# Optimalt tidspunkt og dimensjonering av udelelige kapasitetsinvesteringer

- med særlig vekt på kapasitetsinvesteringer i strømnettet

Julie Larsen Gunnerød

Masteroppgave ved Økonomisk Institutt

UNIVERSITETET I OSLO

Mai 2017

# Optimalt tidspunkt og dimensjonering av udelelige kapasitetsinvesteringer

*- med særlig vekt på kapasitetsinvesteringer i strømnettet*

---

Julie Larsen Gunnerød

**Masteroppgave ved Økonomisk Institutt**

Veiledet av Jon Vislie

for graden

**Master of Philosophy in Economics**

Optimalt tidspunkt og dimensjonering av udelelige kapasitetsinvesteringer

http://www.duo.uio.no

Trykk: Reprosentralen, Universitetet i Oslo

# Sammendrag

Denne masteroppgaven analyserer samfunnsøkonomisk effektive kapasitetsutvidelser i statlige foretak med bindende kapasitetsbegrensninger og udelelige investeringer. Dette gjøres innenfor et dynamisk rammeverk med voksende etterspørsel (opp til et bestemt maksimalnivå) og iboende teknologisk utvikling i kapitalvareindustrien. Modellen som er utledet er basert på prinsipp for marginalkostnadsprising og investering, samt dynamisk investeringsplanlegging, etter Marglin (1963) og bygger videre på Rees' (1986) 'første-best' modell. Foretaket har som siktemål å maksimere den sosiale nytten, gjennom å ta optimale investeringsbeslutninger og slik sørge for effektiv forsyning av godet foretaket produserer. Modellen utleder prinsipp for optimalt investeringstidspunkt og optimal dimensjonering av kapasitetsutvidelsen, og som en utvidelse, optimal investeringsperiode.

Oppgaven finner at det optimale investeringstidspunktet forskyves ut i tid som følge av iboende teknologisk utvikling og at introduksjon av kapasitetsutvidelsens investeringsperiode, som beslutningsvariabel, i liten grad påvirker de optimale investeringsbetingelsene for tidspunkt og dimensjonering. Videre viser oppgaven at etterspørselselastisiteten har betydning for den sosiale nytten av en kapasitetsutvidelse. Oppgaven finner at teknologisk gevinst og verdien av ubegrenset etterspørsel er avgjørende faktorer for når en kapasitetsutvidelse gjøres tilgjengelig, for kjent etterspørsel og gitt dimensjonering. Introduksjon av mer delelige sekvensielle investeringer vil redusere den optimale dimensjoneringen og fremskynde investeringstidspunktet, i forhold til mer udelelige engangsinvesteringer. Effekten av usikkerhet på investeringsbetingelsene er også drøftet kort, og oppgaven har argumentert for at verdien av å utsette investeringstidspunktet og verdien av mer delelige, sekvensielle investeringer, øker når usikkerhet introduseres. Til slutt har oppgaven brukt modellresultatene til å belyse hvordan teknologisk utvikling, nye investeringsmuligheter og usikkerhet påvirker de optimale investeringsbetingelsene i strømnettet.

# Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på fem års studier i samfunnsøkonomi. De tre første årene ved Universitetet i Bergen og de to siste ved Universitetet i Oslo.

Valget av tema kom som et resultat av min interesse for miljø- og ressursøkonomi og min deltidsstilling i Statnett, hvor jeg har fått jobbe med problemstillinger knyttet til samspillet mellom ny teknologi og tradisjonelle investeringer i strømnettet. Jeg ønsket at dette skulle danne bakteppet for masteroppgaven slik at jeg kunne anvende ressursøkonomisk teori i en relevant og aktuell kontekst. Jeg har lært svært mye gjennom å utvikle analysen og håper også at andre vil kunne sette pris på å lese oppgaven.

Jeg vil rette en stor takk til min veileder Jon Vislie, som har inspirert med sitt store engasjement for tematikken, raust delt av sin kunnskap og veiledet meg trygt gjennom den prosessen det er å skrive en masteroppgave. Jeg vil også takke Jan Bråten i Statnett for mange gode samtaler og innspill.

Videre vil jeg takke gode medstudenter på lesesal 343 for to fine år, Maria for motiverende og konstruktive 'master-mandagsmøter', mamma, pappa og Kristine for oppmuntring underveis, og spesielt kjæresten min, for tilbakemeldinger på oppgaven og svært god støtte gjennom hele skriveprosessen.

Eventuelle feil og mangler i denne oppgaven er mitt ansvar alene.

Oslo, 10. mai 2017

Julie Larsen Gunnerød

# Innholdsfortegnelse

# 1 Introduksjon

Store investeringer er ventet i strøm-, vei- og banenettet i Norge de neste årene. Regjeringen har satt av 1000 milliarder til i hovedsak vei- og baneprosjekt i forbindelse med Nasjonal transportplan (2018-2029), og Energi Norge estimerer at det skal brukes 140 milliarder på nyinvesteringer og reinvesteringer i strømnettet frem til 2025 (Energi Norge, 2016) (St. meld nr. 33). Disse summene gir et mål på samfunnets verdsetting av tjenestene levert av denne typen infrastruktur, men tallene illustrerer også hvor kapitalintensive disse sektorene er. Høye faste kostnader i infrastruktur, gjør strøm-, vei- og banenettet til naturlige monopol. I Norge, som i mange andre land, eies naturlige monopol av staten, for slik å kunne sikre samfunnsøkonomisk drift og utvikling. Slike statlige foretak trenger store investeringer fra tid til annen, for å erstatte eksisterende utstyr, eller for å utvide den eksisterende kapasiteten som ikke er mulig å overstige uten investeringer da kapasitetsbegrensningene er bindende. Ofte er bindende kapasitetsbegrensninger også forbundet med udelelige[1] investeringsmuligheter, som innebærer at utvidelser i kapasitet bare kan legges til i diskrete mengder, på grunn av tekniske begrensninger. Bindende kapasitetsbegrensninger, udelelige investeringsmuligheter og ønsket om å maksimere det samfunnsøkonomiske overskuddet, setter høye krav til investeringsbeslutningene.

Kapasitetsinvesteringer i infrastruktur, og foretak med kapasitetsbegrensninger og udelelige investeringer, har vært et mye omtalt tema i økonomisk litteratur. Det viktigste arbeidet for å optimalt kunne bestemme størrelsen eller dimensjonen på kapasiteten, ble gjort i etterkrigstiden av de franske ingeniør-økonomene rundt Electricité de France. Deriblant, Marcel Boiteux, som diskuterte kapasitetsinvesteringer i foretak med bindende kapasitetsbegrensninger (Boiteux, 1960). Williamson utvidet denne analysen til også å omfatte udelelige investeringer (Williamson, 1966). Samtidig la mer generell investeringslitteratur vekt på de dynamiske forutsetningene som investeringsbeslutninger tas under, og her gjorde Stephen A. Marglin viktige bidrag (Marglin, 1963).

Ray Rees er en av dem som påpeker viktigheten av å analysere kapasitetsinvesteringer i et dynamisk rammeverk. Tidspunktet for investering og tidspunktet for når ny kapasitet blir tilgjengelig er like viktige aspekt ved kapasitetsinvesteringer som hva som er riktig størrelse

[1] Engelsk: Lumpy

på kapasiteten, i et dynamisk rammeverk når etterspørsel og kostnader utvikles over tid. Når kapasiteten som installeres også har en varighet over flere år, blir også riktig størrelse på kapasiteten, et mer komplekst problem (Rees, 1976, s.83-84). I Rees (1986) presenteres en enkel modell for kapasitetsinvesteringer i møte med en voksende etterspørsel, der betingelser for en optimal sekvens av investeringstidspunkt blir utledet. Modellen til Rees er en forenklet modell av David A. Starrett (1978), hvor også størrelsen på kapasiteten bestemmes optimalt.

Modellen i denne masteroppgaven vil gi oversikt over den dynamiske beslutningssituasjonen til et statlig foretak med bindende kapasitet og udelelige investeringer, i likhet med Rees (1986) og Starrett (1978). Men istedenfor å la etterspørselen vokse i all fremtid, vil tilfellet hvor etterspørselen vokser opp til et bestemt nivå, analyseres. Slik vil den uendelige sekvensen av kapasitetsutvidelser i Rees (1986)/Starrett (1978) erstattes med vurdering av én enkelt kapasitetsutvidelse. I tillegg til at etterspørselen utvikler seg over tid, som i Rees (1986)/Starrett (1976), vil investeringsutgiftene i denne modellen reduseres over tid som følge av iboende teknologisk utvikling [2] i kapitalvareindustrien (Johansen, 1959). Investeringsbetingelsene vil påvirkes av den teknologiske utviklingen, som i Brusco, Tarola og Trento (2016), men i et rammeverk hvor det er etterspørselsveksten, og ikke depresiering av kapasiteten, som driver kapasitetsinvesteringene.

I et rammeverk med voksende etterspørsel (opp til ett gitt nivå) og teknologisk utvikling, vil modellen gi optimale betingelser for *tidspunkt* og *dimensjon* på kapasitetsutvidelsen. Som en utvidelse vil også kapasitetsinvesteringenes *investeringsperiode*, hvor lang tid det tar å gjøre kapasitetsinvesteringen tilgjengelig, inkluderes som en beslutningsvariabel. Videre vil oppgaven også analysere avgjørende faktorer for avveiningen mellom å gjennomføre kapasitetsinvesteringer i forkant eller etterkant av etterspørselsutviklingen, når etterspørselsutviklingen er kjent og den optimale dimensjoneringen på kapasitetsutvidelsen er gitt, i tillegg til å drøfte sekvensielle investeringer med mer delelige investeringsmuligheter ut fra modellrammeverket. Oppgaven drøfter også kort hvordan usikkerhet vil kunne påvirke de optimale investeringsbetingelsene og hvordan usikkerhet kan gi investeringsutsettelse og sekvensielle investeringer, en tilleggsverdi.

[2] Engelsk: Embodied Technological Change

Modellen som utledes vil skille seg noe fra eksisterende litteratur. Boiteux (1960), Williamson (1966), Rees (1986) og Starrett (1976), fokuserer alle på effektiv finansiering av kapasitetsinvesteringene. Denne modellen vil på sin side fokusere kun på samfunnsøkonomisk effektiv forsyning av godet, gjennom effektive kapasitetsutvidelser. Oppgaven vil også forsøke å bruke modellresultatene til å kaste lys over avgjørende faktorer for optimale investeringer i strømnettet; om enn på et mer prinsipielt nivå enn f.eks. Turvey (1968).

I neste kapittel vil jeg kort gjøre rede for motivasjonen bak oppgaven: Kapasitetsinvesteringer i strømnettet. I kapittel 3 vil jeg presentere det modellteoretiske bakteppet for masteroppgaven som spenner fra teori knyttet til marginalkostnadsprising til dynamisk investeringsplanlegging. I kapittel 4 vil modellens presenteres og analyseres, og i kapittel 5 diskuteres resultatene i sammenheng med kapasitetsinvesteringer i strømnettet. Avsluttende kommentarer blir gjort i kapittel 6.

# 2 Motiverende eksempel: Kapasitetsinvesteringer i strømnettet

Det elektriske kraftsystemet er en del av kritisk infrastruktur i Norge og har på lik linje med annen infrastruktur bindende kapasitetsbegrensninger. Kraftsystemet omfatter både produksjon av kraft og distribusjon av elektrisitet til forbrukeren over kraftnettet. Kraftnettet er et naturlig monopol på grunn av svært høye investeringskostnader og lave variable kostnader. For å unngå at monopolposisjonen utnyttes og for å sikre samfunnsøkonomisk effektiv drift og utvikling, er derfor ulike geografiske områder og ulike nivå av kraftnettet tildelt ulike nettselskap. I Norge deles kraftnettet inn i distribusjons-, regional- og sentralnettet (Statnett, 2014a). Vi vil i det følgende diskutere drift og utvikling i sentralnettet.

Statnett SF er ansvarlig for samfunnsøkonomisk effektiv drift og utvikling i sentralnettet, samtidig som de skal sørge for forsyningssikkerhet i kraftsystemet, som *systemansvarlig*. En sikker strømforsyning innebærer at kraftproduksjonen må være stor nok til å dekke etterspørselen etter elektrisitet, for å sikre energibalansen. Samtidig må kraftnettet ha tilstrekkelig overføringskapasitet slik at det til enhver tid er momentan balanse mellom forbruk og produksjon, slik at effektbalansen opprettholdes (Statnett, 2014b, s. 14 og 17). Effektbalansen er derfor den som legger sterkest føringer for *overføringskapasiteten* (St.meld. nr. 14 (2011-2012), s. 14). Dette innebærer at man vil legge til rette for at det også er samsvar mellom produsert effekt og forbruk på tidspunkt med topplast[3].

I sentralnettet opereres det vanligvis med to kapasitetsgrenser, kalt N-1 og N-0. Kapasiteten N-1 innebærer at strømnettet fortsatt skal kunne fungere som normalt selv om det oppstår en feil på en komponent (del) av kraftnettet, mens N-0 er en absolutt kapasitetsgrense i den forstand at en feil på en komponent vil gi strømbrudd. Regjeringen har besluttet at investeringer i sentralnettet skal planlegges ut fra en N-1 kapasitet for å redusere risikoen for utkobling av forbruk og strømbrudd (St.meld. nr. 14 (2011-2012), s. 51). Vil heretter referere til kraftnettets overføringskapasitet som N-1 kapasiteten.

[3] Den timen i løpet av et år med høyest kraftetterspørsel. Topplast inntreffer som oftest i perioder med svært lave temperaturer, gjerne på kalde vinterdager som i januar og februar.

Dersom overføringskapasiteten på et tidspunkt ikke er tilstrekkelig for kraften som skal overføres, oppstår det flaskehalser i nettet. Som et virkemiddel for å håndtere disse flaskehalsene er Norge delt inn i fem prisområder, basert på plasseringen av langsiktige flaskehalser. Når området på den ene siden av flaskehalsen har underskudd på kraft, vil prisen øke for å stimulere til redusert forbruk og økt produksjon i området. På den andre siden av flaskehalsen, hvor det er kraftoverskudd, vil prisen reduseres for å stimulere til økt forbruk og redusert produksjon. Dette er en måte å håndtere ubalanser i produksjon og forbruk *mellom* prisområder. Innad i hvert prisområde holdes imidlertid prisen lik, og eventuelle ubalanser mellom produksjon og forbruk må løses ved hjelp av intervensjon i markedet, der Statnett betaler produsenter og forbrukere for å produsere mer eller forbruke mindre. Dette kalles systemtjenester, eller balansetjenester hvis det er håndtering av større ubalanser. Disse tjenestene finansieres av de som forårsaker ubalansen (Statnett, 2016).

En investering i økt overføringskapasitet er generelt samfunnsøkonomisk lønnsom dersom den sosiale nytten er større enn kostnadene. Ettersom kraftnettet dimensjoneres etter topplasten, som ikke nødvendigvis inntreffer ofte, er kapasitetsutvidelser særlig kostbart fordi brukstiden er så kort. Samtidig har ledig kapasitet en verdi ved at den kan håndtere et fremtidig overføringsbehov.

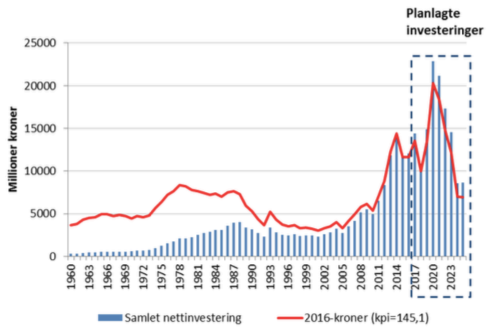
Verdien av overføringskapasiteten er verdien av at effektbalansen opprettholdes. Effektbalansen trues i situasjoner med lavt forbruk og høy kraftproduksjon, eller ved høyt forbruk og lav produksjon i et område med begrenset overføringskapasitet. Hvis slike situasjoner oppstår vil tiltak som utkobling av forbruk settes i gang for å frigjøre overføringskapasitet. I første omgang vil det *fleksible forbruket* kobles ut. Dette er forbruk som har akseptert risikoen for utkobling i bytte mot lavere nettleie. Dersom utkobling av fleksibelt forbruk ikke er tilstrekkelig, har Statnett også mandat til å tvangsmessig koble ut forbruk (Forskrift om systemansvaret i kraftnettet, 2002, § 13). Både utkobling av fleksibelt og ordinært forbruk gir samfunnsøkonomiske tap, men utkobling av ordinært forbruk gir de største tapene da utkoblingen ikke er kontraktsfestet, samt rammer flere og er uavhengig av forbrukernes betalingsvilje for strøm. Strømutkobling medfører direkte kostnader som tapte salgsinntekter som følge av stans i produksjon, men også indirekte kostnader som er mye vanskeligere å estimere. De direkte kostnadene ved avbrudd er forsøkt formalisert gjennom KILE-ordningen, som ble innført i 2001 for sikre samfunnsøkonomisk effektivt nivå av leveringskvalitet. De indirekte kostnadene dekkes imidlertid ikke av KILE-satsene (Kjølle, 2011). Indirekte kostnader kan eksempelvis være forbrukerens ulempe knyttet til at tjenesten de ønsker ikke er tilgjengelig. Vanskelighetene ved å beregne de samfunnsøkonomiske kostnadene ved strømbrudd gjør det også vanskelig å kjenne verdien av en sikker strømforsyning, som er viktig for å kunne bestemme riktig nivå av investering og forsyningssikkerhet (St.meld. nr. 14 (2011-2012), s. 10).

Behovet for økt overføringskapasitet vil oppstå dersom prognoser anslår en høyere topplast enn det overføringskapasiteten er dimensjonert for. For å håndtere en økt effektetterspørsel er én mulighet å investere i utbygging av strømlinjer. Nettinvesteringen kan utgjøre en ny forbindelse mellom to områder som ikke tidligere har vært koblet sammen innad i et land eller mellom land, eller inngå som en del i et integrert (masket) nett. Nettinvesteringer medfører relativt lange investeringsperioder; det tar en stund å påbegynne og fullføre denne typen investeringer. Det er derfor svært viktig at utviklingen i effektetterspørselen følges tett, for at investeringene kan være i forkant av etterspørselsutviklingen, slik at man ikke havner i en langvarig situasjon med manglende kapasitet. Det at etterspørselsutviklingen er forbundet med såpass høy usikkerhet gjør investeringsbeslutningene ekstra krevende, da det øker sannsynligheten for feilinvesteringer. I tillegg bidrag investeringenes lange levetid, kombinert med små reverseringsmuligheter, til å øke risikoen ved investeringsbeslutningen. (Thema Consulting Group, 2013, s.17). Eventuelle feilinvesteringer vil være uvirksomme lenge og er svært vanskelige å selge til annet bruk da de er bransjespesifikke.

Utbygging av nettkapasiteten er typiske investeringer som gjøres i store sprang, av tekniske og kostnadsmessige årsaker (Thema Consulting Group, 2013, s.17). Dette henger sammen med at en stor del av investeringsutgiftene er uavhengige av den installerte nettkapasiteten. Følgelig vil kostnaden per enhet installert nettkapasitet reduseres dersom dimensjoneringen av nettkapasiteten øker, og det vil derfor være rasjonelt å bygge ut mye kapasitet om gangen, for å redusere gjennomsnittskostnadene.

Andre mulige tiltak for å øke overføringskapasiteten er tiltak i det eksisterende nettet, som f.eks. temperatur- og spenningsoppgradering. I tillegg er tiltak på forbrukersiden i ferd med å etablere seg som løsninger på effektknapphet. Styringssystemer kan sørge for at forbruket jevnes ut over topp- og lavlast perioder, uten at det går utover forbrukernes komfort. Slik reduseres behovet for overføringskapasitet. Avanserte Måle- og Styringssystemer (AMS), som vil være installert i alle norske husholdninger innen 2019, vil legge grunnlaget for utbredt bruk av denne typen løsninger (Lie, 2014). Fordelen med denne typen tiltak er at de etter all sannsynlighet er mer skalerbare og har kortere investeringsperiode enn tradisjonelle nettinvesteringer. Slik vil kapasitetsutvidelsene kunne legges til mer kontinuerlig og ikke måtte påbegynnes lenge i forkant av etterspørselsutviklingen.

