

UTILSIKTEDE DEFORMASJONER OG SKJÆRRISS I FRITT FRAMBYGG BRUER

av

JESUS REIGNARD MEDEL TAN

MASTEROPPGAVE

for graden

Master i Anvendt matematikk og mekanikk

(Master of Science)



*Det matematisk- naturvitenskapelige fakultet
Universitetet i Oslo*

Mai 2013

*Faculty of Mathematics and Natural Sciences
University of Oslo*

UTILSIKTEDE DEFORMASJONER OG SKJÆRRISS I FRITT FRAMBYGG BRUER

av

JESUS REIGNARD MEDEL TAN

MASTEROPPGAVE

for graden

Master i Anvendt matematikk og mekanikk

(Master of Science)



*Det matematisk- naturvitenskapelige fakultet
Universitetet i Oslo*

Mai 2013

*Faculty of Mathematics and Natural Sciences
University of Oslo*

Forord

Denne avhandlingen er blitt utført for å oppnå mastergrad i studieprogrammet Anvendt matematikk- og mekanikk, med fordypning i faststoffmekanikk ved det Matematiske institutt på Universitet i Oslo. Mine hovedveiledere har vært Gunnar Egset, daglig leder i Johs Holt AS og Lars Brubak, førsteamanuensis på Universitetet i Oslo.

Jeg ønsker å uttrykke min ytterste takknemlighet ovenfor Gunnar Egset. Han initierte kontakt med meg i den forbindelse å utføre et samarbeid, og var den som utarbeidet hovedproblemstillingene i masteravhandlingen. Han har overøst meg med ekstremt god veiledning ved behov, og har vært en viktig bidragsyter i å nå hovedmålene i avhandlingen. Jeg føler meg svært beæret i å ha blitt veiledet av han det siste året, samt for å ha stiftet bekjentskap med han.

Videre ønsker jeg å uttrykke min takknemlighet ovenfor min interne veileder Lars Brubak, som har vært svært behjelpelig og imøtekommende med praktisk veiledning og veiledningsmøter.

Jeg ønsker også å uttrykke takknemlighet ovenfor mine eksterne veiledere Håvard Johansen og Jan Teigen i Statens Vegvesen, som har vært behjelpelig med svar på spørsmål jeg har rettet til dem i forbindelse med avhandlingen.

Til slutt ønsker jeg å rette en stor takknemlighet til samtlige ansatte ved Johs Holt AS, for å ha bidratt med mye faglig kompetanse og behandlet meg som en av deres egne.

Abstract

Unpredicted deformations and shear cracks are phenomenons which often occur in concrete cantilever bridges, and have during past decades withdrawn great attention among bridgedesigners, both in Norway and rest of the World. The occurrence of such phenomenons may lead to deterioration in aesthetic values and requirements for the bridge, which further may imply a reduction of permitted traffic loads. In rare cases, it may be necessary of a reconstruction to maintain the serviceability of the bridge, and in extremely rare cases, it may be decided to demolish the construction if the traffic safety is considered to be compromised. Reasons of the phenomenons occurrence in concrete cantilever bridges are investigated thoroughly in this thesis, where Sålåsund bridge which exhibits the same problems and is situated in the county of Møre- og Romsdal, is used as an exemplification.

It is common to use traditional numerical linear analysis when designing concrete cantilever bridges. The problem though, is that the occurrence of the phenomenons do not reveal itself in such analysis, which constitutes much confusion among bridgedesigners. In order to regenerate the traditionally numerical analysis, a sophisticated and extensive numerical model of Sålåsund bridge has been established. The model realistically simulates the segmentally development of cantilevers during the construction phase, as well as the timedependent behaviour of the bridge after completion is taken into account. Furthermore, the numerical model accounts for inclusion of shear deformations, mainly to improve the precision of the total deformations. Shear deformations is usually not accounted for when designing concrete cantilever bridges, because it is assumed by bridgedesigners to provide negligible small additions to the total deformations.

Results obtained from performed linear analysis do not exhibit considerable deviation in longtime deformations when compared to designed precamber on Sålåsund bridge, even when the effect of shear deformations is accounted for. Furthermore, no conditions in tension are observed to imply the concrete to develop cracks. However, the elementformulation used in the numerical model requires the concrete to stay uncracked. Results obtained from performed linear analysis are thus inadequate after cracking.

In able to predict the non-linear response of concrete in a post-cracking condition, a robust calculation model based on the *modified compression field theory* was established. The established calculation model is able to predict the response of an arbitrary cross-section in concrete with reinforcement, both in a pre-cracking and post-cracking

condition, subjected to the combined impact of moment, shear- and axialforce.

Furthermore, an extremely interesting and controversial hypothesis was formulated based on the assumption that, shear cracks occur in web of concrete cantilever bridges due to the influence of creep in the principal compression strains. After shear cracks have occurred, it is reasonable to make an assumption that the shear stiffness will be greatly reduced, which further can lead to significant increase in shear deformations. By implementing the effect of creep in the established calculation model, it was possible to carry out a non-linear time dependent shear-deformation analysis on the segment which was observed to be one of the most heavily exposed to shear cracks. Results obtained from the analysis implicate that the formulated hypothesis tend to be reasonable and highly likely to occur. Furthermore, the obtained results from the analysis show that the shear-deformation form reminds much of the form which concrete cantilever bridges tend to exhibit, and that the increase in shear deformations in post-cracked condition provide significant additions to the total deformations.

Sammendrag

Fenomenene *utilsiktede deformasjoner og skjærriks* har en spesiell tendens til å oppstå i fritt frambygg bruer, og har de siste tiårene tiltrukket seg stor oppmerksomhet blant brukere både i Norge og resten av verden. Slike fenomener kan føre til forringelse av brukonstruksjonens estetiske verdier og krav, hvilket videre kan medføre at tillatte aksellaster ved ferdsel må reduseres. I sjeldne tilfeller kan det være nødvendig å bygge om på brukonstruksjonen for å opprettholde funksjonaliteten, og i ekstreme tilfeller kan det fattes en avgjørelse om å rive ned brukonstruksjonen dersom trafikksikkerheten ved ferdsel lenger ikke kan garanteres. I denne avhandlingen undersøkes dermed årsaker til at de opptredende fenomenene oppstår i fritt frambygg bruer, der Sålåsund bru i Møre- og Romsdal som innehar de samme problemene benyttes som eksemplifisering.

Det utføres normalt tradisjonelle numerisk lineære analyser ved prosjektering av fritt frambygg bruer. Problemet er imidlertid at de opptredende fenomenene ikke avdukes i slike analyser, hvilket skaper stor forvirring blant brukonstruktører. For å kunne gjenskape de tradisjonelle numerisk lineære analysene, har det blitt etablert en meget omfattende numerisk modell av Sålåsund bru. Modellen ivaretar effekten av den seksjonsvise utbyggingsfasen i fritt frambygg bruer, samt den tidsutviklende oppførselen til brukonstruksjonen i ferdigtilstand. I tillegg tar den numeriske modellen høyde for å inkludere skjærdeformasjoner, hovedsakelig for å øke presisjonen i totale deformasjoner. Skjærdeformasjoner utelukkes normalt ved prosjektering av fritt frambygg bruer, da det er antatt til å gi neglisjerbare påslag i totale deformasjoner.

Resultater fra utførte lineære analyser fremviser ingen betydelig avvik i langtidsdeformasjoner i forhold til prosjekterte overhøyder for Sålåsund bru, selv når effekten av skjærdeformasjoner inkluderes. Det observeres heller ingen spenningstilstander som skulle tilsi at betongens strekkfasthet overskrides, slik at opprissing skulle ha fremkommet. Elementformuleringen som benyttes i den numeriske modellen krever imidlertid at betongen er i en uopprikket tilstand. Etter opprissing vil resultater fra de lineære analysene være utilstrekkelige.

For å kunne forutsi den ikke-lineære responsen til betong etter opprissing, ble en robust beregningsmodell basert på den *modifiserte trykkfeltsteorien* etablert. Den etablerte beregningsmodellen er i stand til å forutsi responsen i et vilkårlig betongtverrsnitt med innlagt armering, både i uopprikket- og opprikket tilstand, utsatt for den kombinerte virkningen av moment, skjær- og aksialkraft.

Videre ble det formulert en meget interessant og kontroversiell hypotese på at oppståelsen av skjærriss i steg, skyldes innvirkningen av kryp på hovedtrykkøyninger. Etter opprissing er det fornuftig å anta at skjærstivheten reduseres, hvilket videre kan medføre økte skjærdeformasjoner. Ved å implementere kryp i den etablerte beregningsmodellen, var det mulig å utføre ikke-lineære tidsavhengige skjærdeformasjonsanalyser, av den seksjonen som var observert til å være en av de mest utsatte for skjærriss. Resultater fra analysene viser at den stilte hypotesen virker både fornuftig og meget sannsynlig. I tillegg viser resultater fra analysene at skjærdeformasjonsformen minner svært mye om den formen fritt frambygg bruer har en tendens til å ta, samt at økningen av skjærdeformasjoner i opprisset tilstand vil gi betydelige påslag i totale deformasjoner.

Innhold

Figurer	xiii
Tabeller	xv
Symbolliste	xviii
1 Innledning	1
1.1 Bakgrunn og motivasjon	1
1.2 Avhandlingens mål og omfang	1
1.3 Avhandlingens organisering og oppbygging	2
1.4 Relevant litteratur	3
2 Fritt frambygg bruer	5
2.1 Statisk virkemåte	5
2.1.1 Innledning	5
2.1.2 Byggetilstand	6
2.1.3 Ferdigtilstand	7
2.2 Utlisiktede deformasjoner og skjærriss i fritt frambygg bruer	8
2.2.1 Problematikk	8
2.2.2 Årsaker til avvik	9
3 Tidsavhengige materialmodeller	11
3.1 Korttids-materialmodell for betong	11
3.1.1 Fasthetsutvikling	12
3.1.2 Elastisitetsmodul-utvikling	14
3.2 Langtids-materialmodeller for kryp	16
3.2.1 Innledning	16
3.2.2 Basisgrunnlag for kryp	17
3.2.3 Krypmodell etter CEP-FIP Model Code 1990	20
3.2.4 Krypmodell etter Eurocode 2	25
3.3 Langtids-materialmodeller for svinn	26
3.3.1 Innledning	26
3.3.2 Svinnmodell etter CEB-FIP Model Code 1990	27
3.3.3 Svinnmodell etter Eurocode 2	30
3.4 Usikkerhet i kryp- og svinnmodeller	32

4	Skjær i betongkonstruksjoner	35
4.1	Fordeling av skjærspenninger	35
4.1.1	Generalisering	40
4.2	Dannelser av skjærriss	41
4.2.1	Innledning	41
4.2.2	Skjærriss i bøyeopprisset strekksone	42
4.2.3	Skjærriss i trykksone	42
4.2.4	Oppsummering av skjærrissdannelser	43
4.3	Betongfagverksmodell	44
4.4	Skjærdeformasjoner i betongkonstruksjoner	47
4.4.1	Uopprisset tilstand	48
4.4.2	Opprisset tilstand	48
4.5	Modifisert trykkfeltsteori	49
4.5.1	Innledning	49
4.5.2	Kompatibilitet	50
4.5.3	Likevekt	51
4.5.4	Materiallover for armering	53
4.5.5	Materiallov for opprisset betong	54
4.5.6	Lokale spenninger	56
4.5.7	Algoritme for anvendelse av MTFT	60
4.5.8	Oppsummering MTFT	60
4.6	Respons av betongtverrsnitt utsatt for kombinert virkning av moment, skjær- og aksialkraft	60
4.6.1	Kompatibilitetsrelasjoner	61
4.6.2	Likevektsrelasjoner	62
4.6.3	Materiallover	62
4.6.4	Lamellmetoden	63
4.6.5	Beregningsalgoritme for respons av betongtverrsnitt utsatt for kombinert virkning av moment, skjær- og aksialkraft	64
5	Sålsund bru	69
5.1	Innledning	69
5.2	Geometri og utforming	70
5.3	Tverrsnitt bruoverbygning	70
5.4	Underbygning	70
5.5	Randbetingelser	71
5.6	Byggehistorikk	72
6	Numerisk modellering	75
6.1	Elementformulering	75
6.1.1	Innledning og forutsetninger	75
6.1.2	Teorigrunnlag	76
6.1.3	Elementstivhetsmatrise	76
6.1.4	Elementoppbygning og ytelse	77
6.1.5	Innvirkning av skjærdeformasjoner	78
6.2	Geometrisk modell	78
6.2.1	Statisk modell og randbetingelser	78

6.2.2	Vegakse	78
6.2.3	Tverrsnitt	79
6.2.4	Segmentering	80
6.3	Modellering av spennarmering	81
6.3.1	Introduksjon og teorigrunnlag	81
6.3.2	Friksjon- og låsetap	82
6.3.3	Relaksasjon	84
6.3.4	Tap som følge av deformasjoner i betongen	85
6.3.5	Modellering av spennarmering i RM	85
6.4	Modellering av seksjonsutbygging	86
6.5	Tolkning av deformasjonsresultater	88
7	Verifisering av numeriske beregninger for kryp og svinn i RM BridgeV8i	89
7.1	Modell og geometri	89
7.1.1	Innledning	89
7.1.2	Diskretisering i RM	90
7.1.3	Støpeplan	90
7.2	Numerisk modellering av kryp og svinn i RM	92
7.3	Analytiske beregninger for last- og krypdeformasjoner	94
7.3.1	Inputparametere	94
7.3.2	Konstruksjonssteg 1	95
7.3.3	Konstruksjonssteg 2	97
7.3.4	Oppsummering av deformasjonsresultater	102
7.4	Analytiske beregninger for svinndeformasjoner	103
7.4.1	Innledning og forutsetninger	103
7.4.2	Beregning av svinndeformasjoner	103
7.5	Nedbøyningsberegninger i RM med hensyn på svinn og kryp	105
7.5.1	Nedbøyningsberegninger for svinn	105
7.5.2	Nedbøyningsberegninger for kryp	106
7.6	Virkning av ikke-uniformt kryp og svinn	107
7.7	Oppsummering	107
8	Numerisk lineære resultater	109
8.1	Innledning	109
8.2	Langtidsdeformasjoner	110
8.3	Skjærdeformasjoner	112
8.4	Snittkrefter	113
8.5	Oppsummering	114
9	Ikke-lineære tverrsnittsanalyser av FFB bruer med skjærriss	117
9.1	Problemstilling	117
9.2	Hypotese	119
9.3	Anvendelse av modifisert trykkfeltsteori	120
9.4	Tverrsnitt og geometri	121
9.4.1	Valg av seksjon	121
9.4.2	Tverrsnittsgeometri og materialparametere	122
9.4.3	Diskretisering	123

9.4.4	Forenklinger og forutsetninger	124
9.5	Skjær-deformasjonsrespons	125
9.6	Skjær-deformasjonsrespons med tidsavhengig analyse	128
9.6.1	Innledning	128
9.6.2	Relasjon mellom kryp og skjærtøyning	128
9.6.3	Krypmodell	129
9.6.4	Tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons med konstante midlere snittkrefter	131
9.6.5	Tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons med varierende snittkrefter	134
9.6.6	Sammenligning av beregnede resultater med observerte rissvidder og rissvinkler	137
9.7	Skjærdeformasjoner i skjærøppriset tilstand	138
9.7.1	Tiltak	142
9.8	Oppsummering	143
10	Konklusjoner og videre arbeid	145
10.1	Oppsummering, diskusjon og konklusjoner	145
10.2	Videre arbeid	148
	Tillegg A MatLab Script	151
	Referanser	175

Figurer

2.1	Raftsundet bru [27]	6
2.2	Utbygging av en FFB-bru	7
2.3	Typisk deformasjonsforløp over tid i FFB-bruer	8
3.1	Spenning-tøynings kurver for betong, tilslag og herdet sement	12
3.2	Utvikling av karakteristisk sylindertykkfasthet for C30/B30 med standard sement ved middeltemperatur på 20°C	14
3.3	Initiell tangentsivhet for betong etter 28 døgns fasthet	15
3.4	Elastisitetutvikling for C30/B30 med standard sement ved middeltemperatur på 20°C	16
3.5	Eksempel på utvikling av kryp i betong over tid ved påsatte konstante trykkspenninger	18
3.6	Innvirkningen av den relative fuktigheten og den effektive tverrsnittstykkelsen på krypkoeffisienten	22
3.7	Innvirkningen av fastheten på krypkoeffisienten	23
3.8	Innvirkningen av betongens alder ved pålastning	23
3.9	Utvikling av krypkoeffisient i hht MC90	24
3.10	Utvikling av krypkoeffisient i hht MC90 og EC2	26
3.11	Normert svinnkoeffisient	29
3.12	Tidsfunksjon for utvikling av svinn	29
3.13	Modeller for utvikling av svinn i hht MC90 og EC2	32
4.1	Fritt opplagt bjelke belastet med punktlaster	36
4.2	Likevektsbetraktning av figur 4.1d)	37
4.3	Opprisset tverrsnitt	39
4.4	Spenninger i tverrsnitt på grunn av moment og skjærkraft	41
4.5	Retning på riss og hovedstrekkspenning for et infinitesimalt element <i>under</i> nøytralaksen	42
4.6	Retning på riss og hovedstrekkspenning for et infinitesimalt element <i>over</i> nøytralaksen	43
4.7	Utvikling av skjærriss	44
4.8	Fagverksmodell i henhold til Ritter [34]	45
4.9	Likevekt i fagverksmodell	45
4.10	Element i steget for en skjæropprisset armert betongbjelke [11]	49
4.11	Gjennomsnittlige tøyninger i armert membranelement	51
4.12	Likevekt i henhold til modifisert trykkfeltsteori	52

4.13	Materiallover for armeringsstål og spennstål	54
4.14	Gjennomsnittlige spenning-tøyningsrelasjoner for opprisset betong [9] . . .	55
4.15	Overføring av spenninger forbi riss	57
4.16	Overføring av skjærspenninger ved tilslagslåsning [9]	58
4.17	Rissavstander	59
4.18	Betongtøyninger over tverrsnittshøyden	61
4.19	Diskretisering av betongtverrsnitt	63
4.20	Kombinert virkning av moment og skjærkraft	64
5.1	Sålåsund bru	69
5.2	Tverrsnitt bruoverbygning	71
5.3	Søyletverrsnitt i hovedpilarer	71
5.4	Utbygging av kragarmer fra akse A5	72
5.5	Utbygging av kragarmer fra akse A4	72
6.1	3D-bjelkeelement med to noder [35]	76
6.2	Statisk system	78
6.3	Vertikal- og horisontalkurvatur av vegakse	79
6.4	Definisjon av konstruksjonslinjer, tverrsnittselementer og tverrsnittsdeler [29]	80
6.5	Segmentering av vegakse	80
6.6	Segmentering og nummerering av elementer for Sålåsund bru	81
6.7	Tidsakse for et utbyggingseksempel med totalt fire konstruksjonssteg [28] .	87
7.1	Betongbjelke	90
7.2	Diskretisert utkragerbjelke	90
7.3	$t_G = t_{Sek,1} = t_{s,1} = 0$	91
7.4	$t_G = t_{Sek,1} = t_{0,1} = 28$	91
7.5	$t_G = t_{Sek,1} = 28, t_{Sek,2} = t_{s,2} = 0$	92
7.6	$t_G = t_{Sek,1} = 56, t_{Sek,2} = t_{0,2} = 28$	92
7.7	Konstruksjonssteg 1	93
7.8	Konstruksjonssteg 2	93
7.9	Utvikling av krepkoeffisient i henhold til inputparametere i tabell 7.1 og krep- modell i EC2 [18]	95
7.10	Deformasjoner i konstruksjonssteg 1	95
7.11	Krepkoeffisient for Seksjon 1 pga aksiallast F_1	96
7.12	Initielle deformasjoner i global konstruksjon pga F_2	98
7.13	Krepdeformasjoner i Seksjon 1 i Konstruksjonssteg 2	99
7.14	Krepkoeffisient for Seksjon 1 ved $t_G = 84$ døgn	99
7.15	Krepdeformasjoner i Seksjon 1 i Konstruksjonssteg 2 pga F_2	100
7.16	Krepkoeffisient i Seksjon 1 pga F_2	100
7.17	Krepdeformasjoner i Seksjon 2 i Konstruksjonssteg 2 pga F_2	101
7.18	Svinndeformasjoner i Seksjon 1	103
7.19	Utvikling av svinntøyninger i Seksjon 1	104
7.20	Krumninger grunnet svinn	106
8.1	Teoretisk vegakse- og målt nivellement av Sålåsund bru April 2012	110
8.2	Langtidsdeformasjoner av FFB-delen- og innlagt overhøyde, Sålåsund bru. Pilarer i akse A4 og A5 er ved henholdsvis 132 m- og 252 m	111

8.3	Nedbøyninger i hovedspenn, Sålåsund bru	111
8.4	Deformasjoner ved $t = 70$ år med- og uten skjærdeformasjoner	113
8.5	Momenter med kun <i>sekundære</i> innvirkninger	115
8.6	Moment med <i>totale</i> innvirkninger	115
8.7	Aksialkrefter med kun <i>sekundære</i> innvirkninger	116
8.8	Redusert skjærkraftdiagram med <i>totale</i> innvirkninger	116
9.1	Illustrasjonsfoto av deformasjoner i Sålåsund bru	118
9.2	Illustrasjonsfoto av riss i steg på Sålåsund bru	119
9.3	Deformasjonsmekanisme i steg utsatt for skjærspenning	120
9.4	Iterasjonsparametere	121
9.5	Seksjon 142	122
9.6	Armering i seksjon 142	122
9.7	Diskretisert betongareal	123
9.8	Lumpet armering i seksjon 142	124
9.9	Valg av elevasjon for referanseakse i seksjon 142	125
9.10	Skjær-deformasjonsrespons for seksjon 142	127
9.11	Lineær interpolasjon av krypkurve for seksjon 142	131
9.12	Tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons av seksjon 142 ved konstante snittkrefter	133
9.13	Konstante snittkrefter ved diskretiserte tidssteg for seksjon 142	135
9.14	Tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons av seksjon 142 med konstante- og varierte snittkrefter	136
9.15	Tidsutviklende spenning i tverrarmering for seksjon 142 med konstante- og varierte snittkrefter	137
9.16	Kryp i en-aksial- og bi-aksial tøyningstilstand	138
9.17	Seksjonsnummerering i hovedspenn	139
9.18	Skjærdeformasjon av et skjæropprisset konstruksjonselement	141
9.19	Skjærdeformasjoner i hovedspenn	142
9.20	Tidsutviklende skjærtøyning for opprinnelig- og økt tverrsnitt	143

Tabeller

3.1	Karakteristiske sylindertykkfastheter etter 28 døgn i MC90	12
3.2	Karakteristiske sylindertykkfastheter etter 28 døgn i EC2	12
3.3	Verdier for k_h i ligning (3.34)	30
3.4	Verdier for α_{ds1} og α_{ds2} i ligning (3.36)	31
3.5	Variasjonskoeffisienter [%] [5, 18]	33
7.1	Inputparametere	94
7.2	Resultater for initielle deformasjoner i Seksjon 1	96
7.3	Resultater for krypdeformasjoner i Seksjon 1	97
7.4	Resultater for initielle deformasjoner pga F_2	98
7.5	Deformasjonsresultater fra Konstruksjonssteg 1 ved $t_G = 56$ døgn	102
7.6	Deformasjonsresultater fra Konstruksjonssteg 2 ved $t_G = 84$ døgn	102
9.1	Materialparametere	123
9.2	Tabell for skjær-deformasjonsresponsen til seksjon 142	126
9.3	Krypparametere	130
9.4	Tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons med konstante snittkrefter for seksjon 142	132
9.5	Tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons for seksjon 142 med varierte snittkrefter	135
9.6	Modifisert utsnitt av tabell 9.2 for skjær-deformasjonsresponsen til seksjon 142	140

Symbolliste

Dersom ikke annet angis eksplisitt for det spesifikke tilfellet, vil følgende definisjon på symboler som benyttes i denne avhandlingen være gjeldende.

