Problemløysing i matematikk

Kan teikning som støtte for tanken vere med på å auke forståinga i matematikk gjennom problemløysingsoppgåver

Heidi Hauge

Masteroppgåve i spesialpedagogikk
Institutt for spesialpedagogikk
Det utdanningsvitenskaplige fakultetet

UNIVERSITETET I OSLO

Haust 2015

Problemløysing i matematikk

Kan teikning som støtte for tanken vere med på å auke forståinga i matematikk gjennom problemløysingsoppgåver

Heidi Hauge

Masteroppgåve i spesialpedagogikk

Institutt for spesialpedagogikk
Det utdanningsvitenskaplige fakultetet

UNIVERSITETET I OSLO

Haust 2015

År 2015

Tittel. «Problemløysing i matematikk. Kan teikning som støtte for tanken vere med på å auke forståinga i matematikk gjennom problemløysingsoppgåver»

Forfatter Heidi Hauge

http://www.duo.uio.no/

Trykk: Kontorsenteret AS, Førde

Samandrag

Denne oppgåva byggjer på erfaringane frå eit utviklingsarbeid gjennomført på eigen skule, ein ungdomsskule med tre parallellar på kvart steg. Utviklingsarbeidet har sitt utspring i at matematikklærarane ved skulen vår ynskte at elevane skulle få større motivasjon for matematikkfaget og vi ville finne alternative arbeidsmåtar for å byggje opp ei *auka forståing* i matematikkfaget, dette ville vi gjere ved ei systematisk satsing der alle lærarane var involverte. Mange elevar i denne aldersgruppa gjev tydeleg uttrykk for kor lite nyttig dei meinar opplæringa i matematikk er på mange områder. Det er då vårt ansvar som lærarar å vise elevane samanhengar der dei har bruk for matematisk kompetanse. I utviklingsarbeidet har vi hatt fokus på problemløysingsoppgåver av ulik vanskegrad, arbeidet skulle også vektlegge dialogen og den munnlege aktiviteten i faget ved at elevane arbeidde i par eller grupper. Tidsbruken har vore mellom 0,5-1 t/v, og variert litt mellom klassane.

I tillegg til å vere matematikklærar i eigen klasse, har eg også undervist i ei gruppe med elevar med spesialundervisning i matematikk. Eigne erfaringar viser at eg sjølv har god nytte av å visualisere når eg løyser problem, og eg har brukt dette i undervisninga på områder der dette har høvd. Når vi no skulle arbeide med problemløysing ynskte eg å sjå særskilt på dette; visualisering av matematiske problem. Problemstillinga mi var:

«Kan teikning som støtte for tanken vere med på å auke forståinga i matematikk gjennom problemløysingsoppgåver?»

Mi hypotese var atom dersom elevane kunne visualisere oppgåva gjennom enkel teikning, kunne dei kanskje lettare sjå kva dei skulle gjere for å kunne løyse oppgåva. Arbeidsmåten var i første rekkje retta mot dei elevane som hadde størst vanskar i faget, men alle elevane vart oppfordra til å teikne i oppgåver med problemløysing. Å få elevar som allereie meistra det abstrakte matematikkspråket til å teikne til løysingane i oppgåvene var vanskeleg, og eg opplevde at det krevdest opplæring i å teikne i matematikk, uansett nivået til elevane. For å prøve å finne ut om denne strategien for å løyse oppgåver hadde noko føre seg, gjennomførte eg testar før og etter intervensjonen, både på klassen min og den omtala gruppa for å sjå om eg kunne sjå noko form for effekt av læringsarbeidet.

Ut frå eit så lite utval eg har gjennomført testane på, kunne eg ikkje dra noko slutning av resultatet der eg generaliserte. Eg ville berre kunne sjå om det var ein tendens blant mine

elevar som sa noko om effekta av dette tiltaket. Eg har gjennom arbeidet gjort ein del erfaringar, blant anna har mange av dei svake elevane klarte å løyse oppgåver dei sjølv påstod dei ikkje ville klart utan å teikne til. Elevane som strevde med matematikk såg seg meir nytte av dette instrumentet, eller denne strategien enn elevane som var vande med å løyse oppgåver på «vanleg måte».

Forord

Å skrive denne oppgåva har vore ein smertefull prosess for ein person med store aversjonar mot å uttrykkje seg skriftleg utover tre A4-sider. Likevel må eg kunne seie at det har vore både spennande og interessant å arbeide med eit tema som har oppteke meg så sterkt. Det er utruleg kjekt å sjå og lese at andre har og har hatt dei same tankane, og at det i det minste er gjort litt forsking på området.

Først av alt vil eg takke rettleiaren min, Kolbjørn Varmann, for at han fekk meg på rett spor og i gong med oppgåva. Motivasjonen har svinga voldsomt, så tusen takk for at du har holdt den så pass oppe, ved hjelp av konstruktive og gode tilbakemeldingar, at eg kom i mål med arbeidet.

Takk også til mine tre vaksne døtre Line, Janne og Maja som tolmodig har lete meg ause ut av min frustrasjon, det har vore godt å ha dokke tilgjengeleg. ï Og kjære Frode: endeleg har din evne til å sjå lyttande ut utan å få med deg eit «steikje» ord av det eg seier komme til nytte. Det funka for meg! Du har vore tolmodig, tusen takk!

Eg har vore heldig og hatt ein arbeidsplass som har lagt så godt til rette for meg som det har lete seg gjere gjennom heile studiet. Både arbeidsgjevar og kollegaer har vore positive og hjelpsame. Ei spesiell takk til Siv Marit og Stig som har teke over kontaktlærarjobben når eg i periodar har vore i praksis eller heime for å skrive.

Og sist, men ikkje minst; takk til klassa mi, som var prøvekaniner gjennom dette siste året. Eg angrar ikkje på at eg utsette mi eiga oppgåve for å følgje dykk tett dei siste månadane av ungdomsskulen. Takk også til gruppa eg hadde i matematikk, de var ein utruleg inspirerande gjeng å arbeide i lag med. Takk også for at de var så villege til å la meg kopiere frå arbeidet i bøkene dykkar, de har bidrege med mange gode eksempel som eg har brukt i oppgåva.

Sandane 30.10.2015

Heidi Hauge

Innhaldsliste

1 Innleiing

Som matematikklærar i ungdomsskulen ser eg at mange elevar strevar med faget, særskilt i møte med tekstoppgåver der innhaldet må kodast om frå verkelege hendingar til symbolnivå. I staden for å tenkje over kva opplysningar ein får og kva det vert spurt etter, vel mange tilfeldige strategiar i oppgåveløysinga. Det er då heller ikkje lett å skulle vurdere om svara er rimelege når ein ikkje veit sikkert kva ein har svart på. I begynnaropplæringa er det stor fokus på bruken av konkretar. Vanleg kognitiv utvikling går frå konkret til abstrakt utvikling, dette speglar seg att også i matematikken. For mange elevar skjer denne overgangen for fort og medfører at kunnskapen ikkje er forankra i forståing før ein går vidare med lærestoffet. Snorre Ostad seier at det strategivalet som representerar eit naturleg ledd i ei god, fagleg utvikling hos ein 1.klassing kan vere eit symptom på mangelfull strategiutvikling når den vert brukt av ein 5.klassing (Ostad, 2008). Er framdrifta for stor og alternative strategiar for fort lagt vekk og ikkje erstatta med noko som gjev eleven eit haldepunkt for forståinga i faget, er det fort gjort for mange «å dette av lasset». Arbeid med konkretar blir kanskje sett på som eit nivå ein er komen forbi, blitt for stor for, i staden for ei hjelp for tanken. Når det ikkje er eit anna alternativ kan det lett få store konsekvensar for mange elevar.

I møte med matematikken har vi ein sakte progresjon frå det konkrete, via det halvkonkrete til det abstrakte matematikkspråket dei fleste av oss kjenner som matematikk. Gjennom denne progresjonen skal elevane få ei god forståing av omgrep, reknestrategiar og ferdigheiter ein treng i matematikken. Språk og omgrepslæring er grunnleggande kunnskapar i matematikkopplæringa, og det konstruktivistiske læresynet legg vekt på at undervisninga i grunnleggande kunnskap bør starte med dei verkelege tinga, eller forståelege representasjonar av tinga. Etter kvart vert det venta at elevane skal kunne kvitte seg med konkretane og oppnå kunnskap på eit abstrakt plan. På vegen frå det konkrete til det abstrakte nivået, eit semikonkret nivå, er bruken av bilete og teikningar viktig. Det kan gjere det lettare å forstå matematikken når omgrep assosierast med bilete i hovudet. Marit Johnsen Høines (Høines, 1998) kallar i boka si òBegynneropplæringenò teikning ei eiga språkform som dei fleste førskuleborn brukar naturleg.

Abstrakt tenking er sentralt i matematikkopplæringa. Overgangen frå konkret kunnskap om matematikkomgrep eller reknestrategiar til den abstrakte forståinga av fenomenet er ofte problematisk for ein del elevar (Holm, 2012). For å meistre matematikkfaget må elevane vere i stand til å danne seg mentale representasjonar av den fysiske verkelegheita. Vanskar med denne abstraksjonsprosessen finn ein ofte hos elevar med matematikkvanskar (ibid). Når eleven har vanskar nettopp med å abstrahere kan visualisering vere eit godt hjelpemiddel. I dei første åra i matematikkopplæringa er teikning ein vanleg arbeidsreiskap, dette går parallelt med bruken av konkretar. Når konkretar vert lagt vekk, forsvinn gjerne teikningane også.

Av erfaring veit eg at eg sjølv ofte er avhengig av papir og blyant når eg skal løyse matematiske problem. Om eg ikkje skriv tal, så må eg lage ein type representasjon av det oppgåva seier og det den spør etter. Eg vel å kalle dette teikning, meir meint som ei språkform enn eit kunstnarisk uttrykk. Det er derimot skjeldan eg ser at elevane mine uoppfordra brukar denne framgangsmåten når dei står framfor matematiske utfordringar. Dette gjeld både sterke og svake reknarar. Olav Lunde seier at tradisjonell klasseromsundervisning ofte kjem til kort når målet er ei undervisning som tek omsyn til særskilte tilhøve ved eleven sin måte å lære og forstå (Lunde, Matematikkvansker.net).

1.1 Problemstilling

Det som for meg er interessant i dette arbeidet er om det kan vise seg å vere ein samanheng mellom bruken av teikning som støtte for tanken, og betring av resultata for elevar med vanskar i faget. Eg er klar over at desse elevane ikkje nødvendigvis er visuelt sterke, og av den grunn kanskje ikkje ser nytten av illustrasjonar, men vi kan likevel kanskje sjå om illustrasjonane viser ei forståing for kva oppgåva spør etter og kva rekneoperasjonar dei utfører. I dette arbeidet knytast teikning til problemløysingsoppgåver. Problemstillinga mi vert då:

«Kan teikning som støtte for tanken vere med på å auke forståinga i matematikk gjennom problemløysingsoppgåver?»

Utgangspunktet for denne oppgåva er eit utviklingsarbeid ved skulen vår, der vi arbeider med problemløysingsoppgåver av ulik vanskegrad i alle klassar og på alle steg (8.-10. klasse).
Eg vil komme til å bruke problemløysingsoppgåver i ei gruppe av elevar i 10. klasse som strevar med matematikk. Denne gruppa vil vere mitt hovudfokus når eg skal vurdere om teikning som støtte for tanken kan vere med på å auke forståinga i løysing av oppgåver. I tillegg vil bruken av problemløysing og teikning av modellar i eigen klasse, samt erfaringar

frå kollegaer, danne grunnlaget for dei observasjonar og erfaringar eg gjere gjennom det første året av dette utviklingsarbeidet.

Kunnskapsløftet, vårt arbeidsdokument, har problemløysing sentralt når det gjeld den matematiske kompetansen. I tillegg kan ein her finne god støtte for å bruke kreativitet, teikning og modellering i opplæringa.

1.2 Kunnskapsløftet om matematisk kompetanse.

Eg har her plukka ut ein del moment frå kunnskapsløftet (K06, frå nett) for å vise at problemstillinga eg vil arbeide ut frå er sentral i opplæringa i faget. Det står mellom anna at: *«Matematisk kompetanse inneber å bruke* ***problemløysing og modellering*** *til å analysere og omforme eit problem til matematisk form, løyse det og vurdere kor gyldig løysinga er. Dette har òg språklege aspekt, som det å formidle, samtale om og resonnere omkring idear. Matematikkfaget i skolen medverkar til å utvikle den matematiske kompetansen som samfunnet og den einskilde treng. For å oppnå dette må elevane få høve til å arbeide både praktisk og teoretisk. Opplæringa vekslar mellom utforskande, leikande,* ***kreative*** *og* ***problemløysande*** *aktivitetar og ferdigheitstrening».*

Gjennom dei grunnleggjande ferdigheitene i faget skal ein kunne uttrykkje seg munnleg i matematikk ved å *« gjere seg opp ei meining, stille spørsmål, argumentere og forklare ein tankegang ved hjelp av matematikk. Det inneber òg å vere med i samtalar, kommunisere idear og* ***drøfte problem og løysingsstrategiar*** *med andre».*

Det å kunne uttrykkje seg skriftleg i matematikk inneber *«å løyse problem ved hjelp av matematikk, beskrive og forklare ein tankegang og setje ord på oppdagingar og idear. Ein* ***lagar teikningar, skisser, figurar****, tabellar og diagram. I tillegg nyttar ein matematiske symbol og det formelle språket i faget».*

Lesing i matematikk inneber å tolke og dra nytte av tekstar med matematisk innhald og med innhald frå daglegliv og yrkesliv. Slike tekstar kan innehalde matematiske uttrykk, diagram, tabellar, symbol, formlar og logiske resonnement.

Å kunne rekne i matematikk utgjer ei grunnstamme i matematikkfaget. Det handlar om *«****problemløysing og utforsking*** *som tek utgangspunkt i praktiske, daglegdagse situasjonar og* *matematiske problem. For å greie det må ein kjenne godt til og meistre rekneoperasjonane, ha evne til å bruke* ***varierte strategiar****, gjere overslag og vurdere kor rimelege svara er».*

Bruk av digitale verktøy i matematikk handlar om *«å bruke slike verktøy til spel, utforsking,* ***visualisering*** *og publisering. Det handlar òg om å kjenne til, bruke og vurdere digitale hjelpemiddel til* ***problemløysing****, simulering og* ***modellering****. I tillegg er det viktig å finne informasjon, analysere, behandle og presentere data med høvelege hjelpemiddel, og vere kritisk til kjelder, analysar og resultat».*

Med dette som utgangspunkt tenkjer eg at eg trygt kan seie at å arbeide med teikning/modellteikning knytt til problemløysingsoppgåver definitivt ligg innafor dei mål og dei instruksar som ligg i nedfelt i læreplanen for grunnskulen.

2 Matematikkvanskar

I Noreg i dag reknar vi med at 10% av elevane i skulen har matematikkvanskar, både elevar med dyskalkuli og elevar som har vanskar med å lære seg matematikk (Ostad, 2008). Matematikkvanskar blir definert som elevar som av ein eller annan grunn har spesielle vanskar med å tileigne seg kunnskapar i matematikkfaget som er forventa ut frå alder, klassesteg og læreføresetnadar. Ein slik betegnelse utelet ikkje at elevane også har vanskar på andre fagområde eller i andre fag. Desse vanskane kan vere ei følgje av matematikkvanskane eller ha same årsaksfaktorar som desse (Ibid). Elevar som har store generelle lærevanskar vert ikkje rekna med i denne kategorien sjølv om desse som regel har vanskar også med matematikk. Omgrepet spesifikke matematikkvanskar blir gjerne brukt når ein ynskjer å understreke at fenomenet angår elevar som har vanskar med matematikk, men som fungerer normalt i andre skulefag. Dette blir gjerne omtalt som dyskalkuli, vanskar i sjølve rekneprosessen.

Dei første studiane av matematikkvanskar kom på 1880-talet. Det vart tidleg fokusert på at dårleg undervisning var ein av årsaksforklaringane til vanskane. Nyare forsking viser at det er fleire faktorar som spelar inn (Ostad, 2008). Dei vanlegaste årsakene kan delast inn i fire kategoriar (Einseth red. 2008). For det første kan det ligge medisinske/nevrologiske årsaker til grunn for vanskane. Elevane det gjeld kan ha mangelfull evne til abstrakt tenking, noko som er avgjerande for å tileigne seg matematikkspråket. Nevropsykologiske teoriar fortel oss noko om korleis hjernen arbeider, dette kan vere med på å belyse årsaker til matematikkvanskar. Luria viste til at omfattande skader i hjernen resulterer i redusert kognitiv funksjon som igjen resulterer i problem med å lære matematikkferdigheiter (Luria 1980 i Holm 2012). Nyare forsking viser her til at dyskalkuli er eit resultat av at områder i hjernen, enten på grunn av skade eller genetiske faktorar, er dårlegare utvikla enn normalt (Landerl mfl. 2004 i Holm 2012).

Matematikkspråket er eit abstrakt symbolspråk der ein skal gjere om språkleg og talmessig kunnskap til abstrakte rekneprosedyrar. Luria var særleg oppteken av språkets betydning for opplæring, noko som forskarar også er opptekne av i dag (Lunde 2010). Barna skal stimulerast til å bruke språket som reiskap for logisk tenking. Egosentrisk tale, kalla privat tale, bevisstgjer barnet om eiga tenking i forhold til erfaringar med matematikkoppgåver. Talen kan hjelpe til med å styre og organisere prosessen med eksprimentering og utforsking av matematiske oppgåver. Bruk av indre tale er ein viktig faktor for å kunne oppnå ein hensiktsmessig strategibruk i matematikk . Vygotsky er oppteken av det sosiale aspektet i opplæringa og har stor tru på kommunikasjon i undervisninga. Gjennom dialog med lærar kan eleven få den støtte og hjelp som er nødvendig for utviklinga. Gjennom dialogen aktiviserer barnet det indre språket som påverkar barnet til å tenke. Vygotsky oppdaga at barns bruk av språket under arbeid med problemløysing hadde ein positiv innflytelse på prosessen. Orda blir brukt som funksjonelle reiskapar for tenking og for omgrepsbygging. Vygotsky brukar uttrykket språkleg tenking, og har den oppfatning at språk og tenking er uskiljelege (Imsen, 1998).

2.1 Vanskar med konsentrasjon, hukommelse og merksemd

Vanskar med konsentrasjon, hukommelse og merksemd kan gje store utslag i matematikkopplæringa, der det er viktig å kunne bearbeide og halde fast på fleire kunnskapseinskapar samstundes i arbeidsminnet. Orienterings- og retningsvanskar kan gjere seg utslag i at elevane har vanskar med både å skilje sifferlike tal, 14 blir 41 og omvendt, samt vanskar med rekneretning. I starten av opplæringa reknar vi frå venstre mot høgre, når vi etter kvart stiller oppgåvene under kvarander skal vi rekne frå høgre mot venstre. Vanskar med å skilje visuelle og auditive symbol kan gje vanskar med å skilje rekneartane (Einseth red. 2008). Dysfunksjonar i det vestibulære systemet vil truleg føre til koordineringsvanskar og vanskar med omgrepsinnlæring som krev oppfatning av plass, rom, rekker og kolonnar. Forskarar i dag støttar at dårlege visuo-spatiale eigenskapar, evne til å oppfatte objekt i høve rom, retning og avstand, kan gje vanskar i opplæringa på nokre område i matematikk.

Når elevar løyser matematikkoppgåver er det nødvendig at dei samtidig klarar å halde fast på tal i korttidsminnet. Elevar med matematikkvanskar kan ha problem med å hente fram talfakta frå hukommelsen. Dei har gjerne problem med å memorere talfakta i sekvensar og med å gjenkalle reknetabellar og svaret på enkle rekneoperasjonar automatisk. Elevar med denne typen vanskar brukar gjerne teljestrategiar som gjerne fører til feil når det blir store talmengder. I tillegg har mange ein rigid oppfatning av teljing og brukar den same strategien sjølv om den er lite hensiktsmessig.

2.2 Psykologiske årsaker

Psykologiske årsaker, t.d. matematikkangst, til matematikkvanskar er mykje truleg knytt til faget sin eigenart. Den logiske strukturen i faget der kunnskapar byggjer på kvarandre skapar vanskar for ein del elevar, også matematikkfaget sin struktur med rette og gale svar kan føre til usikkerheit om ein ofte føler at ein svarar feil på oppgåvene, og dette får stor merksemd både heime og på skulen. Matematikkfaget står sentralt i vurderinga av kor skuleflinke elevane er. Forsking viser at det er ein samanheng mellom prestasjonar i matematikk og den akademiske sjølvoppfatninga (Skaalvik & Skaalvik, 2007). Opplevinga av å vere dyktig og å meistre faglege utfordringar i skulen blir i større grad knytt til matematikkfaget enn til andre fag. Dersom ein ikkje klarar å følgje progresjonen i opplæringa vil vanskane stadig verte større oppover i klassane. For ein del elevar opplevast matematikk som ei sterk negativ kjenslemessig belastning, som resulterer i emosjonelle problem knytt til faget. Omgrepet matematikkangst er definert som ein kjenslemessig og kognitiv skrekk som oppstår ved manipulering med tal og løysing av matematikkoppgåver både på skulen og privat. Matematikkangst kan såleis vere ei alvorleg hindring for læring av faget

Dårleg tilpassa undervisningsmetodar kan vere med på å skape angst for matematikk. Jakta på riktige løysingar kan vere stressande, det same gjeld prestasjonar knytt til tidspress der du ved å løyse mange oppgåver viser at du er god. Elevar som har lita tru på eigne føresetnader for å meistre, har ein tendens til å tolke situasjonen som truande. Mange har ei formeining om at i matematikk gjeld det å finne det rette svaret, og ingen ting anna er viktig. Resultata i faget er lett samanlikningsbare og det er godt synleg når ein har feil eller ikkje forstår. Gode resultat i faget har tradisjonelt hatt stor prestisje, nederlag har gjerne hatt motsett verknad og elevar som har vanskar med matematikk kan sjå på seg sjølv som dumme (Holm, 2012). Negative kjensler i høve faget er ikkje uvanleg å møte når ein arbeider med elevar på ungdomssteget.

