

*Addisjonsstrategier hos elever med
utviklingshemming.*

En kvantitativ undersøkelse av strategibruk.

Jarl Kleppe Kristensen



Masteroppgave i spesialpedagogikk

Institutt for spesialpedagogikk

Det utdanningsvitenskaplige fakultet

UNIVERSITETET I OSLO

Vår 2014

Addisjonsstrategier hos elever med utviklingshemming.

En kvantitativ undersøkelse av strategibruk.

Jarl Kleppe Kristensen



Masteroppgave i spesialpedagogikk
Institutt for spesialpedagogikk
Det utdanningsvitenskaplige fakultet

UNIVERSITETET I OSLO

Vår 2014

© Jarl Kleppe Kristensen

2014

Addisjonsstrategier hos elever med utviklingshemming. En kvantitativ undersøkelse av strategibruk.

Jarl Kleppe Kristensen

<http://www.duo.uio.no/>

Trykk: Mjøsanker, Hamar

Sammendrag

Grunnleggende matematiske ferdigheter er en implisitt del av mange av dagliglivets aktiviteter, som kan være av betydning for selvstendighet i mange situasjoner. De strategiene en har til rådighet vil påvirke hvordan en kan benytte matematikk i praktiske situasjoner. Strategibruk hos elever med utviklingshemming er imidlertid et lite utforsket område.

Formålet med undersøkelsen var, i vid forstand, å frembringe kunnskap om hva som kjennetegner bruken av matematikkstrategier hos elever med utviklingshemming. For å avgrense oppgaven ble følgende problemstilling valgt:

Hva kjennetegner bruken av oppgavespesifikke addisjonsstrategier hos elever med utviklingshemming?

Problemstillingen ble ytterligere fokusert gjennom følgende underspørsmål:

1. Er det sammenheng mellom klassetrinn og strategibruk?
2. Er det sammenheng mellom skårer på verbale og/eller non-verbale evnemål og strategibruk?
3. Er det sammenheng mellom treffsikkerhet og strategibruk?

I tillegg ble resultatene i den foreliggende undersøkelsen sammenliknet med resultater fra MUM-prosjektet for å se om det var noen likhet i strategimønsteret hos elever med utviklingshemming og elever med/uten matematikkvansker (MD/MN-elever).

I MUM-prosjektet ble det avdekket en forskjell i strategiutviklingen hos elever med forbigående matematikkvansker (forsinket utvikling) og vedvarende matematikkvansker (kvalitativt annerledes utvikling). Som en parallell til dette er det uenighet blant forskere om hvorvidt utviklingshemming medfører en kvantitativt eller kvalitativt annerledes kognitiv utvikling. Derfor var det også av interesse å undersøke om strategibruken hos elever med utviklingshemming følger et kvalitativt annerledes MD-mønster eller et kvantitativt annerledes MN-mønster.

Metode

Undersøkelsen hadde en kvantitativ tilnærming og kan beskrives som en tverrsnittsundersøkelse hvor strategibruken ble kartlagt kun på et tidspunkt, men hos ulike aldersgrupper. Det ble gjort en vilkårlig utvelgning av elever med utviklingshemming fra grunnskolen og femårig videregående skole. Inklusjonskriterier omfattet verbalt språk, telleferdigheter til og med 17 og kjennskap til tallsymboler og plusstegnet. Det endelige utvalget bestod av 20 elever fra 4. klasse til Vg5.

I datainnsamlingen ble verktøyet for kartlegging av addisjonsstrategier fra MUM-prosjektet benyttet. I tillegg ble det samlet inn data på to bakgrunnsvariabler vedrørende elevenes verbale og non-verbale evner. Dette ble gjort ved hjelp av deltestene ordforståelse og matriser fra WISC-IV.

Datamaterialet ble analysert med IBM SPSS Statistics.

Resultater

Med unntak av en strategi, som så ut til å benyttes uhensiktsmessig, hang ikke strategibruk sammen med hverken klassetrinn eller bakgrunnsvariablene. Den uhensiktsmessige strategien korrelerte signifikant med klassetrinn. I tillegg var det en sterk negativ korrelasjon mellom denne strategien og treffsikkerhet.

Helhetlig sett lå strategibruken nærmer MN-mønsteret enn MD-mønsteret.

Det var imidlertid store individuelle forskjeller i utvalget, og strategibruken varierte fra ensidig bruk av lite hensiktsmessige strategier til fleksibel bruk av avanserte strategier.

Hovedkonklusjoner

Det så ut til at de fleste elevene i utvalget hadde en strategibruk som fulgte et forsinket MN-mønster. Flere av elevene benyttet avanserte strategier, noe som støtter opp under at elever med utviklingshemming ikke er så passive i læringen som tidligere antatt. Tre elever så derimot ut til ha en kvalitativt annerledes strategibruk. Dette kan kanskje tyde på det MN/MD-skille i utvalget, som kan tenkes å reflektere generelle vs. spesifikke matematikkvansker. Dersom dette skille er reelt kan det medføre implikasjoner for opplæringen til elever som har en kvalitativt annerledes strategiutvikling.

Forord

Først vil jeg takke alle elevene som stilte opp i undersøkelsen, og skolene som tilrettela for kartleggingen og ga av sin tid.

Så vil jeg takke Silje Systad, som har vært en fantastisk veileder. Tusen takk hjelp og råd, og for engasjementet og fleksibiliteten. Jeg har satt stor pris på veiledningen!

Dernest vil jeg takke Snorre Ostad som viste interesse i prosjektet, og ga meg råd i oppstartsfasen som hjalp meg å finne retningen i oppgaven. Det var dessuten Ostads arbeid som inspirerte meg til å skrive om matematikkstrategier.

En stor takk til mamma og pappa som har hjulpet og støttet meg gjennom hele studieforløpet.

Til slutt vil jeg takke Janne, som har lettet studenttilværelsen betraktelig, og Tom Kenneth, som har vært der for meg og holdt ut med meg gjennom det hele.

Jarl Kleppe Kristensen

Hamar, mai 2014

Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.1	Bakgrunn og formål.....	1
1.2	Oppgavens oppbygging	3
2	Matematikkstrategier.....	4
2.1	Avgrensing av strategibegrepet	4
2.2	Grunnleggende matematikkferdigheter	7
2.3	Strategiutvikling	7
2.3.1	Faktorer som påvirker strategiutviklingen	9
2.4	Teoretiske perspektiver.....	11
2.4.1	Overlappende bølger	11
2.4.2	Skjemaer og kognitive strukturer	14
2.4.3	Kontekst og interaksjon.....	16
2.5	MUM-prosjektet	17
3	Utviklingshemming og matematikkferdigheter	20
3.1	Begrepsvalg	20
3.2	Definisjon	20
3.2.1	Kvalitative vs. kvantitative forskjeller	21
3.3	Matematikkferdigheter	21
3.4	Utvikling av addisjonsstrategier	23
3.4.1	Self-Invented Addition Strategies by Children With Mental Retardation	23
3.4.2	Similarities and Differences in Addition Strategies of Children with and without Mental Retardation	26
4	Metode.....	29
4.1	Design.....	29
4.2	Utvalg	29
4.3	Datainnsamling.....	31
4.3.1	Oversikt over variabler.....	31
4.3.2	Kartlegging.....	32
4.4	Validitet og reliabilitet.....	34
4.4.1	Validitet.....	34
4.4.2	Reliabilitet	36

4.5	Analyse	37
4.6	Etiske hensyn	38
5	Resultater.....	40
5.1	Beskrivelse av utvalget: klassetrinn og bakgrunnsvariabler.....	40
5.2	Fordeling av strategivalg	41
5.3	Strategivariasjon	43
5.4	Treffsikkerhet	45
6	Diskusjon.....	47
6.1	Slutningenes validitet og reliabilitet	47
6.1.1	Statistisk validitet	47
6.1.2	Indre validitet	47
6.1.3	Begrepsvaliditet.....	48
6.1.4	Ytre validitet.....	49
6.1.5	Reliabilitet	49
6.2	Utvalgets fordeling på bakgrunnsvariablene	50
6.3	Er det sammenheng mellom klassetrinn og strategibruk?	50
6.4	Er det sammenheng mellom skårer på verbale og/eller non-verbale evnemål og strategibruk?.....	52
6.5	Er det sammenheng mellom treffsikkerhet og strategibruk?.....	53
6.6	Hva kjennetegner bruken av oppgavespesifikke addisjonsstrategier hos elever med utviklingshemming?	55
6.6.1	Oppsummering av hovedfunn	57
6.7	Refleksjoner omkring undersøkelsen	58
	Litteraturliste	60
	Vedlegg 1 – Forespørsel til rektorene	64
	Vedlegg 2 – Informasjon til foreldre.....	65
	Vedlegg 3 – Informasjon til elevene	66
	Vedlegg 4 – Samtykkeerklæring	67
	Vedlegg 5 – Skjema for strategiregistrering.....	68
	Vedlegg 6 – Tilbakemelding fra NSD.....	69
	Vedlegg 7 – Korrelasjonstabell	71

Figurer og tabeller:

<i>Tabell 1: Strategivalg i MUM-prosjektet (tilpasset fra Ostad, 2010, s.79).</i>	18
<i>Tabell 2: Strategivariasjon i MUM-prosjektet (tilpasset fra Ostad, 2010, s. 81).</i>	19
<i>Tabell 3:Måleinstrumentenes reliabilitet.</i>	37
<i>Tabell 4:Fordeling på klassetrinn og bakgrunnsvariabler.</i>	40
Figur 1: Gjennomsnittlig fordeling av strategivalg.	41
Figur 2: Antall strategier elevene valgte.	43
Figur 3: Fordeling av antall riktige svar.	45

1 Innledning

1.1 Bakgrunn og formål

Grunnleggende matematiske ferdigheter er en implisitt del av mange av dagliglivets aktiviteter, som kan være av betydning for selvstendighet i mange situasjoner. De strategiene en har til rådighet vil påvirke hvordan en kan benytte matematikk i praktiske situasjoner. Hvis en kun benytter backupvarianter (se beskrivelse av ulike strategivarianter i kapittel 3.1) vil selv enkle utregninger, som addisjon med tall under ti, kunne koste mye tid og krefter. Det vil i tillegg ofte være større usikkerhet i utregningen (Ostad, 2008, 2010). Det kan derfor være nyttig å kartlegge strategibruk for å avdekke eventuelle mønstre, og dermed kunne tilrettelegge for en opplæring i matematikk som sikrer grunnlaget for en effektiv bruk av hensiktsmessige strategier. Matematikkstrategier hos elever med utviklingshemming er et lite utforsket området, som kan ha implikasjoner i dagliglivet. På bakgrunn av dette ble det valgt å foreta en undersøkelse hvor formålet, i vid forstand, var å frembringe kunnskap om hva som kjennetegner bruken av matematikkstrategier hos elever med utviklingshemming.

Forskere har vært uenige om hvorvidt utviklingshemming medfører en annerledes kognitiv utvikling (kvalitativt forskjellig), eller om utviklingen følger samme mønster, bare langsommere (kvantitativt forskjellig) (Rognhaug & Gonnæs, 2008). Det ser ut til å være en økende oppslutning om sistnevnte oppfatning, og at synet på hva mennesker med utviklingshemming kan lære dermed er i endring. Samtidig utgjør mennesker med utviklingshemming en svært heterogen gruppe, med store individuelle forskjeller med hensyn til evner og forutsetninger (Rognhaug & Gonnæs, 2008).

Det foreligger mye forskning internasjonalt, både på den typiske strategiutviklingen hos barn, og på strategiutviklingen hos barn med matematikkvansker. Forskningen har vist både kvalitative og kvantitative forskjeller mellom barn med og uten matematikkvansker. For eksempel fant Geary, Hoard, Byrd-Craven og DeSoto (2004) at utviklingen av tellestrategier hos barn med matematikkvansker ligger omtrent to klassetrinn bak den typiske utviklingen. Når det gjelder evnen til å gjenkalle svar fra langtidsminnet, fant Jordan, Hanich og Kaplan (2003) en vedvarende mangel hos elever med matematikkvansker.

I MUM-prosjektet ble det avdekket forskjell i strategiutviklingen hos elever med forbigående matematikkvansker og elever med vedvarende matematikkvansker. Mens elever med forbigående vansker viste en langsommere utvikling av strategier (kvantitativt annerledes), viste barn med vedvarende vansker en kvalitativt annerledes utvikling (Ostad, 2010). Det kan derfor være interessant å se om elever med utviklingshemming viser en strategibruk som likner MN- eller MD-elevenes strategibruk i forhold til uenigheten blant forskere om hvorvidt elever med utviklingshemming har en kvalitativt eller kvantitativt annerledes utvikling generelt (jf. Rognhaug & Gonnæs, 2008).

I forbindelse med den foreliggende undersøkelsen ble det foretatt søk i blant annet BIBSYS, ERIC og Psycinfo for å finne litteratur om matematikkstrategier hos elever med utviklingshemming. Det ser ut til å foreligge svært lite nasjonal forskning på området. Det foreligger mer forskning internasjonalt, blant annet fra USA, men antall undersøkelser er imidlertid begrenset også her. På grunn av oppgavens omfang ble undersøkelsen avgrenset til én regneart, og addisjon var da et naturlig valg ettersom dette er den mest grunnleggende regnearten. Det ble ikke funnet noen norske, men to amerikanske studier som omhandlet dette emnet.

Med grunnlag i nevnte avgrensing ble følgende problemstilling utarbeidet:

Hva kjennetegner bruken av oppgavespesifikke addisjonsstrategier hos elever med utviklingshemming?

Problemstillingen fokuseres ytterligere gjennom følgende underspørsmål:

4. Er det sammenheng mellom klassetrinn og strategibruk?
5. Er det sammenheng mellom skårer på verbale og/eller non-verbale evnemål og strategibruk?
6. Er det sammenheng mellom treffsikkerhet og strategibruk?

I tillegg gjengis resultater fra kartleggingen i MUM-prosjektet (Ostad, 2010). Disse resultatene gir grunnlag for direkte sammenlikning mellom strategibruk hos elever med og uten matematikkvansker og strategibruk hos utvalget i den foreliggende undersøkelsen. Med utgangspunkt i dette vil det diskuteres om det er forskjell i strategibruk hos elever med og

uten utviklingshemming, og hvorvidt en eventuell forskjell er av kvalitativ eller kvantitativ art.

1.2 Oppgavens oppbygging

Først gjøres det rede for sentrale begreper. Kapittel 2 omhandler matematikkstrategier, samt grunnleggende matematikkferdigheter som ligger til grunn for strategiutviklingen. Her defineres og avgrenses det overordnede strategibegrepet, før en presentasjon av oppgavespesifikke addisjonsstrategier. Deretter gjøres det rede for grunnleggende matematikkferdigheter, før en gjennomgang av strategiutvikling og faktorer som påvirker utviklingen, samt ulike teoretiske perspektiver på strategiutvikling; kognitivismen overlappende bølger (kognitivismen), skjemaer og strukturer (konstruktivismen) og sosialkonstruktivismen, interaksjonisme og situert læring. Til slutt presenteres kartleggingen av addisjonsstrategier fra MUM-prosjektet (Ostad, 2008, 2010); som nevnt en komparativ undersøkelse av strategibruk hos elever med og uten matematikkvansker.

I kapittel 3 presenteres en definisjon av begrepet utviklingshemming. Deretter gjøres det rede for forhold som påvirker matematikkferdigheter hos elever med utviklingshemming. Til slutt presenteres to amerikanske studier vedrørende utvikling av addisjonsstrategier hos elever med utviklingshemming: “Self-Invented Addition Strategies by Children With Mental Retardation” (Baroody, 1996) og “Similarities and Differences in Addition Strategies of Children with and without Mental Retardation” (Huffman, Fletcher, Bray & Grupe, 2004). Førstnevnte ser på strategibruken hos elever med utviklingshemming, med fokus på spontan oppdagelse av nye strategier. Sistnevnte er en komparativ undersøkelse av strategibruk hos elever med og uten utviklingshemming.

I kapittel 4 gjøres det rede for metodiske valg i den foreliggende undersøkelsen. Først presenteres design, utvalg og prosedyrer for datainnsamling. Deretter gjøres det rede for validitet, reliabilitet og analysemetoder. Til slutt diskuteres etiske hensyn og hvordan de ble ivare tatt i undersøkelsen.

I kapittel 5 presenteres resultatene fra datainnsamlingen. Disse diskuteres i lys av validitet, reliabilitet, teori og empiri i kapittel 6. Her diskuteres først underspørsmålene, før trådene samles i forhold til den overordnede problemstillingen. Avslutningsvis i dette kapittelet presenteres noen avsluttende refleksjoner omkring undersøkelsen.

2 Matematikkstrategier

Interessen for hvordan barn tenker når de løser matematikkoppgaver vokste frem i kjølvannet av den kognitive revolusjonen mot slutten av 1950-tallet, og parallelt med skiftet i fokus fra rutinemessig pugging av kunnskap og ferdigheter i matematikk til utvikling av adaptiv ekspertise (Baroody, 1999; Ostad, 2010; Siegler & Jenkins, 1989). Adaptiv ekspertise kan her forstås som sammenhengen mellom faktakunnskap (hva), og prosedurell og konseptuell kompetanse (hvordan og hvorfor). Det dreier seg om generaliserte ferdigheter som kan tilpasses nye, ukjente oppgaver (Baroody, Bajwa & Eiland 2009). Før dette skiftet ble barns uformelle strategier (for eksempel telling på fingrene) sett som et hinder heller enn en hjelp til utviklingen av automatisert gjenkalling av svar (Baroody, 2003). Slike strategier ses nå som skritt på veien mot stadig mer avanserte nivåer, med retrieval (automatisert gjenkalling) som øverste nivå. Pugging og drill med store mengder enkeltstående oppgaver er ikke lenger den rådende veien til retrievalstrategier (Baroody, 1999; Ostad, 2010). Barns oppdagelse av regler og prinsipper (som for eksempel at addendenes rekkefølge er irrelevant) medfører en generalisering av kunnskap som kan benyttes i møte med ukjente oppgaver uten behov for mekanisk pugging av enkeltstående svar (Baroody, 1999). Samtidig som barna oppdager nye strategier som effektiviserer oppgaveløsningen blir også assosiasjonen mellom regnestykker og riktige svar styrket (Carr & Hettinger, 2003). Når assosiasjonsstyrken øker vil barna ta i bruk retrievalstrategier fordi de kan gjenkalle svaret med større sikkerhet.

Videre i kapittelet vil strategibegrepet avgrenses. Deretter følger en kort presentasjon av ferdigheter som ligger til grunn for strategiutviklingen, før det gjøres rede for strategiutvikling og ulike teoretiske perspektiver på strategiutvikling; kognitivism, konstruktivism, sosialkonstruktivism/interaksjonisme og situert læringsteori. Avslutningsvis i kapittelet presenteres funnene fra kartleggingen av addisjonsstrategier i MUM-prosjektet.

2.1 Avgrensing av strategibegrepet

Enhver fremgangsmåte kan kalles en prosedyre. Forskjellen på en prosedyre og en strategi er at en strategi er en *målrettet* fremgangsmåte. Dette er et vanlig skille i forskning på matematikkstrategier (Ostad, 2008, 2010). Siegler og Jenkins (1989) skiller også mellom obligatoriske og ikke-obligatoriske fremgangsmåter, og definerer strategier som alle ikke-obligatoriske, målrettede fremgangsmåter. Dersom det kun finnes en prosedyre som kan

benyttes for å nå et mål defineres den altså ikke som en strategi; målrettede prosedyrer kan kun ses på som strategier dersom en kan velge blant flere relevante fremgangsmåter for å nå målet.

Videre skilles det mellom generelle og oppgavespesifikke strategier. Generelle strategier, eller metakognitive strategier, er en vid kategori som retter fokus mot opplæring og metodisk grunnlag. Oppgavespesifikke strategier dreier seg derimot om elevenes fremgangsmåter når de løser oppgaver (Ostad, 2010).

De oppgavespesifikke strategiene kan deles inn i to grupper; backup- og retrievalvarianter. Backupstrategiene består av ulike tellevarianter, fra telling av konkrete til verbal telling, og er de strategiene som benyttes før retrievalstrategier utvikles. Retrievalstrategiene dreier seg om gjenkalling av automatiserte svar, enten ved at eleven vet svaret (har lært det utenat) eller ved at eleven finner svaret ved å resonnerer fra kjente kombinasjoner (Ostad, 2008, 2010). Hvis oppgaven for eksempel er $7+4$ kan eleven tenke at « $7+3=10$, fire er en mer enn tre, svaret blir 11». Forskere har identifisert ulike strategier i disse kategoriene, og delt dem inn på ulike måter (se for eksempel Baroody, 1996; Huffman ry al., 2004).

Den følgende strategiinnstillingen er hentet fra Ostad (2010, s. 77-78). Strategiforkortelsene er endret ettersom det i den foreliggende undersøkelsen ikke er behov for å skille mellom de ulike regneartene.

Backupstrategier

B1 – *Telle alt og forfra igjen*. Eleven teller opp konkrete for å representere hver addend. Ved $3+4$ telles først 1, 2, 3, så 1, 2, 3, 4. Deretter telles det samlede antallet konkrete for å finne svaret (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7).

B2 – *Telle alt*. Eleven gjenkjenner antall i små grupper automatisk. Kan for eksempel holde opp $3+4$ fingre uten å telle først. Teller 1, 2, 3 og 4, 5, 6, 7.

B3 – *Telle videre*. Med denne strategien representeres bare en av addendene med konkrete. Eleven begynner på kardinalverdien til første addend (3) og teller antall konkrete for den andre addenden (4, 5, 6, 7).