A_c	–	Tverrsnittsareal
$A_{c,eff}$	–	Effektivt skjærareal
A_p	–	Totalt areal spennarmering
A_s	–	Totalt areal langsgående slakkarmering
A_v	–	Totalt areal tverrarmering
a	–	Maksimal tilslagsstørrelse
b_w	–	Stegbredde
E_c	–	Tangent-elasticitetsmodul for betong etter 28 døgn
E_{cm}	–	Sekant-elasticitetsmodul for betong etter 28 døgn
$E_{c,eff}$	–	Effektiv elasticitetsmodul betong
E_p	–	Elasticitetsmodul for spennstål
E_s	–	Elasticitetsmodul for armeringsstål
f_{cd}	–	Dimensjonerende sylindetrykkfasthet for betong etter 28 døgn
f_{ck}	–	Karakteristisk sylindetrykkfasthet for betong etter 28 døgn
f_{cm}	–	Midlere karakteristisk sylindetrykkfasthet for betong etter 28 døgn
f_{cr}	–	Strekkspenning idet betongens strekkfasthet overskrides
f_{c1}	–	Gjennomsnittlig hovedtrekkspanning i betongen
f_{c2}	–	Gjennomsnittlig hovedtrekkspanning i betongen
f_{c2max}	–	Maksimalt tillatt gjennomsnittlig hovedtrekkspanning i betongen
f_p	–	Gjennomsnittlig spenning i langsgående spennarmering
f_{py}	–	Flytespenning i spennstål
$f_{p,0.2,k}$	–	Flytespenning i spennstål med 0.2% irreversibel tøyning
f_s	–	Gjennomsnittlig spenning i langsgående slakkarmering
f_{sy}	–	Flytespenning i langsgående armeringsstål
f_v	–	Gjennomsnittlig spenning i tverrarmering
f_{vy}	–	Flytespenning i tverrgående armeringsstål
f_{yd}	–	Dimensjonerende spenning i armeringsstål
G	–	Tangent-skjærmodul for betong etter 28 døgn
G'	–	Effektiv tangent-skjærmodul for betong etter 28 døgn
h_0	–	Effektiv tverrsnittstykkelse

I_y	– Annet arealmoment om sterk akse
$J(t, t_0)$	– Krypfunksjon
RH	– Relativ fuktighet i betongens omgivelse
R_H	– Horisontalkurvatur av vegakse
R_v	– Vertikalkurvatur av vegakse
s	– Avstand mellom tverrarmering
s_{mx}	– Gjennomsnittlig avstand mellom tverrgående riss
s_{my}	– Gjennomsnittlig avstand mellom langsgående riss
$s_{m\theta}$	– Gjennomsnittlig avstand mellom skjærriss
t	– Betongens alder i døgn
t_s	– Betongens alder når svinntørkingen begynner
t_T	– Betongens temperatur-justerte alder i døgn
t_0	– Betongens alder ved pålastning
v_{ci}	– Rissets evne til å overføre skjærspenninger
z	– Effektiv skjærhøyde
w	– Rissvidde
$\beta_c(t - t_0)$	– Tidsutviklende funksjon for krypkoeffisienten
γ_{xy}	– Gjennomsnittlig skjærtøyning
γ'_{xy}	– Økt gjennomsnittlig skjærtøyning som følge av kryp
ϵ_b	– Langsgående tøyning ved bunn tverrsnitt
ϵ_c	– Langsgående betongtøyninger ved krumning
ϵ_{ck}	– Tøyning i betong idet karakteristisk spenning inntreffer
ϵ_{cm}	– Langsgående tøyning ved halve skjærhøyden
ϵ_{cr}	– Tøyning idet betongens strekkfasthet overskrides
ϵ_p	– Gjennomsnittlig tøyning i langsgående spennarmering
ϵ_s	– Gjennomsnittlig tøyning i langsgående slakkarmering
ϵ_x	– Gjennomsnittlig langsgående tøyning
ϵ_y	– Gjennomsnittlig tverrgående tøyning
ϵ_1	– Gjennomsnittlig hovedtrekkertøyning
ϵ_2	– Gjennomsnittlig hovedtrykkertøyning
ϵ_{ca}	– Autogent svinn
ϵ_{cd}	– Uttørkingssvinn
ϵ_{cs}	– Totale svinntøyninger
$\epsilon_{c\sigma}$	– Mekaniske tøyninger
θ	– Vinkel mellom gjennomsnittlig hovedtrykkertøyning og horisontalplan
τ	– Skjærspenning
ϕ	– Krypkoeffisient
ϕ_0	– Normert krypkoeffisient
φ	– Krumning
χ	– Reduksjonsgrad av tangent-skjærmodul
$\Delta\epsilon_p$	– Initiell tøyningdifferanse mellom spennkabler og betong

Kapittel 1

Innledning

1.1 Bakgrunn og motivasjon

En fritt frambygg bru er en spennarmert betongkonstruksjon, og har et karakteristisk utseende ved at høyden på steget i brubjelken varierer over spennvidden. Slike brukonstruksjoner betraktes ofte som konkurransedyktige alternativ med hensyn på byggemetode, økonomi og estetikk for hovedspenn i området 100 - 300 meter.

Flere fritt frambygg bruer fremviser dessverre tendenser til overflødige deformasjoner hovedsakelig i hovedspennet, samt opptredende skjærriss i steg. Fenomenene har blitt observert til å oppstå over tid, og kan på mange måter karakteriseres som *tidsutviklende fenomener*. Slike problemer kan føre til avvik med hensyn på estetiske verdier og krav, og gir generelle bekymringer vedrørende funksjonalitet og kapasitet. I flere brukonstruksjoner av denne typen har det dermed blitt vurdert å senke tillatt aksellast ved ferdsel over brua. Enkelte fritt frambygg bruer har i tillegg blitt forsterket med hjelpetårn for å opprettholde funksjonaliteten, og i ekstreme tilfeller har et få antall brukonstruksjoner av denne typen blitt revet ned, når sikkerheten ved ferdsel lenger ikke kan garanteres.

At slike utilsiktede deformasjoner og skjærriss oppstår i fritt frambygg bruer viser at disse effektene ikke fanges opp i prosjekteringsfasen, hvilket fører til lunken optimisme med hensyn på valg av denne konstruksjonstypen blant bruaktører. Det er dermed svært ønskelig å få kartlagt årsaken på problemene og hvorfor effektene ikke avdukes ved tradisjonelle analyser, slik at dette kan tas høyde for ved prosjektering av fremtidige fritt frambygg bruer.

1.2 Avhandlingens mål og omfang

Avhandlingens hovedmål går åpenbart ut på å undersøke årsaker til at utilsiktede deformasjoner og skjærriss har en tendens til å oppstå i fritt frambygg bruer. Da problemene

kan karakteriseres som tidsutviklende fenomener, er det fornuftig å begrense avhandlingens omfang ved å undersøke den direkte innvirkningen fra kryp, svinn og relaksasjon. Slike langtidseffekter er spesielt fremtredende i fritt frambygg bruer på grunn av uvanlig store tverrsnittsdimensjoner og mye forspenning. Hovedfokuset vil imidlertid i store deler av avhandlingen være på innvirkningen fra kryp, selvom effekten fra svinn og relaksasjon også diskuteres og belyses. Videre foretas det en omfattende undersøkelse vedrørende innvirkningen av skjærdeformasjoner og kryp på skjærdeformasjoner, for å kartlegge om slike effekter gir relevante påslag i totale deformasjoner og videre om dette kan gi opphav til forklaring av opptredende skjæriss.

Fenomenene eksemplifiseres ved å utføre grundige analyser og beregninger på Sålåsund bru, som innehar de samme problemene. Videre vil aktuelle delmål i avhandlingens forløp være

- Å forstå den grunnleggende oppførselen og kompleksiteten fritt frambygg bruer fremviser over tid
- Å sette seg inn i den grunnleggende teorien for tidsavhengige materialmodeller i spennarmerte betongkonstruksjoner
- Å sette seg inn i den grunnleggende teorien for skjær i spennarmerte betongkonstruksjoner, både i lineær uopprikket tilstand og ikke-lineær opprikket tilstand
- Å etablere en numerisk modell som ivaretar geometri, utforming, randbetingelser og byggehistorikken til Sålåsund bru, slik at numerisk lineære tidsavhengige analyser- og beregninger kan gjenskapes og utføres i henhold til dagens standardverk og krav
- Å utføre ikke-lineære tverrsnittsanalyser som ivaretar effekten av opprikket betong
- Å fremlegge endelige konklusjoner og anbefalinger med hensyn på oppnådde resultater

1.3 Avhandlingens organisering og oppbygging

Avhandlingen er delt opp i totalt ti kapitler, der det er forsøkt å gi en kronologisk oppbygging av avhandlingens forløp.

Etter dette innledende kapittelet, gis en grunnleggende innføring av fritt frambygg bruer i kapittel 2, der den generelle problematikken vedrørende langtidsdeformasjoner og skjæriss belyses.

I kapittel 3 presenteres og diskuteres både kort- og langtidsmaterialmodeller for betong i henhold til CEB-FIP Model Code 1990 (MC90) og Eurocode 2(EC2). Det legges spesielt stor vekt på tolkningen av empiriske kryp- og svinnmodeller. Årsaken til at modeller fra begge standardverk presenteres, er hovedsakelig for å vise utviklingen

av kryp- og svinmodeller med årene. Analyser og beregninger for den numeriske modellen utføres imidlertid kun i henhold til materialmodeller fra EC2.

Grunnleggende prinsipper vedrørende skjær i betongkonstruksjoner presenteres og diskuteres grundig i kapittel 4. Dette kapitlet danner grunnlaget for å kunne utføre ikke-lineære analyser av spennarmerte betongkonstruksjoner utsatt for skjærriss.

I kapittel 5 presenteres hovedsakelig geometri, randbetingelser, materialparametere og byggehistorikken for Sålåsund bru, hvilket er direkte relevant og nødvendig for å kunne etablere en realistisk numerisk modell av brukonstruksjonen. Videre diskuteres forutsetninger og teorigrunnlag for den numeriske modelleringen grundig i kapittel 6. Programmet som benyttes for å utføre numerisk tidsavhengige analyser- og beregninger er RM Bridge V8i.

Det foretas en svært omfattende og grundig verifisering av numerisk tidsavhengige beregninger som RM Bridge V8i utfører med hensyn på kryp og svinn i kapittel 7. Dette gjøres for å få en grunnleggende forståelse av prinsipper og forenklinger programmet utfører ved tidsavhengige analyser, samt for å verifisere at programmet tar inn materialmodellene i henhold til Eurocode 2 på en fornuftig måte.

I kapittel 8 presenteres resultater fra utførte numerisk lineære analyser- og beregninger, der beregnede langtidsdeformasjoner sammenlignes med prosjekterte overhøyder for Sålåsund bru. Videre belyses innvirkningen av skjærdeformasjoner i lineær uopprikket tilstand.

I kapittel 9 presenteres og diskuteres resultater når det utføres tidsavhengige ikke-lineære analyser som ivaretar effekten av opprikket betong for Sålåsund bru. Her stilles en meget interessant hypotese om innvirkningen av kryp på skjærdeformasjoner, og om en slik effekt kan gi opphav til en fornuftig forklaring på avhandlingens hovedproblemstillinger.

I kapittel 10 diskuteres og konkluderes avhandlingens resultater, samt anbefalinger for videre arbeid.

1.4 Relevant litteratur

Utsiktede deformasjoner i fritt frambygg bruer har tiltrukket stor oppmerksomhet blant brukonstruktører i hele verden, hvilket har ledet til mye forskning vedrørende problemet.

I 1993 utførte Kanstad [30] deformasjonsberegninger ved avanserte numeriske beregningsteknikker på Mjøsund brua. Konstruksjonen har et hovedspenn på 185 meter og ligger i Troms fylke. På et tidlig stadium etter bruåpning ble det observert et avvik av deformasjoner på $\pm 10\%$, når kryp- og svinmodeller i henhold til CEB-FIP Model Code 1990 [5] ble benyttet.

I 1997 ble det av *CEB Task Group 2.4 "Serviceability Models"* [14] foretatt en omfat-

tende undersøkelse av deformasjoner i fritt frambygg bruer som følge av et stort antall rapporterte problemer om tematikken. Det ble samlet observerte målinger fra totalt 27 bruer som ble bygget i tidsrommet 1955-1993, hvorav 26 av dem var i Europa og én fra USA. Det interessante var at deformasjonsgradienten i noen av bruene fremdeles hadde en vesentlig størrelsesorden selv 8-10 år etter ferdigstilling, hvorav deformasjonene i to av bruene henholdsvis nærmest viste konstant rate selv 16- og 20 år etter ferdigstilling.

I 2002 utførte Takacs [23] en Ph.D avhandling om deformasjoner i fritt frambygg bruer ved å sammenligne observerte målinger og resultater fra numeriske analyser av Norddalssjøfjord bru i Sogn og Fjordane, Støvset bru i Nordland og Stolma bru i Hordaland med hovedspennvidder på henholdsvis 230.5-, 220- og 301 meter. Han mente at usikkerheten i de empiriske kryp- og svinmodellene var så store, at deformasjonsresponsen ved bruk av disse modellene konsekvent heller burde bli vurdert som en statistisk variabel enn en deterministisk verdi. Blant annet presenterte han en probabilistisk metode, der hensikten var å kunne estimere de statistiske egenskapene for deformasjonsresponsen til FFB-bruer. Han anbefalte dermed heller å dimensjonere bruene for et konfidensnivå basert på den statistiske distribusjonen av langtidsdeformasjonene, enn den gjennomsnittlige forventede verdien.

I 2011 foretok Eide og Sætra [20] i sin masteravhandling en sammenligning av deformasjonsberegninger for fire ulike numeriske beregningsprogrammer som ble utført på Austevollsbrua. Konstruksjonen innehar et hovedspenn på 233 meter og ligger i Hordaland fylke. To av programmene inneholdt kun lineære bjelkeelementer, mens de to andre gav muligheter for ikke-lineære analyser. Resultatene i tre av programmene viste små avvik seg i mellom ved beregning av langtidsdeformasjoner, mens det ene programmet med lineære bjelkeelementer viste noe større deformasjoner enn normalt. I tillegg ble langtidsdeformasjonene sammenlignet med prosjekterte overhøyder, som viste at de numeriske beregningsresultatene kun gav neglisjerbare avvik i resultater.

En oppsummerende fellesnevner fra tidligere forskning er at observerte deformasjoner viser avvik fra prosjekterte langtidsdeformasjoner, men bortsett fra sammensatte antakelser og spekulasjoner, gis det ingen konkrete konklusjoner på årsaken til at dette har en spesiell tendens til å fremkomme i fritt frambygg bruer. Tidligere forskning gir heller ingen grunnleggende forklaring på årsaken til at skjærriss oppstår.

Problemstillingene i denne avhandlingen skiller seg ut fra tidligere forskning ved at hovedfokusset ikke kun omhandler innvirkningen av kryp på bøyedeformasjoner, men også innvirkningen av kryp på skjærdeformasjoner.

Kapittel 2

Fritt frambygg bruer

Betongbruer som bygges etter fritt frambygg metoden har økt i popularitet de siste ti-årene, hovedsakelig som følge av at konstruksjonsmetoden representerer en overbevisende teknisk- og økonomisk løsning. Norske aktører har en lang tradisjon med denne brutypen og besitter generelt høy kompetanse for prosjektering av fritt frambygg bruer ikke bare i Norge, men også resten av verden.

Fritt frambygg (FFB) bruer har et karakteristisk utseende ved at tverrsnittshøyden varierer over brulengden og fremstår ofte som slanke og elegante. Brutypen blir sett på som et kostnadseffektivt alternativ til kabelbruer med lange spennvidder opp mot 200-300 meter, da spesielt i Norge med sine mange fjorder og sunder. Norge har ved gjentatte anledninger satt verdensrekorder i spennvidde for denne brutypen, og per i dag innehar Stolmasundet bru på vestkysten i Norge det lengste hovedspennet for en bygd FFB bru i Verden på totalt 301 meter.

2.1 Statisk virkemåte

2.1.1 Innledning

Hovedprinsippet ved fritt frambygg metoden er at brua kan bære seg selv helt eller delvis under utbygging. Dette medfører høye og kraftige tverrsnitt i brukonstruksjonen som følge av at hovedbærevirkningen tas opp ved moment og skjær i brubjelken. Da snittkreftene varierer over spennvidden vil det være hensiktsmessig av statiske-, økonomiske- og estetiske årsaker å la tverrsnittet tilsvarende variere over brulengden. Typisk vil tverrsnittshøyden være størst ved ved pilarer og minst ved midtsnitt i hovedspennet, se figur 2.1.

Brua vil ha to ulike statiske tilstander og bestemmes ut i fra om konstruksjonen vurderes i *byggetilstand* eller *ferdigtilstand*. I byggetilstand vil kragarmer være ukoblet slik at konstruksjonen dermed vil være statisk bestemt, mens i ferdigtilstand vil brua fungere som en sammenkoblet enhet og vil da være statisk ubestemt.



Figur 2.1: Raftsundet bru [27]

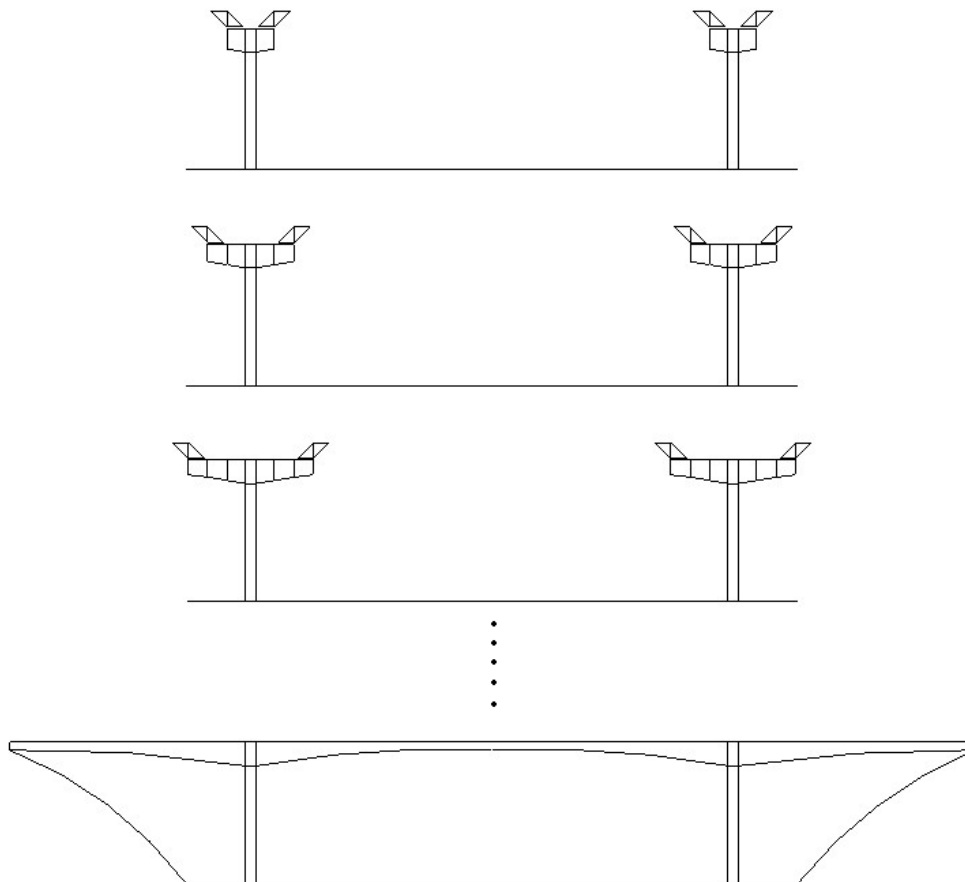
2.1.2 Byggetilstand

Før utbyggingen av fritt frambygg delen kan påbegynne, må først søyler fundamenteres og støpes. Søylen spiller en svært fremtredende rolle for brua, og vil i utbyggingssfasen være den eneste avstivningen for konstruksjonen. I byggetilstand må dermed søylene være i stand til å bære egenvekten av kragarmene, samt kunne ta opp store torsjonskrefter fra dynamiske vindlaste. I ferdigtilstand skal i tillegg brua kunne tåle store tvangskrefter som følge av dynamiske påkjenninger fra jordskjelvlaster, hvilket krever duktilitet i søylene. Søylen bør dermed utformes slik at de er kraftige og robuste i byggetilstand, men samtidig myke og duktile i ferdigtilstand [27].