2.3 Sosiologiske årsaker

Også sosiologiske årsaker kan bidra til vanskar i faget. Matematikkvanskar kan «arvast» i familien, forventningar om å lykkast er ikkje til stades. Dersom forventningane om å lukkast er små vil gjerne innsatsen vere lav, og lav innsats gjev utslag i dårleg resultat. I tillegg kan haldningane og kompetansen til læraren ha noko å seie for eleven si læring. Læraren må få elevane til å forstå at prøving og feiling er ein del av læringsprosessen. Relasjonen læraren klarer å byggje til elevane sine kan vere ein avgjerande faktor for motivasjon, innsats og resultat for den einskilde eleven.

2.4 Vanskar med abstraksjon

Å kunne tenkje abstrakt er sentralt i matematikk, og er ein av dei vanskelegaste komponentane for elevar med matematikkvanskar i alle skuleår. Overgangen frå konkret kunnskap om eit matematikkomgrep eller ein reknestrategi til den abstrakte forståinga av fenomenet viser seg å vere problematisk for ein del elevar. Problemet består i å overføre språkleg og talmessig kunnskap til matematiske førestillingar og abstrakte rekneprosedyrar. Ved denne overgangen stoppar utviklinga for mange elevar med matematikkvanskar. Når ord manglar konkrete referansar blir dei vanskelege å bruke på eigen matematikkunnskap. Det er særskilt generaliseringsprosessen som blir vanskeleg for desse elevane. For å meistre matematikkfaget må elevane kunne danne seg mentale representasjonar av den fysiske verkelegheita. Elevar med matematikkvanskar kjenneteiknast ofte bl.a. av nedsett evne til å meistre abstraksjonsprosessen. Logisk tenking på abstrakt nivå krev at personen kan halde fast på fleire element med informasjon samstundes og vurdere desse i relasjon til kvarandre. Problemoppgåver i matematikk er prega av informasjon som må splittast opp i einheiter og tolkast både i forhold til kvarandre og i ein heilskapleg samanheng.

2.5 Samansette årsaker

Det finnst mange einskiltståande årsaker til vanskar i matematikk, men i realiteten er det skjeldan ein opplever at elevane sine vanskar er knytt til eit spesifikt område utan påverknad av andre vanskar og andre årsaker. Hos dei fleste elevane med vanskar knytt til matematikk ligg det såleis samansette årsaker til grunn for vanskane. Har eleven vanskar med å abstrahere i overgangen frå konkret til abstrakt matematikk, kan dette lett gje seg utslag i psykologiske årsaker og med det føre til at matematikk vert vanskeleg i den vidare skulegangen. Eleven har då gjerne erfart at han er «dum», han kan ikkje matematikk. Elevar som allereie har gjeve opp å lære matematikk er ikkje uvanleg å møte på ungdomsskulen, altså elevar utan forventning om å lukkast i faget. Her kjem ein tilbake til viktigheita av relasjonen læraren klarar å byggje til elevane for å kunne motivere dei til å gje seg i kast med tal og matematiske problem.

Mange elevar har, i større eller mindre grad, vanskar med konsentrasjon, hukommelse og merksemd. Desse årsakene kan, på linje med abstraksjonsvanskar, vere med på å øydeleggje sjølvbiletet til eleven såleis forsterke dei psykologiske årsakene til at matematikk vert noko ein like godt kan gje opp å forstå. Mange av desse elevane kan ha god hjelp av å visualisere matematikkoppgåver i opplæringa. Dataprogram med klare visuelle presentasjonar hjelper til med å overføre konkrete førestellingar til mentale bilete i hovudet. -Men kanskje like viktig er bilete, teikningar, og figurar som tydeleggjer matematikkomgrep og prosessar, og gir støtte til oppøving av forståing i faget. Ved å lage ei form for teikning til oppgåvene kan ein stegvis få med informasjonen i oppgåva samstundes som dette då vil frigjere arbeidsminne og såleis kunne opne for større fokus på løysinga av oppgåva gjennom resonering og vurdering.

3 Konstruktivisme, matematikkunnskap basert på forståing.

Eit konstruktivistisk syn på læring legg til grunn at kunnskap om eit fenomen eller eit omgrep inneberer å ha ei meining eller ei forståing knytt til dette. Det å gjere noko korrekt ikkje er tilstrekkeleg, ein må samstundes vite kva ein gjer og kvifor ein gjer dette. Kunnskap basert forståing er lettare å hugse enn kunnskap basert på lite meiningsberande einheiter. Undervisningsmetodar som byggjer på eit konstruktivistisk syn vil i liten grad legge vekt på memorering av kunnskapsstoff utan meining. Elevane skal knyte kunnskapen til mentale representasjonar og dette må igjen knytast til eit meiningsinnhald som elevane konstruerar. Det er ikkje vanskeleg å forstå at det å konstruere kunnskap som ein sjølv ikkje har noko forståing knytt til må vere vanskeleg. Nyare forsking viser at den konstruktivistiske arbeidsmåten er mest effektiv dersom elevane får tilpassa instruksjon og rettleiing, samstundes som dei får utforske og eksperimentere med arbeidsmåtar i matematikkopplæringa (Mayer 2004, i Holm 2012). Som lærarar må vi altså legge til rette for at elevane skal få arbeide på ein måte som gjere at dei kan tileigne seg kunnskapen samstundes som vi gir dei instrumenta til å kunne ta fatt på denne oppgåva.

Det fins ulike variantar av konstruktivisme. Den sosiale konstruktivismen legg stor vekt på kommunikasjon og sosial interaksjon i tileigninga av kunnskap. Kunnskap er altså eit sosialt produkt der språket spelar ei viktig rolle. Moderat konstruktivisme framhevar at kunnskap ikkje kan overførast frå lærar til elev, den einskilde elev må sjølv bygge opp sin kunnskap. Medan radikal konstruktivisme legg vekt på at erkjenning, aktivitet og kunnskapstileigning er ein prosess som tilpassast personen si utvikling. Kunnskapen skapast av den aktive og tenkjande personen. Nettopp denne aktive, tenkjande og «kunnskapshungrige» eleven kan vere vanskeleg å finne blant elevgruppa som strevar med matematikk. Det kan vere ein møysommeleg prosess å finne dei kunnskapsområda ein skal legge til grunn når eleven skal bygge sin eigen kunnskap.

For elevar med matematikkvanskar er det spesielt viktig med instruksjon og lærarstyrte aktivitetar knytt til løysing av matematikkoppgåver. Desse elevane har gjerne vanskar med å utvikle strategiar på eiga hand, difor er instruksjonen frå lærar viktig. Også kommunikasjon mellom elev og lærar er viktig, og den vaksne må prøve å finne ut korleis barnet tenkjer. Den vaksne må vere ein tydeleg leiar, alle barn har behov for rammer, instruksjon og rettleiing i læringssituasjonen der det må vere ein ballanse mellom instruksjon og sjølvstendig aktivitet. Skal barn utvikle forståing knytt til matematikk er refleksjon og tenking viktig. Ved problemløysingsoppgåver er det viktig å kunne reflektere over sine eigne strategival og si eiga løysing. Her kjem ofte elevar med matematikkvanskar dårleg ut. Dei kan ha vanskar med å lære av eigne feil om dei ikkje forstår kva dei gjere feil, og deira strategival er gjerne rigide eller dei vel feil strategiar.

3.1 Læringsstrategiar

Historisk sett var det først på 1950-talet læring vart sett på som eit resultat av ein aktiv prosess, og ikkje ei passiv mottaking av viten frå omverda (Ostad, 2008). Utover på 70-talet refererte strategiar til ei bestemt prosedyre for innøving av oppgåver. Når vi i dag snakkar om læringsstrategiar knyter det seg til sjølve prosessen, altså det som går føre seg når eleven løyser oppgåver, med andre ord: dei alternative måtane dei arbeider for å løyse oppgåver. Hos elevar utan matematikkvanskar vil då hovudmønsteret vere at nye strategiar utviklar seg og elevane får eit rikare utval av brukbare strategiar for å løyse nye problema.

Ostad brukar omgrepa «backupstrategiar» og «retrievalstrategiar» som ein klassifiseringsmåte. Retrievalstrategiar er strategiar der eleven hentar fram kunnskap frå eit «lager» av kunnskapseinskapar. Backupstrategiar rommar dei øvrige strategiane. Elevar med matematikkvanskar karakteriserast av stor bruk av backupstrategiar og dei har mindre effektivitet i strategibruken. Når elevar over lengre tid brukar same strategi sjølv om oppgåvene og situasjonen endrar seg, kan det skuldast strategifattigdom. Denne rigiditeten i bruk av strategiar hos elevar syner seg i størst grad hos elevar som har vanskar i faget.

Hos dei elevane eg arbeider med, ungdomssteget, kan vi ikkje snakke om ei forsinka matematisk utvikling hos dei elevane som har vanskar i faget. Her er det heller snakk om ei kvalitativ ulik matematisk utvikling i høve gruppa med normalfungerande elevar. Ei målsetjing for å arbeide med strategiopplæring kan i følgje Ostad rette seg både mot ein strukturell og ein funksjonell kapasitet med hensikt om å bidra til å auke områdespesifikke strategikunnskapar, hensiktsmessig lagring av desse og utvikle framhentingsreiskapar for den lagra kunnskapen (Ostad, 2008)

Sentrale element for utvikling av forståing i læringa av matematikk er refleksjon og tenking. Metakognisjon brukast som ein betegnelse på innsikt i eigne tankeprosessar og idear om korleis ein kan nå måla for læring. Få elevar, og kanskje særskilt dei fagleg svakaste, har eit medvite forhold til nettopp denne metakognisjonen. Det kan vere vanskeleg å dra desse elevane med i diskusjonar og samtaler der dei skal reflektere over framgangsmåte og løysing av oppgåver. Læring og problemløysing i matematikk er avhengig av mange faktorar, bl.a. evne til å vurdere sin eigen arbeidsmåte, eigne løysingsforslag, utføring av ferdigheiter og organisering av eigen arbeidsprosess. Det kan skiljast mellom tre kategoriar av metakognitiv kunnskap. Den *deklarativ* kunnskapen er generell kunnskap om korleis personen lærer og bearbeider informasjon. Dette inkluderer kunnskap om eigen læringsprosess, mellom anna kor tid ein konsentrerar seg best, og om ein lærer best når ein arbeider individuelt eller i samarbeid med andre. Her kan visualisering, både i form av konkretar og ulike typar teikning, vere ein del av læringsprosessen. *Prosedural* kunnskap er å kunne kontrollere sin eigen strategibruk og skifte strategi når dette er nødvendig for å løyse oppgåver. Nettopp dette å kunne skifte strategi viser seg å vere vanskeleg for mange med vanskar i faget. Denne strategirigiditeten er svært karakteristisk for denne gruppa elevar, og kan ofte føre til at prosessen stoppar opp i staden for at dei endrar strategi. Kanskje kan det å teikne vere med på å opne opp for at det kan finnast fleire måtar å tenkje på i løysinga av oppgåvene? Den *situasjonsbetinga* kunnskapen er kunnskap om kor tid og korleis ein skal nytte dei to andre kunnskapane. Denne metakognitive kunnskapen kan hjelpe til med å styre eiga læring og bruke strategiar meir effektivt. Skal vi vente at elevane nyttar metakognisjon, at dei faktisk er seg medvitne sin eigen læringsprosess, må dei få opplæring i dette. Dei må vite at vi alle lærer ulikt, at det finns ulike strategiar for å lære og at dei har valfridom til å bruke dei strategiane dei sjølv har størst læringsutbyte av.

I stortingsmelding nr 30 «Kultur for læring» (regjeringen.no) vert læringsstrategiar definert som evna til å organisere og regulere eigen læring, anvende tid effektiv og løyse problem, planlegge, gjennomføre og evaluere reflektere og erverve ny kunnskap og viten. I vår daglege omgang med omgrepet læringsstrategiar snakkar vi gjerne om studieteknikk. Dette kan mellom anna vere å sjå på læringsmåla; kva skal vi lære her, og kva kan vi om dette frå før. Vi kan sjå på overskrifter, bilete, tabellar og andre grafiske framstillingar. Dette er strategiar som kan brukast i alle fag.

Det å bruke teikning som støtte for tanken ser eg på som ein strategi for å løyse matematikkoppgåver. Særskilt gjeld dette for dei elevane som har vanskar med å hente ut og sortere opplysningane ei slik oppgåve gjev. Skal elevane bruke teikningar for å organisere opplysningane i oppgåvene, må dei likevel inneha ein matematisk kompetanse som gjer at dei veit kva som er spørsmålet i oppgåva og på kva måte ein kan komme fram til svaret. Det å teikne løyser ikkje oppgåvene i seg sjølv.

3.2 Læringsstilar.

Psykologen Howard Gardner trakk på 1980-talet definisjonane kring intelligens i tvil. Han meinte vår kultur definerte intelligens for snevert, og ønskte å utvide omfanget av det menneskelege potensiale utover grensene som IQ-skoren set (Armstrong, 2003). Gardner hevda derimot at intelligens hadde med evna til å løyse problem og å forme ulike produkt i eit naturleg miljø med opplevingsrike omgjevnader (ibid). Han delar intelligens inn i åtte ulike delar eller områder. Ein av desse åtte intelligensane er den «romleg intelligens». Denne intelligensen inkluderar evna til å visualisere og kunne overføre denne representasjonen grafisk.

Slik eg tenkjer i matematikkundervisninga, og slik eg opplever at ein del elevar klarar å formidle matematikk, er heilt i tråd med Gardner si framstelling av at vi har ulike intelligensar som kan virke som inngangsportar til læring. For nokre elevar vil det falle naturleg å visualisere, medan andre vil ha større vanskar med å gjere seg nytte av dette utan vidare. Sjølv om ein ikkje er av typen som lett ser for seg korleis ein skal arbeide på denne måten, er det likevel sjølvsagt mogeleg å arbeide med både modellar og teikningar i matematikken.

3.3 Modellering

Skal ein kunne bruke matematikk må det vere knytt meiningsinnhald både til omgrep og innhaldet. I læringssamanheng vil det seie at elevane skal kunne nyttegjere seg av erfaring og kunnskap som enten er identiske eller liknar på element dei har møtt før. Ein må med utgangspunkt i ei problemstilling kunne setje opp ein modell som ein arbeider med, for deretter å kunne relatere svaret tilbake til problemstillinga. *«Modellering er ein fundamental prosess i faget, der utgangspunktet er et forhold i virkeligheten. Dette beskrives matematisk i* *form av ein modell som bearbeides, og resultatet av bearbeidelsen tolkes i lys av den opprinnelige situasjonen»* (Kunnskapsløftet. Udir.no)

Modellering inneheld ei rekkje ulike element. Ein må finne matematikken i situasjonen, gjere om til eit matematisk språk, løyse dei matematiske problema, for deretter kunne diskutere og vurdere om løysingane er realistiske (Røsseland, Tangenten 2/2005). Den metakognitive evna til elevane er her viktig. Elevane må vere klar over eigne tankeprosessar og vite kor tid dei forstår og kor tid dei ikkje forstår oppgåvene. Elevar med matematikkvanskar kan ha behov for å øve seg på å setje ord på tankane medan dei løyser oppgåver.

Singapore, som ligg i toppen når det gjeld internasjonale rangeringar i matematikk, brukar «teikne-modell-metoden». Elevane kan då lettare visualisere, sjå mønster og samanhengar. Gjennom å teikne modellar får elevane eit hjelpemiddel for å handtere informasjonen og forholde seg til kompleksiteten i oppgåvene, på same tid som dei kommuniserar det dei tenkjer. Ein føresetnad for den faglege kommunikasjonen er dei mentale bileta ein er i stand til å førestille seg. I følgje Damasio (Damasio 2001, i Andersen og Krogh 2012) er auditive og visuelle bilete hovudinnhaldet i tankane våre uansett kva sansemodalitet dei er generert i.

Å lage ein matematisk modell kan vere ei komplisert oppgåve alt etter oppgåva sin ordlyd og den einskilde sin matematiske kompetanse. Når eg her snakkar om å lage modellar til matematiske problem må dette sjåast i høve elevgruppa ein arbeider med. Elevar med matematikkvanskar kan godt lage matematiske modellar, ein må berre finne nivået i arbeidet.

Frå læreboka Multi, 5A, har eg henta følgjande: *«Når vi skal løse tekstoppgaver, kan det være lurt å lage en tegning som støtte til det som står i teksten. Vi kaller dette å lage modeller. Hensikten med modellene er at de skal hjelpe oss å sortere opplysningene som står i teksten. På denne måten blir det enklere å forstå hvordan vi må regne for å komme fram til et svar»*. Vidare er det eksempel på korleis ein kan lage modell til ei gitt oppgåve. Når elevane teiknar/lagar modellar til oppgåvene må dei først reflektere over kva opplysningar dei har, deretter kva problemet er og korleis dei kan vise dette med ein modell. I etterkant må dei vurdere om modellen viser det dei har tenkt at han skal vise og om dette er svar på oppgåva. I dette arbeidet ligg det mykje matematisk kompetanse, både for matematikksvake og matematikksterke elevar. Å klare å løyse eit matematisk problem, på lik linje med å løyse ein rebus eller få på plass siste biten i eit puslespel, er motiverande uansett nivået til eleven.

3.4 Motivasjon

Motivasjon, kanskje den mest grunnleggande drivkrafta i alt læringsarbeid, kan forklarast som det som ligg til grunn for aktivitet hos eit individ, som held aktiviteten ved like og som gir den mål og meining. Ein viktig faktor når det gjeld motivasjon for å lære er gode relasjonar mellom elev og lærar og mellom elevane. «Relasjonsmotivasjon» er ein av fem motivasjonsfaktorar gruppert ut frå resultata frå eit forskningsprosjekt ved Center for Ungdomsforskning, Aalborg Universitet (Betre skole, nr 3, 2015) gjennomført blant elevar i 7., 8. og 9. klasse. Det som er viktig innan relasjonar er at eleven kjenner seg som ein del av eit fellesskap i klassen, og at han blir sett og høyrt av læraren. Å opparbeide seg gode relasjonar til elevane sine er såleis ei god invistering for ein lærar når det gjeld å motivere elevane for faget ein underviser i.

Motivasjonen for arbeidet vi gjer har sitt utspring i forventningar vi har, enten glede ved sjølve arbeidet eller det ein oppnår ved å utføre arbeidet. Gleda ved å løyse oppgåver kan vere like stor og gje like stor motivasjon som lovnader om pengepremiar ved oppnåing av gode resultat på prøver. Som lærar møter ein mange typar motivasjonsfaktorar og også mange manglar på slike.

Kjenslene våre er nært knytt til motivasjon. Naturleg nok er det ikkje motiverande å arbeide med noko ein ikkje er flink til. Skal elevar som strevar med matematikk finne motivasjon i arbeidet er ein avhengig av at dei opplever mestring på eitt eller fleire nivå. Opplevast risikoen for å feile stor, kan motivasjonen for arbeidet vere lav, og engasjementet for oppgåva deretter. Viljen til å lære er meir relatert til den affektive sidene av læringsprosessen enn dei kognitive sidene (Smith 2009). Arbeid med å gje eleven tru på seg sjølv og sine evner til å løyse oppgåver er då eit viktig grunnlag, før ein legg press på det faglege innhaldet. Læraren prøvar å nå alle elevane i matematikktimen, han legg seg på eit nivå som passar «gjennomsnittseleven». Dette medføre sannsynlegvis at dei flinkaste elevane ikkje får nok utfordringar samstundes som det som skjer i undervisninga går over hovudet på ein anna del av elevgruppa (Streitlien, 2009). Motivasjonen for arbeidet kan forsvinne for begge gruppene. Olof Magne seier at nesten alle barn kjenner seg lykkelege når dei startar med matematikk i førskule eller på skulen, etter kvart minkar gleda for mange barn. I 7.klasse kjenner mange elevar skam, angst eller hat i høve faget (Magne: rapport frå det 1.nordiske forskningsseminar om matematikkvanskar, 2001). Ein elev som lykkast vil få positive erfaringar, ein elev som mislykkast vil knyte negative erfaringar til læreprosessen. Ut frå denne kjensgjerninga må vår oppgåve vere å få elevane til å kjenne at dei lykkast på sitt nivå i opplæringa. Ein trygg elev gjev større sjanse for at han torer møte nye utfordringar, noko som står sentralt i positive læringsprosessar (Smith 2009). Thomas Nordahl (2010) legg vekt på at ein i klasserommet skal sjå den einskilde eleven. Alle har vi i oss ein lengsel etter anerkjenning, ved å få den bekrefta legg ein grunnlaget for arbeidsinnsats og tryggleik. Det at læraren har klare forventningar til elevane kan vere med på å motivere for å innfri desse forventningane.

Negative forventningar kan i like stor grad som positive ha ein sjølvoppfyllande profeti. Gode erfaringar med matematikkmeistring skapar auka forventningar om å lykkast, som igjen kan føre til auka innsats. I læringssituasjonar blir trivsel og motivasjon to sider av same sak. Mistrivsel som er knytt til eit skulefag, fører gjerne til at elevane prøvar å sleppe unna eller unngå aktivitetar som berørar faget.

Erfaringar frå mange område påverkar utviklinga av sjølvverdet eller sjølvoppfatninga. Følelsen av å vere dyktig på skulen er eitt slikt område, den sosiale integreringa i klassen er eit anna, og ein følelse av å hevde seg på ulike felt utanfor skulen er eit tredje. I kva grad elevane er fagleg dyktige i matematikk er ofte meir synleg enn i andre fag (meir rett/feil svar). Følelsen av å komme til kort vil difor lettare oppstå i dette faget enn i andre fag. Matematikkfaget er prega av innhald som stille krav til abstrakt tenking og resonnering, som er typisk akademiske ferdigheiter, og dermed får ein spesiell prestisje.