Det norske kraftnettet går nå inn i en periode med historisk høye årlige investeringer. Frem til 2025 skal det investeres i det norske kraftnettet for totalt 140 milliarder kroner (figur 1). Investeringene fordeler seg på alle nettnivå. 40 prosent av investeringene vil bli gjort i sentralnettet, 50 prosent i regional- og distribusjonsnettet, og 7 prosent skal brukes på installering av AMS. Investeringene fordeler seg mellom både nyinvesteringer og reinvesteringer. Sistnevnte på grunn av et generelt aldrende kraftsystem og nyinvesteringer som følge av et økt overføringsbehov. Dette på grunn av planlagt etablering av ny fornybar kraftproduksjon, samt økt effektetterspørsel blant annet som følge av mer effektkrevende husholdningsartikler (Energi Norge, 2016).



Figur 1: Planlagte investeringer i strømnettet frem mot 2025. Kilde: Energi Norge (2016).

Kraftnettet står ovenfor store investeringer i årene som kommer, og investeringsbeslutningene skal tas under dynamiske forutsetninger som (usikker) etterspørselsvekst og teknologisk utvikling i kapasitetsinvesteringene. I denne sammenheng er det interessant å bruke en modell for å gjøre en teoretisk analyse av de dynamiske investeringsbeslutningene som ligger til grunn for kapasitetsinvesteringer i statlige foretak med kapasitetsbegrensninger, som skal maksimere det samfunnsøkonomiske overskuddet.

# 3 Bakgrunn

Denne masteroppgaven bygger i hovedsak på teori knyttet til prising og kapasitetsinvesteringer i foretak med kapasitetsbegrensninger, samt litteratur om dynamisk investeringsplanlegging. Tre artikler innenfor disse litteraturfeltene har fungert som hovedinspirasjon: Marcel Boiteux (1960) *Peak-Load Pricing*, Oliver Willamson (1966) *Peak-Load Pricing and Optimal Capacity under Indivisible Constraints* og Stephen A. Marglin (1963) *Approaches to Dynamic Investment Planning*. I tillegg skaper Ray Rees bindeleddet mellom disse litteraturfeltene med sin artikkel *Indivisibilities, Pricing and Investment: The case of the second best* (1986). Bidraget fra denne oppgaven blir å knytte disse to litteraturfeltene nærmere sammen, og å gå videre fra Rees' 'første-beste' modell for å analysere optimale beslutninger rundt tidspunkt for innføring av ny kapasitet og dimensjonen på tilleggskapasiteten.

Først introduseres prinsippene for marginalkostnadsprising i foretak med kapasitetsbegrensninger, etter Boiteux (1960), samt resultatene til Williamson (1966), før en introduksjon til dynamisk investeringsplanlegging, etter Marglin (1963). Tilslutt gjøres det rede for Rees' (1986) utvidelse av kapasitetsutvidelser til et dynamisk rammeverk.

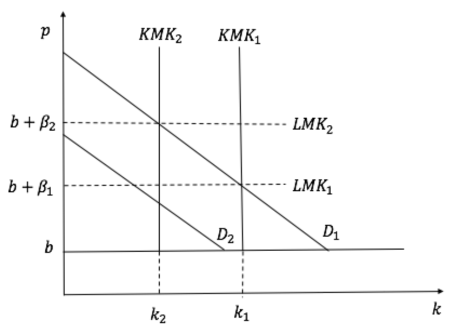
## 3.1 Marginalkostnadsprising i statlige foretak

Prising av statlige foretaks[4] goder eller tjenester, har vært av stor interesse for faget gjennom de siste 175 årene. Den franske ingeniøren Jules Dupuit argumenterte allerede på midten av 1800-tallet for at marginalkostnadsprising i statlige foretak var samfunnsøkonomisk optimalt. Nesten 100 år senere, i 1938, brakte Harold Hotelling temaet frem i lyset igjen med artikkelen *'The General Welfare in Relation to Problems of Taxation and of Railway and Utility Rates'.* Teorien ble så utviklet videre gjennom andre verdenskrig og i etterkrigstiden. Særlig viktige bidrag ble gitt av de franske «ingeniør-økonomene» rundt Electricité de France (Allais, Massé, Boiteux). I Frankrike ble det også åpnet for praktiske diskusjoner, særlig knyttet til prising av jernbane og elektrisitetsforsyning, som et resultat av en utbredt statlig overtakelse av tidligere private foretak (Marschak, 1960).

[4] Engelsk: Public Utilities

Teorien for marginalkostnadsprising fordrer at et gode skal prises til kostnaden av å produsere en ekstra enhet. Denne teorien kan gis ulike tolkninger. Boiteux (1960) anvender teorien på statlige foretak, men med bindende kapasitetsbegrensninger og mulighet for delelige kapasitetsutvidelser. Når kapasitetsbegrensningene er bindende, er det umulig å produsere mer enn den eksisterende produksjonskapasiteten, på grunn av teknologiske og økonomiske begrensninger. De økonomiske begrensningene fremkommer tydelig ved formen på den kortsiktige marginalkostnadskurven. De kortsiktige marginalkostnadene, $b$, skiller seg fra de langsiktige marginalkostnadene, $b + \beta$. Mens b er kostnaden av å øke produksjonskvantumet marginalt innenfor den gitte kapasiteten, er $b + \beta$ kostnaden av en marginal produksjonsøkning dersom det krever en kapasitetsutvidelse. $\beta$ defineres som den periodevise kapasitetskostnaden, når det antas konstant skalautbytte på lang sikt. Når kapasitetsbegrensningene er bindende, vil den kortsiktige marginalkostnaden ikke være definert når produksjonen når den eksisterende kapasiteten. Dette kan illustreres som at den kortsiktige marginalkostnadskurven (KMK) i figur 2, blir vertikal når den treffer den eksisterende kapasitetsgrensen. Med andre ord vil ressursbruken måtte være uendelig stor, dersom et foretak som har en bindende produksjonskapasitet på 100/dag, skal klare å produsere 101/dag, med den eksisterende kapasiteten.

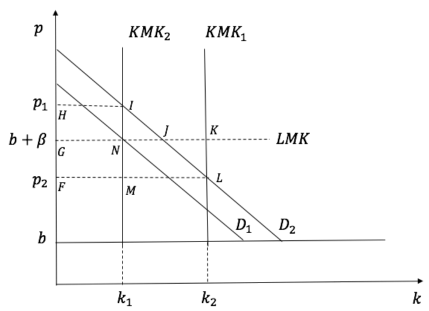
Marginalkostnadsprising vil i denne situasjonen bety at prisen settes lik kortsiktig marginalkostnad, b, så lenge etterspørselen er lavere enn produksjonskapasiteten. Dersom etterspørselen er høyere enn kapasiteten, vil omsatt kvantum begrenses av den gitte kapasiteten og prisen vil øke over kortsiktig marginalkostnad, som følge av knapphetssituasjonen. De to tilfellene er illustrert i figur 2, hvor etterspørselen $D_2$ ikke er begrenset av kapasiteten $k_1$, mens $D_1$ er begrenset av kapasiteten, $k_1$. Prisen i de to tilfellene er henholdsvis $b$ og $b + \beta_1$. Prising til kortsiktig marginalkostnad ($KMK_1$), når etterspørselen er lavere enn kapasiteten, innebærer at prisen bare dekker de variable produksjonskostnadene b. De periodevise kapasitetskostnadene, utledet fra de totale investeringsutgiftene, dekkes ikke, og foretaket går med tap. Kapasiteten er ikke optimalt tilpasset.



Figur 2: Optimal kapasitet ved delelige investeringer. Kilde: Williamson (1966).

Boiteux (1960) viser at vi har optimal kapasitet når den er tilpasset slik at de kortsiktige marginalkostnadene (KMK) er lik de samlede langsiktige marginalkostnadene (LMK), på et gitt produksjonsnivå. I dette tilfellet vil marginalkostnadsprising dekke både de variable produksjonskostnadene og kapasitetskostnadene, slik at foretaket ikke går med tap. Kapasiteten bør følgelig i et *langsiktig optimum* utvides til et nivå der prisen er lik de samlede langsiktige marginalkostnadene, som er tilfellet i punktet hvor $KMK_1$ skjærer $LMK_1$ og $D_1$, i figuren. For en gitt etterspørsel vil en høyere langtidsmarginalkostnad redusere den optimale kapasiteten. Figur 2 illustrerer at optimal kapasitet for etterspørsel $D_1$ gitt kapasitetskostnaden $\beta_1$, er $k_1$, mens optimal kapasitet er lik $k_2$ dersom kapasitetskostnaden er $\beta_2$.

Williamson (1966) utvider Boiteux' modell for prising i et foretak med bindende kapasitetsbegrensninger ved å erstatte antakelsen om delelige investeringer, med udelelige[5] investeringsmuligheter. Kapasiteten kan bare økes i sprang med endelig størrelse E, noe som vil gi nytt kriterium for kapasitetsutvidelse. Et annet viktig bidrag er Williamsons formulering av et velferdskriterium: Et (statlig) foretak som produserer et gode eller en tjeneste q, som konsumeres hver tidsenhet, ønsker å maksimere den totale velferden, definert ved summen av produsentoverskudd og konsumentoverskudd.



Figur 3: Optimal kapasitet ved udelelige investeringer. Kilde: Williamson (1966).

[5] Lumps gir ikke endringer i relative priser og omsatte kvanta i økonomien.

Anta at vi i utgangspunktet har optimalt tilpasset kapasitet som hos Boiteux. Optimal kapasitet for etterspørselen $D_1$ er kapasiteten $k_1$, slik at prisen er lik $b + \beta$, som dekker både de variable produksjonskostnadene og kapasitetskostnadene, se figur 3. Etterspørselen skifter så til $D_2$, og følgelig er ikke lenger kapasiteten $k_1$ optimal. Kapasiteten kan imidlertid bare utvides med E, gitt ved $k_2 - k_1$, slik at ny kapasitet blir $k_2$. Når investeringene er kontinuerlig eller fullt ut delelige, som i Boiteux, er prinsippet for optimal kapasitet enkelt å implementere; kapasiteten økes bare til prisen er lik langsiktig marginalkostnad. I denne situasjonen, hvor kapasitetsutvidelse ikke er en kontinuerlig variabel, men en diskret, vil den eneste mulige kapasitetsutvidelsen redusere prisen til $p_2$, der $b < p_2 < b + \beta$. Prisen vil følgelig ikke dekke hele kapasitetskostnaden, og foretaket går med tap. Williamson viser til tross for dette, at dersom det legges totale velferdsbetrakninger til grunn, kan en kapasitetsutvidelse likevel være lønnsom. Willamson viser at så lenge arealet IJN ikke er mindre enn arealet JKL, er nettonytten av kapasitetsutvidelsen positiv. Grunnen er den at en eventuell kapasitetsutvidelse vil innebære at prisen settes til $p_2$ og produsentoverskuddet reduseres dermed med HING + GJLF + JKL, mens konsumentoverskuddet øker med HING + GJLF + IJN. Nettonytten er følgelig gitt ved differansen IJN – JKL. Dette er en altså en sammenligning av økning i total nytte og totale kostander; ikke en marginal avveining. Dersom nettonytten er null eller positiv, er det lønnsomt å øke kapasiteten til $k_2$. Rees (1976, s.82) påpeker at en kapasitetsutvidelse i tråd ved Williamsons betingelse, bare potensielt er Pareto optimal. Det vil si at kapasitetsutvidelsen er Pareto-optimal hvis den er slik at ingen får det bedre uten av noen får det dårligere. Kapasitetsutvidelsen vil følgelig kun være Pareto-optimal dersom den finansieres slik at ingen får det dårligere.

Boiteux og Williamson illustrerer viktige prinsipp for prising og kapasitetsinvestering, i foretak med bindende kapasitetsbegrensninger. Siden modellene kun håndterer en tidsperiode, er investeringsbeslutningene som utledes, statiske. Dynamikken i en investeringsbeslutning fanges opp i en dynamisk modell for investeringsplanlegging, formulert av Marglin (1963).

## 3.2 Dynamisk investeringsplanlegging

Marglin (1963, s.23-28) formulerer en enkel modell for dynamisk investeringsplanlegging. Modellen har tid som en kontinuerlig variabel og tar for seg ett investeringsprosjekt, hvor nytten av prosjektet avhenger av kalendertid, u, slik at nytten av prosjektet avhenger av når prosjektet starter. [6] Investeringskriteriet som utledes vil skille seg fra det som Boiteux/Williamson utledet, på den måten at ikke bare skal det bestemmes *om* prosjektet skal gjennomføres, men også *når* prosjektet eventuelt skal gjennomføres. Prosjektet er av en gitt størrelse. I et slikt dynamisk rammeverk er investeringstidspunktet, t, også en beslutningsvariabel.

I modellen antas det at prosjektet det investeres i blir momentant tilgjengelig på det tidspunktet det blir besluttet. Prosjektet er av en gitt størrelse; dvs. dimensjonering er ikke en beslutningsvariabel. Nytten, B(u), er økende over tid, og antas kun å være en funksjon av når prosjektet implementeres, gitt ved tidspunktet t. Prosjektet vil ha en positiv nyttestrøm fra investeringstidspunktet, t, og for all fremtid. Den totale, neddiskonterte, nytten av prosjektet fra investeringstidspunktet og for all fremtid, kan skrives som integralet $\int_t^\infty B(u)e^{-ru}du$. Investeringsutgiften C, er uavhengig av investeringstidspunktet, men diskonteres ned til i dag med en konstant og positiv diskonteringsrente r. Netto nåverdi av prosjektet er dermed

$$Y(t) = \int_t^\infty B(u)e^{-ru}du - Ce^{-rt} \tag{3.1}$$

Fra denne kan vi finne virkningen av å utsette investeringstidspunktet, t. Ved å derivere $Y(t)$ med hensyn på t, ved hjelp av Leibniz integralformel, finner vi:

$$Y'(t) = -B(t)e^{-rt} + rCe^{-rt} \tag{3.2}$$

Dersom investeringstidspunktet utsettes litt, vil prosjektets nyttestrøm reduseres med den øyeblikkelige nytten, $B(t)$, samtidig som prosjektet oppnår en rentegevinst på investeringsutgiftene av utsettelsen, gitt ved $rC$. Setter vi $Y'(t) = 0$, og antar at annenordensbetingelsen for et maksimum er oppfylt, $Y''(t) < 0$, finner vi betingelsen for optimalt investeringstidspunkt som

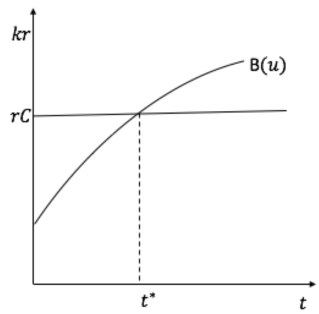
$$B(t) = rC \tag{3.3}$$

Investeringstidspunktet er satt optimalt dersom nyttetapet av en utsettelse, prosjektets nytte på tidspunktet for investering, B(t), er lik den marginale rentegevinsten, $rC$. Det vil si når

[6] Marglins modell inkluderer også investeringens levetid. Dette aspektet ser vi bort fra her.

nettonåverdien av prosjektet er ikke-negativ for første gang. Forskjellen fra Boiteux' og Williamsons statiske betingelse er at prosjektet (kapasitetsutvidelsen) ikke forkastes dersom nettonåverdi ikke er positiv på det aktuelle tidspunktet, men heller utsettes til det blir lønnsomt.

Optimalt investeringstidspunkt, t*, er illustrert i figur 4. Så lenge prosjektets nytte på et tidspunkt t, $B(t)$, er lavere enn rentegevinsten, $rC$ , er det lønnsomt å utsette investeringstidspunktet. Frem til optimalt investeringstidspunkt er nådd vil rentegevinsten mer enn veie opp for nyttetapet ved å utsette prosjektet. Fra tidspunkt t* vil en utsettelse av prosjektet gi et større nyttetap enn hva rentegevinsten kan kompensere for. Forskjellen fra Boiteux/Williamson er følgelig at prosjektet (kapasitetsutvidelsen) ikke forkastes dersom nettonåverdi ikke er positiv på det aktuelle tidspunktet, men prosjektet utsettes til det blir lønnsomt.



Figur 4: Optimalt investeringstidspunkt. Kilde: Marglin (1963).

For å også sette lys på hva som er bestemmende for et prosjekts dimensjonering i et dynamisk rammeverk, kan Marglins modell omformuleres til en modell hvor prosjektets dimensjonering, $\Delta$, er en beslutningsvariabel. Dimensjonen på prosjektet kan forstås som størrelsen på et foretaks kapasitetsutvidelse, som diskutert i kapittel 3.1. Investeringstidspunktet, t, er nå eksogent gitt, og problemet er å finne den dimensjoneringen av prosjektet som maksimerer nytten.

Både prosjektets nytte, $B(\Delta)$, og utgifter, $C(\Delta)$, avhenger av investeringens dimensjonering. Nytten er strengt økende, med avtakende marginalnytte for prosjektets dimensjonering, $B'(\Delta) > 0, B''(\Delta) < 0.$ Investeringsutgiftene er strengt økende og konveks. Prosjektet vil gi nytte fra investeringstidspunktet og for all fremtid, mens investeringsutgiftene er en engangsutgift på tidspunkt t. Nytte og kostnader neddiskonteres fra investeringstidspunktet, med renten r. Nettonåverdi av prosjektet blir da

$$Y(\Delta) = \int_t^{\infty} e^{-ru} B(\Delta) du - C(\Delta)e^{-rt} = \frac{B(\Delta)}{r} e^{-rt} - C(\Delta)e^{-rt} \quad (3.4)$$

Maksimerer vi dette uttrykket med hensyn på $\Delta$, og ved å sette $Y'(\Delta) = 0$, finner vi betingelsen for optimal dimensjonering av prosjektet, idet annenordensbetingelsen for et maksimum er oppfylt om $B'' < 0$ og $C'' > 0$. Vi finner da:

$$\frac{B\prime(\Delta)}{r} = C'(\Delta) \quad (3.5)$$

Prosjektets dimensjonering er optimal dersom den marginale nyttegevinsten for økt dimensjonering, over hele prosjektets levetid, gitt ved nåverdien av marginalnytten per tidsenhet, beregnet for en uendelig horisont, skal være lik marginalkostnaden av å øke prosjektets dimensjonering. Oppfatter vi den neddiskonterte bruttonytten for all fremtid som en "bruttoformue", W, vil denne være lik $\frac{B\prime(\Delta)}{r} = W$, slik at $B'(\Delta)$ da kan oppfattes som en uendelig annuitet.

## 3.3 Dynamisk kapasitetsutvidelse

Rees (1986)[7] bruker investeringskriteriene for udelelige investeringer utledet av Williamson (1966), samt prinsipp innenfor dynamisk investeringsplanlegging til å utlede en betingelse for optimal investeringssyklus for en sekvens kapasitetsutvidelser. Slik bindes de statiske betingelsene for kapasitetsinvesteringer fra marginalkostnadsprisingslitteraturen sammen med dynamiske investeringsbetingelser fra teori om dynamisk investeringsplanlegging.

Rees' første-best løsning, tar utgangspunkt i et statlig foretak som står overfor en forventet vekst i etterspørselen for et sitt gode, som forsynes i mengde x(t) på tidspunkt t. Etterspørselen vokser med en konstant rate for all fremtid. Når etterspørselen overgår den utbygde kapasiteten, må etterspørselen begrenses, på grunn av de bindende kapasitetsskrankene, som hos Boiteux og Williamson. Mulighetene for kapasitetsutvidelse er udelelige, som i Williamson, og av en gitt størrelse K. Kapasitetsutvidelsen finner sted på tidspunkt $t_i$, til neddiskontert kostnad $Ce^{-rt_i}$. Foretaket skal bestemme optimal prising og sekvens av tidspunkt, $(t_1^*, t_2^*, .., t_n^*, ..)$ for når å utvide kapasiteten.

[7] Som er en forenkling av Starrett (1978)

Brukerne får en nytte av å konsumere godet x, over tidsintervallet mellom kapasitetsinvesteringene $(t_{i-1}, t_i), i \in Z_+$ . Det neddiskonterte konsumentoverskuddet uttrykkes som $B_i$. Foretaket maksimerer dermed nettonåverdi av kapasitetsutvidelsen $S = B_i - Ce^{-rt_i}$ med hensyn på betingelsen som sier at etterspørselen ikke kan overstige den utbygde kapasiteten i hvert tidsintervall mellom kapasitetsinvesteringene.