Fritt frambygg delen bygges slik at kragarmene over søylene til enhver tid er i likevekt. Dette tilfredstilles ved at to like kragarmer støpes seksjonsvis og balansert utover fra piler inn mot henholdsvis midtspenn og landkar, se figur 2.2. Brubjelken vil typisk bestå av et kassetverrsnitt, der hovedsakelig høyden på steget varierer over spennvidden. I tillegg er det vanlig at tykkelsen på undergurt, overgurt og steg varierer av prosjekteringsmessige årsaker. Da brubjelken bygges som rene utkragere vil det i byggetilstanden være nødvendig med spennarmering i overgurten over hele kragarmenes lengde. Antall spennkabler som spennes opp og forankres i hver støpeseksjon, avhenger av det motvirkende momentforløpet som følge av egenvekten fra kragarmer og forskalingsvogner.

I byggetilstand er det av høy relevans å ha god oversikt og forutsigbarhet over deformasjoner i kragarmene. Årsaken til det er at kragarmene åpenbart er nødt til å ha lik elevasjon ved sammenkobling i midtspennet. Deformasjoner i fritt frambygg bruer beregnes ofte numerisk ved *tradisjonelle* FEM-analyseprogrammer som benytter homogene- og lineære bjelkeelementer. Dette krever imidlertid at betongen i systemet forblir uopprisset, og er en tilstand som ofte refereres som *Stadium I* [26]. For å oppnå Stadium I i byggetilstand, må det spennes opp et visst antall nødvendige spennkabler i hver støpeseksjon, som genererer stort nok trykk slik at riss i brubjelken unngås. Dersom kravene i en slik tilstand oppfylles kan systemet beregnes ved homogene- og lineære bjelkeelementer.

Det er vanlig å støpe to like seksjoner i kragarmene på hver side av søylen, men seksjo-



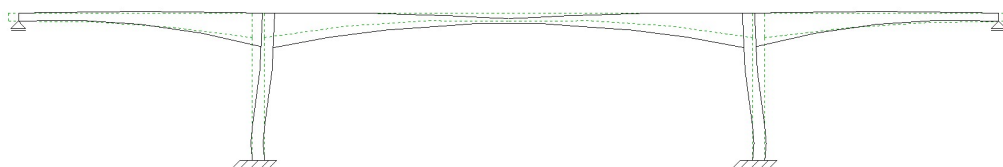
Figur 2.2: Utbygging av en FFB-bru

nene støpes imidlertid ikke simultant. Normalt støpes seksjonen på den ene kragarmen først, før støpearbeidet flyttes over til den balanserende seksjonen på den andre siden av søylen. Dersom denne syklusen fortsetter vil dette generere skjevbelastninger på søylen som følge av *krypdeformasjoner* i betongen, og vil føre til at søylen krummer mer mot den ene siden som alltid støpes først [27]. Dette kan blant annet potensielt føre til at utilsiktede deformasjoner “bygges inn” i den endelige konstruksjonen. Dette gjør det nødvendig å veksle på hvilken seksjon som støpes først. Tilsvarende prinsipp gjelder dersom spennarmeringen alltid spennes opp fra en side av søylen.

2.1.3 Ferdigtilstand

I ferdigtilstand kobles kragarmer sammen i midtspenn og mot landkar, og konstruksjonen vil ved sammenkobling bli et statisk ubestemt system. Dette kan føre til store tvangskrefter som følge av kryp- og svinndeformasjoner, samt temperaturvariasjoner. Videre påføres brua ytre belastninger fra superponert egenvekt som eksempelvis består av slitelag, kantbjelker, belysningstolper, etc. Etter bruåpning påføres naturligvis nyttelaster.

Krypet i brubjelken vil som følge av permanente laster føre til at støttemomenter over søyler reduseres og overføres som feltmomenter i brubanen, og er et fenomen ofte referert som *krypomlagring* i fritt frambygg bruer. Årsaken til en slik omlagring av krefter, er at kryptet fører til økninger av vertikale deformasjoner i midtspennet over tid. Da systemet er statisk ubestemt vil søylene forsøke å forhindre denne deformasjonen. Dette medfører at søylene krummer inn mot midtspennet, se figur 2.3.



Figur 2.3: Typisk deformasjonsforløp over tid i FFB-bruer

Det legges inn spennarmering i undergurten av brubjelken ved midtspenn, for å kunne ta opp krefter fra ytre laster som påsettes etter sammenkobling, samt tilleggsmomenter som oppstår fra krypomlagringen. Dette medfører videre at deformasjoner i midtspennet reduseres betraktelig. En slik oppspenning når brua er statisk ubestemt, vil imidlertid føre til ytterligere tvangskrefter, hovedsakelig som følge av økt kryp. Dette kan enkelt føre til en “ond sirkel” for konstruktøren da ytterligere oppspenning tilsvarende fører til ytterligere krypdeformasjoner i midtspennet. Dette illustrerer tydelig hvor sammensatt og komplekst fritt frambygg bruer kan fremstå ved prosjektering.

2.2 Utilsiktede deformasjoner og skjærriss i fritt frambygg bruer

2.2.1 Problematikk

Fritt frambygg bruer viser ofte en tendens til å utvikle større deformasjoner med tiden enn det som har blitt beregnet av brukonstruktøren. Slike utilsiktede deformasjoner for FFB-bruer er et kjent problem, og har skapt stor oppmerksomhet blant ingeniører i landet de siste tiårene. I Norge finnes det over 100 av denne brutypen, og flere av konstruksjonene gjengir tilsvarende deformasjonsmønstre som illustrert i figur 2.3. For store nedbøyninger på denne type bruer kan avvike fra planlagte estetiske verdier- og krav, samt konstruksjonens funksjonalitet. I ekstreme tilfeller kan slike tidsutviklende deformasjoner i verste fall føre til nedrivning av brukonstruksjonen.

Når kragarmene bygges ut fra søylene inn mot henholdsvis midtspenn og landkar, legges det inn overhøyder som skal tilsvare langtidsdeformasjonene til brua, men med motsatt fortegn. På denne måten vil ikke brukonstruksjonen få et tilsvarende utseende som illustrert i figur 2.3, og vil i utgangspunktet innstille seg et endelig deformasjonsmønster som opprinnelig var tilsiktet i prosjekteringsfasen. Det har imidlertid dessverre vist seg for enkelte bruer, at prosjekterte overhøyder underestimeres i forhold til de *virkelige* langtidsdeformasjonene for brua.

Det har også blitt registrert skjærriss i steg som har økt i antall- og omfang over tid. Opprissing i ferdigtilstand anses normalt ikke som et problem, så fremt rissviddene ikke skaper bestandighetsproblemer for brukonstruksjonen. Dette gjelder spesielt der aggressivt klimaforhold kan føre til diffusjon av korrosjonsfremkallende partikler gjennom riss, hvilket kan redusere brukonstruksjonens levetid. Videre kan skjærriss redusere skjærstivheter betraktelig, slik at skjærdeformasjoner tilsvarende vil kunne øke. Dette kompliserer blant annet beregninger i større grad, da det nå må utføres beregningsmetoder som tar hensyn til betongens ikke-lineære oppførsel etter opprissing. Beregnede resultater fra FEM-analyseprogrammer som benytter homogene- og lineære bjelkeelementer vil dermed være utilstrekkelige i en slik tilstand.

2.2.2 Årsaker til avvik

Det er vanskelig å angi hvilke spesifikke karakteristikk som fører til unøyaktighet i beregningsmodellene, da det gjerne er flere faktorer og egenskaper som i kombinasjon med hverandre spiller en vesentlig rolle for de totale langtidsdeformasjonene. Kryp- og svinmodeller for betong anses imidlertid som svært fremtredende, hva angår unøyaktigheter i deformasjonsberegninger for en fritt frambygg bru. Årsaken til det er at forståelsen bak styrende parametere i fenomenene kryp og svinn fremdeles ikke er optimal.

Langtidsmaterialmodeller for kryp og svinn er utviklet og justert basert på stort antall eksperimentelle resultater utført på materialer med betydelig representativ homogenitet. Eksperimentene utføres som regel på betongsyndere med diameter 50-100 mm i et spesifikt prøveforhold, innen en tidsramme på 1-12 måneder. Fakta viser imidlertid at eksperimentene har hatt en vane for å avslutte allerede etter tre måneder, der eksperimenter over lenger tidsintervaller viser store sprikende resultater [23]. De empiriske beregningsmodellene for kryp og svinn er dermed basert på den gjennomsnittlige forventningsverdien fra eksperimentelle resultater, som dessverre viser store tendenser til statistiske variasjoner. Det er dermed naturlig å regne med et prosentavvik for modellene da hvert beregningstilfelle er unikt, og det må generelt aksepteres at deformasjonsresponsen aldri kan gjengis eksakt ved bruk av disse beregningsmodellene. En tolkning av empiriske kryp- og svinmodeller er nærmere diskutert i kapittel 3.

Størrelsen og formen elementet representerer, er en annen variabel som har en stor innvirkning på beregningsmodellene. Årsaken til det er at størrelsen på tverrsnittsdimensjonene i en fritt frambygg bru er betydelig større enn sylindrerprøver det utføres eksperimenter på. Uttøringsprosessen vil dermed være svært forskjellige i de to tilfellene, der det er naturlig å anta at uttørkingen for et stort kassetverrsnitt vil være betraktelig langsommere enn for mindre betongprøver.

Oppståelsen av skjærriss i løpet av brukonstruksjonens levetid vil kunne redusere skjærstivheten i systemet. En slik reduksjon i skjærstivhet vil videre kunne medføre økte skjærdeformasjoner av betydelige størrelser som ikke fanges opp når det utføres tradisjonelle lineære analyser.

I tillegg til usikkerheter tilknyttet de tidsavhengige effektene kryp og svinn, samt reduksjon av stivheter i forbindelse med opprissing, kan faktorer som relaksasjon i spennstål, effektiv forspenningskraft og sensitivitet av deformasjoner som følge av variasjoner i utbyggingsfasen være utslagsgivende i langtidsoppførselen til brukonstruksjonen.

Kapittel 3

Tidsavhengige materialmodeller

I dette kapitlet presenteres og tolkes materialmodeller som benyttes ved tidsavhengige beregningsanalyser. Modellene er i henhold til de europeiske standardene CEB-FIP Model Code 1990 (MC90) [5] og Eurocode 2 (EC2) [18]. MC90 er den reviderte utgaven av den originale modellkoden som ble gitt ut i 1978, og har siden den tid hatt en betydelig innflytelse på nasjonale standarder i mange land, blant annet Norges utgatte nasjonale standard for betongprosjektering, NS3473. MC90 hadde en spesielt stor innvirkning på harmoniseringen av den felles europeiske standarden Eurocode 2: Design of concrete structures, som per i dag sammen med det Norske Anneks er det eneste gjeldende standardverket i Norge for prosjektering av betongkonstruksjoner.

I fritt frambygg bruer vil det være svært viktig å ha god kjennskap til utviklingen av både *fastheten* og *stivheten* til betongen. Årsaken til det er at seksjonene i en fritt frambygg bru støpes ved ulike tidspunkter, hvilket medfører at alderen på betongen i seksjonene tilsvarende vil være ulike. Dette vil videre påvirke både kort- og langtidsoppførselen til konstruksjonen. Kapitlet tar for seg en kronologisk fremstilling av betongens utvikling, og gjengir samtidig en tolkning av empiriske formler og uttrykk som inngår i modellene for MC90 og EC2. Dette gjøres for å oppnå en grunnleggende forståelse av kort- og langtidsoppførselen til en betongkonstruksjon, og hvilke styrende parametere som har stor innflytelse i modellene.

3.1 Korttids-materialmodell for betong

Betongens *styrke* er en tidsavhengig parameter som øker med tiden etter utstøping. Styrken representeres normalt ved den karakteristiske sylindertykkfastheten, ofte referert som f_{ck} i standardverk, og måles ved å utføre en-aksiale trykkprøver på sylindreformete betongelementer som har fått herde i 28 døgn. Dimensjonen på prøven velges slik at den maksimale spenningen, f_{ck} , oppnås etter 2-3 minutter [16]. Tabell 3.1 og 3.2 angir karakteristiske sylindertykkfastheter i henhold til henholdsvis MC90 og EC2.

Hovedbestanddelene i betong, som hovedsakelig består av tilslag og herdet sement,

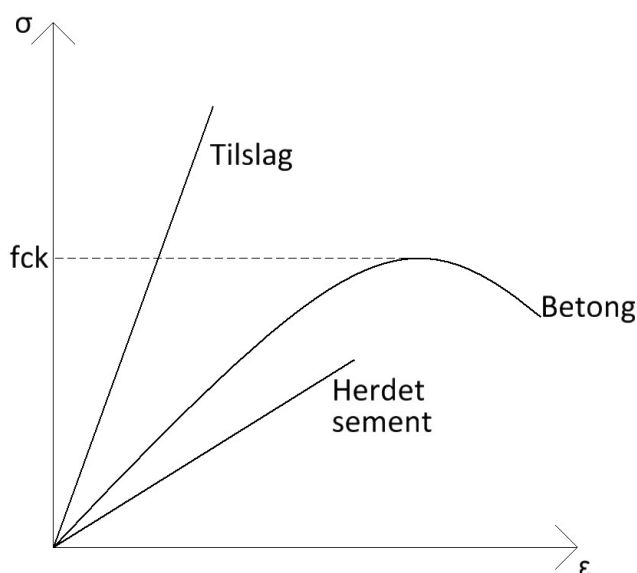
Betongkvalitet	C12	C20	C30	C40	C50	C60	C70	C80
f_{ck} [MPa]	12	20	30	40	50	60	70	80

Tabell 3.1: Karakteristiske sylindertykkfastheter etter 28 døgn i MC90

Betongkvalitet	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B55	B65
f_{ck} [MPa]	20	25	30	35	40	45	55	65

Tabell 3.2: Karakteristiske sylindertykkfastheter etter 28 døgn i EC2

fremviser lineær oppførsel i spenning-tøyningsresponsen. Herdet betong derimot, fremviser en fullstendig ikke-lineær spenning-tøyningsrespons, se figur 3.1. Årsaken til betongens ikke-lineære respons fremkommer av interaksjonen mellom sementpastaen og tilslaget, og vil i grenseovergangen mellom disse materialene kunne gi mikroskopiske riss, selv ved svært lave spenningsnivåer [21]. Rissutviklingen fører til en “rundere” respons i spenning-tøyningsresponsen.



Figur 3.1: Spenning-tøynings kurver for betong, tilslag og herdet sement

3.1.1 Fasthetsutvikling

Betongens styrke, vil som nevnt, klassifiseres etter den karakteristiske 28-døgns sylindertykkfastheten. I byggetilstanden for fritt frambygg bruer vil det imidlertid være nødvendig å ha kjennskap til fastheten ved en tid t tidligere enn 28 døgn. Fasthetsutviklingen frem til 28 døgn avhenger av type sement, temperatur og herdeforhold [26]. MC90 og EC2 angir like utviklingsmodeller for fastheten ved

$$f_{ck}(t) = f_{cm}(t) - \Delta f \quad (3.1)$$

hvor $\Delta f = 8 \text{ MPa}$.

Ved en middeltemperatur på 20°C og herdeforhold i henhold til NS-EN 12390 [19], gjelder

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm} \quad (3.2)$$

der

$$\beta_{cc}(t) = \exp\left\{s \left[1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right]\right\} \quad (3.3)$$

hvor

$f_{cm}(t)$ er et empirisk uttrykk for den midlere betong-trykkfastheten ved t døgn

f_{cm} er midlere betong-trykkfasthet ved $t = 28$ døgn

t er betongens alder i døgn

s er en koeffisient som ivaretar type sement som benyttes

= 0.20 for rapid høyfast sement

= 0.25 for høyfast sement

= 0.38 for standard sement

Videre angis en justert betongalder dersom middeltemperaturen avviker fra 20°C under herding av betongen ved

$$t_T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \exp\left[13.65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)}\right] \quad (3.4)$$

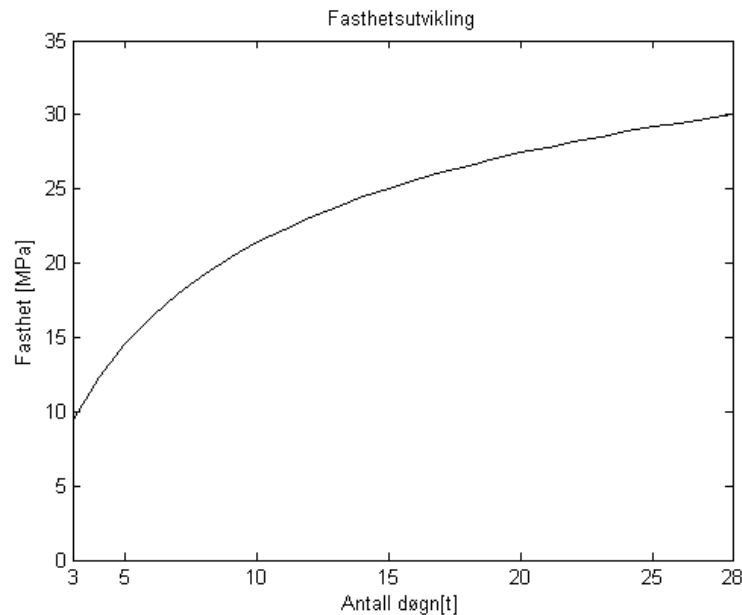
hvor

t_T er temperatur-justert betongalder som erstatter t i ligning (3.3)

Δt_i er antall døgn med temperatur T

$T(\Delta t_i)$ er temperaturen i celcius under perioden Δt_i

Figur 3.2 fremviser utviklingen av herdet betong for fasthetsklasse C30/B30 ved en middeltemperatur 20°C frem til 28 døgn.



Figur 3.2: Utvikling av karakteristisk sylindertykkfasthet for C30/B30 med standard sement ved middeltemperatur på 20°C

3.1.2 Elastisitetsmodul-utvikling

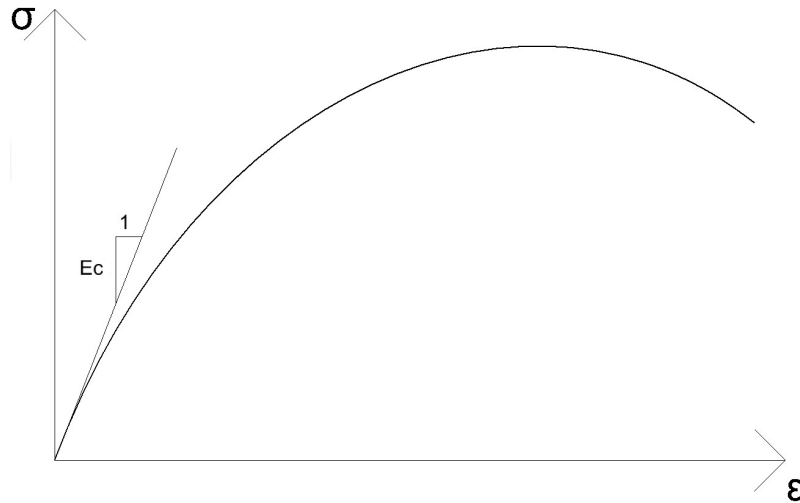
Da betong fremviser en fullstendig ikke-lineær oppførsel i spenning-tøyingsresponsen, må stivheten oppdateres fortløpende ved en inkrementell økning av spenningsnivået. Oppdateringen utføres ved å benytte tangentstivheten. Elastisitetsmodulen for betong defineres som den *initielle* tangentstivheten i spenning-tøyingskurven, og har en verdi som ligger mellom stivheten for tilslaget og stivheten for den herdete sementpasten [16]. Med *initieill* menes det ved origo i spenning-tøyingskurven, altså når det ikke er noen tøyninger i betongen, se figur 3.3. Verdien i dette punktet er tilnærmet lik stigningen til sekantmodulen ved hurtig avlastning, og inkluderer ingen initielle plastiske deformasjoner [5]. Ved å benytte lover for komposittmaterial-modeller, kan betongens stivhet estimeres ut i fra bestandelenes stivheter. I henhold til MC90 og EC2 angis det imidlertid at elastisitetsmodulen kan beregnes fra den midlere karakteristiske trykkfastheten f_{cm} ved 28 døgn.

