder, som ikke er en del av de eksekutive funksjonene. Dermed kan en ikke foreta rene mål av eksekutive funksjoner. Samtidig understrekes det at gjennom å finne fellesnevneren i de eksekutive funksjonene, og for hva som måles, så kan en måle det som faktisk er kjernen i de eksekutive funksjonene (Miyake & Friedman, 2012). Bull & Lee (2014) trekker frem flere utfordringer med måling av eksekutive funksjoner. Her trekkes også *task-impurity* frem. Ved å kun benytte ett mål av eksekutive funksjoner, for å estimere forholdet mellom den eksekutive funksjonen og matematikkferdighetene, vil resultatene kunne anses som mer usikre. Når de eksekutive funksjonene deles inn i kjerneferdigheter og komplekse ferdigheter, så vil ikke målingen av de eksekutive funksjonene være tilstrekkelig ved bruk av en test. I tillegg til at en bør benytte flere tester for å måle de eksekutive funksjonene, så bør testen inkludere både mål av nøyaktighet og hastighet, for å kunne gi et sikrere mål av de eksekutive funksjonene. Samtidig må det også presiseres hvilke eksekutive funksjoner som måles i de ulike testene (Bull & Lee, 2014). Måling av eksekutive funksjoner er innenfor bestemte rammer av tester og kunstige settinger der det ofte er en til en kontakt. Dette gjør testingen av de eksekutive funksjonene noe kunstig, sett i forhold til de krevende klasseromssituasjonene elevene forholder seg til i vanlig setting. Mål av hverdagslige eksekutive funksjoner, også kaldt eksekutiv atferd kan fungere som et supplement til den kliniske testingen av disse ferdighetene for å gi et mer

helhetlig bilde av hvordan de kan ha betydning for matematikkferdigheter men også for ferdigheter ellers i skolen (Clark et al., 2010).

I en undersøkelse av barns eksekutive funksjoner i sammenheng med resoneringsferdigheter, leseferdigheter og matematikkferdigheter (van der Sluis et al., 2007), ble det funnet en sammenheng mellom oppdatering og matematiske ferdigheter. Kognitiv fleksibilitet og inhibisjon hadde ikke en relasjon til de matematiske ferdighetene. Men etter å ha kontrollert for ikke-eksekutive ferdigheter i analysen, tydet resultatene på at de matematiske ferdighetene (og lesing) hadde større relasjon til de ikke-eksekutive ferdighetene. Dette knyttes til at de eksekutive funksjonene kun kan måles indirekte, og at et mål av en eksekutiv funksjon vil kunne måles mer nøyaktig hvis en bruker flere tester for å måle samme ferdighet. Flere studier har kun benyttet seg av ett mål av de eksekutive funksjonene, dette er med på å begrense målene av de ulike eksekutive funksjonene.

I mål av de eksekutive funksjonene vil det også være utfordring med at det ikke bare måles en eksekutiv funksjon. Mange av de eksekutive funksjonene vil være avhengig av de samme kognitive prosessene. Inhibisjon og kognitiv fleksibilitet er antatt å være avhengige av en prosess som tar for seg konfliktløsning (Friso-van den Bos et al., 2013). Dette har også blitt bekreftet i andre studier (van der Sluis et al., 2007; Van der Ven et al., 2012) hvor de viser at funnet til Miyake et al. (2000), om tydelig og atskilte eksekutive funksjoner, ikke er like tydelig som Miyake et al (2000) la frem. Den såkalte kryssforurensningen mellom mål av de eksekutive funksjonene knyttes til arbeidsminne når det kommer til utføring av ulike matematiske oppgaver (Friso-van den Bos et al., 2013). Dette viser kompleksiteten i mål av de eksekutive funksjonene. Videre vil også sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og intelligens trekkes frem, for å tydeliggjøre flere av utfordringene ved målinger av ulike nærliggende konsepter i forskning.

## **2.5 Eksekutive funksjoner og intelligens**

Flere studier har sett på forholdet mellom eksekutive funksjoner og intelligens (Arán Filippetti & Richaud, 2017; Blair, 2006; Brydges, Reid, Fox, & Anderson, 2012; Conway, Kane, & Engle, 2003; Engelhardt et al., 2016). Eksekutive funksjoner og intelligens tar for seg mål som er knyttet til den frontale cortex, og det er mye som tyder på at det er en overlapp i mål av nettopp disse ferdighetene. Brydges et al. (2012) fant i sin undersøkelse at de

eksekutive funksjonene som et helhetlig konstrukt, var med på og predikere barns intelligens (både flytende og krystallisert) i tidlig skolealder. Mens Conway et al. (2003) fant i sin undersøkelse at eksekutive funksjoner forklarer en tredjedel eller halvparten av variasjonen i generell intelligens. De eksekutive funksjonene er også funnet å predikere intelligens hos barn (Tillman, Nyberg, & Bohlin, 2008).

I undersøkelsen til Arán Filipetti og Richaud (2017) viste det at de eksekutive funksjonene kunne forklare mer av det unike bidraget til matematikkferdighetene enn det både alder og intelligens kunne. Undersøkelsen tok for seg flere mål av eksekutive funksjoner og av ulike matematiske ferdigheter. Resultatene etter en analyse, ved bruk av strukturell modellering, viste at de ulike eksekutive funksjonene støttet de matematiske ferdighetene i ulik grad. De eksekutive funksjonene viste seg å være en større signifikant prediktor for de matematiske ferdighetene enn det intelligens var. Disse funnene kan tyde på at det er en sterk sammenheng mellom mål av intelligens og eksekutive funksjoner. Men disse resultatene vil også være påvirket av hvilke statistiske metoder som anvendes i de ulike undersøkelsene (Arán Filipetti & Richaud, 2017).

## **2.6 Eksekutive funksjoner og matematikkferdigheter**

Flere studier trekker frem sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og matematikkferdigheter (Blair & Razza, 2007; Geary & vanMarle, 2016; Mazzocco & Kover, 2007; St Clair-Thompson & Gathercole, 2006). I en metaanalyse ble det funnet at den største sammenhengen mellom eksekutive funksjoner og matematikkferdigheter var knyttet til den eksekutive funksjonen oppdatering. Inhibisjon og kognitiv fleksibilitet viste ikke å ha like stor grad av sammenheng med matematikkferdighetene som oppdatering hadde (Friso-van den Bos et al., 2013). Målet i undersøkelsen var todelt, der det først ble fokusert på graden av sammenheng mellom matematikkferdigheter og de ulike komponentene i arbeidsminne, her inkludert de ulike eksekutive funksjonene. Det andre fokuset var å etablere om variasjonen i denne sammenhengen var forårsaket av testene, utvalgs karakteristikk og studiene og andre metodologiske karakteristikk. Metaanalysen konkluderer med at det er verbal oppdatering som er den eksekutive funksjonen som har sterkest sammenheng med matematikkferdigheter. Korrelasjonen viste en moderat sammenheng ( $r = .38, p < .001$ ) mellom verbal oppdatering og de matematiske ferdighetene. Inhibisjon og oppdatering viste å ha en svakere sammenheng med matematikkferdigheter sammenliknet med verbal og visuo-spatial oppdatering

(henholdsvis;  $r = .27, p < .001, r = .28, p < .001$ ) (Friso-van den Bos et al., 2013). I en annen metaanalyse, der det ble sett på de eksekutive funksjonene i sammenheng med tidlige numeriske prosesseringsferdigheter (Houdé, Rossi, Lubin, & Joliot, 2010), viste resultatene at barn i hovedsak bruker den fremre hjernedelen, frontal cortex, i arbeid med numerisk prosessering. Dette viser en sammenkobling mellom de prosesser som er aktive for de eksekutive funksjonene og de numeriske prosesseringene.

### **2.6.1 Sammenhengen mellom kjerneferdighetene i de eksekutive funksjonene og matematikkferdigheter**

Sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene ble også funnet i en undersøkelse av Geary et al. (2007). Ved seks-årsalderen ble barn med matematikkvansker, lavt-presterende barn i matematikk og barn med typisk utvikling testet i matematiske ferdigheter, arbeidsminne og prosesseringshastighet. Undersøkelsen så på ulike underliggende kognitive faktorer som kunne være med på å forklare matematikkvansker. Kjernekomponenten i matematikkvanskene tydet på å bli forklart av de eksekutive funksjonene. Lignende funn ble også gjort i undersøkelsen til Andersson & Lyxell (2007), hvor funnene tydet på at matematikkvanskene i hovedsak var knyttet til de eksekutive funksjonene; simultan prosessering, lagring av numerisk informasjon og verbal informasjon. Som kan være med på å vise at det er en sammenheng mellom matematikkvansker og ulike eksekutive funksjoner. Sammenhengen mellom de tidlige matematiske ferdighetene og de eksekutive funksjonene ble også funnet av (Bull et al., 2011). De matematiske ferdighetene som ble undersøkt var subitizing, telleferdigheter og addisjon og subtraksjon. Den eksekutive funksjonen planlegging ble målt med testen Tower of Hanoi (Simon, 1975). Etter å ha kontrollert for krystallisert intelligens tydet det fortsatt på å være en korrelasjon mellom de matematiske ferdighetene og den eksekutive funksjonen planlegging. Liknende funn ble også gjort av Espy et al. (2004). Den eksekutive funksjonen inhibisjon kunne forklare 12 % av variasjonen i de matematiske ferdighetene da det var kontrollert for intelligens. Den eksekutive funksjonen oppdatering viste i mindre grad å forklare variasjonen i de matematiske ferdighetene. Den kognitive fleksibiliteten tydet ikke på å ha en sammenheng med de tidlige matematiske ferdighetene.

Den eksekutive funksjonen oppdatering, har i flere undersøkelser vist seg å ha størst sammenheng med de matematiske ferdighetene (Lee et al., 2012; Monette, Bigras, & Guay,

2011). Begge undersøkelsene så på barn i tidlig skolealder, og for Monette et al. (2011) tydet det på at det kun var oppdatering som hadde et unikt bidrag til de matematiske ferdighetene. For Lee et al. (Lee et al., 2012) var det kun oppdatering som viste en sammenheng med de matematiske ferdighetene ved undersøkelse av oppdatering og en kombinert inhibisjon/kognitiv fleksibilitetsfaktor. Dette samsvarer med funnene fra metaanalysen til Friso-van den Bos (2013).

I en longitudinell undersøkelse av barn, ble det funnet at eksekutive funksjoner kunne predikere møte med den formelle opplæringen i matematikk. Mål av eksekutive funksjoner ved tre-årsalderen viste en sterk sammenheng med de matematiske ferdighetene i skolen to år senere (Clark, Sheffield, Wiebe, & Espy, 2013). Liknende funn ble også gjort av Geary & Van Marle (2016). Ved to undersøkelsestidspunkt med 18 måneder i mellom, i førskolealderen, ble det funnet en signifikant sammenheng mellom den eksekutive funksjonen inhibisjon og senere matematiske ferdigheter.

De ulike kjerneferdighetene av de eksekutive funksjonene har også vist seg å ha ulikt bidrag til de ulike matematiske ferdighetene. I en undersøkelse av førskolebarn, tydet resultatene på at inhibisjon kunne være med å predikere barns telleferdigheter. Ferdigheten oppdatering hadde et unikt bidrag til førskolebarnas regneferdigheter (Lan et al., 2011). En annen undersøkelse viste at de eksekutive funksjonene (målt ved 5,5 år og 6,5 år) oppdatering, inhibisjon og kognitiv fleksibilitet kunne forklare hele 20 % av den unike variasjonen for den matematiske ferdigheten tallsekvensiering to år senere (Röthlisberger, Neuenschwander, Cimeli, & Roebers, 2013).

### **2.6.2 Sammenhengen mellom komplekse eksekutive funksjoner og matematikkferdigheter**

Sammenhengen mellom komplekse eksekutive funksjoner og matematiske ferdigheter ble funnet i en undersøkelse av barns tidlige matematiske ferdigheter (Kroesbergen et al., 2010). Funnet i undersøkelsen viste en sammenheng mellom de komplekse eksekutive funksjonene planlegging og simultan prosessering. De eksekutive funksjonene ble målt ved bruk av CAS, hvor alle de komplekse eksekutive funksjonene ble målt. Totalt sett forklarte de fire eksekutive funksjonene planlegging, oppmerksomhet, simultane- og suksessive prosesser 46,5 % av variasjonen for de tidlige matematiske ferdighetene (Kroesbergen et al., 2010). Dette tyder på at de komplekse eksekutive funksjonene har en stor betydning for de tidlige

matematiske ferdighetene. I en annen undersøkelse av sammenhengen mellom de komplekse eksekutive funksjonene og matematiske ferdigheter for elever med matematikkvansker, presterte elevene svakere på alle fire komplekse eksekutive funksjoner sammenlignet med normaltpresterende medelever (Kroesbergen et al., 2003). Flere elever i gruppen med matematikkvansker viste å ha størst vansker med de eksekutive funksjonene planlegging (14 %) og suksessiv prosessering (24 %). Funnene tydet på å være svake, men signifikante, som kan være med å vise at elever med matematikkvansker prestere svakere på de eksekutive funksjonene planlegging og suksessiv prosessering. Best et al. (2011) fant i sin undersøkelse at det var en sammenheng mellom de komplekse eksekutive funksjonene og ulike skoleferdighetene. Ved en nærmere undersøkelse av de ulike matematiske ferdighetene viste de komplekse eksekutive funksjonene å ha en større sammenheng med problemløsningsferdighetene enn de hadde til generelle regneferdigheter. Dette tydet på at problemløsningsferdighetene er mer avhengig av de ulike komplekse eksekutive funksjonene enn det regneferdighetene er. Regneferdighetene tydet på sin side å være mer avhengige av gjenhenting av regnefakta i fra langtidshukommelsen, som igjen kan knyttes til den eksekutive funksjonen oppdatering. Funnene tydet også på å være stabile med økende alder. Den komplekse eksekutive funksjonen planlegging har også, sammen med inhibisjon, funnet å ha en betydning for de matematiske ferdighetene (Gerst, Cirino, Fletcher, & Yoshida, 2017). Undersøkelsen benyttet Tower of London (Culbertson & Zillmer, 1999) for mål av planlegging, målet av de matematiske ferdighetene ble målt med en matematikktest som målte regneferdighetene. Funnene i de tidlige nevnte undersøkelsene, kan tyde på at flere av de komplekse eksekutive funksjonene har en sammenheng med de matematiske ferdighetene.

### **2.6.3 Undersøkelser som viser en svak sammenheng mellom eksekutive funksjoner og matematikkferdigheter**

Andre undersøkelser har kun funnet svake sammenhenger mellom de matematiske ferdighetene og de eksekutive funksjonene (Bull & Scerif, 2001; van der Sluis et al., 2007). Sammenhengen mellom de matematiske ferdighetene og de eksekutive funksjonene (inhibisjon, kognitiv fleksibilitet, oppdatering) ble funnet i undersøkelsen av Van der Sluis et al (2007). Denne sammenhengen forsvant da det ble kontrollert for ikke-eksekutive ferdigheter, og det viste seg at det ikke var en sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene. For å håndtere task-impurity problematikken ble det benyttet en faktoranalyse. Funnene tydet her på at det var sammenheng mellom de



eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene. Og at dette i hovedsak kunne forklares av ikke-eksekutive mål, og ikke av de eksekutive funksjonene. Denne undersøkelsen viser ut i fra dette at det ikke var noen sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og matematikkferdighetene. I en annen undersøkelse viste funnene at det kun var en svak men signifikant sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene (Bull & Scerif, 2001). De eksekutive funksjonene kunne kun forklare 2 % av variasjonen i de matematiske ferdighetene når det var kontrollert for intelligens. Disse funnene kan tyde på at det ikke er en sammenheng mellom eksekutive funksjoner og matematiske ferdigheter.

## 2.7 Oppsummering av teori og empiri

Tema for denne oppgaven er eksekutive funksjoner og matematikkferdigheter hos elever som er lavt-presterende. Problemstillingen for oppgaven er: *Hvilken betydning har eksekutive funksjoner for matematikkferdigheter hos lavt-presterende elever i matematikk?* Denne problemstillingen vil bli besvart i lys av relevant teori og empiri, og med hjelp av forskningsspørsmålene:

- I. I hvilken grad kan eksekutive funksjoner forklare unik variasjon i matematikk når det er kontrollert for nonverbal intelligens?
- II. Forklarer eksekutive funksjoner i større grad variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre?

En samlet vurdering av teori og empiri i dette kapittelet viser at de matematiske ferdighetene og eksekutive funksjonene har relativt simultant utviklingsløp. Samtidig som de matematiske ferdighetene har en tydeligere vekst i den formelle opplæringen i skolen. Sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene har vist en ulik grad av sammenheng. Noen undersøkelser viser at det er en sammenheng mellom ulike eksekutive funksjoner og de matematiske ferdighetene, både kjerneferdighetene og de komplekse ferdighetene. Andre undersøkelser viser at sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske viser seg å være veldig svake eller skyldes andre ikke-eksekutive ferdigheter. Flere av funnene tyder på at det er en sammenheng mellom de matematiske ferdighetene og oppdatering (Lee et al., 2012; Monette et al., 2011; St Clair-Thompson & Gathercole, 2006; van der Sluis et al., 2007; Van der Ven et al., 2012). Bull et al. (2011) fant kun en sammenheng til de eksekutive som et helhetlig konstrukt. Undersøkelsene som så

spesifikt på de ulike matematiske ferdighetene, fant at de eksekutive funksjonene inhibisjon predikerte telleferdigheter (Lan et al., 2011), og at inhibisjon, oppdatering og kognitiv fleksibilitet hadde sterkere relasjon til tallsekvensieringsferdigheter enn til mengdesammenligning (Röthlisberger et al., 2013). De fleste undersøkelsene benytter ikke en inndeling av de ulike matematiske ferdighetene, dette gjør det noe mer utfordrende å si noe generelt om hvilke eksekutive funksjoner som kan knyttes til de ulike matematiske ferdighetene.

De komplekse eksekutive funksjonene har på sin side vist en sammenheng til problemløsningsferdigheter (Best et al., 2011), og generelt til tidlige matematiske ferdigheter (Kroesbergen et al., 2010). For lavt-presterende elever i matematikk tydet det å være sterkest sammenheng med planlegging og suksessiv prosessering (Kroesbergen et al., 2003). Flere av undersøkelsene påpeker task-impurity problematikken ved mål av eksekutive funksjoner. Men på tross av ulike funn i mange av undersøkelsene, tyder de fleste undersøkelsene på at det er en sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene. Metaanalysene (Friso-van den Bos et al., 2013; Houdé et al., 2010) viser at det er en sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene.

Basert på det empiriske grunnlaget som er presentert i kapittel 2, er det grunnlag for en antagelse om en sammenheng mellom eksekutive funksjoner og de matematiske ferdighetene. Det er derimot uklart i hvilken grad de eksekutive funksjonene kan forklare unik variasjon til de ulike matematiske ferdighetene etter å ha kontrollert for intelligens. Resultatene i fra kapittel 4 vil bli drøftet i kapittel 5.

## 3 Metode

Dette kapittelet vil ta for seg denne undersøkelsens forskningsmetodiske tilnærming. Først vil studiens design og utvalg presenteres, instrumenter som er brukt i datainnsamlingen og beskrivelse av prosedyren for datainnsamlingen. De statistiske metodene som er blitt brukt for å analysere datamaterialet vil bli beskrevet, og en redegjørelse av de etiske hensyn som ligger til grunn for studien. Måleinstrumentenes reliabilitet vil bli redegjort for, men en mer omfattende drøfting av validitetsspørsmål er å finne i oppgavens diskusjonsdel.

### 3.1 Design

Denne masterstudien har som mål å undersøke betydningen eksekutive funksjoner kan ha for matematikkferdigheter hos elever som er lavt-presterende i matematikk. Dette gjøres ved å beskrive graden av sammenheng mellom ulike matematiske variabler og en variabel for eksekutive funksjoner. De deltakende barna i studien har ikke blitt påvirket av noen form for intervensjon på måletidspunktet, og dette gir studien et ikke-eksperimentelt design (Shadish, Cook, & Campbell, 2002). Formålet med studien er å beskrive et fenomen på et gitt tidspunkt, som da gjør det til en deskriptiv studie (Gall, Gall, & Borg, 2007). Studien har også en kvantitativ tilnærming, der det blir brukt en rekke ulike psykometriske tester i kartleggingen av barna i utvalget. Resultatene fra de psykometriske testene utgjør datamaterialet og registreres med verdiene 1 og 0 (rett/galt) for hvert av de avgitte svarene. Svarene registreres i det statistiske analyseprogrammet SPSS (IBM Corp, 2017). Datamaterialet i SPSS utgjør grunnlaget for de ulike analysene i denne studien.

### 3.2 Utvalg

I dette masterstudiet består utvalget av deltakende barn i en intervensjonsstudie i fra et PhD-prosjekt, "Intervensjonsstudie i matematikk – kan tidlig intensiv støtte avhjelpe matematikkvansker?" ved Institutt for Spesialpedagogikk, Universitetet i Oslo. Forespørsel om deltakelse i PhD-prosjektet ble utstedt til alle skolene (9 totalt) i to valgte kommuner på Østlandet høsten 2016. Totalt fikk 410 elever tilbud om deltakelse, hvorav 369 takket ja, og 29 takket nei (12 ikke svart). Elevene ble kartlagt med screeneren ThinkMath (Aunio et al., 2016b) som er utviklet som en del av PhD-prosjektet. Denne måler elevenes matematiske ferdigheter som er av betydning for den tidlige matematiske utviklingen (Aunio & Räsänen,

2015; Browning & Beauford, 2012; LeFevre et al., 2006). Screeningens formål var identifisering av elevene som var lavt-presterende i matematikk, og som av den grunn hadde behov for en videre intervensjon. Elevene som presterte lavest (32 %) på screeningen ble valgt ut til å delta i intervensjonsstudien. Dette ga et utvalg på 120 barn (68 gutter og 52 jenter) for dette masterprosjektet. Ved det aktuelle måletidspunktet var barnas gjennomsnittsalder på 76,68 måneder (fra 71 måneder til 89 måneder). Undersøkelsen hadde et eksklusjonskriterie, som var for elever som var utredet for nevrologiske dysfunksjoner, som for eksempel autismespekterforstyrrelser. Elever som mottok spesialundervisning på det aktuelle tidspunktet var inkludert i undersøkelsen.