Optimal prising blir bestemt slik at marginalkostnad er lik prisen når etterspørselen er mindre enn kapasiteten. Når etterspørselen overgår kapasiteten, vil prisen settes så høyt at kapasiteten blir utnyttet fullt ut. Dette i tråd med prinsippene for marginalkostnadsprising, vist i kapittel 3.1. Betingelsen for optimalt tidspunkt for kapasitetsutvidelsen er imidlertid det som er mest interessant. Rees (1986) finner at optimale tidspunkt for kapasitetsutvidelse er når marginalnytten av kapasitetsutvidelsen er lik marginalnytten av å utsette kapasitetsutvidelsen.

$$B(\hat{p}(t_i^*, t_i^*) - B(p^*(t_i^*, t_i^*) = rC \qquad (3.6)$$

Den utledede betingelsen (3.6) er helt i tråd med Marglins dynamiske betingelse for optimalt investeringstidspunkt, (3.3). Bare uttrykket for den marginale nytten av prosjektet, her en kapasitetsutvidelse, er ulik hos Rees. Marginalnytten av kapasitetsutvidelsen er differansen mellom nytten dersom kapasitetsutvidelsen blir gjennomført på det aktuelle tidspunktet $t_i^*$, $B(\hat{p}(t_i^*, t_i^*)$, og nytten dersom kapasitetsutvidelsen ikke blir gjennomført på det aktuelle tidspunktet, $B(p^*(t_i^*, t_i^*)$. Om kapasitetsutvidelsen ikke gjennomføres, vil etterspørselen begrenses og optimal pris vil være høyere enn marginalkostnad. Følgelig blir også konsumentoverskuddet lavere. Differansen blir positiv, og representerer nytten ved å gjennomføre en kapasitetsutvidelse på tidspunkt $t_i^*$ , alternativt nyttetapet dersom kapasitetsutvidelsen ikke gjennomføres på tidspunkt $t_i^*$. Marginalnytten (evt. unytten) balanseres mot den marginale rentegevinsten av å utsette kapasitetsutvidelsen, som i Marglin.

Rees utledet en enkel modell som knytter teorien for optimal prising og kapasitetsinvestering, etter Boiteux (1960) og Williamson (1966), sammen med teori for dynamisk investeringsplanlegging, etter Marglin (1963). Resultatet er en modell som optimalt bestemmer investeringstidspunkt for en kapasitetsutvidelse, gitt som en uendelig sekvens. Modellen i denne masteroppgaven, som presenteres i neste kapittel, vil bygge videre på Rees' første-best resultat og vil inkludere kapasitetsutvidelsens størrelse, eller dimensjon, som en beslutningsvariabel, i tillegg til investeringstidspunktet. Dette er gjort i Starrett (1978) for en uendelig sekvens av kapasitetsutvidelser, men modellen i denne oppgaven vil holde seg nærmere Rees' enkle modellformulering, samtidig som modellen heller vil vurdere én enkelt investering for en etterspørsel som vokser opp til et gitt nivå, fremfor en sekvens investeringer for en etterspørsel som vokser for all fremtid.

# 4 Modell og analyse

Boiteux' og Williamsons tilnærming til marginalkostnadsprising og investering i foretak med bindende kapasitetsbegrensninger, var motivert utfra et ønske om å sørge for effektiv finansiering av godet. Den modellen vi skal se nærmere på her, vil isteden ha som siktemål å sørge for samfunnsøkonomisk effektiv forsyning av godet, som produseres under kapasitetsbegrensninger. Foretaket skal maksimere den sosiale nytten, gjennom å ta optimale investeringsbeslutninger, og slik sørge for effektiv forsyning av godet, i møte med en eksogent voksende etterspørsel og teknologisk utvikling.

Modellen vil gi oversikt over den dynamiske beslutningssituasjonen til et statlig foretak med bindende kapasitet gjennom å utlede prinsipp for *når* investeringsbeslutningen skal tas, *hvor stor* kapasitetsutvidelsen skal være, og som en utvidelse; *over hvor lang periode* kapasitetsutvidelsen skal utføres. Rammeverket er i så måte en utvidelse av 'første-best' problemet i Rees (1986) og Starrett (1978) hvor henholdsvis investeringstidspunktet, og investeringstidspunktet og dimensjoneringen, bestemmes optimalt. Rees (1986) og Starrett (1978) bestemmer imidlertid optimale investeringssykluser for en etterspørsel som vokser i all fremtid, mens denne modellen vil vurdere én enkelt investering for en etterspørsel som vokser opp til et gitt nivå. Investeringsbeslutningene vil som i Brusco, Tarola og Trento (2016) påvirkes av teknologisk utvikling, men i et rammeverk hvor det er etterspørselsveksten, og ikke depresiering av kapasiteten, som driver kapasitetsutvidelsen.

Godet, som produseres av foretaket og omsettes på tidspunkt t, i mengde x(t), prises ut fra marginalkostnadsprinsippet. Den marginale enheten som omsettes på ethvert tidspunkt bestemmes der marginalbetalingsvilje, eller prisen, er lik tilbudet, så lenge etterspørselen er lavere enn kapasiteten. Når etterspørselen vokser over kapasitetsbegrensningen, vil omsatt kvantum begrenses til kapasiteten, og prisen settes der etterspørselen skjærer kapasiteten. Vi definerer den sosiale nytten på tidspunkt t, som summen av konsument- og produsentoverskuddet. Dette representeres av arealet under den momentane etterspørselskurven, frem til det omsatte kvantumet, fratrukket arealet under marginalkostnadskurven; dvs. vi har $s(x(t),t) = \int_0^{x(t)} p(y,t)dy - cx(t)$, som formulert i Rødseth (1983).

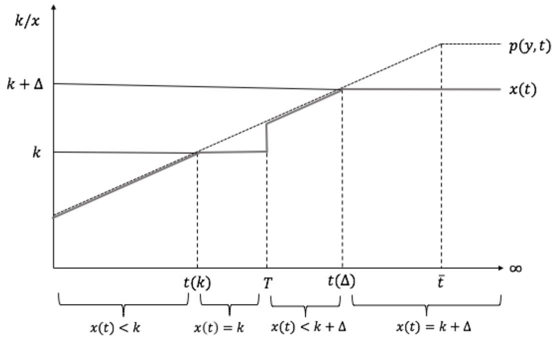
Foretaket kan investere i en kapasitetsutvidelse, på den eksisterende kapasiteten, k. Mulighetene for en kapasitetsutvidelse, i et omfang $\Delta$, betraktes generelt som udelelige, men marginal (delelig) økning i dimensjoneringen til kapasitetsutvidelsen er likevel mulig, så fremt kapasitetsutvidelsen er større enn den minste mulige dimensjoneringen, $\underline{\Delta}$, slik at $\Delta \geq \underline{\Delta}$. Tidspunktet for investeringsbeslutningen defineres som investeringstidspunktet, T. Investeringsperioden, $\theta$, angir lengden på perioden for ferdigstillelse av kapasitetsutvidelsen. Investeringsperioden besluttes også på tidspunktet for investeringsbeslutningen, T. Som en ytterligere forenkling antas det at eksisterende kapasitet ikke depresierer som følge av alder eller slitasje. Dermed unngås det sekvensielle reinvesteringsproblemet, som blant annet er analysert av Massé (1962). Modellen vil altså kun analysere nyinvesteringer i kapasitet, ikke reinvesteringer.

Prinsippene i investeringsmodellene presentert i kapittel 3 vil også gjelde i denne modellen hvor tidspunkt, dimensjonering og investeringsperiode bestemmes endogent. I kapittel 4.1 modelleres investeringens tidspunkt og dimensjonering. Investeringsperioden legges til som beslutningsvariabel i modellen i kapittel 4.2. I kapittel 4.3 analyseres tilfellet med usikker, maksimal etterspørsel. I kapittel 4.4 vurderes avgjørende faktorer for når en kapasitetsutvidelse gjøres tilgjengelig, når den optimale dimensjoneringen på kapasitetsutvidelsen er gitt, og i avsnitt 4.5 drøftes sekvensielle investeringer med mer delelige investeringsmuligheter.

## 4.1 Tidspunkt og dimensjonering

I dette kapittelet skal vi studere en modell hvor tidspunkt og dimensjonering er beslutningsvariabler. Vi antar at kapasitetsutvidelsen kan gjennomføres momentant. Med andre ord; i denne omgang neglisjeres investeringsperioden. Vi antar også at det maksimalt skjer én kapasitetsutvidelse. Modellen er formulert med kontinuerlig tid, med fem ulike tidsintervaller som kjennetegnes av om etterspørselen begrenses av kapasiteten, eller ikke. Modellens periodeinndeling og utvikling over tid, er oppsummert i figur 5, hvor etterspørselsutviklingen er $p(y,t)$, og utviklingen av det omsatte kvantumet er $x(t)$.

Etterspørselen, gitt ved den marginale betalingsviljen på et tidspunkt t, $p(x,t)$, vokser kontinuerlig over tid med en kjent rate. [8] I tidsrommet $(0, t(k))$ er etterspørselen mindre enn den eksisterende kapasiteten, k, og godet prises til marginalkostnad, c, i tråd med teorien om marginalkostnadsprising. På tidspunkt $t(k)$ har etterspørselen akkurat nådd kapasitetsgrensen og fra dette tidspunktet vil omsatt kvantum begrenses til den gjeldende kapasiteten, $x(t) = k$. På tidspunkt $t(k)$ avdekkes informasjon om hvilket nivå etterspørselsveksten vil flate ut på, $\bar{p}(x) = lim_{t\to\infty} p(x,t)$. Gitt at etterspørselsveksten er konstant over tid, blir også tidspunktet for når etterspørselen når sitt maksimumspunkt, $\overline{t}$, kjent på $t(k)$.



Figur 5: Modellens utvikling over tid. Kapasitetsutvidelsen blir momentant tilgjengelig.

I tidsintervallet $[t(k), T]$ er etterspørselen begrenset av kapasiteten, og prisen vil vokse over den kortsiktige marginalkostnaden. På tidspunkt T, med $T \geq t(k)$, tas beslutningen om å investere i en kapasitetsutvidelse. Kapasitetsutvidelsen, $\Delta$, blir tilgjengelig momentant, slik at kapasiteten heves til $k + \Delta$. Etterspørselen vil fra tidspunkt T ikke lenger være begrenset av kapasiteten og det omsatte kvantumet bestemmes ut fra etterspørselen. Vi har derfor at omsatt mengde gjør et sprang oppover når den nye kapasiteten foreligger; dvs. $x(T^{-}) = k < x(T^{+})$. På tidspunkt $t(\Delta)$ vil etterspørselen igjen støte mot den nye kapasitetsskranken, $k + \Delta$, slik at vi har $x(t(\Delta)) = k + \Delta$. Etterspørselen, og dermed prisen, fortsetter deretter å vokse til den når sitt maksimumsnivå, på tidspunkt $\overline{t}$. Fra og med $\overline{t}$ er etterspørselsveksten null, og prisen har nådd sin øvre grense.

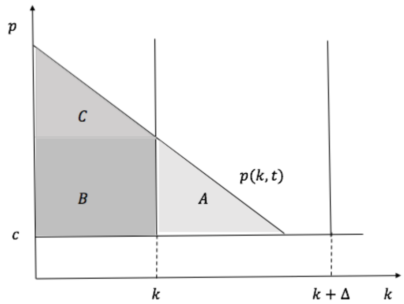
Den totale, sosiale nytten over tidsintervallet (0,∞) er summen av den neddiskonterte sosiale nytten i hver periode, som igjen er summen av den sosiale nytten på hvert tidspunkt t. Etterspørselen vokser med en konstant rate over tid, og derfor vil grunnlaget for den sosiale

[8] Vedlegg 1 viser hvordan modellens tidsperioder kan gjøres diskrete for å håndtere topp- og lavetterspørsel, innad i en periode.

nytten være ulik for hver t, i hver periode. Periodene skiller også seg fra hverandre ved at etterspørselen enten er begrenset av den gjeldende kapasiteten, eller ikke.

$$Total\ sosial\ nytte$$
$$= \int_0^{t(k)} e^{-rt} s(x(t),t)dt + \int_{t(k)}^{T} e^{-rt} s(k,t)dt + \int_{T}^{t(\Delta)} e^{-rt} s(x(t),t)\,dt$$
$$+ \int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s(k+\Delta,t)dt \ + \int_{\bar{t}}^{\infty} e^{-rt} s(k+\Delta,\bar{t})dt$$

I periodene $(0, t(k))$ og $(T, t(\Delta))$ er ikke etterspørselen begrenset av kapasiteten. Følgelig gis den sosiale nytten av $s(x(t),t) = \int_0^{x(t)} p(y,t)dy - cx(t)$ for hver t. I periode $(t(k), T)$, $(t(\Delta), \bar{t})$ og $(\bar{t}, \infty)$ er etterspørselen begrenset av den gjeldende kapasiteten, henholdsvis $k$ og $k + \Delta$. Det omsatte kvantumet gis da ved $x(t) = k$ eller $x(t) = k + \Delta$, og den sosiale nytten blir $s(k,t) = \int_0^{k} p(y,t)dy - ck$ eller $s(k+\Delta,t) = \int_0^{k+\Delta} p(y,t)dy - c(k+\Delta)$. Når etterspørselen er begrenset er den sosiale nytten mindre enn hva den er dersom etterspørselen er ubegrenset av kapasiteten. Dette illustreres i figur 6 hvor etterspørselen $p(k,t)$ begrenses av kapasiteten k, slik at det oppstår et tap, område A, som ville vært realisert som konsumentoverskudd, dersom etterspørselen ikke var begrenset av kapasiteten.




Figur 6: Etterspørselen $p(k,t)$ begrenses av kapasiteten, k, som medfører dødvektstapet A.

I tidsintervallet $(\bar{t}, \infty)$ er etterspørselen konstant. Den sosiale nytten, $s(k+\Delta,\bar{t})$ vil derfor være lik for enhver t i tidsintervallet og kan karakteriseres som en kontantstrøm med like beløp hver periode. Følgelig vil uttrykket $\int_{\bar{t}}^{\infty} e^{-rt} s(k+\Delta,\bar{t})dt$ gå mot grenseverdien $\frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s(k+\Delta,\bar{t})$.

Investeringsutgiftene beregnes på tidspunktet for investeringsbeslutningen og er en funksjon av modellens parametere, dimensjon og investeringstidspunkt, $C(\Delta, T)$. Vi legger til grunn at investeringsutgiftene er avtakende i investeringstidspunktet, hvilket kan betraktes som iboende teknisk fremgang i kapitalvareindustrien. Dette betyr her at ny teknologisk kunnskap bare kan utnyttes gjennom nytt utstyr (Johansen, 1959). Det antas også at den kortsiktige marginalkostnaden er den samme, med og uten tilleggsinvestering. Videre er det rimelig å anta at den samlede kostnaden, for gitt investeringsperiode er voksende i dimensjonering, som vist bl.a. i Vislie (1982); større dimensjonering vil kreve større ressursbruk og utgiftene blir dermed høyere

***Maksimeringsproblemet***

Den sosiale velferdsfunksjonen, $W(T, \Delta)$, over perioden $(0, \infty)$, gis av den totale, sosiale nytten fratrukket investeringskostnadene, neddiskontert med renten, r.

$$W(T,\Delta) = \int_0^{t(k)} e^{-rt} s(x(t),t)dt + \int_{t(k)}^{T} e^{-rt} s(k,t)dt + \int_{T}^{t(\Delta)} e^{-rt} s(x(t),t)\,dt + \int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s(k+\Delta,t)dt + \frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s(k+\Delta,\bar{t}) - C(\Delta,\mathrm{T})e^{-rT} \qquad (4.1)$$

Målet som samfunnsplanlegger er å velge et par $(\Delta, T)$ som maksimerer $W(T, \Delta)$. Denne tolkes som nettonåverdien av en kapasitetsutvidelse på tidspunkt T, med dimensjon $\Delta$. Vi krever at dimensjoneringen må tilfredsstille $\Delta \geq \underline{\Delta}$.

$$\max\ W(T,\Delta) \quad \text{s.t} \quad \Delta \geq \underline{\Delta}$$

Den tilhørende Lagrangefunksjonen er

$$\mathcal{L} = \int_0^{t(k)} e^{-rt} s(x(t),t)dt + \int_{t(k)}^{T} e^{-rt} s(k,t)dt + \int_{T}^{t(\Delta)} e^{-rt} s(x(t),t)\,dt + \int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s(k+\Delta,t)dt + \frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s(k+\Delta,\bar{t}) - C(\Delta,\mathrm{T})e^{-rT} - \eta(\underline{\Delta} - \Delta) \qquad (4.2)$$

der $\eta$ er ikke-negative skyggepris tilordnet skranken.

***Nødvendige betingelser***

$$\mathcal{L}'_T = e^{-rT}\frac{dT}{dT} s(k,T^-) - e^{-rT}\frac{dT}{dT} s(x(T^+),T^+) + re^{-rT}C(\Delta,T) - C'_T(\Delta,T)e^{-rT} = 0 \ (4.3)$$

$$\mathcal{L}'_\Delta = e^{-rt(\Delta)}\frac{dt(\Delta)}{d\Delta} s\big(x(t(\Delta)),t(\Delta)\big) - e^{-rt(\Delta)}\frac{dt(\Delta)}{d\Delta} s\big(k+\Delta,t(\Delta)\big)$$

$$+\int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s_\Delta'\big(k+\Delta, t(\Delta)\big)dt + \frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s_\Delta'(k+\Delta, \bar{t}) - e^{-rT} C'_\Delta(\Delta, \mathrm{T}) + \eta = 0 \quad (4.4)$$

$$\eta \geq 0 \; (\eta = 0 \text{ om } \Delta > \underline{\Delta}) \qquad \text{og} \qquad \eta\big(\underline{\Delta} - \Delta\big) = 0 \qquad (4.5)$$

***Mulighetsrommet***

Betingelsene (4.3) - (4.5) gir de nødvendige betingelsene for maksimum av det sosiale overskuddet over perioden $(0, \infty)$. Avhengig av etterspørselsvekst og teknologisk utvikling, vil det være optimalt for foretaket å velge å utvide kapasiteten eller la være. Foretakets mulighetsrom omfatter (1) å la være å utvide kapasiteten, det vil si å velge kapasitetsutvidelsens dimensjonering lik null, $\Delta = 0$ og tidspunktet for investering lik uendelig, $T = \infty$. Alternativt, kan foretaket å velge å foreta en kapasitetsutvidelse på et endelig tidspunkt T, med enten (2) dimensjon lik den nedre kapasitetsgrensen, $\Delta = \underline{\Delta}$, eller med (3) en dimensjon større enn den nedre kapasitetsgrensen, $\Delta > \underline{\Delta}$. Dersom optimal dimensjon på kapasitetsutvidelsen er i intervallet $\big(0, \underline{\Delta}\big)$, vil de udelelige investeringsmulighetene sette begrensning for den optimale kapasitetsutvidelsen. Istedenfor å velge $\Delta$ optimalt, må foretaket velge å la være å utvide kapasiteten, $\Delta = 0$ og $T = \infty$, eller å utvide kapasiteten med den minste mulige dimensjoneringen, $\Delta = \underline{\Delta}$ og en endelig T. Avgjørelsen tas utfra hva som gir høyest sosial nytte, utfra den sosiale velferdsfunksjonen, (4.1). Vi vil i det følgende analysere tilfellet (3), hvor det er lønnsomt å utvide kapasiteten med mer enn den minste mulige kapasitetsutvidelsen. Tilfellet hvor $\Delta^* \in \big(0, \underline{\Delta}\big)$, og hvor den tilhørende skyggeprisen, $\eta$, er positiv, drøftes i kapittel 4.5.

***Tilstrekkelige betingelser***

Antar at førsteordensbetingelsene er både nødvendige og tilstrekkelige for et maksimum, og at problemet har en indre løsning, $\Delta^* > \underline{\Delta}$, der $\Delta^*$ er optimal dimensjonering. Dermed vil vi ha at skyggeprisen tilfredsstiller $\eta = 0$.

### 4.1.1 Optimalt investeringstidspunkt

Likning (4.3) gir uttrykket for marginal nåverdi av å utsette investeringstidspunktet, T. Dersom den marginale nåverdien er mindre enn null, er det ikke lønnsomt å utsette investeringstidspunktet, T. Dersom vi omorganiserer uttrykket, og siden $\frac{dT}{dT} = 1$, finner vi betingelsen for optimalt investeringstidspunkt, $T^*$.