Korttids elastisitetsutviklingsmodell etter MC90

Elastisitetsmodulen er definert som den initielle tangentmodulen, E_c , for betong ved 28 døgnns fasthet og kan etter omskrivninger uttrykkes som

$$E_c = 9980(f_{cm})^{(1/3)} \quad (3.5)$$

I likhet med trykkfastheten, er det i fritt frambygg bruer nødvendig å ha kjennskap til utviklingen av elastisitetsmodulen ved en gitt tid t før 28 døgn. Denne kan uttrykkes



Figur 3.3: Initiell tangentstivhet for betong etter 28 døgns fasthet

ved

$$E_c(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0.5} E_c \quad (3.6)$$

Korttids elastisitetutviklingsmodell etter EC2

I motsetning til MC90 benytter EC2 sekantmodulen E_{cm} , som referanseverdi for elastisitetmodulen. Som nevnt tidligere, vil stigningen for sekant- og tangentverdien være tilnærmet like ved origo i spenning-tøyningskurven. EC2 angir følgende uttrykk ved beregning av sekantmodulen i området $0 < \sigma_c < 0.4f_{cm}$ etter 28 døgns fasthet

$$E_{cm} = 11030(f_{cm})^{0.3} \quad (3.7)$$

der det videre angis at tangentmodulen kan uttrykkes ved

$$E_c = 1.05E_{cm} \quad (3.8)$$

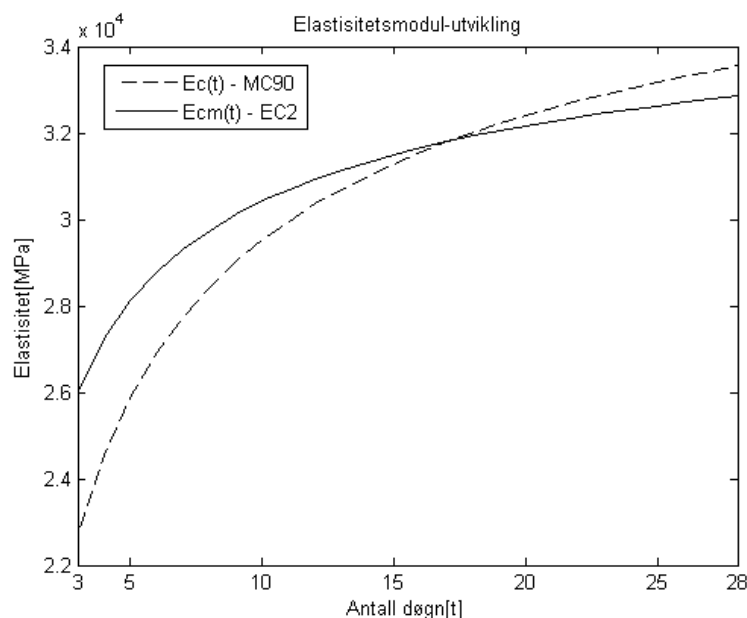
For $t < 28$ døgn gjelder følgende elastisitetutviklingsmodell

$$E_{cm}(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0.3} E_{cm} \quad (3.9)$$

hvor $\beta_{cc}(t)$ i ligning (3.6) og (3.9) er gitt av uttrykket i ligning (3.3).

Korttidsutviklingen av elastisitetmodulen er svært viktig i byggetilstanden for en fritt frambygg bru. Når kragarmer støpes seksjonsvis fra hovedpilarer, får betongen normalt ikke herde lenger enn tre døgn før seksjonen spennes opp og forskalingsvogner flyttes frem for klargjøring av ny utbyggingsseksjon. Da det er viktig å ha fullstendig kontroll over deformasjoner av kragarmer i byggetilstand, vil det være av høy relevans å ha god kjennskap til korttidsutviklingen av elastisitetmodulen for betongkvaliteten som benyttes.

Figur 3.4 viser korttidsutviklingen av elastisitetsmodulen for henholdsvis C30 og B30 i henhold til MC90 og EC2. Fra figuren fremgår at modellen i MC90 utvikler seg noe tregere enn EC2 i tiden frem til $t \approx 17$ døgn. Dette medfører at korttidsberegninger i henhold til MC90 gir større deformasjoner enn EC2 under byggetilstanden av kragarmer.



Figur 3.4: Elastisitetsutvikling for C30/B30 med standard sement ved middeltemperatur på 20°C

3.2 Langtids-materialmodeller for kryp

3.2.1 Innledning

Langtidsutviklingen for fastheten til betong avhenger av modningsforhold og lasthistorikken, og kan enklest illustreres ved et eksempel. Det antas at det støpes tre like sylinderprøver i betong som får lov til å modne under samme forhold i et år. Deretter utsettes prøvene for trykkbelastninger med ulike varigheter; momentan-, korttid- og langtidslast henholdsvis. Oppførselen i spenning-tøyningsresponsen viser at prøven utsatt for langtidslast gjengir lavere karakteristisk fasthet, enn prøven utsatt for korttidslast [16]. Ved dimensjonering neglisjeres imidlertid det faktum at fastheten reduseres ved påsatt langtidslast, slik at betongens styrke ved dimensjonering baseres på fastheten etter 28 døgn. Dette kan videre anses som en konservativ tilnærming, da betongens fasthet typisk vil øke med 20 - 40 % som følge av hydrering etter 28 døgn [16].

Langtidsutviklingen for stivheten til betong avhenger hovedsakelig av fenomenet kryp, som det generelt tilknyttes en viss grad av usikkerhet til ved modellformuleringer.

Usikkerheten fremkommer blant annet av store variasjoner i eksperimentell data, den relativt korte belastningen og uttørkingen prøvene utsettes for, samt den grunnleggende forståelsen av hovedmekanismene som opptrer i kryp [23]. Selvom det tidligere har blitt utført flere forsøk på å formulere materialmodeller i samsvar med fundamentale teoretiske prinsipper, ligger fremdeles empiriske formler basert på eksperimentell data til grunn for kryptmodeller i MC90 og EC2.

3.2.2 Basisgrunnlag for kryp

Før langtidsmaterialmodeller i MC90 og EC2 presenteres er det viktig å ha en grunnleggende forståelse av hva kryp er, og hvordan dette fenomenet oppstår i betong. Kryp oppstår generelt i materiale med *viskoelastiske* egenskaper, utsatt for et konstant spenningsnivå over en lenger periode. Selvom de påførte spenningene holdes konstante, øker tøyningene i materialet med tiden. Betong betraktes som et aldrende lineært viskoelastisk materiale, og kan begrunnes med at betong utsatt for trykk gjengir mange av de samme egenskapene som er opptredende for viskoelastiske materiale [36].

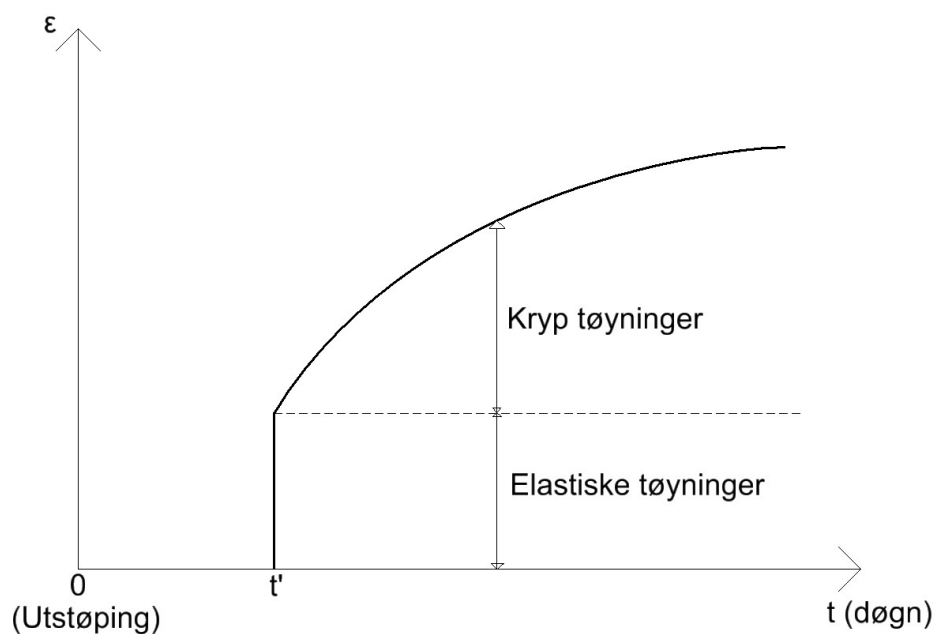
Kryp i betongkonstruksjoner er et innviklet fenomen som avhenger av omgivelsens fuktighet, konstruksjonsdelens tverrsnittsdimensjoner, mengde innlagt armering, betongens sammensetning og lasthistorikken [18]. En grunnleggende matematisk modell som er generelt anvendbar for en vilkårlig betongkonstruksjon er vanskelig å formulere, og for å kunne anslå nøyaktige kryptdeformasjoner må det gjennomføres forsøk for det spesifikke tilfellet.

I et typisk kryptforsøk, påføres en betongprøve trykkspenninger som holdes konstante over tid, noen døgn (t') etter utstøping. Deformasjoner som oppstår ved initiell pålastning kalles elastiske tøyninger, mens tilleggsdeformasjoner som utvikles med tiden kalles krypttøyninger, se figur 3.5. Forholdet mellom krypttøyningen ved tiden t og den elastiske initielle tøyningen ved tiden t' , refereres som *krypkoeffisienten* ϕ .

Det finnes hovedsakelig to grunnleggende kryptmodeller; produktmodeller og summasjonsmodeller. Det karakteristiske ved en produktmodell er at formuleringen for *kryptfunksjonen* inneholder produktet av en aldrende funksjon som ivaretar effekten av alderen til betongen ved pålastning, samt en tidsutviklende funksjon som beskriver utviklingen av kryp med tiden under den konstante belastningen. I summasjonsmodeller uttrykkes kryp som en sum av ledd for reversible forsinkede elastisiteter og et ledd for irreversibel flyt. Modellene som er formulert i MC90 og EC2 er produktmodeller.

Kryptfunksjonen

Kryptfunksjonen gir en grunnleggende forståelse av hvordan kryptdeformasjoner utvikler seg med tiden, og kan enklest illustreres ved et eksempel. Det antas at totale tøyninger i en betongprøve utsatt for konstant en-aksial trykkspenning ved en alder t



Figur 3.5: Eksempel på utvikling av krep i betong over tid ved påsatte konstante trykkspenninger

kan oppdeles slik

$$\epsilon(t) = \epsilon_E(t') + \epsilon_C(t) + \epsilon_S(t) + \epsilon_T(t) = \epsilon_\sigma(t) + \epsilon^0(t) \quad (3.10)$$

hvor

$\epsilon_E(t')$ er momentane elastiske tøyninger ved initiell pålastning når trykkspenningene er i det ordinære bruksområdet ($\sigma_c < 0.4f_{cm}$)

$\epsilon_C(t)$ er kryptøyninger

$\epsilon_S(t)$ er svinntøyninger

$\epsilon_T(t)$ er termiske tøyninger

$\epsilon_\sigma(t) = \epsilon_E(t') + \epsilon_C(t)$ er mekaniske tøyninger som oppstår på grunn av påførte spenninger

$\epsilon^0(t) = \epsilon_S(t) + \epsilon_T(t)$ er tøyninger som oppstår uavhengig av påførte spenninger

Bazant [36] foreslår en intuitiv metode for å måle de respektive tøyningene i praksis, ved å utføre et eksperiment på to like betongprøver utsatt for samme miljøforhold. Den ene prøven lastes med en trykkspenning som holdes konstant over tid, mens den andre er lastfri. Forskjellen i deformasjoner gir dermed de mekaniske tøyningene ϵ_σ . Fra denne kan videre kryptøyninger finnes dersom den initielle elastiske deformasjonen $\epsilon_E(t')$ er kjent.

Videre angir Bazant [36] at totale tøyninger i betongprøven utsatt for trykkspenning kan uttrykkes ved

$$\varepsilon(t) = \sigma J(t, t') + \varepsilon^0(t) \quad (3.11)$$

hvor σ representerer den påførte konstante trykkspenningen, og $J(t, t')$ er *krypfunksjonen* som representerer summen av elastiske tøyninger og kryptøyninger ved tiden t , forårsaket av den påsatte trykkspenningen som har hatt en konstant intensitet siden tiden t' . Fra krypfunksjonen kan totale mekaniske tøyninger beregnes, og kan uttrykkes ved

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\phi(t, t')}{E(t)} \quad (3.12)$$

hvor

$E(t')$ er elastisitetsmodulen til betongen ved initiell pålastning

$E(t)$ er elastisitetsmodulen til betongen ved en alder t døgn

$\phi(t, t')$ er kryptkoeffisienten

En viktig parameter som kan ha en direkte innvirkning i kryptmodellens unøyaktighet, er kryptets fremtredende rolle ved initell pålastning [23]. I litteraturen er forfattere samstemte om at krypt har en betydelig effekt allerede kort tid etter pålastning. Det kan imidlertid argumenteres for at momentane elastiske deformasjoner- og kryptdeformasjoner har liten relevans, så lenge summen av dem gir et fornuftig resultat, noe krypfunksjonen $J(t, t')$ representerer. En annen viktig egenskap krypfunksjonen fremviser er at den er en funksjon av to variable, gjeldende alder t og alder ved pålastning t' , noe som er karakteristisk for klassisk viskoelastiske materiale. Aldringen av betong fører imidlertid til problemer ved analytiske løsninger, og det er oftest nødvendig å benytte numeriske metoder isteden [36]. Da betong betraktes som et aldrende lineært viskoelastisk materiale, må følgende betingelser i henhold til superposisjonsprinsippet gjelde

1. Betongspenninger overskrider ikke 40% av betongens midlere sylindertykkfasthet f_{cm}
2. Tøyninger avtar ikke betydelig
3. Det er ingen store økninger i spenninger fra permanente laster lang tid etter initiell pålastning
4. Betongen er ikke utsatt for betydelig uttørking

Betingelsene tilfredsstilles normalt for analyser og beregninger som utføres i denne avhandlingen, selvom den siste betingelsen kan skape konflikter på grunn av uvanlig store tverrsnittsdimensjoner.

3.2.3 Krypmodell etter CEP-FIP Model Code 1990

Krypmodellen som presenteres i henhold til MC90 gjelder betongkonstruksjoner med fasthetsklasser opp til C80, utsatt for trykkspenninger i det ordinære bruksområdet ($\sigma_c < 0.4f_{cm}$) og en middel relativ fuktighet i omgivelsene fra 40 til 100%. Modellformuleringen er i henhold til den reviderte utgaven som ble gitt ut i 1991. På den tiden var det svært begrenset med forskning for karakteristiske fastheter høyere enn 50 MPa. Modellen må dermed benyttes med stor varsomhet for betongfastheter høyere enn dette [23].

I MC90 [5] betraktes betong som et aldrende lineært viskoelastisk materiale. Dersom en konstant spenning påføres ved en tid t_0 kan de mekaniske tøyningene beregnes fra

$$\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0) = \sigma_c(t_0)J(t, t_0) \quad (3.13)$$

der

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_c} \quad (3.14)$$

hvor

$J(t, t_0)$ er krypfunksjonen som representerer de totale mekaniske tøyningene per spenningsenhet, og har lik funksjonell betydning som beskrevet for uttrykket i ligning (3.12)

t_0 er den justerte alderen til betongen ved pålastning i henhold til ligning (3.22) [døgn]

$E_c(t_0)$ er elastisitetsmodulen ved pålastning i henhold til ligning (3.6) [MPa]

E_c er elastisitetsmodulen etter 28 døgns fasthet i henhold til ligning (3.5) [MPa]

$\phi(t, t_0)$ er krypkoeffisienten

Krypkoeffisienten

Ligninger som inngår ved beregning av krypkoeffisienten er empiriske, og er blitt kalibrert på bakgrunn av en-aksiale trykkprøver utført på sylindereformete betongprøver. Beregningsmodellen er konstruert slik at inngangsparameterene normalt er kjent for den prosjekterende ingeniøren; karakteristisk fasthet, tverrsnittsdimensjoner, middel relativ fuktighet i omgivelser, betongens alder ved pålastning, lastvarighet og type sement som benyttes.

Krypkoefisienten kan beregnes fra

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \cdot \beta_c(t - t_0) \quad (3.15)$$

hvor

ϕ_0 er den normerte kryptoeffisienten

$\beta_c(t - t_0)$ er en tidsutviklende funksjon for kryptoeffisienten

Videre kan den normerte kryptoeffisienten uttrykkes fra

$$\phi_0 = \phi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (3.16)$$

der

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/RH_0}{0.1(h_0)^{1/3}} \quad (3.17)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{(f_{cm})^{0.5}} \quad (3.18)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + (t_0)^{0.2}} \quad (3.19)$$

hvor

$h_0 = 2A_c/u$ er den effektive tverrsnittstykkelsen [mm]

A_c er tverrsnittsarealet av konstruksjonsdelen [mm²]

u er omkretsen til tverrsnittet som er i direkte kontakt med atmosfæren [mm]

RH er den relative fuktigheten i omgivelsene [%]

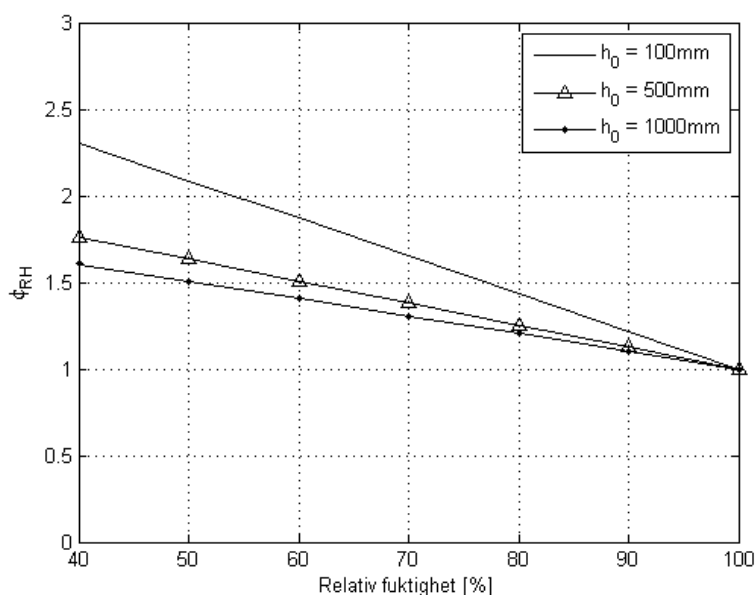
$RH_0 = 100\%$

f_{cm} er som beskrevet i ligning (3.2)

t_0 er som beskrevet i ligning (3.14)

Ligning (3.17) angir innvirkningen av midlere relativ fuktighet og effektiv tverrsnittstykkelse på den normerte kryptoeffisienten ϕ_0 , og er illustrert grafisk i figur 3.6. Grafene gjelder for tre ulike effektive tverrsnittstykkelser h_0 når den relative fuktigheten varierer. Slik det fremgår av figuren vil en relativ fuktighet på 100% være gunstig med hensyn på kryptet, og kan rent fysisk forklares med at det ikke vil oppstå noe fuktighetsutveksling mellom betongen og atmosfæren. Når betongen imidlertid utsettes for

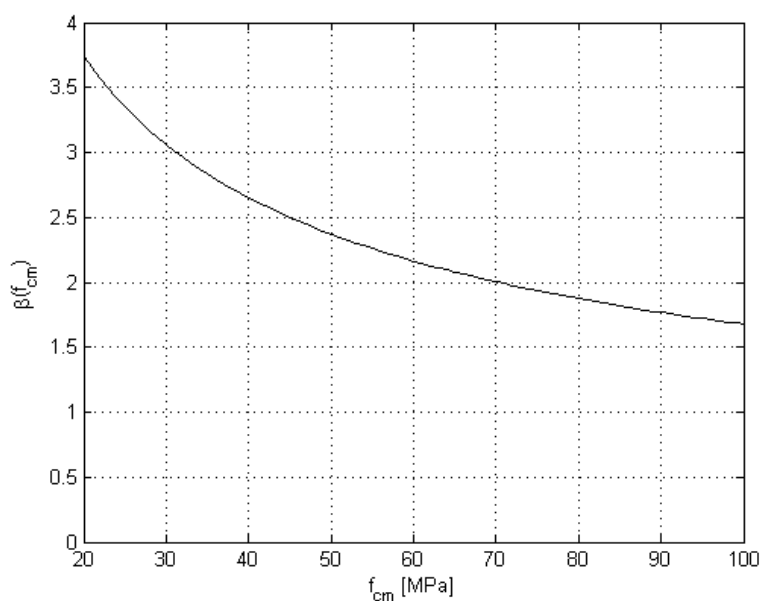
tørrere klima ($RH < 100\%$) observeres det at kryptet øker, og kan rent fysisk forklares med at fuktigheten i betongen drives ut. MC90 angir ikke eksplisitt en uttørkende kryptkomponent, men det andre leddet i ligning (3.17) kan på mange måter tolkes som et ledd som ivaretar effekten av uttørking på krypt.



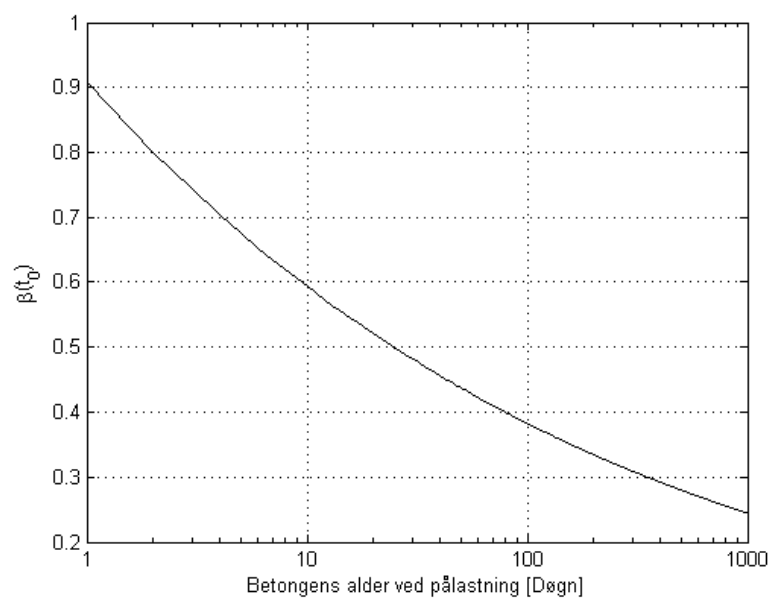
Figur 3.6: Innvirkningen av den relative fuktigheten og den effektive tverrsnittstykkelsen på kryptkoeffisienten

Figur 3.7 angir innvirkningen av midlere karakteristisk sylindertykkfasthet på den normerte kryptkoeffisienten i henhold til ligning (3.18). Slik det fremgår av figuren reduseres kryptet når fastheten øker. Krypt avhenger ikke direkte av betongens karakteristiske fasthet, men heller av betongens sammensetning og grad av hydrering. Fasthetsklassen øker når vann/semest forholdet reduseres og assosieres indirekte med kryptet i så måte. Dette kan rent fysisk forklares ved at bløtere betong åpenbart fremviser mykere oppførsel ved påsatt trykk enn tørrere betong. Det etablerte forholdet mellom fasthet og krypt er basert på gjennomsnittlige observasjoner fra forsøk som dessverre viser tendenser til stor spredning i resultater, og er dermed ofte en konkret underliggende årsak til usikkerheten i kryptmodellen [23].