Dersom elevar forklarar sine matematikkvanskar med at dei har dårlege læreføresetnader, forventar dei dårlege prestasjonar, noko som reduserar motivasjon og innsats. Dersom elevane opplever meistring i matematikktimane som er knyta til eigen arbeidsinnsats, vil dette stimulere motivasjonen. I konstruktivismen blir det hevda at elevane vanlegvis vil vere meir motivert for å lære om dei forstår kvifor det er hensiktsmessig å kunne det dei skal lære. Gleda ved å oppdage ei løysing, utarbeide den og produsere eit resultat som ein sjølv forstår og godkjenner, er langt meir motiverande enn ros frå andre.

Ein må som lærar tydeleg formidle sine forventningar, desse må vere mogeleg å nå om det skal motivere elevane og samstundes kunne motivere til innsats på ulike nivå. Når ein i matematikk skal motivere må ein også stimulere elevane til å sjølv å stille spørsmål, utforske og eksperimentere. Hos elevar som har vanskar i faget er dette ei vanskeleg oppgåve. Det er lett å blotte sine manglande kunnskapar, og mange vil vegre seg for å ta ordet i klasserommet. Homogene grupper kan her gje den tryggleiken mange kan ha behov for om dei skal ta ordet eller svare på spørsmål. Desse gruppene kan absolutt eksistere i eit klasserom, ein treng ikkje skilje gruppene for å arbeide på denne måten.

I matematikkgruppa i 10.klasse har dei fleste elevane vore svært motiverte for arbeidet i timane. Vi har forenkla stoffet, men følgt tema som klassen har arbeidd med. Vi har løyst færre oppgåver, mens den munnlege aktiviteten har vore større enn om dei hadde vore med klassen sin. Bruken av problemløysingsoppgåver har i tillegg synleggjort den matematiske kompetansen dei har bruk for i sitt vaksenliv. ï Altså eit svar på spørsmålet om «Kor tid har vi bruk for å kunne dette?» Det å sjå nytta av å lære kan ha vore ei av motivasjonskjeldane for desse elevane.

3.5 Vurdering

Vurdering og motivasjon er nær knytt til kvarandre. Eit konstruktivt samspel kan ein oppnå om eleven opplever vurderinga som motiverande for læringa, men samstundes kan ein oppleve det stikk motsette, nemleg at vurderinga vert destruktiv og øydelegg for motivasjonen til vidare arbeid. Det vil krevje høg kompetanse hos læraren for å få dette samspelet til å fungere til beste for den einskilde elev. Sidan 2010 har vi hatt ei nasjonal satsing på *Vurdering for læring*. Det overordna målet med satsinga har vore ei vidareutvikling av ein vurderingskultur og ein vurderingspraksis med læring som mål (Udir.no). Bakgrunnen for satsinga byggjer bl.a. på forsking og erfaringar frå fleire land, inkludert Norge, der studiar viser at vurdering for læring er ein av dei mest effektive måtane å styrkje eleven si utbyte av opplæringa. Denne retten ligg også nedfelt i opplæringslova kap 3, §3-1 *«Retten til vurdering inneber både ein rett til undervegsvurdering og til sluttvurdering é »*. Vurdering for læring inneber at ein brukar vurderingsinformasjon til å justere undervisninga undervegs. På den måten kan ein tilpasse opplæringa etter eleven sitt læringsbehov.

Vurdering undervegs, *formativ* vurdering, er ein type tilbakemelding som forklarar og utdjupar eleven sitt arbeid og skal vere med på å hjelpe eleven vidare. Ei avslutningsvis vurdering, *summativ* vurdering, skal bidra til at elevane sjølv skal forstå og vurdere sterke og svake sider ved sluttproduktet (Nottingham, 2012). Tilbakemeldingar eleven får kan både gå på forståing av oppgåva, kvaliteten på gjennomføringa, sjølvregulering av læringsprosess, samt tilbakemelding som fokuserar på eleven som person (Smith, 2009). Den siste av desse har i følgje både Smith (ibid) og Nottingham (2012) vist seg å ha liten eller ingen innverknad på eleven si læring og resultat. Sjølv om tilbakemeldinga er positiv gjev den liten motivasjon då den seier lite om korleis eleven skal arbeide for å utvikle seg vidare. Om eleven skal nærme seg måla bør tilbakemeldinga gje informasjon knytt til læringsoppgåva eller læringsprosessen. John Hattie seier at den sterkeste enkeltfaktoren som forbedrer prestasjon, er feedback (Nottingham, 2012). Det er då viktig at vi veit kva denne tilbakemeldinga skal innehalde, kvifor vi skal gje den og kvifor den er viktig. Elevar som har vanskar i matematikk vil nok ofte oppleve vurderingane dei får som lite motiverande, særskilt om det er ei sluttvurdering utan noko form for oppfølging frå lærar.

Som lærar kan ein tilpasse undervisning, innhald og prøver, men i den endelege sluttvurderinga skal alle elevar, uansett kor mykje ein har lagt til rette undervisninga, vurderast opp mot dei same måla. Akkurat dette punktet er etter mitt syn den største svakheita med matematikkundervisninga i den norske skulen i dag, nesten på grensa til overgrep mot denne gruppa elevar. For ein stor del elevar er flaskehalsen det å komme seg gjennom grunnskulen. Mykje av den matematikken vi underviser i er ikkje relevant ein gong i den vidaregåande skulen, alt etter linjeval. Mange elevar slit med å forstå kvifor dei skal kunne dette, og kor tid dei får bruk for det, og som lærarar slit vi med å gje dei ei god nok forklaring utover at det er grunnleggande kunnskap for vidare skulegong.

Tilrettelegginga som blir gjort i undervisninga bør og må vise att i vurderingane. Når vi arbeider i gruppa på 7 elevar som er trygge på kvarandre, er den munnlege aktiviteten vi har i timane viktig for vurderinga undervegs. Elevane får umiddelbare tilbakemeldingar, både frå lærar og medelevar,og «feil» svar er eit godt utgangspunkt for resonering. Ved å forenkle stoffet og kutte ned på mengda oppgåver vil eleven gå glipp av ein del stoff som kan komme på ein eksamen. Som lærar må ein kunne ta det valet, i lag med eleven og føresette, og stå for det. Vi vel då å arbeide med det eleven kan byggje vidare på i staden for det eleven ikkje vil ha noko utbyte av, heller berre innebere ein demotiverande faktor. «Å legge glasert takstein på eit hus med deffekt grunnmur» er å sløse med ressursane, elevane sine ressursar meir enn skulen sine. Vurderingar knytt til oppgåver der elevane teiknar let seg gjere på lik linje med vurdering av andre alternative måtar å løyse oppgåvene på. Det viktigaste for desse elevane er å løyse dei matematiske problema og kjenne at dei meistrar oppgåvene og faget. Slik eg ser det er det difor viktig av vi gjev vurderingar undervegs som gjev eleven motivasjon til å lære og forstå matematikk han vil komme til å ha bruk for i sitt vaksenliv.

4 Problemløysing

Det eleven erfarer i løysing av oppgåver skal han kunne ta fram og bruke i liknande situasjonar seinare. Dette krev at kunnskapen er knytt til forståing og ikkje pugging av ferdigheiter, altså ei forankring i eit konstruktivistisk læresyn. Læring utan meining har liten overføringsverdi, og aktivitetspedagogikk åleine løyser ikkje problema for matematikksvake elevar. Læringa handlar om koding, abstraksjonar og mentale operasjonar som må bringast frå det ytre til det indre planet (Imsen 1998). Problemløysing i matematikk inneber at elevane konstruerer matematiske omgrep og utviklar ferdigheiter. Dei må lære å sjå samanhengar, stille spørsmål, resonnere og konkludere.

Omgrepet «heuristikk», brukt av Georg Polya i boka «How to solve it» i 1945, dukkar ofte opp i tilknyting til problemløysing. I følgje store norske leksikon definerast heuristikk som ein enkel framgangsmåte eller strategi som ein problemløysar kan ta i bruk for å auke sjansen for å løyse ei oppgåve (snl.no). Hovudsiktemålet med læring er at den skal kunne brukast i mange ulike situasjonar, og danne grunnlag for vidare læring.

Polya strukturerte problemløysinga og beskriv den gjennom arbeidet med fire strategiar:

Forstå problemet

- Kva er gjeve av opplysningar og betingelsar?
- Ordne opplysningane og skrive dei ned.
- Teikn figur og finn passande symbolbruk.
- Er opplysningane tilstrekkelege, utilstrekkelege, overflødige eller motsigande?
- Er det mogeleg å tilfredsstille betingelsane?
- Kva er ukjent?

Lag ein plan

- Finn samanhengen mellom informasjonen og det ukjende.
- Kjenner du eit liknande problem eller modell/metode for å løyse oppgåva?
- Kan du reformulere problemet til noko kjent?
- Vist du ikkje kan løyse problemet direkte, løys ein del av det, eller løys eit liknande problem.

Utfør planen

- Gjennomfør løysingsmetoden steg for steg.
- Forsikre deg om at kvart steg er korrekt gjennomført og har riktig resultat.

Kontroller og reflekter

- Kontroller gjennomføringa steg for steg.
- Undersøk resultatet.
- Kan du kontrollere resultatet eller argumenta du har brukt?
- Kan du finne same resultat på ein annan måte?
- Er resultatet rimeleg?
- Kan du anvende resultatet eller teknikken på andre liknande problem?
  (Olavsen og Maugesten, 2009)

Polya sine strategiar er detaljerte og strukturerte. Ved bruk av problemløysingsoppgåver, både i klasse og gruppe, arbeider ein gjerne ikkje så systematisk, men hovudpunkta er sentrale. Hos matematikksvake elevar er gjerne det å forstå problemet den største bøygen. Det er inga sjølvfølge at teksten i ei oppgåve i seg sjølv er klargjerande for kva for matematiske operasjonar ein skal utføre. Elevane treng opplæring i å lese og forstå oppgåveteksten. Kva blir det spurt etter i denne oppgåva? Kva opplysningar har vi i oppgåva? Ei oppgåve ala dette: «Per, som er 4 år, og Hanne, som er 8 år, skal dele 6 eple. Kor mange eple blir det på kvar?» kan vere komplisert for elevar som har vanskar i matematikk. Grunnen kan vere at oppgåva inneheld mange tal, og eleven oppfattar tal som opplysningar ein brukar for å rekne ut eit svar. Ved å teikne opplysningane i oppgåva vil ein då kunne sjå kva som er vesentlege og uvesentlege opplysningar i oppgåva for å kunne finne ut kor mange eple det vart på kvart av barna.

Vidare er det å kunne kontrollere og reflektere over det ein har funne ut ein av dei viktigaste operasjonane i matematikk. Høyrest svaret fornuftig ut? Som eg skriv i innleiinga til denne oppgåva: «*I staden for å tenkje over kva opplysningar ein får, og kva det vert spurt etter, vel mange tilfeldige strategiar i oppgåveløysinga. Det er då heller ikkje lett å skulle vurdere om svara er rimelege når ein ikkje veit sikkert kva ein har svart på*». Problemet med manglande vurdering av svaret er ikkje berre knytt til matematikksvake elevar. Altfor ofte ser vi at svara elevane gjev er hinsides all fornuft, men dei har komme fram til svaret ved til dels avansert rekning.

Når det gjeld resultat i Internasjonale undersøkingar viser ein gjerne til Singapore og deira gode resultat i matematikk (TIMSS og PISA). Her har dei erfart at ei medviten satsing på ein heuristisk innfallsvinkel til problemløysing har gjort elevane betre rusta i møtet med ulike oppgåver i matematikk. Den såkalla «Singaporemodellen» legg vekt på å bruke mykje problemløysingsoppgåver der dei nyttar «teikn modell-metoden». Ved bruk av denne metoden er elevane blitt betre til å visualisere, sjå mønster og samanhengar (Røsseland, 2008) Gjennom å teikne modellar får elevane eit hjelpemiddel til å handtere og bearbeide informasjonen og dei får ei støtte for tala gjennom denne forma for visualisering. Denne metoden for arbeid med matematikk er ikkje knytt til matematikksvake elevar, men vert nytta i matematikkundervisninga generelt. Det som er interessant med Singapore og matematikkopplæringa der er fokuset på problemløysing og teikne modell-metode. Det er mange andre faktorar som i tillegg spelar ei rolle for resultata i matematikk i Singapore, til dømes satsing på faget og forventningar til innsats frå elevane. Eg finn det her mest interessant å sjå på at problemløysing og modellteikning er så sentralt i opplæringa i faget.

Problemløysing og teikning/modellteikning i vårt utviklingsarbeid har altså sitt utspring i eit ynskje om ta matematikken til eit nivå der elevane opplever at dei kan anvende kunnskapen sin og knyte den til reelle problemstillingar. Altfor ofte lurer elevar på kor tid dei får bruk for den teoretiske kunnskapen vi arbeider med. Mi erfaring er ar elevar med matematikkvanskar stiller dette spørsmålet endå oftare enn dei andre elevane. I vårt pedagogiske arbeid er det difor viktig at vi rettar merksemda vår mot, og tek tak i dette problemet.

5 Metode

I dette arbeidet har eg valt å gå inn i eit utviklingsarbeid ved eigen skule. Vi har i kollegiet snakka om korleis vi kan auke motivasjonen for matematikk blant elevane. Nokre av lærarane hadde starta med problemløysingsoppgåver, noko som verka positivt på motivasjonen hos elevane. Vi bestemte at vi ynskte å starte eit utviklingsarbeid ved skulen vår der alle matematikklærarane skulle bruke om lag ein time i veka på denne type oppgåver. Leiinga ved skulen var involvert på den måten at det hos rektor var eit ynskje om at dette arbeidet kom i gong, og vi vart lova tid til samarbeid i møtetida og matematikklærarane skulle i tida vi brukar til klassevandring kunne observerer i andre lærarar sine matematikktimar. Gjennom dette utviklingsarbeidet ynskte eg å setje fokus på å bruke teikning der det var naturleg i oppgåvene.

Eg vil i hovudsak bruke eksempel frå eigne undrevisnngsgrupper, både klasse og gruppe elevar med ekstra tilrettelegging av matematikkundervisninga. I tillegg vil eg kunne bruke eksempel frå andre klassar om der kjem fram gode dømer på arbeidsmåtar som belyser problemstillinga.

Med eit så lite utval vil eg ikkje kunne dra nokon slutning av resultatet der eg generaliserar. Det eg derimot kan sjå er om det er ein tendens blant mine elevar som seier at dette tiltaket har ein effekt. Eg vil gå inn i dette arbeidet med ei hypotese om at teikning som støtte for tanken vil hjelpe ein del elevar til lettare å sjå framgangsmåtar i arbeidet, og såleis kunne klare å løyse oppgåver dei ikkje ville klare utan denne arbeidsmåten. Sjansane for at eg vil få eit anna resultat er absolutt til stades, det kan også hende at det som kjem fram verken støttar eller strider mot hypotesen min.

Dersom ein skal prøve å finne ut om det er ei effekt av eit tiltak, treng ein eit måleverktøy. Denne målinga vil som sagt berre kunne vise ein tendens, og vil gjelde kun for gruppa den er gjennomført på. For å måle om det er ein effekt har eg valt å gjennomføre ein pretest og ein posttest på begge gruppene. Eg vil bruke «Tegne Regne Prøven» (vedlegg 1) på gruppa med elevar med matematikkvanskar. Prøva kan brukast som eit grunnlag for å vurdere korleis elevane har oppfatta teksten i matematikkoppgåvene, korleis dei organiserar informasjonen og korleis dei løyser oppgåva (statped.no/tegneregne) Denne prøva har fokus på forståing og gjere det mogeleg for læraren å få innsikt i tankeprosessen i oppgåveløysinga. Prøva er meint brukt midt i skuleåret på 5.steg. For 10.klasse vil dette vere for enkle oppgåver, men den omtalte gruppa vil kunne bruke desse oppgåvene.

For å prøve å få eit før og etter-resultat vil eg gjere ei lita omarbeiding av den originale prøva, der eg vil skrive at elevane skal vise framgangsmåte på utrekninga. Prøva eg lagar vil vere ei omarbeiding av originalen der eg brukar andre tal (Vedlegg 2). Etter at vi har arbeidd med teikning som alternativ arbeidsmåte vil dei få gjere prøva på nytt, då i sin opprinnelege form der det står at dei skal teikne.

På heil klasse vel eg å bruke Gudrun Malmer sin Analyse av Leseforståelse innen Problemløsning (ALP), 7A (Vedlegg 3). Denne prøva skal gjennomførast heilt i starten av utviklingsarbeidet, og ei ny prøve, 7B (Vedlegg 4), vil bli gjennomført ca etter 5 mnd. Ved gjennomføringa av denne prøva vil elevane verte oppfordra til å teikne til oppgåvene. Sjølv om fokuset er på om dei svake elevane har hatt utbyte av arbeidsforma, kan det vere spennande å sjå om elevane som meistrar det abstrakte matematikkspråket kan uttrykke seg ved hjelp av teikningar og modellar. Det kan vere strekar, sirklar, boksar og liknande, meir enn at vi brukar teikningar som skal gje ei naturalistisk framstelling av det vi arbeider med.

Ved bruk av eksprimentelle design introduserast påverknadar under kontroll for å studere eventuelle verknadar (Befring, 2007). Designet til dette arbeidet kunne komme inn under eit såkalla «single case-design», ein variant innan kvasieksperimentelt opplegg, om det var eit forskningsarbeid. Det vil seie at eg i dette arbeidet har hatt ei eksprimentgruppe og inga kontrollgruppe. Her kan ei eventuell positiv effekt vise seg i differansen mellom pretest og posttest. Arbeidet eg har gjennomført byggjer ikkje på forsking, men effekta eg har sett på klassen og gruppa eg har arbeidd med kan kanskje vere til nytte for andre om dei ynskjer å prøve ein tilsvarande arbeidsmåte for sine elevar.

Ved å bruke eit utviklingsarbeid i botnen for dette arbeidet har vi på vår skule eit verktøy i det pedagogiske endringsarbeidet. Vi har i tillegg forankra arbeidet i vår skulekultur, i og med at alle matematikklærarane deltek i arbeidet, dog i ulik grad. Det at eg har knytt mi problemstilling opp mot vårt utviklingsarbeid ekskluderar ikkje andre frå å prøve noko tilsvarande, teikne til problemløysing, utan at dette treng vere del av ein større heilskap.

Eit utviklingsarbeid er meint å forbetre praksis, denne endringa må sjåast på i eit langsiktig perspektiv. Både klassen og gruppa eg har hatt dette året er avgangselevar. Eg vil av den grunn ikkje kunne arbeide vidare med denne strategien og sjå utvikling hos desse elevane over tid, det langsiktige perspektivet vil altså vere avgrensa. Då er eg tilbake til at det eg ynskjer å finne ut, nemleg om eg kan sjå nokon tendensar til at teikninga er til hjelp for elevane som presterar lav måloppnåing i faget. Lærarar som har undervist i 8. og 9. klasse vil kunne byggje vidare på sine erfaringar, og eg vil sjølvsagt ta med mine erfaringar vidare til nye grupper eg kjem til å arbeider med.

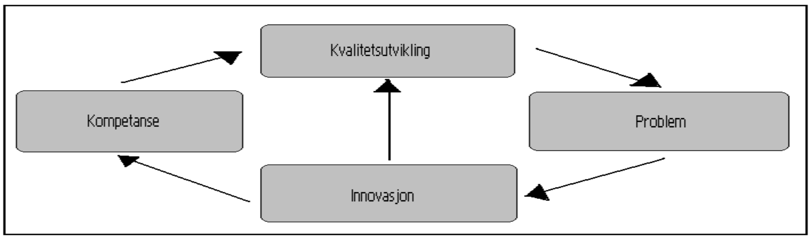
6 Pedagogisk utviklingsarbeid

FoU-arbeid (forskings ï og utviklingsarbeid) inkluderer mellom anna omgrep som innovasjon, prosjektarbeid, aksjonsforsking, utprøving og organisasjonsutvikling. (Johannessen, Kokkersvold og Vedeler, 2010). Medan forskinga har fokus på etterprøving og fornying av kunnskapen, er forbetring av praksis hovudmålet for utviklingsarbeidet. Gjennom systematisk arbeid innfører ein nye arbeidsmåtar, eller nye prinsipp, etterfølgd av evaluering av arbeidet. Kartlegging og analyse vil vise områder der ein treng endring og utvikling, for på den måten betre kunne nå måla for opplæringa. Eit utviklingsarbeid skal alltid ha som mål at ei planlagt endring skal skje med mål om forbetring av praksis og må sjåast på som eit kontinuerleg forbetringsarbeid i skulen der praksisendringane må relaterast til målsetjingar i utviklingsarbeidet. Som lærande organisasjon vil vi alltid stå overfor eit krav om vidareutvikling av kompetanse og forbetring av vår yrkespraksis. Innovasjon i skulen kan skje både på individnivå, knytt til einskildelevar, og på systemnivå, knytt til organisasjonen sine planar og arbeid.

Læraren sine ambisjonar må gjennom heile yrkeskarrieren bestå i å utvikle praksisen sin, ikkje å beherske den (Handal og Lauvås, 1999). Det dreiar seg om kontinuerleg utvikling av den eksisterande praksisen i skulen og ikkje minst ei utvikling av lærarrolla, ei lærarrolle som bør ha stor grad av endringskompetanse. Både utvikling av ny kompetanse og endring av praksis er nødvendig for å kunne gjennomføre ei tilpassa opplæring for elevane.