B4 – *Minimumsvarianten*. Som B3, men eleven har en forståelse av kommutativitet (utdypes under punkt 3.2), og begynner med kardinalverdien til den største addenden (4) og teller videre (5, 6, 7).

B5 – *Tegnevarianten*. Eleven tegner prikker, streker eller andre symboler som representerer addendene og bruker disse for å finne svaret ved hjelp av B1, B2, B3 eller B4.

B6 – *Tellepunkter i tallsymbol*. Eleven tegner eller ser for seg tellepunkter i tallsymbolene, og benytter disse som konkrete for å finne svaret med B1, B2, B3 eller B4.

B7 – *Andre tellevarianter*. Eleven benytter en tallinje, teller fingerledd eller kombinerer elementer fra to eller flere av de foregående strategiene.

B8 – *Verbal telling*. Eleven sier tallordene høyt eller beveger leppene i en synlig, men stille tellesekvens. Dette er eneste observerbare indikator på tellingen. I foreliggende undersøkelse fortalte enkelte elever imidlertid at de telte inni seg, uten at dette hadde en ytre, observerbar indikator. Ettersom internalisert telling ikke har en egen kategori ble dette også registrert som verbal telling.

Retrievalstrategier

R1 – *Vet svaret*. Eleven gjenkjenner oppgaven og svarer umiddelbart.

R2 – *Avledet variant I*. Eleven vet svaret på addisjonskombinasjoner som benyttes som grunnlag for videre telling. For eksempel kan elever benytte kunnskap om «tier-venner» som grunnlag for oppgaveløsning. Ved oppgaven $7+5$ kan en elev gjenkjenne at 7 og 3 er tier-venner. Eleven begynner på 10 teller det resterende antallet, 11, 12.

R3 – *Avledet variant II*. Som R2, men eleven vet også svaret på det avledete regnestykket ($10+2=12$) uten å telle.

2.2 Grunnleggende matematikkferdigheter

Utviklingen av matematikkferdigheter setter visse forutsetninger til språkforståelse, samt forståelse av størrelser og mengder (Tvedt & Johnsen, 2002). Mengde- og størrelsesforståelse utvikles gradvis og ser ut til å henge sammen med visuo-spatiale evner i større grad enn med verbale evner. Forståelsen for mengder og størrelser henger også tett sammen med logisk og abstrakt resonneringsevne (Tvedt & Johnsen, 2002). Videre utvikling av matematisk kompetanse er også avhengig av språkutvikling og symbolforståelse. Ifølge Griffin (2003) ligger sammenslåingen av barns skjemaer for telling og sammenligning av mengder/størrelser til grunn for utviklingen av tallforståelse.

Matematikken er i stor grad kulturelt betinget, men matematikkforståelse forutsetter også biologisk modning og barn lærer bestemte ferdigheter ved omtrent samme alder (Tvedt & Johnsen, 2002). Barn kan allerede før de fyller ett år skille mellom mengder opp til tre. Denne evnen til å gjenkjenne mengder uten å telle kalles subitizing i engelskspråklig litteratur (se f.eks. Cowan, 2003). Subitizing begrenser seg til små mengder også hos voksne. Ifølge Cowan (2003) kan voksne oppfatte mengder mindre enn sju, mens Tvedt og Johnsen (2002) setter grensen ved fire med mindre det er spesielle mønstre (for eksempel prikker på en terning eller fingermønstre). Subitizing ser ut til å være biologisk betinget visuo-spatial ferdighet som utvikles svært tidlig (Tvedt & Johnsen, 2002).

Utviklingen av barns telleferdigheter har på sin side sammenheng med språkutviklingen (Tvedt & Johnsen, 2002). I begynnelsen er tallene bare meningsløse ord som imiteres, men nærmere 4-årsalderen kan barn telle ved peking. Litt senere kommer også forståelsen av at det siste tallet angir antall enheter. Barna konstruerer med andre ord et skjema for kardinalitet (Fuson, 1992). Barnas addisjonsforståelse begynner også å vokse frem i denne alderen, men de er avhengige av konkrete (Carr & Hettinger, 2003; Ostad, 2010; Tvedt & Johnsen, 2002).

2.3 Strategiutvikling

Barn er i begynnelsen avhengige av konkrete, og den mest grunnleggende strategien, telle alt og forfra igjen (B1), består som nevnt av å telle opp to grupper av konkrete (klosser, finger osv.) for deretter å telle den samlede mengden i de to gruppene (Carr & Hettinger, 2003; Ostad, 2010). Med grunnlag i subitizing kan barn produsere grupper med få enheter

automatisk (jf. Cowan, 2003; Tvedt & Johnsen, 2002). Dette gjør det mulig å benytte strategi B2, hvor bare det samlede antallet telles (Ostad, 2010).

En forståelse av kardinalitet, at det siste tallet en kommer til når en teller en gruppe konkrete representerer det totale antallet, legger grunnlaget for strategien B3. Barna kan da oppgi den ene addenden (uten konkret representasjon) og deretter telle videre fra denne (Carr & Hettinger, 2003; Ostad, 2010). Forståelsen av kommutativitet, at addendenes rekkefølge ikke spiller noen rolle, henger sammen med strategien B4 og ses ofte som en forutsetning for utviklingen av strategien. Det ser imidlertid ut til at barn kan benytte denne strategien før de har en fullstendig forståelse av kommutativitet (Cowan, 2003). Dette er et eksempel på hvordan prosedurelle og konseptuelle ferdigheter påvirker hverandre og skaper adaptiv ekspertise (jf. Baroody, Bajwa & Eiland, 2009). Videre utvikler barna evnen til å telle verbalt og deretter internalisert uten å benytte konkrete (B8). Denne utviklingen har sammenheng med utviklingen av arbeidsminne, ettersom barna nå må holde rede på hvor langt de har kommet i tellingen så vel som hvor mange trinn som gjenstår (Carr & Hettinger, 2003). Videre oppover i barneskolen blir retrievalstrategier stadig mer dominerende. Barna kan gjenkalle svarene på enkle oppgaver (strategi R1), samt benytte gjenkalling av enkle fakta i dekomposisjon av vanskeligere stykker (strategiene R2 og R3) (Carr & Hettinger, 2003; Ostad, 2010).

På ungdomsskolen er retrievalstrategier med direkte gjenkalling og dekomposisjon dominerende, og voksne benytter hovedsakelig direkte retrieval ved enkle addisjonsstykker (Carr & Hettinger, 2003). Forskning har imidlertid vist at også voksne benytter seg av flere ulike strategier (LeFevre, Smith-Chant, Hiscock, Daley & Morris, 2003).

Helt fra førskolealder er det stor variasjon i barns strategibruk (Carr & Hettinger, 2003). Noen kan allerede å telle konkrete, mens andre trenger varierende grad av opplæring før de mestrer dette. Utover i skoleårene utvikler barna fler og mer avanserte strategier. Hastighet og treffsikkerhet øker med øvelse over tid, og gir rom for raskere telling og mer effektiv gjenkalling av svar (Carr & Hettinger, 2003; Ostad, 2010).

Overgangene i strategibruk varierer mye fra elev til elev, med en jevnere overgang mellom ulike strategier hos de elevene som allerede har et større utvalg strategier tilgjengelig. Overgangen vil imidlertid skje mer plutselig dersom elevene instrueres i bruken av en bestemt strategi, hvorpå denne strategien blir dominerende (Carr & Hettinger, 2003). Etter hvert som

elevene tilegner seg et større spekter av strategier blir de også mer selektive i forhold til når og på hvilken måte de benytter de enkelte strategiene. Den økende variasjonen i strategibruk påvirkes blant annet av elevenes erfaringer, hjernens modning (deriblant utviklingen av arbeidsminne) og økt konseptuell og prosedurell kompetanse hos elevene (Carr & Hettinger, 2003; Geary et al., 2004).

2.3.1 Faktorer som påvirker strategiutviklingen

Utviklingen av matematikkstrategier påvirkes av en rekke faktorer. I det følgende gjøres det rede for konseptuell og prosedurell kompetanse, arbeidsminne, prosesseringshastighet og treffsikkerhet, samt kontekst. Forskere har i stor grad undersøkt disse faktorene hver for seg, men sammenhengen mellom de ulike faktorene blir imidlertid viet stadig større oppmerksomhet

Konseptuell og prosedurell kompetanse

Tidligere ble tilegnelsen av addisjonsferdigheter sett som stadig sterkere assosiasjon mellom regnestykkene og de riktige svarene (Dowker, 2005). Retrievalstrategien, som R1 (vet svaret), bygger på disse assosiasjonene, men addisjonsferdighetene består av mer enn dette (Carr & Hettinger, 2003). Barna utvikler regler som kan generaliseres for bruk ved ukjente oppgaver. For eksempel vil kjennskap til at addendenes rekkefølge er irrelevant (kommutativitet) underbygge bruken av «minimumsvarianten» (B4). Konseptuell kompetanse på et område innen matematikk kan også overføres til andre områder, som ved gjentatt addisjon som løsningsstrategi for multiplikasjonsstykker (Carr & Hettinger, 2003). Konseptuell kompetanse henger sammen med prosedurell kompetanse, og kan også utvikles som følge av utviklingen av nye strategier. For eksempel fant Baroody (1987) at barn kunne benytte minimumsvarianten uten å kjenne til prinsippet om kommutativitet. Enkelte barn så ut til å utvikle strategien fordi den er mindre kognitivt krevende, uten at de forsto konseptet kommutativitet fullt ut. Utviklingen av nye strategier kan dermed underbygge utviklingen av konseptuell kompetanse.

Strategibruk avhenger også av prosedurell kompetanse. Det å kunne telle i riktig rekkefølge er et eksempel på en grunnleggende prosedurell ferdighet, og er nødvendig helt fra begynnelsen når barna benytter «telle alt og forfra igjen» (B1). Mer avanserte prosedurelle ferdigheter

inkluder evnen til å opprettholde og telle på to tallrekker mentalt, uten konkrete representasjoner (Carr & Hettinger, 2003).

Arbeidsminne

Aritmetiske ferdigheter påvirkes av arbeidsminnet, og mer avanserte strategier krever som vist ovenfor mer arbeidsminne for å gjøre det mulig å bearbeide informasjonen (Carr & Hettinger, 2003; Tvedt & Johnsen, 2002). Spesielt stiller hoderegning (jf. B8, verbal eller internalisert telling) store krav til arbeidsminnet, ettersom en må holde rede på flere tallrekker på en gang uten støtte fra konkreter (Tvedt & Johnsen, 2002). Dermed vil begrensninger i arbeidsminnet innskrenke utvalget av strategier barna har til rådighet.

Strategier som krever store deler av arbeidsminnet kan på sin side påvirke metakognitive aktiviteter som planlegging og overvåkning av arbeidsprosessen. Dette belyser den gjensidige påvirkningen mellom arbeidsminne og prosedurell kompetanse (Carr & Hettinger, 2003).

Prosesseringshastighet og treffsikkerhet

Både hastighet og treffsikkerhet øker etter hvert som barn tilegner seg erfaringer med bruken av ulike strategier. Dette gjelder backupstrategier så vel som retrievalstrategier (Chen & Siegler, 2000). En årsak til sammenhengen mellom disse to faktorene er at hastighet er en indikator på assosiasjonsstyrken mellom et regnestykke og riktig svar. Dette gjør seg særlig gjeldende i forhold til retrievalstrategier, men er også en indikator på barnets kjennskap til ulike strategiprosedyrer og evnen til å utføre ulike strategier nøyaktig (Carr & Hettinger, 2003). Økende prosesseringshastighet vil dessuten minske belastningen på arbeidsminnet. Kombinasjonen av konsoliderte prosedyrer og sterkere assosiasjon mellom regnestykker og svar styrker barnas strategibruk og gir grunnlag for utvikling av mer avansert konseptuell kompetanse (Carr & Hettinger, 2003).

Kontekst

Strategier utvikles i forbindelse med oppgaveløsning, både i formelle og uformelle situasjoner. Ulike oppgaver og situasjoner kan medføre ulike krav og forventninger til strategibruk. Strategiutviklingen påvirkes på denne måten av konteksten. Strategibruken hos

et barn kan variere i ulike situasjoner og som følge av ulike forventninger (Carr & Hettinger, 2003).

2.4 Teoretiske perspektiver

I det følgende gjøres det rede for ulike teoretiske perspektiver på strategiutvikling.

Redegjørelsen tar utgangspunkt i Carr og Hettingers (2003) fremstilling av teoretiske perspektiver, som tar for seg kognitivismen og konstruktivismen. Dette er perspektiver som ofte diskuteres i forhold til hverandre (se f.eks. Baroody & Tiilikainen, 2003). I tillegg belyser Carr og Hettinger (2003) de sosiale og kontekstuelle aspektene ved strategiutvikling, et perspektiv som er av betydning for den foreliggende undersøkelsen (spesielt med tanke på ytre validitet – se kapittel 4.4.1 og 6.1.4).

I dette kapittelet omhandles først kognitivismen med utgangspunkt i Siegler (1996) «overlapping waves metaphor». Deretter presenteres konstruktivismen, representert ved von Glasersfeld (1995), samt Fusons (1992) teori om telling, sekvensering og kardinalitet. Til slutt følger en kort gjennomgang av iboende sosiale og kontekstuelle aspekter ved utviklingen, med utgangspunkt i sosialkonstruktivismen, sosial interaksjonisme og situert læringsteori.

2.4.1 Overlappende bølger

Forskning på strategiutvikling fra et kognitivistisk perspektiv tar for seg variasjon i strategibruk, tilpasning og generalisering av strategier, samt underliggende prosesser og individuelle forskjeller i strategiutviklingen.

De første undersøkelsene av barns strategibruk ble gjennomført ved hjelp av kronometriske metoder (Baroody, 1999; Ostad, 2008, 2010). Forskerne målte tiden barna brukte på å komme frem til svaret, og avledet ut fra dette hvilken strategi elevene hadde benyttet (Cowan, 2003). På bakgrunn av dette så det ut til at strategibruken var ensartet, og at utviklingen skjedde i trinnvis i en prosess der en strategi ble byttet ut med en annen (Ostad, 2010). Nyere forskning har utvidet kartleggingen til å omfatte observasjon og samtale om strategibruken. Dette har avslørt at strategibruken er mangfoldig og at utviklingen skjer gradvis i en prosess der nye strategier legges til repertoaret. Gamle strategier forkastes ikke, men benyttes i stadig mindre

grad ettersom nye, mer hensiktsmessige strategier utvikles (Ostad, 2010; Chen & Siegler, 2000).

Ved oppgaver hvor barna kan gjenkalle svar med (en rimelig grad av) sikkerhet vil de hovedsakelig benytte retrievalstrategier (Carr & Hettinger, 2003; Ostad, 2010). Dette vil være avhengig av assosiasjonsstyrken mellom regnestykke og svar. Dersom assosiasjonen ikke er sterk nok velges fortrinnsvis backupstrategier. Det er imidlertid ikke slik at barn alltid forsøker å gjenkalle svaret først, og at backupstrategier kun benyttes ved manglende assosiasjonsstyrke (Ostad, 2010). Strategivalg avhenger også av barnas evne til å vurdere om en strategi er nyttig i en gitt situasjon, oppgavens vanskelighetsgrad og hvor kjent den er for barna (Carr & Hettinger, 2003). Strategibruken utvikles over tid, og barna benytter nye og mer avanserte strategier stadig oftere etter hvert som de opplever mestring av disse (Chen & Siegler, 2000).

Siegler (1996) presenterte «the overlapping waves metaphor» for å forklare variasjonen i barns strategibruk, og har i sitt arbeid lagt vekt på faktorer som påvirker barns strategivalg. Ifølge denne teorien har at barn til enhver tid flere ulike strategier tilgjengelig når de skal løse ulike oppgaver; de er ikke bundet til en strategi om gangen. Utviklingen skjer ved en kontinuerlig endring de ulike strategiernes frekvens. Etter hvert som mer avanserte strategier tas i bruk vil disse frekvensen av disse øke gradvis, mens bruken mindre avanserte strategier avtar. Endringen finner ikke sted i en kort overgangsfase som tidligere antatt, men over et utvidet tidsrom (Siegler, 1996).

Mønsteret av overlappende bølger i strategiutviklingen har ifølge Chen og Siegler (2000) sitt opphav i fem delprosesser: tilegnelsen av nye strategier, overføring av strategiene til nye oppgaver, styrking av strategiene, foredling av strategivalg og økende effektivitet i utførelse av strategiene. I det følgende presenteres delprosessene (avsnittet er i sin helhet basert på Chen & Siegler, 2000). *Tilegnelse av nye strategier* er nødvendigvis det første skrittet i strategiutviklingen og kan opptre spontant som følge av erfaringer og resonnering omkring oppgaveløsning, eller som følge av direkte instruksjon i en bestemt strategi. Når nye strategier oppdages blir det nødvendig å *overføre strategiene til nye oppgaver*. Strategiene må generaliseres til situasjoner hvor de er velegnet, men må samtidig begrenses slik at de ikke tas i bruk i situasjoner hvor de er uegnet. Overføringen krever at barna kan skille mellom de relevante og irrelevante aspektene ved situasjonen hvor strategiene ble oppdaget. Dersom barna forstår prinsippene som styrer anvendeligheten til en strategi vil det medføre korrekt

overføring til nye oppgaver. *Styrking av nye strategier* skjer ved at barna oppnår større tillit til de nye strategiene, og at avhengigheten av gamle, mindre avanserte strategier avtar. Begrenset bruk av en ny strategi kan skyldes vanskeligheter med å gjenkalle den nye strategien, så vel som vanskeligheter med å holde tilbake de gamle strategiene. Erfaring med bruken av ulike strategier medfører en *foredling av strategivalgene* barna tar ulike situasjoner. Gjennom denne foredlingen vil hver strategi i økende grad brukes ved de oppgavene hvor den gjør mest nytte. Ved øvelse oppnår barna også *økende effektivitet i utførelse av strategiene*. Hastigheten og treffsikkerheten til hver strategi øker med erfaring, og medfører bedre flyt i oppgaveløsningen.

Disse fem prosessene opptrer tilnærmet sekvensielt i den rekkefølgen de er nevnt. Det er imidlertid betydelig overlapping mellom de ulike prosessene. For eksempel vil overføringen av en strategi til nye oppgaver overlappe med styrking av strategien, slik at den benyttes oftere (Chen & Siegler, 2000). Et annet eksempel er det gjensidige forholdet mellom styrking av en strategi og effektivisering av utførelsen, hvor styrking av strategien gjør den mer effektiv gjennom øvelse, og økt effektivitet vil gjøre strategien mer anvendelig og styrke frekvensen.

Gjennom de fem prosessene visualiseres mønsteret med overlappende bølger. Oppdagelsen av en ny strategi begynner i en bølgedal, og gjennom overføring, styrking, foredling og effektivisering når strategien bølgetoppen. Mens nye strategier vokser frem ebber gamle strategier ut i en ny bølgedal og danner et mønster av overlappende bølger (Carr & Hettinger, 2003). Forskere har kommet frem til at barn viser dette utviklingsmønsteret på mange områder, blant annet lesing og staving, i tillegg til aritmetikk (Chen & Siegler, 2000). Liknende endringer i strategier genereres også i datamodeller som indikerer at mønsteret av overlappende bølger vokser frem gjennom en blanding av strategioppdagelse og strategivalg (Chen & Siegler, 2000).

Denne teorien bidrar til en forståelse av hvordan prosedurell og konseptuell kompetanse, samt hastighet og treffsikkerhet, påvirker hvordan barn oppdager nye strategier og hvordan de velger blant strategiene de har til rådighet (Carr & Hettinger, 2003). Det fremgår også av dette arbeidet at en ny strategi ikke oppstår som et ferdig produkt som erstatter den forrige, men at de utvikles over tid etter hvert som barnas prosedurelle og konseptuelle kompetanse øker og de tilegner seg erfaring med ulike strategier gjennom øvelse (Carr & Hettinger, 2003; Chen & Siegler, 2000; Siegler, 1996).

2.4.2 Skjemaer og kognitive strukturer

Innenfor konstruktivismen ses strategiutvikling som en del av utviklingen av matematiske skjemaer og kognitive strukturer (Carr & Hettinger, 2003). Ifølge von Glasersfeld (1995) består et skjema av tre deler:

1. Gjenkjenning av en gitt situasjon
2. En spesifikk aktivitet som assosieres med situasjonen
3. Forventningen om at aktiviteten skal føre til et tidligere erfart resultat

Gjenkjenningen (1) er alltid resultatet av en assimilering. For eksempel vil en elev som har en konseptuell forståelse av plusstegnet assimilere oppgaver med plusstegn i et addisjonskjema. Gjenkjenningen utløser den assosierte aktiviteten (2), i dette tilfellet at eleven legger sammen addendene. Resultatet av aktiviteten blir deretter forsøkt assimilert til det forventede resultatet (3). Selv om oppgaven er ukjent vil eleven har en viss forventning til resultatet, som for eksempel at svaret er et tall som er større enn hver addend (von Glasersfeld).

Dersom resultatet ikke kan assimileres til forventningen oppstår det ifølge von Glasersfeld (1995) en perturbering. Perturberingen kan være negativ eller positiv (i henhold til det foregående eksempelet kan svaret være galt eller uventet, men riktig). Uansett skjer en akkommodering – en endring av skjemaet. Ved en negativ perturbering endres gjenkjenningsmønsteret slik aktiviteten ikke lenger assosieres med de nye vilkårene. Ved en positiv perturbering vil det dannes et nytt gjenkjenningsmønster som inkluderer de nye vilkårene og danner et nytt skjema (von Glasersfeld, 1995). For eksempel kan et addisjonsstykke med en negativ addend føre til akkommodering hvor det nye gjenkjennelsesmønsteret utløser subtrahering av den negative addenden fra den positive hvor forventet resultat er et tall mindre enn den positive addenden.

