

## **ThinkMath-verkkopalvelu. Matemaattisten taitojen tutkimukseen perustuva tukeminen**

Riikka Mononen, Pirjo Aunio & Anna Tapola

*ThinkMath-verkkopalvelu (<http://blogs.helsinki.fi/thinkmath>) on esi- ja alkuopetusikäisten lasten kanssa toimiville kasvattajille suunnattu ilmainen verkkosivusto, josta löytyy tutkimukseen perustuvaa tietoa ja harjoitusmateriaalia matemaattisten taitojen tukemiseen. Harjoitusmateriaalit on suunnattu erityisesti sellaisille lapsille, jotka tarvitsevat lisätukea keskeisten matemaattisten taitojen oppimisessa. Tässä kirjoituksessa kuvaamme matemaattisten taitojen harjoitusmateriaalien teoreettista taustaa, materiaalien keskeiset sisällöt ja harjoittelun toteutuksen sekä kerromme, millaisia oppimistuloksia ja kokemuksia harjoitusmateriaalin tutkimuksellisista kokeiluista on saatu.*

**Asiasanat:** alkuopetus, esiopetus, harjoitusmateriaali, matemaattisten taitojen tukeminen

### **Johdanto**

Varhaisten matemaattisten taitojen, kuten lukujono- ja laskemisen taitojen, on havaittu olevan hyviä ennusmerkkejä myöhemmästä matematiikan osaamisesta koulussa (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004; Jordan, Glutting & Ramineni, 2010). Jos matemaattisissa taidoissa on ennen koulun alkua suuria pulmia, se näkyy useimmiten vaikeuksina koulumatematiikan oppimisessa (Duncan, 2007). Myös taitoerot lasten välillä kasvavat siten, että taidoiltaan heikot lapset jäävät vuosien kuluessa yhä enemmän jälkeen muiden osaamisesta (Aunola ym., 2004).

Tutkimukset ovat osoittaneet, että taidoiltaan heikkojen lasten keskeisiä matemaattisia taitoja voidaan ja on tärkeää harjoittaa sekä jo ennen koulun alkua että ensimmäisten kouluvuosien aikana (mm. Mononen, Aunio, Koponen & Aro, 2014). Tutkimukseen pohjautuvia harjoitusohjelmia käyttämällä lasten matemaattista

## ThinkMath - Matemaattisten taitojen tukeminen

osaamista on pystytty kohentamaan niin, että heidän edellytyksensä omaksua myöhempää koulumatematiikkaa ovat aiempaa paremmat (mm. Bryant ym., 2011; Dyson, Jordan & Glutting, 2013; Sood & Jitendra, 2011).

Suomessa matemaattisten taitojen harjoitteluun on saatavilla toistaiseksi niukasti tutkimukseen pohjautuvaa materiaalia. ThinkMath-hankkeessa (2011–2015) pyrittiin vastaamaan tähän puutteeseen kehittämällä harjoitusmateriaalia sellaisille esi- ja alkuopetusikäisille lapsille, jotka tarvitsevat lisätukea keskeisten matemaattisten taitojen oppimisessa. Tässä kirjoituksessa kuvaamme ensin harjoitusmateriaalien teoreettista taustaa. Tämän jälkeen esittelemme harjoitusmateriaalien keskeiset sisällöt ja harjoittelun toteutuksen periaatteet. Harjoitusmateriaalin toimivuutta tutkittiin yhteistyössä opettajien kanssa ennen materiaalien julkaisemista ThinkMath-verkkopalvelussa. Kuvaamme keskeisiä tutkimustuloksia siitä, millaisia vaikutuksia harjoittelulla on ollut lasten matemaattisten taitojen oppimiseen, ja kerromme myös opettajien kokemuksia harjoittelumateriaalin toimivuudesta.

### **Keskeiset matemaattiset taidot**

ThinkMath-harjoitusmateriaaleissa keskitytään keskeisten matemaattisten taitojen harjoitteluun esi- ja alkuopetusvaiheessa. Aunion ja Räsänen (2015; ks. myös LukiMat-verkkopalvelu) taitorypäsmodellin mukaan keskeisiä matemaattisia taitoja ovat lukumääräisyyden taju, laskemisen taidot, aritmeettiset perustaidot sekä matemaattisten suhteiden hallinta.