Eit endringsarbeid i skulen må fokusere på eleven si utvikling og læring og er eit viktig verktøy i arbeidet med kvalitetsutvikling og kompetanseheving. Tilrettelegging for best muleg opplæring for den einskilde eleven skjer på klassenivå, primærnivået. Innovasjonar på sekundærnivået gjeld då arbeid som gjere at alle lærarane får auka kompetanse som kan bidra til kvalitetsheving. Her kjem det lokale utviklingsarbeidet ved ein skule inn. I skulen må dette innovasjonsarbeidet ha som mål å forbetre praksisen på primærnivået (Skogen, 2004). Den eksisterande skulekulturen legg vesentlege premissar for det daglege arbeidet ved skulen. Det kan til dømes ligge ulike motiv til grunn for ynskje om endring, samt ei sanksjonsmakt i høve kva som tillatast endra ved skulen (Berg, 2007).

Det systemretta innovasjonsarbeidet kan ta utgangspunkt i ulike modellar, men kva, kvifor og korleis må uansett ligge til grunn for arbeidet. Innovasjonen, som har utgangspunkt i det opplevde problemet, skal føre til ein utvida kompetanse. Denne kompetansen skal saman med innovasjonen føre til ei kvalitetsutvikling. Kvalitetsutviklinga kan igjen setje fokus på nye problem som treng vidare utvikling.



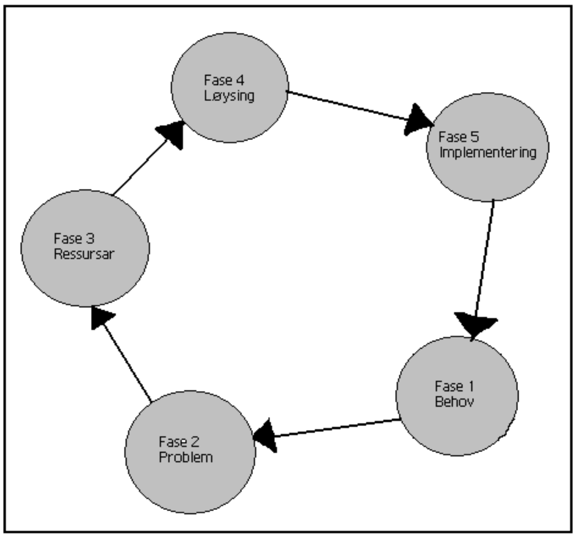
(Modell frå førelesing Buli Holmberg, 25.09.13)

Mitt arbeid vil vere eit reint utviklingsarbeid, altså utan ein forskningsdel utover ei effektmåling. Arbeidet har som mål å gje ei endring til det betre i matematikkundervisninga ved vår skule. Eit utviklingsarbeid er eit arbeid som bør gå over så lang tid at den nye handlingsmåten er implementert i skulekulturen, og såleis ikkje treng arbeidast med som eit utviklingsarbeid lenger. Alle veit at endringar vil ta tid, vi starta dette arbeidet hausten 2014, og dei resultata eg vil kommentere i denne oppgåva vil berre kunne gje ein indikasjon på om vi er på rett veg i vårt utviklingsarbeid.

6.1 P-S-modellen for innovasjonsstrategiar

Det som er viktig å hugse på er at når det skal skje eit innovasjonsarbeid, er målet ei endring som skal forbetre praksis. I dette arbeidet er det ein fordel å arbeide systematisk, det kan til dømes skje med utgangspunkt i ulike modellar. Som eit instrument for mi framstilling har vi valt å bruke problemløysingsmodellen, P-S-modellen, ein modell med ei systematisk oppbygging i 5 fasar. Gjennom arbeidet med denne modellen er det internbrukarane som styrar fornyingsprosessen med utgangspunkt i eigne opplevde behov. I løpet av prosessen og erfaringane ein gjere seg undervegs kan ein vurdere om verksemda fungerer betre enn tidlegare. Denne strategien, som byggjer på organisasjonen sine eigne ressursar, vert mykje nytta i demokratiske kulturar, som til dømes innan skuleverket. Ei ulempe ved denne strategien er at det kunn er dei som deltek i praksisendringa som har nytte av den. Når modellen opererer innan ein organisasjon eller system kan den lett vere med på å bevare den eksisterande kulturen i staden for å fornye den (Skogen og Sørlie 1992). Ballanse mellom eit innsideperspektiv og eit eksternt perspektiv vil vere av betyding. Ved at ein tilfører ein ekstern konsulent kan ein høgne læringseffekta hos deltakarane. Dette kan skje som ei utviding av modellen mellom fase 2 og 4.

P-S-modellen (Skogen 2004):



6.1.1 Behov.

For å få eit godt endringsarbeid må arbeidet ta utgangspunkt i eit følt behov på eit spesifikt område. Skogen (2004) viser til John P. Kotter som understrekar kor viktig det er at sentrale aktørar føler eit reelt og eksistensielt behov for ei endring. Vidare seier han at det beste utgangspunktet er om behovet for endringa opplevast som kriseprega i motsetnad til ein situasjon der deltakarane er godt fornøgd med situasjonen slik den er. Eigarforholdet til innovasjonsarbeidet kan ein sikre seg ved at ideen har god og brei støtte både i organisasjonen og leiinga. For eit godt og fruktbart arbeid må ein også sikre seg at ein har ei felles forståing av det kommande arbeidet.

På vår skule har vi som er matematikklærarar ofte diskutert korleis vi skal kunne engasjere elevane og få dei til å forstå behovet for matematisk kompetanse. Det er ofte vanskeleg å sjå kor tid ein får bruk for dei ulike kunnskapane, dette er langt på veg grunna i at matematikken vert for teoretisk og abstrakt. Vi arbeider gjerne med konkretar også på ungdomssteget, men ikkje alle område er like lette å knyte til konkretar. Heller ikkje alle av oss lærarar ser behovet for denne arbeidsforma på desse klassestega, det må vi berre innsjå. Grunnlaget for denne oppgåva, og dette utviklingsarbeidet er i tillegg til at vi hadde eit behov for ein alternativ arbeidsmåte, at eg har nokre tankar om at ved å visualiser ved hjelp av teikning og modellar vil fleire elevar forhåpentlegvis få ei større forståing av kva oppgåva går ut på. Dette er særskilt knytt til dei elevane som har vanskar med abstraksjonsevna i faget.

6.1.2 Problem

Det følte behovet må vidare beskrivast, konkretiserast, avgrensast og presiserast, og denne fasen er ofte avgjerande for gjennomføringa av prosjektet. Om ein ikkje tidlegare har avklart den felles forståinga, må det gjerast no. Ein skal ikkje berre komme seg vekk frå noko ein ikkje ynskjer, men måla for arbeidet må vere realistiske og mulege å nå. Ein arbeidsmåte kan, i følgje Skogen (2004), vere å sjå på situasjonen no. Kva er det som ikkje fungerer? Kvifor fungerer det ikkje? Kva er den ideelle situasjonen? Her må ein eventuelt bryte ned til realistiske delmål.

Hos oss, som hos dei fleste andre skular, er det mange elevar som strevar med matematikk. Frå 8.til 10. klasse aukar vanskegraden og med det også frustrasjonen. Det er ikkje med dette sagt at vi på vår skule brukar einsidige og reint teoretiske innfallsvinklar i undervisninga, men vi følte likevel at vi ønskte å knyte matematikkoppgåver til meir reelle situasjonar og oppgåver. Ved å arbeide med problemløysingsoppgåver kunne vi utfordre elevane til å ta i bruk matematikken knytt til situasjonar frå dagleglivet. Elevane skulle få opplæring i å lage modellar og teikningar knytt til oppgåvene.

6.1.3 Ressursar.

I denne fasen må vi sjå kva relevant kunnskap vi treng for å kunne forbetre praksisen på det aktuelle området. Med utgangspunkt i problemdiagnosen kan ein sjå korleis desse kunnskapane kan utnyttast for å realisere forbetringa. Her er det viktig både med eigen kunnskap og det faglege nettverket vi omgjev oss med. Vi må ikkje undervurdere våre eigne faglege erfaringar, problemet kan derimot vere at dei er lite tilgjengelege i form av manglande skriftleg dokumentasjon. Kompetanseutvikling på fleire område kan vere avgjerande på dette nivået. I tillegg er både ressursforvaltning og det økonomiske aspektet viktig for gjennomføringa av innovasjonsarbeidet. Spesielt viktig kan det her vere å kjenne til korleis dei allereie eksisterande ressursane vert nytta.

Kunnskapen hos oss angåande matematikk og undervisning sat vi i stor grad på sjølve. Det vi hadde bruk for var å konkretisere korleis vi ynskte å arbeide for å auke motivasjonen hos elevane. Vi hadde bruk for ei felles forståing og ei erfaringsutveksling som kunne ligge til grunn for arbeidet som låg føre oss. Utveksling av idear,oppgåver og arbeidsmåtar var viktig. Vi såg ikkje føre oss noko form for tilføring av ressursar, utover det å få avsett tid for dette samarbeidet.

6.1.4 Løysing.

I følgje P-S-modellen skal ein her formulere konkrete løysingsforslag, vidare velje ut eitt av forslaga og lage ein plan for implementering. Planen for gjennomføringa skal ta utgangspunkt i dei tre føregåande nivåa. Det må arbeidast grundig på dette nivået, og ein skal ikkje vere for raske til å komme med tiltak. Felles forståing og eigarskap er viktig også på dette nivået i planen. Vidare bør ein også drøfte kva barrierar ein vil komme til å møte i endringsarbeidet.

I vårt utviklingsarbeid er vi ikkje direkte ute etter løysingsforslag på eit problem, men vi ynskjer å finne arbeidsmåtar som fremjar det læringsutbytet vi ynskjer at elevane våre skal ha gjennom dei tre åra dei er på skulen vår. Tiltaka våre vil vere å gjere oss nytte av kvarandre sine erfaringar der vi opplever at desse har ein positiv verknad. I og med at alle matematikklærarane på skulen vår deltek i dette arbeidet, vil sjansane for at dette arbeidet ber frukter vere større enn om berre nokre få av oss ynskte å arbeide på denne måten. Dette går over i den neste fasen; implementeringsfasen.

6.1.5 Implementering.

Det er i denne fasen av innovasjonsarbeidet at forbetringsarbeidet får konsekvensar for praksisen. Også på dette nivået må ein sørgje for å oppretthalde og vidareutvikle eigarforholdet til aktørane, dette gjerast best ved deltaking både i planleggings- og avgjeringsprosessen. Med endringane kan det følgje krav om auka kompetanse, eventuelt gjennom styrka kvalifikasjonar.

Prosesskonsulent / rådgjevar. I den utvida P-S-modellen er det teke med ei ekstern ekspertise i høve innovasjonsarbeidet. Dette kan vere ein person med erfaring frå liknande arbeid i andre organisasjonar. Denne personen skal delta i prosessen på brukarane sin premiss og vil kunne vere med på å høgne læringseffekten ved eit eksternt blikk på prosessen.

6.2 Barrierar som påverkar innovasjonsprosessen.

Om lag alle organisasjonar har mekanismar for sjølvbevaring og motstand mot endringar (Skogen,2004). Dette kan gjelde både formelle og uformelle reglar og handlemåtar. Den motstanden ein møter i ein endringsprosess kan vere open og uttalt eller den kan gå føre seg i skjulte former. Ein open motstand har den fordelen at den lettare kan gripast tak i, i høve ein skjult motstand som er vanskeleg å få tak i.

6.2.1 Psykologiske barrierar

Psykologiske faktorar er faktorar som kan vere med på å yte motstand i endringsprosessar og kan bygge på skyldfølelse, behov for godkjenning, ønske om makt/undertrykking, samt kjensle av tryggleik opp mot utryggleik. Ein person som kjenner seg trygg har evne til å takle endringar i større grad enn ein person som kjenner seg utrygg (Skogen, 2004). Erfaring frå meistring av ulike situasjonar kan vere med på å bygge denne tryggleiken, men det motsette vil også ha motsett effekt. Personar som ofte har mislykkast vil av den grunn kunne ha større sjanse for å motsetje seg endringar. Skal ein vere ei drivkraft i eit innovasjonsarbeid må ein ha kompetanse og tryggleik i den rolla ein har. Vi må sjølvsagt gå ut frå at nivå 1 i P-S-modellen er oppfylt; det må vere eit følt behov for endring. Om ein ikkje har eit følt behov og ein eigarskap til arbeidet i tillegg til psykologiske barrierar, vil innovasjonsarbeidet vere svært lite motiverande, og kanskje heilt dødfødt.

6.2.2 Praktiske barrierar, inkludert faglege og økonomiske ressursar

Dei praktiske barrierane ein møter i eit utviklingsarbeid kan til dømes vere tid, ressursar, system eller uklare mål. Det er denne barrieren ein oftast møter i eit innovasjonsarbeid, og ein skal vere klar over at andre barrierar kan ligge skjult bak denne, til dømes den psykologiske. Svært ofte er det tidsfaktoren som er hovudmomentet i motstanden. Alle som arbeider i skulen kjenner til dei stadig nye oppgåvene som vert lagt til dei eksisterande, og alle har nok følt på motstanden mot nye pålagte arbeidsoppgåver der ein sjølv ikkje har eit følt behov for endring. Kunnskapsdepartementet oppretta Tidsbruksutvalget (Tidsbrukutvalget, rapport)for å finne tidstjuvane i organisasjonen vår. Tida skal brukast til kjerneoppgåvene i skulen; undervisning, vurdering og planlegging, og gje elevane ei best mogeleg opplæring. Tek ein eit innovasjonsarbeid seriøst må leiinga sjå at dette arbeidet krev tid, og vere villege til å setje av tid til gjennomføringa.

6.2.3 Uklare mål

Uklare mål er også eit dårleg utgangspunkt for eit utviklingsarbeid. Det er alltid viktig at ein i oppstartsfasen av eit slikt arbeid sikrar seg at alle har ei felles forståing av kva mål ein arbeider fram mot. Det seier seg sjølv at å arbeide fram mot noko ein ikkje veit kva er, må vere ei umuleg oppgåve, i alle fall er det vanskeleg vise den entusiasmen som arbeidet krev. Ein kan også risikere at om aktørane har ulike mål for arbeidet, vil dette umuleggjere både samarbeidet og implementeringsarbeidet.

6.2.4 Makt og verdibarrierar

Det vert hevda at makt- og verdibarrierar kanskje er dei aller viktigaste barrierane når det gjeld endring. Ein innovasjon kan skape ein verdikollisjon blant deltakarane. Makt treng ikkje vere negativt, det er derimot naudsynt for å kunne ta vare på interesse og verdiar. Det som derimot er avgjerande, er verdiforankring og korleis makta vert utøvd (ibid). Makt kan vere vanskeleg å definere og få auge på, spesielt den uformelle makta. Den som har makt kan lettare få gjennomslag for eigne idear og mål, det er difor viktig at makta ligg der den skal ligge i ein organisasjon.

Ser ein samla på alle barrierane ein kan møte og møter i eit innovasjonsarbeid kan ein lettare sjå kvifor eit slikt arbeid er komplisert, tek tid og ofte kan mislukkast. Det at det er forankra i eit godt systemarbeid frå starten er ein avgjerande faktorane for å lukkast i arbeidet. Det at innovasjonen skal vere ei planlagt endring som skal forbetre praksis må alltid ligge til grunn om arbeidet skal ha eit fornuftig mål.

Korleis desse barrierane har verka på vårt utviklingsarbeid vil eg komme tilbake til når eg evaluerer dette utviklingsarbeidet ved skulen vår.

7 Etiske utfordringar

Læraryrket har gått frå å vere eit «kall» til å vere ei profesjonsutdanning. Med denne profesjonaliseringa føl det eit yrkesetisk ansvar. Lærarane har gjennom si yrkesutøving eit etisk ansvar over for både elevar, foreldre, kollegaer og samfunnet. Grunnprinsippet i etikken må då vere at vi skal ta det ansvaret og bruke den makta vi har over andre til beste for dei og ikkje til beste for oss sjølve (Befring, 2007). Etiske utfordringar kan skje i mange fasar innan FoU-arbeidet. Det kan vere at ein erfarer situasjonar eller opplever problem ulikt, eller er usamde om val av tiltak. Størst utfordring kan det vere om ein observerer tilhøve i andre si undervisning som er vanskelege å kommentere.

Etiske problemstillingar kan oppstå når delar av personalet melder seg ut av utviklingsarbeidet. Eit utviklingsarbeid føreset ei positiv innstilling og lærande haldning frå deltakarane si side. Det er nedfelt i Rammeplan for allmennlærarutdanning og rammeplan for praktisk-pedagogisk utdanning at læraren blant anna skal ha endrings- og utviklingskompetanse som både skal vere med på å utvikle ein som lærar og gje ein kompetanse i FoU-arbeid som skal vere med på å utvikle læringsarbeidet i møte med elevane (Postholm & Moen, 2009). Ein må då sjå det som den einskilde lærar sitt ansvar for eigen yrkesutøving og profesjonsutvikling å vere i ein kontinuerleg utviklingsprosess. Ved å vere aktørar i arbeidet tek ein ansvaret for si eiga yrkesutøving. Det er mange oppgåver som konkurrerer om lærarane si tid, ein lyt såleis prøve å finne handlingsrommet sitt innafor dei rammene ein har. Som aktør er ein aktivt medverkande i utviklingsarbeidet. Har ein fokus på dei dei ytre avgrensingane som kan hemme yrkesutøvinga, inntek ein ein offerposisjon. Denne offerposisjonen er ofte knytt til tidsbruk og prioriteringar. For kollegaer kan det vere problematisk når nokon trekkjer seg ut av dette arbeidet, grunngjevinga teken omsyn til, spesielt om dette skjer ofte. Det er difor viktig at rammene er klare og ein veit at det er sett av tid til arbeidet og noko anna dermed må veljast vekk. Dette bør gjerast frå leiinga si side.

I alt arbeid med menneske skal ein vere medviten det etiske ansvaret ein står over for. I mitt arbeid skal eg forholde meg både til elevane mine og kollegaane mine. Eg har av praktiske grunnar valt å bruke eigne elevar i dette arbeidet. Det vil seie at utviklingsarbeidet går inn i min skulekvardag og eg har ein kjennskap til elevane som kan vere både positiv og negativ. Det positive er tryggheita i situasjonen, særskilt i høve elevane med matematikkvanskar, det negative kan vere objektiviteten i vurderingane eg gjere. I tillegg kan det vere vanskelegare å påpeike feil og manglar i eit system eg sjølv er ein del av.

I alle typar sosiale settingar vil det vere umuleg å hevde at ein har eit objektivt syn på sanning. Trass i at ein kan ha ei felles forståing av ulike typar problem, vil opplevinga og forståinga av situasjonen vere individuell for alle deltakarane. Problematikken her er knytt til dei tilfella der det viser seg vanskeleg å komme fram til den felles forståinga. I arbeid som skal publiserast må ein vurdere korleis ein skal handtere slike problemstillingar. Ein kan velje å utelate å skrive om fenomenet, ein kan skrive om det og belyse ulike perspektiv, eller ein kan skrive til trass for ein eventuell motstand (Postholm og Moen, 2009).

I mitt arbeid, som er eit reint utviklingsarbeid og såleis ikkje har noko form for forsking knytt til arbeidet utover effektmåling av tiltaka, vil den skriftlege delen av dokumentasjonen i mindre grad vere knytt til dei andre deltakarane si haldning i utviklingsarbeidet. Mine etiske utfordringar blir i større grad knytt til korleis eg held meg til eigne elevar og arbeidet deira som eg vil komme til å kommentere.

Historisk sett er alt pedagogisk arbeid innretta mot å skape endringar av ulikt slag, og det er tiltaka vi set i verk som skal gjere forskjell. Ser ein på kausaliteten i arbeidet må eg vere forsiktig med å dra slutningar ut frå dei effektmålingane eg gjere. Naturen er ikkje uniform, vi kan såleis ikkje vite om andre elevar og elevgrupper vil ha same respons på eit tilsvarande undervisningsopplegg. Når eg skal sjå på effekt av arbeidet med problemløysing og teikning som støtte for tanken må eg vere klar over at det kan vere, og er, mange fleire faktorar som spelar inn på resultatet. Blant anna modnast elevane i ulikt tempo, og motivasjonen, -eller mangelen på motivasjon, kan vere sterkt medverkande årsak til resultat på slutten av 10.klasse.

8 Gjennomføring.

I følgje Piaget seier konstruktivismen at mennesket skapar kunnskap i samhandling med omgjevnadane. Elevane får ikkje kunnskap, men må både skape og omskape kunnskapen sjølv. Når vi skal arbeide med problemløysing i matematikk må elevane rettleiast til å gjere eigne matematiske erfaringar, og gjennom dette konstruere kunnskap ved hjelp av tenking og refleksjon. I følgje konstruktivismen skal elevane etter kvart som dei blir eldre utvikle tanken som reiskap til problemløysing (Tobias & Duffy 2009, i Holm 2012).

I vårt utviklingsarbeid har vi problemløysing i matematikk som hovudtema. I tillegg har eg ynskt å sjå på om bruken av teikning som støtte for tanken kunne hjelpe elevar som strevar med matematikk, knytt til problemløysing. Eg har i utgangspunktet ei hypotese om at dersom elevane kan klare å visualisere kva oppgåva fortel, kan dei lettare sjå kva dei skal gjere for å løyse oppgåva. Eg har brukt denne arbeidsmåten i ei gruppe med elevar i 10.klasse som strevar med matematikk. Tidsbruken pr. veke har variert og eg har i denne gruppa brukt teikning også i andre tema vi har arbeidd med, og ikkje berre knytt til reine problemløysingsoppgåver. I tillegg har eg brukt om lag 0,5 t/v til å arbeide med problemløysingsoppgåver i klassen min, som også er ein 10.klasse. Oppgåvene har vore av typen matematikknøtter, grublisar og problemløysingsoppgåver av varierande vanskegrad. Elevane har arbeidd i par eller små grupper. Gruppene har variert mellom homogene og hetrogene grupper i høve matematikkunnskap. Vi har i etterkant av arbeidet hatt felles gjennomgang der ei av gruppene har vist si løysing på tavla.