Barn konstruerer skjemaer aktivt som følge av sine erfaringer med matematikk, og etter hvert som de tilegner seg erfaringer blir skjemaene mer abstrakte og generelle (Carr & Hettinger, 2003). For eksempel kan barns erfaring med motsatte oppgavepar i addisjon ($1+4$ og $4+1$) føre til konstruksjonen av et generalisert skjema for kommutativitet (at addendenes rekkefølge er irrelevant). Gjennom økte erfaringer blir skjemaene også differensiert og fokusert ved akkommodering (Carr & Hettinger, 2003; von Glasersfeld, 1995). I første omgang kan barn

anta at kommutativitet er felles for alle aritmetiske operasjoner, men når de lærer at det ikke gjelder subtraksjon og divisjon differensieres skjemaet for kommutativitet slik at det kun assimileres i de større skjemaene for addisjon og multiplikasjon.

I tillegg til utviklingen av generelle regler internaliserer barna også tall og andre matematiske symboler. Konstruksjonen av skjemaer for tall fører til en økende evne til å representere tall mentalt, og fører dermed til en utvikling fra konkret til abstrakt representasjon. Dette skiftet fra ekstern til intern representasjon er en kvalitativ endring i skjemaene som ligger til grunn for barnas strategiutvikling (Carr & Hettinger, 2003). Dette utdypes i det følgende.

Sekvensering, telling og kardinalitet

Ifølge Fuson (1992) er assimileringen av sekvensering, kardinalitet og telling i en overordnet kognitiv struktur avgjørende for strategiutviklingen. Denne sammenslåingen muliggjør overgangen fra ekstern til intern representasjon. Utviklingen av den overordnede kognitive strukturen deles inn i fem nivåer:

1. Tråd (string)
2. Udelelig liste (unbreakable list)
3. Delelig kjede (breakable chain)
4. Numerisk kjede (numerable chain)
5. Toveis kjede (bidirectional chain/truly numerable counting).

Den følgende redegjørelsen for utviklingen fra «tråd» til «toveis kjede» er i sin helhet basert på Fuson (1992).

På det første nivået er tallsekvensen en tråd av imiterte ord, og tallordene fremstår ikke meningsbærende enheter. I løpet av det andre nivået differensieres tallordene. De knyttes til telling av objekter, og utvikles slik at en tallsekvens ender i en kardinalverdi. Denne utviklingen muliggjør bruken av grunnleggende addisjonsstrategier (B1 og B2). Denne listen av tall er imidlertid fortsatt udelelig.

På neste nivå er telling og sekvensering integrert i et skjema og tellingen kan begynne et annet tall i sekvensen enn 1; tallkjeden er delelig. Barna kan begynne tellingen på kardinalverdien

til en addend, og utvikler dermed mer avanserte tellestrategier (B3, og ved assimilering av kommutativitet B4). Kardinalverdien er en indre representasjon av addenden. Barna har imidlertid ikke internalisert tall generelt.

Kjeden blir numerisk når kardinalitet integreres med sekvensering og telling. Alle tallordene i en sekvens får en kardinal betydning, og barna internaliserer tall generelt. Dermed kan de også benytte en indre representasjon av den andre addenden, og barna blir i stand til å holde rede på to sekvenser (de teller videre og holder rede på antall som skal telles samtidig, som for eksempel ved $5+3=5$, $6(1)$, $7(2)$, $8(3)$). På denne måten utvikles grunnlaget for verbal/internalisert telling (B8).

På det høyeste nivået, toveis kjede, forstår barna at et gitt tall er sammensatt av mindre tall, samtidig som det kan inngå i kombinasjoner som utgjør større tall. Kjennskap til de ulike kombinasjonene som kan utgjøre et tall åpner for at barna kan ta i bruk dekomposisjonsstrategier (R2 og R3).

2.4.3 Kontekst og interaksjon

I de foregående perspektivene vektlegges individuelle kognitive prosesser. Innen sosialkonstruktivisme og interaksjonisme vektlegges det at utviklingen av matematikkstrategier ikke er noe som oppstår som et isolert fenomen i individet. Barn lærer matematiske ferdigheter gjennom interaksjon med sine omgivelser (Ernest, 1991, 1996; Voigt, 1996).

Voksne hjelper barn til å utvikle matematiske konsepter ved å veilede i konstruksjonen av nye begreper (Voigt, 1996). Samtidig kan barn oppdage sammenhenger gjennom konstruksjonen av konseptuell kunnskap. Baroody (1987) fant at barn kunne utvikle nye addisjonsstrategier spontant uten direkte opplæring i de nye strategiene. Denne spontane oppdagelsen av strategier forutsatte imidlertid at barna over en periode tilegnet seg erfaringer innen addisjon med støtte fra voksne som medierte grunnleggende ferdigheter. Utviklingen av matematiske ferdigheter ser altså ut til å foregå i et spenn mellom individuelle oppdagelser og konstruksjon av begreper og ferdigheter gjennom sosialt samspill.

Ifølge situert læringsteori kan barns strategiutvikling bare forstås i lys av konteksten hvor strategien oppstår (Carr & Hettinger, 2003). Strategiutvikling, både individuelt og gjennom

interaksjon, foregår i en kontekst, og avhenger av hvilke krav og forventninger barnet møter i en gitt situasjon. Barn kan utvikle og benytte svært forskjellige strategier i ulike kontekster (Carr & Hettinger, 2003). For eksempel kan barns strategibruk i en matematikktime i klasserommet tenkes å være annerledes enn i en testsituasjon. Dette kan ha konsekvenser for kartleggingen.

2.5 MUM-prosjektet

MUM står for «matematikk uten matematikkvansker», og viser til målsetningen for prosjektet (Ostad, 2010). Det ble foretatt en komparativ kartlegging av hva som kjennetegner bruk og utvikling av matematikkstrategier hos elever med og uten matematikkvansker. Som en del av prosjektet ble det gjennomført en kartlegging av elevers bruk av oppgavespesifikke addisjonsstrategier (Ostad, 2008, 2010).

Prosjektet avdekket kvalitative forskjeller i strategibruken hos elever uten matematikkvansker (MN-elever) og elever med matematikkvansker (MD-elever) (Ostad, 2010). Utviklingen hos MN-elever kjennetegnes av det Ostad betegner som strategirikdom. MN-elevene utvikler seg fra en forholdsvis ensidig bruk av backupstrategier, til å bruke flere og stadig mer avanserte strategier. MD-elevene kjennetegnes derimot av en vedvarende ensidig bruk av backupstrategier; de benytter få strategier og i stor grad de samme strategiene gjennom hele barneskolen (Ostad, 2010).

Undersøkelsen av addisjonsstrategier var longitudinell, og testingen ble foretatt ved to tidspunkter (T1 og T2). Utvalget bestod ved T1 av 308 elever i 1. klasse, 318 i 3. klasse og 313 i 5. klasse. Tolv elever flyttet i tidsrommet mellom målingene, og ved T2 (to år senere) gjensto henholdsvis 304, 315 og 308 elever i de tre aldersgruppene. Det ble ikke iverksatt noen form for intervensjon mellom de to testene (Ostad, 2010). I tabell 1 presenteres fordelingen av strategivalg for 1., 3. og 5. klasse (T1) og 7. klasse (T2).

Tabell 1: Strategivalg i MUM-prosjektet (tilpasset fra Ostad, 2010, s.79).

Strategi	Elevgruppe							
	MN 1	MD 1	MN 3	MD 3	MN 5	MD 5	MN 7	MD 7
B1	16,6	58,7	,2	40,9	,0	18,1	0,0	8,5
B2	,0	21,9	5,2	16,7	,0	19,6	0,0	23,5
B3	34,8	12,5	16,3	25,9	5,0	38,3	2,0	39,4
B4	17,1	1,0	18,1	2,5	19,8	7,2	13,1	5,9
B5	1,1	,0	6,7	1,1	3,1	5,2	0,0	5,0
B6	2,6	,0	4,5	,0	10,0	,8	12,3	0,7
B7	1,5	,0	2,1	,0	7,1	1,3	7,3	4,3
B8	20,9	2,8	27,9	11,1	28,7	7,9	24,9	9,9
R1	5,4	,0	17,2	1,1	22,8	1,5	28,9	2,2
R2	,0	,0	1,2	,3	3,2	,0	7,4	0,0
R3	,0	,0	,3	,0	,3	,0	4,2	0,4

Tabellen gir en samlet oversikt (i prosent) over hvor ofte hver strategi ble valgt. MN-elevene benyttet allerede i 1. klasse flere avanserte backupstrategier, samt en liten andel retrieval. MD-elevene benyttet derimot B1 for å løse over 50 % av oppgavene, og benyttet i liten grad avanserte strategier. De benyttet heller ikke retrieval ved noen av oppgavene. Hos MN-elevene skjer det en tydelig forskyvning i løpet av 3., 5. og 7. klasse til mer avanserte backupstrategier og retrieval. Hos MD-elevene ser utviklingen annerledes ut. Den tydeligste utviklingen ses i tilbakegangen i bruk av B1 og en særlig økning i bruk av B3. Avanserte backupstrategier er imidlertid sjeldne på alle trinn, og retrieval benyttes bare ved et minimalt antall oppgaver.

Det ser ut til at mange av MD-elevene utvikler en «delelig kjede» (jf. Fuson, 1992). Dette legger grunnlaget for å benytte B3. Samtidig ser det ut til at bare et fåtall har assimilert kommutativitet i den delelige kjeden, og de fleste mangler grunnlaget for å ta i bruk B4. Den lave frekvensen av mer avanserte strategier tyder på at MD-elevene i liten grad hadde utviklet den kognitive strukturen videre fra «delelig kjede», mens flere av MN-elevene ser ut til å ha nådd de to siste nivåene i Fusons (1992) modell; «numerisk kjede» (grunnlaget for B8) og «toveis kjede» (grunnlaget for R2 og R3).

MN-elevene assimilerer stadig nye konsepter i den overordnede strukturen for addisjon og beveger seg gjennom de overlappende bølgene i strategiutviklingen (jf. Chen & Siegler, 2000, Siegler, 1996). MD-elevene blir derimot sittende fast fordi den nødvendige assimileringen av

konsepter som utgjør videre bølger ikke forekommer. Dette vil begrense antall tilgjengelige strategier, og dermed elevenes strategivariasjon.

Antall strategier elevene benyttet presenteres i tabell 2. Også her er tallene basert på målinger ved T1 for 1., 3. og 5. klasse, og T2 for 7. klasse.

Tabell 2: Strategivariasjon i MUM-prosjektet (tilpasset fra Ostad, 2010, s. 81).

Elevgruppe	Antall strategier					Mean	SD
	1	2	3	4	5		
MN 1	1	16	12	3	0	2,53	0,72
MD 1	30	2	0	0	0	1,06	0,25
MN 3	0	0	22	9	2	3,39	0,61
MD 3	20	11	1	1	0	1,49	0,71
MN 5	0	0	4	21	11	4,19	0,62
MD 5	10	22	4	0	0	1,83	0,61
MN 7	0	0	3	18	15	4,33	0,63
MD 7	10	21	5	0	0	1,83	0,70

Utviklingen i strategivariasjon hos MN-elevene vises ved at flertallet gikk fra å benytte 2-3 ulike strategier i 1. klasse til å benytte 4-5 strategier i 7. klasse. Blant MD-elevene benyttet flertallet 1-2 strategier på alle trinn, men det vises en utvikling ved at den største andelen gikk fra å benytte 1 strategi i 1. og 3. klasse til å benytte 2 strategier i 5. og 7. klasse.

Antallet strategier MN- og MD-elevene benytter illustrerer igjen at mønsteret av overlappende bølger arter seg forskjellig i de to gruppene (jf. Chen & Siegler, 2000; Siegler, 1996). MN-elevene utviklet i løpet av barneskolen et mønster av 4-5 overlappende bølger. MD-elevene gikk i hovedsak fra å bruke én enkelt strategi, uten noen overlapping, til å utvikle et mønster av to (og enkelte tilfeller tre) overlappende bølger.

3 Utviklingshemming og matematikkferdigheter

I dette kapitlet presenteres først en begrunnelse for begrepsvalg. Deretter følger en definisjon av begrepet utviklingshemming, før det gjøres rede for spesielle aspekter ved matematikkferdigheter hos elever med utviklingshemming. Til slutt presenteres utviklingen av addisjonsstrategier hos barn og ungdom med utviklingshemming i en gjennomgang av undersøkelsene til Baroody (1996) og Huffman et al. (2004).

3.1 Begrepsvalg

I WHO's diagnosesystem, ICD-10, benyttes begrepet *psykisk utviklingshemming* (Helsedirektoratet, 2014). Dette begrepet benyttes også i offentlige etater og administrative sammenhenger, mens interesseorganisasjoner fremmer begrepet *utviklingshemming* (Grøsvik, 2008). Ifølge Norsk Forbund for Utviklingshemmede (NFU, 2013) er grunnlaget for dette å unngå forveksling med psykiske sykdommer. Som følge av dette benyttes sistnevnte begrep i den foreliggende undersøkelsen.

3.2 Definisjon

Utviklingshemming er ikke en sykdom, men en tilstand som kan ha mange ulike årsaker og medføre svært varierende symptombilder. De kognitive profilene til mennesker med utviklingshemming varierer i stor grad, og kan også endres over tid (Grøsvik, 2008). Diagnosen bygger imidlertid på tre grunnleggende kriterier. Det er internasjonal enighet om disse kriteriene, som benyttes i ICD-10, så vel som i det amerikanske diagnosesystemet DSM-IV. Kriteriene er som følger (Grøsvik, 2008):

1. En betydelig kognitiv svekkelse. Resultater på psykometriske tester skal ligge minst to standardavvik under gjennomsnittet. Kognitive profiler varierer imidlertid i stor grad hos mennesker med utviklingshemming. Samtidig som noen kognitive områder er betydelig svekket, kan funksjonsnivået være relativt høyt på andre områder. Den enkeltes kognitive profil kan også endres over tid.

2. En betydelig svekkelse i adaptive ferdigheter. Dette innebærer sosiale, praktiske og begrepsmessige ferdigheter.
3. Det tredje kriteriet innebærer at tilstanden skal oppstå i løpet av utviklingen, det vil si før fylte 18 år.

3.2.1 Kvalitative vs. kvantitative forskjeller

Det har vært stor uenighet om hvorvidt utviklingshemming medfører et kvalitativt eller kvantitativt annerledes utviklingsforløp (Gjærum & Grøsvik, 2002; Rognhaug & Gonnæs, 2008). Ifølge Rognhaug og Gonnæs (2008) ser det ut til at stadig fler heller mot den kvantitative forklaringen. Dette medfører implikasjoner for synet på hva elever med utviklingshemming kan lære, og hvordan. Den grunnleggende opplæringen består av ADL-ferdigheter og sosial trening, men det påpekes at det kanskje er på tide å utvikle opplæringen et hakk i retning opplæringen for alle (Rognhaug & Gonnæs, 2008).

Gjærum og Grøsvik (2002) argumenterer på sin side for at utviklingshemming medfører et kvalitativt, så vel som kvantitativt, forskjellig utviklingsløp. Den kognitive profilen varierer med årsaksdiagnose. Forskjeller mellom ulike grupper når det gjelder sterke og svake funksjoner tyder på kvalitative forskjeller i utviklingen (Gjærum & Grøsvik, 2002).

På en annen side ble det i Sverige og USA gjennomført større kartlegginger hvor det ble funnet en mindre spredning i gjennomsnittresultater på indekser og deltester i WISC-IV hos barn med lett grad av utviklingshemming enn i normalpopulasjonen (Wechsler, 2009). Dette tyder på at den gjennomsnittlige kognitive profilen i utvalgene var forholdsvis flat.

Det er ennå langt frem mot en felles kognitiv teori for forskjells- og utviklingsteoretikerne, men det understrekes at teoriene i praksis bør ses som gjensidig utfyllende (Gjærum & Grøsvik, 2002).

3.3 Matematikkferdigheter

Barn med utviklingshemming har ofte generelle matematikkvanser. Dette innebærer at matematikkferdighetene samsvarer med barnets generelle evnenivå og ferdigheter i de øvrige skolefagene, men ferdighetene ligger betydelig lavere enn aldersgjennomsnittet (Statped, 2012a).

Imidlertid kan også spesifikke matematikkvansker oppstå hos barn med utviklingshemming; for eksempel hos barn med Williams syndrom (Tvedt & Johnsen, 2002). Ved spesifikke matematikkvansker ligger barnets matematikkferdigheter betydelig lavere enn det generelle evnenivået og ferdigheter i andre skolefag (Statped, 2012b). Barn med spesifikke matematikkvansker kan ha svært varierende funksjonsprofiler i matematikk, med store utfordringer innen enkelte områder og styrker innen andre områder (Statped, 2012b). For eksempel har barn med Williams syndrom vanligvis nonverbale lærevansker (Tvedt & Johnsen, 2002). Dette kan medføre at de kjenner tallsymbolene og har gode telleferdigheter (ferdigheter som avhenger av verbale evner), men er svakere på nonverbale områder som mengde- og størrelsesforståelse (Tvedt & Johnsen, 2002).

Ifølge Baroody (1996) ble manglende metakognitive evner og strategier tidligere sett som årsaken til vansker med tallforståelse hos elever med utviklingshemming. Imidlertid støtter nyere forskning oppunder to andre forklaringer; en begrenset kapasitet i arbeidsminnet som kan legge bånd på mengden informasjon som kan bearbeides, og manglende tilknyttet kunnskap som påvirker hva en legger merke til i nye situasjoner og hvordan den nye informasjonen bearbeides (Baroody, 1996).

Tvedt og Johnsen (2002) påpeker at det er viktig å være seg bevisst at biologisk modning, så vel som tallforståelse, ligger til grunn for den aritmetiske utviklingen. Et eksempel er dersom et barn kan gjenkjenne og oppgi mengder opp til 4, men har problemer med større mengder. Dette kan skyldes at oppfatningen av mengde er forankret i perseptuell gjenkjenning heller enn i tallforståelse. Ettersom biologisk modning, så vel som barnets tidligere erfaringer og tilknyttede kunnskap, kan medføre store individuelle forskjeller, må undervisningen ta utgangspunkt i den enkeltes evner og forutsetninger. Undervisningen bør også involvere barnas ferdigheter på flere områder ettersom barn med utviklingshemming trenger mer støtte for å kunne overføre kunnskap til nye områder (Tvedt & Johnsen, 2002).

Forskning viser at undervisningen bør vektlegge utvikling av adaptiv forståelse, ikke bare drill av matematiske fakta (Baroody 1996; Huffman et al., 2004; Tvedt & Johnsen, 2002).

3.4 Utvikling av addisjonsstrategier

I det følgende presenteres to amerikanske studier som tar for seg utviklingen av matematikkstrategier hos barn og ungdom med utviklingshemming. Disse studiene var de eneste som ble funnet som tar for seg bruk/utvikling av oppgavespesifikke addisjonsstrategier hos elever med utviklingshemming og er begrepsmessig sammenliknbare med den foreliggende undersøkelsen. De har ulike perspektiver på emnet og derfor ses det som relevant å benytte begge for å belyse problemstillingen. Den første undersøkelsen omhandler selvstendig oppdagelse av nye addisjonsstrategier (Baroody, 1996). Den andre er et komparativt studium og omhandler forskjeller og likheter i utviklingen av addisjonsstrategier hos barn med og uten utviklingshemming (Huffman et al., 2004).

3.4.1 Self-Invented Addition Strategies by Children With Mental Retardation

Baroody (1996) undersøkte evnen til spontan egenoppdagelse av nye addisjonsstrategier hos barn og ungdom med utviklingshemming i et longitudinelt studium med en eksperimentgruppe og en kontrollgruppe. Utvalget bestod av 30 barn og ungdommer fra 6-20 år, hvorav 24 med moderat utviklingshemming og 6 med lett utviklingshemming. Det var en lik fordeling av jenter og gutter. Det var ingen signifikant forskjell mellom gruppene når det gjaldt alder eller IQ-skårer.

Pretesten bestod av åtte oppgaver med addender fra 2-5. Dersom deltakerne ikke benyttet en hensiktsmessig addisjonsstrategi viste testerne en direkte modelleringsstrategi med klosser (tilsvarende B1, telle alt og forfra igjen). Hvor fort deltakerne begynte å bruke strategien de ble vist fungerte som en indikator på læringspotensialet deres.

Etter pretesten fulgte eksperimentgruppen et treningsopplegg i oppgaveløsning i addisjon. Målet for den eksperimentelle instruksjonen var å gi deltakerne øvelse i addisjon av tall opp til 5. De fikk kun tilbakemelding på om svaret var riktig eller galt. Dersom deltakerne ikke benyttet hensiktsmessige strategier modellerte instruktørene den grunnleggende strategien på samme måte som ved pretest. Kontrollgruppen fikk en alternativ opplæring i treningsperioden som fulgte mål i deltakernes individuelle opplæringsplaner i matematikk, men på andre områder enn addisjon.

Etter treningsperioden ble det administrert en umiddelbar posttest. Formålet var å undersøke hvorvidt deltakerne viste spontan utvikling av mer avanserte strategier. En utsatt posttest ble administrert etter fem måneder, og formålet med denne var å undersøke om deltakerne hadde bevart de nye strategiene. Posttestene omfattet de samme oppgavene med addender opp til 5 som ble benyttet i den eksperimentelle instruksjonen. I tillegg ble det administrert oppgaver med en addend opp til 8. Strategibruken ble kodet om til numeriske skårer, og utgjorde to variabler: funksjonsnivå og mest avanserte strategi. Den første variabelen bestod av hver deltakers gjennomsnittlige numeriske skåre på hver test, mens hver deltakers høyeste skåre utgjorde den andre variabelen. I det følgende presenteres resultatene fra undersøkelsen.