Figur 3.8 viser innvirkningen av betongens alder ved pålastning i henhold til ligning (3.19). Ligningen gir en god estimasjon selv når betongens alder er høy ved pålastning. Dette forutsetter imidlertid at det ikke oppstår et betydelig tap av fuktighet i betongen i forkant av pålastning [23]. Slik det fremgår av figuren vil pålastningsalderen ha en stor innflytelse på den normerte kryptkoeffisienten, og da spesielt i negativ forstand ved belastning i tidlig alder. Dette kan rent fysisk forklares ved at "umoden" herdet betong vil være mer sensitiv for belastning, enn mer "moden" herdet betong.



Figur 3.7: Innvirkningen av fastheten på krepkoeffisienten



Figur 3.8: Innvirkningen av betongens alder ved pålastning

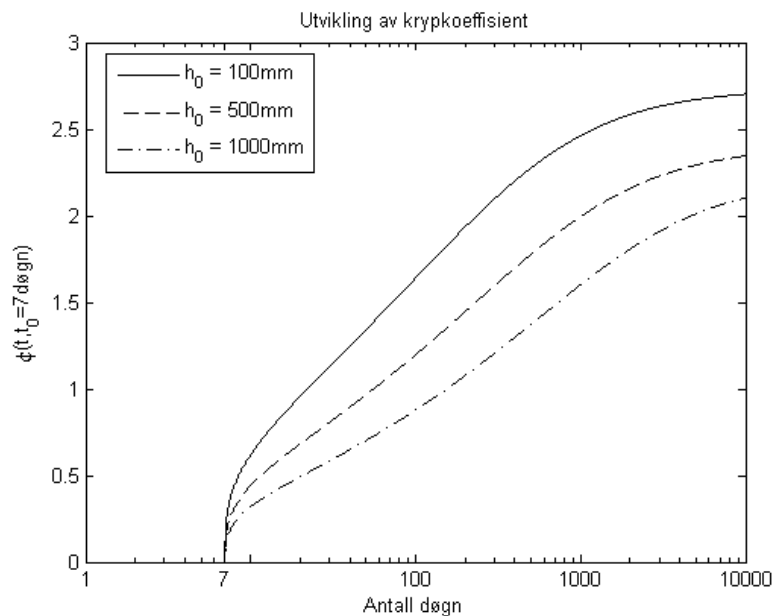
Den tidsutviklende funksjonen for krepkoeffisienten i ligning (3.15) kan uttrykkes ved

$$\beta_c(t-t_0) = \left[\frac{t-t_0}{\beta_H + t-t_0} \right]^{0.3} \quad (3.20)$$

der

$$\beta_H = 1.5 \left\{ 1 + \left(1.2 \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right\} h_0 + 250 \leq 1500 \quad (3.21)$$

Den hyperbolske tidsutviklende funksjonen i ligning (3.20) går mot en asymptotisk verdi når tiden $t \rightarrow \infty$, hvilket betyr at krepdeforrasjoner ved en viss tid til slutt opphører. Takacs [23] diskuterer eksistensen av en slik endelig verdi og karakteriserer det som en kontroversiell påstand. Krepforsøk opp til 30 år viser imidlertid at en estimasjon av økningen i krepet fra 70 til 150 år ikke vil overskride 5% av krepet etter 70 år. I praktisk sammenheng skal dermed krepdeforrasjoner være neglisjerbart ved evaluering etter uendelig lang tid.



Figur 3.9: Utvikling av krepkoeffisient i hht MC90

Figur 3.9 viser utviklingen av krepkoeffisienten i henhold til ligning (3.15) for fasthetsklasse C30, i et utendørs miljø med relativ fuktighet $RH = 80\%$ og ved pålastning etter 7 døgner. Utviklingen gjelder for ulike effektive tverrsnittstykkelser h_0 .

Videre tas det hensyn til effekten av sementtype og herdetemperatur ved å modifisere alderen til betongen t_0 ved pålastning. Denne angis ved følgende uttrykk

$$t_0 = t_{0,T} \left[\frac{9}{2 + (t_{0,T}/t_{1,T})^{1.2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0.5 \text{ døgner} \quad (3.22)$$

hvor

$t_{0,T}$ er den justerte alderen til betongen i henhold til ligning (3.4)

$$t_{1,T} = 1 \text{ døgn}$$

α er en koeffisient som tar hensyn til sementtype

= -1 for langsomt herdende sement, SL

= 0 for normal eller raskt herdende sement, N, R

= 1 for raskt herdende høyfast sement, RS

3.2.4 Krypmodell etter Eurocode 2

Krypmodellen som benyttes i Eurocode 2 er den samme modellen som ble gitt ut i 1999 oppdateringen av MC90 (MC90(99)) [23]. Hovedintensjonen ved oppdateringen av modellen var å forbedre kryptmodeller for høyere fasthetsklasser. EC2 angir at for fasthetsklasser med midlere karakteristisk sylindertykkfasthet $f_{cm} \leq 35$ MPa, vil kryptmodellen som ble presentert i delkapittel 3.2.3 fremdeles være gjeldende.

For høyere fasthetsklasser ($f_{cm} > 35$ MPa) introduserer imidlertid EC2 tre nye koeffisienter til den originale modellen i MC90. Koeffisientene er en funksjon av den midlere trykkfastheten til betongen og er gitt ved

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0.7} \quad \alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0.2} \quad \alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0.5} \quad (3.23)$$

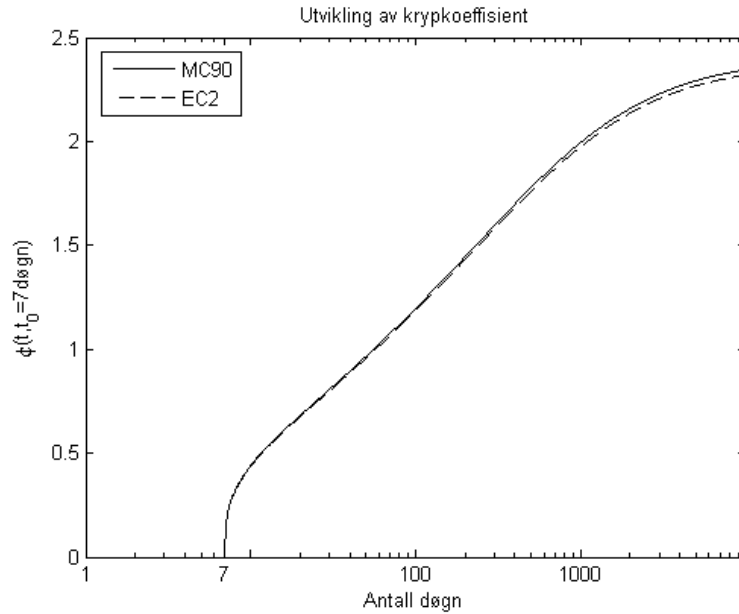
Koeffisientene α_1 og α_2 justerer det normerte kryptallet i ligning (3.16) ved å endre uttrykket i ligning (3.17) til

$$\phi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH/RH_0}{0.1(h_0)^{1/3}} \cdot \alpha_1\right] \cdot \alpha_2 \quad (3.24)$$

Koeffisienten α_3 justerer den tidsavhengige funksjonen for kryptkoeffisienten i ligning (3.20) ved å endre på uttrykket i ligning (3.21) til

$$\beta_H = 1.5 \left\{1 + \left(1.2 \frac{RH}{RH_0}\right)^{18}\right\} h_0 + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3 \quad (3.25)$$

Utviklingen av kryptkoeffisienten i henhold til modeller i MC90 og EC2 er illustrert i figur 3.10. Modellene gjelder for fasthetsklasse C30 og B30 med effektiv tverrsnittstykkelse $h_0 = 500$ mm, i et utendørs miljø med relativ fuktighet $RH = 80\%$ og ved pålastning etter $t_0 = 7$ døgn. Slik det fremgår av figuren vil modellene fremvise kun neglisjerbare forskjeller i kryptforløpet. For høyere fasthetsklasser vil imidlertid forskjellen i kryptforløpet etter hvert øke, der det observeres at MC90 fremviser en mer konservativ oppførsel.



Figur 3.10: Utvikling av kryptkoeffisient i hht MC90 og EC2

3.3 Langtids-materialmodeller for svin

3.3.1 Innledning

Betong vil utveksle fuktighet med omgivelsene med mindre den er permanent neddykket i vann eller den relative fuktigheten er ved 100 %. Når betongen mister fuktighet med tiden vil det totale volumet reduseres, og fenomenet refereres som *svinn* eller krymping [16]. Totalt opptredende svin avhenger i stor grad av betongens sammensetning, der mengde vann og kvalitet på tilslag har stor innvirkning. I tillegg vil omgivelsens fuktighet og konstruksjonsdelens tverrsnittdimensjoner være opplagte parametere som kan ha stor innvirkning på det totale svinnet.

Parametere som inngår ved beregning av svin er i likhet med krypt empiriske, og er basert på forsøk for oppmåling av totale svinntøyninger. Fuktutvandringen i betongen til omgivelsene er en ekstremt langvarig prosess og avhenger av tykkelsen på tverrsnittsdelen. Dette gjør det svært omfattende å måle svinndeformasjoner, og forsøkene må dermed ofte utføres på tynnveggede betongprøver for å se bort i fra den langsomme fuktutvandringen [36]. Svinmodeller for en vilkårlig betongkonstruksjon er dermed vanskelige å formulere som følge av den store usikkerheten i oppmålingsprosessen [38].

Totale svinntøyninger i betong kan uttrykkes ved

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_s + \varepsilon_{sh}^a + \varepsilon_{sh}^c \quad (3.26)$$

hvor

ε_s er svinn forårsaket av uttørking

ε_{sh}^a er autogent svinn forårsaket av volumendringer som følge av kjemiske reaksjoner under hydrering

ε_{sh}^c er karboniserings svinn forårsaket av reaksjoner fra kalsiumhydroksid i sementpastaen med atmosfærens karbondioksid

Det autogene svinnet er normalt veldig lite og utgjør kun en liten prosentandel av det maksimale uttørkingssvinnet. Karboniseringssvinnet har også en veldig liten betydning i den store sammenheng, da karbondioksid fra atmosfæren kun penetrerer i et veldig tynt lag på overflaten av konstruksjonen, dersom betongen er av god kvalitet [36].

3.3.2 Svinmodell etter CEB-FIP Model Code 1990

Både autogent- og karboniserings svinn er som nevnt lite i forhold til uttørkingssvinnet, og neglisjeres i beregningsmodellen for MC90. De totale svinntøyningene kan beregnes fra

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t - t_s) \quad (3.27)$$

hvor

ε_{cs0} er den normerte svinnkoeffisienten

β_s er en koeffisient som beskriver tidsutviklingen av svinn

t er alderen til betongen [døgn]

t_s er alderen til betongen når svinntørrkingen begynner [døgn]

Den normerte svinnkoeffisienten uttrykkes videre ved

$$\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_s(f_{cm}) \cdot \beta_{RH} \quad (3.28)$$

der

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = [160 + 10\beta_{sc}(9 - f_{cm}/f_{cm0})] \cdot 10^{-6} \quad (3.29)$$

hvor

f_{cm} er som beskrevet i ligning (3.2)

$$f_{cm0} = 10 \text{ MPa}$$

β_{sc} er en koeffisient som avhenger av type sement

= 4 for langsomt herdende sement, SL

= 5 for normale og raskt herdende sementtyper, N og R

= 8 for raskt herdende høyfast sement, RS

β_{RH} er en faktor som ivaretar effekten av den relative fuktigheten etter

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1.55\beta_{sRH} & \text{for } 40\% \leq RH < 99\% \\ +0.25 & \text{for } RH \geq 99\% \end{cases} \quad (3.30)$$

der

$$\beta_{sRH} = 1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \quad (3.31)$$

hvor

RH er den relative fuktigheten i omgivelsene [%]

$$RH_0 = 100\%$$

Verdien +0.25 for β_{RH} i ligning (3.30) ved relativ fuktighet større eller lik 99 %, er en konsekvens av at betongen heller vil svulle enn å tørke ut ved slike omgivelser.

Videre kan den tidsutviklende funksjonen for svinnet i ligning (3.27) uttrykkes ved

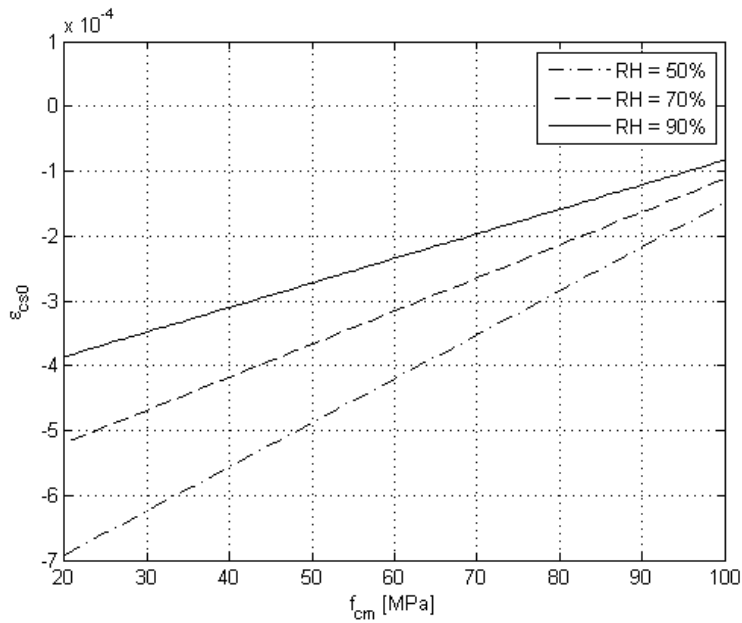
$$\beta_s(t - t_s) = \left[\frac{t - t_s}{0.035(h_0)^2 + t - t_s} \right]^{0.5} \quad (3.32)$$

hvor

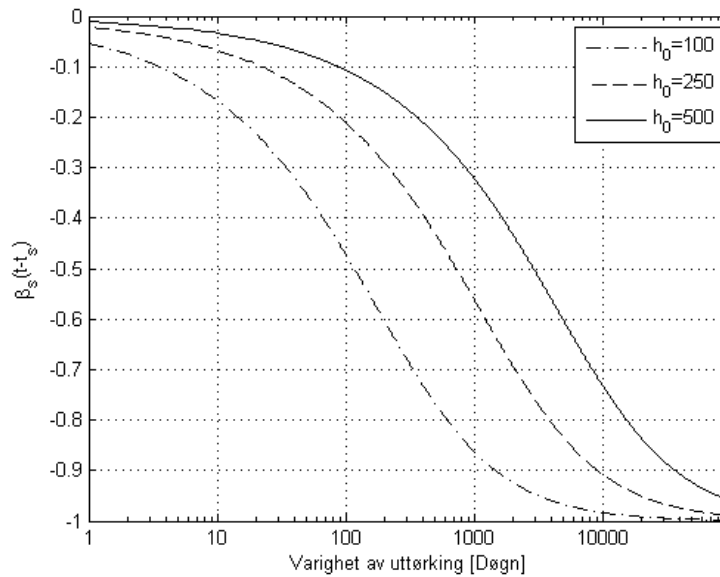
$h_0 = 2A_c/u$ er den effektive tverrsnittstykkelsen [mm]

Figur 3.11 illustrerer innvirkningen av betongens midlere karakteristiske sylindertykkfasthet og den relative fuktigheten på den normerte svinnkoeffisienten. I likhet med kryp avhenger ikke svinn direkte av fastheten, men heller av betongens sammensetningen ved parametere som vann/sement forholdet og mengde sement. Det indirekte forholdet mellom styrken og sammensetningen av betongen gir dermed en praktisk tilnærming for beregning av svinn.

Figur 3.12 viser utviklingen av tidsfunksjonen i henhold til likning (3.32) ved ulike effektive tverrsnittstykkelser h_0 . Slik det fremgår av figuren tar det lenger tid for tykkere tverrsnitt å nå en endelig verdi for svinntviklingen. At det eksisterer en endelig verdi for totale svinntøyninger etter en viss tid er teoretisk realistisk, og kan rent praktisk begrunnes med at fuktighetsutvandringen i betongen én gang må ta slutt.



Figur 3.11: Normert svinntkoeffisient



Figur 3.12: Tidsfunksjon for utvikling av svinnt

Videre angir MC90 [5] eksplisitt at svinmodellen må benyttes med stor varsomhet for effektive tverrsnittstykkelser større enn 500 mm. Årsaken til det er at modellen ble formulert på en tid der det var blitt gjort lite forskning på større tverrsnittstykkelser.

3.3.3 Svinmodell etter Eurocode 2

Modellen i EC2 [18] tar i tillegg til uttørkingssvinnet med bidraget fra det autogene svinnet som oppstår på et tidlig stadium etter utstøping. Den autogene svinntøyningen utvikler seg som en konsekvens av betongens fasthetsutvikling, og modellformuleringen er bedre egnet for normal- og høyfast betong med fastheter opp til 120 MPa. Det angis eksplisitt at autogent svinn må tas hensyn til der ny betong støpes mot herdet betong, og er et tilfelle som vil være direkte relevant i byggetilstanden for fritt frambygg bruer.

Den totale svinntøyningen kan beregnes etter

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cd}(t, t_s) + \varepsilon_{ca}(t) \quad (3.33)$$

hvor

$\varepsilon_{cd}(t, t_s)$ er tøyninger forårsaket av uttørkingssvinn ved tiden t

$\varepsilon_{ca}(t)$ er tøyninger forårsaket av autogent svinn ved tiden t

Utviklingen av svinntøyningen som følge av uttørking over tid kan uttrykkes ved

$$\varepsilon_{cd}(t, t_s) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad (3.34)$$

hvor

$\beta_{ds}(t, t_s)$ er en tidsutviklende funksjon for uttørkingssvinnet

$\varepsilon_{cd,0}$ er den normerte koeffisienten for uttørkingssvinnet

k_h er en koeffisient som avhenger av den effektive tverrsnittstykkelsen h_0 og er gitt i tabell 3.3

h_0 [mm]	k_h
100	1.0
200	0.85
300	0.75
≥ 500	0.70

Tabell 3.3: Verdier for k_h i ligning (3.34)

Den tidsutviklende funksjonen $\beta_{ds}(t, t_s)$ kan uttrykkes ved

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0.04\sqrt{(h_0)^3}} \quad (3.35)$$

Videre beregnes den normerte koeffisienten for uttørkingssvinnet ved

$$\varepsilon_{cd,0} = 0.85 \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad (3.36)$$

hvor

β_{RH} er en koeffisient som ivaretar effekten av den relative fuktigheten ved

$$\beta_{RH} = 1.55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] \quad (3.37)$$

α_{ds1} og α_{ds2} er koeffisienter som avhenger av type sement

Type sement	α_{ds1}	α_{ds2}
S	3	0.13
N	4	0.12
R	6	0.11

Tabell 3.4: Verdier for α_{ds1} og α_{ds2} i ligning (3.36)

der

S er langsomt herdende sement

N er normal og rasktherdende sement

R er rasktherdende høyfast sement

Videre kan utviklingen av den autogene svinntøyningen uttrykkes ved

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) \quad (3.38)$$

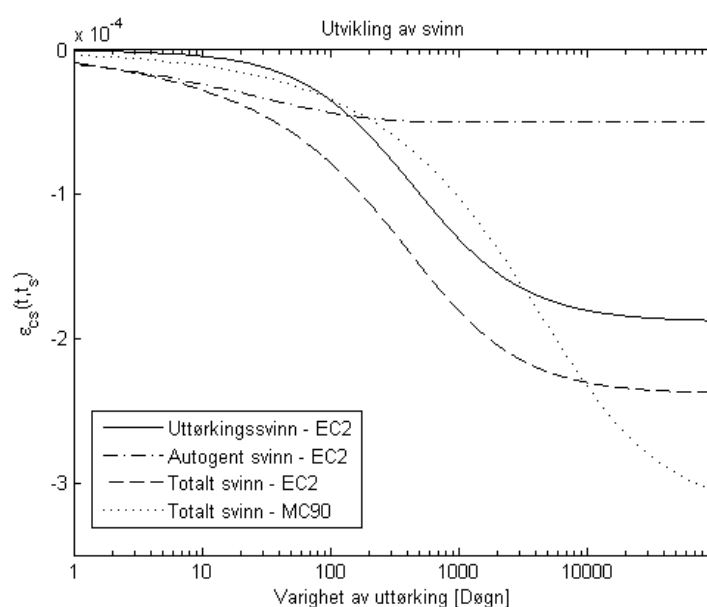
der

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2.5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \quad (3.39)$$

og

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{(-0.2\sqrt{t})} \quad (3.40)$$

Figur 3.13 illustrerer utviklingen av svinn med tiden i henhold til modellen i EC2 og MC90. Modellen gjelder henholdsvis for fasthetsklasse C30 og B30 med effektiv tverrsnittstykkelse $h_0 = 500$ mm, i et utendørs miljø med relativ fuktighet $RH = 80\%$. For modellen i EC2 er i tillegg grafene for hovedkomponentene i ligning (3.33) vist, når det antas at uttørkingssvinnet begynner fra utstøp ($t_s = 0$).