Eg har som lærar alltid brukt teikning som støtte der dette har vore naturleg. Når eg no skulle arbeide spesifikt med teikning som støtte for tanken hos matematikksvake elevar var det ideelt å knyte dette til problemløysingsoppgåver. Denne type oppgåver er gjerne knytt til daglegdagse hendingar og ein må lese og tolke innhaldet for å komme fram til kva oppgåva fortel oss, kva den spør etter og til slutt korleis ein skal gripe an problemet. Matematisk kompetanse knytast i PISA til å kunne anvende matematikken. Ein skal i tillegg til å løyse oppgåver kunne forstå matematikken si rolle i samfunnet. For elevar som strevar i faget er nettopp dette ei stor utfordring; å sjå og oppleve at ein har bruk for og kunne gjere seg nytte av kunnskapen i dagleglivet.

For å kunne føreta ei effektmåling måtte eg ha ei form for målingsverktøy. Klassen min er ein normal klasse med varierande matematikkunnskapar, men har ein gjennomsnittkarakter over middels (dette er her ikkje dokumentert, då det gjennom seinare kommentarar kun viser til at det er relativt mange flinke elevar i klassen). Eg har brukt Gudrun Malmer sitt kartleggingsmateriell Analyse av leseforståing innenfor problemløsning(ALP). Malmer hevdar at det er fleire elevar som mislykkast med problemløysingsoppgåver på grunn av sviktande språkleg kompetanse enn på grunn av svake rekneferdigheiter (Malmer, 2007). Ho peikar på kor viktig det er å kunne forstå problemet før ein kan løyse det. Sjølv om dette testmaterialet har ein klar knyting til leseforståing, meiner eg at dette ligg så pass opptil det eg fokuserar på, at denne testen eignar seg bra for å finne ut noko om det resultatet eg leitar etter. Malmer knyter denne testen til læreplanen (K06) gjennom sitatet «*Å kunne rekne i matematikk utgjer ei grunnstamme i matematikkfaget. Det handlar om problemløysing og utforsking som tek utgangspunkt i praktiske, daglegdagse situasjonar og matematiske problem. For å greie det må ein kjenne godt til og meistre rekneoperasjonane, ha evne til å bruke varierte strategiar, gjere overslag og vurdere kor rimelege svara er*». Detter er også eit av sitata eg brukte i starten av oppgåva mi for å knyte arbeidet mitt til K06.

ALP 1-8 inneheld åtte testar i stigande vanskegrad, der ALP 7 og 8 er for 8.-10.steg. Eg valde å bruke ALP 7A og 7B, den lettaste av dei to trass i at det er ein 10.klasse, fordi eg ville vere sikker på å ha med dei svakaste elevane i klassen min. Dette av di det var her det var mest interessant for meg å sjå om det var ei eventuell forbetring. Kvar test inneheld 10 oppgåver med spørsmål på A-, B- og C-nivå. På A-nivået skal ein kunne lese og orientere seg i teksten og svare på spørsmål direkte frå teksten. På B-nivået skal ein kunne utføre enkle rekneoperasjonar ut frå rett tolking av sentrale ord, ofte samanlikningsord. På C-nivået skal ein ut frå teksten kunne trekkje logiske slutningar og gjere nødvendige utrekningar, ofte i fleire steg. (Malmer, 2007). Malmer skriv i rettleiinga til læraren at elevane bør ha ekstra papir tilgjengeleg, og at det for mange elevar blir lettare å løyse oppgåvene om dei teiknar og gjere eigne notatar. Vi brukte ALP 7A i januar, og mine elevar fekk beskjed om å bruke den tome baksida av arket til notatar og utrekningar. Eg oppfordra ikkje til teikning i og med at eg ikkje sa noko om det. Dette var sjølvsagt eit medvite val, då eg tenkte at eg gjennom bruken av teikning knytt til problemløysingsoppgåver vil sjå om fleire har gjort seg nytte av dette når vi gjennomførte ALP 7B i april. Eg ville då oppfordre elevane til å teikne når dei løyste oppgåvene om dei hadde bruk for det.

I gruppa med matematikksvake elevar har eg arbeidd på ein litt annleis måte. Gruppa har arbeidd med det same tema som klassen, men stoffet var forenkla og oppgåvemengda mindre.

Som lærar hadde eg i tillegg brukt teikning/modellar i større grad enn i heil klasse. For å kunne gjere ei effektmåling her, valde eg å bruke «Tegne Regne Prøven» Eg omarbeidde prøva ved å bruke andre tal enn slik det var opprinnleg. Ved gjennomføring av den første prøva fekk ikkje elevane beskjed om å teikne. Eg hadde laga plass ved kvar oppgåve slik at dei kunne teikne om dei ville, men dei vart ikkje oppfordra til det. Grunngjevinga for dette er at eg ynskte å bruke Tegne Regne Prøven for å sjå om det var ei effekt av arbeidet med visualisering ved teikning. Ved denne gjennomføringa skulle elevane følgje instruksjonane slik prøva i utgangspuktet er, altså å teikne til alle oppgåvene.

Tegne Regne Prøven er utarbeidd av Svein Nymoen, Jorunn Grøholt, Annie Selle, Rune Eigeltinger og Marit Holm. Prøva er ei vurdering av rekneforståing for barnesteget. Hovudproblemstillingane ved utarbeiding av prøva var å finne ut korleis barn tenkjer når dei løyser matematikkoppgåver, og på kva måte dei forstår matematikkoppgåvene. Her er altså føremålet å finne ut korleis eleven forstår problemstillinga i matematikkoppgåvene. Oppgåvene går ut på at elevane skal løyse oppgåvene ved hjelp av teikning. Dette kan gje læraren informasjon om korleis teksten i oppgåva er oppfatta, korleis dei organisera informasjonen og korleis dei løyser den reknemessige delen. Målgruppa for denne prøva er elevar omlag midt i 5.klasse, og kan brukast både på einskildelevar, grupper og heil klasse. Oppgåvene er innan dei fire rekneartane, og tekstoppgåvene kan vere med eitt eller fleire ledd. Det er brukt berre heile tal. Elevane bør ikkje ha tidspress, og ein kan forvente at ein tidsmessig brukar lenger tid når ein skal visualisere enn det ein normalt ville brukt om ein kunne bruke eit abstrakt matematikkspråk med berre tal, som mange av elevane i ein klasse ville finne mest naturleg. I starten av prøva skal lærar gå gjennom første side og tydeleg vise at heile teksten skal komme fram i teikninga, både talopplysningar, sjølve handlinga samt resultata av handlinga. Det er viktig at teikningane er enkle, gjerne strekteikningar og/ eller symbol (Tegne Regne Prøven, 2008).

Den teoretiske bakgrunnen for denne tenkjemåten og denne prøva er den konstruktivistiske ideen om at personar konstruera sin eigen kunnskap gjennom handling, aktivitet, tenking og refleksjon. Kunnskap kan ikkje overleverast, men må skapast i møte med nye utfordingar. Elevane må gjere eigne erfaringar som grunnlag for forståing i matematikk. Kunnskap som er bygd på forståing er langt betre forankra enn kunnskap bygd på lite meiningsberande innlæring. For å leggje grunnlag for ei slik forståing er det viktig å starte opplæringa på eit konkret nivå. Ved bruk av konkretar kan ein visualisere problemet ein skal løyse. Etter kvart vil elevane gå frå konkret til abstrakt nivå, og som eit ledd i denne prosessen kan ein nytte til dømes teikning som ei erstatning for konkretane. Teikningar og bilete gjev ei visuell oppleving av innhaldet i oppgåva og kan bidra til å auke forståinga i problemløysinga. Gjennom teikning kan såleis elevane vise si forståing av løysinga.

For den aktuelle gruppa mi i matematikk varierte ferdigheitsnivået så pass at Teikne Regne Prøven nok komme til å bli i enklaste laget for nokre av elevane, medan den passa for andre. Eg valde å bruke den, då eg meinar den var klart innafor det eg ynskte å finne ut av i oppgåva mi.

9 Erfaring med utviklingsarbeidet.

Eit utviklingsarbeid skal, som tidlegare sagt, alltid ha som mål at det skal skje ei forbetring av praksis. Behovet vårt var i utgangspunktet at vi hadde bruk for ein alternativ arbeidsmåte, i tillegg til at eg hadde nokre tankar om at visualisering ved hjelp av modellar og teikning kanskje kunne føre til større forståing i matematikk. Tanken om å visualisere teksten i oppgåva var særskilt knytt til dei elevane som hadde vanskar med abstraksjonsevna i faget. I tillegg til å arbeide med problemløysing i elevgrupper, der elevane strevar med matematikk, har vi også brukt arbeidsmåten i heil klasse.

Arbeidet med problemløysing i matematikk ved vår skule har hatt som mål at elevane skal møte oppgåver der dei skal bruke eit breitt spekter av kunnskap for å løyse oppgåvene. Dei skal såleis kunne erfare at matematisk kompetanse er noko dei har bruk for, for å kunne løyse praktiske problem i «den verkelege verda». Når vi arbeider i lærebøkene er det fokus på ein snever del av matematikken for kvart kapittel, noko som gjer at elevane gjere seg færre erfaringar med å velje reknestrategiar i møte med nye oppgåver.

Alle matematikklærarane ved skulen har vore engasjert i utviklingsarbeidet. Vi har hatt nokre møter på matematikkseksjonen der vi har utveksla erfaringar og oppgåver som har eigna seg for bruk til problemløysing. Vi har fått bruke litt ekstra møtetid på seksjon, elles ingen ressursar utover dette knytt til utviklingsarbeidet. Det at utviklingsarbeidet kom i gong som eit ynskje frå oss som underviser i matematikk og ikkje frå admininsrasjonen, har hatt to effekter. Det eine er at vi kanskje ikkje har følt at arbeidet vårt har blitt godt nok sett på dagsordenen. Det andre, som derimot har vore ein fordel, er at utviklingsarbeidet har oppstått ut frå eit følt behov, og ikkje noko andre har pålagt oss «å ha behov for». Det at vi sjølve som lærarar i matematikk ser at denne type arbeidsmåtar kan gagne elevane og tilføre noko nytt i undervisninga er etter mi meining den beste drivkrafta i eit slikt arbeid. Det må likevel seiast at vi som lærarar ikkje har vore noko homogen gruppe når det gjeld dette arbeidet. Nokre av oss har meint at dette tek for mykje tid og går på bekostning av stoffet vi skal gjennom i pensum. Det har heller ikkje alltid vore like lett å finne gode oppgåver, og differensiering av oppgåvene har delvis vore nytta. Vi har såleis arbeidd med dette på ulike måtar, både i mengde og utførelse. Nokre av oss har hatt større fokus på teikning, for å forstå oppgåva, enn andre. Det at vi brukar samtale om oppgåveløysinga i problemløysingsoppgåver er kanskje noko av det som lettast let seg implimentere i undervisninga generelt. Eg kan likevel ikkje seie at dette er nytt og skuldast utviklingsarbeidet, då mange av oss naturlegvis har brukt dette i klassane også før utviklingsarbeidet tok til.

På slutten av skuleåret hadde vi eit oppsummeringsmøte der vi som underviser i matematikk delte erfaringar med dette arbeidet. Alle lærarane som har vore med har gjeve ei vurdering av arbeidet så langt, dette vel eg å ta med her.

Lærar 1:

Mykje av problemløysinga klassa har gjort var knytt til deltaking i Unge Abel. Det bestod av 2 innleiande runder med 8 problemløysingsoppgåver på 80 minutt. Tema var frå dei ulike delane av matematikkfaget. Elevane valde sjølv metode. Mange brukte blanding av tal-rekning, teljestrekar, kryss, modell-teikning o.l. Gruppestorleik var 3-4 elevar, og det var ei blanding av sterke-svake, gutar-jenter. Nokre reine gutegrupper fordi vi er mange gutar i klassa. Vi hadde planlagte grupper, ut frå kven eg meiner er trygge på kvarandre og har god kjemi til å jobbe saman. Konkurransemomentet og tidsavgrensing var ekstra motivasjon, til godt fokus, for ca 70-80 % av elevane. Ca 20%, dei med svake ferdigheiter / karakter i matte, ramla av etter ein stund. Dei svakaste elevane hadde sjanse til å meistre berre nokre av oppgåvene. Eg foreslo nokre av dei enklare oppgåvene som dei kunne jobbe med først.

I kvalifiseringa jobba klassa med korleis eit mønster veks. Her var elevane engasjert med å finne system for auking og oppbygginga i ulike mønster. Fritt val av metode, men dei blei tipsa om å teikne figane først, og bruke ulike fargar i teikningane for å vise aukinga. Dette gjorde dei fleste i tillegg til å bruke systematisk teljing, setje inn i tabell. Dette var ein god innfallsvinkel/ tema til å forstå betydningen av X inn i rekning. Elevane meistra å forstå ganske avanserte bokstavuttrykk, og kanskje var det fordi dei kunne sjå for seg, enten konkret eller visualisere kva uttrykka representerte. Vi brukte også farga kvadratiske brikker og laga figurere som vaks i ein bestemt rytme, dette kunne også « svake» elevar gjere og forstå. I etterkant av oppgåvene arbeidde vi i par/plenum med mykje vekt på samtale og refleksjon. Dette var ein god metode for å involvere og engasjere flest mogeleg. Setje ord på tenkinga, tøre å svar fordi dei to er einig om eit svar, gje uttrykk for kva dei ikkje forstår til sidemannen. Gjennom fellessamtalene kan ein reflektere rundt feiltypar/ feilsvar i tillegg til ulike rette løysingsmåtar.

Lærar 2:

Vi har brukt litt problemløysing i matte. Det har stort sett vore oppgåver som HH har kome med. Alle elevane fekk same oppgåvene og skulle løyse desse einskildvis eller i dei para dei sit. Nokre elevar fekk det til og vart kjapt ferdige. Andre streva og brukte lang tid. Dei fekk heller ikkje til alle oppgåvene. Dei flinkaste elevane tykte nok at det vart i enklaste laget. Elevane som ikkje er så flinke i faget tykte det vart for vanskeleg. Det var ikkje nivådeling gjort av lærar, men elevar som samarbeider til vanleg og er på om lag same nivå laga sine eigne grupper etter kvart (gjekk til kompisen/venninna og lurte på kva dei hadde fått). Elevane samanlikna svara og diskuterte kva for svar som kunne vere rett.

Både i samband med løysing av desse oppgåvene og elles har elevane blitt oppfordra til å teikne for å lettare kunne sjå løysinga. Dei flinkaste elevane klarar seg utan å teikne. For andre elevar kan det å kome på at det kan teiknast vere vanskeleg nok. Dei ser kanskje på oppgåva som for vanskeleg til å kunne løyse uansett. Ved gjennomgang av svara i klassa nytta lærar visualisering i noko grad for å syne kvifor eit svar måtte bli som det vart.

I vår, etter skriftleg eksamen og før munnleg, fekk elevane prøve seg på matematikkoppgåver frå folkeskulen og framhaldskulen frå 1930-, 1940- og 1950-talet der det høvde å teikne på ein del av oppgåvene for å kunne løyse dei, eller i alle høve løyse dei lettare enn utan teikning. Men det synte seg at elevane stort sett valde å løyse oppgåvene utan teikning, og at dei tykte at oppgåvene var vanskelege. Men å gjere løysing av oppgåvene lettare ved å teikne såg ikkje ut til å fengje noko særleg. Elevane jobba einskildvis eller samarbeidde med sjølvvalde partnarar.

Lærar 3:

Det eg har fokusert på er å få opp den munnlege aktiviteten i timane, i forma av diskusjon og felles løysing av oppgåver. Dette har eg i hovudsak gjort gjennom arbeid i par med oppgåver som vi etterpå går gjennom i fellesskap. Oppgåvene har vore både vanlege oppgåver frå bøkene og problemløysingsoppgåver. Spesielt i samband med kapittelet om sannsyn og kombinatorikk har det blitt ein del spekulasjonsoppgåver. Hovudmålet er at elevane må argumentere for og søke etter ei løysing på oppgåvene i samarbeid med andre. Det må altså artikulerast eit kvart! Fokuset har vore på prosess i langt større grad enn på resultat. På jamna vil eg anslå at ein tredjedel av tida har vore nytta til denne arbeidsforma.

Oppgåver har eg henta frå diverse lærebøker, nett, kollega og dei beste oppgåvene frå årets unge Abel. Eg har i lita grad nytta homogene grupper så langt, men ser føre meg å prøve ut dette meir i framtida. Eg har oppfordra elevane til, og synt ein del døme på, teikning ï prøve å lage skisser av løysingar når dei diskuterer ï spesielt på sannsyn/kombinatorikk.

Kven liker så dette? Eigentleg føler eg at dette går veldig fint. Både svake og sterke elevar har no høgare munnleg aktivitet enn tidlegare. Det må seiast at det har vore ein gradvis auke i bruken av måten og at det nok er fornuftig i ei tilvenningsperiode. Ein viktig faktor her er at elevane ikkje oppfattar at det blir meir lekser ut av arbeidsforma ï at den foroldsvis tidkrevande dialogen ikkje tek tid frå oppgåveløysing som då må takast att heime. Har prøvd å vere veldig medviten på å presisere at dialogen erstattar og ikkje kjem i tillegg.

Lærar 4:

Mine elevar har normalt hatt ein skuletime i veka (mandagar sidan vi ikkje gjev lekser til den dagen) med problemløysing. Tid til denne timen har i utgangspunktet blitt utløyst ved at vi har køyrt omvendt undervisning i store delar av året. Vi har difor frigjort ein del tid som normalt ville blitt brukt til gjennomgang av pensum. Storparten av elevane har likt desse timane. Dei blir engasjerte, glade, frustrerte og diskuterer godt rundt oppgåvene. Nokre jobbar helst åleine, medan andre diskuterer og jobbar saman. Dei sit i utgangspunktet to og to på plassane, og jobbar anten åleine eller saman med sideelev. Elevane etterlyser problemløysing dei vekene timen går ut.

I forhold til kven som likar å arbeide med problemløysing, ser eg at ikkje berre dei flinkaste, men også dei i midtsjiktet er veldig glade i denne type jobbing. Eg ser også at sjiktet under midten ofte likar å pusle med desse oppgåvene. Dei aller svakaste melder seg også her ut.

Type oppgåver har variert, men dei er stort sett funne frå ulike stader på Internet. Oppgåvene har ofte hatt ulik vanskegrad, og vi har ofte byrja med dei enklaste oppgåvene fyrst for å kome i gong og starte maskineriet.

Lærar 5:

Bruken av problemløysing i matematikkundervisning. I vår undervisning har vi kompetansemål og læringsmål som vi må sikre oss at elevane har kjennskap til. For å vere trygge for at dette blir gjort, følgjer vi gjerne eit læreverk som er laga for å gje elevane denne kunnskapen. Læreverka er systematiske og gode i forhold til innlæring av dei ulike læringsmåla. Men eit spørsmål ein med rette kan stille seg er: Kor flinke er elevane til å nytte denne kunnskapen seinare? Vi opplever ofte at elevane til dømes seier: Skal vi gonge eller dele? Dei kan så avgjort både å gonge og dele, men dei har ikkje heilt forståing for kor tid dei skal gjere det eine eller det andre. Årsaka til dette er nok fleire, men kanskje skuldast noko at elevane gjerne lærer matematikk i faste bolkar: I denne månaden skal vi lære om prosent, og berre om prosent!

Å arbeide med problemløysing er ei motvekt til denne bås-innlæringa. Problemløysing tvingar elevane til å tenkje ut over det kapittelet ein arbeider med akkurat no, og dei må såleis ta i bruk mange av dei dugleikane dei har lært seg gjennom mange år. Skal ein bli ein dyktig matematikar er det såleis nesten avgjerande at ein får trening i denne type oppgåver.

Korleis nyttar vi slike oppgåver? Vi set av ca. ein time annankvar veke. I desse timane arbeider elevane to og to. Gjennomgang til slutt av nokre oppgåver i plenum. Oppgåvene blir henta frå lærebøkene, frå internett og noko har vi fått frå gode kollegaer. Kvar veke er der oppgåver på «Ekstra» av arbeidsplanen henta frå delane «Litt av kvart» og «Blå fargedel». Dette er oppgåver som har mykje problemløysing i seg. Dei fleste elevane likar å arbeide med slike oppgåver, i alle fall mange av dei «flinke». Kunsten er nok å finne oppgåver som høver til elevar med ulikt dugleiksnivå.

Det er eit mål at dei som samarbeider skal snakke seg gjennom oppgåvene og bli einige om ein felles løysingsstrategi. Problemløysingsoppgåver er «vanskelege» oppgåver og vi brukar lenger tid på desse. Difor lagar vi teikning, skriv tekst, formlar og viser gode utrekningar. Kontroll av svaret høyrer også med.

Eigne erfaringar:

I klassa mi har eg brukt mellom 0,5 og 1 time i veka til problemløysingsoppgåver. Elevane har arbeidd i par eller i grupper på inntil 4 elevar. Gruppene har nokre gongar vore danna ut frå plasseringa i klasserommet, altså tilfeldig samansett, og andre gongar i nivådelte grupper. Eg såg at når gruppene var tilfeldig sett saman melde dei svake elevane seg fort ut og fekk nærast ei observatørrolle. Når eg brukte nivådelte grupper vart det lettare å tilpasse vanskegrad, og deltakarane engasjerte seg i større grad i løysinga av oppgåvene, og eg som lærar kunne i større grad konsentrere meg om å hjelpe dei svakaste elevane/gruppene. Dei fleste elevane likte å arbeide med problemløysingsoppgåver, dette gjalt både sterke og svake elevar. Eg kan likevel ikkje hevde at alle var like entusiastiske kvar gong. Gruppene arbeidde i ulikt tempo og den største utfordringa var eigentleg å finne stort nok utval av gode oppgåver.