### **3.3 Datainnsamling**

Før oppstart av intervensjonen ble det gjennomført en pre-testing av utvalget, dataene fra denne målingen er utgangspunktet for dette masterstudiet. Utførelsen av testingen i forbindelse med dette masterstudiet var i årsskiftet 2016-17, og testingen ble i stor grad utført av masterstudenter på første- og andreåret ved Institutt for Spesialpedagogikk. Alle forskningsassistenterne fikk grundig opplæring i regi av prosjektgruppen. Gjennom dette forskningsprosjektet har jeg personlig deltatt som forskningsassistent ved tre av fire testtidspunkter. Jeg har hatt ansvar for testing av opp til 22 elever i hver av rundene. Testingen ble gjennomført individuelt og i et avskjermet rom. Testbatteriet som ble brukt på det respektive tidspunkt var omfattende og derfor fordelt på to dager. Dette sikret at elevene kunne holde konsentrasjonen og motivasjonen oppe. Hver økt varte i fra 45-90 minutter, der forskningsassistenten administrerte og noterte resultatene underveis. Testen av de eksekutive funksjonene (Tower of London) ble gjennomført digitalt hvor svarene ble automatisk lagret.

### **3.4 Testene**

En oversikt over denne studiens tester vil bli presentert nedenfor. Testene er valgt for å representere denne studiens variabler. Funn i denne oppgaven er basert på resultatene fra deltestene som er presentert i tabell 1.

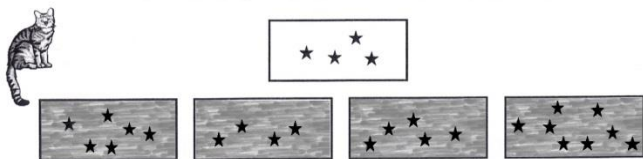
**Tabell 1. Oversikt over testene som er brukt til mål av ulike variabler**

Test	Deltest i masterprosjektet	Variabel målt
<b>ThinkMath matematikktest</b>	Relasjonelle ferdigheter	Relasjonelle ferdigheter
	Telleferdigheter	Telleferdigheter
	Addisjon	Addisjon
	Subtraksjon	Subtraksjon
<b>TOBANS</b>	Addition fluency	Addisjonsflyt og nøyaktighet
	Subtraction fluency	Subtraksjonsflyt og nøyaktighet
	Dot comparison test	Ikke-symbolsk sammenligning
	Digit comparison test	Symbolsk sammenligning
<b>WISC-IV</b>	Regning	Problemløsningsferdigheter
<b>RAVEN</b>	Nonverbal intelligens	Intelligens
<b>Tower of London</b>	Tower of London	Eksekutive funksjoner

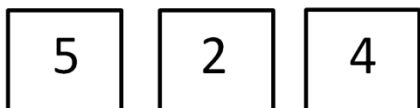
I fra ThinkMath matematikktest brukes fire deltester som måler relasjonelle ferdigheter, telleferdigheter, addisjon og subtraksjon, som alle er mål av de tidlige matematiske ferdighetene. Fra TOBANS brukes fire deltester, der de to første er Addisjon fluency og Subtraction fluency, som måler henholdsvis addisjonsflyt og nøyaktighet, og subtraksjonsflyt og nøyaktighet. De to siste deltestene Dot comparison test og Digit comparison test måler henholdsvis ikke-symboliske sammenligningsferdigheter og symbolske sammenligningsferdigheter. I fra WISC brukes deltesten Regning som måler problemløsningsferdigheter. Testen RAVEN er brukt for å måle nonverbal intelligens. Tower of London er brukt for å måle de eksekutive funksjonene. ThinkMath matematikktest er utviklet av forskergruppen, og er ikke normert og standardisert. Alle de andre testene er normert og standardisert. Videre vil de ulike deltestene refereres til etter hvilken variabel den måler.

### 3.4.1 Relasjonelle ferdigheter

Relasjonelle ferdigheter ble målt med oppgaver fra *ThinkMath* (Aunio et al., 2016a). Testen måler flere matematiske ferdigheter, deriblant relasjonelle ferdigheter. Testleder gir instruksjoner til eleven for hvert enkelt item. For relasjonelle ferdigheter er det totalt 24 av 100 items. Testen har ingen tidsbegrensning eller stoppkriterier, der hele testen gjennomføres og skåres 1 poeng for riktig og 0 poeng for feil for hvert item.



"Sett kryss på den boksen som har like mange som i den hvite boksen." (den øverste boksen)



"Sett kryss på det største tallet."

Figur 2. Eksempel på oppgaver av relasjonelle ferdigheter i ThinkMath (Aunio et al., 2016a)

### 3.4.2 Telleferdigheter

Telleferdigheter ble også målt med oppgaver i fra *ThinkMath* (Aunio et al., 2016a).

Telleferdigheter utgjør 48 items. Det gis 1 poeng for hvert riktig svar.



"Sett kryss på det fjerde hjertet "



"Skriv eller sett kryss på det neste tallet på linja."

Figur 3. Eksempel på oppgaver fra telleferdigheter i ThinkMath (Aunio et al., 2016a)

### 3.4.3 Addisjon

Addisjon er også målt med oppgaver i fra *ThinkMath* (Aunio et al., 2016a). Det er nøyaktighet i addisjon som måles i denne ferdigheten. Her løser eleven oppgaver selvstendig på papir, og har ikke tidsbegrensning. Det er 10 items totalt og det gis 1 poeng for hvert riktig svar.

### **3.4.4 Subtraksjon**

Subtraksjon er også en matematisk ferdighet som er målt med *ThinkMath* (Aunio et al., 2016a). I likhet med addisjon så er det nøyaktighet som måles her, og har ikke tidsbegrensning. Eleven løser oppgavene på papir, og det gis 1 poeng for hvert riktig svar. Subtraksjon utgjør 10 items.

### **3.4.5 Addisjonsflyt**

Addisjonsflyt ble målt med en deltest i fra *Test of Basic Arithmetic and Numeracy Skills* (TOBANS) (Bringstocke et al., 2016). Testen måler elevens regneflyt og nøyaktighet, og oppgavene gjennomføres etter instruksjoner i fra testleder. Det presiseres ikke overfor eleven hvilken regneart som er gjeldende for oppgaven. Først gjennomføres tre øvingsoppgaver, etter det regner eleven så mange oppgaver den klarer, og blir stoppet etter 60 sek. Testen har 90 items, og det gis 1 poeng for riktig svar.

### **3.4.6 Subtraksjonsflyt**

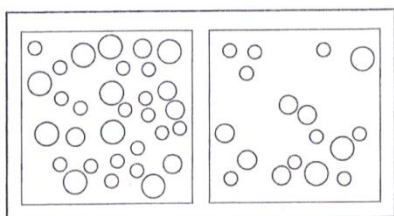
Subtraksjonsflyt ble også målt med en deltest i fra TOBANS (Bringstocke et al., 2016). I likhet med addisjonsflyt er denne deltesten også tidsbegrenset, og testen utføres etter tre øvingsoppgaver. I denne deltesten måles også elevens regneflyt og nøyaktighet. Det presiseres heller ikke her hvilken regneart som er gjeldene. Testen har 90 items, og det gis 1 poeng for riktig svar.

### **3.4.7 Problemløsningsferdigheter**

I WISC-IV (Wechsler et al., 2003) er det laget en supplerende deltest, som her ble brukt til å måle elevens problemløsningsferdigheter. Kartleggingsverktøyet WISC-IV måler kognitive ferdigheter hos barn i aldersgruppen 6-16 år. I denne deltesten for problemløsningsferdigheter blir oppgavene presentert muntlig av testleder og barnet skal avgi muntlig svar. De fem første oppgavene presenteres med en visuell stimulus. De resterende 29 presenteres muntlig (totalt 34 items). Da testen skal kunne teste innenfor det aktuelle aldersspekteret så øker vanskelighetsgraden med oppgavene. Stoppkriteriet for denne testen er 4 påfølgende 0 poengsvar, med en tidsgrense på 30 sekunder pr. item. Det skåres 1 poeng for riktig svar, og 0 poeng for feil svar.

### 3.4.8 Ikke-symbolske sammenligningsferdigheter

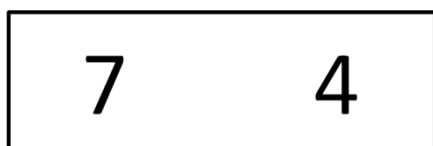
Fra testen TOBANS (Bringstocke et al., 2016) ble deltesten Dot comparison brukt for å måle de ikke-symbolske sammenligningsferdighetene. Dette er et mål for en upresis mengdeestimering. Testleder presenterer testen, og den utføres på papir av barnet. Det gjennomføres først tre øvingsoppgaver, siden gjennomføres resten av testen innenfor tidsrammen på 30 sekunder. Hver oppgave (totalt 52 items) har ett felt med to bokser som har ulik mengde med rundinger (dots). Barnet skal sette en strek gjennom den firkanten som har flest rundinger. Det gis 1 poeng for hver riktige oppgave.



Figur 4. Eksempel på øvingsoppgave fra ikke-symbolske sammenligningsferdigheter (Bringstocke et al., 2016)

### 3.4.9 Symbolske sammenligningsferdigheter

Fra TOBANS (Bringstocke et al., 2016) brukes også deltesten *Digit Comparison*. Denne deltesten måler de symbolske sammenligningsferdighetene, hvor eleven skal sammenligne to tall som er presentert ved siden av hverandre. Oppgaven gjennomføres på papir, hvor eleven skal sette strek over det største tallet. Etter gjennomføring av tre øvingsoppgaver så gjennomføres resten av testen (totalt 66 items) med en tidsbegrensning på 30 sekunder. Det gis 1 poeng for hver riktige oppgave.

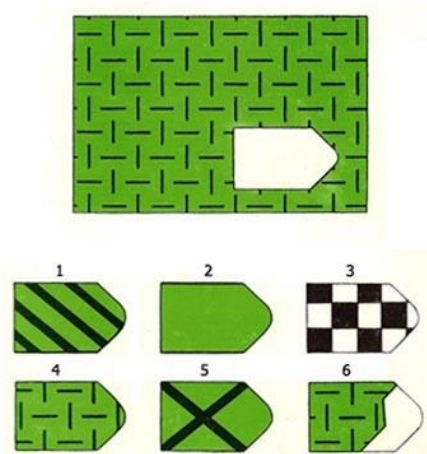


Figur 5. Eksempel på øvingsoppgave fra symbolske sammenligningsferdigheter (Bringstocke et al., 2016)



### 3.4.10 Intelligens

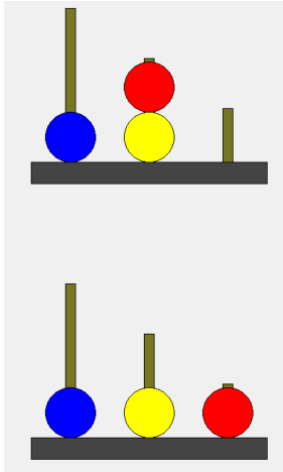
For mål av variabelen intelligens brukes *The Raven Coloured Progressive Matrices* (Raven, 1998). Dette gir mål av elevens generelle kognitive evner, og det stilles ikke krav til de språklige ferdighetene. Et mål av den flytende intelligensen vil da ikke være avhengig av kunnskapen til den enkelte elev (Blair, 2006). Det gis to øvingsoppgaver med instruksjon, sammen med stimulusboken. Det vises et bilde av ett mønster som mangler en bit, og det gis seks forslag på mønster som kan passe inn. Barnet skal finne det riktige mønsteret og peke på det. Svaret krysses av på et eget ark av testleder for det valgte alternativet. Testen har ingen tidsbegrensning og har 34 items.



Figur 6. Eksempel på øvingsoppgave fra Raven

### 3.4.11 Eksekutive funksjoner

Denne testen måler den eksekutive funksjonen planlegging (Schnirman et al., 1998) og inhibisjon (Welsh et al., 1999). Mål av variabelen eksekutive funksjoner brukes *Tower of London* (Culbertson & Zillmer, 1999). Oppgavene gjennomføres på pc, hvor det presenteres to bilder med tre stolper (i tre ulike høyder) og tre kuler (blå, gul, rød). Eleven får instruksjoner om å lage det samme mønsteret på det nederste bildet, slik at det blir likt som det øverste. Dette skal gjøres med færrest mulig trekk og på kortest mulig tid. Det er begrenset antall trekk på hver oppgave, og vanskelighetsgraden øker med oppgavene. Det er kun den øverste kule som kan flyttes, og kun en kule flyttes om gangen. Skåringen i programmet skjer automatisk. Totalt har denne testen 20 items.



Figur 7. Skjermdump fra øvingsoppgaven i Tower of London, mål av variabelen eksekutive funksjoner

## 3.5 Validitet og reliabilitet

Validitet i kvantitative studier handler om slutningenes gyldighet (Kleven, 2008). Cook & Campbells validitetssystem er anerkjent innen den kvantitative forskningen, og her skilles det mellom fire typer validitet; indre validitet, ytre validitet, begrepsvaliditet og statistisk validitet (Shadish et al., 2002). Reliabilitet handler om instrumentene som brukes til å måle og om instrumentene faktisk måler det de er ment å måle, altså i hvilken grad dataene er fri for tilfeldige målingsfeil (Kleven, 2002a). For å kunne trekke valide slutninger, så er det nødvendig at instrumentene som brukes er reliable (Gall et al., 2007).

### 3.5.1 Cook & Campbells validitetssystem

I dette avsnittet vil Cook & Campbells validitetssystem bli redegjort for, og med det de fire formene for validitet og trusler mot validitet. Dette gjøres for å kunne si noe om slutningenes validitet (Shadish et al., 2002). Validitetssystemet er vanligvis anvendt for forskningsdesign som sier noe om kausale forhold, men det kan anvendes for deskriptive studier (Lund, 2002). I det følgende vil de fire formene for validitet redegjøres for, samt truslene mot deres validitet.

#### Ytre validitet

Noe som er høyst ønskelig innen utdanningsvitenskapelig forskning, er muligheten til å kunne generalisere resultatene ut over den aktuelle undersøkelsen. Generaliseringen tar for seg muligheten for å kunne generalisere resultatene ut over populasjonen, tid og situasjonen. Men den kan også si noe om hvor langt eller bredt en kan generalisere (Lund, 2002). I den

utdanningsvitenskaplige forskningen er det ofte et ønske om å kunne generalisere fra en mindre populasjon og over til en større populasjon, som omtales som en snever til bred generaliseringsform (Shadish et al., 2002). Trusler mot den ytre validiteten er knyttet til forhold som vanskeliggjør generaliseringene. De aktuelle truslene kan være knyttet til et utvalg som ikke representativt, gruppen som undersøkes er ensartet, og at årsakssammenhengen varierer over individtyper, situasjon og tid. Sistnevnte vil da kunne være en trussel mot en eventuell over-generalisering. Et ikke representativt utvalg vil kunne være en trussel da utvalget ikke er representativt for populasjonen. En ensartet gruppe som undersøkes kan være en trussel mot den ytre validiteten da resultatene fra en slik gruppe ikke lar seg generalisere til andre grupper (Lund, 2002).

### **Statistisk validitet**

Den statistiske validiteten tar for seg om det er en samvariasjon mellom den avhengige og uavhengige variabel (Shadish et al., 2002), altså om det er en statistisk signifikant sammenheng mellom variablene. Den statistiske signifikansen må være sterk nok for å kunne si noe om det er av teoretisk betydning (Lund, 2002). Den statistiske signifikansen skal være av en slik grad at den ikke kan skyldes tilfeldigheter (Shadish et al., 2002). Trusler mot den statistiske validiteten handler om systematiske feilslutninger som trekkes. Truslene mot den statistiske validiteten er knyttet til to feiltyper. Type 1 feil er når en feil konkluderer med at det er en samvariasjon mellom årsak og effekt. Type 2 feil sier noe om hvor sterk denne samvariasjonen er (Lund, 2002).

### **Begrepsvaliditet**

Begrepsvaliditet handler om i hvilken grad en test faktisk måler det den er intendert å måle. Sagt på en annen måte handler det om muligheten til å kunne gjøre slutninger om begrepene som brukes i undersøkelsen og til det overordnede begrepet (Shadish et al., 2002). Trusler mot begrepsvaliditet kan være måling av irrelevante begreper som ikke er relevante og usystematiske feil. Flere trusler trekkes frem av Lund (2002), og disse truslene vil variere ut i fra hvilken undersøkelse som utføres. Oppmerksomhet som gis til den gruppen som er med i undersøkelsen, vil ha en effekt på gruppen. En annen trussel er knyttet opp mot evalueringsforståelse, her er personen bevisst at den er under vurdering og dermed måles også samarbeidsvilje.

### **Indre validitet**

Den indre validiteten tar for seg om sammenhengen kan tolkes kausal, som betyr at det et retningssspørsmål i om den uavhengige variabelen har hatt en påvirkning på den avhengige. Trusler mot den indre validiteten er knyttet til flere faktorer (Shadish et al., 2002). Noen av dem vil bli beskrevet her. Retningsproblematikken handler om hva som er årsak og hva som er virkning. En annen trussel er knyttet til forandringer som skyldes modning, der forandringer i en tiltaksperiode kan forklares ut i fra biologiske eller miljømessige forhold. Forhold med selve måleinstrumentet eller prosedyren kan anses som en annen trussel. En utfordring her kan være knyttet til gulv- eller takeffekten. Dette kan oppstå dersom en test blir for lett i forholdt til gruppens nivå (takeffekt), eller hvis en test blir for vanskelig (gulveffekt) (Lund, 2002; Shadish et al., 2002).

### **3.5.2 Variablenes reliabilitet**

Testene som gir utgangspunkt for variablene i denne masterstudien er valgt med bakgrunn i empiri, for å kunne besvare problemstillingen. Inndelingen av variablene har vært hensiktsmessig for å kunne besvare de aktuelle forskningsspørsmålene. Testene er nøye utvalgt i fra testbatteriet i fra PhD-prosjektet, der det har vært fokus på å bruke måleinstrumenter som er mye brukt i andre undersøkelser og der de fleste testene er standardiserte. Bakgrunnen for dette er å kunne si noe om testens resultater sammenlignet med andre studier som har benyttet seg av samme måleinstrumenter. Reliabilitet i denne masterstudien er målt ved bruk av Cronbachs alfa ( $\alpha$ ), som er et mål av testenes interkorrelasjoner. Dette målet sier noe om testenes indre konsistens, og brukes her som mål for reliabilitet da det ikke er dikotome tall fra de aktuelle testene (Gall et al., 2007). En lav interkorrelasjon viser at testen har en lav indre konsistens, og en høy interkorrelasjon viser at oppgavene med høy sannsynlighet måler det samme. Resultatene fra denne studien vises i tabell 2.

*Tabell 2. Testreliabilitet (Cronbachs alfa)*

Tester	Cronbachs alfa
Relasjonelle ferdigheter	.722
Telleferdigheter	.859
Addisjon	.895
Subtraksjon	.872
Addisjonsflyt	.860
Subtraksjonsflyt	.846
Problemløsning	.743
Ikke-symbolsk	.701
Symbolsk	.866
Nonverbal Intelligens	.742
Eksekutive funksjoner	.821

I følge De Vaus (2014) bør en alfa ( $\alpha$ ) være på minst .70 for at en skal kunne si at den er reliabel. Men i følge Kline (2000) er en akseptert  $\alpha$  på .80, men innenfor testing av ulike ferdigheter er en verdi på .70 akseptert. Klein påpeker også at innenfor nye forskningsfelt så er også  $\alpha$  på .50 akseptert. I denne undersøkelsen er  $\alpha$  på .70 og over for variablene relasjonelle ferdigheter, problemløsning, ikke-symbolske sammenligningsferdigheter og nonverbal intelligens. Variablene telleferdigheter, addisjon, subtraksjon, addisjonsflyt, subtraksjonsflyt, symbolske sammenligningsferdigheter og eksekutive funksjoner har en  $\alpha$  på over .80. Dette kan indikere at variablene i denne studien er reliable da alle alfa er målt til å være .70 og over.

En videre drøfting av validitet vil foretas i diskusjonskapittelet, dette for å kunne se validitetsproblematikken i lys av resultatene i fra masterstudien og gi mer rom for drøfting av validitetens ulike aspekter.

### 3.6 Etiske hensyn

Ivaretagelse av god vitenskapelig praksis gjennom verdier, normer og de gitte institusjonelle ordningene er essensen i god forskningsetikk, og innebærer at en skal ivareta menneskers likeverd og ukrenkelighet. Dette knyttes opp til personvern, hensynet til det enkelte individs menneskeverd (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH), 2016). Helt overordnet ligger menneskerettighetserklæringen (De Forente Nasjoner, 1948) og barnekonvensjonen (De Forente Nasjoner, 1989) som to grunnleggende retningslinjer for hva god forskning må ivareta sett i forhold til mennesker og her spesielt barn. PhD-prosjektet som denne masterstudien er en del av ble meldt inn og godkjent av personvernombudet ved Norsk senter for forskningsdata (NSD) den 19.09.16 (NESH, 2016). Interne rutiner for datasikkerhet og personvernopplysninger er sikret gjennom de interne rutinene ved Universitetet i Oslo. Da det er barn som skaper grunnlaget for datainnsamlingen i dette prosjektet har det blitt gitt et informert samtykkeskriv til alle foreldre som har godkjent på banets vegne, og barnet har fått muntlig informasjon om deltagelse fra en voksen. All deltagelse i prosjektet er frivillig, og samtykke kan på hvilket som helst tidspunkt trekkes tilbake av barnet og/eller foreldrene. Barn er i forskningssammenheng ansett som en sårbar gruppe, som innebærer at de ikke selv er i stand til å foreta ett fritt og informert samtykke. Dette er påvirket av det asymmetriske forholdet mellom barn og voksen i en testsituasjon. Barn har ikke samme innsikt og forståelse som en voksen, og ser ikke nødvendigvis konsekvenser med sin deltagelse i et prosjekt. Det er derfor viktig for denne gruppen at risikoen og belastningen er ubetydelig (NESH, 2016). Dette viser hvor utfordrende det kan være til både å si ifra, i forholdt til ønske om deltakelse, og ønske om å trekke seg. Det anses som svært viktig å møte eleven der den er på sitt nivå når en gjennomfører testing av barn, og alle testene som er med i dette forskningsprosjektet er tilpasset aldersgruppen i den grad det er mulig. Men for at hele spekteret av barnas evner skal fanges opp, så må det også gis oppgaver som nettopp gir elevene denne muligheten. Slikt sett har noen av barna kunne vist motvilje til gjennomførelse av de mer krevende oppgavene, og her har det vært viktig for testleder å jobbe sammen med barnet for å trygge dem og motivere dem til videre arbeid (Gall et al., 2007). De deltagende forskningsassistene til PhD-prosjektet tok alle mastergradsutdannelser ved det utdanningsvitenskaplige fakultet, da testperioden foregikk. Disse er ansett å ha god kunnskap om barn og om barns utvikling. Dette har vært viktig for en god og trygg gjennomførelse av testingen, og for å kunne avgjøre om barns motvillighet var ett uttrykk for tilbaketrekking av samtykke.