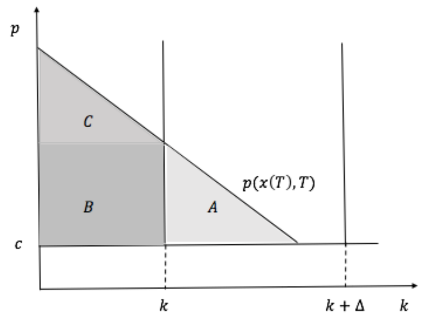
$$s\big(x(T^{*+}), T^{+}\big) - s(k, T^{-}) = \mathrm{r}C(\Delta, T) - C'_T(\Delta, T) \qquad (4.6)$$

På venstre side av betingelsen er de marginale nyttevirkningene av å utsette investeringstidspunktet, og på høyre side er de marginale virkningene på investeringsutgiftene. Når investeringstidspunktet flyttes utover i tid, blir tilleggskapasiteten tilgjengelig på et senere tidspunkt, siden investeringen er antatt å være momentan. Dette er en kostnad, fordi det medfører at perioden med kapasitetsbegrensning, $(t(k), T)$, forlenges, samtidig som perioden uten kapasitetsbegrensning, $(T, t(\Delta))$, forkortes. Dette da henholdsvis start- og endepunktene i de to intervallene er upåvirket av endringen i investeringstidspunkt, $\frac{dt(k)}{dT} = \frac{dt(\Delta)}{dT} = 0$, siden disse er bestemt av dimensjoneringen. Samtidig gir en utsettelse av investeringstidspunktet en gevinst i form av rentebesparelse ved at investeringsutgiftene kommer på et seinere tidspunkt, noe som også gir grunnlag for en lavere kostnad gjennom teknologisk nyvinning.

Nytten av å utsette kapasitetsutvidelsen er rentegevinsten av investeringsutgiftene, $rC(\Delta)$, samt utgiftsbesparelsen på grunn av teknologisk utvikling, $C'_T(\Delta, \mathrm{T})$. Siden $C'_T < 0$, vil teknisk utvikling som forplanter seg i reduserte investeringsutgifter, bidra til å øke nytten av å utsette investeringstidspunktet. Renteinntektene kan ses på som alternativkostnaden til å investere i kapasitet på tidspunkt $T^*$. Det vil si nåverdien av å plassere investeringssummen i en alternativ investering, med avkastning lik renten. Leddet er alltid positivt for en positiv rente. Alt annet likt gjør en økt dimensjonering på kapasitetsutvidelsen det *mer* lønnsomt å utsette investeringen, siden det øker de totale investeringsutgiftene fordi $C'_\Delta > 0$, slik at renteinntektene fra å utsette investeringen øker.

Kostnaden av å utsette investeringstidspunktet er marginalnytten av at kapasitetsutvidelsen gjøres tilgjengelig på tidspunkt $T^*$, uttrykt ved differansen på venstre side av (4.6). Differansen består henholdsvis av nytten på tidspunkt T dersom kapasitetsutvidelsen er gjort tilgjengelig og nytten på tidspunkt T dersom kapasitetsutvidelsen *ikke* er gjort tilgjengelig. I og med at omsatt kvantum gjør et sprang når kapasitetsutvidelsen blir tilgjengelig, $x(T^{+}) > k = x(T^{-})$, er også prisen på gode x(t) på tidspunkt $T^{+}$ lavere enn på tidspunkt $T^{-}$. Følgelig er den sosiale nytten på tidspunkt T høyere dersom kapasitetsutvidelsen er gjort tilgjengelig. Differansen (marginalnytten av kapasitetsutvidelsen) blir følgelig positiv, så lenge etterspørselen begrenses av kapasiteten på tidspunkt $T^*$.

Marginalnytten av kapasitetsutvidelsen illustreres i figur 6. Etterspørselen $p(y,T)$ er en mulig etterspørsel på tidspunkt T som begrenses av kapasiteten k, men ikke kapasiteten $k+\Delta$, som er kapasiteten etter at kapasitetsutvidelsen er lagt til. Nytten på tidspunkt T, med kapasitetsbegrensninger, er arealet BC, mens nytten uten kapasitetsbegrensninger er arealet ABC. Marginalnytten av tilleggskapasitet på tidspunkt T vil derfor være positiv og lik A, så lenge kapasiteten er begrenset på tidspunkt T. Marginalnytten på tidspunkt T, ses på som et nyttetap hvis investeringstidspunktet utsettes. Dette potensielle nyttetapet skal balanseres mot besparelsen i investeringsutgiftene. Om den marginale nytten av tilleggskapasitet er tilstrekkelig stor på tidspunkt T, det vil si større enn den marginale utgiftsbesparelsen, er det lønnsomt å fremskynde investeringstidspunktet.



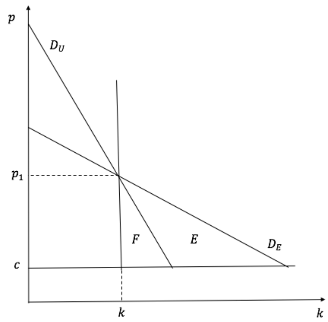

Figur 7: Marginalnytte av tilleggskapasitet på tidspunkt T

Betingelsen for optimalt investeringstidspunkt tilsier at investeringstidspunktet er satt optimalt dersom marginalnytten av tilleggskapasiteten er lik den marginale utgiftsbesparelsen av å utsette investeringen. Betingelsen er nesten identisk med betingelsen for optimalt investeringstidspunkt i Rees (1986), likning (3.6), og betingelsen i Marglin (1963), likning (3.3). Betingelsen (4.6) avviker riktignok fra (3.3) og (3.6) fordi investeringsutgiftene i denne modellen også avhenger av investeringstidspunktet. Dermed vil den marginale utgiftsbesparelsen som følger av teknologisk utvikling, også inkluderes i den marginale utgiftsbesparelsen av å utsette investeringstidspunktet, i tillegg til rentegevinsten. Følgelig vil marginalnytten av å utsette investeringstidspunktet i denne modellen være høyere enn i Rees (1986) og Marglin (1963), hvor investeringsutsettelse kun gir en rentegevinst. Tilbøyeligheten til å utsette investeringstidspunktet vil derfor være høyere i denne modellen enn i Rees (1986) og Marglin (1963).

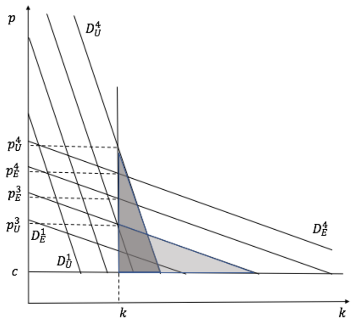
***Betydningen av etterspørselselastisitet***

Størrelsen på marginalnytten vil variere med i hvor stor grad etterspørselen begrenses, det vil si hvor høy prisen på godet er, og hvor elastisk etterspørselen er. For lik kapasitetsbegrensning (pris) vil marginalnytten av en kapasitetsutvidelse være høyere dersom etterspørselen er elastisk. Dette kan man se ved at det urealiserte konsumentoverskuddet for den elastiske etterspørselskurven $D_E$ , område EF, er større enn det urealiserte konsumentoverskuddet for den uelastiske etterspørselskurven $D_U$ , område F, i figur 8. Følgelig vil gevinsten av at etterspørselen ikke er begrenset, være større når etterspørselen er elastisk.

Ved å studere utviklingen til en elastisk og en uelastisk etterspørsel over tid, blir det også tydelig at høy etterspørselselastisitet, sørger for at investeringstidspunktet inntreffer tidligere. For å antyde poenget, er en rekke elastiske og uelastiske etterspørselskurver illustrert i figur 9. Siden elastisiteten selv vil variere langs en lineær etterspørselsfunksjon, er dette bare en antydning av den rolle elastisiteten spiller. Etterspørselskurvene som er parallelle med $D_U$ er uelastiske og de som er parallelle med $D_E$ er elastiske. Veksten i etterspørselen over tid, er illustrert ved at etterspørselskurvene skifter parallelt oppover. Hver kurve representerer etterspørselen på et tidspunkt, men her tolker vi det som at vi er på fire påfølgende perioder; fra periode 1 til 4. De elastiske kurvene er ”like elastiske” som de uelastiske kurvene er ”uelastiske”, og kurvene parallellskifter like mye.




Figur 8




Figur 9

Figur 9 gir indikasjoner på at en elastisk etterspørsel vil begrenses av en gitt kapasitet, k, på et tidligere tidspunkt enn en uelastisk etterspørsel. Det innebærer også at det urealiserte konsumentoverskuddet, gevinsten ved kapasitetsutvidelse, raskere vil kunne overskride utgiftsbesparelsene ved å utsette investeringstidspunktet. Av figuren ser vi at i periode 2 er gevinsten ved kapasitetsutvidelse med en relativt elastisk etterspørsel (grønt område) like stor som gevinsten ved kapasitetsutvidelse med en relativt uelastisk etterspørsel (blått område), er i periode 4. En gitt kapasitetsutvidelse vil derfor ønskes realisert raskere ved elastisk etterspørsel. Figuren viser også at prisen vil øke raskere for en uelastisk etterspørsel, når etterspørselen først begrenses av etterspørselen; $p_U^4 - p_U^3 > p_E^4 - p_E^3$.

Det at gevinsten av en kapasitetsutvidelse er lavest dersom etterspørselen er uelastisk kan tolkes som en variant av Ramsey-prising; det er mest effektivt å skattlegge det uelastiske godet hardest, da det skaper minst skattevridning (Ramsey, 1927). Dette skyldes at konsumenter med uelastisk etterspørsel i mindre grad ønsker å substituere til andre goder ved prisøkning. Dermed vil det for uelastisk etterspørsel i mindre grad lønne seg å investere i kapasitetsutvidelse, eller lempe på kapasitetsbegrensninger.

***I hvilke tilfeller utsettes investeringstidspunktet?***

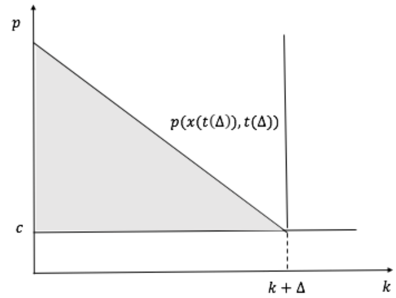
Begrensning av etterspørselen skaper insentivet til å iverksette kapasitetsutvidelsen, og rentegevinsten og den teknologiske utviklingen skaper insentivet til å utsette kapasitetsutvidelsen. Dersom renten er høy og den teknologiske utviklingen svært rask, vil insentivene til å forskyve kapasitetsutvidelsen ut i tid, øke. Også i situasjoner hvor etterspørselen vokser sakte og er uelastisk, vil gevinsten av kapasitetsutvidelse være lavere, og følgelig vil en kapasitetsutvidelse igangsettes senere. Tilbøyeligheten til å utsette investeringstidspunktet vil også øke dersom den optimale kapasitetsutvidelsen er høyt dimensjonert, alt annet likt, slik at investeringsutgiftene er høye, slik at rentegevinsten av å utsette investeringstidspunktet er høy.

### 4.1.2 Optimal dimensjonering

Førsteordensbetingelsen (4.4)/(4.7) gir uttrykket for marginal nåverdi av å øke kapasitetsutvidelsens dimensjon, $\Delta$. Dersom den marginale nåverdien er mindre enn null, er det ikke lønnsomt å øke tilleggskapasitetens dimensjonering. Det er antatt indre løsning slik at skyggeprisen er null, $\eta = 0$.

$$\mathcal{L}'_{\Delta} = e^{-rt(\Delta)} \frac{dt(\Delta)}{d\Delta} s\big(x(t(\Delta), t(\Delta)\big) - e^{-rt(\Delta)} \frac{dt(\Delta)}{d\Delta} s\big(k+\Delta, t(\Delta)\big) + \int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s'_{\Delta}\big(k+\Delta, t(\Delta)\big) dt$$
$$+ \frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s'_{\Delta}(k+\Delta, \bar{t}) - e^{-rT} C'_{\Delta}(\Delta, \mathrm{T}) = 0 \qquad (4.7)$$

Den marginale nyttevirkningen forbundet med en høyere dimensjonering på kapasitetsutvidelsen kommer frem som de fire første leddene i (4.7). Den første differansen består henholdsvis av marginalnytten på tidspunkt $t(\Delta)$ uten kapasitetsbegrensninger, og marginalnytten på tidspunkt $t(\Delta)$ med kapasitetsbegrensninger. Differansen fanger opp effekten av at perioden uten kapasitetsbegrensninger forlenges $\big(T, t(\Delta)\big)$, mens perioden med kapasitetsbegrensninger reduseres,$(t(\Delta), \bar{t})$, når $\Delta$ øker. Det følger av definisjonen av $t(\Delta)$ at differansen må være null, ettersom nytten ved å være ubegrenset er akkurat like stor som nytten av å være begrenset, på tidspunkt $t(\Delta)$, siden vi har $x(t(\Delta)) = k + \Delta$. Dette illustreres i figur 10. Etterspørselen på tidspunkt $t(\Delta)$ har akkurat nådd kapasitetsbegrensningen $k + \Delta$. Følgelig må det omsatte kvantumet på dette tidspunktet tilfredsstille $x(t(\Delta)) = k + \Delta$. På tidspunkt $t(\Delta)$ er dermed $s\big(x(t(\Delta), t(\Delta)\big) = s\big(k + \Delta, t(\Delta)\big)$, slik at den sosiale nytten i den ubegrensede perioden og den begrensede perioden begge er lik det skraverte området i figur 10. De to leddene i differansen kansellerer dermed hverandre.



Figur 10: Marginalnytte på tidspunkt $t(\Delta)$

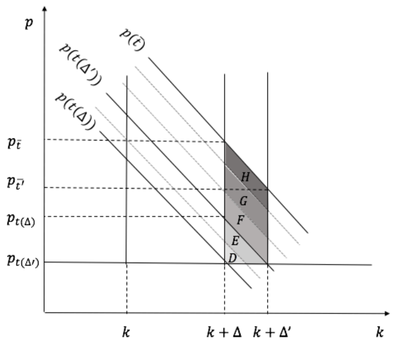
Førsteordensbetingelsen (4.7) er nå redusert til (4.8). Ved omorganisering uttrykket finner vi betingelsen for optimal dimensjonering, $\Delta^*$, av en kapasitetsutvidelse, (4.9).

$$\rightarrow \int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s'_{\Delta}\big(k + \Delta, t(\Delta)\big)dt + \frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s'_{\Delta}(k + \Delta, \bar{t}) - e^{-rT} C'_{\Delta}(\Delta, \mathrm{T}) = 0 \qquad (4.8)$$

$$\rightarrow \int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s'_{\Delta}\big(k + \Delta, t(\Delta)\big)dt + \frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s'_{\Delta}(k + \Delta, \bar{t}) = e^{-rT} C'_{\Delta}(\Delta, \mathrm{T}) \qquad (4.9)$$

Uttrykket på venstre side av (4.9) viser nå gevinsten av å øke dimensjoneringen, mens merkostnaden finner vi på høyre side. De marginale kostnadsvirkningene som følge av at dimensjonen økes, er knyttet til at investeringsutgiftene øker, siden den marginale investeringsutgiften med hensyn på dimensjon er positiv, $C'_{\Delta}(\Delta, \mathrm{T}) > 0$ . Økningen i investeringsutgiftene neddiskonteres fra investeringstidspunktet, T, med renten, r. Høyre side av likningen vil derfor alltid være positiv. Alt annet likt, vil en utsettelse av investeringstidspunktet, forsterke diskonteringen og redusere de marginale investeringsutgiftene slik at tilbøyeligheten til å utvide investeringens dimensjonering vil øke.

Gevinsten av økt dimensjonering består av økningen i det realiserte konsument- og produsentoverskuddet i periode $(t(\Delta), \bar{t})$ og $(\bar{t}, \infty)$. Nyttegevinsten i perioden $(t(\Delta), \bar{t})$ kan studeres mer spesifikt ved å ta utgangspunkt i tidspunkt $t(\Delta)$ hvor etterspørselen akkurat har nådd kapasitetsgrensen $k + \Delta$. Dette er illustrert i figur 11. Veksten i etterspørselen over tid, er illustrert i figur 11 ved at etterspørselskurvene skifter parallelt oppover. Hver kurve svarer til etterspørselen på et tidspunkt i intervallet $(t(\Delta), \bar{t})$ . For illustrative formål har etterspørselskurven fem diskrete skift før den når sitt maksimalnivå på tidspunkt $\bar{t}$, selvom tid er kontinuerlig i denne modellen.

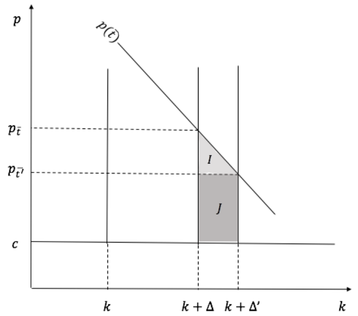


Figur 11: Marginalnytte av økt dimensjonering i intervallet $(t(\Delta), \bar{t})$

Gitt at $k + \Delta$ er den gjeldende kapasiteten, vil den fortsatte etterspørselsveksten fra tidspunkt $t(\Delta)$ føre til at prisen blir høyere og høyere for hver tidsperiode. Dette vises av at skjæringspunktet mellom etterspørselskurven og tilbudet (kapasiteten) flyttes oppover etterhvert som etterspørselskurven parallellskifter opp. Som følge av at etterspørselen er begrenset av kapasiteten, vil vi kunne identifisere en potensiell velferdsgevinst om vi hadde hatt en høyere kapasitet som ikke begrenset etterspørselen. I første periode etter $t(\Delta)$ tilsvarer dødvektstapet, som følge av at etterspørselen begrenses, trekanten D i figur 11. Det vil si arealet under etterspørselskurven som overstiger kapasitetsgrensen, fratrukket marginalkostnadene. I perioden deretter har dødvektstapet vokst til trekanten DE. Dødvektstapet vokser altså for hver tidsperiode, da etterspørselen skifter opp over tid.

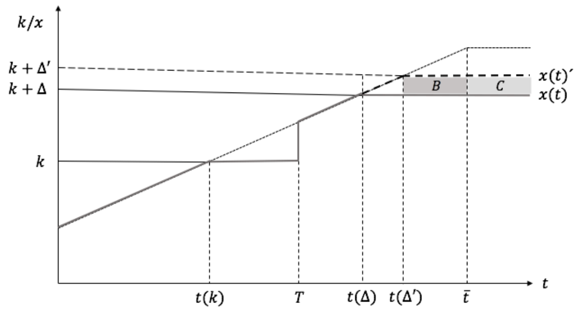
Når dimensjoneringen øker fra det opprinnelige, slik at $k + \Delta'$ blir realisert, heller enn $k + \Delta$, vil en del av arealene som tidligere reflekterte dødvektstap realiseres som konsument- og produsentoverskudd. For hver periode mellom $t(\Delta)$ og $\bar{t}$ vil konsument-/produsentoverskuddet økes med arealet under etterspørselskurven mellom $k + \Delta$ og $k + \Delta'$, fratrukket marginalkostnadene. I figur x vil totalen av det ekstra overskuddet som realiseres, som følge av at dimensjoneringen økes, være D + DE + DEF + DEFG + DEFGH. Totalen av dette ekstra, neddiskonterte overskuddet, er første ledd i nyttegevinsten. Størrelsen på dette arealet avhenger av helningen på etterspørselskurven. Er etterspørselen mer elastisk, vil gevinsten være høyere. Dette av samme grunner som vist i figur 7, i kapittel 4.1.

Nyttegevinsten i periode $(\bar{t}, \infty)$ er også knyttet til en økning i konsumentoverskuddet. Men siden etterspørselen slutter å vokse på tidspunkt $\bar{t}$, vil denne økningen være en konstant over tid. Vi tar utgangspunkt i etterspørselskurven på tidspunkt $\bar{t}$, når kapasiteten er $k + \Delta$, se figur 12. En økning av kapasiteten til $k + \Delta'$, vil gi en økning i konsumentoverskuddet tilsvarende område I, og en økning i produsentoverskuddet tilsvarende J, for hver periode i intervallet $(\bar{t}, \infty)$. En mer elastisk etterspørsel vil også her gi en større økning i det sosiale overskuddet, som vil gi økt tilbøyelighet til å øke kapasitetsutvidelsens dimensjonering. Økningen i konsument-/produsentoverskuddet $s'_\Delta(k + \Delta, \bar{t})$ er lik for hver periode t og vil derfor gå mot grenseverdien $\frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s'_\Delta(k + \Delta, \bar{t})$.