Lukumääräisyyden tajulla tarkoitetaan synnynnäistä kykyä arvioida lukumääriä ja lukuja likimääräisesti. Jos lapsella on hyvä lukumääräisyyden taju, hän pystyy esimerkiksi nopeasti arvioimaan kahdesta lukumäärästä tai luvusta suuremman: kumman värisiä pisteitä on enemmän, sinisiä (25) vai keltaisia (10), tai numerosymboleilla merkattuna, kumpi on suurempi luku, 25 vai 10. Lukumääräisyyden tajun ajatellaan olevan taito, jonka päälle muut keskeiset matemaattiset taidot rakentuvat (Geary, 2013). Heikkoa lukumääräisyyden tajua pidetään yhtenä matemaattisten oppimisvaikeuksien selittävänä tekijänä (Price & Ansari, 2013).

Laskemisen taidot koostuvat lukujonotaidoista, numerosymbolien hallinnasta sekä lukumäärän määrittämisestä laskemalla. Lukujonotaidoilla tarkoitetaan sitä, että lapsi osaa luetella lukusanoja eteen- ja taaksepäin, myöhemmin aloittaen mistä tahansa luvusta ja myös hyppäyksittäin (esim. 2, 4, 6 jne.). Numerosymbolien

## ThinkMath - Matemaattisten taitojen tukeminen

hallinta näyttäytyy siten, että lapsi osaa esimerkiksi nimetä numerosymbolin (5 = ”viisi”) ja osaa liittää sen oikeaan lukumäärään (5 = \*\*\*\*\*). Lukumäärän laskemisessa lapsi käyttää hyödyksi sekä lukujonotaitojaan että laskemisen periaatteita (esim. hän laskee jokaisen laskettavan asian vain kerran ja tietää, että viimeisenä sanottu lukusana ilmaisee koko joukon lukumäärän). Laskemisen taitojen, erityisesti lukujonotaitojen, on havaittu ennustavan hyvin myöhempää matemaattista osaamista (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunola ym., 2004; Bartelet, Vaessen, Blomert & Ansari, 2014).

Aritmeettiset perustaidot, joista keskeisiä tässä ikäryhmässä ovat yhteen- ja vähennyslasku lukualueella 1–20, alkavat kehittyä laskemisen taitojen omaksumisen myötä. Aluksi lapsi käyttää laskutehtävän ratkaisemisessa apunaan lukujen luettelemista ja erilaisia muistitukia, kuten sormiaan tai esineitä. Harjoittelun myötä laskeminen sujuvoituu niin, että lapsi pystyy hakemaan vastauksen laskutehtävään muististaan muutamassa sekunnissa. Ennen laskujen automatisoitumista sujuviksi lapset käyttävät erilaisia laskustrategioita laskujen ratkaisemisessa. Esimerkiksi laskussa  $7 + 8$  lapsi voi käyttää jo hallitsemaansa tuplalaskua,  $7 + 7$ , hyödykseen. Näin lasku  $7 + 8$  muotoutuu laskuksi  $7 + 7 + 1$ , joka on helpompi ratkaista. Vaikeus aritmeettisissä perustaidoissa on yksi keskeinen piirre niillä lapsilla, joilla on matematiikan oppimisvaikeuksia (Mazzocco, Devlin & McKenney, 2008), ja se on myös diagnostinen kriteeri laskemiskyvyn häiriölle (ICD-10: World Health Organization, 2010).

Matemaattisten suhteiden hallintaan lukeutuu joukko taitoja, joita tarvitaan ratkottaessa niin laskemistehtäviä kuin aritmeettisiakin tehtäviä. Näitä ovat matemaattis-loogiset periaatteet (esim. sarjoittaminen ja yksi yhteen -vastaavuus), matemaattiset symbolit, aritmeettiset periaatteet (esim. vaihdannaisuus yhteenlaskussa:  $5 + 4 = 4 + 5$ ) sekä paikka-arvon ja kymmenjärjestelmän ymmärtäminen.

### **Tehokkaat opetukselliset elementit harjoittelussa**

Matemaattisten taitojen harjoitusohjelmien tutkimuksellisten kokeilujen myötä on löydetty sellaisia opetuksen elementtejä, jotka auttavat, jos matematiikan oppiminen on vaikeaa. Näitä ovat eksplisiittinen opetus, havainnollistaminen, kaveritutorointi ja tietokoneavusteiset ohjelmat (ks. meta-analyysit mm. Chodura, Kuhn & Holling, 2015; Kroesbergen & Van Luit, 2003; Malofeeva, 2005). ThinkMath-harjoitusmateriaalin kehittämistyössä hyödynnettiin näistä erityisesti eksplisiittisen

## ThinkMath - Matemaattisten taitojen tukeminen

opetuksen piirteitä ja havainnollistamista, sillä niiden katsottiin soveltuvan hyvin pienryhmässä toteutettavaan harjoitteluun.