## 3.7 Analyser

Måleresultatene er blitt endret til tallform og er utgangspunktet for denne studien. De statistiske analysene er administrert og analysert gjennom statistikkprogrammet IBM SPSS (IBM Corp, 2017). En vurdering av deltestenes reliabilitet er målt med Cronbachs alfa i dette kapitlet. Først presenteres de deskriptive analysene som er gjennomsnitt, standardavvik, skjevhet og kurtosis. Siden presenteres bivariate korrelasjoner for å vurdere studiens resultater. Til slutt har det blitt utført en multippel regresjon for analyse og besvarelse av problemstilling og forskningsspørsmål. Det teoretiske grunnlaget for de ulike analysene vil presenteres sammen med analysene i kapittel 4.

## 4 Resultater

I dette kapittelet vil resultatene presenteres med bakgrunn i analysene. Det vil først gis en deskriptiv analyse av de ulike variablene med gjennomsnitt, standardavvik, skjevhet og kurtosis. Bivariate korrelasjoner vil siden presenteres for å beskrive størrelsen på forholdet mellom to variabler (Gall et al., 2007). Til slutt presenteres resultatene fra regresjonsanalysene.

### 4.1 Deskriptive analyser av variablene

I dette avsnittet presenteres de deskriptive analysene av variablene. Tabell 3 viser gjennomsnitt, standardavvik, variasjonsbredde, skjevhet og kurtosis for de målte variablene.

*Tabell 3. Gjennomsnitt (M), standardavvik (SD), variasjonsbredde (VB), skjevhet (Skew) og kurtosis (Krt) for målte variabler*

Tester	N	M	SD	VB	Skew	Krt
<b>Relasjonelle ferdigheter</b>	120	13.82	3.43	3-23	.316	.811
<b>Telleferdigheter</b>	120	22.08	6.54	2-39	-.143	.574
<b>Addisjon</b>	120	4.30	3.19	0-10	-.176	-1.380
<b>Subtraksjon</b>	120	0.64	1.65	0-9	3.275	11.622
<b>Addisjonsflyt</b>	120	4.41	3.60	0-14	.288	-.723
<b>Subtraksjonsflyt</b>	120	.417	1.33	0-9	4.429	20.38
<b>Problemløsning</b>	120	9.43	2.79	4-18	.315	.661
<b>Ikke-symbolsk</b>	120	9.00	2.66	2-15	-.497	-.051
<b>Symbolsk</b>	120	13,95	3.73	3-22	.000	.072
<b>Intelligens</b>	120	17.70	4.50	7-30	.001	-.124
<b>Eksekutive funksjoner</b>	120	7.99	3.73	0-14	-.530	-.814

Skewness viser til en negativ eller positiv skewed som sier om fordelingen heller mot den høyre eller venstre siden i fordelingen. Kurtoseverdien er med på å fortelle om hvordan fordelingen avviker fra normalfordelingen. En positiv kurtosis viser en fordeling med mange skårer samlet i halene i kurven, men i en negativ kurtosis er halene tynnere. I en

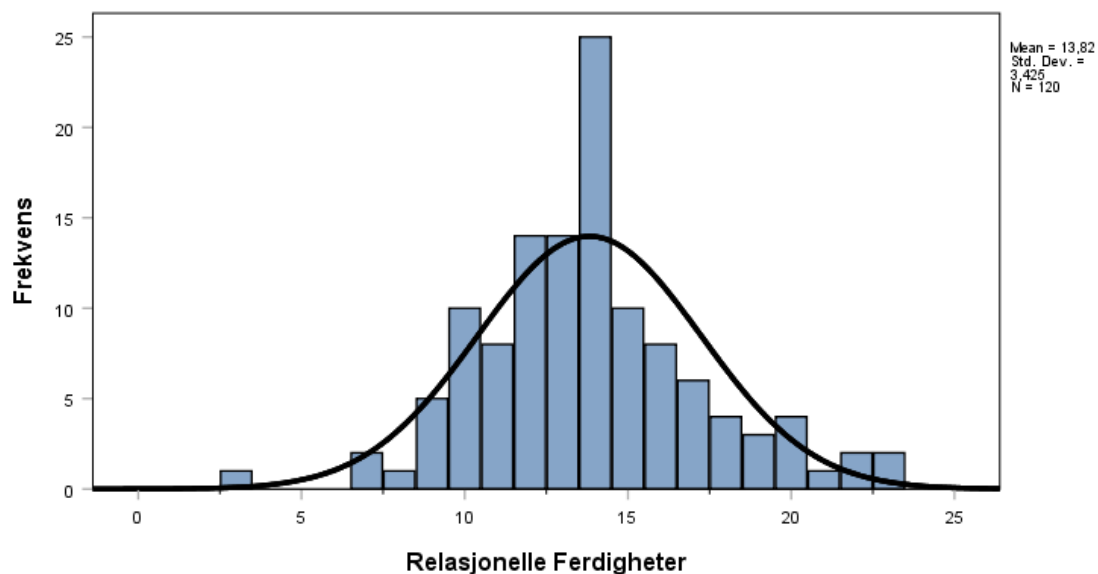


normalfordelt vil skewness og kurtosis være 0. Alle skew og kurtosis verdier som avviker fra 0, indikerer et avvik fra normalfordelingen (Field, 2013). Kurtosis innenfor verdiene +/- 1 er å anse som akseptable. Verdier som er høyere enn 3 eller lavere enn -3 vil kunne regnes som upålitelige. (Westfall, 2014). Dette fremkommer tydelig av variablene subtraksjon (11.622) og subtraksjonsflyt (20.38).

Kontrollvariabelen intelligens er tilnærmet normalfordelt med skewness på 0.001 og kurtosis på -0.124. Denne variabelen vil ikke videre redegjøres for her, da den skal benyttes som en kontrollvariabel videre i analysen.

#### 4.1.1 Vurdering av variabelen relasjonelle ferdigheter

Variabelen relasjonelle ferdigheter har et gjennomsnitt på 13.82, med et standardavvik på 3.43. Skewness og kurtosis er henholdsvis på .316 og .811, og kan sies å være tilnærmet normalfordelt. Variasjonsbredden viser 3-23, og som tyder på at elevene mestrer denne ferdigheten i ulik grad.

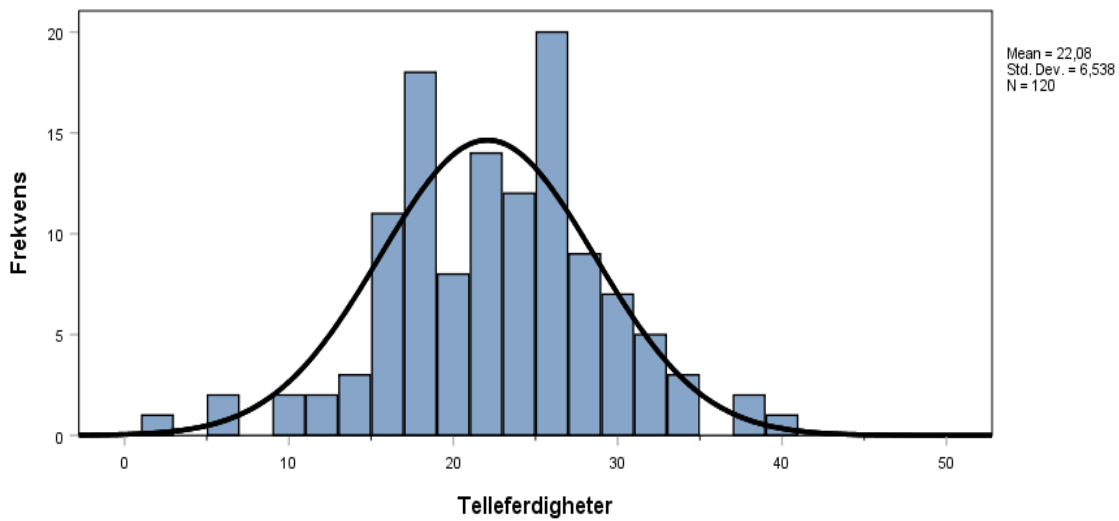


Figur 8. Histogram over fordelingen til variabelen relasjonelle ferdigheter

#### 4.1.2 Vurdering av variabelen telleferdigheter

For variabelen telleferdigheter er gjennomsnittet på 22.08, og standardavviket ligger på 6.54. Skjevhet og kurtosis er på -.143 og .574, og kurven er tilnærmet normalfordelt.

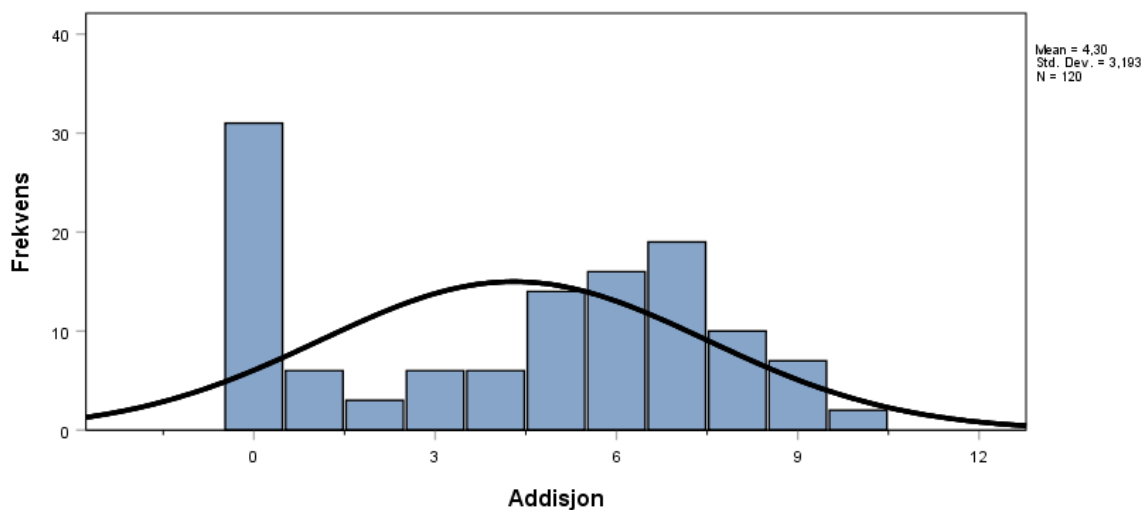
Variasjonsbredden viser en minimumsskåre på 2 og en maksimumsskåre på 39, dette tyder på at elevene mestrer denne ferdigheten i ulik grad.



Figur 9. Histogram over fordelingen til variabelen telleferdigheter

### 4.1.3 Vurdering av variabelen addisjon

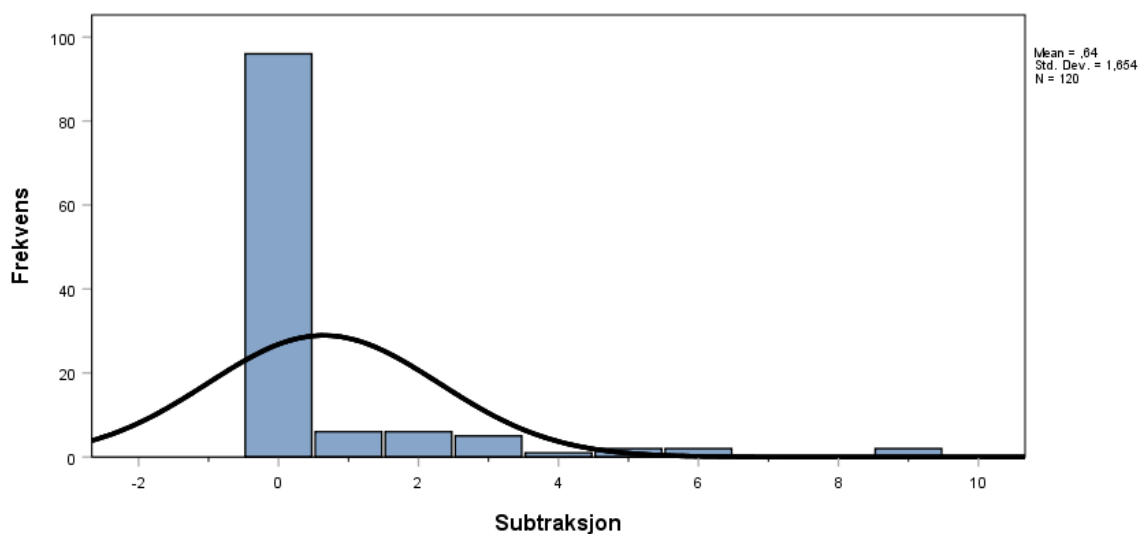
Variabelen addisjon har en gjennomsnittsverdi på 4.30 og standardavviket er på 3.19. Skjevhets og kurtosis er på henholdsvis .176 og -1.380. Minimumsskåren er 0 og maksimumsskåren er 10, som tyder på variasjon i mestring av denne ferdigheten. Av 120 barn er det 30 barn (25 %) som skåret 0 poeng, som viser at de ikke mestrer denne ferdigheten. Det er 68 elever som mestrer 5 oppgaver eller flere. Dette utgjør 57 % av elevene, og tyder på at de fleste elevene mestrer denne ferdigheten i middels eller stor grad.



Figur 10. Histogram over fordelingen til variabelen addisjon

#### 4.1.4 Vurdering av variabelen subtraksjon

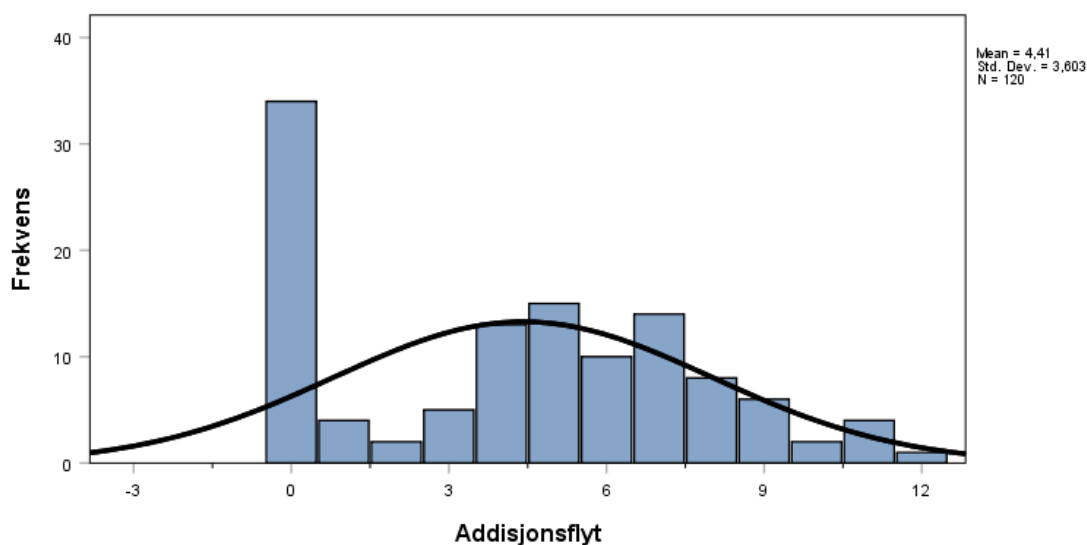
Variabelen subtraksjon har et gjennomsnitt 0.64, og standardavviket er på 1.65. Skjevhet og kurtosis er på 3.275 og 11.622, som indikerer en tydelig skjevhet i distribusjonen og kurtosis verdien tilsier at variabelen ikke er normalfordelt. Minimumsskåren var 0 og maksimumsskåren var 9, men med en nøyere iakttagelse av histogrammet kommer det frem at hele 80 % av elevene mestrer 0 oppgaver i subtraksjon. Dette tyder på at subtraksjon ikke er en ferdighet som mestres av elevene på testtidspunktet.



Figur 11. Histogram over fordelingen til variabelen subtraksjon

#### 4.1.5 Vurdering av variabelen addisjonsflyt

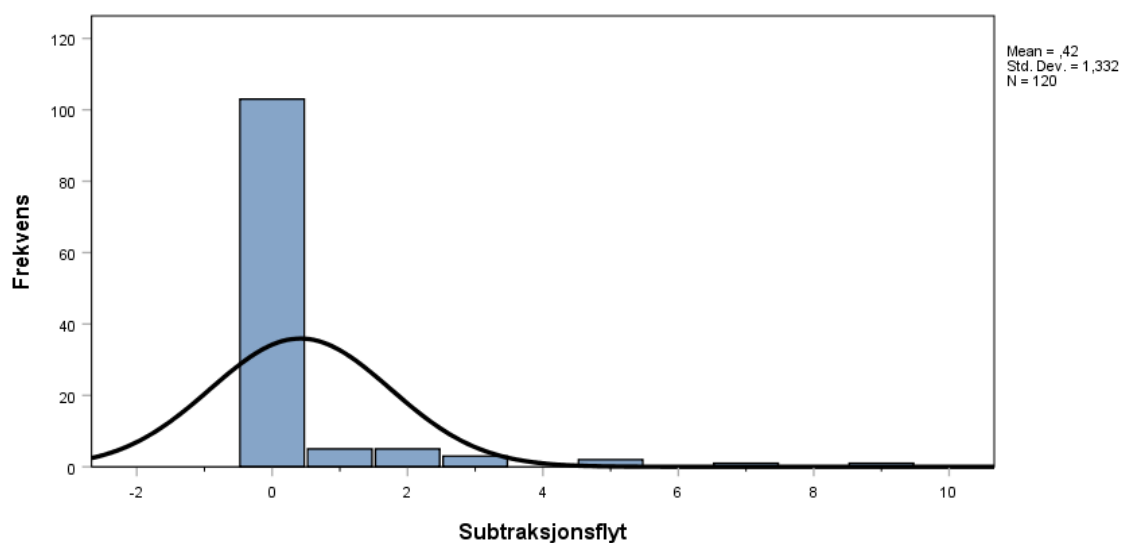
Gjennomsnittet for variabelen addisjonsflyt er 4.41 med et standardavvik på 3.60. Variasjonsbredden er på 0-14, med en skjevhet på .288 og en kurtosis på -.723. Et nærmere blick på histogrammet viser at 28 % av elevene skåret 0, men de resterende elevene fikk 1 poeng eller mer.



Figur 12. Histogram over fordelingen til variabelen addisjonsflyt

#### 4.1.6 Vurdering av variabelen subtraksjonsflyt

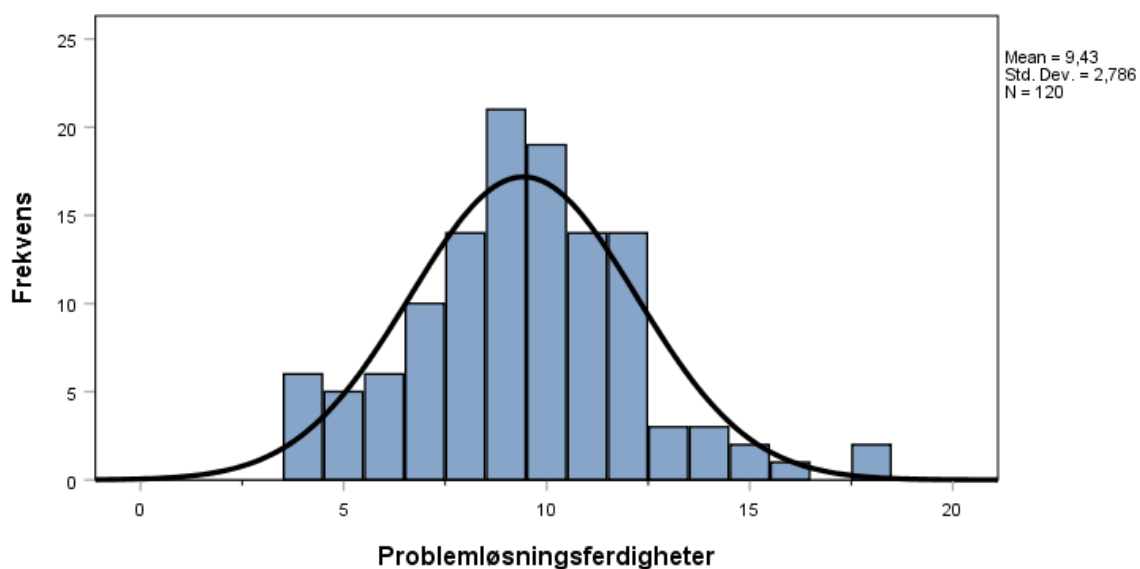
Variabelen subtraksjonsflyt viser et gjennomsnitt på .417 med et standardavvik på 1.33. Skjevhet og kurtosis er på henholdsvis 4.429 og 20.38, hvor begge verdier tydelig viser at kurven ikke er normalfordelt. Variasjonsbredden er på 0-9, og 86 % av elevene har skåret 0 på denne ferdigheten. Dette tyder på denne variabelen har en såkalt gulveffekt. Likhet med variabelen subtraksjon anses denne variabelen som en trussel for videre analyser, og vil derfor ikke bli analysert videre.