Læringspotensial

Mindre enn $\frac{1}{4}$ av deltakerne benyttet en hensiktsmessig strategi på samtlige oppgaver i pretesten. Majoriteten trengte imidlertid bare en eller to demonstrasjoner av den korrekte strategien.

Strategiutvikling

Deltakerne i eksperimentgruppen benyttet et betydelig mindre antall uhensiktsmessige strategier på posttestene enn deltakerne i kontrollgruppen. På den umiddelbare posttesten benyttet samtlige deltakere i eksperimentgruppen hensiktsmessige strategier på minst halvparten av oppgavene med små addender, mot 8 av 15 deltakere i kontrollgruppen. Ved den utsatte posttesten benyttet 11 av 13 deltakere i eksperimentgruppen fortsatt hensiktsmessige strategier på oppgavene med små addender, mot 8 av 15 i kontrollgruppen. Resultatene var liknende for de uøvde oppgavene med én større addend.

Ved pretesten benyttet alle deltakerne hovedsakelig B1 (telle alt og forfra igjen). Bruken av denne strategien sank betydelig i begge grupper ved posttestene, men av ulike årsaker.

Deltakerne i eksperimentgruppen brukte i stor grad mer avanserte strategier, mens deltakerne i kontrollgruppen benyttet uhensiktsmessige strategier på en stor andel av oppgavene. Med andre ord forekom en positiv strategiutvikling i eksperimentgruppen. I kontrollgruppen, hvor de fleste heller ikke beholdt den grunnleggende strategien de lærte ved pretest, var utviklingen negativ.

Av barna som trengte en presentasjon av strategien B1 ved pretest benyttet minst en tredjedel av deltakerne i begge grupper en strategi tilsvarende B2 (telle alt) på minst en av de resterende pretestoppgavene. I eksperimentgruppen økte frekvensen av B2 gjennom posttestene. Det ble i liten grad benyttet mer avanserte backupvarianter. Bare to barn, begge i eksperimentgruppen, benyttet abstrakte tellestrategier (tilsvarende B8) ved posttestene. Ingen av deltakerne benyttet resonneringsstrategier (jf. R2 og R3), men andelen av R1 (vet svaret) økte vesentlig i eksperimentgruppen ved posttestene.

Ved analyse av variablene for funksjonsnivå og mest avanserte strategi presterte eksperimentgruppen signifikant bedre enn kontrollgruppen. Analysen viste også at effekten av treningen ikke ble signifikant svekket over tid.

Retningslinjene for treningen sannsynliggjør at den observerte strategiutviklingen var spontan. Deltakerne i eksperimentgruppen ble vist B1, og kun denne strategien, ved behov. De fikk ingen respons med hensyn til valg av strategi, kun rett eller galt svar. Videre utviklet deltakerne nye strategier også etter riktig svar, ikke bare som korreksjon etter gale svar. Det er komplisert å forklare nye strategier, særlig de mer avanserte strategiene, og det er lite sannsynlig at dette er mulig gjennom tilfeldige, ubevisste handlinger. Dersom trenerne ga ubevisst positiv forsterkning kan det tenkes å ha økt frekvensen på en nyoppdaget strategi, men det ville ikke kunne føre til oppdagelsen av en ny strategi. Noen deltakere så ut til å tilpasse strategibruken etter hva oppgavene krevde, og enkelte fortsatte også å ta i bruk nye strategier i posttestene.

En regresjonsanalyse viste at IQ ikke predikerte posttestprestasjoner på hverken funksjonsnivå eller mest avanserte strategi. Dette understrekes ved at de to deltakerne som benyttet avanserte strategier begge hadde IQ-skårer under 50.

Oppsummering

Undersøkelsen viste at elever med utviklingshemming kan oppdage nye strategier spontant gjennom øvelse i addisjon. Utviklingen av nye strategier ser ikke ut til å påvirkes av generelt evnenivå, men av andre individuelle forutsetninger. Utvalgsstørrelsen tilsier at en må være forsiktig med å trekke konklusjoner fra undersøkelsen, men den bidrar til å motbevise at elever med utviklingshemming er passive i læringssituasjoner. Undersøkelsen understreker også at det er viktig å se på elever individuelle evner og forutsetninger i opplæringen.

3.4.2 Similarities and Differences in Addition Strategies of Children with and without Mental Retardation

Huffman et al. (2004) undersøkte utvikling og bruk av addisjonsstrategier hos barn med og uten utviklingshemming. Undersøkelsen hadde et mikrogenetisk design. Dette innbar at forskerne gjorde hyppige målinger i et begrenset tidsrom. Det endelige utvalget besto av ni barn med utviklingshemming (M=8,9 år) og 14 barn uten utviklingshemming (M=6,4 år).

Deltakerne ble først screenet i en pretest. Denne var delt i fire økter. I de to første øktene løste barna oppgaver med addender fra 1-5. Testlederne registrerte svaret, og hvor lang tid barna brukte på å svare. Testlederne ga respons på om svaret var riktig eller galt, og ba barna fortelle hvordan de hadde kommet frem til svaret. Strategien de benyttet ble også registrert. I tredje økt løste deltakerne først oppgaver slik som i de foregående øktene. Deretter ble de presentert for en tøydukke («Lance»). De ble bedt om å late som om Lance var en yngre gutt som var i ferd med å lære addisjon. De skulle så forklare for Lance hvordan han kunne finne svaret på en oppgave (2+4). Deretter ble de bedt om å forklare en annen fremgangsmåte for samme oppgave. Svarene de oppga utgjorde en pretest indeks for barnas strategikunnskaper. I den fjerde økten svarte barna først på 36 størrelsesoppgaver (hvilket tall er størst, 5 eller 3?). Deretter ba testlederne barna om å telle så langt de kunne. Det høyeste tallet de kom til, svarene på størrelsesoppgavene og forklaringene overfor Lance ble registrert for å se om de kunne predikere barnas prestasjon i den etterfølgende testingen.

Den etterfølgende testingen startet omtrent to uker etter den siste pretestøkten. Hvert barn ble testet to ganger i uka i 12 uker. Det ble ikke gitt noen strategiopplæring i testperioden. I hver økt løste barna 12 addisjonsoppgaver med samme prosedyre for tilbakemelding og registrering som ved pretest. I de 12 første øktene fikk barna ti små oppgaver (addender 1-5) og to store oppgaver (én addend opp til 5 og én fra 6-9). I de 12 siste øktene fikk barna åtte små oppgaver, to store oppgaver og to utfordrende oppgaver (én addend større enn 10, én mindre enn 5). I det følgende presenteres resultatene fra undersøkelsen.

Treffsikkerhet

Samlet sett var det ingen forskjell mellom barn med og uten utviklingshemming når det gjaldt antall riktige svar ved etterfølgende testing. Forskerne fant derimot at det var et skille innad i begge gruppene mellom deltakere med høy treffsikkerhet (>85% riktige svar) og lav

treffsikkerhet (<35% riktige svar). Det var heller ingen forskjell mellom hovedgruppene når det gjaldt de ulike komponentene ved pretest. Imidlertid var det signifikant forskjell på pretestskårene (med unntak av andre del av Lance-oppgaven) når barna ble inndelt etter treffsikkerhet i stedet for hovedgruppene.

Det ble funnet signifikante korrelasjoner mellom barnas treffsikkerhet og målene for tallforståelse (størrelsesberegning og høyeste tall barna telte til). Med andre ord predikerte tallforståelsen ved pretest barnas treffsikkerhet i den videre testingen. Det var imidlertid ingen sammenheng mellom treffsikkerhet og evnen til å forklare hensiktsmessige addisjonsstrategier (målt ved oppgavene med «Lance»).

Strategivariasjon og frekvenser

Samlet sett var det ingen forskjell mellom hovedgruppene med hensyn til hvilke strategier barna benyttet. Det ble benyttet flere strategier i undergruppene med høy treffsikkerhet (seks ulike strategier) enn i gruppene med lav treffsikkerhet (fire ulike strategier).

I hovedgruppene var frekvensen lik ved fire av de seks strategiene som ble observert. Imidlertid benyttet barna med utviklingshemming B4 (minimumsvarianten) ved en signifikant større andel av oppgavene enn barna uten utviklingshemming, mens barna uten utviklingshemming benyttet B2 (telle videre) ved en signifikant større andel oppgaver. Til tross for denne forskjellen vedrørende to av strategiene fulgte strategibruken i hovedgruppene forholdsvis like mønstre.

Strategiutvikling

10 av 14 uten utviklingshemming og 6 av 9 barn med utviklingshemming viste strategiutvikling. Rundt regnet ble strategiutvikling altså observert to tredeler av deltakerne i begge hovedgruppene. Barna som viste strategiutvikling brukte alle en eller annen backupstrategi; ingen brukte kun retrieval. De tre barna med utviklingshemming som ikke viste strategiutvikling benyttet kun retrievalstrategier, og var alle i gruppen med lav treffsikkerhet. To av de fire barna uten utviklingshemming som ikke viste strategiutvikling benyttet kun retrieval, men her oppgis ikke treffsikkerhet.

Oppsummering

Det forekom få forskjeller i strategibruk og strategiutvikling mellom barna med og uten utviklingshemming. Det ble derimot avdekket forskjeller mellom barn med høy og lav treffsikkerhet. Tallforståelse predikerte treffsikkerhet, og det ser dermed ut til at barnas konseptuelle tallforståelse har større innvirkning på utvikling og bruk av strategier i generelt evnenivå. Denne undersøkelsen støtter, i liket med Baroody (1996), opp under synet på at barn med utviklingshemming ikke er passive i læringssituasjoner slik som tidligere antatt, og at en må vektlegge den enkeltes evner og forutsetninger i opplæringen.

4 Metode

I dette kapittelet beskrives de metodiske valgene som ligger til grunn for undersøkelsen. Det gjøres først rede for undersøkelsens design og utvalg. Deretter beskrives gjennomføringen av datainnsamlingen med en gjennomgang av variabler, måleinstrumenter og prosedyrer. Etter dette gjøres det rede for de statistiske metodene som ble benyttet i analysen av datamaterialet, før ulike trusler mot validitet i denne undersøkelsen drøftes. Til slutt i kapittelet diskuteres etiske hensyn i undersøkelsen – med fokus på de spesielle kravene som stilles overfor forskning på barn og ungdom med utviklingshemming.

4.1 Design

Det overordnede målet med undersøkelsen er i vid forstand å frembringe kunnskap om hva som kjennetegner bruken av matematikkstrategier hos elever med utviklingshemming. Dette ble avgrenset i hovedproblemstillingen:

Hva kjennetegner bruken av oppgavespesifikke addisjonsstrategier hos elever med utviklingshemming?

Undersøkelsen hadde en kvantitativ tilnærming og kan beskrives som en tverrsnittsundersøkelse hvor strategibruken ble kartlagt kun på et tidspunkt, men hos ulike aldersgrupper (Befring, 2007, Gall, Gall & Borg 2007). Ettersom utvalget består av ulike aldersgrupper kan en også danne et bilde av hvorvidt det finnes generelle utviklingstrekk i utvalget, uten de mer omfattende tidsrammene som kreves av et longitudinelt studium (Befring, 2007). Undersøkelsen skulle i henhold til hovedproblemstillingen beskrive elevenes strategibruk slik den forekommer. Det ble altså ikke iverksatt noen intervensjon for å påvirke strategibruken, og undersøkelsen har dermed en ikke-eksperimentell design (Gall, Gall & Borg, 2007, Kleven, 2002a).

4.2 Utvalg

Utvalget bestod av 20 elever (inkludert lærlinger) med utviklingshemming fra grunnskolen og (femårig) videregående skole. Grad av utviklingshemming ble ikke registrert. Elevene måtte oppfylle følgende tilleggskriterier for å sikre at kartleggingen kunne gjennomføres:

- Har verbalt språk
- Kan telle til og med 17
- Kjenner tallsymbolene fra 1-9 og plusstegnet.

Det er viktig å påpeke at tilleggskriteriene har implikasjoner for begrepsoperasjonaliseringen. Når begrepet elever med utviklingshemming benyttes i sammenheng med den foreliggende undersøkelsen må det forstås som *elever med utviklingshemming som også oppfyller tilleggskriteriene*.

Som følge av begrensninger i populasjonens antall så vel som tilgjengeligheten innenfor populasjonen ble det gjort en vilkårlig utvelgning. At utvelgningen er vilkårlig vil si at utvalget består av individer som er praktisk tilgjengelige (Lund, 2002). Konsekvensene denne utvalgsmetoden kan ha for tolking av resultatene inngår i validitetsdrøftingen senere i kapittelet.

Utvalgsprosessen ble gjennomført ved å sende en forespørsel til ledelsen ved skoler i fire østlandskommuner (se vedlegg 1), hvorav skoler i to av kommunene ga positiv respons. Deretter ble informasjon til foreldre og elever (vedlegg 2 og 3), samt samtykkeskjema (vedlegg 4), sendt til de skolene som hadde gitt positive tilbakemeldinger. De yngre elevene fikk med seg papirene hjem, hvorpå foreldrene signerte samtykkeskjemaet, mens elevene selv samtykket muntlig. Blant elevene på videregående skole ble informasjonen om prosjektet gjennomgått på skolen, og de som hadde lyst til å delta signerte selv på samtykkeskjemaet før de fikk det med hjem. Dersom foreldrene også samtykket sendte de skjemaet tilbake til skolen og elevene ble inkludert i undersøkelsen. Både elever og foreldre måtte altså samtykke før deltakelse uavhengig av alder.

22 elever leverte signerte samtykkeskjemaer. Kartleggingen ble imidlertid avbrutt i to tilfeller; én elev ombestemte seg i forkant av kartleggingen som dermed ble avlyst. En annen elev hadde svake addisjonsferdigheter som gjorde det uhensiktsmessig å bedømme strategibruken, og kartleggingen ble derfor avbrutt. Det endelige utvalget bestod dermed som nevnt av 20 elever.

4.3 Datainnsamling

I det følgende gjøres det rede for variablene i datainnsamlingen, kartleggingsverktøyene som ble benyttet, samt prosedyrene for den praktiske gjennomføringen av kartleggingen. Først gjøres det kort rede for begrepsoperasjonaliseringen av variablene. Deretter beskrives den helhetlige kartleggingssituasjonen kort, før de enkelte instrumentene presenteres.

4.3.1 Oversikt over variabler

I det følgende presenteres en oversikt over variablene som ble kartlagt under datainnsamlingen.

Klassetrinn

Det ble registrert hvilket klassetrinn hver av elevene befant seg på. Utvalget inkluderte elever fra grunnskolen og femårig videregående skole. De videregående trinnene (Vg1-Vg5) fikk verdiene 11-15 i analysen slik at analysen kunne foretas på intervallnivå.

Verbale/non-verbale evner

Verbale og non-verbale evner ble målt med to deltester fra WISC-IV, henholdsvis ordforståelse og matriser. Hver deltest inngår i en indeks, og gir dermed ikke et helt fullstendig bilde av verbale/non-verbale evner. Dermed er det viktig å understreke at begrepene verbale og non-verbale evner i den foreliggende undersøkelsen viser til *elevenes skårer på ordforståelse og matriser*.

Strategibruk

Elevenes strategibruk ble målt med kartleggingsverktøyet for addisjonsstrategier i MUM-prosjektet. Verktøyet er basert på testleders observasjoner, samt elevenes verbale rapportering av fremgangsmåter. Resultatene fra kartleggingen utgjorde variabler for strategivalg (hvilke strategier elevene benyttet) og strategivariasjon (hvor mange ulike strategier elevene benyttet).

Treffsikkerhet

Under kartleggingen av strategier ble det registrert om elevenes svar var riktig eller feil. Antall riktige svar ble brukt som en indikator på elevenes treffsikkerhet i oppgaveløsningen.

4.3.2 Kartlegging

Kartleggingen ble gjennomført i egne rom for å hindre støy og andre distraksjoner. Under kartleggingen satt elev og testleder overfor hverandre ved et bord, mens lærer/assistent om var med satt ved siden av/bak eleven, ettersom hva som forstyrret eleven minst. Ordforståelse og matriser ble administrert først, og strategikartleggingen til slutt ettersom denne stort sett er mer omfattende (tidsbruk på de ulike elementene varierte veldig mellom elevene). Det ble lagt inn pauser underveis dersom det var behov for dette, og kartleggingen tok i sin helhet 20-60 minutter per elev.

Bakgrunnsvariabler

Forskning tyder på at både verbale og non-verbale evner kan påvirke aritmetiske ferdigheter, men det er uenighet om hvordan påvirkningen arter seg (Dowker, 2005). Ettersom populasjonen utvalget ble trukket fra er svært uensartet, og variasjon i utviklingsnivå i stor grad kan være uavhengig av alder, ble mål for verbalt og non-verbalt evnenivå inkludert for å gi en tydeligere beskrivelse av utvalget, samt å undersøke om det er en sammenheng mellom verbale/non-verbale evner og strategibruk. Til dette formålet ble deltestene ordforståelse og matriser fra WISC-IV valgt ut, ettersom det ikke lå innenfor prosjektets rammer å gjennomføre WISC-IV i sin helhet.

Ordforståelse er et mål på verbal forståelse og er i stor grad språklig og kulturelt betinget. Matriser, som er et mål på perseptuell resonnering, er derimot en non-verbal test og påvirkes lite av språklige og kulturelle faktorer. Begge deltester ble med alle elever administrert fra startpunktet for 6 år, i henhold til manualens retningslinjer i forhold til barn/ungdom med utviklingshemming (Wechsler, 2009).

I deltesten ordforståelse skal barnet/ungdommen forklare ord ved å gi muntlige definisjoner av disse. I deltesten matriser får barnet/ungdommen se bildeserier/mønstre hvor en del mangler og velger hvilket av fem alternativer som passer inn. Ingen av deltestene går på tid, og spørsmålene kan gjentas i begge deltester (Wechsler, 2009). Dette gjør det lettere å

tilrettelegge begge deltestene i forhold til elevenes tempo, samtidig som det er med på å sikre forståelse av oppgavene som skal løses.

I tillegg til disse bakgrunnsvariablene kunne det vært interessant å inkludere mål for konseptuell og prosedurell kompetanse, arbeidsminne og prosesseringshastighet. Dette er faktorer som har vist seg å påvirke strategiutviklingen (se for eksempel Carr & Hettinger, 2003). Den foreliggende undersøkelsen er imidlertid av et begrenset omfang, og det ble derfor valgt å fokusere på verbale- og nonverbale evner, som gir et mer generelt bilde av funksjonsnivå.

Kartlegging av addisjonsstrategier

Data om elevenes strategibruk ble innhentet ved hjelp av kartleggingsverktøyet fra MUM-prosjektet (Ostad, 2008). Elevene hadde de hjelpemidlene de benytter i vanlige opplærings situasjoner tilgjengelig under gjennomføring (for eksempel papir og blyant, konkreter og tallinje).

I forbindelse med MUM-prosjektet ble det konstruert to oppgavesett i addisjon ut fra de 64 oppgavene som kan dannes med addender fra 2-9. Oppgaver med tvillingtall, som for eksempel $2+2$, ble ikke benyttet. Dermed gjensto 56 oppgaver hvorav hvert par (for eksempel $3+5$ og $5+3$) ble tilfeldig trukket til hvert sitt sett. I denne undersøkelsen ble det ene settet benyttet, og kartleggingen omfattet da i alt 28 addisjonsoppgaver. Oppgavene var skrevet ut på 6×4 cm store kort og ble administrert en og en. Elevene besvarte oppgavene, for deretter å forklare hvordan hun/han tenkte direkte etter hver oppgave var løst (backupvariantene har også direkte observerbare indikatorer). For hver av de 28 oppgavene ble strategien, riktig/galt svar og eventuelle merknader (blant annet hvilke konkreter elevene benyttet) registrert på et skjema hentet fra Ostad (2008, s. 42) (se vedlegg 5).

4.4 Validitet og reliabilitet

I det følgende diskuteres først undersøkelsens validitet, og deretter reliabiliteten til testene som ble benyttet i datainnsamlingen.

4.4.1 Validitet

Cook og Campbell (1979) utarbeidet et validitetssystem for kvantitative undersøkelser. Systemet var i utgangspunktet beregnet på kausale undersøkelser, men benyttes også i annen kvantitativ forskning. Systemet er ikke nytt, men benyttes i stor grad også i nyere litteratur (for eksempel Befring, 2007; Gall, Gall & Borg, 2007; Lund, 2002). Det opereres med fire validitetskrav i kausale undersøkelser (Cook & Campbell, 1979): statistisk validitet, indre validitet, begrepsvaliditet og ytre validitet.

Statistisk validitet omfatter styrke og signifikans. Den statistiske styrken vil variere i forhold til utvalgets grad av heterogenitet (Cook & Campbell, 1979). Ettersom mennesker med utviklingshemming utgjør en svært uensartet gruppe (Rognhaug & Gommæs, 2008), vil det være naturlig å anta en stor grad av heterogenitet i utvalget. En stor variasjon i utvalget kan vanskeliggjøre funn i forhold til samvariasjon mellom variabler og dermed være en trussel i dette prosjektet. Størrelsen på utvalget vil virke inn på signifikansnivået, og det kan det være vanskelig å oppnå statistisk signifikans med små utvalg (Cook & Campbell, 1979).