Eksplisiittisellä opetuksella tarkoitetaan systemaattisesti etenevää harjoittelua, jossa opettaja mallintaa aluksi tietyn opeteltavan asian (esim. laskustrategia), jota lapset tämän jälkeen harjoittelevat ensin ohjatusti ja vähitellen yhä itsenäisemmin (Forbringer & Fuchs, 2014). Taidoiltaan heikot lapset tarvitsevat aikuista mallintamaan tehokkaita tapoja ratkaista laskutehtäviä, sillä heidän omat keinonsa ovat usein alkeellisia ja virheellisiä (esim. lukujen luetteluun perustuvat hitaat laskustrategiat) (Ostad, 1998). Eksplisiittiseen opetukseen kytkeytyy tiukasti opettajan ja lapsen matemaattisen ajattelun ”näkyväksi” tekeminen puheen avulla. Kun lapsi kertoo, miten hän tehtävän ratkaisee, päästään tarvittaessa myös puuttumaan lapsen virheellisiin toimintamalleihin. Toisaalta lapset saavat näin myös toisiltaan erilaisia ratkaisumalleja käyttöönsä – aina ei ole vain yhtä oikeaa tapaa ratkaista tehtävää.

Eksplisiittiseen opetukseen kuuluu myös abstraktien matemaattisten asioiden havainnollistaminen kuvallisesti (semikonkretia) tai esineillä (konkretia). Havainnollistamisen tarkoituksena on saada lapsi ymmärtämään, mitä abstrakteilla matemaattisilla käsitteillä tai symboleilla esitetyillä laskuilla tarkoitetaan (Maccini, Mulcahy & Wilson, 2007). Havainnollistamismateriaalin käyttöä vähennetään asteittain harjoittelun edetessä.

### **ThinkMath-harjoitusmateriaalin sisällöt ja harjoittelun toteuttaminen**

ThinkMath-verkkopalvelusta löytyy viisi harjoituspakettia keskeisten matemaattisten taitojen harjoitteluun pienryhmässä esi- ja alkuopetusikäisten lasten kanssa: matemaattiset suhdetaidot ja laskeminen 0–10, 0–20 ja 0–1000 sekä yhteen- ja vähennyslasku 0–5 ja 0–10. Taulukkoon 1 on koottu kunkin harjoituspaketin keskeiset sisällöt. Harjoitusmateriaalissa on otettu huomioon taitojen kehittyminen taitorypäsmodellin mukaan (Aunio & Räsänen, 2015) sekä opetuksen elementeistä erityisesti eksplisiittinen opetus ja havainnollistaminen.

Yksi harjoituspaketti sisältää keskimäärin 15 opetustuokiota. Yhden opetustuokion pituus on noin 30–45 minuuttia, ja niitä suositellaan pidettäväksi kaksi viikossa. Opetustuokio rakentuu pääsääntöisesti lämmittelytehtävästä (vanhan asian kertaaminen tai uuden pohjustaminen), ohjaajaohjoisesta tehtävästä (uuden asian mallintaminen), paritehtävästä (peli tai toiminnallinen tehtävä) sekä lyhyestä

itsenäisestä kynä-paperitehtävästä. Harjoituspakettien sisältämät tehtävät löytyvät verkkopalvelusta myös yksittäisinä tehtävinä. Tämä mahdollistaa sen, että opettaja voi käyttää materiaalia joustavasti haluamallaan tavalla.

Materiaalin käyttöönotto on pyritty tekemään mahdollisimman helpoksi niin, että lähes kaikki harjoittelussa tarvittava materiaali ohjeineen on tulostettavissa verkkopalvelusta. Jokaiseen harjoituspakettiin liittyy käsikirja (tehtävöohjeistukset), liitteitä (esim. piste- ja numerokortit sekä pelialustat) ja tehtävämonisteita. Harjoittelussa tarvittava muu materiaali on pyritty suunnittelemaan niin, että sitä on saatavilla opetusryhmässä muutenkin (esim. nopat tai palikat laskemiseen). Ennen harjoitusmateriaalin varsinaista käyttöönottoa opettaja voi tutustua verkkopalvelusta löytyviin teksteihin ja lyhyihin videoihin harjoitusmateriaaleista ja matemaattisten taitojen tukemisesta.