Figur 13. Histogram over fordelingen til variabelen subtraksjonsflyt

#### 4.1.7 Vurdering av variabelen problemløsningsferdigheter

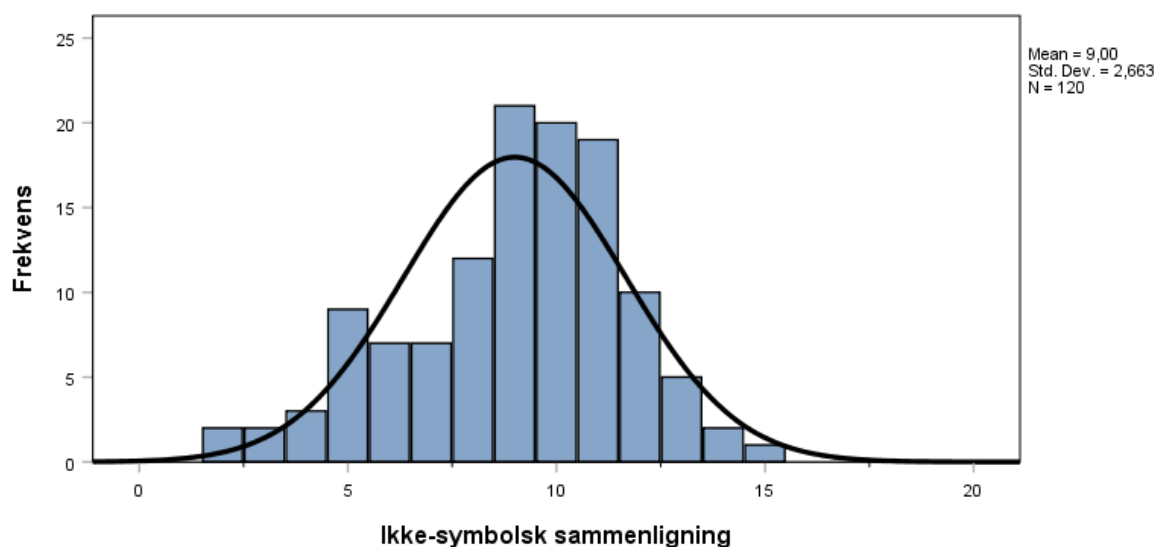
Variabelen problemløsningsferdigheter har en gjennomsnittsverdi på 9.43 med et standardavvik på 2.79. Kurtosis er på .661, som tyder på en ganske normalfordelt kurve med noe flere skårer fordelt i halene. Og skjevheten er på .315 som viser en forskyvning mot venstre, og da flere lave skårer. Men skjevhets- og kurtosisverdiene er her innenfor normalen og verdiene kan anses som gode nok for videre analyser.



Figur 14. Histogram over fordelingen til variabelen problemløsningsferdigheter

#### 4.1.8 Vurdering av variabelen ikke-symbolske sammenligningsferdigheter

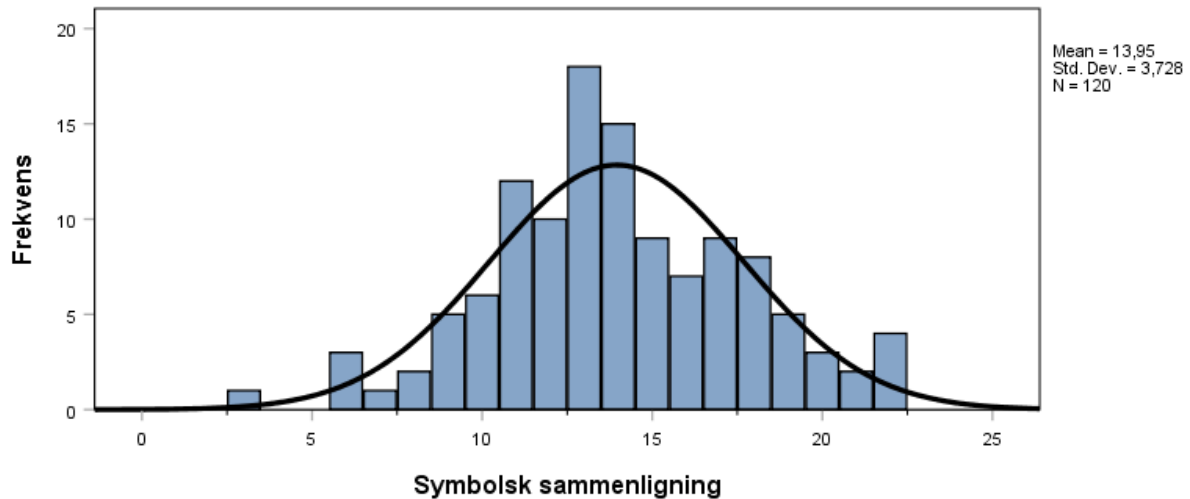
Variabelen ikke-symbolske sammenligningsferdigheter har en gjennomsnittsverdi på 9.00 og et standardavvik på 2.66. Skjevhet og kurtosis er på  $-.497$  og  $-.051$ , med en variasjonsbredde på 2-15. Kurtosis viser å være svakt negativ som indikerer at det er flere skårer fordelt i halene. Skjevheten er negativ og viser at det er flere skårer som heller mot de høye skårene, dette kan tyde på at dette er en ferdighet som elevene mestrer godt på dette alderstrinnet. Da testen har en tilknyttet tidskomponent har den ikke oppnådd noen takeffekt.



Figur 15. Histogram over fordelingen til variabelen ikke-symbolsk sammenligning

#### 4.1.9 Vurdering av variabelen symbolske sammenligningsferdigheter

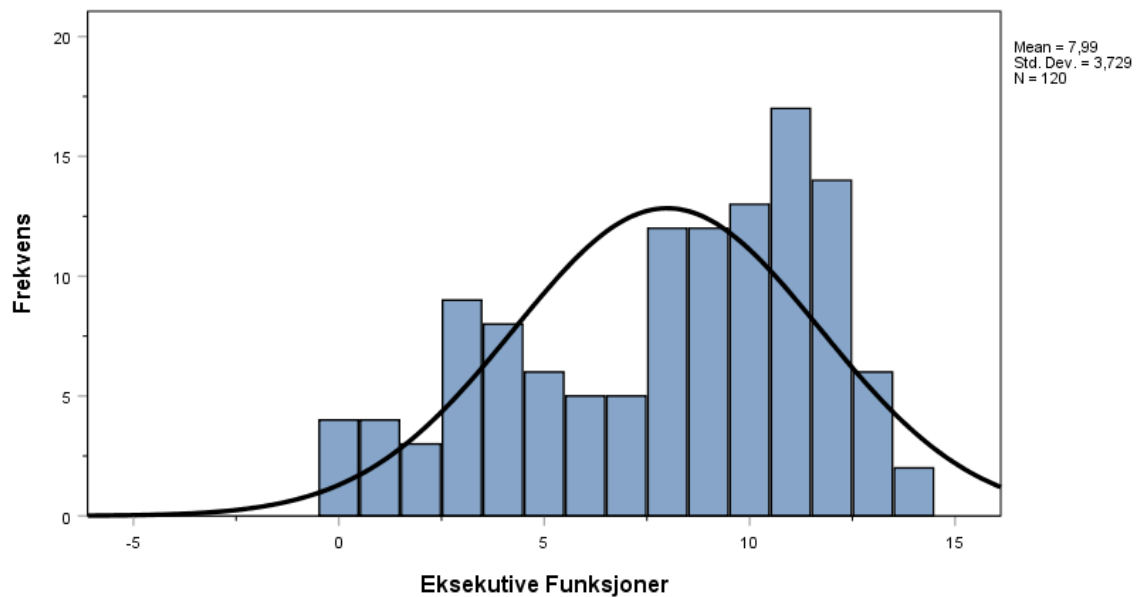
Variabelen symbolske sammenligningsferdighet har gjennomsnittsverdien 13,95 og et standardavvik på 3,73. Skjevhet og kurtosis er på .000 og .072, som tilsier at den er tilnærmet normalfordelt, med en svak positiv kurtosis. Minimumsverdien er på 3 og maksimumsverdien er på 22.



Figur 16. Histogram over fordelingen til variabelen symbolske sammenligning

#### 4.1.10 Vurdering av variabelen eksekutive funksjoner

Variabelen eksekutive funksjoner har gjennomsnittsverdien 7,99 og et standardavvik på 3,73. Minimumsverdien er på 0 og maksimumsverdien er på 14. Skjevhet og kurtosis er på -.530 og -.814, som sier at fordelingen heller mot høyre side. Dette viser at flere av elevene skårer høyt på denne testen, men ingen takeffekt er oppnådd. Kurtosis er negativ og viser at der er færre skårer i halene, samtidig som den kan anses for å være innenfor akseptabel verdi. Denne variabelen anses å være innenfor de krav som er satt for normalfordeling for denne oppgaven og blir brukt videre i analysene.



Figur 17. Histogram over fordelingen til variabelen eksekutive funksjoner

#### 4.1.11 Oppsummering av de deskriptive analysene

Med bakgrunn i deskriptive analysene er følgende variabler vurdert som gode nok for videre analyser; relasjonelle ferdigheter, telleferdigheter, addisjon, addisjonsflyt, problemløsningsferdigheter, ikke-symboliske sammenligningsferdigheter og symbolske sammenligningsferdigheter. Variablene subtraksjon og subtraksjonsflyt er ut i fra kriteriene å anse som en trussel for videre analyser, og blir med bakgrunn i det valgt bort.

## 4.2 Bivariate korrelasjoner

Korrelasjoner måler styrken på relasjonen mellom to variabler. Dette kan omtales som en effektstørrelse, som viser i hvilken grad en variabel skårer på ett mål kan predikere skåren på et annet mål (Field, 2013). Korrelasjon sier ikke noe om årsaksforholdet, dette er grunnet i at en ikke kan si noe om hvilken variabel som kom først, eller hvilke andre alternative forklaringer som kan gis for en antatt effekt (Shadish et al., 2002). Korrelasjonskoeffisienten Pearsons  $r$ , er valgt for i denne masterstudien, for å vise effektmålene mellom de ulike variablene. Korrelasjonen kan være både positiv og negativ, der 0 indikerer at det ikke er noen korrelasjon, og 1/-1 viser til en perfekt korrelasjon mellom variablene (Field, 2013). I tabell 4 er alle variablene målt med Pearsons  $r$ . Korrelasjonskoeffisienter kan betegnes som



svake, moderate eller sterke. Definisjonen av hva som havner innenfor hver kategori vil variere, men som en hovedregel så kan en betegne en svak korrelasjon på .10, en moderat på .30 og en sterk på .50 (Field, 2013).

**Tabell 4. Korrelasjoner mellom målte variabler**

Variabel	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>1. Relasjonelle ferdigheter</b>	-								
<b>2. Telleferdigheter</b>	.616**	-							
<b>3. Addisjon</b>	.515**	.608**	-						
<b>4. Addisjonsflyt</b>	.474**	.527**	.786**	-					
<b>5. Problemløsning</b>	.465**	.660**	.526**	.501**	-				
<b>6. Ikke-symbolsk</b>	0.113	.198*	.263**	.356**	.265**	-			
<b>7. Symbolsk</b>	.364**	.459**	.460**	.560**	.429**	.484**	-		
<b>8. Intelligens</b>	.252**	.484**	.334**	.351**	.512**	.295**	.304**	-	
<b>9. Eksekutive funksjoner</b>	.071	.188*	.257**	.165	.275**	.234**	.183*	.387**	-

*Note:* \* Korrelasjonen er signifikant på .05 nivå (to-halet test), \*\* Korrelasjonen er signifikant på .01 nivå (to-halet test).

De fleste av variablene er signifikant på .01 nivå. For variablene som er signifikante på .01 nivå vil det si at en med 99 % sikkerhet kan si at korrelasjonen ikke skyldes noen tilfeldigheter. Noen av variablene viser en signifikant korrelasjon på .05 nivå, som betyr at en med 95 % sikkerhet kan si at sammenhengen ikke kan skyldes tilfeldigheter (Field, 2013). Videre vil korrelasjonene beskrives i følgende rekkefølge; korrelasjoner mellom eksekutive funksjoner og matematikkferdigheter. Deretter korrelasjon mellom intelligens og matematiske ferdigheter, og til slutt korrelasjonen mellom de ulike matematiske ferdighetene.

Variabelen eksekutive funksjoner viser svake korrelasjoner med variablene telleferdigheter, addisjon, problemløsning, ikke-symbolske sammenligningsferdigheter, symbolske sammenligningsferdigheter og intelligens. I forhold til variablene relasjonelle ferdigheter og addisjonsflyt er det ikke en signifikant korrelasjon. Det kan indikere at den svake korrelasjonen kan skyldes tilfeldigheter. For variabelen intelligens kan en se en moderat korrelasjon med en signifikans på .01 nivå.

Variabelen intelligens viser en sterk korrelasjon til problemløsningsferdighetene (.512) med et signifikansnivå på .01. Det er en moderat korrelasjon til variablene telleferdigheter og addisjon, addisjonsflyt og symbolske sammenligningsferdigheter, og alle har et signifikansnivå på .01. Variablene relasjonelle ferdigheter og ikke-symbolske sammenligningsferdigheter viser en svak korrelasjon til intelligens.

De relasjonelle ferdighetene viser en sterk korrelasjon til addisjon (.515,  $p < .01$ ). For variablene addisjonsflyt (.474,  $p < .01$ ), problemløsning (.465,  $p < .01$ ), og symbolske sammenligningsferdigheter (.364,  $p < .01$ ) viser det en moderat korrelasjon. Det er en svak korrelasjon til ikke-symbolske sammenligningsferdigheter (.113) og korrelasjonen er ikke signifikant.

For variabelen telleferdigheter er det en sterk samvariasjon med relasjonelle ferdigheter (.616,  $p < .01$ ), addisjon (.608,  $p < .01$ ), addisjonsflyt (.527,  $p < .01$ ), og problemløsning (.660,  $p < .01$ ). Det er en moderat korrelasjon til variabelen symbolske sammenligningsferdigheter (.459,  $p < .01$ ), mens til ikke-symbolske sammenligningsferdigheter (.198,  $p < .05$ ) er korrelasjonen svak.

Addisjon viser en sterk korrelasjon til addisjonsflyt (.786,  $p < .05$ ), og problemløsning (.526,  $p < .05$ ). Det er en moderat korrelasjon for variablene ikke-symbolske sammenligningsferdigheter (.263,  $p < .01$ ) og symbolske sammenligningsferdigheter (.460,  $p < .01$ ).

Addisjonsflyt viser en sterk samvariasjon med problemløsningsferdighetene (.501,  $p < .01$ ), og de symbolske sammenligningsferdighetene (.560,  $p < .01$ ). Det er en moderat korrelasjon til ikke-symbolske sammenligningsferdigheter (.356,  $p < .01$ ).

Problemløsningsferdighetene viser en moderat samvariasjon til symbolske sammenligningsferdigheter (.429,  $p < .01$ ). Det er en svak korrelasjon med ikke-symbolske sammenligningsferdigheter (.265,  $p < .01$ ).

Korrelasjonen mellom den symbolske- og ikke-symbolske sammenligningsferdigheten er moderat (.484,  $p < .01$ ).

Totalt sett er det ikke noen sterke korrelasjoner til de eksekutive funksjonene. Det er bare moderate og svake korrelasjoner som er funnet. Den høyeste korrelasjonen er til intelligens, men denne korrelasjonen er kun moderat. Generelt sett viser de eksekutive funksjonene å ha

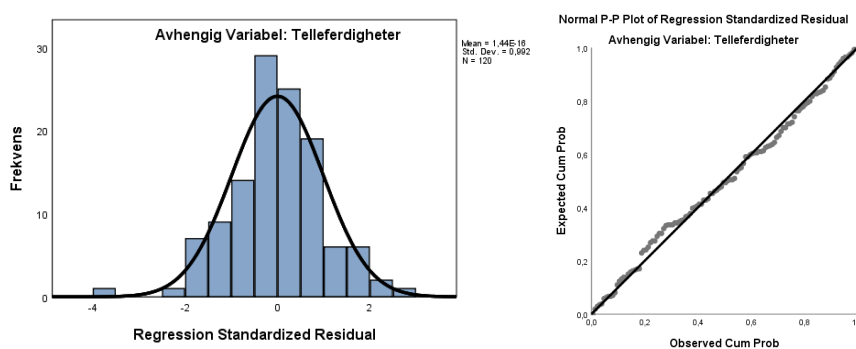
svake korrelasjoner til de ulike matematiske ferdighetene. Variablene relasjonelle ferdigheter og addisjonsflyt vil ikke bli analysert videre, da de ikke viser noen signifikant korrelasjon til de eksekutive funksjonene.

## 4.3 Hierarkisk multippel regresjonsanalyse

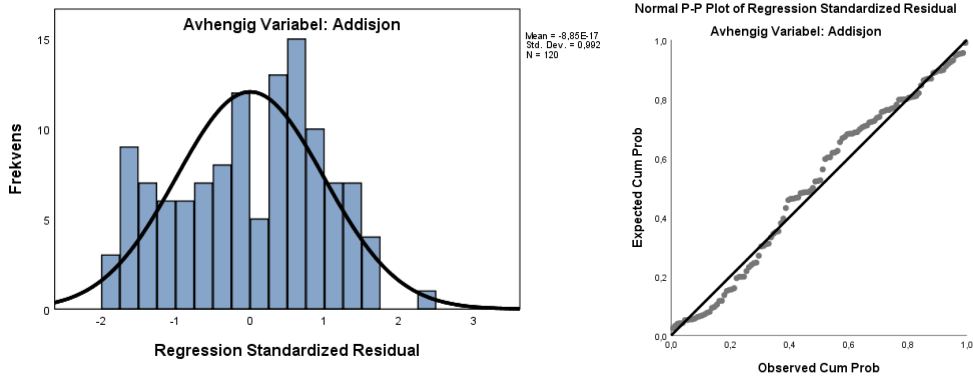
### 4.3.1 Kriterier for gjennomføring av regresjonsanalysen

Før gjennomføringen av regresjonsanalysen, ble flere aktuelle antagelser sjekket. Dette ble sjekket med bakgrunn i at flere kriterier må bli møtt, for at en skal kunne gjennomføre en regresjonsanalyse (Field, 2013). De ulike antagelsene må bli møtt for at en skal kunne si noe utover de aktuelle resultatene i fra masterstudiet, sagt på en annen måte det gir en mulighet for generalisering av undersøkelsens resultater (Field, 2013). For denne studien har det blitt undersøkt følgende antagelser; *normal distribusjon, lineære forhold, uavhengige feil* (Durbin-Watson test).

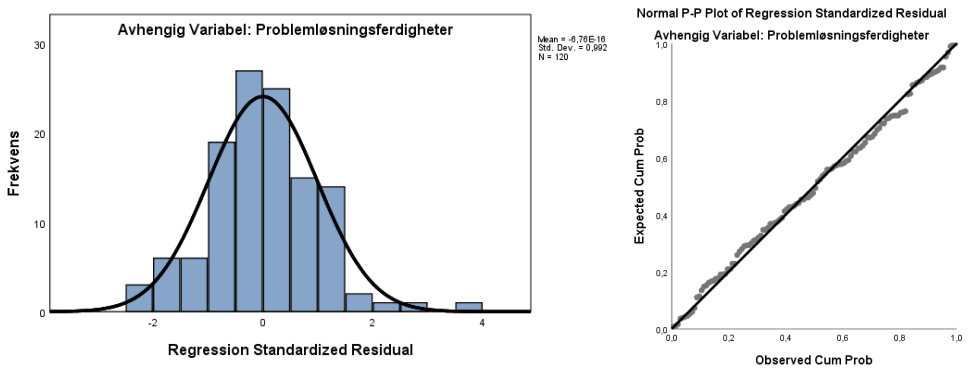
For normalfordelingen er normale verdier tilnærmet 0. Resultatene fra de ulike antagelsene viser at normalfordelingen tyder på å være innenfor akseptable områder. For de lineære forholdene har alle modellene akseptabel linearitet, som viser at utfallsvariabelen har en lineær relasjon til prediktorene. For Durbin-Watson testen er akseptable verdier regnet å ligge innenfor 1-3 (Field, 2013), for de aktuelle variablene ligger verdiene fra 1,748 – 2,018. Dette er innenfor de akseptable verdiene, og tyder på at det ikke er en korrelasjon til residualene ved siden av (Kleven, 2002b). Normalfordelingen og de lineære forholdene er videre illustrert i figur



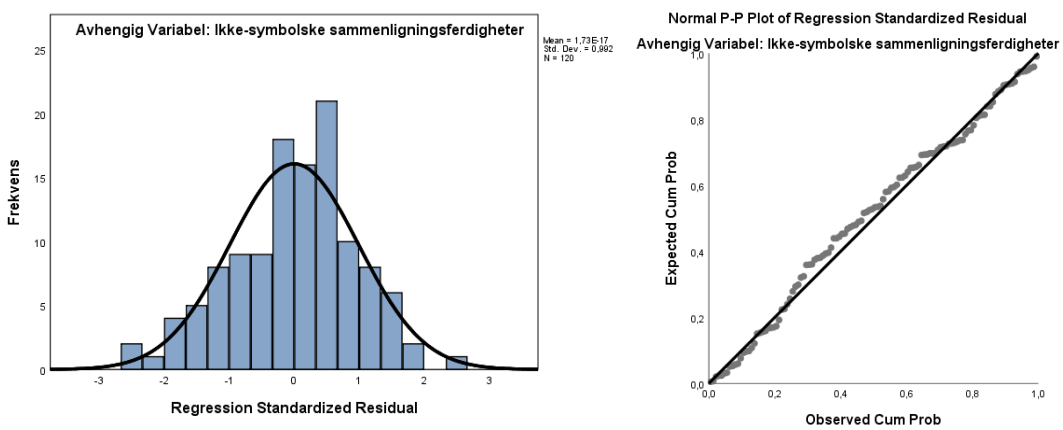
Figur 18. Telleferdigheter, Normalfordeling og lineære forhold



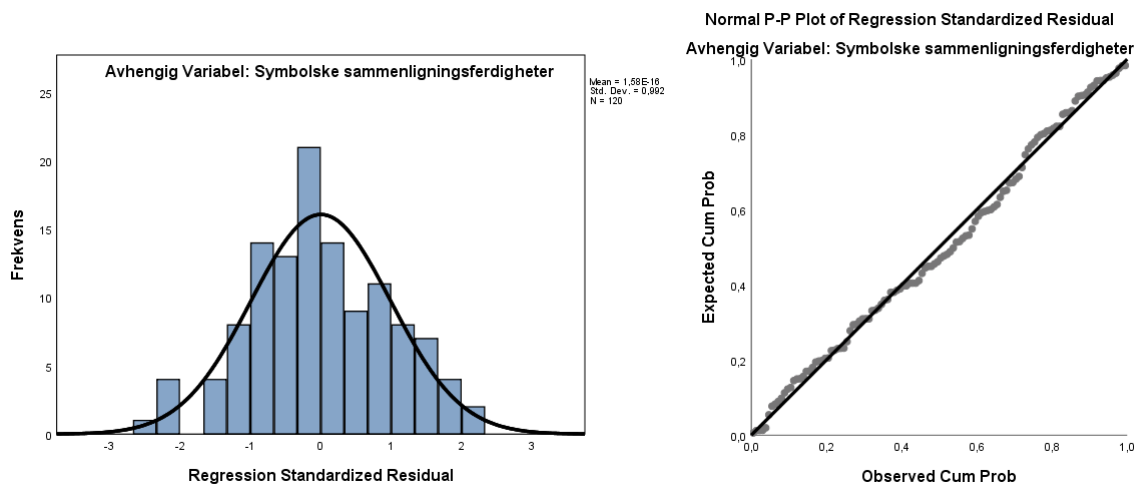
Figur 19. Addisjon, Normalfordeling og lineære forhold



Figur 20. Problemløsningsferdigheter, Normalfordeling og lineære forhold



Figur 21. Ikke-symbolske sammenligningsferdigheter, Normalfordeling og lineære forhold



Figur 22. Symbolske sammenligningsferdigheter, Normalfordeling og lineære forhold

Da antagelsene ble møtt ble variablene (telleferdigheter, addisjon, problemløsningsferdigheter, ikke-symbolske sammenligningsferdigheter og symbolske sammenligningsferdigheter) tatt med videre i regresjonsanalysen.