Truslene mot statistisk validitet kan medføre type I-feil eller type II-feil (Lund, 2002). Disse dreier seg henholdsvis om å forkaste en sann nullhypotese (f.eks. «det er ingen sammenheng mellom alder og strategibruk») eller å akseptere en gal nullhypotese. Sannsynligheten for type I-feil øker blant annet ved store utvalg og ved brudd på forutsetningene om normalitet. Sannsynligheten for type II-feil øker blant annet ved små utvalg, større populasjonsvarians og strengere signifikansnivå (De Vaus, 2002; Lund, 2002). Signifikansnivået (p) ble i den foreliggende undersøkelsen satt til .05. Dette innebærer at en med 95 % sikkerhet kan si at signifikante korrelasjoner skyldes faktiske sammenhenger og ikke tilfeldige målefeil (Gall, Gall & Borg, 2007). Ved små utvalg anbefales det å sette signifikansnivået til .05 for å begrense sannsynligheten for type II-feil (De Vaus, 2002). Til tross for at signifikansnivået i den foreliggende undersøkelsen ligger på anbefalt verdi, vil det sammen med utvalgsstørrelsen og den heterogene populasjonen utvalget er trukket fra medføre en substansiell risiko for type II-feil i den foreliggende undersøkelsen. Dermed kan det være

reelle sammenhenger som ikke oppdages, og en kan heller ikke være sikker på manglende signifikans betyr at det ikke finnes noen sammenheng.

Indre validitet dreier seg kausal gyldighet; hvor sikker en kan være på at et fenomen skyldes en bestemt årsak. De vanlige truslene mot indre validitet kan oppstå ved implementering av tiltak og målinger over tid (pre-/posttest) (Cook & Campbell, 1979). Den foreliggende undersøkelsen er i all hovedsak deskriptiv; det ble ikke iverksatt noen tiltak som gir empirisk belegg for kausalitet. I den grad årsakssammenhenger diskuteres vil det være snakk om tentative forslag med grunnlag i teori. Korrelasjoner i datamaterialet kan si noe om sammenhenger, men ikke om sammenhengene er dirkete eller hvilken retning de går i. En må dermed være svært forsiktig med tolking av årsak/virkning, og den indre validiteten vil være avhengig av teoretisk forankring.

Begrepsvaliditet handler om operasjonaliseringen av begrepene som skal måles, det vil si hvorvidt de målingene en gjør faktisk beskriver de egenskapene en forsøker å måle (Cook & Campbell, 1979). Addisjonsstrategiene i denne undersøkelsen kan deles i to hovedkategorier; backupvarianter og retrievalvarianter. Førstnevnte består i stor grad av direkte observerbare handlinger, mens sistnevnte mangler disse ytre indikatorene (dette gjelder også B8 når strategien tar form av internalisert telling). Det er større usikkerhet forbundet med de ikke-observerbare strategiene ettersom de baserer seg på testleders forståelse av elevenes uttrykk for egen forståelse. Det kan være vanskelig, også for eleven selv, å skille mellom direkte gjenkalling av et svar og automatisert, ubevisst bruk av regler og telling (Cowan, 2003). For eksempel kan oppgaven $4+1$ løses automatisk ved B3 eller regelen $n+1 = \text{tallet etter } n$ (Baroody, 2003). Her kan det også nevnes at det er vanskelig å registrere forskjellen de ikke-observerbare strategiene og gjetning, ettersom instrumentet ikke inkluderer noen kategori for uhensiktsmessige strategier ved galt svar.

Testsituasjonen kan påvirke elevenes strategibruk (jf. Carr & Hettinger, 2003). Derfor må en ta i betraktning at begrepet strategibruk først og fremst viser til *strategibruk i testsituasjon*.

Når det gjelder bakgrunnsvariablene kan det være problematisk at kun to deltester fra WISC-IV ble benyttet. Deltestene inngår egentlig i helhetlige indekser (ordforståelse i Verbal Forståelsesindeks og matriser i Perseptuell Resonneringsindeks), og når de står alene vil de være mer usikre som mål på henholdsvis verbal og nonverbal intelligens. Ordforståelse korrelerer imidlertid høyt med Fullskala-IQ, og matriser anses som et reliabelt mål på

kognitive evner (Wechsler, 2009). Dermed kan nok deltestene gi et godt, om ikke fullstendig bilde av elevenes verbale/non-verbale nivå.

Det må også nevnes at operasjonaliseringen av begrepet elever med utviklingshemming forutsetter tilleggskriteriene som ble benyttet i utvalgsprosessen. Begrepet omfatter altså ikke alle elever med utviklingshemming, kun de som har verbalspråk, kan telle til og med 17, samt kjenner tallsymbolene fra 1-9 og plusstegnet. Dette har konsekvenser for ytre validitet (se neste avsnitt).

Ytre validitet dreier seg om generaliserbarhet. For å kunne generalisere funn i et utvalg til populasjonen bør utvalget være randomisert for å unngå systematiske feilkilder (Cook & Campbell, 1979). Ettersom utvalget i denne undersøkelsen ble trukket ved vilkårlig utvelging er det vanskelig å si noe om hvorvidt det er representativt for populasjonen. Andre trusler mot ytre validitet omfatter blant annet at det er stor variasjon i populasjonen, og utvalgsstørrelsen er begrenset. Dette vil, i likhet med at utvalget ikke er randomisert, øke sjansene for at utvalget ikke gir en god representasjon av populasjonen (Cook & Campbell, 1979). Imidlertid må populasjonen begrenses til mennesker med utviklingshemming i skolealder som har verbalspråk, kan telle til og med 17, samt kjenner tallsymbolene fra 1-9 og plusstegnet. Resultatene kan nok i mye høyere grad generaliseres til denne populasjonen enn til den overordnede populasjonen av alle mennesker med utviklingshemming.

4.4.2 Reliabilitet

Reliabilitet kan deles inn i to kategorier: testreliabilitet og itemreliabilitet (Tolmie, Muijs, & McAteer, 2011). *Testreliabilitet* dreier seg om hvorvidt gjentatte testinger gir samme resultat, og benyttes blant annet i standardisering av instrumenter hvor en gjør test-retest målinger.

Itemreliabilitet handler på sin side om i hvilken grad et måleinstrument fanger opp det fenomenet det er ment å måle, og kan kalkuleres ved hjelp av Cronbach's Alpha (ibid.). Et måleinstrument er oppbygd av ulike items (oppgaver). Strategikartleggingen består for eksempel av 28 items i form av addisjonsoppgaver. Alphakoeffisienten gir et samlet mål for hvordan hver oppgave korrelerer med de resterende oppgavene (De Vaus, 2002). Cronbach's Alpha gir et resultat mellom 0 og 1, hvor reliabiliteten er bedre desto høyere koeffisienten er (De Vaus, 2002). Alphakoeffisienten angir graden av likhet en vil finne dersom hele

oppgavesettet i hvert av instrumentene ble byttet ut med et annet sett fra samme «univers av oppgaver» (Kleven, 2002b). Itemreliabiliteten på de tre måleinstrumentene vises i tabell 3.

Tabell 3: Måleinstrumentenes reliabilitet.

	Cronbach's Alpha
Strategitest	,985
Ordforståelse	,754
Matriser	,854

En alphakoeffisient bør være minst .07 før en kan anta at testen er reliabel (De Vaus, 2002), og ifølge Gall, Gall, & Borg (2007) er et resultat på $>.8$ er tilstrekkelig i så godt som alle forskningshenseender. Alle instrumentene har resultater over minimumskravet for itemreliabilitet, og det ser dermed ut til at de fanger opp fenomenene de skal måle i en tilstrekkelig grad. Det kan imidlertid være verdt å merke seg at en i det norske standardiseringsarbeidet med WISC-IV oppnådde en reliabilitet på .94 for deltesten ordforståelse og .88 på matriser (Wechsler, 2009). Når det gjelder matriser er reliabiliteten altså ganske lik i den foreliggende undersøkelsen og standardiseringen av WISC-IV, men den er langt svakere når det gjelder ordforståelse i den foreliggende undersøkelsen.

4.5 Analyse

Resultatene vil i hovedsak diskuteres ut fra deskriptiv analyse av frekvenser og gjennomsnitt i strategibruk (hvilke og hvor mange) hos utvalget. I tillegg fremstilles en korrelasjonsanalyse. Etersom samtlige variabler ble målt på intervallnivå ble Pearsons r benyttet for å undersøke sammenhenger i strategibruken, samt hvordan strategibruken fordeler seg i forhold til alder og evnemål. Denne korrelasjonskoeffisienten (r) gir en verdi mellom -1 og $+1$, hvor $+1$ betyr at det er fullstendig sammenheng mellom variablene, 0 betyr at det ikke finnes noen sammenheng og -1 betyr at det er en fullstendig, men motsatt, sammenheng mellom variablene (De Vaus, 2002).

Når det gjelder korrelasjonsstyrke gir De Vaus (2002, s. 259) følgende retningslinjer:

$r = .00$	ingen sammenheng
$r = .01-.09$	svært svak sammenheng
$r = .10-.29$	svak til moderat sammenheng

r = .30-.49	moderat til forholdsvis sterk sammenheng
r = .50-.69	forholdsvis sterk til svært sterk sammenheng
r = .70-.89	svært sterk sammenheng
r = .90-1	(tilnærmet) fullstendig sammenheng

4.6 Etiske hensyn

Den største etiske utfordringen i denne undersøkelsen dreide seg om samtykkekompetanse, ettersom utvalget besto av barn og ungdom med utviklingshemming. Deltakere skal gi et informert og frivillig samtykke, og overfor dette utvalget kan det innebære noen spesifikke utfordringer.

Kravet om *informasjon* innebærer at informasjonen må gis på en måte som sikrer at «vedkommende forstår den presentasjonen som gis av selve forskningsprosjektet og hva dette er ment å omhandle, hva det er man søker å finne svar på, hva forskningen vil bli brukt til, og hvilken rolle man spiller i dette» (Ellingsen 2009).

Å ivareta *frivilligheten* kan også være utfordrende. Som følge av sterk autoritetstro kan mennesker med utviklingshemming ha vansker med å sette egne grenser for hva de vil, og dermed automatisk si ja til å delta (Ellingsen, 2009).

Samtidig dreier denne undersøkelsen seg om barn. Ifølge Backe-Hansen (2012) er hovedregelen for umyndiges deltakelse i forskningsprosjekter at foresatte må gi sitt samtykke. Deretter uttrykker barnet sitt ønske om å delta eller ikke delta. Foreldrene må da være reelt informert, og en må ha gjort avveininger i forhold til nytte og skade, samt anonymisering (Backe-Hansen, 2012).

For å imøtekomme ovennevnte krav, ble flere tiltak gjennomført. Som nevnt i beskrivelsen av utvalget ble førstegangskontakt opprettet gjennom ledelsen ved de aktuelle skolene, noe som sikret skolens godkjenning. Informasjonsskriv ble sendt ut til både foreldre og elever, i tillegg til skolene. Informasjonen til elevene var tilpasset for å ivareta forståelse, samtidig som foreldrene og skolene mottok mer inngående informasjon. Ettersom foreldre og/eller lærere gjennomgikk informasjonen sammen med elevene kunne de også tilrettelegge informasjonen for den enkelte. I informasjonsteksten ble det lagt vekt på hva undersøkelsen dreide seg om, hvordan kartleggingen skulle foregå og at deltakelse var helt frivillig fra start til slutt.

Selv om frivillighet kan være problematisk innebar ikke kartleggingen noen risiko for skade så lenge elevenes mestringsfølelse ble ivaretatt, noe som ble vektlagt sterkt i løpet av kartleggingen. For å bidra til trygghet i kartleggingssituasjonen var lærer eller assistent med dersom elevene ønsket det. Kartleggingen ville også bli avbrutt dersom elevene ga uttrykk for ikke å ville fortsette. Det var som nevnt ett tilfelle hvor en elev ville trekke seg. Eleven fikk vite at det ikke var noe problem; deltakelse i undersøkelsen var helt frivillig. I tilfellet hvor kartleggingen ble avbrutt ble dette gjort både fordi resultatene ville blitt ugyldige, og, av større etisk relevans, fordi kartleggingsprosessen ble veldig omfattende og krevende for denne eleven.

Det ble ikke innhentet personopplysninger som kan identifisere informantene direkte i denne undersøkelsen. I tillegg til utvalgskriteriene ble også klassetrinn registrert, men disse bakgrunnsopplysningene er ikke nok til å gjøre enkeltpersoner gjenkjennbare; noe som i stor grad sikrer anonymitet. Et potensielt problem kan være at informantene selv går ut med opplysninger, offentlig eller privat, som kan gjøre dem gjenkjennbare i forhold til undersøkelsen (Ellingsen, 2009), men i denne undersøkelsen vil nok risikoen for gjenkjenning begrense seg til de som allerede er informert om undersøkelsen (foreldre og skolepersonale) og vil dermed ikke være en risikofaktor for informanten.

Undersøkelsen ble behandlet av Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH), som konkluderte med at den ikke var meldepliktig (se vedlegg 6).

5 Resultater

I dette kapittelet presenteres først en fremstilling av utvalget, med fordeling på klassetrinn og bakgrunnsvariabler. Deretter presenteres strategibruken i utvalget, med fokus på den gjennomsnittlige prosentfordelingen av ulike strategier elevene valgte, antall strategier elevene benyttet og treffsikkerhet (antall riktige svar). Deler av datamaterialet vil synliggjøres ved hjelp av grafiske fremstillinger.

En korrelasjonsmatrise over samtlige variabler (se vedlegg 7) avdekket signifikant korrelasjon mellom et fåtall av variablene, og disse presenteres fortløpende i det følgende. Korrelasjoner som var forholdsvis sterke og nærmet seg signifikans vil også nevnes, ettersom utvalget er lite, noe som øker risikoen for type II-feil.

5.1 Beskrivelse av utvalget: klassetrinn og bakgrunnsvariabler

Tabell 4: Fordeling på klassetrinn og bakgrunnsvariabler.

	M	SD	Min	Max	Skjevhet	Kurtosis
Klasse	9,10	3,74	4	15	0,34	-1,14
SumOf	13,65	4,59	8	23	0,75	-0,53
SumMa	9,35	3,98	5	21	1,49	2,75

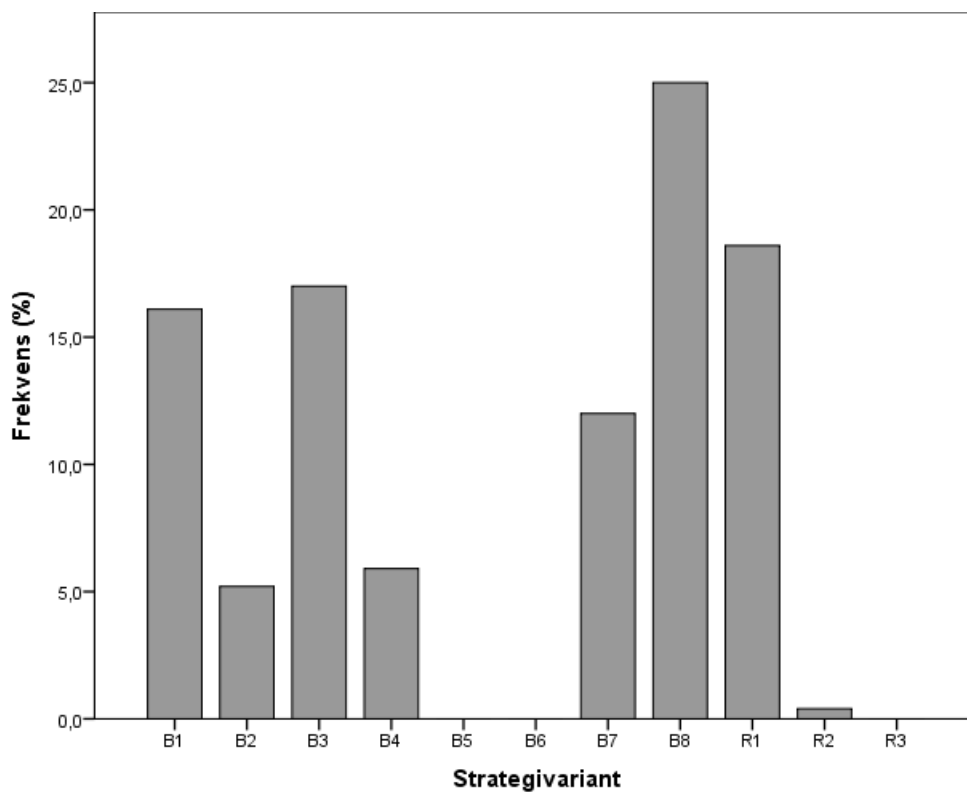
Tabell 2 viser gjennomsnitt (M) og standardavvik (SD) for fordelingen, samt skjevhet og kurtosis. Elevene er forholdsvis jevnt fordelt på trinnene fra 4.-15. klasse (Vg1-Vg5 ble kodet som 11.-15. klasse, jf. kapittel 4.3.1). Fordelingens form (flat og kun svakt høyreskjev) gjenspeiler den jevne spredning over trinnene. Det er ingen opphopning omkring enkeltrinn.

Bakgrunnsvariablene varierer sterkt på tvers av klassetrinnene, og det ble ikke funnet noen signifikant korrelasjon mellom bakgrunnsvariablene og klassetrinn. Elevenes skårer på evnemålene avhenger altså ikke av alder, men av andre individuelle forutsetninger. Høyeste skåre på ordforståelse (23) ligger 2,0 standardavvik (SD) over gjennomsnittet (mean), mens laveste skåre (8) ligger 1,2 SD under mean. Fordelingen er høyreskjev, og forholdsvis flat. Fordelingens tyngdepunkt ligger i den lavere enden, men spredningen opp mot de høyeste verdiene er forholdsvis jevn. Når det gjelder matriser, ligger høyeste skåre (21) 2,9 SD over

mean, mens laveste skåre (5) ligger 1,1 SD under mean. Fordelingen er tydelig høyreskjev og spiss. Skårene er i høy grad samlet i den lavere enden av fordelingen, med enkelte høye ekstremverdier.

Det forekom en forholdsvis sterk korrelasjon mellom bakgrunnsvariablene matriser og ordforståelse ($r = .494$, $p = .027$). I den norske standardiseringen av WISC-IV er korrelasjonen noe svakere ($r = .41$) (Wechsler, 2009).

5.2 Fordeling av strategivalg



Figur 1: Gjennomsnittlig fordeling av strategivalg.

Figur 1 gir en samlet oversikt over de ulike strategiene elevene valgte, og viser gjennomsnittet (i prosent) av hvor ofte en strategi ble valgt. Det fremgår av figuren at det er en forholdsvis stor variasjon i strategibruken hos elevene i denne undersøkelsen. Samlet sett benytter elevene i alt åtte ulike strategier. Det er imidlertid viktig å understreke at variasjonen blant elevene er stor, og enkeltvis benyttet ingen elev så mange som åtte ulike strategier (se pkt. 6.3, strategivariasjon).

Backupstrategier ble benyttet i 81 % av tilfellene. Av disse var 38 % av de mest grunnleggende tellevariantene (B1-B3). Over halvparten av backupstrategiene elevene benyttet totalt var av de mer avanserte variantene. I 25 % av tilfellene ble B8, verbal telling, benyttet. Verbal telling er den mest avanserte av backupstrategiene. Den er abstrakt og stiller høye krav til arbeidsminne for å holde rede på hvor langt en skal telle og hvor langt en har kommet. Det må påpekes at denne strategien ikke alltid var hensiktsmessig når det gjelder treffsikkerhet. En elev som benyttet B8 på 26 av oppgavene hadde galt svar på samtlige oppgaver løst med denne strategien.

Retrievalstrategier ble benyttet i 19 % av tilfellene. Det var i all hovedsak R1 som ble benyttet. Treffsikkerheten ved bruk av R1 var god. Samlet løste elevene 104 oppgaver med denne strategien, hvorav tre elever hadde ett galt svar hver. Strategien R2, som ble valgt i 0,4 % av tilfellene, ble kun benyttet av en elev ved to av oppgavene.

I den foreliggende undersøkelsen forekom det en forholdsvis sterk korrelasjon mellom strategiene B1 og B2 ($r = .528$, $p = .017$). En mulig årsak til korrelasjonen er at de elevene som i størst grad benyttet B2 (telle alt) gjorde det ved oppgaver med små addender hvor de gjenkjente antall konkreter for hver addend uten å telle. Ved oppgaver med større addender måtte de imidlertid telle opp konkretene for hver addend før de telte alle, og benyttet dermed B1 (telle alt og forfra igjen).