- Taulukko 1 tähän -

### **Harjoittelun vaikutus taitojen kehittymiseen – keskeisiä tutkimustuloksia**

ThinkMath-hankkeen aikana harjoitusmateriaalia kokeiltiin useissa tutkimuksissa vuosien 2012–14 aikana. Eri interventiotutkimuksiin osallistui opettajia opetusryhmineen eri puolelta Suomea (yhteensä noin 50 opettajaa ja 600 lasta). Opettajille tarjottiin ennen harjoittelujakson alkua koulutusta matemaattisten taitojen kehittymisestä ja ThinkMath-materiaalin käytöstä. Osa opettajista toimi ryhmineen verrokkiryhminä, mikä mahdollisti sen, että harjoitteluun osallistuneiden lasten osaamista voitiin verrata sellaisten lasten osaamiseen, jotka eivät saaneet lisäharjoittelua.

Tutkimuksiin osallistuneiden lasten taitoja arvioitiin juuri ennen ja jälkeen harjoittelujakson sekä viivästetysti (kolme kuukautta) harjoittelujakson päättymisestä. Matemaattisten taitojen osalta arvioinneissa käytettiin tutkimusryhmän kehittämiä arviointimateriaaleja (Aunio & Mononen, 2012a, 2012b, 2012c), joissa arvioidaan keskeisiä matemaattisia taitoja taitorypäsmodellin (Aunio & Räsänen, 2015) mukaisesti. Harjoittelujakso oli kestoltaan noin kaksi kuukautta, jonka aikana opettajat järjestivät 2–6 lapsen pienryhmissä ThinkMath-harjoitusmateriaaliin pohjautuvaa opetusta keskimäärin kaksi kertaa viikossa; yksi opetustuokio kesti noin 30–45 minuuttia. Verrokkiryhmien lapset osallistuivat vain tavanomaiseen opetukseen.

ThinkMath-harjoitteluun osallistuneiden lasten matemaattiset taidot kohenivat harjoittelun myötä (Mononen & Aunio, painossa), joskaan kaikissa tutkimuksissa ei löydetty tilastollisesti merkitsevää eroa verrokkiryhmiin nähden (Mononen & Aunio, 2014). Osa lapsista näyttäisi tarvitsevan vielä pidempiaikaista ja mahdollisesti intensiivisempää lisätukea kuin mitä ThinkMath-harjoittelujakso tarjosi. Matemaattisen heikkouden lisäksi useilla lapsilla havaittiin vaikeuksia kielellisissä ja ajattelun taidoissa, ja myös heidän kiinnostuksensa matematiikkaan oli muita alhaisempi. Kasautuneet vaikeudet saattoivat hankaloittaa taitojen oppimista tavallista enemmän ja heikentää samalla kiinnostusta ainetta kohtaan. Harjoitteluun osallistumisen havaittiin kuitenkin lisäävän lasten kiinnostusta matematiikkaan, kun se verrokkiryhmissä pysyi samalla tasolla (Tapola, Mononen & Aunio, käsikirjoitus valmisteilla).

Tutkimuksiin osallistuneilta opettajilta pyydettiin palautetta sekä harjoittelun aikana että sen päätyttyä. Tutkimukseen osallistumista, harjoitteluvaihetta ja siinä käytettävää materiaalia pidettiin pääosin myönteisinä niin opettajien kuin lasten näkökulmasta.

*”Oli kiinnostavaa osallistua tutkimukseen. Samalla sain uusia ideoita ja keinoja ja eskarilaiseni saivat hyvän harjoituspaketin.”* (esiopettaja)

*”Antoi varmuutta, lisäymmärrystä, konkretisoinnin tarvetta, taitotasojen huomioimista.”* (esiopettaja)

*”Pelit ovat lapsia innostavia!”* (esiopettaja)

*”Harjoitukset tukivat sekä taitojen että motivaation kehitystä.”* (1. luokan opettaja)

*”Lasten vanhemmat olivat kiinnostuneita ja kertoivat, että asiat siirtyivät myös kotiin ja yhteiseen tekemiseen. Myös ryhmän aikuisten motivaatio matematiikkaan lisääntyi.”* (erityisopettaja)

Tutkimustuloksia sekä opettajilta saatua palautetta hyödynnettiin harjoitusmateriaalin viimeistelyssä nykyiseen muotoonsa.