### 4.3.2 Hierarkisk multipel regresjonsanalyse

For å kunne studere sammenhengen mellom ulike variabler, vil det videre presenteres en hierarkisk multipel regresjonsanalyse. Denne analysen gir innsikt i hvilken betydning de eksekutive funksjonene har for matematikkferdigheter hos elever som er lavt-presterende. De eksekutive funksjonene er her satt som en uavhengig variabel. De fem avhengige variablene er telleferdigheter, addisjon, problemløsningsferdigheter, ikke-symbolske sammenligningsferdigheter og symbolske sammenligningsferdigheter. Kontrollvariabelen for denne analysen er intelligens. I steg 1 er intelligens prediktor, og i steg 2 er eksekutive funksjoner lagt inn. Modell 2 blir videre vurdert opp mot modell 1, og en eventuell forskjell sies å være statistisk signifikant/ikke statistisk signifikant. Den individuelle effekten fra variablene kan leses av fra betaverdiene. Tabell 5 rapporterer resultatene fra regresjonsanalysen.

Tabell 5. Hierarkiske multiple regresjonsanalyser som predikerer de avhengige variablene ut i fra eksekutive funksjoner (EF) og intelligens (Raven).

N=120	B	SEB	$\beta$	t	p	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> change
<b>Telleferdigheter</b>							
<b>Steg 1</b>						.235	
Raven	.704	.117	.484	6.012	.000		
<b>Steg 2</b>						.235	.000 (n.s.)
Raven	.704	.128	.484	5.520	.000		
EF	-8,606E-5	.154	.001	-.001	1.000		
<b>Addisjon</b>							
<b>Steg 1</b>						.112	
Raven	.237	.062	.334	3.849	.000		
<b>Steg 2</b>						.131	.019 (n.s.)
Raven	.196	.066	.276	2.950	.004		
EF	.129	.080	.150	1.607	.111		
<b>Problemløsning</b>							
<b>Steg 1</b>						.262	
Raven	.317	.049	.512	6.474	.000		
<b>Steg 2</b>						.269	.007 (n.s.)
Raven	.295	.053	.477	5.562	.000		
EF	.068	.064	.091	1.058	.292		
<b>Ikke-symbolsk</b>							
<b>Steg 1</b>						.087	
Raven	.175	.052	.295	3.351	.001		
<b>Steg 2</b>						.104	.017 (n.s.)
Raven	.142	.056	.240	2.529	.013		
EF	.101	.068	.141	1.490	.139		
<b>Symbolsk</b>							
<b>Steg 1</b>						.092	
Raven	.252	.077	.304	3.466	.001		
<b>Steg 2</b>						.097	.005 (n.s.)
Raven	.228	.084	.274	2.881	.005		
EF	.076	.096	.076	.800	.425		

Note. n.s = ikke signifikant

### 4.3.3 Telleferdigheter

De eksekutive funksjonene forklarer ikke noe av variasjonen i telleferdigheter når det er kontrollert for intelligens. Analysen viser at modell 2 forklarer 23,5 % som er det samme som modell 1. De eksekutive funksjonene har ikke en statistisk signifikant effekt ( $p = 1.000$ ).

Intelligens forklarer alene 23,5 % av variasjonen i telleferdigheter. Betavardiene for telleferdigheter viser at hvis skårene for intelligensen øker med ett standardavvik så vil telleferdigheter øke med 0.484 SD. Samme økning for de eksekutive funksjonene vil kun gi en økning på 0.001 SD. Men den lille effekten skal tolkes med varsomhet da funnet ikke er statistisk signifikant.

#### **4.3.4 Addisjon**

Variabelen addisjon viser at eksekutive funksjoner forklarer 1,9 % av den unike variasjonen til denne ferdigheten. Effekten av eksekutive funksjoner er ikke statistisk signifikant ( $p = 0.111$ ). Modell 2 viser 13,1 % som så vidt er mer enn modell 1 (11,2 %). Totalt sett forklarer eksekutive funksjoner og intelligens 13,1 % av variasjonen i variabelen addisjon. Et blikk på betaverdiene viser at en økning i intelligens med et standardavvik vil gi en økning i addisjon på 0.276 standardavvik, og en tilsvarende økning på de eksekutive funksjonene gir kun en økning på 0.150.

#### **4.3.5 Problemløsningsferdigheter**

Modell 2 forklarer mer av variasjonen enn det modell 1 gjør. De eksekutive funksjonene forklarer 0,7 % av den unike variasjonen i problemløsningsferdigheter når det er kontrollert for intelligens. Effekten av eksekutive funksjoner er dermed ikke statistisk signifikant ( $p = 0.292$ ). Totalt sett så forklarer de eksekutive funksjonene og intelligens 26,9 % av variasjonen til problemløsningsferdighetene. Et nærmere blikk på betaverdiene viser at en økning på et standardavvik for intelligens vil gi en økning på 0.477 for problemløsningsferdighetene. En økning med et standardavvik for de eksekutive funksjonene vil kun gi en økning på 0.091 for problemløsningsferdighetene.

#### **4.3.6 Ikke-symbolske sammenligningsferdigheter**

Regresjonsanalysen viser at modell 2 forklarer mer av variasjonen enn modell 1 gjør. Modell 2 viser at de eksekutive funksjonene forklarer 1,7 % av variasjonen til ikke-symbolske sammenligningsferdigheter når det er kontrollert for intelligens. Effekten av ikke-symbolske sammenligningsferdigheter er ikke statistisk signifikant ( $p = 0.139$ ). Samlet sett forklarer de eksekutive funksjonene og intelligens 10,4 % av variasjonen til de ikke-symbolske sammenligningsferdighetene. Betaverdiene viser at en økning med et standardavvik for de intelligens vil gi en økning på 0.240 for ikke-symbolske sammenligningsferdighetene, mens samme økning for de eksekutive funksjonene ville kun gitt en økning på 0.141.

### 4.3.7 Symbolske sammenligningsferdigheter

De eksekutive funksjonene forklarer alene 0,5 % av variasjonen til symbolske sammenligningsferdigheter når det er kontrollert for intelligens. Eksekutive funksjoner og intelligens forklarer totalt sett 9,7 % av variasjonen innen symbolske sammenligningsferdigheter. Effekten av de symbolske sammenligningsferdighetene er heller ikke statistisk signifikant ( $p = 0.425$ ). Effektmålet viser at økning med ett standardavvik for intelligens vil gi en økning med 0.274 for de symbolske sammenligningsferdighetene. For de eksekutive funksjonene vil økningen for de symbolske sammenligningsferdighetene kun være på 0.076.

## 4.4 Oppsummering av analyser og funn

Kapittelet har tatt for seg den deskriptive statistikken, her ble hver av variablene presentert med gjennomsnitt, standardavvik, variasjonsbredde, skewness og kurtosis. To av variablene (subtraksjon, subtraksjonsflyt) ble valgt bort da de viste for store avvik innenfor kriteriene for skewness og kurtosis. Flere av variablene viste stor variasjon i antall oppgaver mestret, men de resterende variablene ble vurdert som akseptable for de videre analysene.

I vurdering av korrelasjonsanalysen viste resultatene at det ikke var noen sterk korrelasjon mellom de eksekutive funksjonene og de avhengige variablene for matematiske ferdigheter. Variabelen intelligens ble vurdert til å ha en moderat korrelasjon til de eksekutive funksjonene, selv om dette var den høyeste korrelasjonen til de eksekutive funksjonene. To av variablene (relasjonelle ferdigheter, addisjonsflyt) hadde en ikke statistisk signifikant korrelasjon til de eksekutive funksjonene, og ble derfor ekskludert fra videre analyser. Generelt sett er det svake korrelasjoner mellom de eksekutive funksjonene og de avhengige matematiske variablene.

I neste steg av analysen ble det utført en regresjonsanalyse. Selv om det ble funnet en signifikant korrelasjon mellom de eksekutive funksjonene og de ulike matematiske ferdighetene, viste det at når det ble kontrollert for intelligens hadde de eksekutive funksjonene ikke en unik variasjon eller effekt utover intelligens. Dermed viser resultatene fra denne analysen at de eksekutive funksjonene i svært liten grad kunne være med på å forklare variasjonen til de ulike matematiske variablene. For variablene; telleferdigheter, problemløsning og symbolske sammenligningsferdigheter, var det mindre enn 1 % som de



eksekutive funksjonene kunne forklare når det var kontrollert for intelligens. For variablene addisjon og ikke-symboliske sammenligningsferdigheter kunne de eksekutive funksjonene kun forklare henholdsvis 1,9 % og 1,7 % av variasjonen når det var kontrollert for intelligens.

Resultatene vil videre blir drøftet i neste kapittel i lys av empirisk grunnlag og mulige pedagogiske implikasjoner og validitetsteori.

## 5 Drøfting av resultater

Problemstillingen og forskningsspørsmålene vil i denne delen besvares og drøftes i lys av teori og empiri. Begrensninger som er tilknyttet denne masterstudien vil også drøftes her. De pedagogiske implikasjonene trekkes inn, for å si mer om betydningen av funnene fra denne undersøkelsen opp mot den pedagogiske praksisen ute i feltet. De ulike validitetsaspektene vil bli drøftet sammen med andre begrensninger tilknyttet funnene i denne undersøkelsen. Til slutt vil det gis en kort oppsummering med et innblikk i veien videre.

### 5.1 Resultatene sett i lys av tidligere forskning

En gjennomgang av de statistiske analysene i fra kapittel 4, viser at det finnes en sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og de ulike matematiske ferdighetene. Men når det blir kontrollert for intelligens, så er det i hovedsak intelligensen som forklarer sammenhengen til de matematiske ferdighetene. Disse funnene skiller seg i stor grad fra aktuell teori og empiri. Videre vil funnene fra denne undersøkelsen drøftes i lys av den aktuelle teorien og empirien.

#### 5.1.1 I hvilken grad kan eksekutive funksjoner forklare unik variasjon i matematikk når det er kontrollert for intelligens?

De eksekutive funksjonene er i flere undersøkelser funnet å kunne predikere senere matematiske ferdigheter (Clark et al., 2013; Geary & vanMarle, 2016), samtidig som forholdet mellom dem kan sies å være kompleks (Mazzocco & Kover, 2007). I denne undersøkelsen ble de eksekutive funksjonene målt med testen Tower of London (Culbertson & Zillmer, 1999), som måler den komplekse eksekutive funksjonen planlegging og kjerneferdigheten inhibisjon. Funnene fra denne analysen vise at de eksekutive funksjonene i svært lav grad kunne forklare den unike variasjonen i matematikk, etter at det var kontrollert for intelligens. For den domenegenerelle årsaksforklaringen er det funnet at betydningen av intelligens for de matematiske ferdighetene er stor (Deary et al., 2007; Geary et al., 2017). Men koblingen mellom de eksekutive funksjonene og intelligens er også omdiskutert (Arán Filippetti & Richaud, 2017; Brydges et al., 2012; Conway et al., 2003; Engelhardt et al., 2016). Den genetiske overlappen mellom intelligens og eksekutive funksjoner kan tyde på at det er en sammenheng mellom de kognitive ferdighetene (Engelhardt et al., 2016). Det vil videre drøftes i hvilken grad de eksekutive funksjonene kan forklare unik variasjon når det er

kontrollert for intelligens. I denne delen vil ulike eksekutive funksjoner kobles opp mot de matematiske ferdighetene generelt, og koblingen mellom de eksekutive funksjonene og de ulike matematiske ferdighetene vil bli drøftet under det andre forskningsspørsmålet.

### **Undersøkelser som har sett på gruppesammenligninger**

Ulike undersøkelser har sett på sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene. Det vil her også være av interesse å se hvordan undersøkelser av gruppesammenligninger har sett på sammenhengen mellom disse to ferdighetene for elever som er lavt-presterende og elever som presterer normalt i matematikk. Geary et al. (2007) så på hvilke underliggende kognitive faktorer som kunne være med å forklare matematikkvansker. Funnene tydet på at det i hovedsak var sentral eksekutiven som kunne forklare matematikkvanskene for de elevene som hadde de alvorligste matematikkvanskene. Her ble de eksekutive funksjonene målt som et helhetlig konstrukt. Men flere av komponentene i arbeidsminnet var også med på å forklare forskjeller i prestasjon på de ulike områdene i matematikk. Disse funnene tyder på at det er flere faktorer som spiller en rolle for de matematiske ferdighetene, og kan være med på å forklare noe av de ulike resultatene fra undersøkelser som har sett på denne typen sammenheng. Slikt sett vil målingen av de ulike kognitive faktorene, som eksekutive funksjoner, ikke kunne utelukke andre faktorer som påvirker målingen av en bestemt kognitiv funksjon. Dette kan også knyttes til task-impurity problematikken som viser at mål av de enkelte kjernekomponentene eller de komplekse eksekutive funksjonene ikke kan utelukke mål av andre eksekutive funksjoner (Miyake & Friedman, 2012; Shaul & Schwartz, 2014). Målene som ble brukt i undersøkelsen til Geary et al. (2007) tok for seg flere underliggende kognitive faktorene som kunne være med på å forklare elevenes matematiske ferdigheter. Og for elevene som viste de alvorligste formen for matematikkvansker var sentral eksekutiven en av hovedfaktorene som var med på å forklare denne elevgruppens vansker. Det ble funnet at forskjellene mellom gruppen som var lavt-presterende og gruppen som har alvorlige matematikkvansker, kunne knyttes til de eksekutive funksjonene og da spesielt til oppmerksomhet (Geary et al., 2007). Sett i sammenheng med resultatene fra denne masterstudien, så kan en ikke se den samme sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og ferdighetene i matematikk for elevene som er lavt-presterende i matematikk. Disse to undersøkelsene har ikke tatt for seg samme mål av de eksekutive funksjonene, som gir dem et svakere sammenligningsgrunnlag.

## **Eksekutive funksjoner hos lavt-presterende elever**

De eksekutive funksjonene simultan prosessering og lagring av tallinformasjon og verbal informasjon har vist seg å ha sammenheng med matematikkferdighetene for elever som er lavt-presterende (Andersson & Lyxell, 2007). I likhet med Geary et al. (2007) så denne undersøkelsen på hvilke kognitive faktorer som kunne være med på å forklare matematikkferdighetene for elever som var lavt-presterende. Men undersøkelsen til Andersson og Lyxell (2007) sammenlignet de lavt-presterende elevene med alders-matchet kontrollgruppe, og her tydet resultatene på at de lavt-presterende elevene skåret betraktelig svakere på mål av de eksekutive funksjonene. Dette funnet er ikke unikt for denne undersøkelsen, og finner støtte i flere andre undersøkelser (McLean & Hitch, 1999; Passolunghi & Siegel, 2004). Derimot kan en se at de lavt-presterende elevene i denne undersøkelsen ikke presterer veldig lavt på målene av de eksekutive funksjonene. Selv om målene av de eksekutive funksjonene ikke er de samme, kan en ut i fra den tidligere forskningen ha en viss forventning om at elevene som presterer lavt i matematikk også i denne undersøkelsen ville prestert lavere på målet av de eksekutive funksjonene. Men målet for eksekutive funksjoner, som i denne undersøkelsen er planlegging og inhibisjon, viser at 43 % av elevene mestrer over halvparten av oppgavene. Men samtidig er det ikke gjort et skille mellom elevene som er lavt-presterende og elevene som har alvorlige vansker i denne undersøkelsen. Dermed kan en heller ikke si noe om graden av vansker elevene har sammenlignet med de eksekutive funksjonene. Kriteriene for valgt kutt punkt kan også gjøre det mer utfordrende å sammenligne undersøkelsene. Anderson og Lyxell (2007) satte ikke kutt punkt for sin studie, men inkluderte elever som hadde vedtak om spesialundervisning, dette stiller seg ikke likt med kriteriene for denne undersøkelsen. Da det for denne undersøkelsen var inkludert både elever med og uten vedtak om spesialundervisning, og kutt-punktet var satt til 32 persentil. Slikt sett har de ikke samme type utvalg og sammenlignbarheten blir her svakere.

## **De ulike eksekutive funksjoners sammenheng med matematikkferdigheter generelt**

Flere undersøkelser har sett nærmere på de ulike eksekutive funksjonenes sammenheng med matematikkferdigheter. Det kan her være interessant å se nærmere på hvilke ulike eksekutive funksjoner som har vist seg å ha sammenheng med matematikkferdigheter generelt. Espy et al. (2004) fant i sin undersøkelse at den eksekutive funksjonen inhibisjon kunne forklare 12 % av variasjonen i de matematiske ferdighetene når det var kontrollert for intelligens. De

eksekutive funksjonene oppdatering og kognitiv fleksibilitet forklarte på sin side mindre grad av variasjonen i matematikkferdighetene. En styrke for undersøkelsen til Espy et al. (2004) er de omfattende målene av de eksekutive funksjonene. Dette gir undersøkelsen et bredere grunnlag for å undersøke sammenhengen mellom de ulike eksekutive funksjonene og deres sammenheng med de tidlige matematiske ferdighetene. Funnene i undersøkelsen til Espy et al. (2004) er i kontrast til denne undersøkelsens funn. Selv om inhibisjon er en del av det som blir målt i variabelen eksekutive funksjoner er det ikke funnet noen statistisk signifikant sammenheng mellom variabelen eksekutive funksjoner og de ulike matematiske ferdighetene. Begge undersøkelsene har kontrollert for intelligens, men denne undersøkelsen har i motsetning til Espy et al. (2004) sett på flytende intelligens. Dette kan ha hatt en betydning for resultatene fra regresjonsanalysene i begge undersøkelser, da flere undersøkelser har funnet en overlapp i mål av den flytende intelligensen og eksekutive funksjoner (Conway et al., 2003; Engelhardt et al., 2016). Typen intelligens som det er blitt kontrollert for kan slikt sett ha hatt en betydning for resultatene i de ulike undersøkelsene. Målet av de eksekutive funksjonene i Espy et al. (2004) har målt kjerneferdighetene med flere mål, og kan anses å være et bedre mål. Undersøkelsen kan da tydeligere skille mellom de eksekutive funksjonene, og slikt sett minimere kryssforurensingen mellom dem (Bull & Lee, 2014).

### **Den eksekutive funksjonen oppdatering sammenheng med matematikkferdigheter**

Flere undersøkelser har funnet en sammenheng mellom den eksekutive funksjonen oppdatering og matematikkferdigheter (Friso-van den Bos et al., 2013; Lee et al., 2012; Monette et al., 2011). Resultatene fra metaanalysen til Friso-van den Bos et al. (2013) viste at det var størst sammenheng mellom de matematiske ferdighetene og den eksekutive funksjonen verbal oppdatering, og slikt sett kan det se ut til at det er kjerneferdigheten oppdatering som har størst betydning for de matematiske ferdighetene. Både inhibisjon og kognitiv fleksibilitet viste seg å være de komponentene (av hele arbeidsminnet) som hadde svakest sammenheng med de matematiske ferdighetene, og kan sies å ha mindre betydning for de matematiske ferdighetene. Samtidig har oppdatering har også vist seg å være den eksekutive funksjonen som har størst betydning for de tidlige matematiske ferdighetene (Lee et al., 2012), og den har samtidig vist å ha en sterk sammenheng med skolefaglig oppnåelse mer generelt (Monette et al., 2011). Dette funnet kan tyde på at det er kjerneferdighetene oppdatering som har størst betydning for de tidlige matematiske ferdighetene, men også for skoleferdigheter mer generelt. Men et interessant funn i metaanalysen (Friso-van den Bos et

al., 2013) var at det var høyest korrelasjon mellom de matematiske ferdighetene og de eksekutive funksjonene når de matematiske ferdighetene som ble målt ikke ble delt opp i mindre ferdigheter. Dette kan være en indikasjon på at det er en større sammenheng mellom matematiske ferdigheter generelt og de eksekutive funksjonene. Metaanalysen tok for seg alle komponentene i arbeidsminnet, og alle komponentene viste en statistisk signifikant sammenheng med de matematiske ferdighetene. Den sterkeste sammenhengen ble samtidig funnet for de undersøkelsene som tok for seg mål av de matematiske ferdighetene som inkluderte flere ferdigheter i ett mål. Funn fra metaanalysen viser slikt sett at det ikke er en sterk sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og enkelte matematiske ferdigheter. Dette kan ha en sammenheng med at de enkelte ferdighetene i matematikk ikke er like avhengig av de eksekutive funksjonene, (Friso-van den Bos et al., 2013). Enklere regneoppgaver vil da ikke nødvendigvis være like avhengig av de eksekutive funksjonene, enn det mer komplekse problemløsningsoppgaver kan være (Best et al., 2011). Målet for denne masterstudien var å finne ut om det kunne være en sammenheng mellom eksekutive funksjoner og de tidlige matematiske ferdighetene, og dermed er det valgt en mer spesifikk inndeling av de ulike matematiske ferdighetene. Dette vil videre drøftes under neste forskningsspørsmål.

Da det for denne undersøkelsen har blitt målt planlegging som er en kompleks eksekutiv funksjon, så kan det også være av interesse å se på hva andre undersøkelser har funnet av sammenheng mellom komplekse eksekutive funksjoner og de matematiske ferdighetene. Kroesbergen et al. (2010) fant at de komplekse eksekutive funksjonene planlegging, oppmerksomhet, simultan- og suksessiv prosessering, kunne forklare 46,5 % av variasjonen i de tidlige matematiske ferdighetene.