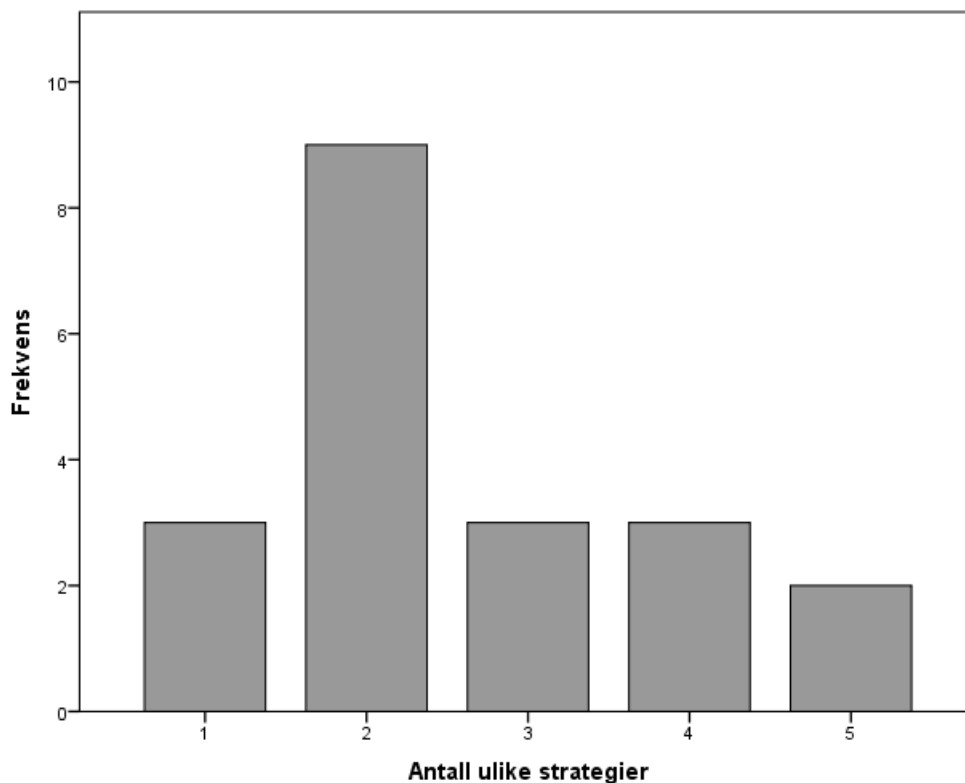
Det forekom også en forholdsvis sterk korrelasjon mellom B3 og B4 ($r = .508$, $p = .022$). Denne korrelasjonen kan nok imidlertid skyldes skåringskriteriene. Elever som benyttet B4 (minimumsvarianten) fikk bare uttelling for denne strategien ved oppgaver hvor den første addenden var minst. Når den første addenden er størst blir det umulig å skille mellom B3 (telle videre) og B4, og disse oppgavene ble derfor skåret som B3. Forholdet mellom de to ville kanskje sett annerledes ut dersom alle oppgavene hadde den minste addenden først.

I rådataene fra den foreliggende undersøkelsen ser det ut til at de mest grunnleggende tellestrategiene forekommer oftere hos de yngre elevene, mens de mer avanserte backupstrategiene forekommer oftere hos de eldre. R1 (vet svaret) ser ut til å være ganske jevnt fordelt over klassetrinnene. Spredningen er imidlertid ganske stor, og når en ser på korrelasjonskoeffisientene er det bare strategien B8 (verbal telling) som korrelerer med klassetrinn ($r = .509$, $p = .022$). Korrelasjonen er forholdsvis sterk og signifikant på .05-nivå. Positivt fortegn tilsier økende bruk av B8 på høyere klassetrinn. En må imidlertid være

forsiktig i tolkningen av denne korrelasjonen som følge av korrelasjonen mellom treffsikkerhet og B8 (se kapittel 6.4).

Moderate korrelasjoner mellom matriser og B4 ($r = .434$, $p = .056$), samt matriser og R1 ($r = .407$, $p = .075$) nærmer seg signifikans, spesielt $r_{\text{SumMa,B4}}$. Det kan derfor tenkes at signifikans kunne vært oppnådd med et større utvalg. Dette tyder kanskje på at det kan være en sammenheng mellom non-verbale evner (perseptuell resonnering) og strategier som innebærer gjenkalling og å se bort fra addendenes rekkefølge. Ettersom korrelasjonene ikke er signifikante er det en høyere risiko for at sammenhengene skyldes tilfeldige målefeil, og en må være forsiktig med å vektlegge disse funnene.

5.3 Strategivariasjon



Figur 2: Antall strategier elevene valgte.

Figur 3 viser fordelingen av antall ulike strategier som ble benyttet i løpet av kartleggingen fordelt på elevene. Figuren belyser spennet fra ensidig til fleksibel strategibruk, med et klart flertall av elever som benyttet to strategier. Den samlede fordelingen tenderer dermed mot liten variasjon i strategibruken ($M=2,5$, $SD=1,2$). At elevene benytter alt fra 1-5 ulike

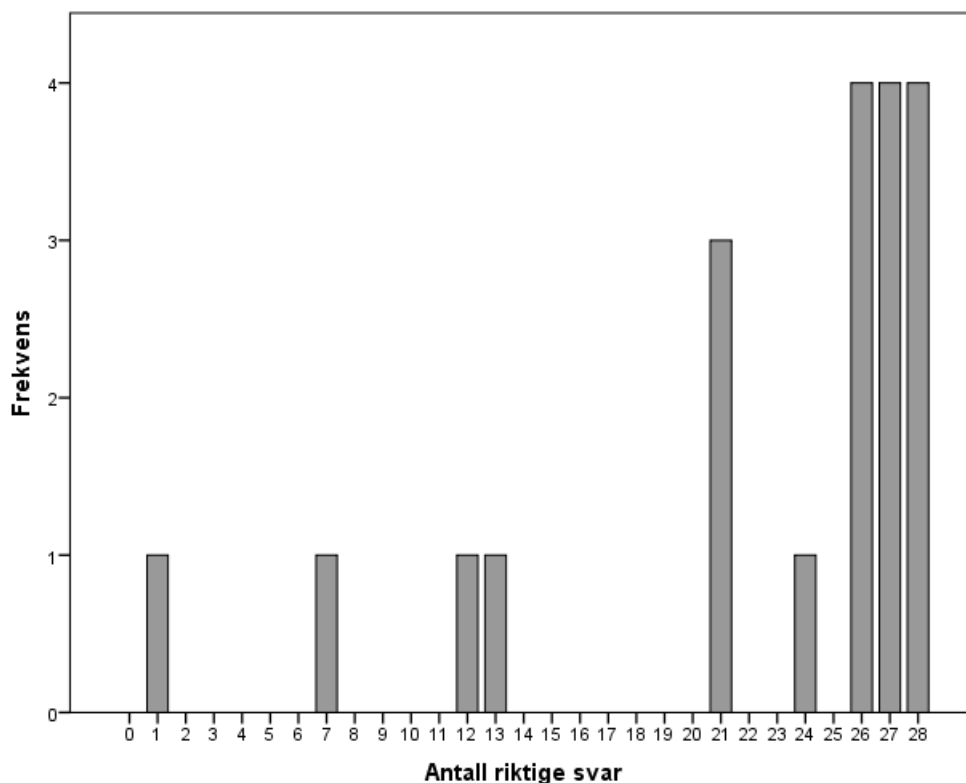
strategier belyser imidlertid de store individuelle forskjellene i utvalget. Det er et viktig poeng i denne fremstillingen, og kunne lett blitt oversett dersom fokus kun lå på gjennomsnittsverdier i det samlede utvalget.

Det kan også være verdt å merke seg at de tre elevene som kun benyttet én strategi var fra videregående skole, og strategibruken var i to av tilfellene uhensiktsmessig. Elevene som benyttet 2-5 strategier var rimelig jevnt fordelt utover aldersgruppene.

Elevenes strategivariasjon gir ikke et entydig bilde av strategisk kompetanse. To av elevene med begrenset strategibruk kan være gode eksempler på dette. En elev benyttet bare retrievalstrategien R1, som er den mest effektive strategien, og svarte riktig på alle oppgavene. I dette tilfellet ville det ikke vært hensiktsmessig for eleven å benytte et større utvalg strategier, ettersom enhver annen strategi innebærer en mindre effektiv prosess. En annen elev svarte riktig på én oppgave. Denne oppgaven var én av to hvor eleven benyttet strategien R1. På de resterende benyttet eleven B8. For denne eleven var verbal telling, B8, en tydelig uhensiktsmessig strategi, og oppgaveløsningen var preget av mangelen på hensiktsmessige strategier.

Antall ulike strategier elevene benyttet korrelerer med strategien B4 ($r = .534$, $p = .013$). Korrelasjonen er forholdsvis sterk og signifikant på .5-nivå. Valg av denne strategien tyder dermed på fleksibilitet i strategibruken, noe som understrekes av at samtlige elever som benyttet B4, benyttet minst to andre strategier. Strategiantallet korrelerte også med R2, men ettersom denne strategien ble benyttet av kun en elev må en være forsiktig i tolkningen av dette resultatet

5.4 Treffsikkerhet



Figur 3: Fordeling av antall riktige svar.

Figur 4 viser fordelingen av riktige svar i utvalget. 16 av 20 elever hadde > 20 riktige svar. Gjennomsnittet var 22,2 (SD=7,8). Fordelingen er imidlertid venstreskjev (kurtosis = -1,6), som følge av ekstremverdier. Variasjonsbredden = 27, minimumsverdi = 1. De fleste elevene skårer altså høyt, men igjen fremheves det hvor store individuelle forskjeller som finnes i utvalget. Også her må en være forsiktig med tolkningen av gjennomsnittsverdier som kan overskygge den reelle spredningen.

Det er en sterk korrelasjon mellom elevenes treffsikkerhet og bruk av strategien B8 ($r = -.637$, $p = .003$). Negativt fortegn tilsier at elever som benytter denne strategien ofte har svært få riktige svar. Korrelasjonsanalysen gir imidlertid ikke grunnlag for å trekke en kausal slutning mellom variablene. Strategien ser likevel ut til å benyttes uhensiktsmessig i så mange tilfeller at den økende bruken av B8 i høyere klassetrinn ikke kan tolkes som en utvikling av mer avansert strategibruk. Som tidligere nevnt var treffsikkerheten generelt god ved bruk av R1 (vet svaret). Da det allikevel ikke er noen korrelasjon mellom R1 og treffsikkerhet kan det kanskje skyldes at korrelasjonsanalysen mellom strategivalg og treffsikkerhet er basert på

forholdet mellom en gitt strategi og det generelle antallet feil, ikke bare feil relatert spesifikt til strategien.

I tillegg er det en moderat korrelasjon mellom matriser og treffsikkerhet som nærmer seg signifikans ($r = .402$, $p = .079$). Denne ville kanskje også vært signifikant med et større utvalg, og kunne dermed pekt mot en mulig sammenheng mellom perseptuell resonnering og evnen til å finne/gjenkalle riktig svar. Dette diskuteres videre i neste kapittel, men en må også her være forsiktig i tolkningen.

6 Diskusjon

I dette kapittelet drøftes først validiteten og reliabiliteten av slutninger som kan trekkes fra resultatene, etterfulgt av en diskusjon av utvalgets fordeling på bakgrunnsvariablene. Deretter drøftes resultatene i lys av teori og empiri; først i henhold til underspørsmålene og deretter i forhold til den overordnede problemstillingen. Til slutt oppsummeres diskusjonen, før noen avsluttende refleksjoner omkring undersøkelsen.

6.1 Slutningenes validitet og reliabilitet

6.1.1 Statistisk validitet

Det forekommer få signifikante korrelasjoner i undersøkelsen. I tillegg er flere av korrelasjonene av forholdsvis lav styrke. Dette kan skyldes blant annet utvalgsstørrelsen og en stor grad av heterogenitet i utvalget. Dessuten er enkelte korrelasjoner vanskelige å tolke som følge av blant annet skåringsprosedyren. Dermed er det viktig å vurdere korrelasjonene nøye. For å redusere trusler mot statistisk validitet kunne det vært ønskelig å gjennomføre en undersøkelse med et større utvalg, med enkelte endringer i skåringsprosedyren for strategibruk med hensyn til gjetting og gale svar/uhensiktsmessige strategier.

6.1.2 Indre validitet

Kartleggingen ble gjennomført kun ved et tidspunkt, uten iverksetting av tiltak. Noen årsaksforhold er likevel aktuelle. Antakelser omkring kausalitet kan understøttes av teori, men vil i all hovedsak være tentative. Det antas at biologisk modning er en forutsetning for deler av den kognitive utviklingen (jf. Tvedt & Johnsen, 2002). Konseptuelle og perseptuelle ferdigheter er gjenstand for gjensidig påvirkning (Baroody, Bajwa & Eiland, 2009). Strategivalg påvirker treffsikkerhet, men treffsikkerheten kan også påvirke valg av strategi (Carr & Hettinger, 2003). Bruk av uhensiktsmessige strategier ser ut til å medføre lavere treffsikkerhet. Dersom hensiktsmessige strategier var tilgjengelige antas det at disse (hovedsakelig) ville frembragt riktig svar.

Det fremgår av forrige avsnitt at årsaksforhold kan være utydelige, sammenhenger kan være spuriøse, og årsaksforholdet kan bestå av gjensidig påvirkning.

6.1.3 Begrepsvaliditet

Elevene i utvalget kan ikke sies å representere hele populasjonen av mennesker med utviklingshemming slik populasjonen er definert i kapittel 3.2. Begrepet *elever med utviklingshemming* viser dermed til den delen av populasjonen som er i grunnskolen eller videregående skole, som har verbalspråk, som kan telle til og med 17 og kjenner tallsymbolene fra 1-9 og plusstegnet. Dette må tas i betraktning når det gjelder sammenlikning med studiene til Baroody (1996) og Huffman et al. (2004) ettersom disse studiene ikke hadde de samme inklusjonskriteriene.

Når det gjelder begrepet matematikkstrategier er det avgrenset til å gjelde de oppgavespesifikke addisjonsstrategiene. Strategiene er operasjonalisert gjennom 8 backupstrategier og 3 retrievalstrategier. Backupstrategiene er i hovedsak direkte observerbare, mens registrering av retrievalstrategiene er avhengige av elevenes forklaringer. Gjennom kartleggingen kom det frem at enkelte strategivarianter ikke ble benyttet av noen elever. I tillegg benyttet noen elever en strategi hvor de telte i hodet. Dette ble sett som en internalisert variant av verbal telling og ble registrert som B8, men har ingen ytre observerbar indikator. Den internaliserte tellestrategien hadde en sammenheng med lav treffsikkerhet. I mange tilfeller så den ut til å være uhensiktsmessig. Om dette skyldes at elevene telte feil, eller om andre feilkilder var involvert kan ikke sies med sikkerhet. Den internaliserte versjonen av B8 kan ikke sies å representere evnen til å holde to tall-linjer i hodet samtidig, og det er i mange tilfeller usikkert B8 faktisk representerer internalisert telling.

En finner også trusler mot begrepsvaliditeten ved tre andre strategier; B3, B4 og R1. B3 dreier seg om å telle videre fra den første addenden, mens B4 dreier seg om å telle videre fra den største addenden. I oppgaver hvor den største addenden er først blir det derfor vanskelig å skille mellom disse strategiene. I disse tilfellene ble strategien registrert som B3, noe som kan gi et skjevt bilde av fordelingen blant disse strategiene. Når det gjelder R1 så det at en del elever så ut til å gjette når de mer eller mindre konsekvent oppga gale svar med forklaringen «vet svaret». Dette ble imidlertid registrert som R1 på grunn av elevenes forklaring, og fordi kartleggingsverktøyet ikke inneholdt en kategori for gjetting eller uhensiktsmessige strategier. Dermed er R1 påvirket av en større andel gale svar enn de resterende strategiene. Tendensen er allikevel godt synlig ettersom det for hver oppgave også ble registrert om svaret var galt eller riktig.

I omtale av resultater fra den foreliggende undersøkelsen viser begrepene verbale/non-verbale evner til elevenes raskårer på ordforståelse og matriser. Deltestene kan ikke sies å gi et fullstendig bilde av elevenes evnenivå, men er likevel gode indikatorer (Wechsler, 2009). Dermed kan de bidra til et tydeligere bilde av utvalget, og gi en forholdsvis god indikasjon på hvorvidt elevenes strategibruk henger sammen med evnenivå.

Det kunne vært ønskelig å inkludere andre bakgrunnsvariabler, som tallforståelse, perseptuell resonnering og arbeidsminne, men kartleggingen ville da blitt altfor tidkrevende. Tidsbruken var svært variert fra elev til elev, men enkelte brukte over en time. Selv om det ble lagt inn pauser ved behov ville en større kartlegging vært svært krevende for deltakerne. Det ville også vært avhengig av at skolen kunne sette av ennå mer tid. Derfor ble det besluttet kun å inkludere mål for verbale/non-verbale evner som også er gode indikatorer på generelt evnenivå.

6.1.4 Ytre validitet

Utvalget av deltakere var ikke randomisert, og forutsatte spesifikke kriterier for deltakelse. Dermed kan ikke resultatene fra undersøkelsen generaliseres til alle elever med utviklingshemming. Resultatene vil kun være gyldige for elever med utviklingshemming som oppfyller de spesifikke kriteriene.

I tillegg foregikk kartleggingen utenfor klasserommet, i en annen setting enn elevene er vant til når de arbeider med matematikk. Dermed må en også være forsiktig med å generalisere resultatene til en klasseromssetting eller andre hverdagssituasjoner (jf. Carr & Hettinger, 2003).

6.1.5 Reliabilitet

Alle de tre måleinstrumentene oppnådde en akseptabel verdi på Cronbach's Alpha (jf. kapittel 4.4.2) Dette kan tyde på at resultatene ville blitt omtrent de samme dersom hele oppgavesettet i hvert av instrumentene ble byttet ut med et annet sett fra samme «univers av oppgaver» (Kleven, 2002b). Det ser ut til at måleinstrumentene fanger opp det de er ment å måle. Det påpekes igjen at strategibruken ble kartlagt i en testsituasjon som kan ha påvirket resultatene, og at verbale/non-verbale evner er representert gjennom enkeltstående deltester. Selv om

måleinstrumentene er reliable må en være seg bevisst hva som ligger i begrepene som måles med hensyn til begrepsvaliditet.

6.2 Utvalgets fordeling på bakgrunnsvariablene

Den signifikante og forholdvis sterke korrelasjonen mellom ordforståelse og matriser kan tyde på en gjennomsnittlig ganske flat kognitiv profil med hensyn til verbale og non-verbale evner. For normalpopulasjonen oppgis en noe svakere korrelasjon for mellom disse deltestene i den norske standardiseringen av WISC-IV (Wechsler, 2009). Gjennomsnittlig ser den kognitive profilen hos deltakerne i den forliggende undersøkelsen, med hensyn til korrelasjonen mellom verbale og non-verbale evner, ikke ut til å være kvalitativt annerledes fra normalpopulasjonen. Det ble imidlertid ikke funnet noen signifikant korrelasjon mellom bakgrunnsvariablene og klasstrinn i den foreliggende undersøkelsen. Dette kan tyde på at det er store individuelle forskjeller i samlet verbalt og non-verbalt utviklingsnivå. Dette kan tyde på at deltakernes kognitive utvikling i varierende grad er kvantitativt forskjellig fra utviklingen hos mennesker uten utviklingshemming. Forskjellene i elevenes evnenivå på tvers av klasstrinn kan også tyde på heterogenitet i utvalget med tanke på kognitiv utvikling. Dette kan kanskje påvirke strategibruken dersom det medfører ulik utvikling av grunnleggende ferdigheter som ligger til grunn for strategiutviklingen.

De aldersuavhengige forskjellene gjør det lite hensiktsmessig å dele inn utvalget i aldersgrupper etter klasstrinn. Utvalget vil behandles under ett der det er hensiktsmessig for å beskrive for å beskrive generelle trender i resultatene. Samtidig vil det legges vekt på de individuelle variasjonene. I tillegg diskuteres to grupperinger (delt etter treffsikkerhet og strategibruk) for å belyse et mulig skille mellom generelle og spesifikke matematikkvansker.

6.3 Er det sammenheng mellom klasstrinn og strategibruk?

Det typiske mønsteret for strategiutvikling kjennetegnes ved at barn går fra å benytte få og grunnleggende strategier til å benytte flere og mer avanserte strategier etter hvert som de blir eldre (Ostad, 2010). Det er altså en sammenheng mellom klasstrinn og strategibruk (med hensyn til hvilke strategier som velges, så vel som variasjonen i strategivalg). Når det gjelder enkle addisjonsoppgaver vil strategiutviklingen etter hvert flate ut på en «bølgetopp» av

retrievalstrategier med hovedvekt på R1 (vet svaret), men også voksne viser variasjon i strategibruken (LeFevre et al., 2003).

Det var en forholdsvis sterk, signifikant korrelasjon mellom klasstrinn og B8 ($r = .509$, $p = .022$). Strategien var imidlertid ofte uhensiktsmessig. I tilfeller hvor elevene rapporterte bruk av denne strategien, men svarte feil, er det vanskelig å avgjøre om B8 faktisk er riktig betegnelse. For å bedre begrepsvaliditeten kunne det vært ønskelig å inkludere en kategori for uhensiktsmessig strategibruk. På den måten kunne en økt sannsynligheten for samsvar mellom rapportert strategi og benyttet strategi. Med unntak av B8 (verbal telling) viser resultatene i den foreliggende undersøkelsen ingen signifikante korrelasjoner mellom klasstrinn og strategibruk i utvalget. Enkelte tendenser kommenteres i det følgende.

I rådataene fremkom det en tendens til bruk av mer avanserte backupstrategier hos de eldre elevene. Ettersom tendensen som vises i rådataene ikke underbygges av signifikante korrelasjoner kan en imidlertid ikke konkludere med at det er noen sammenheng mellom klasstrinn og strategibruk. Det er heller ingen korrelasjon mellom klasstrinn og strategivariasjon. Kanskje kunne signifikans vært oppnådd med et større utvalg, men det kan også tenkes at store individuelle, aldersuavhengige forskjeller ligger til grunn for svake korrelasjoner og manglende signifikans.

Strategibruken korrelerte med klasstrinn kun når det gjaldt B8 (verbal telling). Med en signifikant, negativ korrelasjon mellom B8 og antall rette svar kan det se ut til at denne strategien stort sett var uhensiktsmessig. Det kan virke som om elever fortalte at de brukte denne strategien i tilfeller hvor de ikke hadde egnede strategier for å løse oppgavene. En kan derfor ikke anta at denne korrelasjonen viser til større bruk av avanserte tellestrategier hos de eldre elevene.