### **Lopuksi**

ThinkMath-verkkopalvelusta löytyy tutkimukseen pohjautuvaa tietoa ja harjoitusmateriaalia keskeisten matemaattisten taitojen tukemiseen erityisesti sellaisille esi- ja alkuopetusikäisille lapsille, jotka tarvitsevat lisätukea oppimiseensa. Matemaattisten taitojen lisäksi verkkopalvelusta löytyy kattavasti tietoa ajattelun

## ThinkMath - Matemaattisten taitojen tukeminen

taidoista, motivaatiosta ja toiminnanohjauksesta sekä harjoitusmateriaalia ajattelun taitojen tukemiseen.

**Kiitokset:** ThinkMath-verkkopalvelu tuotettiin opetus- ja kulttuuriministeriön rahoittamassa ThinkMath-hankkeessa vuosien 2011–15 aikana Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitoksen erityispedagogiikan koulutuksessa.

### **Kirjoittajatiedot:**

Kirjoittaja Riikka Mononen (KT) toimii apulaisprofessorina Oslon yliopiston erityispedagogiikan laitoksessa.

Kirjoittaja Pirjo Aunio (KT) toimii professorina Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitoksen erityispedagogiikan koulutuksessa.

Kirjoittaja Anna Tapola (KT) toimii tutkijana Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitoksessa.

### **Lähteet**

- Aunio, P. & Mononen, R. (2012a). Matematiikan arviointitehtävistä esiopetukseen. Julkaisematon.
- Aunio, P. & Mononen, R. (2012b). Matematiikan arviointitehtävistä ensimmäiselle luokalle. Julkaisematon.
- Aunio, P. & Mononen, R. (2012c). Matematiikan arviointitehtävistä toiselle luokalle. Julkaisematon.
- Aunio, P. & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20(5), 427–435.
- Aunio, P. & Räsänen, P. (2015). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European Journal of Early Childhood Education Research*.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology* 96(4), 699–713.

- Bartelet, D., Vaessen, A., Blomert, L. & Ansari, D. (2014). What basic number processing measures in kindergarten explain unique variability in first-grade arithmetic proficiency? *Journal of Experimental Child Psychology*, 117, 12–28.
- Bryant, D. P., Bryant, B. R., Roberts, G., Vaughn, S., Hughes Pfannelstiel, K., Porterfield, J. & Gersten, R. (2011). Early numeracy intervention program for first-grade students with mathematics difficulties. *Exceptional Children*, 78(1), 7–23.
- Chodura, S., Kuhn, J.-T. & Holling, H. (2015). Interventions for children with mathematical difficulties. A meta-analysis. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(2), 129–144.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., . . . Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428–46.
- Dyson, N. I., Jordan, N. C. & Glutting, J. (2013). A number sense intervention for low-income kindergartners at risk for mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 46(2) 166–81.
- Forbringer, L. L. & Fuchs, W. W. (2014). *RtI in Math. Evidence-based interventions for struggling students*. New York, NY: Routledge.
- Geary, D. C. (2013). Early foundations for mathematics learning and their relations to learning disabilities. *Current Directions in Psychological Science*, 22(1), 23–27.
- Jordan, N. C., Glutting, J. & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences*, 20, 82–88.
- Kroesbergen, E. H. & Van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs. A meta-analysis. *Remedial and Special Education*, 24(2), 97–114.
- LukiMat-verkkopalvelu. <http://www.lukimat.fi>.
- Maccini, P., Mulcahy, C. A. & Wilson, M. G. (2007). A follow-up of mathematics interventions for secondary students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 58–74.
- Malofeeva, E. V. (2005). *Meta-analysis of mathematics instruction with young children* (Doctoral dissertation). University of Notre Dame, Notre Dame, IN.



<http://etd.nd.edu/ETD-db/theses/available/etd-07222005-142959/unrestricted/malofeevavelena072005.pdf>.