Figur 12: Marginalnytte av økt dimensjonering for hver t i intervallet $(\bar{t}, \infty)$

De marginale nyttevirkningene i periode $(t(\Delta), \bar{t})$ og $(\bar{t}, \infty)$ kan også illustreres i figur 13. Når dimensjoneringen av kapasitetsutvidelsen økes fra $k + \Delta$, til $k + \Delta'$, vil kurven for utviklingen i den omsatte mengden $x(t)$, heve seg til $x(t)'$. Dette vil medføre at kapasitetsbegrensninger blir svakere. Følgelig realiseres mer av overskuddet som uten kapasitetsutvidelse var dødvektstap; dødvektstapet reduseres. Område B og C er reduksjonen i dødvektstap som følge av at en større del av konsument-/produsentoverskudd realiseres i henholdsvis periode $(t(\Delta), \bar{t})$ og periode $(\bar{t}, \infty)$.



Figur 13: Effekten av en økt dimensjonering

Tilleggskapasitetens dimensjonering er optimal dersom den marginale utgiftsøkningen er lik summen av den marginale nyttegevinsten i perioden $(t(\Delta), \bar{t})$ og nåverdien av nyttestrømmene for perioden $(\bar{t}, \infty)$. Dette minner om uttrykket for optimal dimensjonering (3.5), utledet fra Marglins modell. Men mens (hele) den marginale nytten av økt dimensjonering er konstant hos Marglin, er bare deler av den marginale nytten konstant i denne modellen. Følgelig vil modellen i dette kapittelet fange opp flere momenter av betydning for investeringsbeslutningen.

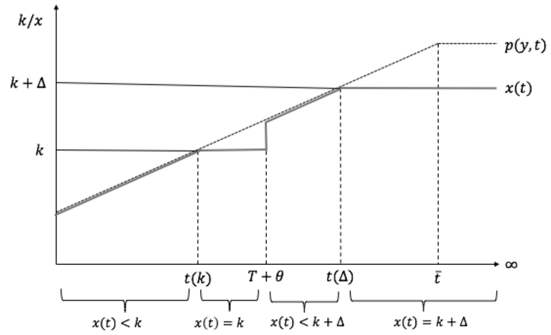
***I hvilke tilfeller økes dimensjoneringen?***

Dimensjonen på kapasitetsutvidelsen vil økes dersom den marginale nyttegevinsten er høyere enn de marginale investeringsutgiftene. Dette vil typisk skje når det er en rask etterspørselsvekst, slik at de realiserte overskuddene øker rask, som i figur 11. Tilbøyeligheten til å øke kapasitetsutvidelsens dimensjonering forsterkes også når etterspørselen er mer elastisk enn uelastisk, fordi det realiserte overskuddet ved en kapasitetsutvidelse, for både periode $(t(\Delta), \bar{t})$ og $(\bar{t}, \infty)$, er høyere for en elastisk etterspørsel, som vist i figur 7. I tillegg, alt annet likt, vil investeringsutgiftene reduseres når investeringstidspunktet er forskjøvet langt ut i tid, da diskonteringen styrkes, slik at økt dimensjonering blir mer lønnsomt.

## 4.2 Introduserer investeringsperiode

I dette kapittelet skal vi vi skal anta at kapasitetsutvidelsen først blir tilgjengelig etter en gitt *investeringsperiode*, noe som er nærmere sannheten ved store kapasitetsutvidelser. Dette medfører at lengden på investeringsperioden, også er en beslutningsvariabel i maksimeringsproblemet.

Modellen har tilsvarende oppsett som i kapittel 4.1, med unntak av at investeringsutgiftene også avhenger av $\theta$. I tillegg vil kapasitetsutvidelsen som bestilles på tidspunkt T ikke blir tilgjengelig før på tidspunkt $T + \theta$. På samme måte som før antas det at når kapasitetsutvidelsen blir tilgjengelig, så begrenses ikke lenger etterspørselen av kapasiteten, slik at $x(T + \theta^{-}) = k < x(T + \theta^{+})$. Prisen settes igjen lik marginalkostnad. Modellens fem perioder oppsummeres i figur 14.



Figur 14: Modellens periodeinndeling. Kapasitetsutvidelsen blir tilgjengelig etter en investeringsperiode, $\theta$.

Investeringsutgiftene er som i 4.1 gitt som en funksjon av modellens parametere og vil derfor også avhenge av investeringsperioden, i tillegg til dimensjonering og investeringstidspunkt, $C(\Delta, T, \theta)$. Vislie (1982) har vist at investeringskostnadene er fallende i lengden på investeringsperioden. Årsakene til dette er at med avtakende grenseproduktivitet, vil utgiftene vil synke når bruken av innsatsfaktorene kan fordeles eller spres over en lengre periode. Vislie (1982) viser også hvordan foretaket kan optimalisere bruken av innsatsfaktorene over investeringsperioden, for å minimere investeringsutgiftene. Kostnadsminimeringsproblemet for $C(\Delta, T, \theta)$, er formulert i vedlegg 2, etter Vislie (1982).

***Maksimeringsproblemet***

Vi skal maksimere nettonåverdien av en kapasitetsutvidelse bestemt på tidspunkt T, levert etter en investeringsperiode $\theta$, med dimensjon $\Delta$. Denne nåverdien er gitt ved:

$$W(T, \Delta, \theta) = \int_0^{t(k)} e^{-rt} s(x(t), t) dt + \int_{t(k)}^{T+\theta} e^{-rt} s(k, t) dt + \int_{T+\theta}^{t(\Delta)} e^{-rt} s(x(t), t)\, dt$$
$$+ \int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s(k+\Delta, t) dt + \frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s(k+\Delta, \bar{t}) - C(\Delta, \mathrm{T}, \theta) e^{-rT} \qquad (4.10)$$

Vi krever at dimensjoneringen må tilfredsstille kravet, $\Delta \geq \underline{\Delta}$, om kapasitetsutvidelse skal skje. Velferdsfunksjonen maksimeres med hensyn på $T, \theta, \Delta$, gitt bibetingelsen.

$$\max\ W(T, \theta, \Delta) \qquad \text{s.t.} \qquad \Delta \geq \underline{\Delta}$$

Den tilhørende lagrangefunksjonen er

$$\mathcal{L} = \int_0^{t(k)} e^{-rt} s(x(t), t) dt + \int_{t(k)}^{T+\theta} e^{-rt} s(k, t) dt + \int_{T+\theta}^{t(\Delta)} e^{-rt} s(x(t), t)\, dt$$
$$+ \int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s(k+\Delta, t) dt + \frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s(k+\Delta, \bar{t}) - C(\Delta, \mathrm{T}, \theta) e^{-rT} - \eta(\underline{\Delta} - \Delta) \quad (4.11)$$

der $\eta$ er den ikke-negative skyggeprisen tilordnet skranken.

***Nødvendige betingelser***

$$\mathcal{L}'_T = e^{-r(T+\theta)}\frac{d(T+\theta)}{dT}s(k, T+\theta^-) - e^{-r(T+\theta)}\frac{d(T+\theta)}{dT}s(x(T+\theta^+), T+\theta^+)$$
$$+re^{-rT}C(\Delta, \mathrm{T}, \theta) - C'_T(\Delta, \mathrm{T}, \theta)e^{-rT} = 0 \qquad (4.12)$$

$$\mathcal{L}'_\Delta = e^{-rt(\Delta)}\frac{dt(\Delta)}{d\Delta}s\big(x(t(\Delta)), t(\Delta)\big) - e^{-rt(\Delta)}\frac{dt(\Delta)}{d\Delta}s\big(k+\Delta, t(\Delta)\big)$$
$$+\int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt}s'_\Delta\big(k+\Delta, t(\Delta)\big)dt + \frac{1}{r}e^{-r\bar{t}}s'_\Delta(k+\Delta, \bar{t}) - e^{-rT}C'_\Delta(\Delta, \mathrm{T}, \theta) + \eta = 0 \qquad (4.13)$$

$$\mathcal{L}'_\theta = e^{-r(T+\theta)}\frac{d(T+\theta)}{d\theta}s(k, T+\theta^-) - e^{-r(T+\theta)}\frac{d(T+\theta)}{d\theta}s(x(T+\theta^+), T+\theta^+)$$
$$-e^{-rT}C'_\theta(\Delta, \mathrm{T}, \theta) = 0 \qquad (4.14)$$

$\eta \geq 0$ ($\eta = 0$ om $\Delta > \underline{\Delta}$) og $\eta\big(\underline{\Delta} - \Delta\big) = 0$ (4.15)

***Mulighetsrommet***

På samme måte som i kapittel 4.1 har foretaket mulighet til å velge å utvide kapasiteten, eller å la være. Dersom foretaket velger å utvide kapasiteten, enten ved å sette $\Delta^* = \underline{\Delta}$ eller $\Delta^* > \underline{\Delta}$, vil foretaket også måtte optimalt bestemme lengden på investeringsperioden, i tillegg til tidspunktet for investering.

***Tilstrekkelige betingelser for et maksimum***

Antar at førsteordensbetingelsene er både nødvendige og tilstrekkelige for et maksimum, og at problemet har en indre løsning, $\Delta^* > \underline{\Delta}$, der $\Delta^*$ er optimal dimensjonering.

### 4.2.1 Optimal investeringsperiode

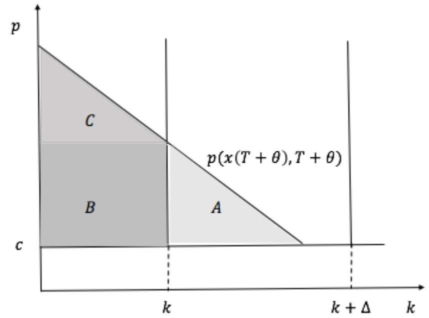
Likning (4.14) gir uttrykket for marginal nåverdi av å forlenge investeringsperioden, $\theta$. Vi omorganiserer uttrykket, og siden $\frac{d(T+\theta)}{d\theta} = 1$, finner vi betingelsen for optimal investeringsperiode, $\theta$, lik:

$$e^{-r(T+\theta)}s(x(T+\theta^+), T+\theta^+) - e^{-r(T+\theta)}s(k, T+\theta^-) = -C'_\theta(\Delta, \mathrm{T}, \theta)e^{-rT} \qquad (4.16)$$

Når lengden på investeringsperioden øker, vil tidspunktet, $T+\theta,$ forskyves ut i tid. På samme måte som når T utsettes, innebærer en utvidelse av $\theta$ at perioden med kapasitetsbegrensninger forlenges og perioden uten kapasitetsbegrensning blir kortere. Dette medfører et nyttetap. Samtidig gir lengre en investeringsperiode besparelser i investeringsutgiftene, siden ressursbruk over en lengre periode gir lavere totale investeringsutgifter, siden $C'_\theta(\theta, \Delta) < 0$. Utgiftsbesparelsene fremkommer på høyre side av betingelsen (4.16). Besparelsen neddiskonteres fra investeringstidspunktet, T, med renten, r.

Den marginale nyttevirkningen av en utvidet investeringsperiode er uttrykt ved differansen på venstre side av (4.16). Nyttevirkningen er på samme form som nyttevirkningen i betingelsen for optimalt investeringstidspunkt, (4.6), men skiller seg ut ved at den marginale nyttevirkningen vurderes i tidspunkt $T+\theta,$ fremfor i tidspunkt T. Differansen består henholdsvis av nytten på tidspunkt $T+\theta$ dersom kapasitetsutvidelsen er gjort tilgjengelig og nytten på tidspunkt $T+\theta$ dersom kapasitetsutvidelsen *ikke* er gjort tilgjengelig. Omsatt kvantum er antatt å gjøre et sprang når kapasitetsutvidelsen blir tilgjengelig, $x(T+\theta^-) = k < x(T+\theta^+),$ slik at prisen på gode x(t) på tidspunkt $T^+$ er lavere enn på tidspunkt $T^-$. Den sosiale nytten er derfor høyere på tidspunkt $T+\theta$, dersom kapasitetsutvidelsen er gjort tilgjengelig. Dermed vil marginalnytten av å øke kapasitetsutvidelsens investeringsperiode være positiv dersom etterspørselen begrenses av kapasiteten på tidspunkt $T+\theta$. En mer elastisk etterspørsel vil øke marginalnytten av å øke investeringsperioden.

Marginalnytten av å utvide investeringsperioden illustreres i figur 15. Etterspørselen på tidspunkt $T+\theta$ blir begrenset av kapasitet k, men ikke $k+\Delta$. Den sosiale nytten på tidspunkt $T+\theta$ når etterspørselen er ubegrenset er arealet ABC, mens den sosiale nytten er areal BC når etterspørselen er begrenset. Så lenge kapasiteten er begrenset på tidspunkt $T+\theta$, vil marginalnytten av tilleggskapasitet på tidspunkt $T+\theta$, være positiv. Marginalnytten av tilleggskapasitet på tidspunkt $T+\theta$ ses på som et nyttetap hvis $\theta$ økes. Dette nyttetapet balanseres mot besparelsen i investeringsutgiftene. Dersom den marginale nytten av tilleggskapasiteten er tilstrekkelig stor, det vil si større enn den marginale utgiftsbesparelsen, vil det ikke være lønnsomt å utvide investeringsperioden. En mer elastisk etterspørsel vil også her gi en større gevinst av kapasitetsutvidelse på tidspunkt $T+\theta$, og følgelig redusere tilbøyeligheten til å utvide investeringsperioden.



Figur 15: Marginalnytten av å forlenge investeringsperioden

***I hvilke tilfeller forlenges investeringsperioden?***

Investeringsperioden forlenges dersom utgiftsbesparelsen er høyere enn nyttetapet ved å forskyve tidspunktet kapasitetsutvidelsen gjøres tilgjengelig ut i tid. I situasjoner hvor etterspørselsveksten er langsom vil utgiftsbesparelsen ved å forlenge investeringsperioden kunne mer enn veie opp for nyttetapet, forbundet med at kapasitetsutvidelsen blir tilgjengelig på et senere tidspunkt. Når etterspørselen er uelastisk, vil også den marginale nyttevirkningen av å øke $\theta$ være lav, i forhold til utgiftsbesparelsen, og tilbøyeligheten til å forlenge investeringsperioden øker.

### 4.2.2 Sammenligning av optimalt investeringstidspunkt

Likning (4.12) gir uttrykk for marginal nåverdi av å utsette investeringstidspunktet, T, når investeringsperioden og dimensjonen er optimalt satt. Dersom den marginale nåverdien er mindre enn null, er det ikke lønnsomt å utsette investeringstidspunktet, T. Vi omorganiserer uttrykket og siden $\frac{d(T+\theta)}{dT} = 1$, finner vi betingelsen for optimalt investeringstidspunkt, $T^*$, lik:

$$e^{-r(T+\theta)}[s(x(T+\theta^+), T+\theta^+) - s(k, T+\theta^-)] = \mathrm{r}e^{-rT}C(\Delta, \mathrm{T}, \theta) - C_T'(\Delta, \mathrm{T}, \theta)e^{-rT} \quad (4.17)$$

Betingelsen for optimalt investeringstidspunkt av en kapasitetsutvidelse med en gitt investeringsperiode, er på samme form som betingelsen for kapasitetsutvidelsen uten investeringsperiode (4.6), men den marginale nyttevirkningen av å utsette investeringstidspunktet vurderes i tidspunkt $T+\theta$, fremfor i tidspunkt T. Dette henger sammen med at også kapasitetsutvidelsens investeringsperiode vil avgjøre når kapasitetsutvidelsen blir tilgjengelig, ikke bare investeringstidspunktet. Dette innebærer at dersom foretaket ønsker at kapasitetsutvidelsen skal bli tilgjengelig på samme tidspunkt som i tilfellet uten investeringsperiode, vil investeringstidspunktet måtte fremskyndes like mye som investeringsperioden er lang.

Kapasitetsutvidelsens investeringsperiode medfører også at de marginale nyttevirkningene og utgiftsbesparelsene, i betingelsen (4.17), ikke neddiskonteres fra samme tidspunkt, slik som er tilfellet i (4.6). Dette har sammenheng med at vi på investeringstidspunktet, T, beregner nåverdien av de minimerte kostnadene av å starte opp det prosjektet som leder frem til tilleggskapasiteten $\Delta$ på tidspunkt $T+\theta$. Diskonteringen vil løpe fra utgiftene/nytten realiseres og følgelig vil den marginale nytten måtte neddiskonteres fra tidspunktet kapasitetsutvidelsen blir tilgjengelig, $T+\theta$, mens investeringsutgiftene neddiskonteres fra beslutningstidspunktet, T, det vil si fra begynnelsen av investeringsperioden. Den marginale nytten vil derfor diskonteres mer enn de marginale investeringsutgiftene. Det resulterer i at den marginale nytten av å utsette investeringstidspunktet vil vektes mindre enn de marginale utgiftsbesparelsene, i betingelsen (4.17). Følgelig vil det å introdusere kapasitetsutvidelsens investeringsperiode medføre en vridning mot en sterkere tilbøyelighet til å utsette investeringstidspunktet, fremfor i tilfellet hvor kapasitetsutvidelsens investeringsperiode er satt til null. Dette innebærer at det optimale investeringstidspunktet ikke vil fremskyndes like mye som investeringsperioden er lang.

På marginen er det er imidlertid ikke entydig at en marginalt lengre investeringsperiode vil øke tilbøyeligheten til å utsette investeringstidspunktet. En lengre investeringsperiode, vil medføre en økt diskontering av de marginale nyttevirkningene på venstre side av likningen, som vil redusere nyttetapet av å utsette investeringstidspunktet, og følgelig øke tilbøyeligheten til å utsette T. Samtidig vil en lengre investeringsperiode redusere de totale investeringsutgiftene på høyre siden av likningen, som vil redusere rentegevinsten av å utsette investeringstidspunktet, og redusere tilbøyeligheten til å øke T. Nettoeffekt av de to virkningene avhenger av hvilken av effektene som er sterkest. Det vil også være vanskelig å se hvordan disse variablene i modellen påvirker hverandre siden $\Delta, \mathrm{T}, \theta$ bestemmes simultant.

### 4.2.3 Sammenligning av optimal dimensjonering

Likning (4.13) gir uttrykket for marginal nåverdi av å øke kapasitetsutvidelsens dimensjonering når investeringsperioden er $\theta$. Omorganiser uttrykket og vi får betingelsen for optimal dimensjonering av en kapasitetsutvidelse med en gitt investeringsperiode, lik:

$$\int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s'_{\Delta}\big(k+\Delta, t(\Delta)\big)dt + \frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s'_{\Delta}(k+\Delta, \bar{t}) = e^{-rT} C'_{\Delta}(\Delta, \mathrm{T}, \theta) \qquad (4.18)$$

Betingelsen (4.18) er nærmest identisk lik betingelsen i det tilfellet der tilleggskapasiteten kunne realiseres momentant, se (4.9), med unntak av at de marginale investeringsutgiftene avhenger av investeringsperioden, $\theta$. De *totale* investeringsutgiftene avhenger negativt av $\theta$, men de *marginale* investeringsutgiftene vil være upåvirket av $\theta$. Dette er fordi de endogene variablene bestemmes simultant i modellen. Grunnen til at de marginale nyttevirkningene av en økt dimensjonering er upåvirket av investeringsperioden er fordi nytten av en økt dimensjonering avhenger kun av marginalnytten i periodene $(t(\Delta), \bar{t})$ og $(\bar{t}, \infty)$ som er uavhengige av når kapasitetsutvidelsen bestemmes og når den blir tilgjengelig.

Vi kan konkludere med at introduksjonen av kapasitetsutvidelsens investeringsperiode i modellen. påvirker betingelsene for optimalt investeringstidspunkt og optimal dimensjonering av kapasitetsutvidelsen i liten grad.

## 4.3 Usikker, maksimal etterspørsel

I kapittel 4.1 og 4.2 stoppet etterspørselsveksten på et nivå $\bar{p}(x) = lim_{t\to\infty} p(x,t)$, som ble kjent på tidspunkt t(k). Vi skal nå analysere tilfellet hvor etterspørselsveksten vil stabiliseres på ett av to mulige etterspørselsnivå; *høy*: $\overline{p^H}(x) = lim_{t\to\infty} p(x, \overline{t^H})$ eller *lav*: $\overline{p^L}(x) = lim_{t\to\infty} p\left(x, \overline{t^L}\right)$, og se hvordan dette påvirker investeringsbeslutningene.