### **5.1.2 Forklarer eksekutive funksjoner i større grad variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre?**

Resultatene i fra analysen viser at eksekutive funksjoner ikke forklarer større grad av variasjon for noen aspekter ved matematikk enn for andre. Den lille variasjonen som gjenstår når det er kontrollert for intelligens, skal tolkes med varsomhet. Da funnene ikke er statistisk signifikante kan det skyldes tilfeldigheter at det fortsatt er en sammenheng mellom variablene når det er kontrollert for intelligens. Korrelasjonsanalysen viste at det kun var en svak sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og telleferdigheter, addisjon,

problemløsningsferdigheter, ikke-symboliske og symbolske sammenligningsferdigheter. Korrelasjonen kan anses å være svak, men er fortsatt statistisk signifikant. Dette står delvis i kontrast til funnene til Gerst et al. (2017), hvor funnene viste at det var en sammenheng mellom de eksekutive funksjonene planlegging og inhibisjon med regneferdighetene. Sammenligningsgrunnlaget mellom den studien og denne masterstudien er valg av målene av de matematiske ferdighetene. Gerst et al. (2017) har brukt ett mål av regneferdigheter uten å dele det inn noen av regneartene, i motsetning til denne undersøkelsen hvor det er oppdelt i ulike matematiske ferdigheter. Samtidig er ikke aldersgruppene i studien til Gerst et al (2017) sammenlignbar til denne masterstudien. Begge undersøkelsene har også funnet at det er en sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene, men i denne masterstudien forsvinner denne sammenhengen når det blir kontrollert for flytende intelligens. I undersøkelsen til Gerst et al. (2017) blir det derimot ikke kontrollert for noe. Det kan kanskje tenkes at funnene i den undersøkelsen hadde hatt et annet utfall hvis det hadde blitt kontrollert for intelligens, og hvis det hadde hatt flere mål av de matematiske ferdighetene.

Flere andre undersøkelser har også funnet en sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og ulike matematiske ferdigheter (Bull et al., 2011; Lan et al., 2011; Röthlisberger et al., 2013). Bull et al. (2011) fant en sammenheng mellom eksekutive funksjoner og de matematiske ferdighetene subitizing, telleferdigheter, subtraksjon og addisjon, for normaltpresterende barn i 4-6 års alderen. En rekke eksekutive funksjoner ble testet, deriblant planlegging. I motsetning til denne undersøkelsen benyttet Bull et al. (2011) seg av en konfirmatorisk faktoranalyse, som ga muligheten til å undersøke de latente variablene for de eksekutive funksjonene. I tillegg ble det kontrollert for krystallisert intelligens. Hvor resultatene fortsatt tydet på en statistisk signifikant sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og de ulike matematiske ferdighetene. Undersøkelsens funn kan være med på å bekrefte betydningen både de eksekutive funksjonene, og krystallisert intelligens har for de tidlige matematiske ferdighetene. Hvis det i denne masterstudien hadde blitt benyttet et mål av krystallisert intelligens, kunne det hatt en betydning for eksekutive funksjoners unike bidrag til de ulike matematiske ferdighetene.

Lan et al. (2011) undersøkte kjerneferdighetene oppdatering og inhibisjon og den komplekse ferdigheten oppmerksomhet, og deres sammenheng med telleferdigheter og regneferdigheter, hos barn i 4-5 års alderen. Ved en korrelasjonsanalyse ble det funnet sammenheng mellom

alle overnevnte eksekutive funksjoner og de matematiske ferdighetene. Etter å ha kontrollert for oppdatering og alder i regresjonsanalysen var det kun inhibisjon som kunne forklare en unik variasjon i den avhengige variabelen telleferdigheter, men ikke for regneferdigheter. Funnene i undersøkelsen til Lan et al (2011) kan ut i fra aldersgruppen og at inhibisjon måles, sammen med mål av spesifikke matematiske ferdigheter, og brukt av samme analyser, kunne sammenlignes. Men den undersøkelsen, i motsetning denne masterstudien, har ikke kontrollert for intelligens. Slikt sett finner begge undersøkelsene i utgangspunktet at noen eksekutive funksjoner har en sammenheng med ulike matematiske ferdigheter, men når det kontrolleres for intelligens så forsvinner denne effekten, men effekten forsvinner ikke når det blir kontrollert for alder og oppdatering. Sammenhengen mellom eksekutive funksjoner og ulike matematiske ferdigheter ble også funnet av Röthlisberger et al. (2013). Men for denne undersøkelsen ble det kontrollert for blant annet non-verbal intelligens. Funnene her tydet på at de eksekutive funksjonene hadde et unikt bidrag til matematiske ferdighetene. Men målet av de eksekutive funksjonene var i denne undersøkelsen satt sammen til en variabel, i tillegg til at undersøkelsen så på hvordan eksekutive funksjoner i fem års alderen hadde en sammenheng med de matematiske ferdighetene tre år senere.

Ut i fra denne masterstudiens funn, og hva de overnevnte undersøkelsene har funnet, så kan en se at de empiriske funnene varierer. De eksekutive funksjonene planlegging og inhibisjon kan i denne undersøkelsen ikke forklare større grad av variasjon for noen aspekter i matematikk enn for andre. Derimot har andre funnet at flere eksekutive funksjoner kan forklare unik variasjon for matematiske ferdigheter som regneferdigheter (Gerst et al., 2017) og telleferdigheter (Lan et al., 2011). Mye kan tyde på at både måleinstrumentene som benyttes, analysene som anvendes så vel som kontrollvariabler, har betydning for hva de ulike undersøkelsene finner. Flere undersøkelser har sett på sammenhengen mellom ulike eksekutive funksjoner, både som et enhetlig system og som enkelte ferdigheter, og funnet at det er sammenheng mellom dem og matematiske ferdigheter generelt og flere av ferdighetene mer spesifikt. Det empiriske grunnlaget som er presentert og drøftet i denne masterstudien vil kunne ha en betydning for den pedagogiske praksisen i skolen. Dermed vil det videre trekkes frem ulike pedagogiske implikasjoner som følge av dette.



### 5.1.3 Pedagogiske implikasjoner

Ulike årsaksforklaringer av matematikkvansker kan gi oss ett bedre innblikk i hvilke bakenforliggende faktorer som påvirker eleven matematiske ferdigheter. Dette kan hjelpe med konkretisering av undervisning og hvordan en kan legge til rette for elever i faget. På tross av sprikende funn i forskningen om sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene, så er de fleste undersøkelser enige om at elever som har svakere eksekutive funksjoner vil kunne streve i matematikk (Friso-van den Bos et al., 2013; Gerst et al., 2017; Kroesbergen et al., 2003). Dette vil følgelig kunne ha en betydning for kartlegging av elevers ferdigheter både skolefaglig men også for de kognitive ferdighetene ellers. Elevers som har svakere eksekutive funksjoner vil kunne oppleve utfordringer i flere læringssituasjoner og de vil dermed ha behov for tilrettelegging. De eksekutive funksjonene er en del av arbeidsminne, og kan ikke sees isolert fra de prosessene i arbeidsminnet. De eksekutive funksjonene, sammen med arbeidsminnet, utvikles i fra førskolealder, videre inn i skoleårene og ut i tenårene (Garon et al., 2008; Willoughby et al., 2010), og en senere meta-analyse har funnet at et svekket arbeidsminne ikke lar seg trene opp (Melby-Lervåg et al., 2016). Undersøkelsen fant også at den eventuelle effekten som ble funnet i noen av arbeidsminneprogrammene, ikke lot seg generalisere til andre situasjoner enn den spesifikke ferdigheten som ble opptrent. Dette viser da at bruken av arbeidsminnetreningsprogram ikke vil gi eleven en styrke på andre områder, og en kan dermed stille seg kritisk bruken av slike programmer (Melby-Lervåg et al., 2016).

Dette kan dermed være med å underbygge et tilretteleggingsbehov, for de elevene som strever med de eksekutive funksjonene, som viser hensyn til deres spesifikke utfordringer. Men det finnes ikke en løsning som fungerer for alle elever som har svakere eksekutive funksjoner (Gathercole & Pickering, 2000). Ulike læringssituasjoner vil følgelig stille ulike krav til elvens eksekutive funksjoner, og dermed må også den enkelte læringssituasjon tilpasses deretter. På et kognitivt nivå kan en slikt sett se at de eksekutive funksjonene er med på å skape viktige forutsetninger for læring på flere områder. Elever som har svakere eksekutive funksjoner vil kunne ha vansker med blant annet innlæring av ny kunnskap i klasseromssituasjoner der de skal følge komplekse instruksjoner, samtidig som de noterer og følger med på læreren. I slike situasjoner kan de svekkede eksekutive funksjoner og/eller arbeidsminne fungere som en flaskehals for læringen. Belastningen for systemet kan bli for stor og eleven vil ha utfordringer med å følge med (Andersson & Lyxell, 2007; Gathercole &

Pickering, 2000). Slik sett kan lærings situasjoner som ikke er tilpasset elevens forutsetninger gjøre at de samtidige prosessene som krever samtidig oppmerksomhet vil kunne være for krevende for eleven, og slikt sett gjøre at eleven ikke klarer å integrere den nye kunnskapen sammen med den eksisterende kunnskapen (Gathercole & Pickering, 2003).

## **5.2 Begrensninger og utfordringer med validitet og reliabilitet**

Det vil i denne delen av drøftingen bli foretatt en vurdering av denne undersøkelsens resultater knyttet til ulike begrensninger, og opp mot de fire ulike validitetsaspektene. Dette gjøres for å vurdere hvilke begrensninger denne undersøkelsen har, samtidig som det kan si noe om slutningens validitet.

### **5.2.1 Undersøkelsens begrensninger**

En tverrsnittsundersøkelse kan kun si noe om den aktuelle gruppen på et gitt tidspunkt (Gall et al., 2007). Dette gjør at en ikke kan si noe om hvordan de eksekutive funksjonene vil ha en betydning for de matematiske ferdighetene i fremtiden. Dette gir derfor en begrenset forståelse av betydningen de eksekutive funksjonene har for de senere matematiske ferdighetene. Mye kan tyde på at utviklingsløpet til de eksekutive funksjonene gjennomgår en viktig spurfase i forkant av skolestart (Kraybill & Bell, 2012; Röthlisberger et al., 2013). Men på tross av dette er det funnet en sammenheng mellom eksekutive funksjoner i førskolealder og senere matematiske ferdigheter i skolealder (Clark et al., 2013; Shaul & Schwartz, 2014), men også mellom eksekutive funksjoner og tidlige matematiske ferdigheter (Bull et al., 2011). Disse funnene kan tyde på at de eksekutive funksjonene har betydning for de matematiske ferdighetene allerede før skolestart.

På grunn av masterstudiets omfang, så har det ikke vært rom for analyser som kunne sett nærmere på de latente variablene. Flere av undersøkelsene som har funnet en sammenheng har benyttet andre statistiske metoder som konfirmatorisk faktoranalyse (Bull et al., 2011; Espy et al., 2004; Monette et al., 2011; St Clair-Thompson & Gathercole, 2006; van der Sluis et al., 2007; Van der Ven et al., 2012) og strukturell modellering (Arán Filippetti & Richaud, 2017; Lee et al., 2012). Felles for undersøkelsene er at de eksekutive funksjonene har blitt målt med flere mål, noe som gir dem et sterkere grunnlag for å kunne si noe om den enkelte

eksekutive funksjon. I denne undersøkelsen var det kun brukt et mål for eksekutive funksjoner. Denne variabelen var i utgangspunktet intendert som en kontrollvariabel i PhD-prosjektet. Slikt sett ville det heller ikke vært mulighet for å utføre strukturell modellering eller konfirmatorisk faktoranalyse, da dette ville krevd flere mål av de eksekutive funksjonene (Arán Filippetti & Richaud, 2017; Gall et al., 2007). Korrelasjonelle undersøkelser har også funnet sammenheng mellom eksekutive funksjoner og matematiske ferdigheter (Bull & Scerif, 2001; Espy et al., 2004). Begge undersøkelsene fant at inhibisjon kunne forklare en unik variasjon til de matematiske ferdighetene etter å ha kontrollert for kognitiv fleksibilitet og oppdatering. Men det unike bidraget til inhibisjon viste seg å være 12 % (Espy et al., 2004, 2004) og kun 2 % (Bull & Scerif, 2001) til de matematiske ferdighetene. En mulig forklaring på dette kan være både bruken av måleinstrumenter, til både de eksekutive funksjonene og til de matematiske ferdighetene (Arán Filippetti & Richaud, 2017). Friso-van den Bos et al. (2013) tar også for seg task-impurity problematikken i sin metaanalyse. Mål av de eksekutive funksjonene kan ikke utelukke kryssforurensning, men ved mål av de latente variablene og med undersøkelser som tar for seg hjerneskanning kan en få klarere mål av de ulike eksekutive funksjonene (Friso-van den Bos et al., 2013). Samtidig kan en ikke utelukke at regresjon som metode ikke er ufeilbarlig (Shadish et al., 2002). Den hierarkiske multiple regresjonen som ble benyttet i denne masterstudien har hatt intelligens som kontrollvariabel, og her kunne ikke de eksekutive funksjonene forklare det unike bidraget til de matematiske ferdighetene utover det intelligens kunne. Det kan dermed tenkes at hvis det i denne undersøkelsen ikke hadde blitt kontrollert for intelligens, i likhet med undersøkelsen til Gerst et al. (2017), så ville de eksekutive funksjonene kunne forklart unik variasjon til de matematiske ferdighetene. Det empiriske grunnlaget støtter i hovedsak at det er en sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene, men den statiske analysen som anvendes vil ha en betydning for funnene i de ulike undersøkelsene (Shadish et al., 2002).

Flere undersøkelser har funnet en kobling mellom de eksekutive funksjonene og flytende intelligens (Arán Filippetti & Richaud, 2017; Conway et al., 2003; Engelhardt et al., 2016). Samtidig påpeker Bull et al. (2011) at det er en distinkt forskjell mellom den krystalliserte intelligensen og den flytende intelligensen, men at det er en tydelig kobling mellom de eksekutive funksjonene og matematiske ferdigheter selv når det blir kontrollert for krystallisert intelligens. Sammenhengen som ble funnet mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene forsvant da det ble kontrollert for flytende intelligens. Det kan

her tenkes at målene av den flytende intelligensen og de eksekutive funksjonene delvis måler det samme. Hvis de hadde målt det samme, så skulle en også forventet en høyere korrelasjon mellom variablene. Den bivariante korrelasjonen mellom intelligens og de eksekutive funksjonene var kun moderat (.387\*\*). En høyere korrelasjon mellom variablene kunne i større grad ha støttet et overlapp mellom variablenes mål (Gall et al., 2007; Shadish et al., 2002). Blair et al. (2006) trekker også frem at den flytende intelligensen, ikke bare overlapper, men er det samme som eksekutive funksjoner, selvregulering og arbeidsminne. Dette kan også knyttes til utviklingen av PASS-teorien (Naglieri, 2003), som var et alternativ til det tradisjonelle målet av intelligens. Dermed kan en ikke utelukke at både målet av de eksekutive funksjonene i denne undersøkelsen og målet av intelligens, måler noe av de samme kognitive prosessene. De eksekutive funksjonene anses samtidig som en del av arbeidsminne, og arbeidsminne for eksempel i Wechsler-testene ansett som en del av intelligensen (Wechsler et al., 2003). Dermed kan en også se at det er vanskelig å ha et klart skille mellom ulike kognitive mål som omfatter denne typen oppgaver (Blair, 2006; Tillman et al., 2008). Bull et al. (2011) påpeker også at forholdet mellom de ulike typene intelligens og de eksekutive funksjonene sett opp mot de matematiske ferdighetene også vil kunne variere med alderen. Dette kan være med på å vise at de eksekutive funksjonene og intelligens vil kunne ha ulikt bidrag til de matematiske ferdighetene i ulike aldersgrupper.

### **5.2.2 Ytre validitet**

Utvalget for denne undersøkelsen svekker den ytre validiteten med tanke på muligheten til å generalisere. Utvalget på 120 elever som var lavt-presterende i matematikk, sammenlignet med deres jevnaldrende elever. Gruppens sammensetning kan anses å være homogen, og dette gjør at resultatene ikke kan la seg generalisere til andre elevgrupper. Dermed kan ikke resultatene i fra denne undersøkelsen generaliseres til elever som er normalt- eller høyt presterende i matematikk. Utvalgets sammensetning er heller ikke randomisert, dette kan også øke trusselen mot den ytre validiteten. Samtidig er gruppen satt sammen av barn fra to kommuner på Østlandet, hvor alle barna er på 1. trinn og er lavt-presterende. Dette er med på å gi et godt estimat for den norske populasjonen av førsteklassinger som bor i lignende omgivelser. PhD-prosjektets omfang tillot inkludering av en gruppe med denne størrelsesorden. En større gruppe elever på 1. trinn kan, med tanke på den ytre validiteten, anses som mer ideell. Et forskningsprosjekt av med et slikt omfang, og med inkludering av

elever på 1. trinn på tvers av landet, ville krevd betraktelig større ressurser. Dette kan ofte være utfordrende å oppnå, da det krever god finansering

En kontroll av residualene før gjennomføringen av regresjonsanalysen kan være med på å minske trusselen av den ytre validiteten. Alle variabler var innenfor akseptable verdier for både Durbin-Watson testen, lineariteten og normalfordelingen (Field, 2013). Muligheten for generalisering av resultatene i denne undersøkelsen øker ved kontroll av residualene, og dermed kan en si at det er med på å minske trusselen mot den ytre validiteten.

Gjennomføringen og situasjonene til denne undersøkelsen er også med på å skape en trussel mot den ytre validiteten. Dette knyttes til at undersøkelsens resultater kunne ha hatt et annet utfall ved en annen type gjennomførelse (Lund, 2002; Shadish et al., 2002). Men med bakgrunn i tidligere forskning så kan en med en viss trygghet si at dette ikke vil utgjør en særlig stor trussel mot den ytre validiteten.

### **5.2.3 Statistisk validitet**

Den statiske validiteten er knyttet til graden av sammenheng mellom den avhengige og uavhengige variabelen (Shadish et al., 2002). Hvis sammenhengen skal ha en teoretisk betydning så er det viktig at den er sterk nok, det vi si at den har en statistisk styrke (Lund, 2002). Funnene fra regresjonsanalysen viser at det ikke er noen statistisk signifikans for regresjonskoeffisientene. Dette gjør at en reduserer sjansen for en type 1 feil, men det øker samtidig muligheten for å gjøre en type 2 feil.

Vurderingen av en type 2 feil er her aktuell å vurdere da det ikke var noen statistisk signifikans for noen av regresjonskoeffisientene. Her kan det være en feilaktig antagelse om at det ikke finnes noen sammenheng. Det unike bidraget til de eksekutive funksjonene er på det høyeste på 1,9 %, når det har blitt kontrollert for intelligens. Muligheten for å gjøre en type 2 feil er knyttet til graden av undersøkelsens statistiske styrke. Den statistiske styrken avgjøres av flere faktorer, hvorav utvalgets omfang er en av dem. Utvalget i denne undersøkelsen er å anse som tilfredsstillende. Utfallet fra den hierarkiske multiple regresjonen kan også tenkes å ha hatt et annet utfall ved bruk av andre måleinstrumenter.

Et annet aspekt av den statistiske styrken er knyttet til graden av styrken på sammenhengene, og dermed om det kan være av teoretisk betydning. Innenfor den utdanningsvitenskapelige forskningen vil dette være teoretisk utfordrende å avgjøre i fastsatte verdier. Undersøkelse av

ulike pedagogiske fenomener er preget av kompleksitet, som innebærer at fenomenene som studeres, ikke studeres direkte. Dette påvirker graden av unike bidrag som en vil se etter en regresjonsanalyse (Gall et al., 2007).

Den statistiske styrken vil også kunne svekkes av en dårlig reliabilitet (Shadish et al., 2002). Testreliabiliteten har i denne undersøkelsen blitt målt med Cronbachs Alfa, hvor alle testene hadde en tilfredsstillende alfa-verdi. En god alfa er med på å redusere undersøkelsens målefeil og bidrar slik sett med å styrke slutningens statistiske validitet (Lund, 2002; Shadish et al., 2002). Samtidig skal alfa-verdiene tolkes med en viss varsomhet. Alfa-verdien er avhengig av hvor mange items det er i den enkelte variabel. Jo flere items det er i den enkelte variabel jo høyere vil alfa bli. Derfor vil variabler med færre items kunne gi en lavere alfa-verdi, mens en variabel med mange items vil kunne gi en høyere alfa-verdi. I denne undersøkelsen har det i den grad som det er mulig inndelt variable etter hva de faktisk måler, slikt sett er alfa-verdiene et bedre reliabilitetsmål inndelt i de ulike matematiske ferdighetene enn om de hadde blitt målt som en enhetlig ferdighet (Field, 2013).

#### **5.2.4 Begrepsvaliditet**

For forskning innen de utdanningsvitenskapelige områder er begrepene som undersøkes ikke tilgjengelige for direkte observasjoner (Shadish et al., 2002). En vurdering av begrepsvaliditet er nødvendig for å kunne gjøre slutninger om begrepene som gjøres i undersøkelsen og til det overordnede begrepet (Shadish et al., 2002). Begrepsvaliditeten i denne undersøkelsen vil være knyttet opp mot variablene: *Eksekutive funksjoner, Intelligens, Relasjonelle ferdigheter, Telleferdigheter, Addisjon, Subtraksjon, Addisjonsflyt, Subtraksjonsflyt, Problemløsningsferdigheter, Ikke-symboliske sammenligningsferdigheter og Symbolske sammenligningsferdigheter.*

Variablene som er benyttet i denne undersøkelsen er hentet fra et større testbatteri som var tilpasset av forskergruppen i forbindelse med PhD-prosjektet. Grunnlaget for valg av tester i PhD-prosjektet har vært for å kartlegge bredden i de matematiske ferdighetene samtidig som flere av variablene kun er ment å benyttes som kontrollvariabler. Hver av variablene i ThinkMath (Aunio et al., 2016a) er basert på et empirisk grunnlag om utviklingen av de ulike matematiske ferdighetene (Aunio & Räsänen, 2015). Det kan tenkes at en test som brukes til et annet formål enn den i utgangspunktet var intendert til, kan være med å utgjøre en trussel

mot begrepsvaliditeten (Kleven, 2002a). Men selv om denne testen hadde som hovedformål å teste bredden i elevenes matematiske ferdigheter, var den også intendert til å måle de ulike matematiske ferdighetene som har blitt benyttet i denne masterstudien. Ut i fra det empiriske grunnlaget som de er basert på kan en med relativt stor sikkerhet si at de måler det de er intendert å måle, og slikt sett kan en si at de ikke er med på å utgjøre en særlig trussel mot begrepsvaliditeten i denne undersøkelsen.