Figur 3.13: Modeller for utvikling av svinn i hht MC90 og EC2

Det ble tidligere nevnt at forskjellen i svinnberegninger for MC90 og EC2 hovedsakelig lå i det autogene svinnet som tas med i modellen til EC2. Slik det fremgår av den tidsutviklende funksjonen i ligning (3.38) vil det autogene svinnet fremkomme uavhengig av når betongen antas å bli utsatt for uttørking. Dette medfører at modellen i EC2 utvikler mer svinn i tidlig alder enn MC90. Til gjengjeld fremviser modellen i MC90 en større endelig verdi for svinntøyningen enn EC2.

3.4 Usikkerhet i kryp- og svinnmodeller

De empiriske modellene for kryp og svinn forutser kun en midlere oppførsel, og er som kjent basert på gjennomsnittlige observasjoner fra tilgjengelige forsøk, som dessverre viser tendenser til stor spredning i resultater. Resultatet for det spesifikke tilfellet vil dermed kunne bli overestimert eller underestimert, og av den grunn bør dermed kryp og svinn bli vurdert som statistiske variable [37].

MC90 og EC2 angir en midlere *variasjonskoeffisient* basert på forsøksstall for beregninger av kryp og svinn, se tabell 3.5. Variasjonskoeffisienten defineres som standardavviket dividert på forventningsverdien og karakteriserer det gjennomsnittlige avviket i modellene. Det er viktig å være oppmerksom på at en lavere variasjonskoeffisient

ikke nødvendigvis betyr at modellen er mer nøyaktig, da koeffisienten kun er kalibrert med hensyn på eksperimentelle resultater da de respektive modellene ble laget [23].

Modellkode	Kryptøyninger	Svinntøyninger
CEB-FIB Model Code 1990	20	35
Eurocode 2	20	30

Tabell 3.5: Variasjonskoeffisienter [%] [5, 18]

Kapittel 4

Skjær i betongkonstruksjoner

De fleste armerte betongkonstruksjoner vil som regel være utsatt for skjærkrefter i kombinasjon med hovedsakelig momenter og aksialkrefter, samt eventuelle torsjonskrefter. Skjær i betongkonstruksjoner er generelt et innviklet fenomen, og problematikken fikk spesielt stor oppmerksomhet på 1970- og 80-tallet. Dette resulterte i hundrevis av publikasjoner som per i dag danner grunnlaget for dimensjonering av skjærkrefter i betongprosjekterings-standarder verden over [22].

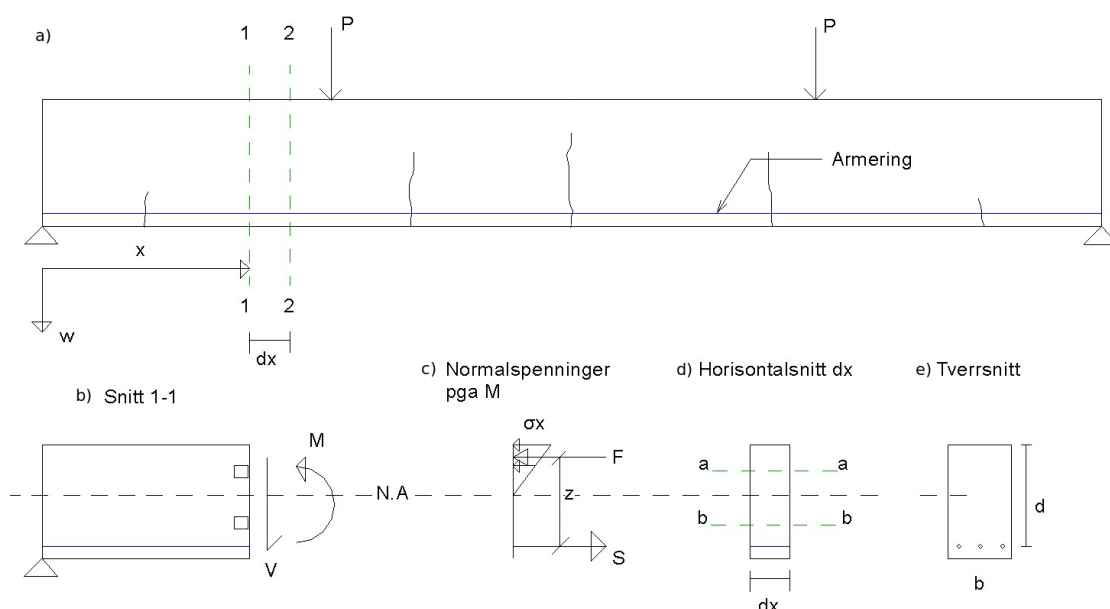
Overføring av skjærkrefter i betongkonstruksjoner avhenger hovedsakelig av trykk- og strekkfastheten til betongen. I motsetning til brudd forårsaket av bøyespenninger, vil skjærbrudd som regel oppstå uten forvarsel og karakteriseres som et ikke-duktilt fenomen. Enhver betongkonstruktør bør dermed tilstrebe etter å oppnå en tilstrekkelig skjærstyrke, slik at eventuelle brudd fremkommer som følge av bøyespenninger og ikke skjærspenninger. Dette er spesielt viktig for konstruksjoner som er utsatt for jordskjelv, hvor duktilitet spiller en fremtredende rolle.

Dette kapitlet vil i grunn ta for seg innvirkningen av skjær på betongkonstruksjoner. Ved uopprikket betong kan klassiske teorier for overføring av skjærspenninger som gjelder for homogene-, isotropiske- og elastiske legemer anvendes. Når betongen imidlertid har risset opp, vil det straks bli et helt annet tilfelle og mer komplekst. Kapitlet vil videre ta for seg utledninger og formuleringer av uttrykk, som viser seg å være identiske med anbefalte uttrykk for skjærdimensjonering i henhold til Eurocode 2. Videre presenteres Vecchio og Collins [9] *modifiserte trykkfeltsteori*, som danner store deler av grunnlaget for å kunne forutsi responsen i et vilkårlig betongtverrsnitt utsatt for den kombinerte virkningen av moment-, skjær- og aksialkraft.

4.1 Fordeling av skjærspenninger

Fordeling av skjærspenninger over et vilkårlig betongtverrsnitt avhenger i stor grad av tverrsnittsform. I dette delkapitlet benyttes et rektangulært betongtverrsnitt som eksemplifisering for enkelhetens skyld. Modellen som benyttes baserer seg på en til-

nærming gjort av Mörsch [6] i 1902, som fremla en teoretisk utledning for fordelingen av skjærspenninger i en armert betongbjelke. Modellen illustreres enklest ved å betrakte en fritt opplagt betongbjelke utsatt for punktlaster, hvor det har oppstått vertikale riss på grunn av overskridende bøyespenninger, se figur 4.1a).



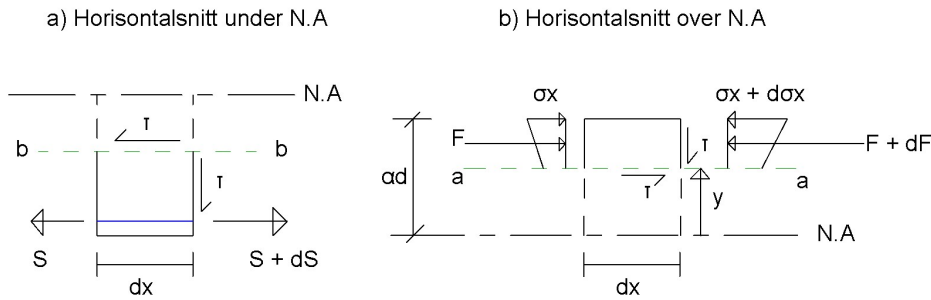
Figur 4.1: Fritt opplagt bjelke belastet med punktlaster

Når betongens strekkfasthet overskrides vil det kunne oppstå rissdannelser i konstruksjonen, som i utgangspunktet ikke vil utgjøre en umiddelbar fare så fremt risset begrenses. Når bøyeriss oppstår, er det fornuftig å anta at strekkspenninger i selve risset overføres fullstendig fra betongen til strekkarmeringen. Det er dermed akseptert praksis å neglisjere strekkspenninger i betongen ved dimensjonering av et betongtverrsnitt, slik at det kan antas at armeringen påføres alt strekket, se figur 4.1c). På bakgrunn av denne antakelsen, diskuterer Sørensen [26] hvordan fordelingen av skjærspenninger over tverrsnittshøyden forenklet kan formuleres, når det foretas en likevektsbetraktning av et element med lengde dx i horisontalretning, gitt at bøyespenninger over bjelkens lengde er kjente størrelser.

Dersom det antas at normalspenninger forårsaket av bøyning vil være som vist i figur 4.1c), må det utføres likevektsbetraktninger avhengig av om snittet betraktes over eller under nøytralaksen, se figur 4.1d) og 4.2. Likevekt i horisontalretning krever horisontale skjærspenninger. Fra konvensjonell bjelketeori er det videre kjent at skjærspenninger opptrer parvis, slik at vertikale skjærspennings-komponenter oppstår som anvist i figur 4.2.

Horisontal likevekt av element mellom nøytralakse og strekkarmering

Krav til horisontal likevekt ved snitt b-b i figur 4.2a) gir



Figur 4.2: Likevektsbetraktning av figur 4.1d)

$$\begin{aligned}
 -\tau \cdot b \cdot dx - S + (S + dS) &= 0 \\
 \tau \cdot b \cdot dx = dS &= \frac{dM}{z} \\
 \tau &= \frac{dM}{dx \cdot b \cdot z}
 \end{aligned}$$

hvor

z er avstanden mellom trykkresultanten og strekkraften i armeringen, se figur 4.1c)

b er tverrsnittsbredden til bjelken

$\frac{dM}{dx} = V$ er skjærkraft

Da normalspenninger i strekksonen neglisjeres, vil kravet til likevekt gi en lik skjærspenning τ uavhengig av hvor snitt b-b betraktes i elevasjonen mellom strekkarmeringen og nøytralaksen. Skjærspenningen i denne sonen kan dermed uttrykkes ved

$$\tau = \frac{V}{b \cdot z} \tag{4.1}$$

Horisontal likevekt av element over nøytralaksen

Krav til horisontal likevekt ved snitt a-a i figur 4.2b) gir

$$F + \tau \cdot b \cdot dx - (F + dF) = 0$$

$$\tau \cdot b \cdot dx = dF \tag{4.2}$$

Ved å benytte relasjonen mellom kraft og spenning, samt enkle manipulasjoner fra Euler-Bernoulli bjelketeori fås

$$dF = \int_{A_a} d\sigma dA = \int_{A_a} \frac{dM}{I_c} \cdot y dA = \frac{dM}{I_c} \cdot S_{NA}$$

der

$$S_{NA} = \int_{A_a} y dA$$

hvor

A_a er trykksonearealet over snitt a-a i figur 4.2b)

I_c er annet arealmoment for det opprissede betongtverrsnittet med armering

S_{NA} er det statiske momentet for trykksonearealet over snitt a-a om nøytralaksen

Dette innsatt i likning (4.2) gir

$$\tau \cdot b \cdot dx = \frac{dM}{I_c} \cdot S_{NA}$$

som videre kan omformuleres til

$$\tau = \frac{dM \cdot S_{NA}}{dx \cdot I_c \cdot b} = \frac{V \cdot S_{NA}}{I_c \cdot b} \quad (4.3)$$

Det statiske momentet for det rektangulære arealet A_a kan uttrykkes ved

$$S_{NA} = \int_{A_a} y dA = y_{tp} \cdot A_a \quad (4.4)$$

hvor

y_{tp} er avstanden fra nøytralaksen til tyngdepunktet av trykksonearealet over snitt a-a

Ved geometriske betraktninger av figur 4.2b) kan følgende størrelser defineres

$$y_{tp} = y + \frac{\alpha d - y}{2} = \frac{1}{2}(\alpha d + y)$$

$$A_a = (\alpha d - y)b$$

hvor αd er antatt trykksonehøyde.

Dette innsatt i ligning (4.4) gir

$$S_{NA} = \frac{1}{2}[(\alpha d)^2 - y^2]b$$

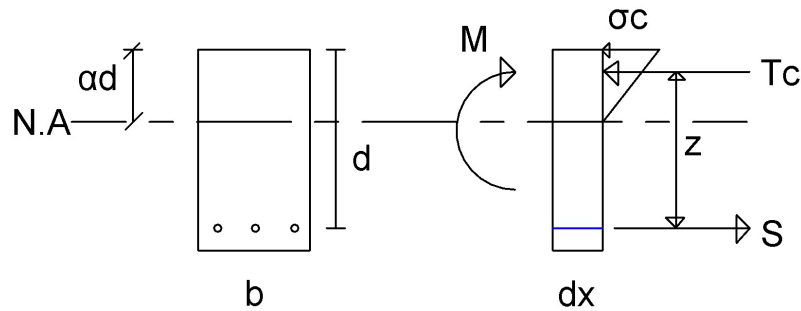
Videre vil dette innsatt i ligning (4.3) gi

$$\tau = \frac{V}{2I_c} \cdot [(\alpha d)^2 - y^2] \quad (4.5)$$

Slik det fremgår av ligning (4.5) vil skjærspenningene over nøytralaksen variere med hensyn på y , som angir hvor et vilkårlig snitt betraktes. Forløpet av skjærspenningene vil dermed være parabelformet med $\tau = 0$ når $y = \alpha d$. Ved nøytralaksen er imidlertid $y = 0$ slik at

$$\tau = \frac{V \cdot \frac{1}{2} \alpha^2 d^2}{I_c} \quad (4.6)$$

Det vil nå være hensiktsmessig å finne et uttrykk for annet arealmoment I_c i ligning (4.6). Denne kan etableres ved å foreta likevektsbetraktninger av det bøyeopprissegde tverrsnittet i figur 4.1e), se figur 4.3. Strekkspenninger i betongen neglisjeres som nevnt tidligere, slik at strekkarmeringen påføres alt strekket.



Figur 4.3: Opprisset tverrsnitt

Den maksimale spenningen ved trykkranden ($y = \alpha d$) kan uttrykkes fra

$$\sigma_c = \frac{M}{I_c} \cdot \alpha d \quad (4.7)$$

Fra figur 4.3 må det ytre momentet M være i likevekt med det indre momentparet i betongkonstruksjonen, og kan uttrykkes ved

$$M = T_c \cdot z$$

der

$$T_c = \frac{1}{2} \sigma_c \alpha d b$$

og

$$z = \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) d$$

hvor

T_c er trykksoneresultanten

z er avstanden mellom trykksoneresultanten og strekkarmeringen

Dette innsatt i ligning (4.7) gir følgende uttrykk

$$\sigma_c = \frac{\frac{1}{2} \sigma_c \alpha \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) b d^2}{I_c} \cdot \alpha d$$

Ved å løse ut for I_c fås til slutt

$$I_c = \frac{1}{2} \alpha^2 \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) b d^3$$

Dette innsatt i ligning (4.6) gir til slutt skjærspenningen like ovenfor nøytralaksen

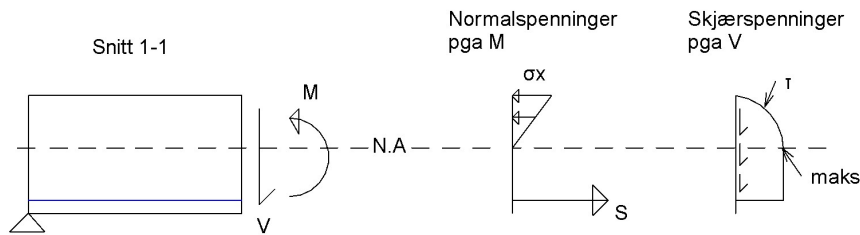
$$\tau = \frac{V}{b \cdot z} = \tau_{maks} \tag{4.8}$$

og er det samme uttrykket som i ligning (4.1).

Kort oppsummert vil fordelingen av skjærspenninger for et bøyeopprisset rektangulært betongtverrsnitt være som vist i figur 4.4, når strekkspenninger i betongen neglisjeres. Maksimal skjærspenning opptrer dermed ved nøytralaksen.

4.1.1 Generalisering

Formuleringen som ledet til uttrykket i ligning (4.1) kan benyttes som en generalisering for skjærspenninger i strekksonen når betongen antas bøyeopprisset. Ligningen ble ofte benyttet i eldre standardverk, da den tilbød en hensiktsmessig måte å måle *skjærstrømninger* på, og ble ofte referert som den *nominelle* skjærspenningen [22].



Figur 4.4: Spenninger i tverrsnitt på grunn av moment og skjærkraft

Mörsch [6] sin formulering og antakelsesmodell forutsetter at høye skjærspenninger overføres forbi den bøyeopprissede delen av tverrsnittet. Selv antok han at kun 30% av totale skjærspenninger ble båret i trykksonen. Frem til 1960-tallet ble imidlertid denne teorien sett på som kontroversiell, og flere forskere formulerte teorier på at skjærspenninger kun ble båret i trykksonen. Problematikken ble undersøkt grundigere på 1960-tallet, hvor det ble gjort flere omfattende forsøk på hvor mye skjær som ble overført gjennom den bøyeopprissede delen av tverrsnittet. Forsøksresultatene viste at selv når brudd var nært forestående, ble kun omtrent 25 % av totale skjærspenninger båret i trykksonen [16]. Resterende skjærspenninger ble båret i strekksonen for den bøyeopprissede delen av tverrsnittet, noe som konkluderte at Mörsch sin formulering og antakelsesmodell var rimelig.

4.2 Dannelser av skjærriss

4.2.1 Innledning

Diagonale skjærriss dannes når størrelsen på hovedtrekkspenningen overskrider den karakteristiske strekkfastheten til betong, som generelt er ganske lav. EC2 [18] angir denne som 5% kvartilen av den karakteristiske strekkfastheten. Skjærriss dannes i de fleste tilfeller som en forlengning av allerede oppståtte bøyeriss, og kalles *bøye-skjærriss*. Det kan imidlertid dannes diagonale skjærriss i steg uten allerede oppståtte bøyeriss, og kalles *steg-skjærris* [16]. Det siste tilfelle er typen skjærriss som har en tendens til å oppstå fritt frambygg bruer. Riss antas å dannes normalt på retningen til hovestrekkingen, der Mohr's [25] spenningssirkel for plan spenningstilstand er et effektivt verktøy ved bestemmelse av vinkler og hovedpenninger. Videre avhenger hovedspenningene av kombinasjonen mellom skjær- og normalspenninger. Sørensen [26] foretar en forenklet diskusjon for dannelser av retninger og vinkler på skjærriss når Mohr's spenningssirkel benyttes. Formuleringen forutsetter imidlertid at bidraget fra hovedtrekkspenninger i betongen neglisjeres.

4.2.2 Skjærriss i bøyeopprisset strekksone

Spenningstilstanden for et infinitesimalt kvadratisk element i strekksonen (under N.A) for bjelken i figur 4.1a) betraktes, se figur 4.1b). Bjelken er som kjent utsatt for bøyeriss slik at elementet forenklet kun antas å være utsatt for skjærspenninger, se figur 4.5a) hvor

$$\sigma_x = \sigma_y = 0 \quad ; \quad \tau = \frac{V}{bz}$$

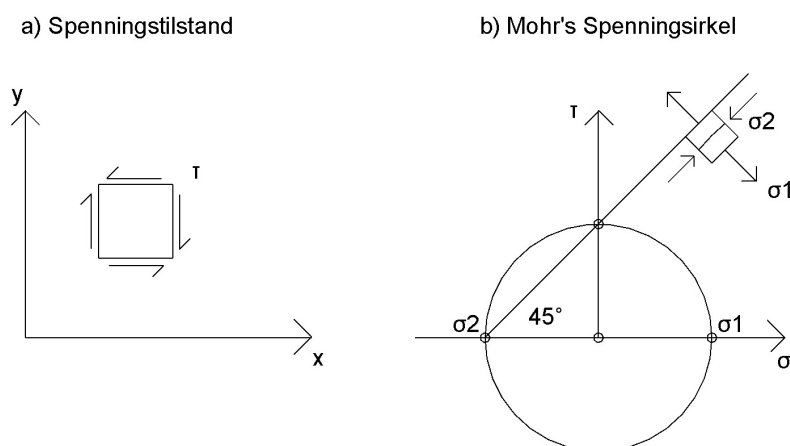
I henhold til Mohr's spennings sirkel gir dette følgende hovedspenninger

$$\sigma_1 = \tau \quad ; \quad \sigma_2 = -\tau$$

Riss antas som nevnt å dannes normalt på hovedstrekkspenningen, der denne vinkelen kan bestemmes ved

$$2\theta = \arctan \left[\frac{2\tau}{\sigma_x} \right]$$

Da normalspenninger under nøytralaksen neglisjeres ($|\sigma_x| = 0$), vil vinkelen på risset ha en helning $\theta = 45^\circ$ slik det fremgår i figur 4.5b). Dette gjelder generelt for et element kun belastet med skjærspenninger i planet.



Figur 4.5: Retning på riss og hovedstrekkspenning for et infinitesimalt element *under* nøytralaksen

4.2.3 Skjærriss i trykksone

Nå betraktes et infinitesimalt element i trykksonen (over N.A) for bjelken i figur 4.1a), se figur 4.1b). Elementet vil i denne sonen være utsatt for en kombinasjon av både

normal- og skjærspenninger, slik at spenningstilstanden for elementet blir som illustrert i figur 4.6a) hvor

$$\sigma_y = 0 \quad ; \quad \sigma_x \neq 0 \quad ; \quad \tau \neq 0$$

I henhold til Mohr's sirkel gir dette følgende hovedspenninger når trykkspenninger regnes som negative størrelser

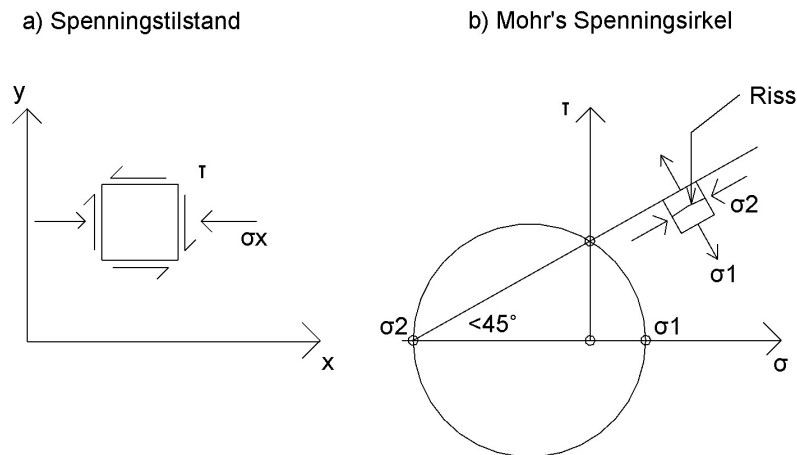
$$\sigma_1 = -\frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\sigma_x\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_2 = -\frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\sigma_x\right)^2 + \tau^2}$$

der vinkelen risset vil danne i forhold til nøytralaksen kan finnes ved

$$2\theta = \arctan \left[\frac{2\tau}{\sigma_x} \right]$$

Normalspenninger i trykksonen er eksisterende ($|\sigma_x| > 0$) slik at rissvinkelen typisk vil være $\theta < 45^\circ$, se figur 4.6b). Generelt vil rissvinkelen for et element belastet med skjær- og normalspenninger avta, når normalspenningene øker.