- Mazzocco, M. M. M., Devlin, K. T. & McKenney, S. J. (2008). Is it a fact? Timed arithmetic performance of children with mathematical learning disabilities (MLD) varies as a function of how MLD is defined. *Developmental Neuropsychology*, 33(3), 318–344.
- Mononen, R. & Aunio, P. (painossa). Counting skills intervention for low-performing first graders. *South African Journal of Childhood Education*.
- Mononen, R. & Aunio, P. (2014). A Mathematics intervention for low-performing, Finnish second graders: findings from a pilot study. *European Journal of Special Needs Education*, 29(4), 457–473.
- Mononen, R., Aunio, P., Koponen, T. & Aro, M. (2014). A review of early numeracy interventions for children at risk in mathematics. *International Journal of Early Childhood Special Education*, 6(1), 25–54.
- Ostad, S. A. (1998). Developmental differences in solving simple arithmetic word problems and simple number-fact problems: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *Mathematical Cognition*, 4(1), 1–19.
- Price, G. R. & Ansari, D. (2013). Dyscalculia: Characteristics, causes, and treatments. *Numeracy*, 6(1), Article 2.
- Sood, S. & Jitendra, A. K. (2013). An exploratory study of a number sense program to develop kindergarten students' number proficiency. *Journal of Learning Disabilities*, 6(4), 328–46.
- Tapola, A., Mononen, R. & Aunio, P. (käsikirjoitus valmisteilla). Vahvistaako matemaattisten taitojen interventio lasten kiinnostusta matematiikkaan?
- World Health Organization (2010). *International statistical classification of diseases and related health problems 10th revision*. Haettu osoitteesta <http://apps.who.int/classifications/icd10/browse/2010/en>.

Taulukko 1. ThinkMath-harjoituspakettien keskeiset sisällöt

<p><b>Matemaattiset suhdetaidot ja laskeminen 0–10 ja 0–20</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• matemaattisten suhdekäsitteiden vahvistaminen</li><li>• lukumäärien ja lukujen vertailu</li><li>• erilaisten lukujonojen luetteleminen eteen- ja taaksepäin lukualueella 0–10 ja 0–20</li><li>• lukumäärä–lukusana–numeromerkki-vastaavuuden vahvistaminen</li><li>• lyhentyneen laskemisen vahvistaminen (lukumääriä ei tarvitse aina laskea yksitellen)</li><li>• laskemisen periaatteiden vahvistaminen: yksi yhteen -vastaavuus, kardinaalisuus</li></ul>
<p><b>Matemaattiset suhdetaidot ja laskeminen 0–1000</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• erilaisten lukujonojen luetteleminen eteen- ja taaksepäin lukualueella 0–1000</li><li>• lukumäärän, luvun ja lukusanan yhteyden vahvistaminen lukualueella 20–1000</li><li>• lyhentyneen laskemisen vahvistaminen (lukumääriä ei tarvitse aina laskea yksitellen, käytetään hyväksi ryhmittelyä)</li></ul>
<p><b>Yhteen- ja vähennyslasku 0–5</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• yhteenlasku- ja vähennyslaskukäsitteen ymmärtäminen</li><li>• vähennyslaskukäsitteen ymmärtäminen poisottamisena ja lukujen erona</li><li>• vaihdannaisuuden ymmärtäminen ja hyödyntäminen yhteenlaskussa</li><li>• lisää yksi- ja lisää kaksi -laskustrategiat yhteenlaskussa</li><li>• vähennä yksi- ja vähennä kaksi -laskustrategiat vähennyslaskussa</li><li>• yhteen- ja vähennyslaskun yhteys: puuttuva tekijä laskussa, laskuperheet</li><li>• yhteen- ja vähennyslaskujen sujuvuus lukualueella 0–5</li></ul>
<p><b>Yhteen- ja vähennyslasku 0–10</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• yhteenlasku- ja vähennyslaskukäsitteen ymmärtäminen</li><li>• vähennyslaskukäsitteen ymmärtäminen poisottamisena ja lukujen erona</li><li>• vaihdannaisuuden ymmärtäminen ja hyödyntäminen yhteenlaskussa</li><li>• lisää yksi, kaksi ja kolme -laskustrategiat yhteenlaskussa</li><li>• kymppiparit ja tuplalaskut yhteenlaskussa ja niiden hyödyntäminen vähennyslaskussa</li><li>• vähennä yksi, kaksi, kolme ja viisi -laskustrategiat vähennyslaskussa</li><li>• yhteen- ja vähennyslaskun yhteys: puuttuva tekijä laskussa, laskuperheet</li><li>• yhteen- ja vähennyslaskujen sujuvuus lukualueella 1–10</li></ul>