Eg oppfordra elevane mine til å teikne/lage modellar når dei løyste oppgåvene. For mange fall dette veldig vanskeleg. Alle oppgåvene var heller ikkje like godt eigna til å lage teikning til. Som lærar brukte eg nok mest tid i lag med den gruppa som fekk dei lettaste oppgåvene, desse oppgåvene eigna seg kanskje i større grad til å visualisere. Nokre av elevane hadde nytte av å visualisere, andre ikkje. Eg opplevde også at elevane i denne gruppa var mindre engasjert, dette har nok noko med typen elevar som kom i lag i ei lausare undrevisningsform. Vi brukte i større grad samtale i grupper under løysinga av oppgåvene, enn diskusjon i plenum. Etter at gruppene hadde komme fram til løysing fekk ei av gruppene vise, forklare og grunngi sin framgangsmåte for dei andre elevane. Eg erfarte også at oppgåvene innan problemløysing innebar eit visst konkuransepreg mellom elevane når dei løyste same oppgåver.

I arbeidet med problemløysing i gruppa som hadde tilrettelagd matematikk brukte vi 1 time i veka til denne arbeidsmåten. Elevane arbeidde 2 eller 3 i lag når dei løyste oppgåvene, men mange gongar vart dei oppslukt av sitt eige arbeid, og diskusjonane under sjølve oppgåveløysingavar ikkje så framtredande. I tillegg fall det seg naturleg å bruke teikning også knytt til andre typar oppgåver i denne gruppa, ikkje berre knytt til arbeidet med problemløysing. Mine erfaringar til sjølve arbeidet i klassane/gruppene vil eg kommentere i neste kapittel.

Oppsummering:

Sjølv om det viser seg at vi arbeider ulikt med problemløysingsoppgåver i dei ulike klassane og på dei ulike stega, meinar eg at vi likevel har nokre felles tankar og ei felles forståing om kvar vi vil med arbeidet vårt. Når det gjeld oppgåver, delar vi med kvarandre. Dette må nok systematiserast på ein måte som gjere at vi har oppgåver til kvar av dei tre stega, og ikkje kjem i skade for å brukar dei same oppgåvene vi har brukt tidlegare i ein klasse. Vi arbeider litt ulikt i høve homogene eller hetrogene grupper. Ein del av oss brukar par, det vil seie dei to som vanlegvis sit i lag på det aktuelle tidspunktet, desse para kan vere tilfeldig plassert i større grad enn plassert i lag ut frå fagleg ståstad. Lærar 2 kommenterte i tillegg at elevane i vedkommande sin klasse søkte i lag med andre elevar på sitt eige nivå, og som dei var vande til å samarbeide med.

Det var også ulikt korleis vi brukte oppgåvene. Nokre av oss hadde nivådeling, andre brukte same oppgåvene til alle elevane. Lærar 4 starta med lette oppgåver og gjekk over til vanskelegare etter kvart. Lærar 1 gjorde den erfaringa at når oppgåvene vart for vanskelege ramla om lag 20% av elevane av, dette var ikkje overraskande dei svake elevane. Det at dei svakaste elevane melder seg ut har også lærar 4 kommentert. Lærar 5 opplever også at arbeidsforma tiltalar dei flinke i størst grad. Sjølv erfarte eg at ved tilfeldig samansette grupper melde dei svake elevane seg fort ut. Ved at gruppene var sett saman av elevar om lag på same nivå, engasjerte det i større grad alle elevane. Det vart då også lettare å tilpasse vanskegrad på oppgåvene ut frå dei erfaringane eg gjorde.

Alle lærarane skriv at dei har oppfordra elevane til å teikne / visualisere oppgåvene, og at dei har vist på tavla korleis elevane kan gjere dette. Det vi har erfart er at dei «flinke» elevane ser lita nytte i dette. Vi ser også at dei fleste elevar treng hjelp for å komme i gong med teikning / visualisering, dei er usikre på korleis dei skal uttrykkje seg gjennom teikningane. Ut frå denne erfaringa tenkjer eg at det er ekstra viktig at elevane får opplæring i korleis dei kan lage modellar og teikne, det kan gjerne vere berre som ein «kladd», om ikkje anna så for at dei skal kunne kontrollere og vurdere svaret sitt. Lærar 1 skriv ar vedkommande brukte nettopp modellteikning når elevane arbeidde med korleis eit mønster veks i ein figur. Dette, i tillegg til systematisk teljing, var ein god innfallsvinkel til å forstå betydninga av X i rekning.

Det punktet som går att hos dei fleste av oss er bruken av samtale og refleksjon i klassar og grupper. Både gjennom at elevane samarbeider og løyser oppgåvene i lag, samanliknar og diskuterar svara, og gjennom felles løysingar og refleksjonar i plenum. Ut frå systematisk arbeid med problemløysing er dette eit av dei fire punkta som kjenneteiknar arbeidsmåten. Det er ikkje alltid ein får så store diskusonar kring løysingane, alle har gjerne fått det same svaret. Det som då kan gje læringsutbyte for elevane er å finne ut om alle har løyst oppgåva på same måte, eller om det finns fleire framgangsmåtar for å finne løysinga, og om det eventuelt finns fleire løysingar på oppgåva.

Eg har tidlegare omtala barrierar ein kan møte i utviklingsarbeidet ein gjennomfører i ein organisasjon. I vår prosess hadde vi ei positiv innstilling til arbeidet, dei involverte følte seg trygge i situasjonen, medan nokre av oss var litt skeptisk i starten til at vi skulle bruke tid på endå fleire aktivitetar utanfor læreboka. Etter kvart gjekk dette betre. Særskilt dei praktiske barrierane knytt til tid og ressursar er ofte trekt fram innan skuleverket. Det er viktig at vi tenkjer «i staden for», og ikkje «i tillegg til». Tid til samarbeid og refleksjonar kring arbeidet er også viktig. Utviklingsarbeidet vårt vart sett i gong som eit resultat av lærarane sitt ynskje om ei endring / eit tillegg i undervisninga, administrasjonen engasjerte seg litt lite i arbeidet. Det var likevel ikkje noko maktforhold som tilsa at arbeidet vårt ikkje var viktig, og vi fekk som tidlegare sagt bruke litt av den fastlagde møtetida til dette arbeidet på seksjonen.

Klare mål for arbeidet er avgjerande. Er målet med arbeidet difust, er det vanskeleg å engasjere og deltakarane arbeider ut frå eigne tankar meir enn ut frå ein felles visjon. Eg opplevde at vi kunne vore klarare i måla våre, men samstundes hadde vi ei felles forståing av kva vi ville med arbeidet. Det må seiast at eg i mitt arbeid hadde eit større fokus på visualiseringa enn det fleire av mine kollegaer hadde.

9.1 Vidareføring/spreiing

Å spreie gode innovative idear og god praksis har, I følgje Skogen (2004) vist seg å vere eit reelt problem, ikkje berre i norsk skule, men generelt. Det å skulle innarbeide ein ny praksis vil ta tid og ein vil komme til å møte både medvitne og umedvitne barrierar i arbeidet. Vårt utviklingsarbeid hadde som utgangspunkt at elevane skulle få arbeide med oppgåver dei lettare kunne relatere seg til, i tillegg har eg hatt eit overordna mål om å sjå om teikning som støtte for tanken kan hjelpe på forståinga hos elevane som har vanskar i matematikkfaget. Det vi ser, som på mange områder, er at engasjementet har stor betydning for resultatet. Sjølv om vi som lærargruppe går inn i arbeidet med ei felles forståing vil våre personlege oppfatningar og erfaringar farge det arbeidet vi gjer.

I og med at arbeidet vårt er så nytt, kan vi ikkje vise til langsiktige verknader av arbeidsmåten. Eg kan likevel seie at erfaringane så langt er blanda, men stort sett gode. Ynskjer ein å arbeide med teikning / modellar i matematikk, vil det vere naudsynt at elevane får opplæring og øving i å teikne til oppgåvene. Det er viktig å pressisere at teikninga i matematikk ikkje har noko med den teikninga vi har i kunst og handverk.

Det å teikne i matematikk med elevar som har vanskar med å ordne og forstå informasjonen i oppgåvene, synest eg har fungert godt. Denne arbeidsmåten vil eg anbefale å prøve, særskilt i det spesialpedagogiske arbeidet i matematikk. Vårt arbeid har vore knytt til elevar på ungdomsskulen. Dette arbeidet er kanskje endå viktigare og meir fruktbart blant barneskuleelevar, særskilt når bruken av konkretar forsvinn.

Eit utviklingsarbeid er eit langsiktig arbeid som bør gå føre seg over så lang tid at den nye handlingsmåten er innarbeidd og befesta i skulekulturen Vårt arbeid vart starta opp hausten 2014, og er såleis forhaldsvis nytt. Måten vi arbeider med problemløysing og teikning / visualisering bør, skal og vil variere og på den måten gje oss ein del erfaringar som vi tek med oss på vegen vidare med håp om å få denne arbeidsmåten til å verte eit godt suplement til undervisninga i matematikk ved skulen vår.

10 Observasjonar.

Målet med opplæring frå konkret til abstrakt nivå er å forsikre seg om at elevane får ei god forståing av omgrepa, reknestrategiane og ferdigheitene som skal lærast i matematikk. Når eleven sitt problem består i vanskar med å abstrahere, er det ei god hjelp og visualisere omgrep og oppgåver som skal løysast. Fleire sansar blir tekne i bruk, og undervisninga set små krav til abstrakt tenking. Ein grunnleggjande føresetnad for at elevane skal kunne tileigne seg læring er at dei dannar mentale representasjonar av dei matematiske omgrepa. Når elevar arbeider med konkretar kan dei ta i bruk mange sansar, visuelle, taktile, kinestetiske som grunnlag for forståing.

For elevar med matematikkvanskar vert undervisninga vanskelegare å begripe etter kvart som krava til symbolforståing aukar. Innhaldet i opplæringa blir meiningslaus når ein ikkje forstår orda som beskriv dei abstrakte matematikkomgrepa. Elevane kan førast eit steg vidare mot det abstrakte plan ved hjelp av bilete og teikningar i staden for konkrete gjenstandar. Når elevane får sjå teikningar og bilete, får dei hjelp til å danne seg indre førestellingar om omgrep og strategiar som mentale modellar. Det kan gjere det lettare å forstå matematikk når matematiske omgrep assosierast med bilete i hovudet. M. W. Andersen (2012) kallar det å tegne eit bilde for mentalisering. Han meinar at det å kunne mentalisere, altså kunne førestille seg oppgåva mentalt, er ein føresetnad for å kunne halde oppgåva i arbeidsminnet.

Dersom elevane sjølv får teikne innhaldet i matematikkoppgåvene ut frå eigne førestellingar, vil dette frigjere tankane frå det konkrete materieller og samstundes skape grunnlag for innsikt. Ved å bruke konkretar og knyte matematikken til situasjonar elevane kjenner seg att i vil dei fleste ha større sjanse for å meistre oppgåvene. Undervisningspåførte vanskar kan ha si årsak i at overgangen frå konkret, kvardagsnær matematikk til abstrakt og teoretisk matematikkspråk skjer før eleven er klar for det. Vanskane syner seg når det vert stilt krav om å bruke eit abstrakt språk utan bruk av hjelpemiddel. Arbeid på eiga hand, utan konkretar eller språkleg støtte kan gje ei overflatisk forståing av operasjonane. Ei overflatisk forståing kan også bli resultatet om innlæringa skjer som pugg og drill i staden for at eleven har ei grunnleggjande forståing av kva matematikken er og korleis han kan overføre kunnskapen til verkelege situasjonar. Bruken av konkretar må vere ei støtte så lenge eleven har bruk for denne støtta, men målet er å kunne bruke det abstrakte matematikkspråket utan støtte av konkretar. Likevel er det mange elevar som får vanskar fordi dei ikkje klarar sjå samanhengen mellom den formelle matematikken og den matematikken dei møter i dagleglivet. Ved å la desse elevane få bruke sitt kvardagsspråk, teikningar og konkretisering som eit støttespråk, kan ein kanskje hjelpe dei til å sjå bruken og samanhengar dei elles ikkje ville sett.

Gjennom arbeidet mitt så langt har eg gjort ein del observasjonar og funn i matematikktimane som eg vil kommentere her. Eg har fått lov til å kopiere og bruke arbeidet til elevane i denne oppgåva, sjølvsagt utan namn. At nokon av arbeida til elevane kan vere litt utydeleg ut frå scanning og kopiering seier eg meg lei for, men det var det beste eg fekk til i attgjevinga. Grublisane er kopieringsorginalar henta frå læreverket Multi 5-7. Oppgåvene vart løyst av ei gruppe elevar i 10.klasse som har vanskar med matematikk, heretter omtalt som gruppa.

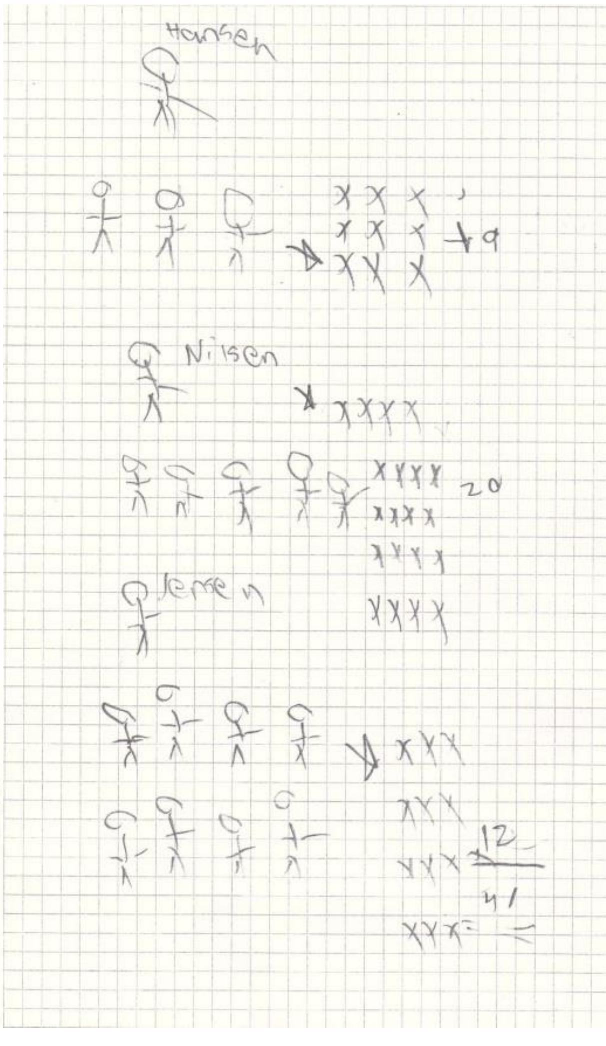
Eksempel 1


Grublisar 8

Kor mange barn?

1 Tre damer sit og fortel om familiane sine. Fru Hansen har tre barn, og dei har alle tre barn kvar. Fru Nilsen har fem barn, og dei har alle fire barn kvar. Fru Jensen har åtte barn, og halvparten har fått tre barn kvar.

Kor mange barnebarn har dei tre damene til saman?



Eleven har her starta med opplysningane i teksten, og teikna både fru Hansen, Nilsen og Jensen. Han har deretter teikna talet barn for kvar av damene. Det som kanskje er mest interessant her er at eleven no går over til å teikne kryss for barnebarna, han forenklar og brukar kryssa som ein representasjon for kvart av dei. Deretter summerar han kvar gruppe og til sist summen av alle. Oppgåva er løyst, og framgangsmåten kjem tydeleg fram.

Eksempel 2

Denne oppgåva vart løyst både i gruppa og i klassen, då som diffrensiert oppgåve for dei elevane som var svakast i faget. Elevane fekk bruke kalkulator om dei hadde behov for det i oppgåva.


Talgrublisar

1 Eit stort insekt et 54 små insekt på fire dagar. Kvar dag et det store insektet fem fleire små insekt enn det gjorde dagen før.

Kor mange små insekt et det store insektet

a den første dagen?

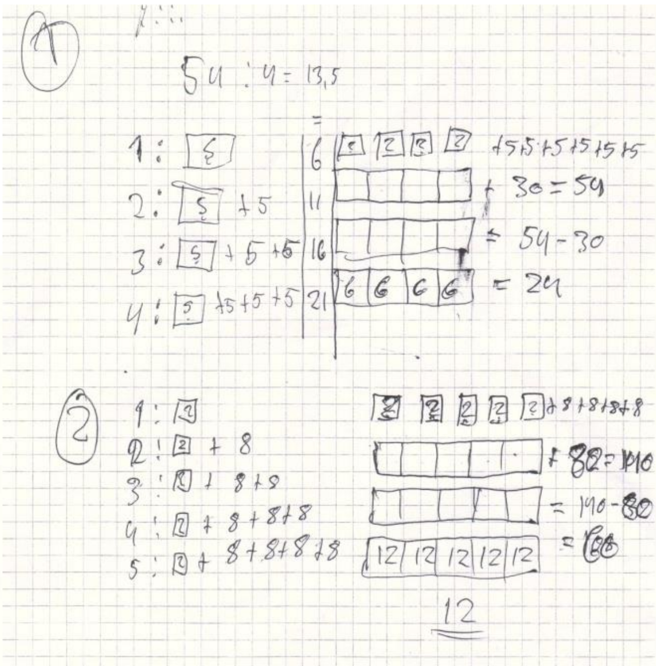
b den fjerde dagen?

2 Ein svær frosk et 140 store insekt på fem dagar. For kvar dag et han åtte fleire insekt enn dagen før.

Kor mange insekt et frosken

a den første dagen?

b den andre dagen?

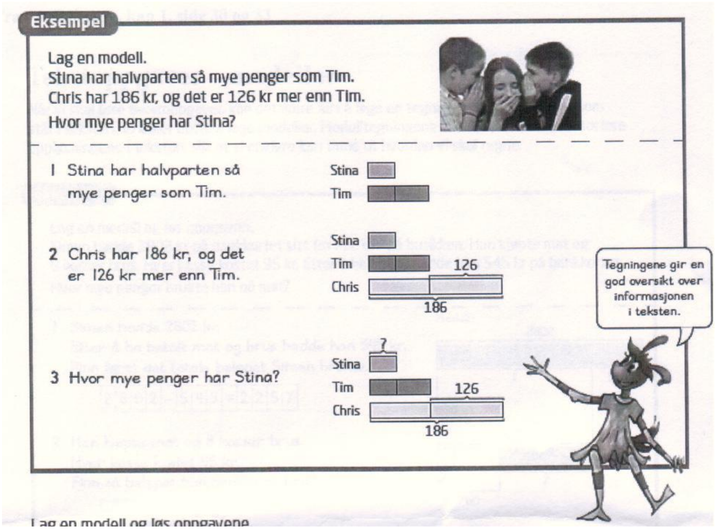


Som vi ser i oppgåve 1, prøvde eleven seg først på det som var mest nærliggande, nemleg å bruke dei tala som vart gjeve opp i oppgåva. Vedkommande delte dei 54 små innsekta på 4 dagar, og kom fram til 13,5 innsekt pr dag. Då han fekk spørsmål om det store insektet åt like mykje kvar dag måtte han revurdere svaret sitt. Dette vart for eleven heilt umogeleg å rekne ut. Her måtte det rettleiing til, og eg foreslo at vi skulle lage ein modell. Vi sette opp dag 1, 2, 3 og 4. Sidan vi ikkje visste kor mange insekt som vart etne første dagen lagde vi mengda som ein boks og plasserte eit spørsmålsteikn inni. Dag 2 åt det store insektet 5 meir enn dagen før, altså mengda som boksen representerte + 5. No såg eleven korleis det ville bli for dag 3 og 4.

Eleven måtte vidare få hjelp til å lage ei oversikt over kor mange insekt det store innsektet hadde ete. Oppgåva sa at det var 54, så vi fann då ut at dei fire boksane måtte representere 24 insekt, 54-(5+5+5+5+5+5)=24 Talet insekt vart då 24:4=6 Altså 6 innsekt første dagen.

Etter at vi hadde løyst den første oppgåva fekk elevane prøve sjølv på oppgåve 2, som var lik den første, men med andre tal. I eksempelet her ser vi at eleven lagde seg ein modell slik vi hadde gjort i første oppgåva og brukte dei opplysningane som han trengde for å rekne ut. Eg trur at eleven i rein glede over å ha funne svaret på talet insekt «i boksen», altså kor mange insekt frosken åt første dagen har gjort at han har gløymt å svare på oppgåve b. Eg opplever ofte at det er stor glede og tilfredsheit ikkje minst hos svake elevar over å klare å løyse matematiske problem.

Oppgåveløysing med modellteikning finn vi til dømes i læreverket Multi. Dette eksempelet er henta frå Multi 5A, 2.utgåve, kap 1, side 38

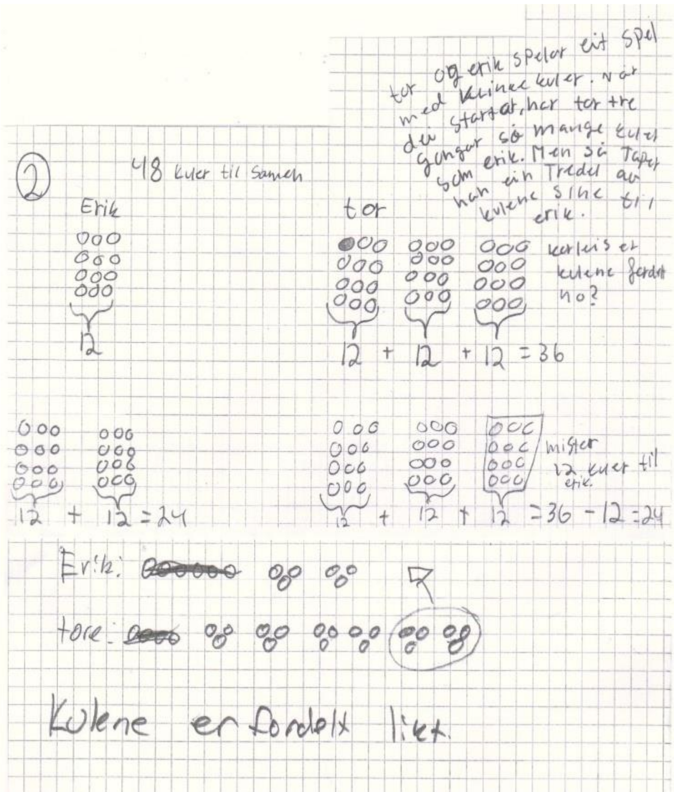


Tenkjemåten med slik modellteikning er nær beslekta med den heuristiske tenkjemåten vi finn i Singapore, den tidlegare omtala Singaporemodellen. I Singapore arbeider elevane med modellteikning i arbeidet med problemløysingsoppgåver. Det å lage modell er ein nøkkel til å løyse problemet og forstå omgrepa som er nytta.