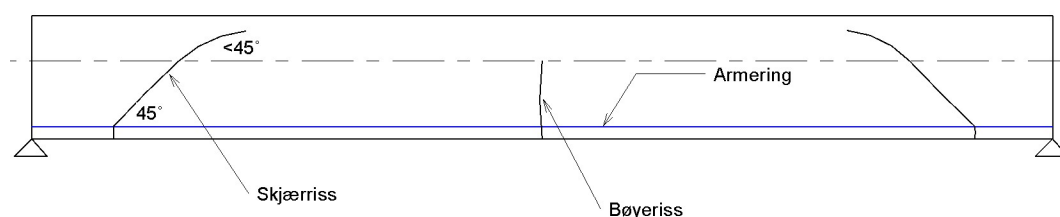


Figur 4.6: Retning på riss og hovedtrekkspenning for et infinitesimalt element *over* nøytralaksen

4.2.4 Oppsummering av skjærrissdannelser

Den teoretiske utviklingen av skjærriss i henhold til beregningsmodellene som har blitt beskrevet ovenfor er illustrert i figur 4.7, og danner et prinsipielt inntrykk for

rissutviklingen i virkeligheten. Vinkelen og retningen på skjærrissene vil normalt variere over tverrsnittshøyden, da normalspenningene og skjærspenningene tilsvarende varierer over tverrsnittshøyden. Sørensen [26] foretar en diskusjon og en prinsipiell gjennomgang av hvordan skjærstrekkkapasiteten eksempelvis kan bestemmes for en vilkårlig betongkonstruksjon, ved å ta utgangspunkt i beregningsmodellen over. Videre viser han at den empiriske formelen for skjærstrekkkapasiteten i henhold til Eurocode 2 [18], har en nærliggende sammenheng med de samme prinsippene som den diskuterte beregningsmodellen over.



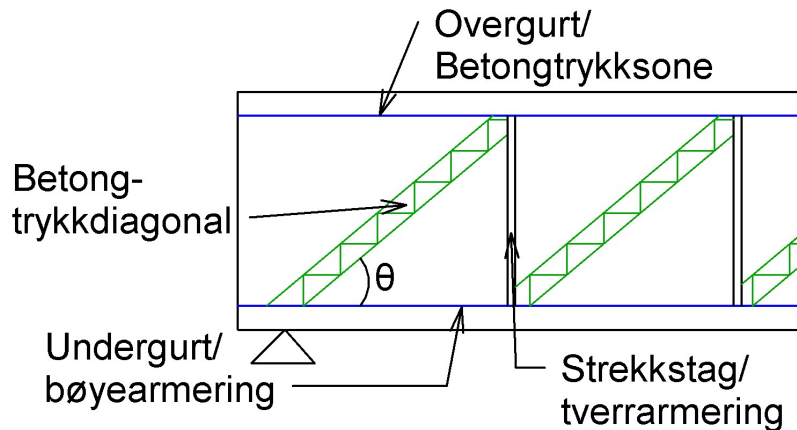
Figur 4.7: Utvikling av skjærriss

Antakelsen om å neglisjere hovedtrekkspenninger i betongen er imidlertid konservativt, og vil av den grunn føre til at rissvinkler typisk vil være mindre enn 45° [16], selv i strekksonen. Den forenklede beregningsmodellen for dannelser av skjærriss over er dermed vag, og vil ikke kunne gjenspeile oppførselen til en vilkårlig betongkonstruksjon tilstrekkelig presist nok, i forhold til det som er nødvendig i denne avhandlingen. En grundigere, men mer kompleks beregningsmodell presenteres og diskuteres i delkapittel 4.5. Den diskuterte modellen over er heller ment for å danne en prinsipiell forståelse av hvordan skjærriss har en tendens til å utvikle seg i betongkonstruksjoner, enn en beregningsmodell som kan anvendes generelt.

4.3 Betongfagverksmodell

I 1899 utformet Ritter [34] en modell for fordelingen av krefter i en skjæropprisset armert betongbjelke utsatt for skjærspenninger. Modellen baserer seg på en tenkt indre fagverksmodell i en betongbjelke med både langsgående- og tverrarmering. Diagonale trykkspenninger i betongen ble vurdert til å ha tilsvarende virkning som diagonale staver i et vanlig fagverk, mens tverrarmeringen ble betraktet som vertikale strekkstag. Videre ble den langsgående armeringen vurdert til å ha tilsvarende virkning som undergurt, mens trykksonen ble betraktet som overgurt i fagverksmodellen, se figur 4.8.

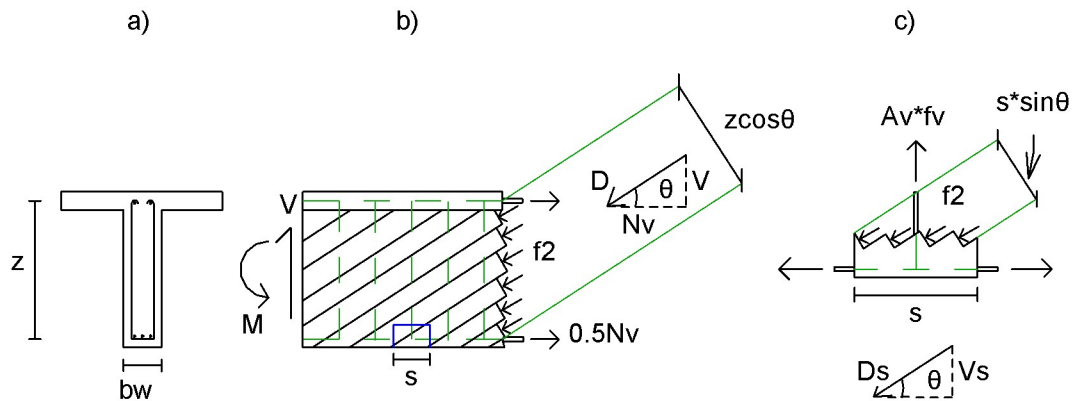
Mörsch [6] utviklet en ytterligere detaljert fagverksmodell, der han blant annet antok at betongtrykkdiagonalene nødvendigvis ikke måtte gå konsekvent fra bunnen i et strekkstag, til toppen av neste strekkstag som illustrert i figur 4.8. Istedenfor diskrete betongtrykkdiagonaler, mente Mörsch at det heller oppsto kontinuerlige diagonale trykkfelt i betongen som motvirket skjærkreftene. Både Ritter og Mörsch neglisjerte imidlertid bidraget fra hovedtrekkspenninger for den skjæropprissete betongen, og



Figur 4.8: Fagverksmodell i henhold til Ritter [34]

antok videre at diagonale trykkspenninger ville ha en vinkel $\theta = 45^\circ$ i forhold til nøytralaksen.

I Eurocode 2 [18] benyttes en modifisert fagverksmodell basert på 45° -modellen Mörsch utviklet, som ivaretar at vinkelen på betongtrykmdiagonalen typisk vil være $\theta < 45^\circ$. I modellen antas det at skjærspenninger fordeles jevnt over et effektivt skjærareal med bredde b_w og høyde z , se figur 4.9a).



Figur 4.9: Likevekt i fagverksmodell

hvor

z er den effektive skjærhøyden

b_w er minste stegbredde

s er senteravstand mellom tverrarmoring

D er betongtrykmdiagonal-resultanten

A_v er tverrsnittsarealet for én tverrarmeringsenhet

f_v er spenningen i tverrarmeringsenheten

Den påkrevde størrelsen for hovedtrykkspenningene f_2 kan finnes ved å foreta likevektsbetraktninger av figur 4.9b). Likevekt krever at resultanten av de diagonale trykkspenningene må være

$$D = \frac{V}{\sin \theta}$$

Videre kan betongtrykkdiagonal-resultanten D beregnes fra

$$D = f_2 \cdot b_w \cdot z \cos \theta$$

Ved å sette disse relasjonene opp mot hverandre blir

$$f_2 = \frac{V}{z b_w} \cdot \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$$

Dersom det benyttes trigonometriske idenditeter- og manipulasjoner fås til slutt et generelt uttrykk for de kontinuerlige hovedtrykkspenningene i fagverksmodellen ved

$$f_2 = \frac{V}{z b_w} (\tan \theta + \cot \theta) \quad (4.9)$$

Når skjærtrykkkapasiteten skal bestemmes er det med hensyn på usikkerheter for betongtrykkdiagonalen i opprisset tilstand, nødvendig å benytte en redusert sylindertykkfasthet [16]. Begrunnelsen for dette er nærmere diskutert i delkapittel 4.5.5. EC2 angir en reduksjonsfaktor som skal multipliseres med den dimensjonerende sylindertykkfastheten ved

$$v = 0.6 \cdot (1 - f_{ck}/250)$$

Trykkbrudd i betongen i henhold til EC2 oppnås dermed når $f_2 = v f_{cd}$, slik at den dimensjonerende skjærtrykkkapasiteten til betong fra ligning (4.9) kan uttrykkes ved

$$V_{Rd,c} = v f_{cd} \cdot z b_w \cdot \frac{1}{\tan \theta + \cot \theta} \quad (4.10)$$

og er en identisk ligning som skjærtrykk-kapasitetsformelen i EC2 [18]. EC2 angir ingen konkret verdi for valg av vinkelen θ på betongtrykkdiagonalen, men angir en begrensning ved

$$21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$$

Videre vil den horisontale komponenten fra den diagonale trykkresultanten D i figur 4.9b), medføre et påslag i horisontale spenninger i den langsgående strekkarmeringen og kan ved geometribetraktninger uttrykkes fra

$$N_v = V \cdot \cot \theta \quad (4.11)$$

Fra snittet i figur 4.9c) vil den diagonale trykkresultanten være

$$D_s = f_2 \cdot b_w \cdot s \sin \theta$$

Ved geometriske betraktninger må den vertikale komponenten fra den diagonale trykkresultanten være

$$V_s = D_s \cdot \sin \theta$$

Krav til likevekt gjør at kraften V_s må balanseres av strekkraften $A_v f_v$ i tverrarmeringen. Ved å substituere inn f_2 fra ligning (4.9) kan det vises at dette gir

$$A_v f_v = \frac{V \cdot s}{z} \tan \theta \quad (4.12)$$

Dersom det antas at skjærstrekkbrudd oppstår når tverrarmeringen flyter ($f_v = f_{yd}$) kan dimensjonerende skjærstrekkkapasitet finnes ved å løse ut for V i ligning (4.12) slik at

$$V_{Rd,s} = \frac{A_v}{s} \cdot z f_{yd} \cdot \cot \theta \quad (4.13)$$

og er en identisk ligning som skjærstrekk-kapasiteten i EC2 [18]. Kapasitetsformlene som har blitt formulert er imidlertid konservative da bidraget fra hovedstrekkspenninger mellom diagonale skjærriss i betongen neglisjeres. I eldre standarder ble betongens strekkbidrag regnet med, slik at dimensjonerende kapasiteten for skjær dermed var høyere enn dagens kapasitetsformler i Eurocode 2.

4.4 Skjærdeformasjoner i betongkonstruksjoner

Når konstruksjonens evne til å motsette seg skjærdeformasjoner vurderes, er det viktig å ha god kjennskap til skjærstivheten. Paulay [22] defineres denne ved *skjærkraften som er nødvendig for å kunne generere en enhetsforskyvning i den ene enden av bjelkekonstruksjonen, relativt den andre*. Størrelsen på skjærstivheten avhenger i stor grad av om betongen betraktes i uopprisset- eller opprisset tilstand.

Bjelker med stor høyde i forhold til spennvidde, kan deformasjoner forårsaket av skjær bli vesentlig store. For fritt frambygg bruer kan dette gi utslag i utbyggingsfasen av kragarmer fra hovedpilarer. Dette gjelder spesielt i de første seksjonene som støpes, når forholdet mellom høyden og lengden på kragarmer vil være relativt stor.

I byggetilstand vil brukonstruktøren som kjent tilstrebe etter å oppnå en konstruksjon i lineær uopprisset tilstand, for å ha fullstendig kontroll på deformasjonene. Etter sammenkobling har det vært akseptert praksis å tillatte brukonstruksjonen å risse, så fremt maksimal rissvidde ikke overskrider krav i henhold til prosjekterende standardverk. I bruksfasen spiller det imidlertid stor rolle for skjærdeformasjonene om konstruksjonen er utsatt for diagonale skjærriss eller ikke [22].

4.4.1 Uopprisset tilstand

Dersom det ikke har oppstått bøyeriss eller diagonale skjærriss, kan betongkonstruksjonen behandles på lik linje som en homogen- og lineær elastisk konstruksjon. Tangent-skjærmodulen for betong kan dermed tilnærmes ved å benytte det kjente forholdet for et lineært elastisk materiale

$$G = \frac{E_c}{2(1 + \mu)}$$

hvor E_c er tangent-elastisitetmodulen og μ er Poisson's forhold for betong.

4.4.2 Opprisset tilstand

I betongbjelker utsatt for store skjærkrefter kan det oppstå diagonale skjærriss under levetiden, selv når konstruksjonen er skjærarmert. Slike riss reduserer skjærstivheten og kan øke skjærdeformasjonene betraktelig. Paulay [22] formulerte i 1975 en modell for å kunne estimere skjærdeformasjoner i en opprisset betongbjelke. Han hevdet at skjærkreftene i stor grad ville bli båret av den indre fagverksmodellen som ble diskutert i delkapittel 4.3, og dermed at deformasjonskonfigurasjonen for denne mekanismen ville gi et estimat for skjærstivheten i systemet.

Ved å ta utgangspunkt i deformasjonsmekanismen for den indre fagverksmodellen i figur 4.8, der det for enkelhetens skyld antas vertikale bøyer og en vinkel 45° på helningen i betongtrykkdiagonalene, fant Paulay [22] et analytisk estimat for skjærstivheten i systemet når betongen var utsatt for diagonale skjærriss. Estimaten viste at skjærstivheten for en skjæropprisset betongbjelke kun ville være omtrent 10 til 30 % av skjærstivheten for en uopprisset betongbjelke, avhengig av mengde bøylearmering i steget.

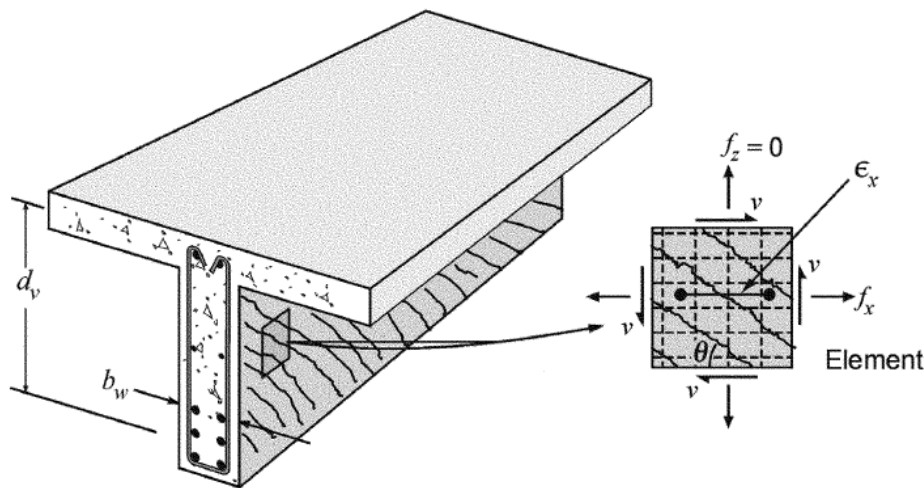
At skjærstivheten reduseres betraktelig etter skjæropprissing, ble på den tiden verifisert gjennom forsøk hvor skjærdeformasjoner var dominerende. Forsøkene viste imidlertid at det var vanskelig å angi en konkret reduksjon i skjærstivheten, og at verdiene viste

tendenser til avvik fra estimatet til Paulay's beregningsmodell. En fornuftig forklaring på det er at den formulerte modellen til Paulay er basert på en forenklet fagverksmodell, der betongens strekkbidrag fra hovedtrekkspenninger mellom riss neglisjeres. Vinkelen på hovedtrykkspenningene vil dermed typisk være lavere enn 45° . Modellen vil ikke være hensiktsmessig ved beregninger for det generelle tilfelle, men er heller ment for å gi en indikasjon på konsekvensene diagonale riss medfører for økningen av skjærdeformasjoner.

4.5 Modifisert trykkfeltsteori

4.5.1 Innledning

Hittil har det kun blitt fokusert på forenklete modeller i armerte betongkonstruksjoner frem til skjæroppripping. I tillegg har det blitt sett på forenklete fagverksmodeller som neglisjerer bidraget fra hovedtrekkspenninger i betongen etter at skjærriss har oppstått. Slike forenklinger vil imidlertid ikke kunne beskrive en fullstendig realistisk oppførsel for en vilkårlig betongkonstruksjon etter skjæroppripping, men vil kun gi et konservativt estimat. I 1986 publiserte Vecchio og Collins [9] den *modifiserte trykkfeltsteorien*, og er en teori som er i stand til å forutsi den ikke-lineære last-deformasjonsresponsen for et opprisset armert betongelement, utsatt for den kombinerte virkningen av i-plan skjærspenninger og normalspenninger.



Figur 4.10: Element i steget for en skjæropprikket armert betongbjelke [11]

I 1982 utførte Vecchio og Collins [8] omfattende forsøk av 30 armerte betongelementer utsatt for ulike lastforhold i en svært innovativ forsøksmaskin. Resultater fra forsøkene gav senere opphavet til den modifiserte trykkfeltsteorien (MTFT). Teorien ble ansett som meget revolusjonerende innen betongteknologi, og førte blant annet til at både styrken og last-deformasjonsresponsen til et armert betongelement utsatt for skjær-

spenninger i planet, kunne bestemmes relativt nøyaktig ved analytiske beregninger. Teorien i MTFT danner grunnlaget for en beregningsmodell som er svært anvendbar for generelle betongkonstruksjoner utsatt for laster i planet, og ble i den utgåtte norske betongstandarden NS3473 [17] referert som “*Generell dimensjoneringsmetode for betongkonstruksjonsdeler med krefter i planet*”. Metoden danner videre grunnlaget for flere post-prosesserings programmer som benyttes i industrien idag, blant annet Response 2000 [7] og BD [15].

I modellen behandles opprisset betong som et “nytt” materiale med unike spennings-tøyingsrelasjoner. Likevekt, kompatibilitet og materiallover for det nye materialet formuleres med hensyn på gjennomsnittlige spenninger og gjennomsnittlige tøyninger. I tillegg formuleres likevektsligninger som tar hensyn til lokale spenningsvariasjoner i riss. De etablerte relasjonene inneholder til slutt et sett med antall ligninger og ukjente, som videre må løses ved en egnet beregningsalgoritme.

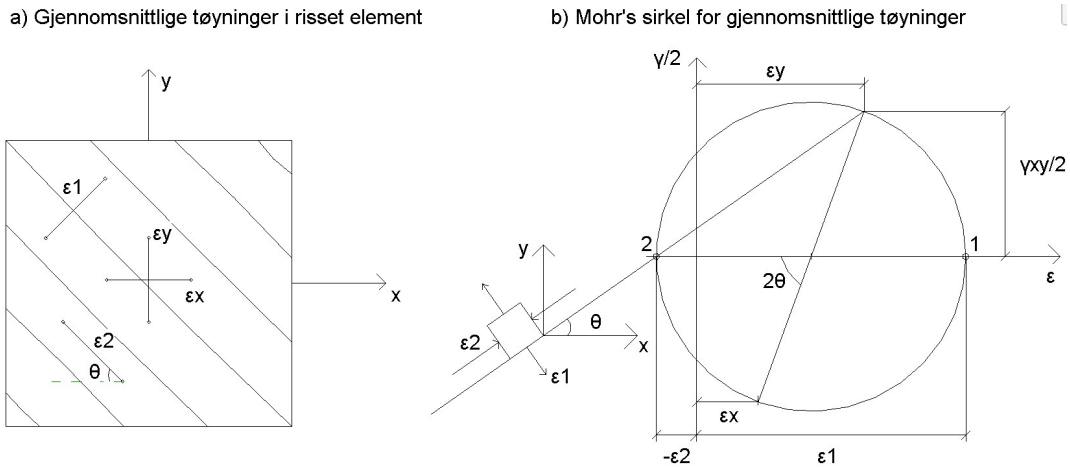
Modifisert trykkfeltsteori er en utvikling av den “klassiske” trykkfeltsteorien (KTFT). Forskjellen i modellene er at MTFT i motsetning til KTFT, tar med bidraget fra hovedstrekkspenninger i betongen som opptrer mellom riss. KTFT tar dermed utgangspunkt i de samme likevektsrelasjonene som for den diskuterte fagverksmodellen i delkapittel 4.3.