For variabelen eksekutive funksjoner er det kun planlegging og inhibisjon som måles (Schnirman et al., 1998; Welsh et al., 1999). Denne variabelen var i utgangspunktet intendert som en kontrollvariabel for eksekutive funksjoner, mens den i denne undersøkelsen blir benyttet som en uavhengig variabel. Dette kan også anses som en trussel mot begrepsvaliditeten, da bruk av den uavhengige variabelen eksekutive funksjoner skulle ha tatt for seg flere av kjerneferdighetene og de komplekse ferdighetene.

En annen utfordring som påvirker begrepsvaliditeten er knyttet til hva testene måler som de ikke er intendert å måle (Kleven, 2002a). De ulike variablene som måles med ulike tester, krever også at barna har en viss språkkunnskap som gir dem en forutsetning for å forstå instruksjonene til det som skal gjøres. Elevens forståelse av instruksjonene som blir gitt er avgjørende for at eleven skal kunne gjennomføre oppgaven slik den er intendert. For flere av oppgavene, deriblant Raven, gis det øvingsoppgaver i forkant av selve testen, slikt sett kan en til en viss grad sikre seg om at eleven har forstått oppgaven. Selv om den språklige kommunikasjonen kan være med på å skape en trussel mot begrepsvaliditeten, kan de tydelige og gode instruksjonene kombinert med øvingsoppgaver være med å redusere denne trusselen (Shadish et al., 2002).

### **5.2.5 Indre validitet**

Den indre validiteten tar for seg retningsproblematikken i årsakssammenhengen mellom variablene. Denne deskriptive studien har som nevnt et ikke-eksperimentelt design, og kan også omtales som en korrelasjonsstudie da den i hovedsak ser på sammenhengen mellom avhengig og uavhengig variabel på ett gitt tidspunkt.

Denne masterstudien hadde bakgrunn i et ønske om å se på hvilken betydning de eksekutive funksjonene hadde for de matematiske ferdighetene hos elever som er lavt-presterende i matematikk. Dette handler da om graden av sammenheng. Denne studien har til hensikt å si

noe om en gitt tilstand på et gitt tidspunkt, og derfor kan den heller ikke si noe om retningen i årsaksforholdet mellom de målte variablene. Kausalitetsforholdet i en ikke-eksperimentell undersøkelse anses som en utfordring (Shadish et al., 2002). Den anvendte regresjonsanalysen kan være med på å utelukke eventuelle andre årsaksforklaringer i undersøkelsen av sammenhengen mellom variablene. Tredjevariabelen som var benyttet i regresjonsanalysen var Intelligens, som ble benyttet med bakgrunn i empiri som har funnet en sammenheng mellom matematiske ferdigheter og intelligens (Geary, 2011; Geary et al., 2017; Ho, Wong, & Chan, 2015). Denne variabelen ble benyttet for å isolere styrkeforholdet mellom den avhengige og uavhengige variabelen (Gall et al., 2007). Samtidig kan en tredjevariabel ikke utelukke andre forhold som kan påvirke sammenhengen mellom to variabler. Slikt sett er det en svakhet med en slik analyse, da tredjevariabelen er valgt med utgangspunkt i forskerens egne vurderinger av tidligere teori og empiri. Det kunne i denne studien vært hensiktsmessig å kontrollere for andre variabler, som arbeidsminne, for å sjekke om det kunne hatt en påvirkning på resultatene fra regresjonsanalysen (Shadish et al., 2002).

Regresjonsanalysen viste at det ikke var noen statistisk signifikant sammenheng mellom noen av variablene. Da retningsproblematikken står sentralt i en ikke-eksperimentell undersøkelse kan en heller ikke utelukke at det er matematikkferdighetene som påvirker de eksekutive funksjonene. Dette er ikke en usannsynlig tanke da det er en nær kobling mellom eksekutive funksjoner og matematiske ferdigheter med tanke på hjerneområder som aktiveres i utførelse av matematiske oppgaver (Houdé et al., 2010). Studiens ikke-eksperimentelle design er med på å svekke den indre validiteten.

En annen trussel mot den indre validiteten er knyttet til statistisk regresjon, og er aktuell som en mulig trussel da elevene som er med i undersøkelsen er valgt ut på bakgrunn av svake skårer på screeningen (Lund, 2002). En slik type seleksjon kan ikke utelukke eventuelle målefeil som har oppstått. Dette kan gjøre at elever som presterte svakere på screeningen har prestert bedre på andre målinger (Shadish et al., 2002). Den statistiske regresjonen er ikke å anse som en reell trussel mot den indre validiteten da denne studien kun har ett måletidspunkt, og den anvendte screeneren hadde en høy alfa verdi (.941) som gir den en høy reliabilitet. Instrumentering kan også være en trussel mot den indre validiteten (Lund, 2002), og er som nevnt i kapittel 3 knyttet til selve måleinstrumentet eller til prosedyren, og kan skape kunstige resultater. Faren for en "gulv-" eller "takeffekt" øker. Trusselen er spesielt aktuell for ustandardiserte måleprosedyrer (Lund, 2002; Shadish et al., 2002). For variabelen addisjon er



denne trusselen aktuell da den er hentet fra en test som ikke er standardisert, og 25 % av elevene mestret ikke denne oppgaven. Trusselen mot den indre validiteten øker dermed for variabelen addisjon (Lund, 2002), som kan tyde på at denne variabelen har en "gulveffekt".

### 5.3 Oppsummering og veien videre

I denne undersøkelsen har vi sett at de eksekutive funksjonene har en sammenheng med de ulike matematiske kjerneferdigheter, og at denne sammenhengen i stor grad forklares av intelligens. Slik sett har ikke eksekutive funksjoner et unikt bidrag til de matematiske ferdighetene; telleferdigheter, addisjon, problemløsning, ikke-symbolisk og symbolisk sammenligningsferdigheter. Dette funnet stiller seg i kontrast til tidligere empiriske funn, og dette kan skyldes flere faktorer. Analysene for denne masterstudien som var bivariate korrelasjoner og multiple hierarkiske regresjonsanalyser, er ikke den analysemetoden som i hovedsak har blitt anvendt i forskning på sammenheng mellom eksekutive funksjoner og matematiske ferdigheter ellers (Arán Filippetti & Richaud, 2017; Espy et al., 2004; Lee et al., 2012; Monette et al., 2011; St Clair-Thompson & Gathercole, 2006; van der Sluis et al., 2007; Van der Ven et al., 2012). De anvendte analysene var imidlertid innenfor denne masterstudiens omfang, og var aktuelle ut i fra det tilgjengelige datamaterialet. Andre analyser ville slikt sett ha krevd et større oppgaveomfang og flere tester som hadde undersøkt ulike eksekutive funksjoner.

Fremtidige undersøkelser som vil se på sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og matematiske ferdigheter bør ta for seg de ulike aspektene av de eksekutive funksjonene. En tydeligere inndeling av de ulike kjernekomponentene og de komplekse eksekutive funksjonene, kan gi et bedre utgangspunkt for å se hvilke funksjoner som kan ha betydning for de matematiske ferdighetene. Det bør også gjøres en tydeligere kartlegging av hvordan de ulike eksekutive funksjonene overlapper hverandre for å kunne håndtere task-impurity problematikken (Friedman & Miyake, 2017), men samtidig kunne gjøre et tydeligere skille fra de andre komponentene i arbeidsminne (Friso-van den Bos et al., 2013). Slikt sett vil en lettere kunne få innsikt i hvordan de ulike kognitive komponentene påvirker elevens matematiske ferdigheter. Samtidig kan en se at de fleste undersøkelsene, som har sett på sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og de matematiske ferdighetene, har hatt en generell tilnærming til matematiske ferdigheter (Andersson & Lyxell, 2007; Espy et al., 2004; Friso-van den Bos et al., 2013; Geary et al., 2007). Det vil videre være et behov for å se

på sammenhengen mellom de ulike eksekutive funksjonene og de ulike matematiske kjerneferdighetene som har vist seg å være viktige for senere matematiske ferdigheter.

Denne masterstudien har sett på sammenhengen mellom de eksekutive funksjonene og de tidlige matematiske ferdighetene for elever som er lavt-presterende på 1.trinn. De fleste andre undersøkelser har sett på sammenhengen mellom barns eksekutive funksjoner og hvordan dette kan predikere senere matematiske ferdigheter, eller de har undersøkt de matematiske ferdighetene på et mer generelt grunnlag. Slik sett kan funnene i fra denne masterstudien være med på å belyse en del av forskningen for elever som er lavt-presterende i matematikk. Dermed kan funn fra denne undersøkelsen gi en pekepinn for fremtidige undersøkelser av sammenheng mellom de eksekutive funksjonene og de tidlige matematiske ferdighetene hos lavt-presterende elever.

# Litteraturliste

- American Psychiatric Association (Ed.). (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders: DSM-5* (5th ed). Washington, D.C: American Psychiatric Association.
- Andersson, U., & Lyxell, B. (2007). Working memory deficit in children with mathematical difficulties: A general or specific deficit? *Journal of Experimental Child Psychology*, *96*(3), 197–228. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2006.10.001>
- Arán Filippetti, V., & Richaud, M. C. (2017). A structural equation modeling of executive functions, IQ and mathematical skills in primary students: Differential effects on number production, mental calculus and arithmetical problems. *Child Neuropsychology*, *23*(7), 864–888. <https://doi.org/10.1080/09297049.2016.1199665>
- Aunio, P., Ee, J., Lim, S. E. A., Hautamäki, J., & Van Luit, J. (2004). Young children's number sense in Finland, Hong Kong and Singapore. *International Journal of Early Years Education*, *12*(3), 195–216. <https://doi.org/10.1080/0966976042000268681>
- Aunio, P., Mononen, R., & Lopez-Pedersen, A. (2016a). Think Math Matematikktest 1. trinn. Unpublished.
- Aunio, P., Mononen, R., & Lopez-Pedersen, A. (2016b). ThinkMath screener, 1. trinn. Universitetet i Oslo: Unpublished.
- Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, *20*(5), 427–435. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.06.003>
- Aunio, P., & Räsänen, P. (2015). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, *24*(5), 684–704. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424>
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology*, *96*(4), 699–713. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699>
- Baddeley, A. (1996). Exploring the Central Executive. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A*, *49*(1), 5–28. <https://doi.org/10.1080/713755608>
- Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory? *Trends in Cognitive Sciences*, *4*(11), 417–423. [https://doi.org/10.1016/S1364-6613\(00\)01538-2](https://doi.org/10.1016/S1364-6613(00)01538-2)
- Baddeley, A. D. (1986). *Working memory* (Repr). Oxford: Clarendon Pr. [u.a.].

- Benoit, L., Lehalle, H., & Jouen, F. (2004). Do young children acquire number words through subitizing or counting? *Cognitive Development, 19*(3), 291–307.  
<https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2004.03.005>
- Best, J. R., Miller, P. H., & Naglieri, J. A. (2011). Relations between executive function and academic achievement from ages 5 to 17 in a large, representative national sample. *Learning and Individual Differences, 21*(4), 327–336.  
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2011.01.007>
- Blair, C. (2006). How similar are fluid cognition and general intelligence? A developmental neuroscience perspective on fluid cognition as an aspect of human cognitive ability. *Behavioral and Brain Sciences, 29*(2), 109–125.  
<https://doi.org/10.1017/S0140525X06009034>
- Blair, C., & Diamond, A. (2008). Biological processes in prevention and intervention: The promotion of self-regulation as a means of preventing school failure. *Development and Psychopathology, 20*(3), 899–911. <https://doi.org/10.1017/S0954579408000436>
- Blair, C., & Razza, R. P. (2007). Relating Effortful Control, Executive Function, and False Belief Understanding to Emerging Math and Literacy Ability in Kindergarten. *Child Development, 78*(2), 647–663. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01019.x>
- Bonny, J. W., & Lourenco, S. F. (2013). The approximate number system and its relation to early math achievement: Evidence from the preschool years. *Journal of Experimental Child Psychology, 114*(3), 375–388. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.09.015>
- Bringstocke, S., Moll, K., & Hume, C. (2016). TOBANS: Test of Basic Arithmetic and Numeracy Skills.
- Browning, S. T., & Beauford, J. E. (2012). Language and Number Values: The Influence of Number Names on Children’s Understanding of Place Values. *Investigations in Mathematics Learning, 4*(2), 1–24. <https://doi.org/10.1080/24727466.2012.11790310>
- Brydges, C. R., Reid, C. L., Fox, A. M., & Anderson, M. (2012). A unitary executive function predicts intelligence in children. *Intelligence, 40*(5), 458–469.  
<https://doi.org/10.1016/j.intell.2012.05.006>
- Bull, R., Espy, K. A., & Wiebe, S. A. (2008). Short-Term Memory, Working Memory, and Executive Functioning in Preschoolers: Longitudinal Predictors of Mathematical Achievement at Age 7 Years. *Developmental Neuropsychology, 33*(3), 205–228.  
<https://doi.org/10.1080/87565640801982312>

- Bull, R., Espy, K. A., Wiebe, S. A., Sheffield, T. D., & Nelson, J. M. (2011). Using confirmatory factor analysis to understand executive control in preschool children: sources of variation in emergent mathematic achievement: Executive control and emergent mathematics. *Developmental Science, 14*(4), 679–692.  
<https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2010.01012.x>
- Bull, R., & Johnston, R. S. (1997). Children's Arithmetical Difficulties: Contributions from Processing Speed, Item Identification, and Short-Term Memory. *Journal of Experimental Child Psychology, 65*(1), 1–24. <https://doi.org/10.1006/jecp.1996.2358>
- Bull, R., & Lee, K. (2014). Executive Functioning and Mathematics Achievement. *Child Development Perspectives, 8*(1), 36–41. <https://doi.org/10.1111/cdep.12059>
- Bull, R., & Scerif, G. (2001). Executive Functioning as a Predictor of Children's Mathematics Ability: Inhibition, Switching, and Working Memory. *Developmental Neuropsychology, 19*(3), 273–293. [https://doi.org/10.1207/S15326942DN1903\\_3](https://doi.org/10.1207/S15326942DN1903_3)
- Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Special Issue: Space, Time and Number, 14*(12), 534–541.  
<https://doi.org/10.1016/j.tics.2010.09.007>
- Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: From Brain to Education. *Science, 332*(6033), 1049. <https://doi.org/10.1126/science.1201536>
- Canobi, K. H., Reeve, R. A., & Pattison, P. E. (2002). Young Children's Understanding of Addition Concepts. *Educational Psychology, 22*(5), 513–532.  
<https://doi.org/10.1080/0144341022000023608>
- Casey, B. J., Giedd, J. N., & Thomas, K. M. (2000). Structural and functional brain development and its relation to cognitive development. *Biological Psychology, 54*(1), 241–257. [https://doi.org/10.1016/S0301-0511\(00\)00058-2](https://doi.org/10.1016/S0301-0511(00)00058-2)
- Ceci, S. J. (1991). How much does schooling influence general intelligence and its cognitive components? A reassessment of the evidence. *Developmental Psychology, 27*(5), 703–722. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.27.5.703>
- Chan, B. M., & Ho, C. S. (2010). The cognitive profile of Chinese children with mathematics difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology, 107*(3), 260–279.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2010.04.016>
- Chase-Lansdale, P. L., Gordon, R., Brooks-Gunn, J., & Klebanov, P. (1997). Neighborhood and family influences on the intellectual and behavioral competence of preschool and early school-age children. In J. Brooks-Gunn, G. J. Duncan, & J. L. Aber (Eds.),

- Neighborhood poverty* (pp. 79–118). New York: Russell Sage Foundation. Retrieved from <https://books.google.no/books?id=eAqyRQqa8d4C&lpg=PA79&ots=jFPCI-MJto&dq=neighborhood%20and%20family%20influences%20on%20the%20intellectual%20and%20behavioral%20competence%20of%20preschool%20an%20early%20school%20age&lr&hl=no&pg=PA79#v=onepage&q&f=false>
- Chu, F. W., vanMarle, K., & Geary, D. C. (2016). Predicting Children’s Reading and Mathematics Achievement from Early Quantitative Knowledge and Domain-General Cognitive Abilities. *Frontiers in Psychology, 7*, 775. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00775>
- Clark, C. A. C., Pritchard, V. E., & Woodward, L. J. (2010). Preschool executive functioning abilities predict early mathematics achievement. *Developmental Psychology, 46*(5), 1176–1191. <https://doi.org/10.1037/a0019672>
- Clark, C. A. C., Sheffield, T. D., Wiebe, S. A., & Espy, K. A. (2013). Longitudinal Associations Between Executive Control and Developing Mathematical Competence in Preschool Boys and Girls. *Child Development, 84*(2), 662–677. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2012.01854.x>
- Collins, A., & Koechlin, E. (2012). Reasoning, Learning, and Creativity: Frontal Lobe Function and Human Decision-Making. *PLoS Biology, 10*(3), e1001293. <https://doi.org/10.1371/journal.pbio.1001293>
- Conway, A. R. A., Kane, M. J., & Engle, R. W. (2003). Working memory capacity and its relation to general intelligence. *Trends in Cognitive Sciences, 7*(12), 547–552. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2003.10.005>
- Cui, J., Georgiou, G. K., Zhang, Y., Li, Y., Shu, H., & Zhou, X. (2017). Examining the relationship between rapid automatized naming and arithmetic fluency in Chinese kindergarten children. *Journal of Experimental Child Psychology, 154*, 146–163. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.10.008>
- Culbertson, C. W., & Zillmer, E. (1999). *Tower of London Drexel University (TOL DX): Examiner’s Manual*. Multi-Health Systems Incorporated (MHS).
- Czamara, D., Tiesler, C. M. T., Kohlböck, G., Berdel, D., Hoffmann, B., Bauer, C.-P., ... Heinrich, J. (2013). Children with ADHD Symptoms Have a Higher Risk for Reading, Spelling and Math Difficulties in the GINIplus and LISApplus Cohort Studies. *PLoS ONE, 8*(5), e63859. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0063859>

- De Forente Nasjoner. (1948). Menneskerettighetserklæringen. Retrieved from [http://www.ohchr.org/EN/UDHR/Documents/UDHR\\_Translations/nrr.pdf](http://www.ohchr.org/EN/UDHR/Documents/UDHR_Translations/nrr.pdf)
- De Forente Nasjoner. (1989). Barnekonvensjonen. Retrieved from <file:///C:/Users/Hilde%20Garborg%20V%C3%A5rliid/Downloads/FNs%20konvensjon%20om%20barnets%20rettigheter.pdf>
- De Vaus, D. A. (2014). *Surveys in social research* (Sixth edition). Abingdon, Oxon: Routledge.
- Deary, I. J., Strand, S., Smith, P., & Fernandes, C. (2007). Intelligence and educational achievement. *Intelligence*, 35(1), 13–21. <https://doi.org/10.1016/j.intell.2006.02.001>
- Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (Ed.). (2016, April). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. De nasjonale forskningsetiske komiteene. Retrieved from [https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/60125\\_fek\\_retningslinjer\\_nesh\\_digital.pdf](https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/60125_fek_retningslinjer_nesh_digital.pdf)
- Desoete, A. (2015). Predictive indicators for mathematical learning disabilities/dyscalculia in kindergarden children. In S. J. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 90–100). Abingdon, Oxon ; New York, NY: Routledge/Taylor & Francis Group.
- Desoete, A., Stock, P., Schepens, A., Baeyens, D., & Roeyers, H. (2009). Classification, Seriation, and Counting in Grades 1, 2, and 3 as Two-Year Longitudinal Predictors for Low Achieving in Numerical Facility and Arithmetical Achievement? *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 252–264. <https://doi.org/10.1177/0734282908330588>
- Diamond, A. (2013). Executive Functions. *Annual Review of Psychology*, 64(1), 135–168. <https://doi.org/10.1146/annurev-psych-113011-143750>
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., ... Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428–1446. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>
- Emerson, J. (2015). The enigma of dyscalculia. In S. J. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 217–227). Abingdon, Oxon ; New York, NY: Routledge/Taylor & Francis Group.
- Engelhardt, L. E., Mann, F. D., Briley, D. A., Church, J. A., Harden, K. P., & Tucker-Drob, E. M. (2016). Strong genetic overlap between executive functions and intelligence.