Det eg kan sjå når vi arbeider med modellteikning, også i heil klasse, er at elevane treng opplæring i å teikne modellar. Dei fleste finn det ikkje naturleg å visualisere oppgåva på denne måten. Som eg viste til i eksempel 2, måtte eg rettleie elevane i korleis lage modell, både i gruppa og i klassen. I 10.klasse ville nok ein stor del av elevane bruke likning, med den ukjende mengda som X. Når du har komme til det punktet at du kan abstrahere og bruke det matematiske språket på denne måten, kan det bli vanskelegare å gå «eit steg tilbake» og bruke teikning/modell for å løyse oppgåva. Bruken av teikning og modellar bør difor komme tidleg i opplæringa, som eit steg på vegen til forståing.

Kvifor arbeide med å teikne og lage modellar i 10.klasse? I hovudsak er jo dette tenkt brukt for dei elevane som strevar med abstraksjonen i matematikk. I tillegg er det mange som synest matematikk er vanskeleg når dei møter problemløysing, av di dei då ikkje veit kva reknemåte dei skal nytte seg av, i motsetning til når dei arbeider innan eit spesifikt emne. I tillegg vil leseforståinga spele ei rolle i slike oppgåver. Elevar med lesevanskar får matematikkvanskar som eit resultat av lesevanskane. Brukar ein modellar/teikningar som ei visuell tilnærming i løysinga kan dette hjelpe elevane til å organisere informasjonen og løyse oppgåvene stegvis, og ikkje minst frigjere arbeidsminnet.

Eksempel 3



Dette er ei oppgåve med mange løysingar, eg har teke med to av løysingane elevane kom fram til. Det som var vanskeleg her var at elevane måtte definere ei mengde sjølv. Elevar med vanskar i matematikk er gjerne meir rigide i tenkjemåte i høve tal. Det kan vere vanskeleg å forstå at ein kan bestemme ei mengde, og at det ikkje er akkurat ei mengde som er det rette svaret. Dette går på forståinga av brøk som delar av ein heilskap. Svaret her var altså at kulene var fordelt likt, noko som begge desse elevane kom fram til, trass at dei brukte ulike mengder. I oppgåva står det at Tor har tre gongar så mange kuler som Erik, altså må ein definere mengda som Erik har før ein veit kor mange Tor har. Her treng ein lesekompetanse for å forstå kva opplysningane i oppgåva fortel oss. Teikningane visualiserte her kulene til dei to gutane i oppgåva, og gjorde det lettare for desse elevane å finne løysing.

Eksempel 4


Grublisar

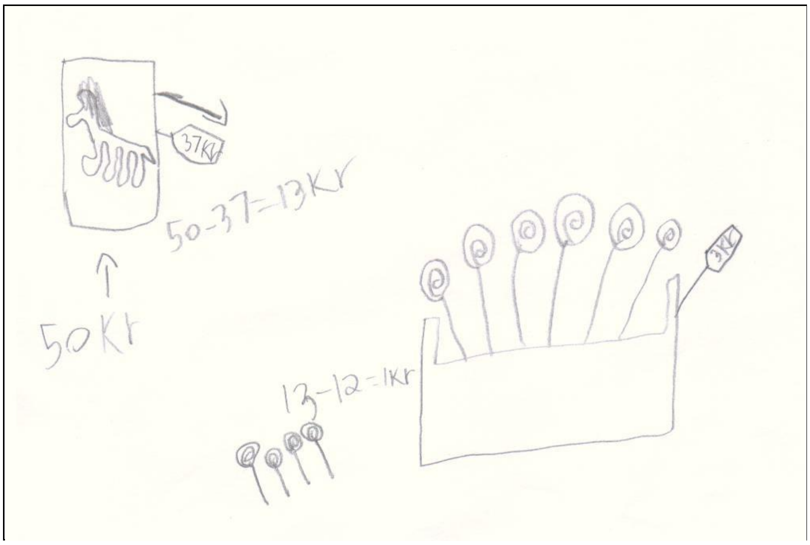
1 Det er Halloween. Anna skal kjøpe inn godteri til alle barna som kjem på døra hennar.

Ho ventar 26 barn kvar time i 4 timar. Kvart barn får tre godteri.

Kor mange godteri må Anna kjøpe?

Dette er eksempel på at løysingane ikkje alltid er enkle og tidsbesparande. Eleven som løyste denne oppgåva jobba iherdig for seg sjølv. Han har laga ein sirkel som representerar kvart av dei 26 barna som kjem kvar time i 4 timar. Han har gått stegvis fram i høve opplysningane i oppgåveteksten. Kvart barn får 3 godteri, =3 bak kvar sirkel. Mellomrekninga, 26*3=78, har han ikkje med på papiret, men han har rekna ut at 78 godteri kvar time i 4 timar utger 312 godteri tilsaman. Eleven uttrykte ei god meistringskjensle etter å ha løyst oppgåva, og på spørsmålet om han hadde klart å rekne ut dette utan å lage ei teikning av det, svarte han eit klart «NEI».

Eksempel 5



Denne eleven viser ein anna framgangsmåte når deg gjeld å lage teikning til reknestykket. Oppgåva gjekk ut på at eit barn fekk med seg 50 kr til ein marknad. Vedkommande kjøpte ein leikehest for 37 kr. For resten av pengane kjøpte han slikkepinnar, desse kosta kr 3 pr stk. Kor mange kroner hadde han i rest?

Eg spurde om han kunne klare å vise framgangsmåte ved å lage ei teikning til oppgåva. Eleven viser at han har med 50 kr (pil), hesten er teikna og prislapp står på, deretter kjem reknestykket 50-37=13 Slikkepinnane er teikna og prisen står på, dei fire slikkepinnane han har råd til å kjøpe er teikna for seg. Reknestykket 13-12=1

Gruppa som gjennomførte «Tegne Regne Prøven» hadde først ein tilsvarande test, laga med utgangspunkt i Teikne Regne Prøven), men med andre tal. Dette vart gjort for at eg skulle ha eit samanlikningsgrunnlag for å sjå om det hadde noko effekt at elevane teikna til oppgåvene. Elevane vart ikkje oppfordra til å teikne på denne testen, likevel brukte fleire av dei teikning når dei løyste ein stor del av oppgåvene. Nettopp det at elevane brukte teikning på mange av oppgåvene i den første testen gjorde det vanskelegare å sjå om det var noko endring i løysinga av oppgåvene hos desse elevane. Den første testen vart gjennomført i februar, vi hadde såleis brukt teikning som strategi i matematikktimane og det var for all del flott å sjå at fleire av dei valde å bruke denne strategien uoppfordra på ein test. Ved samanlikning av resultata på dei to testane/prøvene viste det seg at fire av dei sju elevane i denne gruppa hadde eit betydeleg betre resultat på den andre testen (dei andre tre hadde eitt poeng mindre, likt, eller eitt poeng meir). Ein av elevane hadde faktisk alle tretten oppgåvene rett på på den andre testen mot kun åtte rette på den første.

For klassa mi gjennomførte eg ALP 7A (januar) og 7B (april). Ved gjennomføring av 7A fekk ikkje elevane instruks om å bruke teikning som visualisering, det gjorde dei derimot då vi gjennomførte 7B. ved samanlikning av resultata på 7A og 7B, ser eg at dei fleste elevar presterer om lag på same nivå på begge testane. Eg har plukka ut ei oppgåve på 7B som eg vil analysere litt nærare. Grunnen til at eg valde den er at det er ei oppgåve som høver godt til teikning, men som mange av elevane har feil på.

Oppgåve 10 (ALP 7B)

Ella syr en skjorte. Hun hadde tenkt å ha fem knapper i den. Avstanden mellom den første og den siste knappen skulle være 40 cm. Hun ombestemmer seg og vil ha seks knapper i stedet.

A Hvor stor skulle avstanden være mellom den første og den siste knappen?

B Hvor stor ville avstanden mellom hver knapp vært hvis det hadde vært fem knapper?

C Hvor stor blir avstanden mellom hver knapp når det er seks knapper?

N=23	Rett teikning og rett svar	Rett teikning og feil svar	Feil teikning, feil svar	Ikkje teikna, men rett svar	Ikkje teikna og feil svar	Ikkje svart
A				91,3%	4,3%	4,3%
B	30,4%	4,3%	4,3%	8,7%	47,8%	4,3%
C	34,8%	4,3%	17,4%		34,8%	4,3%

Svaret på A les ein direkte ut av teksten, her hadde ein elev (=4,3%) ikkje komme så langt, ein hadde svara feil og resten svara utan å teikne. På B ser eg at nesten halvparten av elevane har gjeve feil svar, dei har heller ikkje laga noko teikning til oppgåva. Derimot har nesten 1/3 av levane laga teikning og fått rett svar. Berre ein elev har teikna rett, men gjeve feil svar. Kun to elevar har her klart å finne svaret utan å teikne. På det siste svaret er det nokon fleire som har prøvd å teikne, ein del av desse har teikna feil og svara feil, medan over 1/3 har ved rett teikning gjeve rett svar. Feilen hos dei aller fleste er den same, med fem knappar delar dei på fem, og tenkjer då ikkje på at det kun er fire mellomrom. Tilsvarande på svar C.

Eg kjenner desse elevane godt, både sterke og svake sider. Fleire av dei elevane som normalt ligg på høg måloppnåing i matematikk har gjort feil på denne oppgåva. Det som er påfallande for meg er at av dei elevane som har teikna og fått rett på B og C er tre av elevane å rekne blant dei som presterar under middels i matematikk, dei presterar derimot godt på oppgåver i kunst og handverk. Kanskje har desse elevane sin styrke innan det visuelle området, og nettopp difor klarar å framstille teikningar som hjelper dei å løyse oppgåvene?

Eg kan på ingen måte drage noko slutning ut frå eit så lite materiale som eg har her. Eg kan derimot sjå at for denne klassen og på denne oppgåva er det ein tendens til at elevane som har teikna i større grad har fått til oppgåva. Eg kan også hos elevane eg har på gruppe sjå teikn på at teikning er med på å gjere oppgåvene meir forståeleg, og at elevane får til å løyse fleire oppgåver, så lenge oppgåvene ikkje er for kompliserte.

11 Diskusjon

I følgje internasjonale rapportar, TIMSS og PISA, ligg matematikkkunnskapane i den norske skulen langt bak det vi bør kunne forvente sett frå eit internasjonalt perspektiv. TIMSS, Trends in International Mathematics and Sience Study, er ein internasjonal studie som målar kunnskapar og ferdigheiter i matematikk og naturfag i skulen. Undersøkinga beskriv elevprestasjonar på 4. og 8. steg og samanliknar endringar over tid. Den siste rapporten (Grønmo m.fl. 2012) viser at norske elevar på 8.steget har hatt ein klar og signifikant framgong i matematikkprestasjonar frå 2003 til 2011. Noko av grunnen til denne framgongen *kan* vere eit resultat av ei auka satsing på matematikkundervisninga på barnesteget. Resultata over endringane i matematikkskår for 4.steg viser ein markant framgang i det same tidsrommet, trass i framgongen er prestasjonane framleis svake sett i eit internasjonalt perspektiv.

Ein av grunnane til at våre elevar presterer så pass dårleg i desse studiane er i følgje rapporten blant anna at norske elevar er svake på området Tall på 4.steg, og Algebra på 8.steg. Aritmetikk/tal og algebra vert i rapporten beskrive som «motoren» i matematikken. Begge områda høyrer inn under det som vert kalla rein matematikk, noko som vi i vår norske skule legg for lita vekt på i motsetning til «kvardagsmatematikken».

Matematikk i dagleglivet kom inn som eige emne i L97, men den praktiske tilknytinga har alltid vore tilstades i læreplanane våre (R. Mosvold, Tangenten 2/2008). Det har vore viktig med daglegdagse og praktiske situasjonar som eit utgangspunkt for diskusjonar og opplæring i matematiske omgrep. Praktiske situasjonar i oppgåvene må ikkje forvekslast med å arbeide praktisk med matematikk, men kan i mange tilfelle vere det næraste ein kjem praktisk matematikk. Problemløysingsoppgåver kjem stort sett under denne kategorien, det er praktiske problem som skal løysast teoretisk. På vår skule har vi valt å arbeide med problemløysing nettopp for at elevane skal føle at matematikken er nyttig. Internasjonale rapportar fortel oss derimot at vi arbeider for mykje på denne måten på bekostning av meir teoriretta matematikkopplæring. Eg kan ikkje her gå inn påei samanlikning av skulesystema i dei ulike deltakarlanda, men finn å kunne presisere at vi i den norske skulen har inkludert alle elevar på alle nivå. Når vi då ser på korleis vi skal kunne få alle elevane våre gjennom eit obligatorisk 10-årig skuleløp og vurdert etter same mal, er kanskje motivasjonen hos mange av elevane ein av dei viktigast faktorane når vi vel å arbeide slik vi gjer.

PISA (Programme for International Student Assessment) er ei internasjonal undersøking som studerar kompetansen til elevane på det tidspunktet som representerar avslutninga av den obligatoriske skulegongen, hos oss 15-åringar. Definisjonen av matematisk kompetanse ligg i å kunne identifisere og formulere matematisk løysbare problemstillingar. Vidare kunne bruke kunnskapen og ferdigheitene, og til slutt vurdere korleis løysinga kan hjelpe dei til å forstå problemstillinga som var utgangspunktet for oppgåveløysinga. Innanfor matematikkprestasjonar ligg Noreg ganske stabilt, men framleis under gjennomsnittet. Norske og nordiske elevar rapporterar blant anna at dei ofte arbeider med oppgåver der dei skal anvende matematikk i ein kvardagskontekst, i tilleg til øving av rutinemessig ferdigheiter. Som nemt tidlegare har Singapore vore trekt fram som eit døme på land med gode matematikkresultat, dette gjerne knytt opp til den heuristiske måten å arbeide på med modellteikning og problemløysing. Det er i PISA-rapporten (Kjærnsli og Olsen red. 2012) påfallande at dei aust-asiatiske landa ligg svært høgt på framstillingane.

Swee Fong Ng og Kerry Lee skriv i artikkelen «The Model Method: Singapore Childrenǒs Tool for Representing and Solving Algebraic Word Problems» (2009) at det å løyse problem innan aritmetikk og algebra er nøkkelkomponenten på alle nivå i Singapore sitt matematikkpensum. Likevel er problemløysing eit av dei mest problematiske områda innan pensumet. Dei viser til at ein rekkje studiar har vist at bruken av visuell og konkrete representasjonar forbetrar ytelsen når det gjeld problemløysing. Blant anna viser dei til den russiske forskaren Davydov som gjennom sitt pensum arbeidde med å utvikle barn sin evne til å løyse komplekse problemstillingar ved å teikne og dermed, gjennom visuelle modellar, kunne analysere og uttrykkje kvantitative forhald og kunne bruke symbol for å manipulere desse.

Studien desse to gjennomførte støttar forskinga der undervisning i ferdigheiter innan representasjon, her teikne modellar, støttar elevar med gode evner. Vel så viktig er det at dette også opnar veien for den gjennomsnittlege eleven, det er ikkje ein alt-eller-ingenting-prosess. Eleven kan lære seg modellen som ein algoritme, men den krev refleksjon i høve problemstillinga. Først i form av teikning, så i form av ein serie av aritmetiske likningar. Dette må først lærast, deretter vel elevane korleis dei vil bruke det dei har lært.

Eg opplever også at i arbeidet med problemløysing og teikning må elevane få opplæring/modellering i korleis visualisere oppgåvene. Der er inga sjølvfølgje at elevar klart ser for seg korleis dette skal framstellast. Ein kan heller ikkje skilje mellom svake og sterke elevar på området. Meir sannsynleg er det at nokre av oss har lettare enn andre for å kunne få dei mentale representasjonane vi har i hovudet ned på papirer som bilete/teikningar/modellar.

Van Essen og Hamaker (1990) seier at det å teikne som ein del av leseforståinga i matematikk kan vere med på å byggje opp ein riktig representasjon på fleire område. For det første vil ei teikning vere med på å frigjere arbeidsminne, vidare vil ein gjennom teikningane gjere problemet meir konkret. Informasjonen kan lettare vere attkjennbar når ein har laga teikning, og i tillegg kan kjenneteikna på problema vere lettare å oppfatte ut frå teikningane. Van Essen og Hamaker seier vidare at sjølvproduserte teikningar er eit verktøy både for å analysere og løyse problemoppgåver.

I artikkelen «Using Self-Generated Drawings to Solve Arthmetic Word Problems» beskriv dei to forfattarane to interventionsstudiar gjennomført ut frå spørsmålet om ein ved å oppmuntre barneskuleelevar til å teikne til problemløysingsoppgåver kan forenkle gjennomføringa av oppgåvene. Funna deira indikerte at femteklassingar (fifth graders) oppnådde betre resultat når dei vart instruert til å lage teikningar i løysinga av oppgåver. Det å lage teikning var derimot ingen garanti for å finne det riktige svaret, men det var med på å auke sjansen for å opppfatte problemet rett. Det som ofte gjenspegla seg i teikningane var tolkingsfeil, noko som ein like gjerne kunne anta hadde si årsak i manglande kunnskapsnivå. Ein såg at elevane frå dette studiet brukte meir teikning og forbetra ytelsen sin innan dette området i etterkant.

Ein tilsvarande studie av første- og andreklassingar genererte ikkje verken meir teikning eller eit betra resultat på testen dei gjennomførte. Van Essen og Hamaker hadde for lite data til å kunne gje eit fast svar på denne årsaka. Deira tentative tolking gjekk ut på at desse elevane ikkje mislukkast i å lage teikningar ut frå vanskar med sjølve strategien, men truleg meinte elevane at det å visualisere og lage teikningar for å forenkle oppgåver var til lita hjelp for kunne løyse problema.

Avgjera om å lage teikning trur van Essen og Hamaker er avhengig av vurderinga av at dette vil gjere det lettare å finne løysinga på oppgåva. Å lage ei teikning er ikkje eit universalmiddel for løysing av matematiske problem. Forfattarane viser til at tidlegare studier indikerar at eigenproduserte teikningar ofte er til lite hjelp for leseforståinga, trass at problema kan vere lette å visualisere. Å lage teikning er altså ikkje eit legemiddel når ein elev ikkje innehar dei kunnskapane han treng for å kunne løyse oppgåvene. Mangelen på relevant kunnskap vil gjerne føre til teikningar som viser tolkingsfeil. Innehar derimot eleven relevant kunnskap kan teikninga vere eit verktøy for analysering og utdjuping, og føre til auka sjanse for at problemsituasjonen er attkjennbar.

I gruppa eg har arbeidd med siste året sleit alle med matematikken, noko årsak går eg ikkje inn på her. Dei fungerte likevel på ulikt nivå og var ikkje ei einsarta gruppe. Fleire hadde svært rigide teknikkar når dei rekna, og mange av dei hadde lite automatiserte matematikkunnskapar. Likevel hadde gruppa ein fantastisk motivasjon for å arbeide med faget, og ei stor tilfredsheit i å løyse oppgåver. For fleire av desse elevane var det meir naturleg å teikne enn for andre, og mange klarte å teikne seg fram til løysingane.

Sandra M. Crespo og Andreas O. Kyriakides har i artikkelen «To Draw or Not to Draw: Exploring Childrenõs Drawings for Solving Mathematics Problem» (2007) sett på bruken av teikning for å løyse matematiske problem. Dei viser til Pólya sin problemløysingsstrategi som enkelt sagt går på at det «biletet» du får ned på papiret består i motsetnad til det du har i fantasien, noko som gjere at vi ikkje treng gjenskape dei tidlegare betraktningane. ï Eller enklare sagt; noko som frigjer arbeidsminnet. Dei seier også at forskarar rapporterar at studentar som teiknar forstår dei matematiske operasjonane betre enn dei som kun brukar symbol eller ser på teikningar som andre har laga (viser til Dirkes 1991), medan andre rapporterar at studentane ikkje ser nytta av teikningane og til og med ser på det som ein måte å jukse på i løysinga av oppgåver (viser til Sowder 1988).

I deira undersøking såg dei nærare på teikningar gjort av 121 elevar frå 1.-4. klasse (grade). På denne skulen var det å teikne ein vanleg strategi innan løysing av oppgåver i matematikk, der elevane vart oppmuntra til å vise korleis dei tenkte ved hjelp av bilete og ord. Oppgåvene dei har valt er opne oppgåver, det vil seie oppgåver som har fleire løysingsalternativ og oppgåvene let seg lett visualisere ved teikning. Alle fire stega fekk dei same oppgåvene. I gjennomgangen av resultata ser dei at mange av elevane, trass i at dei teiknar rett, gjev feil svar. Ved å studere teikningane til elevane såg dei atdei kunne dele framstillingane i to kategoriar, piktografiske og ikoniske, der dei pikotgrafiske var svært detaljerte og realistiske i motsetnad til dei ikoniske. Dei undersøkte vidare om måten å teikne på hadde noko å seie for løysinga av oppgåva. Samanlikningar gjort av dei to oppgåvene elevane hadde løyst, og klassesteget til eleven ga mange spennande funn, men ingen funn som kunne gje ein konklusjon. Ein må dermed gå ut frå at det er meir i elevane sine teikningar enn det ein kan sjå med auga, i følgje Crespo og Kyriakides.