Sannsynligheten for hvert av utfallene er henholdsvis lik $\pi$ og $1 - \pi$, og tidspunktet for når etterspørselen når det stabile etterspørselsnivået er henholdsvis $\overline{t^H}$ og $\overline{t^L}$, der $\overline{t^H} > \overline{t^L}$. Lar etterspørselsnivået *lav*, være lik det etterspørselsnivået som ble omtalt som etterspørselens maksimalnivå i kapittel 4.1 og 4.2, slik at $\overline{p^L}(x) = \bar{p}(x)$ og $\overline{t^L} = \bar{t}$. Usikkerheten er følgelig knyttet til om etterspørselen vil overgå etterspørselsnivået som ble betegnet som det maksimale, i kapittel 4.1 og 4.2. Den betingede sannsynligheten for at etterspørselsnivået *høy* realiseres, når etterspørselen allerede har overskredet etterspørselsnivået *lav*, er lik 1, $prob(p^H | p^L) = 1$.

Nettonåverdien av en kapasitetsutvidelse vil nå avhenge av hvilket av de to etterspørselsnivåene etterspørselen stabiliseres på. Den sosiale nytten i to periodene som påvirkes av om *høy* eller *lav* realiseres, $(t(\Delta), \bar{t})$ og $(\bar{t}, \infty)$, uttrykkes derfor som *forventet* sosial nytte. Det vil si summen av den sosiale nytten i hver av periodene, ved hvert utfall, vektet med sannsynligheten for det aktuelle utfallet, $\pi$ og $\pi - 1$.

$$E\left[\int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s(k+\Delta,t)dt \ + \frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s(k+\Delta,\bar{t})\right]$$

$$= (\pi\left(\int_{t(\Delta)}^{\overline{t^H}} e^{-rt} s\big(k+\Delta,t(\Delta)\big)dt + \frac{1}{r} e^{-r\overline{t^H}} s\big(k+\Delta,\overline{t^H}\big)\right)$$

$$+(1-\pi)\left(\int_{t(\Delta)}^{\overline{t^L}} e^{-rt} s\big(k+\Delta,t(\Delta)\big)dt + \frac{1}{r} e^{-r\overline{t^L}} s\big(k+\Delta,\overline{t^L}\big)\right) \quad (4.19)$$

Nettonåverdien av en kapasitetsutvidelse på tidspunkt T, av lengde $\theta$ og skala $\Delta$, når maksimal etterspørsel er usikker (binær; dvs. med to mulige utfall), blir da

$$W(T,\Delta,\theta) = \int_0^{t(k)} e^{-rt} s(x(t),t)dt + \int_{t(k)}^{T+\theta} e^{-rt} s(k,t)dt + \int_{T+\theta}^{t(\Delta)} e^{-rt} s(x(t),t)\,dt$$

$$+ \ E\left[\int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s(k+\Delta,t)dt \ + \frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s(k+\Delta,\bar{t})\right] - C(\Delta,\mathrm{T},\theta)e^{-rT} \quad (4.20)$$

Planleggers mål er å maksimere den forventede nettonåverdien av en kapasitetsutvidelse, $W(T,\Delta,\theta)$. Den tilhørende lagrangefunksjonen er, når vi antar at $\Delta \geq \underline{\Delta}$

$$\mathcal{L} = \int_0^{t(k)} e^{-rt} s(x(t),t)dt + \int_{t(k)}^{T+\theta} e^{-rt} s(k,t)dt + \int_{T+\theta}^{t(\Delta)} e^{-rt} s(x(t),t)\,dt$$

$$+ \ E\left[\int_{t(\Delta)}^{\bar{t}} e^{-rt} s(k+\Delta,t)dt \ + \frac{1}{r} e^{-r\bar{t}} s(k+\Delta,\bar{t})\right] - C(\Delta,\mathrm{T},\theta)e^{-rT}$$

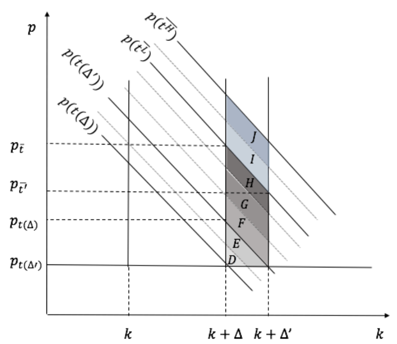
Vi kan se at det kun er betingelsen for optimal dimensjonering som vil påvirkes av at det stabile etterspørselsnivået er binært. Betingelsen for optimalt investeringstidspunkt og optimal investeringsperiode vil være uendret fordi disse betingelsene kun avhenger av tidspunktet for når etterspørselen treffer kapasitetsskranken, t(k). Vi leter opp stasjonærpunktene til lagrangefunksjonen; først den for Δ, for å finne betingelsen for optimal dimensjonering, når maksimal etterspørsel er binær.

$$\pi\left(\int_{t(\Delta)}^{\overline{t^H}} e^{-rt} s'_\Delta\big(k+\Delta,t(\Delta)\big)dt + \frac{1}{r} e^{-r\overline{t^H}} s'_\Delta(k+\Delta,\bar{t})\right)$$

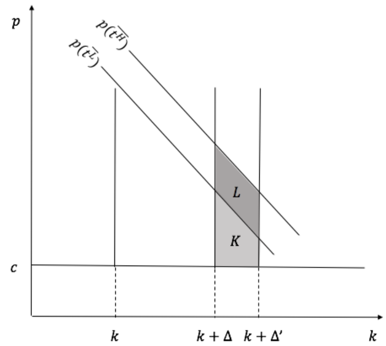
$$+(1-\pi)\left(\int_{t(\Delta)}^{\overline{t^L}} e^{-rt} s'_\Delta\big(k+\Delta,t(\Delta)\big)dt + \frac{1}{r} e^{-r\overline{t^L}} s'_\Delta(k+\Delta,\bar{t})\right) = e^{-rT} C'_\Delta(\Delta,\mathrm{T},\theta) \quad (4.21)$$

På venstre side av likningen fremkommer den totale *forventende* marginalnytten av økt dimensjonering. Det vil si summen av marginalnytten i periode $(t(\Delta),\bar{t})$ og $(\bar{t},\infty)$, ved hvert utfall, vektet med sannsynligheten for utfallet. Til forskjell fra i tilfellet uten usikkerhet, (4.17), er det den marginale, forventede nytten som balanseres mot den marginale utgiftsbesparelsen, ikke den (sikre) marginale nytten. Den marginale utgiftsbesparelsen på høyre side av likningen, påvirkes ikke direkte av usikkerheten.

Den totale marginalnytten av økt dimensjonering i utfallet *høy*, vil med våre forutsetninger være høyere enn den totale marginalnytten av økt dimensjonering i utfallet *lav.* Grunnen til dette er for det første at perioden $(t(\Delta), \overline{t^H})$ vil være lengre enn perioden $(t(\Delta), \overline{t^L})$, siden $\overline{t^H} > \overline{t^L}$. Følgelig vil marginalnytten i $(t(\Delta), \overline{t^H})$ være høyere enn marginalnytten i $(t(\Delta), \overline{t^L})$, med marginalnytten i tidsintervallet $(\overline{t^L}, \overline{t^H})$. I figur 16 vil marginalnytten i tidsintervallet $(\overline{t^L}, \overline{t^H})$ være arealet IHGFED og JIHGFED.



Figur 16



Figur 17

For det andre vil også marginalnytten av økt dimensjonering ved utfallet *høy*, være større enn den periodevise marginalnytten ved *lav* i perioden etter etterspørselen har nådd det maksimale etterspørselsnivået. Grunnen til dette er at den stabile etterspørselen i utfallet *høy*, er høyere, enn i utfallet *lav*, slik at overskuddet som realiseres med økt dimensjonering blir større for *høy* enn for *lav*. Dette er illustrert i figur 17 ved at område $KL > K$. Men selv om den periodevise marginalnytten er høyere for *høy* enn for *lav*, så er perioden $(\overline{t^H}, \infty)$ er kortere enn $(\overline{t^L}, \infty)$, siden $\overline{t^H} > \overline{t^L}$. Vi kan imidlertid anta at den sistnevnte effekten så godt som forsvinner, siden de to periodene uansett er så lange. Følgelig kan vi konkludere med at den totale marginalnytten av økt dimensjonering på kapasitetsutvidelsen er høyere dersom *høy* realiseres, enn hvis *lav* realiseres.

Den *forventede* marginalnytten av økt dimensjonering vil bli høyere enn marginalnytten av økt dimensjonering i tilfellet uten usikkerhet, i kapittel 4.2, gitt at sannsynligheten for begge utfallene er lik. Følgelig vil usikkerhet knyttet til om det maksimale etterspørselsnivået vil overgå etterspørselsnivået som var først antatt, øke tilbøyeligheten til å høyne kapasitetsutvidelsens dimensjonering. Dette følger direkte av prinsippet om å minimere de forventede tapene under usikkerhet. Optimal kapasitet må settes i tråd med forventet etterspørsel for å minimere tapene (Rees, 1976, s.152). Uansett utfall vil foretaket ha over- eller underinvestert, følgelig settes kapasiteten slik for å minimere tapene.

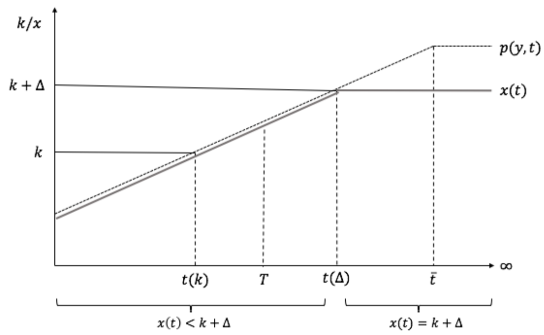
Det er viktig å påpeke at å bestemme dimensjonen på kapasitet utfra den forventede maksimale etterspørselen, medfører at det er en 50% sjanse for at den maksimale etterspørselen vil overstige den utbygde kapasiteten. Rees (1976, s. 144) stiller spørsmålet om en kapasitetsmargin bør inngå over den kapasiteten som kreves for å møte den forventede etterspørselen. For goder som ikke kan lagres og hvor manglende kapasitet ikke kan løses med kø, er dette et viktig problem. Vi kommer mer inn på dette i diskusjonen i kapittel 5.

På samme måte som betingelsen for optimal dimensjonering vil endres av usikkerhet knyttet til den maksimale etterspørselen, vil betingelsene for optimalt investeringstidspunkt og optimal investeringsperiode endre seg dersom det er usikkerhet om etterspørselsveksten.
De marginale, forventende nyttevirkningene av å utsette eller forlenge henholdsvis investeringstidspunktet og investeringsperioden, ville bli balansert mot de marginale besparelsene i investeringsutgiftene. Optimalt investeringstidspunkt og investeringsperiode vill bli funnet som det tidspunktet eller den perioden som ville minimere de forventede tapene.

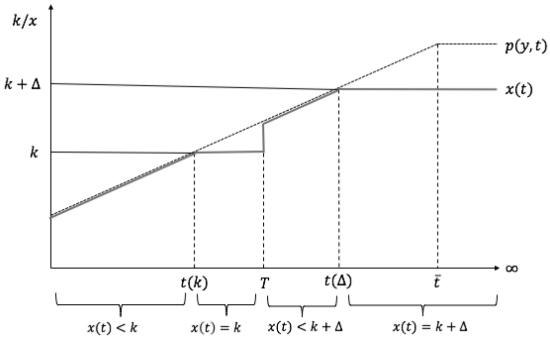
## 4.4 Investere i forkant eller etterkant?

Når foretaket kjenner etterspørselsutviklingen, bestemmes optimal dimensjonering av kapasitetsutvidelsen, av betingelsene (4.7) og (4.18), fra henholdsvis kapittel 4.1 og 4.2. Vi vil i dette kapittelet analysere hva som er avgjørende for tidspunktet kapasitetsutvidelsen gjøres tilgjengelig, når den optimale dimensjoneringen på kapasitetsutvidelsen er gitt. Istedenfor å vurdere de marginale betingelsene, ser vi heller på de totale nytte- og utgiftsvirkningene av å gjøre kapasitetsutvidelsen tilgjengelig, på et tidlig og sent tidspunkt, i møte med en kjent etterspørsels- og teknologisk utvikling. Til sist vil usikkerhet om etterspørselsutviklingen og hvordan det vil påvirke investeringsbeslutningene, diskuteres.

Som i kapittel 4.1 antas det at etterspørselen vokser med en konstant, kjent rate, og at veksten vil stabilisere seg på et gitt, maksimalt etterspørselsnivå, $\bar{p}(x) = lim_{t \to \infty} p(x,t)$. Men til forskjell fra i kapittel 4.1, er det maksimale etterspørselsnivået kjent fra tidspunkt 0. Etterspørselsveksten vil medføre et behov for en tilleggskapasitet utover initialkapasiteten k. Foretaket skal investere i en kapasitetsutvidelse med en gitt dimensjon lik Δ, og skal avgjøre om investeringen skal skje på tidspunkt $t = 0$, eller $t = T > 0$ . Vi ser bort ifra investeringsperioden og setter som en forenkling $\theta = 0$. Dersom foretaket investerer i kapasitetsutvidelsen på tidspunkt $t = 0$ vil ikke etterspørselen begrenses av kapasiteten før på tidspunkt $t(\Delta)$, som i figur 18. Det omsatte kvantumet vil i tidsintervallet $(0, t(\Delta))$ være $x(t) < k + \Delta$. Men dersom investeringen skjer på $t = T$, vil etterspørselen begrenses i perioden $(t(k), T)$, slik at $x(t) = k$, før etterspørselen igjen er ubegrenset frem til $t(\Delta)$, $x(t) < k + \Delta$, som illustrert i figur 19.

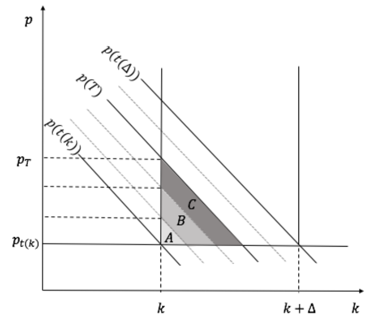


Figur 18



Figur 19

Når kapasitetsutvidelsen gjøres tilgjengelig på tidspunkt 0, istedenfor tidspunkt T, vil vi kunne identifisere en velferdsgevinst, som følge av at etterspørselen ikke begrenses i perioden $(t(k), T)$. I figur 20 er etterspørselskurvene i tidsintervallet $(t(k), T)$ illustrert som parallellskiftende kurver, hvor hver kurve svarer til etterspørselen på ett tidspunkt t. I første periode etter $t(k)$ er nyttegevinsten ved at den begrensende kapasiteten er $k + \Delta$, og ikke $k$, arealet A. Det vil si arealet under etterspørselskurven som overstiger kapasitetsgrensen $k$, fratrukket marginalkostnadene. I perioden deretter har gevinsten vokst til trekanten AB, og i perioden deretter, til ABC. Gevinsten vokser altså for hver tidsperiode, som følge av at etterspørselen skifter opp over tid. Total nyttegevinst av at kapasitetsutvidelsen gjøres tilgjengelig på tidspunkt 0, fremfor tidspunkt T, er følgelig A+AB+ABC. Dette er differansen mellom den totale neddiskonterte, sosiale nytten når etterspørselen ikke er begrenset i periode $(t(k), T)$ og når etterspørselen er begrenset i perioden $S_0 - S_T = \int_{t(k)}^{T} e^{-rt} s(x(t), t) dt - \int_{t(k)}^{T} e^{-rt} s(k, t) dt > 0$ , hvor $S_t$ er neddiskontert sosial velferd av å investere i tilleggskapasitet på tidspunkt t.



Figur 20: Nyttegevinst av å investere i forkant av etterspørselsutviklingen

Investeringsutgiftene er kun avhengig av investeringstidspunktet, $C(t)$, ettersom dimensjoneringen av kapasitetsutvidelsen anses som gitt i denne analysen. Investeringsutgiftene er avtakende i investeringstidspunktet t, som følge av iboende teknologisk utvikling i kapitalvareindustrien. Følgelig vil det å investere i kapasitetsutvidelsen på tidspunkt 0, fremfor tidspunkt T, medføre et nyttetap i form av tapte besparelser i investeringsutgiftene ved at foretaket ikke kan høste fremtidig tekniske fremskritt. Fremskyndelse av investeringstidspunktet vil også lede til at vi ikke høster «diskonteringsgevinsten» av en utsettelse. Nyttetapet kan uttrykkes som differansen mellom de totale neddiskonterte investeringsutgiftene på tidspunkt 0 og tidspunkt T, $C(0) - e^{-rT}C(T) > 0$.

Avgjørelsen om å investere i kapasitetsutvidelsen med dimensjon $\Delta$, på tidspunkt 0 eller tidspunkt T, baseres følgelig på avveiningen mellom å investere i forkant av etterspørselsutviklingen for å innhente nyttegevinsten av etterspørselen ikke begrenses og å investere på et senere tidspunkt for å dra nytte av rentegevinsten og den teknologiske utviklingen. Likning (4.22) gir tilfellet hvor foretaket vil være indifferent mellom å investere på tidspunkt 0 eller tidspunkt T.

$$S_0 - S_T = C(0) - e^{-rT}C(T) \qquad (4.22)$$

Denne betingelsen er til forveksling lik betingelsen for optimalt investeringstidspunkt, (4.6). Mens (4.6) er en betingelse som vurderer nytteendringer av å utsette investeringstidspunktet på marginen, er (4.22) en betingelse som vurderer de totale nytteendringene. Hvis den totale nettonytten er større enn de totale nettoutgiftene, $S_0 - S_T > C(0) - e^{-rT}C(T)$, er det lønnsomt at kapasitetsutvidelsen blir tilgjengelig på tidspunkt 0, fremfor tidspunkt T. Også her vil en mer elastisk etterspørsel gi en større nyttegevinst som følge av at etterspørselen ikke begrenses, slik at tilbøyeligheten til å investere i kapasitetsutvidelsen på tidspunkt 0 er større når etterspørselen er elastisk.

Betingelsen (4.20) kan omformuleres til å gi en terskelverdi, kalt Q, for investeringsutgiftene ved investering i forkant, på tidspunkt 0. Den kritiske verdien på investeringsutgiftene kan da bestemmes som $C(0) = Q = S_0 - S_T + e^{-rT}C(T)$. Dersom de totale investeringsutgiftene på tidspunkt 0 er mindre enn summen på venstre side; summen av total nettonytte og de neddiskonterte totale investeringsutgiftene på tidspunkt T, $C(0) = Q < S_0 - S_T + e^{-rT}C(T)$, er det lønnsomt å gjøre kapasitetsutvidelsen tilgjengelig på tidspunkt 0. Vi ser av uttrykket at terskelverdien Q vil være høyere jo svakere den teknologiske utviklingen er, jo lavere r er, og jo mer elastisk etterspørselen er.

### 4.4.1 Kort om usikkerhet

Vi innfører nå usikkerhet i analysen over, og antar at det maksimale etterspørselsnivået kan ta to nivåer, enten *høy*: $p^H(y, \overline{t^H})$ eller *lav*: $p^L(y, \overline{t^L})$, med sannsynlighet lik henholdsvis $\pi$ og $1 - \pi$, som i kapittel 4.3. Tidspunktet for når etterspørselen når det stabile etterspørselsnivået er henholdsvis $\overline{t^H}$ og $\overline{t^L}$, der $\overline{t^H} > \overline{t^L}$. Vi antar at det blir kjent informasjon om hvilket av de to etterspørselsnivåene som realiseres, på et *ukjent* tidspunkt t, hvor $t > 0$. Dette innebærer at dersom foretaket investerer i en kapasitetsutvidelse på tidspunkt 0, må kapasitetsutvidelsens dimensjonering bestemmes under usikkerhet. Og om investeringsbeslutningen utsettes til tidspunkt T, kan ny informasjon bli kjent før investeringsbeslutningen tas.
I denne situasjonen vil det å utsette investeringen fra tidspunkt 0, til T, potensielt gi en gevinst ved at foretaket kan unngå å ta investeringsbeslutningen under usikkerhet. Dette er en fordel da optimal kapasitet bestemt utfra den forventede etterspørselen, er et kapasitetsnivå som kun minimerer tapene, som sett i kapittel 4.3. Gitt utfallet som blir realisert, vil foretaket enten ha under- eller overinvestert. Følgelig representerer muligheten til å eliminere usikkerheten, ved å utsette investeringen i påvente av mer informasjon, en verdi. I realopsjonsterminologi vil dette svare til verdien av en 'venteopsjon' (Dixit og Pindyck, 1994). Denne gevinsten kommer i tillegg til «diskonteringsgevinsten» og den teknologiske utgiftsbesparelsen, som følger av å utsette T. Usikkerhet om den maksimale etterspørselen, og muligheten for at mer informasjon vil avdekkes etterhvert, vil følgelig øke tilbøyeligheten til å utsette investeringstidspunktet.