Antall strategier elevene benyttet var forholdsvis jevnt fordelt utover trinnene. Ifølge teorien om overlappende bølger benytter barn flere strategier til samme tid gjennom strategiutviklingen (Chen & Siegler, 2000). I henhold til dette benyttet de fleste elevene i utvalget 2-5 strategier under kartleggingen. Det var imidlertid tre elever som kun benyttet én strategi, alle på videregående trinn. Det kan se ut til at det er ulike årsaker for hvorfor elevene ikke viste strategivariasjon. Én av elevene benyttet kun R1 (vet svaret) og svarte riktig på samtlige oppgaver. Elevens assosiasjoner mellom oppgaver og svar var sterke nok til å gjenkalle svaret på samtlige oppgaver. Når assosiasjonene mellom oppgaver og svar er sterke

nok til å benytte direkte retrieval er det ikke hensiktsmessig å benytte noen annen strategi (Carr & Hettinger, 2003). Dette illustrerer dermed en naturlig utflating i mønsteret av overlappende bølger. De to andre elevene som kun benyttet én strategi under kartleggingen benyttet begge B8 (verbal/internalisert tale), og hadde henholdsvis 7 og 12 riktige svar. Til tross for at strategien i stor grad var uhensiktsmessig benyttet de ingen andre strategier. Det kan se ut som om de har blitt sittende fast «i en bølge». Det er imidlertid vanskelig å si noe om hvorfor de ikke tar i bruk andre, mer hensiktsmessige strategier. Det kan ha sammenheng med alt fra tidlig opplæring til reaksjoner på testsituasjonen.

Med tanke på de store individuelle forskjellene blant mennesker med utviklingshemming er det ikke oppsiktsvekkende at det ikke er noen tydelig sammenheng mellom klassetrinn og strategibruk i den foreliggende undersøkelsen. Hvilke strategier elevene benytter er mer avhengig av den enkeltes forutsetninger og matematikkferdigheter enn av hvilket klassetrinn elevene befinner seg på.

Strategiutviklingen skiller seg fra det typiske mønsteret når en ser på utvalget som en helhet. På grunn av individuell variasjon vil ikke et tverrsnitt kunne si noe om utviklingen hos den enkelte. Hadde undersøkelsen vært longitudinell og tatt for seg den enkelte elevs utvikling over tid ville sannsynligheten for å finne et (forsinket) typisk utviklingsmønster hos elevene kanskje vært større, i henhold til Baroody (1996) og Huffman et al. (2004).

6.4 Er det sammenheng mellom skårer på verbale og/eller non-verbale evnemål og strategibruk?

Korrelasjon mellom strategibruk og ordforståelse var svært svak og ikke signifikant. Det er altså ingen sammenheng mellom strategibruk og verbale evner i utvalget.

Valg av strategiene B4 (minimumsvarianten) og R1 (vet svaret) ser ut til å kunne ha en viss sammenheng med elevenes skårer på matriser, men korrelasjonene er ikke signifikante, og må tolkes med forsiktighet ($r_{B4,SumMa} = .434$, $p_{B4,SumMa} = .056$; $r_{R1,SumMa} = .407$, $p_{R1,SumMa} = .075$). Korrelasjonene kan være spuriøse, og de mulige sammenhengene gjelder bare for to av strategiene. Dermed kan en ikke si at perseptuell resonnering påvirker den generelle strategibruken på grunnlag av denne undersøkelsen. På grunnlag av datamaterialet i denne undersøkelsen er det dessuten vanskelig å si noe om hvorfor det kan være en sammenheng mellom perseptuell resonnering og disse to strategiene.

Baroody (1996) og Huffman et al. (2004) fant i deres undersøkelser ingen sammenheng mellom generelt evnenivå og strategivalg. Det ble ikke sjekket for korrelasjon på enkeltområder som verbal forståelse eller perseptuell resonnering; fullskala IQ-skårer ble benyttet, men predikerte ikke strategibruk ved posttest. Ser en helhetlig på forholdet mellom strategibruk og verbale/non-verbale evner i den foreliggende undersøkelsen peker det i samme retning som funnene i de amerikanske studiene.

Strategiutvikling påvirkes imidlertid av arbeidsminne og prosesseringshastighet (Carr & Hettlinger, 2003). I WISC-IV er arbeidsminne (AMI) og prosesseringshastighet (PHI) to av de fire indeksene som til sammen utgjør full skala IQ (FSIQ) (Wechsler, 2009). I denne undersøkelsen ble kun ordforståelse og matriser testet, henholdsvis fra indeksene verbal forståelse (VFI) og perseptuell resonnering (PRI). Selv om strategibruken ikke ser ut til å korrelere med hverken VFI, PRI eller FSIQ kan det tenkes at skårer på AMI og/eller PHI ville korrelert med strategibruken. Disse utgjør en mindre del av FSIQ enn VFI og PRI (Wechsler, 2009). Dette kan kanskje bidra til at sammenhengen ikke ses på full skala nivå. Det ville vært interessant å inkludere disse variablene, som har vist seg å påvirke strategiutviklingen, i en undersøkelse av strategibruk hos elever med utviklingshemming.

Dowker (2005) hevder at det kan være diskrepansen mellom verbale og nonverbale evner som har en påvirkning på aritmetisk utvikling. Hvis den ene er betydelig lavere enn den andre kan det ha en negativ effekt. I den foreliggende undersøkelsen gjenspeilet imidlertid ikke forskjellen mellom elevenes verbale og non-verbale skårer bestemte mønstre i strategibruk eller treffsikkerhet. Samtidig tyder også korrelasjonen mellom matriser og ordforståelse på at det ikke forekom noen markant diskrepans mellom variablene.

6.5 Er det sammenheng mellom treffsikkerhet og strategibruk?

Den eneste strategien som hadde en signifikant korrelasjon med treffsikkerhet var B8 (verbal/internalisert telling). Korrelasjonen var sterk og negativ ($r = -.637$, $p = .003$).

Bakgrunnen for korrelasjonen ser ut til å være en uhensiktsmessig strategibruk, hvor enkelte elever oppga internalisert telling. Når elevene oppga denne strategien brukte de stort sett også såpass lang tid før de svarte at direkte retrieval ikke var et sannsynlig alternativ. Selv om tidsbruk ikke ble målt virket det som om elevene telte, eller tenkte seg om før de valgte et tall

dersom de gjettet. Resultatet likner på funn i Huffman et al. (2004), hvor de tre barna med utviklingshemming som ikke viste strategiutvikling kun benyttet retrievalstrategier. Alle tre var i gruppen med lav treffsikkerhet. Både retrieval og internalisert telling er strategier som ikke har noen ytre, observerbar indikator, og det kan tenkes at gjetting var involvert i begge strategivariantene. Den uhensiktsmessige strategibruken kan kanskje skyldes at manglende konseptuell forståelse av addisjon. Det kan også tenkes at deltakerne befant seg på «tråd»-nivået, hvor tallene ennå ikke er (fullt ut) meningsbærende enheter (jf. Fuson, 1992). Dette sannsynliggjøres med hensyn til de tre barna i Huffman et al. (2004), ettersom det var en signifikant sammenheng mellom tallforståelse og treffsikkerhet. Når det gjelder verbal/internalisert telling krever dette at en kan holde to tallrekker i hodet samtidig; en må holde rede på hvor langt en har telt, så vel som hvor mye som gjenstår. Evnen til å holde to tallrekker i hodet samtidig utvikles på nivået Fuson (1992) kaller numerisk kjede, og forsøk på hoderegning før denne evnen er utviklet vil medføre stor sannsynlighet for tellefeil.

Gale svar ved bruk av R1 så ut til å skyldes gjetting av svar (elevene oppga svarene tilnærmet umiddelbart, noe som tyder på at internalisert telling ikke var involvert). En kan likevel ikke utelukke internalisert telling eller resonnering, ettersom dette kan forekomme automatisert og underbevisst (jf. Cowan, 2003). Bruk av R1 var imidlertid i stor grad hensiktsmessig, men hadde ingen signifikant korrelasjon med treffsikkerhet. Dette kan kanskje skyldes at korrelasjonen beskriver sammenhengen mellom frekvensen av R1 og antall riktige svar generelt, ikke bare antall riktige svar ved bruk av R1.

Gale svar ved bruk av mer grunnleggende tellestrategier så i stor grad ut til å skyldes «slurvefeil» i tellingen, spesielt ved oppgaver med større addender. Ved bruk av konkrete fører større antall konkrete til større sannsynlighet for å telle feil (Ostad, 2010).

Det kan være en mulig sammenheng mellom treffsikkerhet og skåren på matriser ($r = .402$, $p = .079$). Korrelasjonen er imidlertid ikke signifikant, og sammenhengen kan være spuriøs. Imidlertid henger perseptuelle (visuo-spatiale) evner sammen med mengde- og størrelsesforståelse (Tvedt & Johnsen, 2002). Huffman et al. (2004) fant at tallforståelse, målt blant annet ved størrelsesbestemmelse, predikerte treffsikkerhet ved senere testing. Ettersom den foreliggende undersøkelsen ikke inkluderte mål for størrelses- eller tallforståelse finnes det ikke data til å kontrollere en eventuell sammenheng i utvalget. For å få et klarere bilde av den mulige sammenhengen trengs det mer forskning på større utvalg, og det vil være ønskelig å inkludere mål for størrelses- og tallforståelse.

Samlet sett er gale svar hovedsakelig preget av uhensiktsmessig strategibruk; dersom elevene har tilgang til hensiktsmessige strategier er sannsynligheten for å finne riktig svar høy.

Baroody (1996) fant en betydelig høyere forekomst av uhensiktsmessige strategier blant deltakerne i kontrollgruppen ved begge posttester. Dette kan tyde på at evnen til å benytte hensiktsmessige strategier for å løse addisjonsoppgaver avhenger av øvelse. Kanskje har elevene med lav treffsikkerhet i den foreliggende undersøkelsen hatt få erfaringer med addisjon.

Ifølge Ostad (2008, 2010) kan en vedvarende bruk av uhensiktsmessige strategier hos elever med lang erfaring innen addisjon være en indikator på (spesifikke) matematikkvansker. Det er imidlertid vanskelig å trekke noen konklusjoner angående dette i den foreliggende undersøkelsen, ettersom strategibruken kun ble målt ved ett tidspunkt. Derfor kunne det vært ønskelig å gjennomføre en longitudinell studie for å avdekke utviklingstrekk ved strategibruken til den enkelte.

6.6 Hva kjennetegner bruken av oppgavespesifikke addisjonsstrategier hos elever med utviklingshemming?

I det følgende diskuteres først resultatene fra den foreliggende undersøkelsen i forhold til funn fra MUM-prosjektet, i lys av hovedproblemstillingen. Deretter oppsummeres undersøkelsens hovedfunn.

Strategifordelingen hos elevene i den foreliggende undersøkelsen ligger nærmest den som er registrert hos MN-elevne på 3. trinn, med unntak av fordelingen av B1 som er tilnærmet lik som hos MN 1. Fordelingen av B4-B7 hos elevene med utviklingshemming skiller seg imidlertid markant fra MN-elevnes fordeling både på 1. og 3. trinn. Dette kan kanskje skyldes individuelle forutsetninger og preferanser, så vel som fokus på ulike hjelpemidler og metoder i opplæringen – både i forhold til ordinær opplæring vs. spesialundervisning og utvikling i opplæringens innhold over tid. For eksempel kan det tenkes at bruken av tallinjer er mer utbredt i opplæringen i grunnleggende addisjon nå enn den var under kartleggingsfasen i MUM-prosjektet, men dette kan ikke sies med sikkerhet uten en større gjennomgang av utviklingen innen matematikkopplæringen.

MD-elevene har på alle trinn en strategifordeling med hovedvekt på de mest grunnleggende tellestrategiene (B1-B3). Fordelingen av strategivalg omfatter altså mer avanserte strategier hos elevene med utviklingshemming enn hos MD-elevene. Tross enkelte diskrepanser likner den samlede fordelingen av strategivalg hos elever med utviklingshemming mer på fordelingen hos MN-elevene enn hos MD-elevene.

Utvalget viser samlet sett et mønster i strategibruken som ligger langt nærmere MN- enn MD-elevene. Den store individuelle variasjonen gjør det imidlertid viktig å nyansere denne observasjonen. Elevene med utviklingshemming benytter B4 (minimumsvarianten) langt sjeldnere enn MN-elevene. Dette peker i samme retning som Baroodys (1996) undersøkelse, hvor deltakerne i liten grad benyttet avanserte strategier (inkludert B4). Huffman et al. (2004) fant derimot at barna med utviklingshemming benyttet B4 langt oftere enn barna uten utviklingshemming, som på sin side benyttet B2 (telle videre) med langt høyere frekvens. Hvorvidt dette skyldes faktiske forskjeller i utvalgene eller ulike oppgavesett og/eller skåringskriterier kan ikke sies med sikkerhet.

Det gjennomsnittlige antallet strategier elevene benyttet i denne undersøkelsen ligger nærmest gjennomsnittet for MN-elever i 1. klasse, med et høyere gjennomsnitt enn MD-elevene på alle trinn, og lavere enn MN-elevene i 3. og 5. klasse. Imidlertid er standardavviket høyere i denne undersøkelsen enn for både MN- og MD-elevene på alle trinn. Dette tyder på en større variasjon innad i utvalget.

Det kan tenkes at strategimønsteret hos elever med utviklingshemming ikke likner på mønsteret hos *enten* MN- eller MD-elever, men at noen elever følger det samme mønsteret som MN-elevene, mens andre følger samme mønster som MD-elevene. 16 av 20 deltakere i den foreliggende undersøkelsen hadde >20 riktige svar, mens fire deltakere hadde <14 riktige. Tre av disse fire hadde en svært ensidig strategibruk og benyttet i all hovedsak B8 (verbal/internalisert telling) som en uhensiktsmessig strategi. Strategibruken hos disse elevene lå altså tett opptil strategibruken hos MD-elevene. Den siste deltakeren (med flest riktige svar av de fire) viste et strategimønster som liknet mer på MN-mønsteret. Denne eleven benyttet hovedsakelig de tre mest grunnleggende strategiene (B1-B3), samt R1 ved to oppgaver. Det kan tyde på at eleven er i en begynnerfase i strategiutviklingen, men vil følge et typisk mønster gjennom videre erfaringer med addisjonsoppgaver.

Elever med utviklingshemming har som nevnt ofte generelle matematikkvansker, men spesifikke matematikkvansker forekommer imidlertid også (Statped, 2012a; Tvedt & Johnsen, 2002). Dersom flertallet har generelle matematikkvansker i varierende grad forventes det at de viser et strategimønster som tilsvarer et forsinket typisk utviklingsforløp (MN-mønsteret). De tre elevene med lavest treffsikkerhet viser en ensidig og uhensiktsmessig strategibruk, som minner om MD-mønsteret (selv om disse tre elevene benytter B8 kan ikke denne ses som en avansert strategi når den nesten utelukkende medfører galt svar). Hvorvidt disse elevene har spesifikke matematikkvansker, eller om resultatene skyldes andre faktorer, kan imidlertid ikke fastslås på bakgrunn av data i denne undersøkelsen.

6.6.1 Oppsummering av hovedfunn

Strategibruk henger ikke sammen med klassetrinn (hverken strategivalg eller strategivariasjon), men ser heller ut til å avhenge av individuelle evner og forutsetninger. Strategibruk ser heller ikke ut til å henge sammen med deltakernes verbale eller nonverbale evner. Dette støtter oppunder funn i undersøkelsene til Baroody (1996) og Huffman et al. (2004). De biologiske forutsetningene for bruk av avanserte strategier utvikles forholdsvis tidlig hos elever uten utviklingshemming (Carr & Hettinger, 2003; Tvedt & Johnsen, 2002), og det kan derfor tenkes at de samme forutsetningene utvikles i løpet av barneskolen hos barn med utviklingshemming. Bruk av retrievalstrategier avhenger av assosiasjonsstyrke mellom regnestykker og svar, og tilegnes gjennom erfaring med addisjonsoppgaver (Carr & Hettinger, 2003). Alle elever med grunnleggende addisjonsferdigheter har dermed forutsetninger for å utvikle retrievalstrategier gitt at de får tilegne seg de nødvendige erfaringene.

Helhetlig sett viser elevene i utvalget en strategibruk som minner om det typiske utviklingsmønsteret slik det beskrives i for eksempel Carr & Hettinger (2003), Chen & Siegler (2000) og Ostad (2010). Det var imidlertid store individuelle forskjeller i strategibruk blant elevene. Mens enkelte elever benyttet få og hovedsakelig uhensiktsmessige strategier benyttet andre et større spekter av ulike strategier. En elev benyttet en dekomposisjonsstrategi (R2), som forutsetter det Fuson (1992) kaller toveis kjede, som er det øverste nivået i denne teorien.

De fleste elevene viser en strategibruk som ligger tett opptil MN-elevenes strategimønster (Ostad, 2010). Strategiutviklingen hos disse elevene ut til å være forsinket i varierende grad, noe som gjenspeiles i at det ikke er noen sammenheng mellom strategibruk og klassetrinn.

Utviklingen ser ut til å være kvantitativt annerledes. Tre elever viser imidlertid et mønster som minner om MD-elevenes strategibruk (Ostad, 2010), med en ensidig bruk av uhensiktsmessige strategier som kan se ut til å ha vedvart over tid (med mindre det har forekommet en regresjon i strategikompetansen). Det kan se ut som om utviklingen er kvalitativt annerledes. Kanskje kan dette være en indikator på spesifikke matematikkvansker, noe som kan ha implikasjoner for læreforutsetninger og opplæringsmetoder.

Funnene i den foreliggende undersøkelsen støtter opp under funn i studiene til Baroody (1996) og Huffman et al. (2004) som medfører implikasjoner med hensyn til læreforutsetningene til elever med utviklingshemming. De viser en strategibruk som i hovedsak er lik strategibruken hos elever uten utviklingshemming, og utviklingen av avanserte strategier er ikke avhengig av generelt evnenivå. Elever med utviklingshemming kan utvikle avanserte strategier så fremt de får muligheten til å tilegne seg erfaringer med oppgaveløsning. Imidlertid er den individuelle variasjonen stor, og opplæringen må ta utgangspunkt i den enkelte elevs forutsetninger og erfaringsgrunnlag. Dersom det foreslåtte skillet mellom en kvantitativt forskjellig utvikling hos elever med generelle matematikkvansker og en kvalitativt annerledes utvikling hos elever med spesifikke matematikkvansker er reelt vil dette også medføre implikasjoner for opplæringen. En kvalitativt annerledes utvikling vil kanskje forandre spesielle tiltak for å utvikle strategiferdighetene spesielt, og de aritmetiske ferdighetene generelt.

6.7 Refleksjoner omkring undersøkelsen

Den foreliggende undersøkelsen ble gjennomført som en tverrsnittsundersøkelse med den hensikt å avdekke eventuelle mønstre i elevenes strategiutvikling. Omfattende individuelle forskjeller i utvalget gjør det imidlertid umulig å avdekke et aldersrelatert mønster. Dermed ville det vært ønskelig å gjennomføre en longitudinell undersøkelse for å avdekke utvikling i strategiutvikling uavhengig av alder. En slik undersøkelse kunne bidratt til å belyse hvorvidt strategiutviklingen følger et gitt mønster, men ved ulik alder og over tidsrom av varierende lengde.

I videre undersøkelser kan det også være ønskelig å gjøre noen endringer med hensyn til kartleggingsprosedyren. Det var en sterk negativ korrelasjon mellom verbal/internalisert telling, og det så ut til at denne strategien i stor grad ble rapportert av elevene i tilfeller hvor

de manglet hensiktsmessige strategier. I tillegg så det ut til at «vet svaret» ble rapportert ved i en del tilfeller hvor elevene gjettet svaret. Derfor kunne det vært fordelaktig å inkludere en kategori for gjetting/uhensiktsmessig strategi.

I tillegg kunne det vært ønskelig å inkludere mål for arbeidsminne og prosesseringshastighet som bakgrunnsvariabler ettersom disse variablene kan påvirke strategiutviklingen, og tallforståelse (og mengde- og størrelsesforståelse) ettersom dette henger sammen med nonverbale evner og ser ut til å kunne predikere strategibruk (Geary et al., 2004; Huffman et al., 2004; Tvedt & Johnsen, 2002).

Litteraturliste

- Backe-Hansen, E. (2012). Barn. Hentet 15. mars 2013, fra <http://www.etikkom.no/no/FBIB/Temaer/Forskning-pa-bestemte-grupper/Barn/>
- Baroody, A.J. (1987). The Development of Counting Strategies for Single-Digit Addition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(2), 141-157.
- Baroody, A.J. (1996). Self-Invented Addition Strategies by Children With Mental Retardation. *American Journal on Mental Retardation*, 101(1), 72-89.
- Baroody, A.J. (1999). The Development of Basic Counting, Number, and Arithmetic Knowledge among Children Classified as Mentally Handicapped. *International Review of Research in Mental Retardation*, 22, 51-103.
- Baroody, A.J. (2003). The Development of Adaptive Expertise and Flexibility: The Integration of Conceptual and Procedural Knowledge. I A.J. Baroody, & A. Dowker (Red.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills. Constructing Adaptive Expertise* (s. 1-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Baroody, A.J., Bajwa, N.P., & Eiland, M. (2009). Why Can't Johnny Remember the Basic Facts? *Developmental Disabilities Research Reviews*, 15(1), 69-79.
- Baroody, A.J., & Tiilikainen, S.H. (2003). Two Perspectives on Addition Development. I A.J. Baroody, & A. Dowker (Red.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills. Constructing Adaptive Expertise* (s. 75-125). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Befring, E. (2007) *Forskningsmetode med etikk og statistikk*. Oslo: Det Norske Samlaget.
- Carr, M., & Hettinger, H. (2003). Perspectives on Mathematics Strategy Development. I J.M. Royer (Red.), *Mathematical Cognition* (s. 33-68). Greenwich, Connecticut: Information Age Publishing.
- Chen, Z., & Siegler, R.S. (2000) Across the Great Divide: Bridging the Gap Between Understanding of Toddlers' and Older Children's Thinking. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 65(2), 1-105.
- Cowan, R. (2003). Does It All Add Up? Changes in Children's Knowledge of Addition Combinations, Strategies, and Principles. I A.J. Baroody, & A. Dowker (Red.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills. Constructing Adaptive Expertise* (s. 35-74). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cook, T.D., & Campbell, D.T. (1979). *Quasi-Experimentation. Design & Analysis Issues for Field Settings*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- De Vaus, D. (2002). *Surveys in Social Research*. Abingdon: Routledge.