Crespo og Kyriakides oppsummerer undersøkinga si med at mykje av det som vert sagt om teikning som problemløysing har ein tendens til å understreke fordelane i større grad enn ulempene ved denne metoden. Det som viser seg er at ein ikkje automatisk kan vente seg at elevan veit korleis dei skal lage teikningar som er med på å løyse problema dei står overfor i oppgåvene. Teikningar i ulike fag har ulikt føremål. Når ein teiknar i matematikk bør ein difor fokusere på kva, korleis og kvifor elevane skal teikne. Crespo og Kyrakides påpeikar at vi treng finne ut meir om elevane sine teikningar i matematikk for å kunne lære dei forbindelsen mellom problemet dei skal løyse, teikninga dei lagar og svaret dei gjev på oppgåva.

Når eg har arbeidd med problemløysing i heil klasse har eg opplevd at elevar som vanlegvis ikkje presterar så godt i faget ser løysingar på problema lettare enn fleire av dei elevane som vanlegvis gjere det godt på prøver. Kanskje kan det vere at ein del av dei flinke elevane jobbar godt innan kvar kapittel og framfor prøver, lærer seg algoritmar og kjenner løysingsmåtane. Når dei møter samansette problemstillingar kan det vere vanskelegare å finne den rette framgangsmåten for løysing av oppgåva. Hos andre elevar har den praktiske tilnærminga i oppgåvene større apell og dei ser kanskje lettare føre seg korleis dei kan løyse problemet. Eg har ikkje noko belegg for å påstå verken det eine eller det andre, men det er lov å undre seg over at det er slik.

Når det gjeld å presentere teikning som strategi for dei «flinke» elevane, kan dette vere vanskelegare enn for dei «svake» elevane. Dei flinke elevane har tileigna seg symbolspråket, og det å teikne vil gjerne følast som å ta eit steg tilbake. Ved å teikne eller lage modellar kan ein derimot få ei djupare forståing av det ein gjer, på same måte som når ein forklarar for andre korleis ein tenkjer ved løysing av oppgåver. Det er såleis ikkje vekkasta arbeid, men motivasjonen for å gjere det kan derimot vere langt svakare enn hos dei som strevar med det abstrakte symbolspråket som matematikk er.

Vi er framleis i starten av utviklingsarbeidet ved vår skule og har gjennom evaluering av det første året gjort oss ein del erfaringar som vi tek med oss i det vidare arbeidet. Erfaringane våre viser i hovudsak at dette er noko vi ynskjer å arbeide med og fokuserer på til det er ein så pass naturleg del av faget at vi kan seie at det er implementert i undervisninga ved skulen vår. I tillegg, ut frå mine erfaringar, vil eg nok prøve å dra med meg mine kollegaer i større grad når det gjeld å bruke teikning som strategi for å løyse oppgåver, særskilt for elevar som slit med forståinga av det abstrakte symbolspråket som matematikk trass alt er.

12 Konklusjon

Gjennom evaluering av utviklingsarbeidet vi er i gong med ved skulen vår, opplever vi som matematikklærarar at arbeidet med problemløysingsoppgåver er eit godt supplement til den ordinære lærebokundervisninga. Vi arbeider på ein anna måte i desse timane, særskilt den munnlege aktiviteten der samarbeid, diskusjonar og refleksjonar kring løysinga er sentral. Målet med problemløysingsoppgåver var i utgangspunktet at dei svakaste elevane skulle få oppgåver med eit innhald dei lettare kunne relatere seg til. Det viser seg at dersom vi ikkje er flinke til å tilpasse vanskegrada på oppgåvene, vil dei svakaste elevane gje opp på lik linje med kva dei gjere i møte med andre oppgåvetypar. Best resultat vil vi truleg få ved å arbeide i homogene grupper med ulike og nivådelte oppgåver. På den måten kan vi klare å engasjere fleire elevar i løysingane, og samtalene kring løysingane, av oppgåvene.

Å forstå det abstrakte matematikkspråket er det overordna målet i matematikkundervisninga i skulen vår. Når ikkje alle elevane likevel klarar denne overgongen frå det konkrete til det abstrakte, må vi prøve ulike innfallsportar i undervisninga for å nå inn til desse elevane og gjere matematikken meir forståeleg. Når eg i dette arbeidet ynskte å bruke visuelle uttrykk som modellar og teikningar for, om mogeleg, å oppnå større forståing, hadde dette sitt utspring i at eg sjølv opplever at det å teikne/modellere gjev meg ei klarare framstelling av problemet. Eg gjekk ikkje ut frå at dette ville gjelde alle elevar, men synast det var interessant å sjå om det hadde noko merkbar verknad for elevane eg hadde som har vanskar i matematikkfaget. Elevgruppa eg arbeidde med var lita, men kan vere representativ for ei gruppe med elevar med vanskar knytt til matematikk. Eg kan såleis ikkje dra noko generell slutning, men byggjer vurderingane på korleis det fungerte for nettopp denne gruppa. I tillegg har vi brukt problemløysing i 9 klassar, 3 klassar på kvart steg, dette arbeidet har vi bygt erfaringane våre på.

Det eg såg var at mange elevar, både sterke og svake, fann det vanskeleg å teikne til oppgåvene. Elevane må få opplæring i korleis dei skal gjere dette, og det er viktig at dei får om ein ynskjer at elevane skal arbeide med dette. I oppgåver der elevane skal lage modellar krevst det større presisjon enn i teikningar som vert laga som ei støtte for tanken. Desse frie teikningane skal hjelpe eleven til å sortere opplysningane og forstå kva det vert spurt etter. Eg opplevde at mange av elevane som brukte denne type teikningar i større grad klarte å løyse oppgåvene dei fekk enn om dei ikkje skulle teikne. Mange flinke elevar svarar for fort på oppgåvene, ei «lita visualisering» kunne kanskje eliminert ein del av slurvefeila i både kapittelprøve, tentamen og sikkert også eksamen. Dette såg eg i eksemplet med ALP 7B, der fleire av dei svake (i tillegg til sterke elevar), elevane hadde teikna og fått rett svar medan mange av dei sterke ikkje hadde teikna og hadde feil svar. Eg ser ikkje vekk frå at ein del elevar ser på teikningar som eit uttrykk dei er komne forbi når dei er ungdomsskuleelevar, og at dette kan vere ein av grunnane til at mange vel dette vekk. Har ein ikkje bruk for teikningane, skal ein ikkje tvinge elevane til å teikne. Det ein derimot skal vere merksam på er at på lik linje med at det å bruke munnleg matematikk, t.d. ved å få elevar til å forklare for andre aukar dei kompetansen i faget, *kan* kanskje også visualiseringa vere med på å gje den same verknaden.

Å teikne til matematikkoppgåver er ikkje eit universalmiddel for å få elevane til å forstå matematikken, men som eit suplement kan det hjelpe mange elevar til å forstå og løyse oppgåver dei elles ikkje ville fått til. Ut frå det vi veit om meistring og motivasjon, kan kanskje dette vere med å gjere matematikkvardagen *litt* lettare for ei stor gruppe elevar.

Litteraturliste

Alseth, Bjørnar; Nordberg, Gunnar og Røsseland, Mona (2006). *Multi 5A og 5B. Matematikk for barnetrinnet.* Gyldendal undervisning

Alseth, Bjørnar og Røsseland, Mona. () *Meninger og myter om matematikkfaget.* Fiboline.no

Andersen, Michael Wahl og Korgh, Trine Kjær (2012) *Les og forstå matematikk.* Cappelen Damm.

Armstrong, Thomas (2003). *Mange intelligenser i klasserommet.* Abstrakt forlag.

Betre skole, tidsskrift for lærere og skoleledere, nr 3, 2015, s 8. *Motivasjon er ikke noe elevene har ï den blir skapt i skolen.* Utan forfattar. Vist til: vitenskap.dk

Befring, Edvard (2004). *Skolen for barnas beste.* Det Norske Samlaget.

Befring, Edvard og Tangen, Reidun (red.) (2004). *Spesialpedagogikk.* Cappelen Akademiske Forlag.

Befring, Edvard (2007). *Forskingsmetode med etikk og statistikk.* Det Norske Samlaget.

Berg, Gunnar (2007). *Skolekultur. Nøkkelen til skolens utvikling.* Gyldendal Akademisk.

Chinn, Steve (2013). *Når matte blir vanskelig. Hvordan hjelpe elever med matematikkvansker.* Kommuneforlaget.

Chrespo, Sandra M. og Kyriakides, Andreas O. (2007) *To draw or not to draw: Exploring Childrenôs Drawings for Solving Mathematics Problem.* Teaching Children Mathematics, Vol 14. No. 2 (september 2007), pp. 118-125. National Council og Teachers of Mathematics. Stable URL: http://www.jstor.org/stable/41199073

Einseth, Anders (red.) (2008). *Matematikkvansker. Metode og teori.* Pedlex Norsk Skoleinformasjon.

Grønmo, Liv Sissel; Onstad, Torgeir; Nilsen, Trude; Hole, Arne; Aslaksen, Helmer og Borge, Inger Christin (2012) *Framgang, men langt fram. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011.* Akademiske Forlag

Handal, Gunnar og Lauvår Per (1999). *På egne vilkår. En strategi for veiledning med lærere.* Cappelen Akademiske Forlag.

Hiim, Hilde (2010). *Pedagogisk aksjonsforsking*. Gyldendal Norsk Forlag.

Holm, Marit (2012). *Opplæring i matematikk.* Cappelen Damm Akademiske.

Holmberg, Jorun Buli og Lyster, Solveig Alma Halaas (2000). *Spesialpedagogiske arbeidsmåter.* Gyldendal.

Høines, Marit Johnsen(1998). *Begynneropplæringen. Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning.* Caspar Forlag.

Imsen, Gunn (1998). *Elevens verden. Innføring i pedagogisk psykologi.* Tano Aschehoug.

Informasjon Singaporemodellen. Kva er heuristikk? docplayer.no/1987357-Informasjon-singaporemodellen.html

Johannesen, Eva; Kokkersvold, Erling og Vedeler, Liv (2010). *Rådgiving. Tradisjoner, teoretiske perspektiver og praksis.* Gyldendal Akademiske.

Kjærnsli, Marit og Olsen, Rolf Vegard (red.) (2012) *Fortsatt en vei å gå. Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012.* Universitetsforlaget.

Kunnskapsløftet (LK06). www.udir.no

Lund, Torbjørn; Postholm, May Britt og Skeie, Geir (red.)(2010) *Forskere i møte med praksis.* Tapir Akademisk Forlag, Trondheim.

Lunde, Olav. *Har eleven matematikkvansker ï og hva skal vi gjøre for å oppnå mestring?* www.matematikkvansker.net/pdf/artikkel 1.pdf

Lunde, Olav (2001). *Tilrettelagt opplæring for matematikkmestring.* Info Vest Forlag.

Lunde, Olav (2010). *Hvorfor tall går i ball. Matematikkvansker i et spesialpedagogisk fokus.* Info Vest Forlag.

Malmer, Gudrun (2007). *ALP. Analyse av leseforståelse innenfor problemløsning. Et kartleggingsmateriell i matematikk for 2.-10.trinn.* GAN Aschehoug

Mosvold, Reidar. *Refleksjoner omkring hverdagsmatematikk.* Tangenten, tidsskrift for matematikkundervisning, 2/2008. Caspar Forlag

Ng, Swee Fong og Lee, Kerry (2009). *The Model Method: Singapore Childrenῶs Tool for Solving Algebraic Word Problems.* Journal for Research in Mathematics Education, Vol 40, No 3 (May, 2009), pp 282-313. National Council of Teachers of Mathematics. Stable URL: http://www.jstor.org/stable/40539338

Nordahl, Thomas (2010). *Eleven som aktør. Fokus på elevens læring og handlinger i skolen.* Universitetsforlaget.

Nottingham, James (2012). *Læringsreisen, hvordan skape aktiv læring og refleksjon i klasserommet.* Cappelen Damm.

Nymoen, Svein; Grøholt, Jorunn; Selle, Annie; Aigeltinger, Rune og Holm, Marit (2008) *Tegne Regne Prøven. Vurdering av grunnleggende regneforståelse* **ï** *en matematikkprøve for barnetrinnet.* www.statped.no/torshov

Olavsen, Audun Rojahn og Maugesten, Marianne (2009). *Matematikkdidaktikk i klasserommet.* Universitetsforlaget.

Ostad, Snorre (2008). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring.* **ï** *Med fokus på elever med matematikkvansker.* Læreboka Forlag.

Ostad, Snorre (2010). *Matematikkvansker, en forskningsbasert tilnærming.* Unipub.

Postholm, May Britt og Moen, Torill (2009). *Forsknings- og utviklingsarbeid i skolen. En metodebok for lærere, studenter og forskere.* Universitetsforlaget.

Rapport fra det 1. nordiske forskerseminar om matematikkvansker, Kristiansand 25.-28. september 2001. *En matematikk for alle i en skole for alle.* Info Vest Forlag.

Rapport fra Tidsbrukutvalget. www.regjeringen.no/no/.../Rapport-fratidsbrukutvalget/

Røsseland, Mona. *Hva er matematisk kompetanse?* Tangenten, tidsskrift for matematikkundervisning, 1/2005. Caspar Forlag

Røsseland, Mona. *Hva er matematisk kompetanse?* **ï** *del 2*. Tangenten, tidsskrift for matematikkundervisning, 2/2005. Caspar Forlag

Røsseland, Mona (2008) *Hva er det Singapore gjør som ikke vi gjør?* Artikkel frå LAMIS sommerkurs rapport 2008. fiboline.no

Sandell, Marie (2006). *Alle kan lære!* **ï** *men ikkje på same måte, og ikkje på same dag.* Kommuneforlaget.

Sigmundsson, Hermundur (red.) (2008) *Læring og ferdighetsutvikling.* Tapir Akademisk Forlag, Trondheim.

Sjøvoll, Jarle (2006). *Tilpasset opplæring i matematikk.* Gyldendal Norsk Forlag.

Skogen, Kjell og Sørlie, Mari-Anne (1992). *Innføring i innovasjonsarbeid.* Universitetsforlaget.

Skogen, Kjell (2004). *Innovasjon i skolen. Kvalitetsutvikling og kompetanseheving.* Universitetsforlaget.

Skaalvik, Einar M og Skaalvik, Sidsel (2007) *Skolen som læringsarena, selvoppfatning, motivasjon og læring.* Universitetsforlaget.

Smith, Kari (2009). *Samspillet mellom vurdering og dialog.* Web2.gyldendal.no/media/Ga/innhold/Vurdering.pdf

Store norske leksikon. www.snl.no

Stortingsmelding nr 30. *Kultur for læring.* www.regjeringen.no

Streitlien, Åse (2009). *Hvem får ordet og hvem har svaret? Om elevmedvirkning i matematikkundervisningen.* Universitetsforlaget.

Torkildsen, Svein H. (red.) (2008) *Matematikkmeistring til glede og nytte.* LAMIS. Sommerkursrapport 2007. NTNU-Trykk.

Tiller, Tom (1999). *Aksjonslæring.* Høyskoleforlaget AS.

van Essen, Gerard og Hamaker, Christiaan (1990). *Using Self-Generated Drawings to Solve Aritmetic Word Problems.* The Journal of Educational Research, Vol. 83, No. 6 (Jul. ï Aug., 1990), pp 301-312. Taylor & Francis, Ltd. Stable URL: http://www.jstor.org/stable/27540404

Vedeler, Liv (2000). *Observasjonsforskning i pedagogiske fag. En innføring i bruk av metoder.* Gyldendal Akademiske.

Vurdering for læring. http://www.udir.no/Vurdering-for-laring/

Vedlegg

Vedlegg 1

www.statped.no/tegneregneprøven/

Vedlegg 2

Matematikktest

Hei, vent litt! I går sa du at x er lik 2!

Namn:é é é é é é é é é é Dato:é é é é é ..

Oppgåve 1

Marit har baka 20 bollar som ho la på eit brett. Ho gir Knut, Tor og Inger 4 bollar kvar. Kor mange bollar ligg att på brettet?

Oppgåve 2

Lise har 19 ballongar. Kor mange ballongar har han att når han har gitt vekk 5 gule, 4 raude og 6 blå ballongar?

Oppgåve 3

Nina har 22 klinkekuler. Ho tapar 9 kuler, men etterpå vinn ho 6 kuler. Kor mange kuler har ho til slutt?

Oppgåve 4

I ein pose er det 14 karamellar. Hans delte dei likt mellom seg og 3 gutar. Hans fekk i tillegg resten av karamellane. Kor mange karamellar fekk Hans?

Oppgåve 5

Seks barn plukka pærer. Kvart barn plukka 3 kg. Kor mange kilo pære plukka dei til saman?

Oppgåve 6

I eit hus er det 4 etasjar. I kvar etasje er det 4 vindauge. Kvart vindauge har 2 glasruter. Kor mange glasruter er det i heile huset?

Oppgåve 7

Malin er 12 år. Malin er 4 år eldre enn Kim. Kor gammal er Kim? Kim er 6 år eldre enn Hanna. Kor gammal er Hanna?

Oppgåve 8

I ein stall er det 22 hestar. Anne, Lise og Eva har ansvar for å stelle 6 hestar kvar. Bonden steller resten av hestane. Kor mange hestar steller bonden sjølv?

Oppgåve 9

Teikn myntar og sedlar

3 45 307 788

Oppgåve 10

Nils tener 24.000 kr kvar månad. Kvar månad betalar han 5000kr i husleige, 4000kr til barnehage og 3000kr til andre rekningar. Kor mykje pengar har Nils att?

Oppgåve 11

Frode begynte å rekne oppgåve nr 6 i matematikkboka. Då timen var slutt, hadde han rekna til og med oppgåve 13. kor mange oppgåver hadde han rekna denne timen?

Oppgåve 12

Ein buss brukar 50 min frå Fjell til Botn. Bussen går frå stoppestadane kvart 5. minutt. Kor mange stoppestadar er det på denne strekninga?

Oppgåve 13

Klasse 10c skal på klassetur. Dei er 25 elevar. Foreldra køyrer elevane i bilar som har plass til 5 personar. Kor mange bilar treng dei for å få plass til alle elevane?

Vedlegg 3

ALP 7A

Navn: Gruppe:

1 **60 personer var med på en tur. 50 % var barn.**
Av resten var $\frac{2}{3}$ kvinner og $\frac{1}{3}$ menn.

A Hvor mange personer var med på turen? A _____ personer
B Hvor mange barn var med på turen? B _____ barn
C Hvor mange menn var med på turen? C _____ menn

---

2 **I 7a er det 28 elever. I dag er 25 % av elevene syke.**
To av dem som er syke, er jenter, resten er gutter.

A Hvor mange elever er det i 7a? A _____ elever
B Hvor mange av elevene er på skolen i dag? B _____ elever
C Hvor mange gutter er syke? C _____ gutter

---

3 **Kristian tjener 24 000 kr i måneden. En fjerdedel av pengene går til skatt og en sjettedel går til husleie.**

A Hvor stor er Kristians månedslønn? A _____ kr
B Hvor mye betaler han i skatt? B _____ kr
C Hvor mye betaler han i husleie? C _____ kr

---

4 **En gulrotkake som veier 80 g, koster 12 kr.**

A Hvor mye veier kaken? A _____ g
B Hvor mye koster 1 hg av en slik kake? B _____ kr
C Hvor mye koster 1 kg kake? C _____ kr

---

5 **Maja, Lisa og Jenny plukket skjell. Maja tok halvparten, Lisa en tredjedel og Jenny fikk de 12 som var igjen.**

A Hvor mange skjell fikk Jenny? A _____ skjell
B Hvor stor del av skjellene fikk Jenny? B _____
C Hvor mange skjell hadde jentene plukket til sammen? C _____ skjell

18 ALP – Analyse av leseforståelse innenfor problemløsning – GAN Aschehoug ©2007

Vedlegg 4

ALP 7B

Navn: ______ Gruppe: ______

6 Saften lages ved at 2 dl jus blandes med fire ganger så mye vann.

A Hvor mye jus trenger du? A _____ dl

B Hvor mye vann trenger du? B _____ dl

C Hvor mange liter saft får du? C _____ l

---

7 Patrick går 1000 m på ti minutter.

A Hvor langt går Patrick på ti minutter? A _____ m

B Hvor mange km rekker han å gå på en time hvis han holder samme fart? B _____ km

C Hvor mange km rekker han å gå på 1 time og 20 minutter? C _____ km

---

8 På slutten av skoleåret var det 432 elever på skolen. I løpet av skoleåret hadde åtte elever sluttet og tolv elever begynt.

A Hvor mange elever hadde skolen på slutten av skoleåret? A _____ elever

B Hadde antall elever minket eller økt i løpet av året? B _____

C Hvor mange elever var det da skoleåret begynte? C _____ elever

---

9 En vanlig porsjon suppe er 2,5 dl.

A Hvor stor er en vanlig porsjon suppe? A _____ dl

B Hvor mange porsjoner gir 1 l suppe? B _____ porsjoner

C Hvor mye suppe må til for at det skal bli 20 porsjoner? C _____ liter

---

10 Ella syr en skjorte. Hun hadde tenkt å ha fem knapper i den. Avstanden mellom den første og den siste knappen skulle være 40 cm. Hun ombestemmer seg og vil ha seks knapper i stedet.

A Hvor stor skulle avstanden være mellom den første og den siste knappen? A _____ cm

B Hvor stor ville avstanden mellom hver knapp vært hvis det hadde vært fem knapper? B _____ cm

C Hvor stor blir avstanden mellom hver knapp når det er seks knapper? C _____ cm