For å gi en antydning av hvordan ’verdien av å vente’ vil kunne påvirke beslutningen om å investere på tidspunkt 0 eller tidspunkt T, lar vi verdien av potensialet for ny informasjon i perioden $(0, T)$ defineres som $V = \int_0^T v(t)dt$. Foretaket vil være indifferent mellom å investere på tidspunkt 0, eller tidspunkt T, dersom $S_0 - C(0) = S_T - e^{-rT}C(T) + V$. Terskelverdien Q vil altså reduseres, som følge av potensialet for å få mer informasjon etterhvert; $C(0) = S_0 - S_T + e^{-rT}C(T) - V$. De initiale investeringsutgiftene må følgelig være lavere for at foretaket skal ville investere på tidspunkt 0, når det å utsette investeringen har en verdi ved at usikkerheten kan elimineres.

## 4.5 Sekvensielle kapasitetsutvidelser

Til nå har vi analysert kapasitetsutvidelser som kan gjennomføres som en engangsinvestering. Hvordan vil investeringsbeslutningene endres dersom foretaket kan gjennomføre kapasitetsutvidelser med sekvensielle investeringer, hvor litt og litt kapasitet legges til, fremfor alt på en gang? Mot slutten av kapittelet vil det også drøftes kort hvordan usikkerhet påvirker avveiningen mellom sekvensielle og engangsinvesteringer.

Vi kan anta at kapasitetsutvidelsen som før bare kunne gjennomføres som en engangsinvestering, $\Delta$, nå kan gjennomføres med n sekvensielle investeringer, $\sum_{i=1}^{n} \Delta_i$. Vi kan også anta at disse sekvensielle investeringsmulighetene er mindre udelelige enn den enkelte kapasitetsutvidelsen modellen til nå har behandlet, slik at $\Delta_i \geq \delta$ der $\delta < \underline{\Delta}$. Vi ser bort i fra kapasitetsutvidelsens investeringsperiode, slik at de sekvensielle kapasitetsutvidelsene legges til den eksisterende kapasiteten på investeringstidspunktet, $T_i$. Dette gir flere investeringstidspunkt og følgelig flere perioder hvor kapasiteten begrenser etterspørselen. Investeringsutgiftene for hver av de sekvensielle kapasitetsutvidelsene er $C(\Delta_i, \mathrm{T}_i)$. Vi antar stordriftsfordeler ved engangskapasitetsutvidelsen slik at $C(\Delta, T) \leq \sum_{i=1}^{n} C(\Delta_i, \mathrm{T}_i)$ og $C'_{\Delta_i}(\Delta_i, \mathrm{T}_i) > C'_{\Delta}(\Delta, \mathrm{T}) > 0$. Etterspørselsutviklingen er som i kapittel 4.1; den vokser med en konstant rate, og veksten stabiliserer seg på et gitt nivå $\bar{p}(x) = lim_{t\rightarrow\infty} p(x, t)$, som blir kjent på det tidspunktet etterspørselen begrenses av kapasiteten for første gang, t(k).

Betingelsen for optimal dimensjonering av en sekvensiell kapasitetsutvidelse vil gis på samme måte som betingelsen for optimal dimensjonering av én enkelt kapasitetsutvidelse, (4.9). Grunnen til dette er at effekten av å øke dimensjoneringen kun vil påvirke nytten i periode $(t(\Delta), \bar{t})$ og $(\bar{t}, \infty)$, fordi effekten i alle øvrige perioder vil kanselleres mot hverandre, slik vi viste i kapittel 4.1.2. Optimal dimensjonering gjennom en sekvensiell kapasitetsutvidelse vil følgelig balansere nyttegevinst av økt dimensjonering i periodene $(t(\Delta), \bar{t})$ og $(\bar{t}, \infty)$, mot marginaltapet av økning i investeringsutgiftene. Den marginale økningen i investeringsutgiftene av økt dimensjonering vil være større for en sekvensiell kapasitetsutvidelse enn en enkelt, på grunn av stordriftsfordeler. Høyere marginale investeringsutgifter for sekvensiell kapasitetsutvidelse, vil derfor medføre at optimal dimensjonering av en sekvensiell kapasitetsutvidelse er *lavere* enn for en enkelt kapasitetsutvidelse.

I kapittel 4.1 er det forutsatt en indre løsning på maksimeringsproblemet. Dimensjonen til kapasitetsutvidelsen er derfor antatt å velges optimalt større enn den nedre grensen for dimensjonering, $\underline{\Delta}$. I slike situasjoner vil det å velge en sekvensiell kapasitetsutvidelse til en høyere kostnad per enhet kapasitetsutvidelse, være ulønnsomt, fordi foretaket ikke tillegger det å utvide kapasiteten i mindre sprang enn $\underline{\Delta}$, en verdi. Dersom imidlertid skranken var bindende, $\Delta = \underline{\Delta}$, ville skyggeprisen tilhørende skranken i førsteordensbetingelsen for optimal dimensjonering, (4.4), bli positiv. En positiv skyggepris illustrerer foretakets positive verdsetting av å kunne redusere dimensjoneringen av kapasitetsutvidelsen. Foretaket hadde vært villig til å betale for å kunne investere i en kapasitetsutvidelse med mindre dimensjon enn $\underline{\Delta}$. I en slik situasjon ville det å åpne for sekvensielle kapasitetsutvidelser, hvor investeringsmulighetene er mer delelige, ha en nytteverdi. Kapasitetsutvidelsene kan slik legges til i mindre sprang, og dermed tilpasses den aktuelle etterspørselen bedre.

Sekvensielle kapasitetsutvidelser kan gi en innsparing av investeringsutgifter på kort sikt, fordi investeringsutgiftene for én av de n sekvensielle kapasitetsutvidelsene er lavere enn for en engangskapasitetsutvidelse, som også poengtert i Manne (1967, s. 31). Dette er en fordel dersom foretaket har et kortsiktig perspektiv, for eksempel på grunn av pressede periodiske budsjetter. I en slik situasjon åpner sekvensielle investeringer for å kunne fordele investeringsutgiftene over flere perioder, noe som er særlig attraktivt dersom det i tillegg er noen andre som er ansvarlig for neste budsjettperiode. Et klassisk eksempel på tendensen til å velge sekvensielle investeringer fremfor engangsinvesteringer, selv om det vil føre til høyere totalkostnader, er å finne i politikken. Partiene i posisjon ønsker å gjøre tiltak som gir økt sosial nytte i egen styringsperiode, men som samtidig ikke låser for store summer av budsjettet. De vil derfor kunne være villige til å betale en høyere gjennomsnittskostnad per enhet kapasitetsutvidelse, for å slippe å investere hele investeringssummen i egen styringsperiode.

Betingelsen for optimalt tidspunkt for gjennomføring av en investering i en sekvens av kapasitetsinvesteringer, vil også være på samme form som betingelsen for optimalt investeringstidspunkt for en enkelt kapasitetsinvestering, (4.6). Det vil fortsatt være optimalt å gjøre kapasitetsutvidelsen tilgjengelig når marginalnytten av en kapasitetsinvestering på et gitt tidspunkt, er lik den marginale gevinsten av å utsette kapasitetsutvidelsen; gitt ved rentegevinsten og den marginale utgiftsbesparelsen som følge av teknologisk utvikling. Rentegevinsten av å utsette kapasitetsutvidelsen vil være lavere for den sekvensielle kapasitetsutvidelsen, siden investeringsutgiftene for én av de n sekvensielle kapasitetsutvidelsene er lavere enn for en engangskapasitetsutvidelse. Dette vil tale for at det optimale investeringstidspunktet for en sekvensiell kapasitetsutvidelse, inntreffer tidligere enn for en engangskapasitetsutvidelse, for en gitt etterspørsel. Det vil gjøre at den første av de sekvensielle kapasitetsutvidelsene, høster mindre av den teknologiske utviklingen enn engangsinvesteringen. Men ettersom det er n sekvensielle kapasitetsutvidelser og bare én engangskapasitetsutvidelse, vil ikke alle sekvensielle kapasitetsutvidelser inntreffe før engangskapasitetsutvidelsen, kanskje bare den første. Det vil derfor være sannsynlig nytten av den teknologiske utviklingen er størst for de sekvensielle investeringene.

Et poeng som kan motvirke tendensen til at sekvensielle kapasitetsutvidelser vil kunne bli igangsatt *før* engangskapasitetsutvidelsen, er om den teknologiske utviklingen for de sekvensielle investeringene er raskere enn for engangsinvesteringen, $C'_{T_i}(\Delta_i, \mathrm{T}_i) < C'_T(\Delta, \mathrm{T}) < 0$. Slik ville de marginale utgiftsbesparelsene av å utsette kapasitetsutvidelsen øke, og tilbøyeligheten til å utsette også den sekvensielle kapasitetsutvidelsen vil bli sterkere. Potensielt kan de teknologiske gevinstene av å utsette kapasitetsutvidelsen veie opp for de lavere rentegevinstene ved sekvensiell investering, slik at optimalt tidspunkt for kapasitetsutvidelse blir det samme for sekvensiell og engangskapasitetsutvidelse. Rask teknologisk utvikling vil i seg selv tale til fordel for sekvensielle kapasitetsutvidelser, da disse åpner for å høste teknologiske gevinster for hver sekvensiell kapasitetsutvidelse. Et poeng som imidlertid taler imot sekvensielle investeringer, med det siktemål å dra nytte av teknologisk utvikling, er kompatibilitet. Dette vil kunne ha en betydning særlig hvis de sekvensielle investeringene har mange ledd. Da, kan det tenkes at teknologisk utvikling, vil kunne medføre så store endringer at den tidlig, utbygde kapasiteten etterhvert ikke vil være kompatibel med den nylig, ubygde kapasiteten.

Sekvensielle kapasitetsutvidelser, som er mer delelige enn engangskapasitetsutvidelser, vil (sannsynligvis) ha lavere optimal dimensjonering, og et tidligere optimalt investeringstidspunkt, enn engangskapasitetsutvidelser. I kapittel 4.1.2 ble det diskutert i hvilke situasjoner den optimale dimensjoneringen til en engangskapasitetsutvidelse vil øke. Rask etterspørselsvekst vil gjøre at etterspørselen raskt når opp til kapasitetsgrensen, og den optimale dimensjonen vil øke for å forlenge periodene med ubegrenset etterspørsel. Sekvensielle kapasitetsutvidelser vil derfor være mindre egnet i situasjoner med rask etterspørselsvekst, da de tilbyr økt dimensjonering til en høyere enhetspris enn engangskapasitetsutvidelser. I tillegg vil fordelene ved sekvensielle kapasitetsutvidelser reduseres i slike situasjoner: Verdien av å fordele investeringsutgiftene utover i tid reduseres, da tidspunktene med investering vil bli hyppigere. Det vil også medføre at gevinstene av teknologisk utvikling mellom hver investering heller ikke er så store. I en situasjon med rask etterspørselsvekst vil følgelig engangskapasitetsutvidelser være mest lønnsomme.

### 4.5.1 Kort om usikkerhet

Vi vil nå anvende det samme rammeverket for usikkerhet presentert i kapittel 4.4.1, for å drøfte hvordan usikkerhet påvirker avveiningen mellom sekvensielle- og engangsinvesteringer.

I kapittel 4.4.1 ga introduksjon av usikkerhet det å utsette investeringen fra tidspunkt 0, til T, en tilleggsverdi. Dette da utsettelse potensielt ville gi en gevinst ved at foretaket unngikk å ta investeringsbeslutningen under usikkerhet. På samme måte vil introduksjon av usikkerhet gi sekvensielle investeringer en tilleggsverdi. Dette skyldes at en sekvensiell investering åpner i større grad for å dimensjonere kapasitetsutvidelsen etterhvert som ny informasjon eventuelt blir avdekket. For en engangsinvestering ville dimensjoneringen måtte bestemmes utfra forventet maksimal etterspørsel, som i kapittel 4.3, og som følgelig enten ville resultere i overinvestering, med den unødvendige ressursbruken det innebærer, eller underinvestering, som kan gi omfattende tap i konsumentoverskudd.

I tråd med Dixit og Pindyck (1994, s. 51) har sekvensielle investeringer dermed en verdi i kraft av sin fleksibilitet. For at det skal være lønnsomt for foretaket med en engangsinvestering, fremfor en sekvensiell investering, vil stordriftsfordelene til engangsinvesteringen mer enn veie opp for den fordelen fleksibilitet gir.

I neste kapittel diskuteres modellresultatene i sammenheng med motivasjonseksempelet, i tillegg til en kort drøfting av modellens begrensninger.

# 5 Diskusjon og modellens begrensninger

Teknologisk utvikling i kapitalvareindustrien som forplanter seg i investeringsutgiftene, har vist seg å påvirke investeringstidspunktet i modellen. I kapittel 4.1 og 4.2 kom det frem at teknologisk utvikling vil forsterke tilbøyeligheten til å utsette kapasitetsutvidelsen på marginen, i forhold til tilfellet uten teknologisk utvikling som i Rees (1978) og Marglin (1963). I kapittel 4.4 ble total nytte og kostnader av å investere på to ulike tidspunkt vurdert, for å finne de avgjørende faktorene for når en kapasitetsutvidelse gjøres tilgjengelig, når den optimale dimensjoneringen på kapasitetsutvidelsen er gitt. Den utledede terskelverdien for investeringsutgiftene på tidspunkt 0 viser at det er spesielt er farten på den teknologiske utviklingen og nytten av ubegrenset etterspørsel, som er avgjørende for hvorvidt det er lønnsomt å investere med en gang, fremfor å vente.

Hvis vi studerer når kapasitetsutvidelser i strømnettet gjøres tilgjengelig, vil vi se at kapasitetsutvidelser i hvert fall planlegges å bli tilgjengelige i forkant av etterspørselsutviklingen. Eksempelvis er strømnettet i Stor-Oslo i ferd med å rustes opp, og etterspørselen har ennå ikke nådd strømnettets kapasitet (Statnett, 2013). Ut ifra analysen i 4.4 kan vi dermed anta at summen av nettonytten av ubegrenset etterspørsel og de diskonterte investeringsutgiftene ved å investere senere, er høyere enn investeringsutgiftene ved å investere i forkant av etterspørselsutviklingen. En av grunnene til at det lønner seg å investere i forkant av etterspørselen i strømnettet, kan være at verdien av ubegrenset etterspørsel er særlig høy i strømnettet, ettersom svikt i kritisk infrastruktur representerer særlig høye samfunnsøkonomiske tap. Men en kanskje like viktig årsak til at kapasitetsinvesteringene gjøres i forkant av etterspørselsutviklingen, er at verdien av å utsette kapasitetsinvesteringene er så lave.

Overføringskapasiteten i strømnettet har tradisjonelt blitt økt ved nettinvesteringer, det vil si ved bygging av flere strømlinjer. Teknologien som benyttes på strømlinjer i dag, HVAC-kabler (vekselstrømkabler), er mer eller mindre den samme som da teknologien fikk fotfeste på 1920-tallet (Institute for Energy Research, 2014). Av den grunn er det meste av potensialet for å redusere drifts- og investeringsutgifter allerede hentet ut. Dette er i tråd med teorien om læringskurver, som først ble oppdaget av T. P. Wright (1936) som undersøkte sammenhengen mellom den kumulative produksjonen av fly og (nedgangen i) produksjonskostnadene.

Senere ble definisjonen også utvidet til å omhandle sammenhengen mellom de totale kostnadene og den kumulative produksjonen, kalt erfaringskurver (Boston Consulting Group, 1972). Dette medfører at reduksjonen i investeringskostnadene fra år til år, for investering i nettkapasitet, kan ses på som neglisjerbare. Følgelig vil verdien av å utsette en nettinvestering kun være rentegevinsten, og dermed er tilbøyeligheten til å utsette kapasitetsutvidelsen mindre.

Introduksjon av tiltak på forbrukersiden som kan erstatte og komplementere utvidelser i overføringskapasiteten (nettkapasiteten) har imidlertid potensiale til å øke verdien av å utsette investeringene. De aktuelle tiltakene fasiliteres av installeringen av AMS, og er løsninger som baserer seg på å flytte effektetterspørselen fra topplast- til lavlastperioder. Ettersom løsningene er i startfasen, vil økt kumulativ produksjon kunne gi teknologisk utvikling som forplantes i investeringsutgiftene. Bruk av nyere teknologi, med raskere teknologisk utvikling kan derfor gi økt tilbøyelighet til å forskyve investeringsbeslutningen ut i tid, og nærmere etterspørselsutviklingen, for slik å høste de teknologiske gevinstene.

Kapittel 4.5 drøfter hvordan investeringsbetingelsene utledet i 4.1 vil endres dersom kapasitetsutvidelser som gjennomføres med en engangsinvestering, alternativt ble gjennomført med sekvensielle investeringer som kjennetegnes med mer delelighet. Dette scenarioet er i ferd med å bli en realitet i strømnettet, i forbindelse med at tiltak på forbrukssiden kan erstatte og komplementere utvidelser i overføringskapasiteten, som nevnt i forrige avsnitt. Tiltak på forbrukssiden vil sannsynligvis kjennetegnes med en høyere delelighet i investeringsmulighetene, enn det som kjennetegner nettinvesteringene. Følgelig vil de optimale investeringsbetingelsene kunne endre seg i tråd med resultatene i kapittel 4.5: Det optimale investeringstidspunktet vil kunne fremskyndes (hvis ikke den teknologiske utviklingen er veldig høy) og optimaldimensjoneringen på kapasitetsutvidelsene vil kunne reduseres.

Et enda mer ekstremt scenario, som ikke ble diskutert i kapittel 4.5, er om den nedre grensen for dimensjonering nærmer seg null. I et slikt tilfelle vil kapasitetsutvidelsene kunne ses på som fullt ut delelige, og ny kapasitet kan legges til kontinuerlig – som i neoklassisk investeringsteori. Dette vil ha en nytteverdi dersom foretaket tillegger mindre sprangvise kapasitetsutvidelser, enn hva som er mulig med den aktuelle teknologien, en verdi. Foretakets verdsetting av sekvensielle investeringer, og fleksibiliteten disse innehar, vil også øke med usikkerhet rundt etterspørselsutviklingen for effekt, i tråd med realopsjonsteori.

Mot slutten av kapittel 4.3 kommer det frem at når det dreier seg om goder som ikke kan lagres, og hvor manglende kapasitet ikke kan løses med kø, kan det være at det å bestemme kapasitet ut fra forventet etterspørsel ikke gir ønsket risikoprofil. Parallellen til strømnettet er tydelig; strømmen må forbrukes i samme sekund som den produseres, og manglende kapasitet gir utkobling av strøm og kanskje strømbrudd. Kapasitetsmarginen foretaket velger vil i følge Berrie (1967) bestemmes av grad av risiko foretaket ønsker å ta, som igjen avhenger av kostnadene av å holde en kapasitetsmargin og av kostnadene ved å ikke ha tilstrekkelig sikkerhetsmargin. Kostnadene ved å ikke ha tilstrekkelig sikkerhetsmargin, kan føres tilbake til tapet av konsumentoverskudd når etterspørselen er begrenset av kapasiteten, men det er også mulig at disse kostnadene ikke reflekteres fullt ut her. Det henger sammen med at forsyningssikkerhet – det å sørge for at elektrisitet er tilgjengelig for alle konsumenter på ethvert tidspunkt, er et kollektivt gode. Følgelig gjør ikke-rivalisering det vanskelig å finne den riktige betalingsviljen. Faren for underforsyning av kapasitet, og følgelig høyere forsyningsusikkerhet, er dermed tilstede som følge av den markedssvikten kollektive goder kan gi opphav til. Kravet om drift og utvikling av strømnettet etter N-1 kriteriet er derfor avgjørende for forsyningssikkerheten, og kan også ses på som den den fastsatte sikkerhets/kapasitetsmarginen i strømnettet, som reflekterer den ønskede risikoprofilen, i tråd med Berrie (1967).