- Journal of Experimental Psychology: General*, 145(9), 1141–1159.  
<https://doi.org/10.1037/xge0000195>
- Espy, K. A., McDiarmid, M. M., Cwik, M. F., Stalets, M. M., Hamby, A., & Senn, T. E. (2004). The Contribution of Executive Functions to Emergent Mathematic Skills in Preschool Children. *Developmental Neuropsychology*, 26(1), 465–486.  
[https://doi.org/10.1207/s15326942dn2601\\_6](https://doi.org/10.1207/s15326942dn2601_6)
- Field, A. P. (2013). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics: and sex and drugs and rock 'n' roll* (4th edition). Los Angeles: Sage.
- Friedman, N. P., & Miyake, A. (2017). Unity and diversity of executive functions: Individual differences as a window on cognitive structure. *Is a 'Single' Brain Model Sufficient?*, 86, 186–204. <https://doi.org/10.1016/j.cortex.2016.04.023>
- Friso-van den Bos, I., van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. H. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational Research Review*, 10(Supplement C), 29–44.  
<https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.05.003>
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., ... Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 29–43. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.98.1.29>
- Gall, M. D., Gall, J. P., & Borg, W. R. (2007). *Educational research: an introduction* (8th ed). Boston: Pearson/Allyn & Bacon.
- Garon, N., Bryson, S. E., & Smith, I. M. (2008). Executive function in preschoolers: A review using an integrative framework. *Psychological Bulletin*, 134(1), 31–60.  
<https://doi.org/10.1037/0033-2909.134.1.31>
- Gathercole, S. E., & Pickering, S. J. (2000). Working memory deficits in children with low achievements in the national curriculum at 7 years of age. *British Journal of Educational Psychology*, 70(2), 177–194. <https://doi.org/10.1348/000709900158047>
- Gathercole, S., & Pickering, S. (2003). Research Section: Working memory deficits in children with special educational needs. *British Journal of Special Education*, 28(2), 89–97. <https://doi.org/10.1111/1467-8527.00225>
- Geary, D. C. (2000). From infancy to adulthood: the development of numerical abilities. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9(2), S11.  
<https://doi.org/10.1007/s007870070004>



- Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, 47(6), 1539–1552.  
<https://doi.org/10.1037/a0025510>
- Geary, D. C. (2014). Learning Disabilities in Mathematics: Recent Advances. In H. L. Swanson, K. R. Harris, & S. Graham (Eds.), *Handbook of learning disabilities* (second edition, paperback edition, pp. 239–255). New York, London: The Guilford Press.
- Geary, D. C. (2015). Preschool children's quantitative knowledge and long-term risk for functional innumeracy. In S. J. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 235–242). Abingdon, Oxon ; New York, NY: Routledge/Taylor & Francis Group.
- Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and Arithmetical Cognition: A Longitudinal Study of Process and Concept Deficits in Children with Learning Disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77(3), 236–263.  
<https://doi.org/10.1006/jecp.2000.2561>
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & Catherine DeSoto, M. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88(2), 121–151.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2004.03.002>
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive Mechanisms Underlying Achievement Deficits in Children With Mathematical Learning Disability. *Child Development*, 78(4), 1343–1359.  
<https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01069.x>
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of Number Line Representations in Children With Mathematical Learning Disability. *Developmental Neuropsychology*, 33(3), 277–299.  
<https://doi.org/10.1080/87565640801982361>
- Geary, D. C., Nicholas, A., Li, Y., & Sun, J. (2017). Developmental change in the influence of domain-general abilities and domain-specific knowledge on mathematics achievement: An eight-year longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 109(5), 680–693. <https://doi.org/10.1037/edu0000159>

- Geary, D. C., & vanMarle, K. (2016). Young children's core symbolic and nonsymbolic quantitative knowledge in the prediction of later mathematics achievement. *Developmental Psychology*, 52(12), 2130–2144. <https://doi.org/10.1037/dev0000214>
- Gerst, E. H., Cirino, P. T., Fletcher, J. M., & Yoshida, H. (2017). Cognitive and behavioral rating measures of executive function as predictors of academic outcomes in children. *Child Neuropsychology*, 23(4), 381–407. <https://doi.org/10.1080/09297049.2015.1120860>
- Göbel, S. M., Watson, S. E., Lervåg, A., & Hulme, C. (2014). Children's Arithmetic Development: It Is Number Knowledge, Not the Approximate Number Sense, That Counts. *Psychological Science*, 25(3), 789–798. <https://doi.org/10.1177/0956797613516471>
- Halberda, J., Mazocco, M. M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455, 665.
- Hannula, M. M., & Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction*, 15(3), 237–256. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2005.04.005>
- Hannula-Sormunen, M. M., Lehtinen, E., & Räsänen, P. (2015). Preschool Children's Spontaneous Focusing on Numerosity, Subitizing, and Counting Skills as Predictors of Their Mathematical Performance Seven Years Later at School. *Mathematical Thinking and Learning*, 17(2–3), 155–177. <https://doi.org/10.1080/10986065.2015.1016814>
- Ho, C. S.-H., Wong, T. T.-Y., & Chan, W. W. L. (2015). Mathematics learning and its difficulties among Chinese children in Hong Kong. In S. J. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 193–202). Abingdon, Oxon ; New York, NY: Routledge/Taylor & Francis Group.
- Hornigold, J. (2015). Learning Disabilities: mathematics characteristics and instructional exemplars. In S. J. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 315–325). Abingdon, Oxon ; New York, NY: Routledge/Taylor & Francis Group.
- Houdé, O., Rossi, S., Lubin, A., & Joliot, M. (2010). Mapping numerical processing, reading, and executive functions in the developing brain: an fMRI meta-analysis of 52 studies including 842 children: Meta-analysis of developmental fMRI data. *Developmental Science*, 13(6), 876–885. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2009.00938.x>

- IBM Corp. (2017). IBM SPSS Statistics for Windows (Version 25). Armonk, NY: IBM Corp.
- Jacobsen, G. M., de Mello, C. M., Kochhann, R., & Fonseca, R. P. (2017). Executive Functions in School-age Children: Influence of Age, Gender, School Type and Parental Education. *Applied Cognitive Psychology, 31*(4), 404–413.  
<https://doi.org/10.1002/acp.3338>
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Nabors Oláh, L., & Locuniak, M. N. (2006). Number Sense Growth in Kindergarten: A Longitudinal Investigation of Children at Risk for Mathematics Difficulties. *Child Development, 77*(1), 153–175.  
<https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x>
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology, 45*(3), 850–867. <https://doi.org/10.1037/a0014939>
- Kleven, T. A. (2002a). Begrepsoperasjonailisering. In T. Lund (Ed.), *Innføring i forskningsmetodologi* (2nd ed., pp. 141–184). Fagbokforlaget.
- Kleven, T. A. (2002b). Ikke-eksperimentelle design. In T. Lund (Ed.), *Innføring i forskningsmetodologi* (2nd ed., pp. 265–286). Fagbokforlaget.
- Kleven, T. A. (2008). Validity and validation in qualitative and quantitative research. *Nordic Studies in Education, 28*(03), 219–233.
- Kline, P. (2000). *The handbook of psychological testing* (2nd ed). London ; New York: Routledge.
- Kolkman, M. E., Kroesbergen, E. H., & Leseman, P. P. M. (2013). Early numerical development and the role of non-symbolic and symbolic skills. *Learning and Instruction, 25*, 95–103. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.12.001>
- Korhonen, J., Linnanmäki, K., & Aunio, P. (2014). Learning difficulties, academic well-being and educational dropout: A person-centred approach. *Learning and Individual Differences, 31*, 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.12.011>
- Kraybill, J. H., & Bell, M. A. (2012). Infancy predictors of preschool and post-kindergarten executive function. *Developmental Psychobiology, 55*(5), 530–538.  
<https://doi.org/10.1002/dev.21057>
- Kroesbergen, E. H., Luit, J. E. H. V., Naglieri, J. A., Taddei, S., & Franchi, E. (2010). PASS Processes and Early Mathematics Skills in Dutch and Italian Kindergarteners. *Journal of Psychoeducational Assessment, 28*(6), 585–593.  
<https://doi.org/10.1177/0734282909356054>

- Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E. H., & Naglieri, J. A. (2003). Mathematical Learning Difficulties and PASS Cognitive Processes. *Journal of Learning Disabilities*, 36(6), 574–582. <https://doi.org/10.1177/00222194030360060801>
- Kunnskapsdepartementet. (2006). ... og ingen sto igjen Tidlig innsats for livslang læring. *St.meld. 16 (2006-2007)*. Oslo: Kunnskapsdepartementet. Retrieved from <https://www.regjeringen.no/contentassets/a48dfbadb0bb492a8fb91de475b44c41/no/pdfs/stm200620070016000dddpdfs.pdf>
- Lan, X., Legare, C. H., Ponitz, C. C., Li, S., & Morrison, F. J. (2011). Investigating the links between the subcomponents of executive function and academic achievement: A cross-cultural analysis of Chinese and American preschoolers. *Special Issue: Executive Function*, 108(3), 677–692. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2010.11.001>
- Landerl, K. (2015). How specific is the specific disorder of arithmetic skills? In S. J. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 155–124). Abingdon, Oxon ; New York, NY: Routledge/Taylor & Francis Group.
- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8–9-year-old students. *Cognition*, 93(2), 99–125. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2003.11.004>
- Lee, K., Ng, S. F., Pe, M. L., Ang, S. Y., Hasshim, M. N. A. M., & Bull, R. (2012). The cognitive underpinnings of emerging mathematical skills: Executive functioning, patterns, numeracy, and arithmetic. *British Journal of Educational Psychology*, 82(1), 82–99. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2010.02016.x>
- LeFevre, J.-A., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Sargla, E., Arnup, J. S., ... Kamawar, D. (2006). What counts as knowing? The development of conceptual and procedural knowledge of counting from kindergarten through Grade 2. *Journal of Experimental Child Psychology*, 93(4), 285–303. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2005.11.002>
- Lund, T. (2002). Metodologiske prinsipper og referanserammer. In T. Lund (Ed.), *Innføring i forskningsmetodologi* (2nd ed., pp. 79–124). Fagbokforlaget.
- Lunt, L., Bramham, J., Morris, R. G., Bullock, P. R., Selway, R. P., Xenitidis, K., & David, A. S. (2012). Prefrontal cortex dysfunction and ‘Jumping to Conclusions’: Bias or deficit?: Prefrontal cortex dysfunction and Jumping to Conclusions. *Journal of Neuropsychology*, 6(1), 65–78. <https://doi.org/10.1111/j.1748-6653.2011.02005.x>

- Magargee, S. D., & Beauford, J. E. (2016). Do explicit number names accelerate pre-kindergarteners' numeracy and place value acquisition? *Educational Studies in Mathematics*, 92(2), 179–192. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9682-y>
- Mann, T. D., Hund, A. M., Hesson-McInnis, M. S., & Roman, Z. J. (2017). Pathways to School Readiness: Executive Functioning Predicts Academic and Social–Emotional Aspects of School Readiness. *Mind, Brain, and Education*, 11(1), 21–31. <https://doi.org/10.1111/mbe.12134>
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011a). Impaired Acuity of the Approximate Number System Underlies Mathematical Learning Disability (Dyscalculia). *Child Development*, 82(4), 1224–1237. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x>
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011b). Preschoolers' Precision of the Approximate Number System Predicts Later School Mathematics Performance. *PLoS ONE*, 6(9), e23749. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0023749>
- Mazzocco, M. M. M., & Kover, S. T. (2007). A Longitudinal Assessment of Executive Function Skills and Their Association with Math Performance. *Child Neuropsychology*, 13(1), 18–45. <https://doi.org/10.1080/09297040600611346>
- McKenna, R., Rushe, T., & Woodcock, K. A. (2017). Informing the Structure of Executive Function in Children: A Meta-Analysis of Functional Neuroimaging Data. *Frontiers in Human Neuroscience*, 11. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2017.00154>
- McLean, J. F., & Hitch, G. J. (1999). Working Memory Impairments in Children with Specific Arithmetic Learning Difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74(3), 240–260. <https://doi.org/10.1006/jecp.1999.2516>
- Melby-Lervåg, M., Redick, T. S., & Hulme, C. (2016). Working Memory Training Does Not Improve Performance on Measures of Intelligence or Other Measures of “Far Transfer”: Evidence From a Meta-Analytic Review. *Perspectives on Psychological Science*, 11(4), 512–534. <https://doi.org/10.1177/1745691616635612>
- Miyake, A., & Friedman, N. P. (2012). The Nature and Organization of Individual Differences in Executive Functions: Four General Conclusions. *Current Directions in Psychological Science*, 21(1), 8–14. <https://doi.org/10.1177/0963721411429458>
- Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., Howerter, A., & Wager, T. D. (2000). The Unity and Diversity of Executive Functions and Their Contributions to

- Complex “Frontal Lobe” Tasks: A Latent Variable Analysis. *Cognitive Psychology*, 41(1), 49–100. <https://doi.org/10.1006/cogp.1999.0734>
- Moeller, K., Pixner, S., Zuber, J., Kaufmann, L., & Nuerk, H.-C. (2011). Early place-value understanding as a precursor for later arithmetic performance—A longitudinal study on numerical development. *Research in Developmental Disabilities*, 32(5), 1837–1851. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2011.03.012>
- Monette, S., Bigras, M., & Guay, M.-C. (2011). The role of the executive functions in school achievement at the end of Grade 1. *Journal of Experimental Child Psychology*, 109(2), 158–173. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.01.008>
- Morgan, P. L., Farkas, G., & Wu, Q. (2009). Five-Year Growth Trajectories of Kindergarten Children With Learning Difficulties in Mathematics. *Journal of Learning Disabilities*, 42(4), 306–321. <https://doi.org/10.1177/0022219408331037>
- Murphy, M. M., Mazzocco, M. M. M., Hanich, L. B., & Early, M. C. (2007). Cognitive Characteristics of Children With Mathematics Learning Disability (MLD) Vary as a Function of the Cutoff Criterion Used to Define MLD. *Journal of Learning Disabilities*, 40(5), 458–478. <https://doi.org/10.1177/00222194070400050901>
- Naglieri, J. A. (2003). CURRENT ADVANCES IN ASSESSMENT AND INTERVENTION FOR CHILDREN WITH LEARNING DISABILITIES. In *Advances in Learning and Behavioral Disabilities* (Vol. 16, pp. 163–190). Bingley: Emerald (MCB UP ). Retrieved from [http://www.emeraldinsight.com/10.1016/S0735-004X\(03\)16005-3](http://www.emeraldinsight.com/10.1016/S0735-004X(03)16005-3)
- Naglieri, J., & Das, J. (1997). *Cognitive Assessment System : Interpretive handbook*. Austin, Tex: Pro-Ed.
- Ostad, S. A. (2013). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring: med fokus på elever med matematikkvansker*. Trondheim: Læreboka forlag.
- Ostad, S. A. (2015). *Matematikkvansker: en forskningsbasert tilnærming*. Oslo: Fagbokforlaget.
- Passolunghi, Maria Chiara, & Lanfranchi, S. (2012). Domain-specific and domain-general precursors of mathematical achievement: A longitudinal study from kindergarten to first grade. *British Journal of Educational Psychology*, 82(1), 42–63. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02039.x>
- Passolunghi, M. Chiara, & Siegel, L. S. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88(4), 348–367. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2004.04.002>

- Peterson, R. L., Boada, R., McGrath, L. M., Willcutt, E. G., Olson, R. K., & Pennington, B. F. (2016). Cognitive Prediction of Reading, Math, and Attention: Shared and Unique Influences. *Journal of Learning Disabilities, 50*(4), 408–421.  
<https://doi.org/10.1177/0022219415618500>
- Price, G., & Ansari, D. (2013). Dyscalculia: Characteristics, Causes, and Treatments. *Numeracy, 6*(1). <https://doi.org/10.5038/1936-4660.6.1.2>
- Purpura, D. J., & Logan, J. A. R. (2015). The nonlinear relations of the approximate number system and mathematical language to early mathematics development. *Developmental Psychology, 51*(12), 1717–1724. <https://doi.org/10.1037/dev0000055>
- Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Perspectives on Math Difficulty and Disability in Children, 20*(2), 110–122.  
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.10.005>
- Raven, J. C. (1998). *The Raven's Progressive Matrices*. Oxford Psychologists Press Oxford.
- Reeve, R. A., & Gray, S. (2015). Number difficulties in young children: deficits in core number? In S. J. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 44–59). Abingdon, Oxon ; New York, NY: Routledge/Taylor & Francis Group.
- Reigosa-Crespo, V., & Castro, D. (2015). Dots and digits: How do children process the numerical magnitude? Evidence from brain and behaviour. In S. J. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 60–77). Abingdon, Oxon ; New York, NY: Routledge/Taylor & Francis Group.
- Röthlisberger, M., Neuenschwander, R., Cimeli, P., & Roebbers, C. M. (2013). Executive Functions in 5- to 8-Year Olds: Developmental Changes and Relationship to Academic Achievement. *Journal of Educational and Developmental Psychology, 3*(2).  
<https://doi.org/10.5539/jedp.v3n2p153>
- Rousselle, L., & Noël, M.-P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition, 102*(3), 361–395.  
<https://doi.org/10.1016/j.cognition.2006.01.005>

- Schnirman, G. M., Welsh, M. C., & Retzlaff, P. D. (1998). Development of the Tower of London-Revised. *Assessment*, 5(4), 355–360.  
<https://doi.org/10.1177/107319119800500404>
- Shadish, W. R., Cook, T. D., & Campbell, D. T. (2002). *Experimental and quasi-experimental designs for generalized causal inference*. Boston: Houghton Mifflin.
- Shalev, R. S., Manor, O., & Gross-Tsur, V. (2005). Developmental dyscalculia: a prospective six-year follow-up. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 47(2), 121–125.  
<https://doi.org/10.1017/S0012162205000216>
- Sharma, M. C. (2015). Numbersense: a window into dyscalculia and other mathematics difficulties. In S. J. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 277–291). Abingdon, Oxon ; New York, NY: Routledge/Taylor & Francis Group.
- Shaul, S., & Schwartz, M. (2014). The role of the executive functions in school readiness among preschool-age children. *Reading and Writing*, 27(4), 749–768.  
<https://doi.org/10.1007/s11145-013-9470-3>
- Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: the process of change in children's thinking*. New York: Oxford University Press.
- Simon, H. A. (1975). The functional equivalence of problem solving skills. *Cognitive Psychology*, 7(2), 268–288. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(75\)90012-2](https://doi.org/10.1016/0010-0285(75)90012-2)
- St Clair-Thompson, H. L., & Gathercole, S. E. (2006). Executive functions and achievements in school: Shifting, updating, inhibition, and working memory. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 59(4), 745–759.  
<https://doi.org/10.1080/17470210500162854>
- Stock, P., Desoete, A., & Roeyers, H. (2009a). Detecting Children With Arithmetic Disabilities From Kindergarten: Evidence From a 3-Year Longitudinal Study on the Role of Preparatory Arithmetic Abilities. *Journal of Learning Disabilities*, 43(3), 250–268. <https://doi.org/10.1177/0022219409345011>
- Stock, P., Desoete, A., & Roeyers, H. (2009b). Predicting Arithmetic Abilities: The Role of Preparatory Arithmetic Markers and Intelligence. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 237–251. <https://doi.org/10.1177/0734282908330587>
- Stock, P., Desoete, A., & Roeyers, H. (2009c). Screening for mathematical disabilities in kindergarten. *Developmental Neurorehabilitation*, 12(6), 389–396.  
<https://doi.org/10.3109/17518420903046752>



- Temple, C. M., & Sherwood, S. (2002). Representation and retrieval of arithmetical facts: Developmental difficulties. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A*, *55*(3), 733–752. <https://doi.org/10.1080/02724980143000550>
- Tillman, C. M., Nyberg, L., & Bohlin, G. (2008). Working memory components and intelligence in children. *Intelligence*, *36*(5), 394–402. <https://doi.org/10.1016/j.intell.2007.10.001>
- Toll, S. W. M., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2016). Visual working memory and number sense: Testing the double deficit hypothesis in mathematics. *British Journal of Educational Psychology*, *86*(3), 429–445. <https://doi.org/10.1111/bjep.12116>
- Toll, S. W. M., & Luit, J. E. H. V. (2012). Early Numeracy Intervention for Low-Performing Kindergartners. *Journal of Early Intervention*, *34*(4), 243–264. <https://doi.org/10.1177/1053815113477205>
- Toll, S. W. M., & Luit, J. E. H. V. (2014). The Developmental Relationship Between Language and Low Early Numeracy Skills Throughout Kindergarten. *Exceptional Children*, *81*(1), 64–78. <https://doi.org/10.1177/0014402914532233>
- Toll, S. W. M., Van Viersen, S., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2015). The development of (non-)symbolic comparison skills throughout kindergarten and their relations with basic mathematical skills. *Learning and Individual Differences*, *38*, 10–17. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2014.12.006>
- Torbeyns, J., Peters, G., De Smedt, B., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2016). Children's understanding of the addition/subtraction complement principle. *British Journal of Educational Psychology*, *86*(3), 382–396. <https://doi.org/10.1111/bjep.12113>
- Tosto, M. G., Petrill, S. A., Malykh, S., Malki, K., Haworth, C. M. A., Mazzocco, M. M. M., ... Kovas, Y. (2017). Number sense and mathematics: Which, when and how? *Developmental Psychology*, *53*(10), 1924–1939. <https://doi.org/10.1037/dev0000331>
- Utdanningsdirektoratet. (2011, December 21). Generell del av læreplanen. Retrieved from <http://www.udir.no/Lareplaner/Kunnskapsloftet/Generell-del-av-lareplanen/>
- van der Sluis, S., de Jong, P. F., & van der Leij, A. (2007). Executive functioning in children, and its relations with reasoning, reading, and arithmetic. *Intelligence*, *35*(5), 427–449. <https://doi.org/10.1016/j.intell.2006.09.001>
- Van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., Boom, J., & Leseman, P. P. M. (2012). The development of executive functions and early mathematics: A dynamic relationship:

- Development executive functions mathematics. *British Journal of Educational Psychology*, 82(1), 100–119. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02035.x>
- van Marle, K., Chu, F. W., Li, Y., & Geary, D. C. (2014). Acuity of the approximate number system and preschoolers' quantitative development. *Developmental Science*, 17(4), 492–505. <https://doi.org/10.1111/desc.12143>
- Wechsler, D., Kaplan, E., Fein, D., Kramer, J., Morris, R., Delis, D., & Maelender, A. (2003). Wechsler Intelligence Scale for Children (Version 4) [Assessment instrument]. San Antonio: TX: Pearson.
- Welsh, M. C., Satterlee-Cartmell, T., & Stine, M. (1999). Towers of Hanoi and London: Contribution of Working Memory and Inhibition to Performance. *Brain and Cognition*, 41(2), 231–242. <https://doi.org/10.1006/brcg.1999.1123>
- Westfall, P. H. (2014). Kurtosis as Peakedness, 1905–2014. *R.I.P. The American Statistician*, 68(3), 191–195. <https://doi.org/10.1080/00031305.2014.917055>
- Wiebe, S. A., Sheffield, T. D., & Espy, K. A. (2012). Separating the Fish From the Sharks: A Longitudinal Study of Preschool Response Inhibition. *Child Development*, 83(4), 1245–1261. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2012.01765.x>
- Willcutt, E. G., Petrill, S. A., Wu, S., Boada, R., DeFries, J. C., Olson, R. K., & Pennington, B. F. (2013). Comorbidity Between Reading Disability and Math Disability: Concurrent Psychopathology, Functional Impairment, and Neuropsychological Functioning. *Journal of Learning Disabilities*, 46(6), 500–516. <https://doi.org/10.1177/0022219413477476>
- Willoughby, M. T., Blair, C. B., Wirth, R. J., & Greenberg, M. (2010). The measurement of executive function at age 3 years: Psychometric properties and criterion validity of a new battery of tasks. *Psychological Assessment*, 22(2), 306–317. <https://doi.org/10.1037/a0018708>
- World Health Organization. (2015). ICD-10: Den internasjonale statistiske klassifikasjon av sykdommer og beslektede helseproblemer 2015. Retrieved from <https://ehelse.no/standarder-kodeverk-og-referansekatalog/helsefaglige-kodeverk>
- Yeniad, N., Malda, M., Mesman, J., van IJzendoorn, M. H., & Pieper, S. (2013). Shifting ability predicts math and reading performance in children: A meta-analytical study. *Learning and Individual Differences*, 23, 1–9. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2012.10.004>

Zhou, X., & Cheng, D. (2015). When and why numerosity processing is associated with developmental dycalculia. In S. J. Chinn (Ed.), *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (pp. 78–89). Abingdon, Oxon ; New York, NY: Routledge/Taylor & Francis Group.