- Dowker, A. (2005). *Individual Differences in Arithmetic. Implications for Psychology, Neuroscience and Education*. Hove: Psychology Press.
- Ellingsen, K.E. (2009). *Utviklingshemmede*. Hentet 15. mars 2013, fra <http://www.etikkom.no/no/FBIB/Temaer/Forskning-pa-bestemte-grupper/Utviklingshemmede/>
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: Routledge.
- Ernest, P. (1996). Varieties of Constructivism: A Framework for Comparison. I L.P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G.A. Goldin, & B. Greer (Red.), *Theories of Mathematical Learning* (s. 335-350). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Fuson, K.C. (1992). Relationships Between Counting and Cardinality From Age 2 to Age 8. I J. Bideaud, C. Meljac, & J.P. Fischer (Red.), *Pathways to Number: Children's Developing Numerical Abilities* (s. 127-149). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gall, M.D., Gall, J.P., & Borg, W.R. (2007). *Educational research. An introduction*. Boston: Allyn and Bacon.
- Geary, D.C., Hoard, M.K., Byrd-Craven, J., & Desoto, M.C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88(2), 121-151.
- Gjærum, B., & Grøsvik, K. (2002). Psykisk utviklingshemming/mental retardasjon. I B. Gjærum, & B. Ellertsen (Red.), *Hjerne og atferd* (s. 206-262). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Griffin, S. (2003) The Development of Math Competence in the Preschool and Early School Years: Cognitive Foundations and Instructional Strategies. I J.M. Royer (Red.), *Mathematical Cognition* (s. 1-32). Greenwich, Connecticut: Information Age Publishing.
- Grøsvik, K. (2008). Diagnostisering av utviklingshemming hos barn. I J. Eknes, T.L. Bakken, J.A. Løkke, & I. Mæhle (Red.), *Utredning og diagnostisering. Utviklingshemming, psykiske lidelser og atferdsvansker* (s. 17-34). Oslo: Universitetsforlaget.
- Helsedirektoratet. (2014). ICD-10. Den internasjonale statistiske klassifikasjonen av sykdommer og beslektede helseproblemer. Hentet fra <http://finnkode.helsedirektoratet.no/#|icd10|ICD10SysDel|2596295|flow>
- Huffman, L.F., Fletcher, K.L., Bray, N.W., & Grupe, L.A. (2004). Similarities and Differences in Addition Strategies of Children with and without Mental Retardation. *Education and Training in Developmental Disabilities*, 39(4), 317-325.

- Jordan, N.C., Hanich, L.B., & Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85(2), 103-119.
- Kleven, T.A. (2002). Begrepsoperasjonalisering. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 141-183). Oslo: Unipub.
- Kleven, T.A. (2002). Ikke-eksperimentelle design. I T. Lund (Red.) *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 265-286). Oslo: Unipub .
- LeFevre, J.A., Smith-Chant, B.L., Hiscock, K., Daley, K.E., & Morris, J. (2003). Young Adults' Strategic Choices in Simple Arithmetic: Implications for the Development of Mathematical Representations. I A.J. Baroody, & A. Dowker (Red.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills. Constructing Adaptive Expertise* (s. 203-228). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lund, T. (2002). Metodologiske prinsipper og referanserammer. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 79-123). Oslo: Unipub.
- Norsk Forbund for Utviklingshemmede (NFU). (2013). *Om utviklingshemming*. Hentet 8. oktober 2013, fra <http://www.nfunorge.org/no/Om-utviklingshemming/>
- Ostad, S.A. (2008). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring. Med fokus på elever med matematikkvansker*. Trondheim: Læreboka Forlag.
- Ostad S.A. (2010). *Matematikkvansker. En forskningsbasert tilnærming*. Oslo: Unipub.
- Rognhaug, B., & Gommæs, U.T. (2008). Utviklingshemming – mangfold og lærehemning. I E. Befring, & R. Tangen (Red.), *Spesialpedagogikk* (s. 299-326). Oslo: Cappelen Akademisk Forlag.
- Siegler, R.S. (1996). *Emerging minds: The Process of Change in Children's Thinking*. New York: Oxford University Press.
- Siegler, R.S., & Jenkins, E. (1989). *How Children Discover New Strategies*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Statped. (2012a). *Matematikkvansker*. Hentet 8. oktober 2013, fra <http://www.statped.no/Tema/Larevansker/Matematikkvansker/>
- Statped. (2012b). *Kjennetegn på spesifikke matematikkvansker (dyskalkuli)*. Hentet 13. november 2013, fra <http://www.statped.no/Tema/Larevansker/Matematikkvansker/vanlige-kjennetegn-pa-spesifikke-matematikkvansker-dyskalkuli/>
- Tolmie, A., Muijs, D., & McAteer, E. (2011). *Quantitative Methods in Educational and Social Research Using SPSS*. Maidenhead: Open University Press.
- Tvedt, B., & Johnsen, F. (2002). Matematikkvansker. I B. Gjørum, & B. Ellertsen (Red.), *Hjerne og atferd*. (s. 515-559). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Voigt, J. (1996). Negotiation of Mathematical Meaning in Classroom Processes: Social Interaction and Learning Mathematics. I L.P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G.A. Goldin, & B. Greer (Red.), *Theories of Mathematical Learning* (s. 21-50). Mahwah, NJ: Lawrence Earlbaum Associates.

Wechsler, D. (2009). *WISC-IV norsk versjon. Manual del 1*. NCS Pearson, Inc.

Vedlegg 1 – Forespørsel til rektorene

Jeg er en student ved Universitetet i Oslo, hvor jeg tar en mastergrad i spesialpedagogikk med fordypning i utviklingshemming. I min masteroppgave vil jeg kartlegge oppgavespesifikke addisjonsstrategier hos elever med utviklingshemming, dvs. hvilke løsningsmetoder de benytter, fra telling av konkreter til å hente svaret direkte fra hukommelsen. I den forbindelse vil jeg spørre om dere har mulighet til å stille med noen informanter fra deres skole.

Jeg vil kartlegge elever med utviklingshemming på 5.-10. trinn. Videre må elevene oppfylle følgende kriterier:

1. Har verbalt språk
2. Kan telle til og med 17; kjenner tallsymbolene fra 1-9
3. Kjenner plusstegnet

Jeg vil selv utføre kartleggingen, hvor jeg benytter et verktøy som er utviklet av Snorre Ostad. Kartleggingen består av 28 addisjonsoppgaver som vises en og en på trykte kort. Elevene løser oppgaven og forklarer hvordan de kom frem til svaret (mange strategier er også direkte observerbare). Strategibruken ved hver enkelt oppgave registreres på et skjema.

I tillegg vil jeg benytte to deltester fra WISC-IV, ordforklaringer og matriser, som bakgrunnsvariabler. Dersom det er mulig er det ønskelig at en lærer/assistent som kjenner eleven er med for å skape størst mulig trygghet for elevene i kartleggingssituasjonen.

Kartleggingen vil ta omkring 60 minutter per elev.

Dersom dere har mulighet til å hjelpe meg med dette vil jeg sende skolen informasjon til foreldre/elever og et samtykkeskjema, slik at elevene kan få dette med hjem. Jeg håper også dere har mulighet til å oppbevare samtykkeskjemaene i elevenes mapper, ettersom dette hjelper meg å unngå oppbevaring av personidentifiserende informasjon.

Med vennlig hilsen

Jarl Kleppe Kristensen

[kontaktinformasjon]

Vedlegg 2 – Informasjon til foreldre

Jeg heter Jarl Kleppe Kristensen og studerer ved Universitetet i Oslo, hvor jeg tar en mastergrad i spesialpedagogikk. I den forbindelse vil jeg undersøke hvilke strategier, eller løsningsmetoder, elever med utviklingshemming bruker når de løser matematikkoppgaver. Det ser ut til at det er lite forskning på området, og jeg håper derfor å kunne bidra med å øke kunnskapen om elevenes strategibruk gjennom dette prosjektet. Ved å avdekke hvordan elever løser oppgaver kan en også se hvordan en kan hjelpe eleven til å finne mer effektive måter hvis det er nødvendig. Det kan virke positivt både i skolesammenheng og i andre hverdagsaktiviteter.

Kartleggingen foregår ved at eleven løser 28 addisjonsoppgaver som presenteres en og en på trykte kort. Etter hver oppgave forteller eleven om hvordan hun/han kom frem til svaret. Den strategien eleven brukte blir deretter registrert i et skjema.

I tillegg vil jeg gjennomføre to deltester, matriser og ordforståelse, fra WISC-IV (en generell evnetest) som sammenlikningsgrunnlag for strategiene. Matriser dreier seg om at eleven finner det bildet som mangler i en bildeserie ved å velge et av fem bilder. Ordforståelse går ut på at eleven forklarer betydningen av ulike ord.

Jeg vil også registrere hvilket klassetrinn elevene er på. Det skal ikke registreres navn, skole eller andre opplysninger som kan identifisere elevene. Jeg vil gjennomføre kartleggingen selv i samarbeid med de ansatte på hver skole. Kartleggingen varer i ca. 60 minutter, men hvis elevene gir uttrykk for at de ikke ønsker å fortsette vil jeg avbryte med en gang – deltakelse er frivillig fra start til slutt.

Jeg håper dere synes dette virker interessant og vil la deres barn delta i prosjektet. Videre i dette skrivet følger litt informasjon som jeg håper dere vil lese sammen med deres barn og et samtykkeskjema som må signeres dersom barnet deres får delta. Dette skjemaet vil oppbevares på skolen, i barnets mappe.

Hvis du lurer på noe kan du ta kontakt:

[kontaktinformasjon, student og veileder]

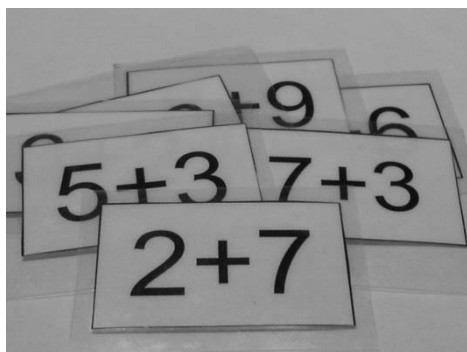
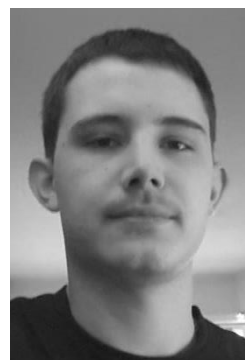
Vedlegg 3 – Informasjon til elevene

Hei! Jeg heter Jarl. Jeg studerer på Universitetet i Oslo.

Der skal jeg skrive en oppgave om hvordan barn og ungdom løser matteoppgaver.

For å lære mer om det vil jeg dra rundt på skoler og undersøke hva elever i 5.-10. klasse gjør. Jeg trenger elever som kan løse noen matteoppgaver, noen oppgaver med ord og noen med bilder.

Jeg håper du vil hjelpe meg med dette!



Matteoppgaver

Bildeoppgaver

Vedlegg 4 – Samtykkeerklæring

Prosjektet gjennomføres av: Jarl Kleppe Kristensen

Problemstilling: Hva kjennetegner bruken av oppgavespesifikke addisjonsstrategier hos elever med utviklingshemming?

Jeg samtykker herved i at _____ kan delta i prosjektet.

Barnets/ungdommens navn

Sted og dato

Signatur

Vedlegg 5 – Skjema for strategiregistrering

Basert på Ostads skjema for strategiobservasjon i addisjon (Ostad, 2008, s. 42):

Nummer	Oppgave	Backupstrategier								Retrievalstrategier			Kommentarer
		B1: telle alt og fordra igjen	B2: Telle alt	B3: Telle videre	B4: Minimumsvarianten	B5: Tegnevarianten	B6: Tellepunkter i tallsymbol	B7: Andre tellevarianter	B8: Verbal/internalisert telling	R1: Vet svaret	R2: Avledet variant I	R3: Avledet variant II	
1	7+3												
2	2+7												
3	3+2												
4	5+6												
5	8+9												
6	9+6												
7	9+2												
8	8+2												
9	5+3												
10	8+5												
11	7+6												
12	6+2												
13	4+9												
14	8+6												
15	4+5												
16	3+6												
17	4+3												
18	9+5												
19	5+2												
20	7+8												
21	7+5												
22	2+4												
23	4+7												
24	8+4												
25	3+8												
26	7+9												
27	6+4												
28	9+3												

Vedlegg 6 – Tilbakemelding fra NSD

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES



Harald Hårlegres gate 21
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Silje Systad
Institutt for spesialpedagogikk
Universitetet i Oslo
Postboks 1140 Blindern
0318 OSLO

Vår dato: 01.02.2013

Vår ref: 32928 / 3 / HIT

Deres dato:

Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 22.01.2013. Meldingen gjelder prosjektet:

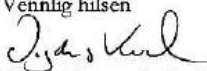
32928	<i>Kartlegging av matematikkstrategier hos elever med utviklingshemming</i>
Behandlingsansvarlig	<i>Universitetet i Oslo, ved institusjonens øverste leder</i>
Daglig ansvarlig	<i>Silje Systad</i>
Student	<i>Jarl Kleppe Kristensen</i>

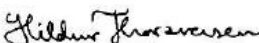
Etter gjennomgang av opplysninger gitt i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon, finner vi at prosjektet ikke medfører meldeplikt eller konsesjonsplikt etter personopplysningslovens §§ 31 og 33.

Dersom prosjektopplegget endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for vår vurdering, skal prosjektet meldes på nytt. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, <http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html>.

Vedlagt følger vår begrunnelse for hvorfor prosjektet ikke er meldepliktig.

Vennlig hilsen


Vigdis Namtvedt Kvalheim


Hildur Thorarensen

Kontaktperson: Hildur Thorarensen tlf: 55 58 26 54

Vedlegg: Prosjektvurdering

Kopi: Jarl Kleppe Kristensen, Fagerheimgata 20 A, 0475 OSLO

Avdelingskontorer / District Offices

OSLO: NSD, Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47-22 85 52 11. nsd@uio.no
TRONDHEIM: NSD, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47-73 59 19 07. lynn.svarvei@svt.ntnu.no
TROMSØ: NSD, SVF, Universitetet i Tromsø, 9037 Tromsø. Tel: +47-77 64 43 35. nsdmca@svt.uit.no

Personvernombudet for forskning



Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 32928

Det vises til telefonsamtale med Jarl Kleppe Kristensen 30.01.2013 hvor det fremgår at datamaterialet ikke vil bli knyttet til navn på elever, hverken direkte eller via koblingsnøkkel. Det vil heller ikke registreres indirekte personidentifiserende opplysninger. De eneste variablene som registreres er diagnose og klassetrinn. Navn på skole registreres ikke.

Personvernombudet kan ikke se at det i prosjektet behandles personopplysninger med elektroniske hjelpemidler, eller at det opprettes manuelt personregister som inneholder sensitive personopplysninger. Prosjektet vil dermed ikke omfattes av meldeplikten etter personopplysningsloven.

Personvernombudet legger til grunn at man ved transkripsjon av intervjuer eller annen overføring av data til en datamaskin, ikke registrerer opplysninger som gjør det mulig å identifisere enkeltpersoner, verken direkte eller indirekte. Alle opplysninger som behandles elektronisk i forbindelse med prosjektet må være anonyme. Med anonyme opplysninger forstås opplysninger som ikke på noe vis kan identifisere enkeltpersoner i et datamateriale, verken direkte gjennom navn eller personnummer, indirekte gjennom bakgrunnsvariabler eller gjennom navneliste/koblingsnøkkel eller krypteringsformel og kode.

Vedlegg 7 – Korrelasjonstabell

Korrelasjonstabell del 1/2

		Klasse	SumOf	SumMa	SumB1	SumB2	SumB3
Klasse	Pearson Correlation	1	,168	,210	-,104	-,322	-,359
	Sig. (2-tailed)		,480	,375	,661	,166	,120
	N	20	20	20	20	20	20
SumOf	Pearson Correlation	,168	1	,494 [*]	,013	-,089	,203
	Sig. (2-tailed)	,480		,027	,958	,710	,391
	N	20	20	20	20	20	20
SumMa	Pearson Correlation	,210	,494 [*]	1	-,242	-,216	,099
	Sig. (2-tailed)	,375	,027		,305	,360	,678
	N	20	20	20	20	20	20
SumB1	Pearson Correlation	-,104	,013	-,242	1	,528 [*]	-,307
	Sig. (2-tailed)	,661	,958	,305		,017	,188
	N	20	20	20	20	20	20
SumB2	Pearson Correlation	-,322	-,089	-,216	,528 [*]	1	,072
	Sig. (2-tailed)	,166	,710	,360	,017		,762
	N	20	20	20	20	20	20
SumB3	Pearson Correlation	-,359	,203	,099	-,307	,072	1
	Sig. (2-tailed)	,120	,391	,678	,188	,762	
	N	20	20	20	20	20	20
SumB4	Pearson Correlation	-,036	,010	,434	-,288	-,244	,508 [*]
	Sig. (2-tailed)	,880	,966	,056	,219	,301	,022
	N	20	20	20	20	20	20
SumB7	Pearson Correlation	-,253	-,213	,044	-,102	-,097	-,260
	Sig. (2-tailed)	,283	,367	,854	,669	,683	,268
	N	20	20	20	20	20	20
SumB8	Pearson Correlation	,509 [*]	-,045	-,295	-,325	-,347	-,253
	Sig. (2-tailed)	,022	,849	,207	,162	,134	,282
	N	20	20	20	20	20	20
SumR1	Pearson Correlation	,121	,110	,407	-,308	-,281	-,115
	Sig. (2-tailed)	,613	,645	,075	,187	,230	,631
	N	20	20	20	20	20	20
SumR2	Pearson Correlation	-,132	,120	,098	-,123	-,120	,111
	Sig. (2-tailed)	,579	,613	,682	,606	,614	,642
	N	20	20	20	20	20	20
SumGR	Pearson Correlation	-,354	-,004	,402	,078	-,151	,133
	Sig. (2-tailed)	,126	,987	,079	,744	,524	,575
	N	20	20	20	20	20	20
AntStrat	Pearson Correlation	-,311	-,035	,084	-,055	,097	,383
	Sig. (2-tailed)	,182	,882	,725	,819	,685	,095
	N	20	20	20	20	20	20

Korrelasjonstabell del 2/2

		SumB4	SumB7	SumB8	SumR1	SumR2	SumGR
Klasse	Pearson Correlation	-.036	-.253	.509*	.121	-.132	-.354
	Sig. (2-tailed)	.880	.283	.022	.613	.579	.126
	N	20	20	20	20	20	20
SumOf	Pearson Correlation	.010	-.213	-.045	.110	.120	-.004
	Sig. (2-tailed)	.966	.367	.849	.645	.613	.987
	N	20	20	20	20	20	20
SumMa	Pearson Correlation	.434	.044	-.295	.407	.098	.402
	Sig. (2-tailed)	.056	.854	.207	.075	.682	.079
	N	20	20	20	20	20	20
SumB1	Pearson Correlation	-.288	-.102	-.325	-.308	-.123	.078
	Sig. (2-tailed)	.219	.669	.162	.187	.606	.744
	N	20	20	20	20	20	20
SumB2	Pearson Correlation	-.244	-.097	-.347	-.281	-.120	-.151
	Sig. (2-tailed)	.301	.683	.134	.230	.614	.524
	N	20	20	20	20	20	20
SumB3	Pearson Correlation	.508*	-.260	-.253	-.115	.111	.133
	Sig. (2-tailed)	.022	.268	.282	.631	.642	.575
	N	20	20	20	20	20	20
SumB4	Pearson Correlation	1	-.174	-.270	.120	.359	.256
	Sig. (2-tailed)		.464	.249	.616	.120	.276
	N	20	20	20	20	20	20
SumB7	Pearson Correlation	-.174	1	-.271	-.240	-.094	.299
	Sig. (2-tailed)	.464		.248	.309	.693	.200
	N	20	20	20	20	20	20
SumB8	Pearson Correlation	-.270	-.271	1	-.259	-.043	-.637**
	Sig. (2-tailed)	.249	.248		.269	.856	.003
	N	20	20	20	20	20	20
SumR1	Pearson Correlation	.120	-.240	-.259	1	.049	.284
	Sig. (2-tailed)	.616	.309	.269		.839	.225
	N	20	20	20	20	20	20
SumR2	Pearson Correlation	.359	-.094	-.043	.049	1	-.036
	Sig. (2-tailed)	.120	.693	.856	.839		.880
	N	20	20	20	20	20	20
SumGR	Pearson Correlation	.256	.299	-.637**	.284	-.036	1
	Sig. (2-tailed)	.276	.200	.003	.225	.880	
	N	20	20	20	20	20	20
AntStrat	Pearson Correlation	.543	.036	-.374	-.051	.459*	.206
	Sig. (2-tailed)	.013	.880	.104	.831	.042	.384
	N	20	20	20	20	20	20

*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

** Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).