Et annet perspektiv, som blir stadig viktigere, er at tilstrekkelig overføringskapasitet i strømnettet ikke bare er avgjørende for forsyningssikkerheten, men også for utviklingen av et bærekraftig energisystem. Behovet for overføringskapasitet mellom norske landsdeler, i Norden og til kontinentet, vil øke med økt utbygging av uregulerbar, fornybar kraft. Uregulerbar kraft, som sol- og vindkraft, er kraft som ikke kan reguleres opp og ned avhengig av forbruket i området, slik som vannkraft fra magasin kan. Følgelig krever denne typen kraft større overføringskapasitet slik at kraften kan fraktes dit det til enhver tid er forbruk; over landegrenser om nødvendig. Et sterkt og integrert regionalt kraftnett er derfor avgjørende for at EU kan nå sine 2030-mål om fornybarandel på 27% på EU-nivå (Regjeringen, 2014). Fornybarmålene er også tett koblet til klimamålsetningene, da mer fornybar kraft muliggjør kutt i $CO_2$-utslipp gjennom elektrifisering av sektorer, som transport og petroleumsvirksomhet (Energi Norge, 2011).

Problemet med kollektive goder dukker imidlertid opp igjen. Verdsettingen av ”klima” er om mulig enda vanskeligere å estimere enn verdien av forsyningssikkerhet, da forsyningssikkerhet i hvert fall kan avgrenses til å defineres som forsyningssikkerhet i Norge, mens klima er et globalt fenomen. Det er følgelig en reell risiko for underforsyning av overføringskapasitet, og medfølgende liten tilrettelegging for økt fornybar kraftproduksjon og $CO_2$-utslippsreduksjon, dersom ikke overføringskapasitetens betydning også på dette området legges vekt på i investeringsbeslutningene.

Et viktig aspekt ved kapasitetsinvesteringer, som er utelatt i denne modellen, er kapasitetsutvidelsenes levetid. Ettersom depresiering ikke er inkludert i modellen, reduseres ikke den investerte kapasiteten etterhvert som tiden går, i teknisk forstand. Den tekniske levetiden kan derfor sies å være uendelig i denne modellen. Marglin (1963, s. 25) finner at rammeverket med en enkelt investeringsbeslutning kan beholdes for en endelig levetid, ved å la investeringene gi konstant nytte hele levetiden, og så null nytte etter endt levetid (’one hoss shay’).

Denne modellens antagelse om iboende teknologisk utvikling i kapitalvareindustrien er imidlertid nærmere forbundet med *økonomisk levetid* (Kurz, 1963) (Phelps, 1963). Grunnen til dette er at kapasitetsinvesteringene blir mer og mer lønnsomme med tanke på investeringsutgifter, og potensielt også variable kostnader, med tiden. Det medfører at eldre kapasitetsutvidelser etterhvert blir ulønnsomme, relativt til kapasitetsutvidelser av nyere årgang. De gamle kapasitetsutvidelsene har ikke nødvendigvis en dårligere (teknisk) ytelse enn på investeringstidspunket, men de er blitt relativt ulønnsomme fordi teknologisk utvikling har gjort nye kapasitetsutvidelser mer effektive. Når investeringer tas ut av drift fordi de ikke lengre er lønnsomme, har de nådd sin økonomiske levetid. Ved å inkludere kapasitetsutvidelsens økonomiske levetid i modellen, vil investeringsbetingelsene kunne endres. Grunnen til dette er at kapasitetsutvidelsen vil gi sosial nytte over færre perioder enn antatt i denne modellen; den vil tas ut av drift på et tidspunkt for å bli erstattet av en mer effektiv kapasitetsutvidelse av nyere årgang. Dette vil påvirke betingelsen for optimal dimensjonering, (4.9) og (4.18). For gitt etterspørsel og gitte marginale investeringsutgifter, vil optimal dimensjonering av kapasitetsutvidelsen reduseres, ettersom grunnlaget for de sosiale nyttevirkningene av kapasitetsutvidelsen er mindre. Å inkludere kapasitetsutvidelsens økonomiske levetid vil dermed medføre redusert optimal dimensjonering av kapasitetsutvidelsen. Det kan gi økt lønnsomhet til de sekvensielle investeringene, i hvert fall dersom optimal dimensjonering blir mindre enn den minste mulige dimensjoneringen av engangsinvesteringer, $\underline{\Delta}$. Dersom den teknologiske levetiden er svært raskt og den økonomiske levetiden til investeringene nærmer seg null vil den dynamiske tilnærmingen til investeringsbeslutningene, og investeringstidspunktet selv, bli mindre viktig.

# 6 Avsluttende kommentarer

I denne masteroppgaven har jeg gjort en teoretisk analyse av investeringsbeslutningene som ligger til grunn for udelelige kapasitetsinvesteringer i statlige foretak med bindende kapasitetsbegrensninger når målet er å maksimere det samfunnsøkonomiske overskuddet. Jeg har, basert på prinsipp fra marginalkostnadsprising og dynamisk investeringsplanlegging etter Marglin (1963) utledet en modell som bygger videre på Rees' (1986) 'første-beste' modell. Rees' modell er utvidet til å også inkludere teknologisk utvikling i kapitalvareindustrien og til å inkludere to ekstra beslutningsvariabler i tillegg til investeringstidspunktet; kapasitetsutvidelsens dimensjonering og investeringsperiode. Videre er etterspørselsveksten antatt å vokse opp til et bestemt nivå, for å fokusere på én enkelt kapasitetsutvidelse, fremfor en sekvens.

Ved å inkludere nevnte tillegg har jeg funnet optimale investeringsbetingelser som har likheter og ulikheter med Rees (1986) og den øvrige litteraturen jeg har vist til. Jeg fant at det optimale investeringstidspunktet forskyves ut i tid som følge av teknologisk utvikling og at introduksjon av kapasitetsutvidelsens investeringsperiode har liten påvirkning for optimalt investeringstidspunkt og dimensjonering. Videre har oppgaven vist at etterspørsels-elastisiteten har betydning for den sosiale nytten av en kapasitetsutvidelse. Effekten av usikkerhet på investeringsbetingelsene er også drøftet, og jeg har argumentert for at verdien av å utsette investeringstidspunktet og verdien av sekvensielle investeringer øker, når usikkerhet introduseres. Oppgaven har forsøkt å knytte modellens resultater til kapasitetsinvesteringer i strømnettet. Strømnettet har bindende kapasitetsbegrensninger og udelelige investeringsmuligheter, og står ovenfor massive investeringer i årene som kommer, samtidig som en rekke nye teknologier er i ferd med å bli tatt i bruk som erstatning for og komplement til de tradisjonelle kapasitetsinvesteringene. Oppgaven har brukt modellresultatene til å belyse hvordan usikkerhet, økt teknologisk utvikling, og nye investeringsmuligheter påvirker de optimale investeringsbetingelsene i strømnettet. Tilslutt er det er viktig å poengtere at modellresultatene hviler på modellens antagelser, som om ikke veldig urealistiske, er en forenklet måte å beskrive kapasitetsutvidelser og investeringsbeslutningene på. Hensikten med oppgaven har derfor vært å se hvordan de optimale investeringsbeslutningene påvirkes av de utvidelser vi her har inkludert, og om disse kan brukes til å kan si noe om kapasitetsinvesteringer i strømnettet.

# Litteraturliste


Berrie, T. W. (1967) The Economics of System Planning in Bulk Electricity Supply, i Turvey, R., *Public Enterprise*, Penguin Modern Economics, 1968.

Boituex, M. (1960), Peak-load pricing. *The Journal of Business*, vol. 33, no. 2, s.157-179.

Boston Consulting Group Inc. (1974), Perspectives no. 124, 125, 128, 135, 149

Brusco, S., Tarola, O., og Trento S., (2016). Timing of Lumpy Investment, Pricing and Technical Progress *Bulletin of Economic Research*, vol. 68, no. 1, s. 16-33.

Dixit, A. og Pindyck, R. (1994) *Investment under Uncertainty*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press. Kap. 2.

Dupuit, J. (1952) On the Measurement of Utility of Public Works. *International Economic Papers,* vol. 2, oversatt av R. H. Barback (London: Macmillan, 1952 (1844)), s. 83-110.

Energi Norge (2011) *En Grønn Tråd. Fem strategiske prinsipp som leder oss til et bærekraftig energisystem mot 2050.* Oslo: Energi Norge.

Energi Norge (2016) *Investeringsundersøkelsen, 2016.* (Internett). Oslo: Energi Norge. Tilgjengelig fra: https://www.energinorge.no/contentassets/48b2ca1d89f94b63894a9e36cb8f26f9/energi-norge-investeringsundersokelse-blant-nettselskaper-2016.pdf (hentet 19.03.17)

Forskrift om systemansvaret i kraftnettet, *Forskrift om systemansvaret i kraftnettet*, 17. mai 2002.

Hotelling, H. (1938) The General Welfare in Relation to Problems of Taxation and of Railway and Utility Rates. *Econometrica*, vol. 6, no. 3, s. 242-69.

Institute for Energy Research (2014) *Electricity Transmission.* (Internett) Washington, D.C.: Institute for Energy Research Tilgjengelig fra: http://instituteforenergyresearch.org/electricity-transmission/#top (hentet 02.05.17)

Johansen, L. (1959), Substitution versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth: A Synthesis, *Econometrica,* vol. 27, no. 2, s. 157-176.

Kurz, M. (1963) Substitution versus Fixed Production Coefficients: A Comment. *Econometrica*, vol. 34, no. 1/2, s. 209-2017.

Lie, Øyvind (2014) Smarte målere gjør at Statnett kan koble ut forbruk når nettet holder på å gå ned. *Teknisk Ukeblad* (Internett). Tilgjengelig fra:

https://www.tu.no/artikler/smarte-malere-gjor-at-statnett-kan-koble-ut-forbruk-nar-nettet-holder-pa-a-ga-ned/230672 (hentet 25.04.17)

Marglin, S. A. (1963) Approaches to Dynamic Investment Planning. *Contributions to Economic Analysis XXIX*, Amsterdam: North Holland.

Marschak, T. (1960) Capital Budgeting and Pricing in the French Nationalized Industries. *The Journal of Business*, vol. 33, no. 2, s. 133-156.

Massé, P. (1962). *Optimal Investment Decisions: Rules for Actions Criteria for Choice.* Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Manne, A. S. (1967) *Investment for Capacity Expansion: Size, Location and Time Phasing*. London: George Allen & Unwin Ltd.

Phelps, E. (1963) Substitution, fixed proportions, growth and distribution. International *Economic Review*, vol. 4, no. 3, s. 265-288.

Ramsey, F. P. (1927) A Contribution to the Theory of Taxation. *The Economic Journal*, vol. 37, no. 145, s. 47-61

Rees, R. (1976) *Public Enterprise Economics*. London: Weidenfeld And Nicolson.

Rees, R. (1986) Indivisibilities, Pricing and Investment: The Case of the Second Best. *Journal of Economics*, vol. 5, no. 1, s.195-210.

Regjeringen (2014). *EUs klima og energimål for 2030 er vedtatt* (Internett). Utenriksdepartementet. Tilgjengelig fra: https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/EUs-klima--og-energimal-for-2030-vedtatt/id2009038/ (hentet 04.05.17)

Rødseth, A. (1983). Optimal timing and dimensioning of hydro power projects, i Bjerkholt, O., Longva, S., Olsen, Ø. og Strøm, S. (ed.), *Analysis of supply and demand of electricity in the Norwegian economy*. Oslo: Statistisk Sentralbyrå.

Kjølle, G. (2011) *KILE – Insentivbasert regulering av leveringskvalitet* (Internett) Trondheim: Sintef. Tilgjengelig fra: http://www.sintef.no/sintef-energi/xergi/xergi-2011/nr-1---mai/artikkel1211/ (hentet 25.03.17)

Starrett, D. A. (1978) Marginal Cost Pricing of Recursive, Lumpy Investments. *The Review of Economic Studies*, vol. 45, no. 2, s. 215-227.

Statnett (2013) *Nettplan Stor-Oslo* (Internett). Tilgjengelig fra: http://www.statnett.no/PageFiles/12487/Dokumenter/~1-Overordnet%20plan%202015/Fremtidens%20nett%20i%20Stor-Oslo.pdf (hentet 25.04.17)

Statnett (2014a). *Energiskolen, Lærehefte* (Internett). Tilgjengelig fra: http://www.statnett.no/Global/Dokumenter/Miljø%20og%20samfunn/Energiskolen/statnett_lærehefte_oppslag.pdf (hentet 25.04.17)

Statnett (2014b). *Systemdrifts- og markedsutviklingsplan* (Internett). Tilgjengelig fra: http://www.statnett.no/Global/Dokumenter/Kraftsystemet/Systemansvar/Statnett_SMUP_24.05_lnk_Low.pdf (hentet 25.04.17)

Statnett (2016) *Dagens løsninger i systemdriften 2016* (Internett). Tilgjengelig fra: http://www.statnett.no/Global/Drift%20og%20Marked/Systemansvaret/Dagens%20løsninger%20i%20systemdriften.pdf (hentet 25.04.17)

St.meld. nr. 14 (2011-2012). *Vi bygger Norge – om utbygging av strømnettet, samfunnsmessige konsekvenser ved strømavbrudd.*

St. meld. nr. 33 (2016-2017). *Nasjonal Transportplan 2018-2029.*

Thema Consulting Group (2013), *På nett med framtida – Kraftnettets betydning for verdiskapning* (Internett). Tilgjengelig fra: http://www.thema.no/wp-content/uploads/2015/08/THEMA_R_2012-34_På_nett_med_framtida.pdf (hentet 25.04.17)

Turvey, R. (1968), *Optimal Pricing and Investment in Electricity Supply*, London: George Allen & Unwin.

Vislie, J. (1982) A Note on an Intertemporal Cost Function for a Class of Dynamic Problems. *Economics Letters*, vol. 9, no. 3, s. 215-219

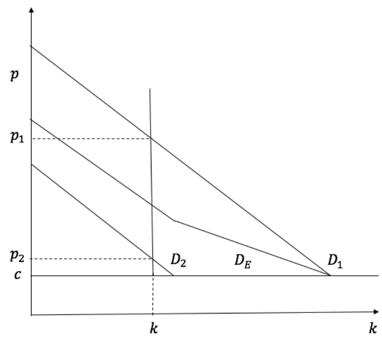
Wright, T. P. (1936). Factors Affecting the Cost of Airplanes' *Journal of Aeronautical Sciences*. no. 3, s. 122–128.

Williamson, O. E. (1966) Peak Load Pricing and Optimal Capacity under Indivisibility Constraints. *American Economic Review*, vol. 56, no. 4, 810-27.

# Vedlegg 1: Topp- og lavlast

I kapittel 4.1 og 4.2 har etterspørselen blitt modellert som konstant for hvert tidspunkt, t. Vi vil nå se på tidsutviklingen som diskret, slik at vi kan la etterspørselen variere gjennom hver enkelt periode slik tilfellet er i kraftmarkedet. Utfordringen med etterspørselsvariasjon er at kapasiteten ikke nødvendigvis kan tilpasses hvert enkelt etterspørselsnivå, samtidig som kapasiteten må håndtere variasjonene, med tanke på lønnsomhet og mulighet til å møte etterspørselen. Med utgangspunkt i den *effektive etterspørselen* i Willamson (1966), vil vi i dette vedlegget utvide modellen til topp- og lavlast.

Lar etterspørselen i en periode, t, deles inn i to underperioder. I underperiode 1 er det topplast (høy etterspørsel) og i underperiode 2 er det lavlast (lav etterspørsel), der topplast > lavlast. I figur 21 er etterspørselskurvene $D_1$ og $D_2$, henholdsvis topp- og lavlast. Hver underperiode har en varighet på $w_i$, der $w_1 + w_2 = 1$. De variable kostnadene er fremdeles spesifisert for hver (hele) periode. Den effektive etterspørselskurven $D_E$, kan utledes ved vertikal summering av etterspørselskurvene i hver underperiode, hver av dem vektet med $w_i$.



Figur 21:Effektiv etterspørsel ved topp- og lavlast. Kilde: Williamson (1966)

Med utgangspunkt i den effektive etterspørselskurven, istedenfor den faktiske, kan optimal kapasitet bli funnet på samme måte som hos Boiteux (1960) og Williamson (1966), for henholdsvis delelige og udelelige kapasitetsutvidelser[9]. Optimal kapasitet i henhold til den effektive etterspørselskurven er ikke kapasitetsnivået som er optimalt i henhold topp- og lavetterspørselen enkeltvis, men det som er best egnet til å håndtere de gitte etterspørselsvariasjonene. Siden plasseringen av den effektive etterspørselskurven i forhold

[9] Den effektive etterspørselskurven skal kun benyttes som et verktøy i kapasitetsinvesteringer (Williamson, 1966). Prising i topp- og lavlast perioder følger de vanlige prinsippene for marginalkostnadsprising, det vil si prising til $p_1$ hvis topplast og $p_2$ hvis lavlast.

til topp- og lavlast, vil variere med forholdet mellom varigheten til underperiodene, er også varigheten til underperiodene viktig for bestemmelsen av kapasitetsnivået. Den vektede etterspørselen vil være høyere dersom perioden med topplast er lengre enn perioden med lavlast, $w_1 > w_2$, og følgelig vil kapasitetsnivået, i en slik situasjon, være mest tilpasset topplasten.

Vi vil videre anta at topp- og lavetterspørselen vokser med en konstant rate, slik at kurvene $D_1$ og $D_2$ parallellskifter oppover i figur 16. Den vektede etterspørselen $D_E$ vil dermed også vokse med en konstant rate, på lik linje med den faktiske etterspørselen i kapittel 4.1 og 4.2, gitt at også varigheten til hver underperiode, $w_i$, holdes konstant over tid. En utvidelse av modellen til tilfellet med etterspørselsvariasjon er følgelig uproblematisk, så lenge varigheten på underperiodene holdes konstant. Optimalitetsbetingelsene i modellen i 4.1 og 4.2 vil kun endres tolkningsmessig, da etterspørselen som ligger til grunn ikke er den faktiske etterspørselen, men den vektede etterspørselen av to periodevise etterspørselskurver.

Dersom varigheten på underperiodene skulle endres over tid, vil veksten i den effektive etterspørselen kunne utvise ujevnheter. Dersom perioden med lav etterspørsel blir lengre enn før, vil veksten til den effektive etterspørselskurven avta, og hvis perioden med topplast øker, vil veksten i den effektive etterspørselen kunne øke. Dette vil påvirke tidspunkt, dimensjonering og investeringsperiode for kapasitetsutvidelsen. Vi har sett i kapittel 4.1 og 4.2 at økt etterspørselsvekst vil kunne gi økt dimensjonering på kapasitetsutvidelsen. Samtidig vil økt etterspørselsvekst sørge for at investeringstidspunktet fremskyndes (ikke utsettes) og investeringsperioden kortes ned (ikke utvides).

# Vedlegg 2: Kostnadsminimering

Som en del av maksimeringsproblemet for en kapasitetsutvidelse blir minimeringsproblemet av $C(\Delta, T, \theta)$ løst implisitt, for en gitt teknologi (produktfunksjonen) og faktorprisene, for en gitte verdier av $\Delta, T, \theta$. Vislie (1982) viser eksplisitt hvordan investeringsutgiftene til et stort prosjekt kan minimeres ved å optimalisere bruken av innsatsfaktorene over investeringsperioden. Omformulert til denne modellen blir minimeringsproblemet å minimere produksjonskostnadene $w(t)n(t)$, over investeringsperioden, gitt teknologien $F(n(t), T)$, med krav om at en gitt dimensjonering, $\Delta$, skal leveres ved endt investeringsperiode, $T + \theta$.

$$min_{n(t)} \int_T^{T+\theta} e^{-r(t-T)} w(t)n(t)dt \qquad \text{gitt} \quad \dot{Z} = F(n(t), T),$$

$$\text{med} \quad Z(T) = 0$$

$$Z(T + \theta) = \Delta$$

Problemet kan løses med optimal kontrollteori og vil gi den optimale (kostnadsminimerende) banen for bruk av innsatsfaktoren $n(t)$, over investeringsperioden.