For å kunne benytte modellen til å forutsi last-deformasjonsresponsen i en armert betongbjelke, kan bjelken representeres ved en sammensetning av små elementer over tverrsnittshøyden. Responsen i hvert element forutsies deretter ved å benytte den modifiserte trykkfeltsteorien (MTFT), der summen av responser til slutt må være i likevekt med ytre påførte snittkrefter. En slik metode kan imidlertid kreve høy beregningstid som følge av krav til antall iterasjoner for hvert element [10]. I de fleste tilfeller, inkludert denne avhandlingen, vil det være tilstrekkelig og økonomisk regneeffektivt å benytte en *forenklet* beregningsmetode, ved å anta gjennomsnittlige tøyninger og gjennomsnittlige spenninger over et effektivt *skjærareal* i tverrsnittet. Diskusjonen av MTFT vil i dette tilfelle baseres på en slik antakelse.

4.5.2 Kompatibilitet

Kompatibilitetsrelasjoner i MTFT tar utgangspunkt i gjennomsnittlige tøyingsforhold over det effektive skjærarealet, hvilket i de fleste tilfeller forenklet kan antas å være stegarealet [11]. Figur 4.11a) fremviser antatt opptredende tøyninger i et armert betongelement, som videre antas å være et utsnitt fra et opprisset steg i en bjelke, tilsvarende som vist i figur 4.10. Dersom tøyningene ϵ_x , ϵ_y og γ_{xy} er kjente størrelser, kan involverte transformasjoner og retninger for hovedtøyningene finnes ved å benytte Mohr’s sirkel [25], se figur 4.11b).

Ved å foreta geometribetraktninger av figur 4.11b), kan følgende tre viktige kompati-



Figur 4.11: Gjennomsnittlige tøyninger i armert membranelement

bilitetsrelasjoner formuleres

$$\gamma_{xy} = \frac{2(\epsilon_x - \epsilon_2)}{\tan \theta} \quad (4.14)$$

$$\epsilon_x + \epsilon_y = \epsilon_1 + \epsilon_2 \quad (4.15)$$

og

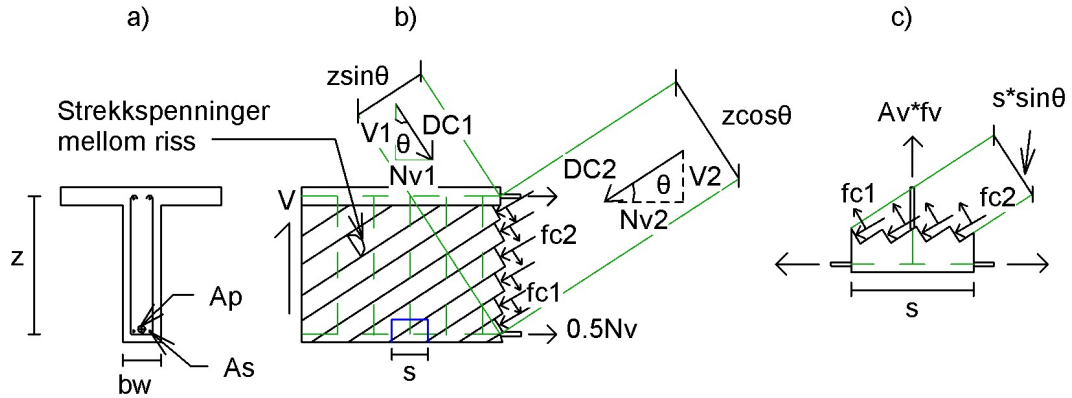
$$\tan^2 \theta = \frac{\epsilon_x - \epsilon_2}{\epsilon_y - \epsilon_2} \quad (4.16)$$

hvor ϵ_x og ϵ_y henholdsvis er langsgående- og tverrgående tøyning, γ_{xy} er skjærtøyning, mens ϵ_1 og ϵ_2 henholdsvis er hovedtrekk- og hovedtrykk-tøyning. Videre er θ vinkelen på hovedtrykk-tøyningen i forhold til horisontalplanet. Tøyninger og vinkler er angitt som gjennomsnittlige verdier.

4.5.3 Likevekt

Likevektsrelasjoner som etableres tar utgangspunkt i det spennarmerte betongtverrsnittet i figur 4.12a), som videre antas å kun være utsatt for skjær. Det totale arealet for spennarmering, langsgående- og tverrgående armering er henholdsvis A_p , A_s og A_v . Videre er den effektive skjærhøyden og stegbredden henholdsvis z og b_w , mens avstanden mellom tverrarmeringen er s . Gjennomsnittlige skjærspenninger vil dermed motsettes av gjennomsnittlige kontinuerlige diagonale hovedtrykkspenninger f_{c2} , sammen med gjennomsnittlige diagonale hovedtrekkspenninger f_{c1} mellom riss. Slik det fremgår av figur 4.12b), varierer intensiteten på hovedtrekkspenninger mellom riss fra null

i selve risset til en maksimal verdi midt mellom rissene. Videre er det viktig å være oppmerksom på at gjennomsnittlige spenninger- og tøyninger refererer til spenninger og tøyninger målt over en basislengde som inneholder minst én eller flere riss [9].



Figur 4.12: Likevekt i henhold til modifisert trykkfeltsteori

Ved å kreve kraftlikevekt i vertikal retning i figur 4.12b), kan det vises at følgende relasjon for gjennomsnittlige hovedtrykkspenninger i betongen gjelder

$$f_{c2} = (\tan \theta + \cot \theta) \tau - f_{c1} \quad (4.17)$$

hvor $\tau = V/(b_w z)$ er gjennomsnittlige skjærspenninger fordelt over det effektive skjærarealet. Dersom det videre foretas kraftlikevekt i vertikal retning i figur 4.12c), kan det vises at den nødvendige tverrarmingen må balansere de vertikale komponentene til hovedspenningene ved

$$A_v f_v = (f_{c2} \sin^2 \theta - f_{c1} \cos^2 \theta) b_w s$$

hvor f_v er den gjennomsnittlige spenningen i tverrgående armeringen. Dersom det nå substitueres inn for f_{c2} fra ligning (4.17) kan det vises at følgende uttrykk oppnås

$$V = f_{c1} b_w z \cot \theta + \frac{A_v f_v}{s} z \cot \theta \quad (4.18)$$

Ligning (4.18) angir et uttrykk for tverrsnittets evne til å motvirke den påførte skjærkraften som en sum av betongens bidrag ved hovedtrekkspenninger f_{c1} , og stålets trekkbidrag fra den tverrgående armeringen. Videre observeres det at dersom bidraget fra hovedtrekk-tøyningen i betongen neglisjeres, blir likevektsligningen lik uttrykket som for fagverksmodellen (KTFT) i ligning (4.12).

Ved å kreve horisontal kraftlikevekt i figur 4.12b), kan det vises at horisontale komponenter fra hovedspenninger gir følgende kraftøkning i langsgående armering

$$A_s f_s + A_p f_p = (f_{c2} \cos^2 \theta - f_{c1} \sin^2 \theta) b_w z$$

hvor f_s og f_p er gjennomsnittlige spenninger i henholdsvis langsgående slakkarmering og spennarmering. Dersom det videre substitueres inn for f_{c2} fra ligning (4.17) kan det vises at følgende uttrykk oppnås

$$A_s f_y + A_p f_p = V \cot \theta - f_{c1} b_w z \quad (4.19)$$

Kort oppsummert har det nå blitt etablert tre viktige likevektsrelasjoner i ligning (4.17), (4.18) og (4.19) med hensyn på gjennomsnittlige spenninger.

4.5.4 Materiallover for armering

Dersom det antas perfekt heft mellom betong og armering, vil tøyningen i den langsgående slakkarmeringen ϵ_s være lik langsgående tøyning i den omkringende betongen ϵ_x ved

$$\epsilon_s = \epsilon_x$$

Tøyningen i spennstålet vil avhenge av tøyningdifferansen $\Delta\epsilon_p$ mellom spennkabler og betongen, samt langsgående tøyning ϵ_x i den omkringende betongen når det antas perfekt heft etter injisering av spennkabler. Følgende kompatibilitetsrelasjon vil dermed gjelde for spennarmeringen [16]

$$\epsilon_p = \epsilon_x + \Delta\epsilon_p$$

Ved å benytte de respektive materiallovene for armeringsstål- og spennstål, kan gjennomsnittlige spenninger i henholdsvis slakkarmering- og spennarmering i tverrsnittet finnes, se figur 4.13. Forenklet benyttes følgende materiallover

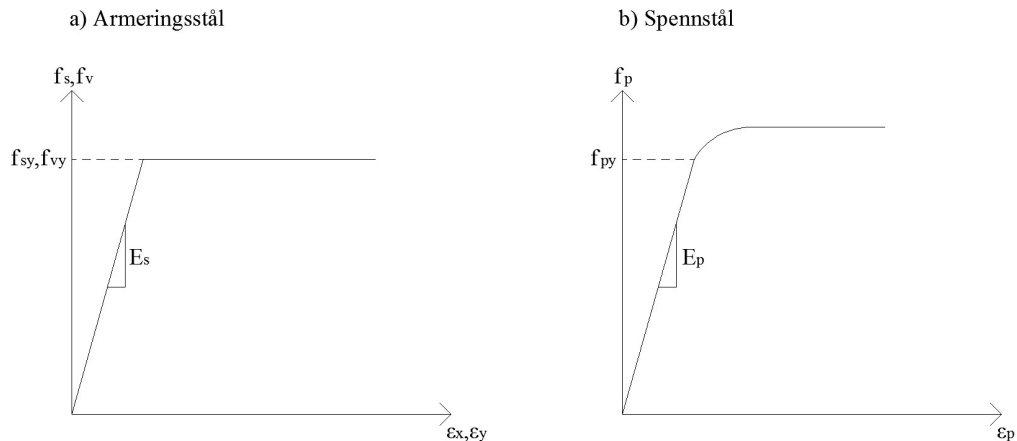
$$f_s = E_s \epsilon_s \leq f_{sy} \quad (4.20)$$

$$f_p = E_p \epsilon_p \leq f_{py} \quad (4.21)$$

Tilsvarende vil spenningen i tverrarmeringen f_v være

$$f_v = E_s \epsilon_y \leq f_{vy} \quad (4.22)$$

hvor E_s og E_p er elastisitetsmodul for henholdsvis armeringsstål og spennstål.



Figur 4.13: Materiallover for armeringsstål og spennstål

4.5.5 Materiallov for opprisset betong

Spenning-tøynings relasjonen for betong måles som kjent ved å utføre en-aksial trykkprøve på et sylindereformet betongelement etter 28 døgns fasthet. For et opprisset betongelement i steg utsatt for skjær, kan ikke den samme spenning-tøyningsrelasjonen benyttes. Årsaken til det er at tøyningsforholdet i en-aksial trykkprøve vil være ulik tøyningsforholdet i et opprisset betongelement utsatt for skjær. I en-aksial trykkprøve vil det kun være små neglisjerbare strekk-tøyninger normalt på trykkraften, som følge av Poisson's utvidelseeffekt. I et opprisset betongelement utsatt for skjær, vil det imidlertid opptre betydelige hovedstrekk-tøyninger normalt på hovedtrykkspenningen. Av hensyn til dette er det dermed fornuftig å anta at betong i et steg utsatt for hovedtrykkspenninger og diagonale riss, er svakere og mykere enn betong utsatt for kun en-aksialt trykk i sylindereprøver.

Vecchio og Collins [8] undersøkte spenning-tøynings karakteristikene i diagonalt opprisset betong, ved å utføre omfattende forsøk på armerte betongelementer utsatt for kun skjær. Resultater fra forsøkene viste at hovedtrykkspenningene f_{c2} i betongen ikke kun var en funksjon av hovedtrykk-tøyningene ϵ_2 , men også av hovedstrekk-tøyningene ϵ_1 [9]. De anbefaler følgende spenning-tøyningsrelasjon

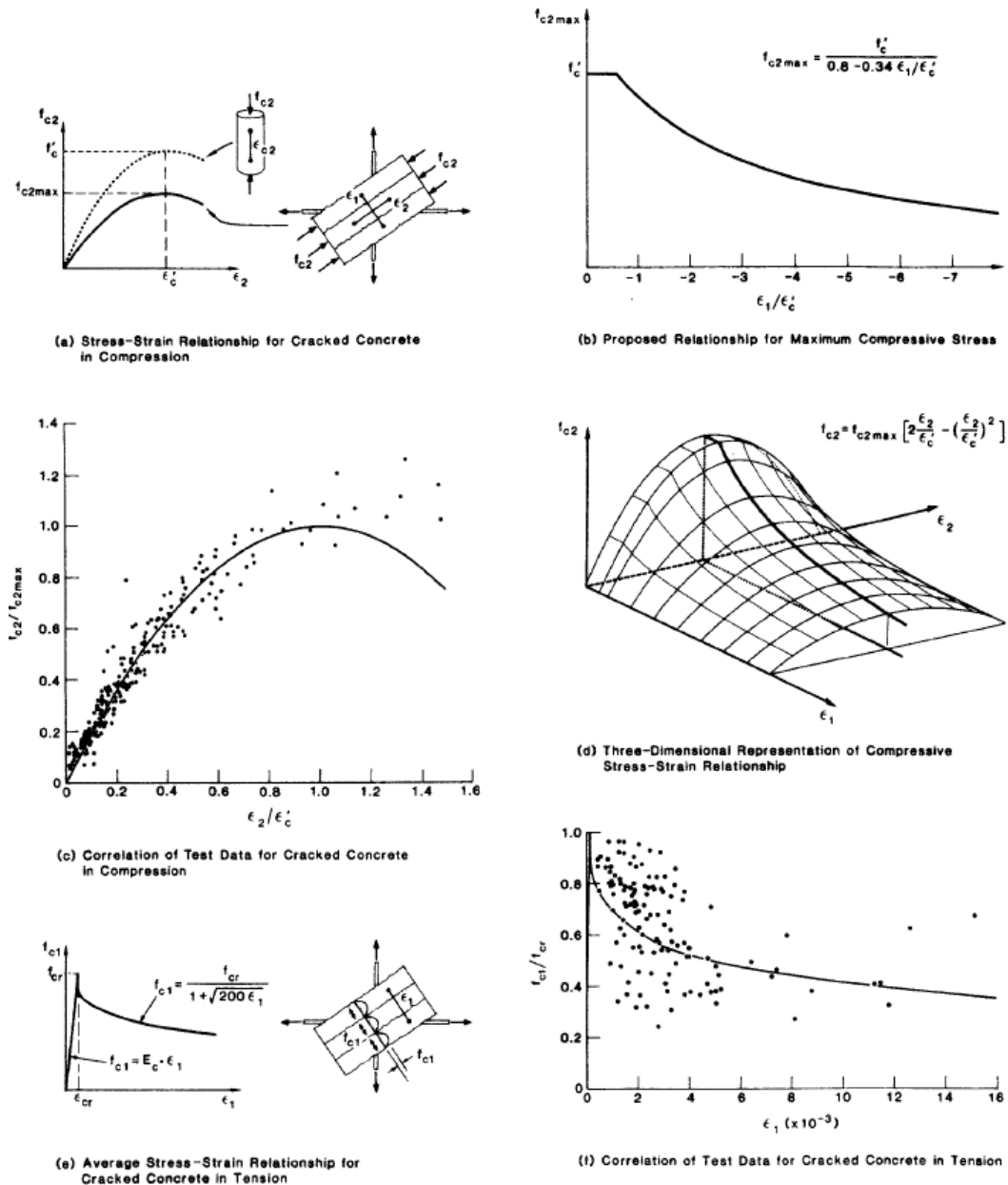
$$f_{c2} = f_{c2max} \left[2 \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_{ck}} \right) - \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_{ck}} \right)^2 \right] \quad (4.23)$$

der

$$\frac{f_{c2max}}{f_{ck}} = \frac{1}{0.8 + 170\epsilon_1} \leq 1.0 \quad (4.24)$$

hvor $f_{ck}(= f'_c)$ er den karakteristiske sylindetrykkfastheten for betongen, og $\epsilon_{ck}(= \epsilon'_c)$ er den aktuelle tøyningen idet f_{ck} inntreffer, se figur 4.14a). Videre legges det mer-

ke til at økende verdier for ϵ_1 reduserer forholdet f_{c2max}/f_{ck} . Relasjonen er illustrert i figur 4.14b, c) og d).



Figur 4.14: Gjennomsnittlige spenning-tøyningsrelasjoner for opprisset betong [9]

Forsøkene viste videre at relasjonen mellom gjennomsnittlige hovedtrekkspenninger og gjennomsnittlige hovedtrekktøyninger i betong er tilnærmet lineær frem til opprissing. Etter opprissing ble det imidlertid observert avtakende verdier for hovedtrekkspenningene f_{c1} når hovedtrekktøyningene ϵ_1 økte, se figur 4.14e) og f). På bakgrunn

av dette anbefaler Vecchio og Collins [9] følgende relasjoner

$$f_{c1} = \begin{cases} E_c \epsilon_1 & \text{når } \epsilon_1 \leq \epsilon_{cr} \\ \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{200\epsilon_1}} & \text{når } \epsilon_1 > \epsilon_{cr} \end{cases} \quad (4.25)$$

hvor E_c er elastisitetmodulen til betong og f_{cr} er strekkspenningen idet betongens strekkfasthet overskrides.

4.5.6 Lokale spenninger

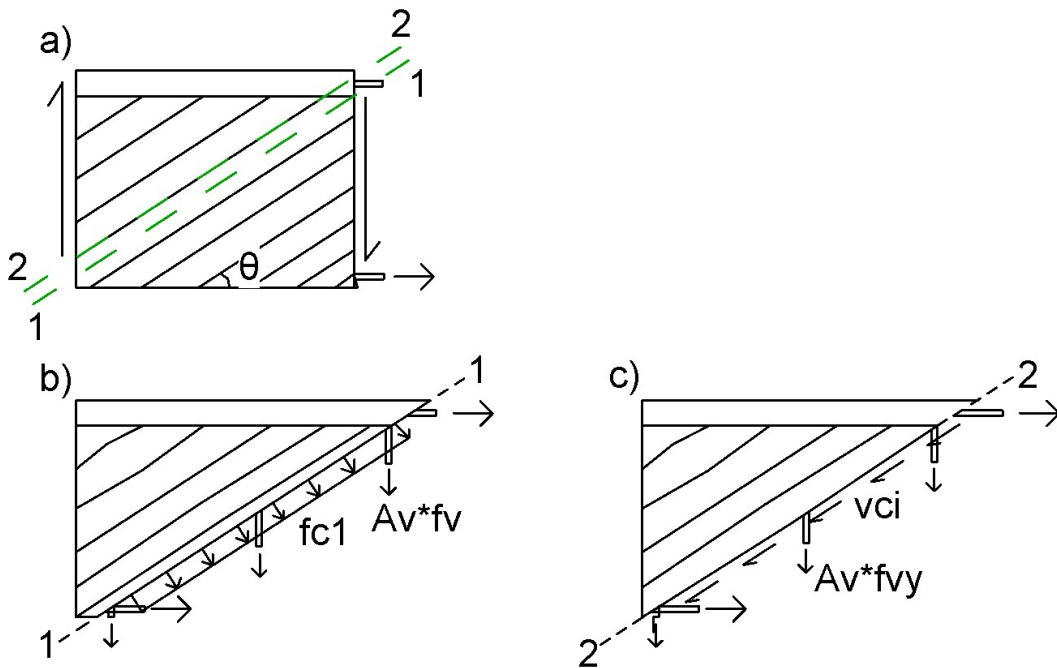
Kompatibilitetrelasjoner, likevektsrelasjoner og materiallover med hensyn på gjennomsnittlige spenninger og gjennomsnittlige tøyninger for et vilkårlig betongtverrsnitt utsatt for skjær, har blitt behandlet i delkapitlene over. Spenninger som opptrer lokalt i riss vil imidlertid være forskjellige fra kalkulerte gjennomsnittlige verdier [16]. Som nevnt tidligere, vil hovedtrekkspenningen i betongen variere i intensitet mellom rissene, se figur 4.12b) og 4.14e). I riss vil hovedtrekkspenningen i betongen gå mot null, hvilket medfører at strekkspenningen i tverrarmeringen dermed må øke i risset for å opprettholde likevekten lokalt. Tilsvarende prinsipp vil gjelde midtveis mellom rissene, der hovedtrekkspenningen i betongen vil oppnå en maksimal verdi, hvilket medfører at strekkspenningen i tverrarmeringen avtar lokalt. Disse lokale variasjonene er svært viktige å ha et godt forhold til, da skjærkapasiteten begrenses av tverrsnittets egenskaper til å overføre spenninger forbi diagonale riss.

Ved en tilstrekkelig høy skjærspenning som skal overføres forbi riss, vil tverrarmeringen til slutt begynne å flyte. For at likevekten videre skal opprettholdes lokalt i risset ved ytterlig økning av lastnivået, kreves det at det oppstår lokale skjærspenninger v_{ci} på rissoverflaten, se figur 4.15c) og figur 4.16.

I betongkonstruksjoner vil riss normalt oppstå i grenseovergangen mellom sementpasten og tilslaget. De resulterende grove rissene kan overføre lokale skjærspenninger v_{ci} ved fenomenet *tilslagslåsning*, se figur 4.16. Rissets evne til å kunne overføre skjærspenninger avhenger hovedsakelig av rissvidden w og den maksimale tilslagsstørrelsen a . Fenomenet ble først undersøkt grundig av Walraven [12]. Basert på Walraven's arbeid, utviklet Vecchio og Collins [9] følgende relasjon for rissets evne til å kunne overføre skjærspenninger

$$v_{ci} = \frac{0.18\sqrt{f_{ck}}}{0.3 + \frac{24w}{a + 16}} \quad (4.26)$$

hvor f_{ck} angis i MPa, mens w og a angis i mm. Lokale trykkspenninger i risset f_{ci} (se figur 4.16), kan opptre simultant med de lokale skjærspenningene v_{ci} , men forsøk viser imidlertid at disse spenningene er små [9]. I ligning (4.26) neglisjeres bidraget fra disse spenningene.



Figur 4.15: Overføring av spenninger forbi riss

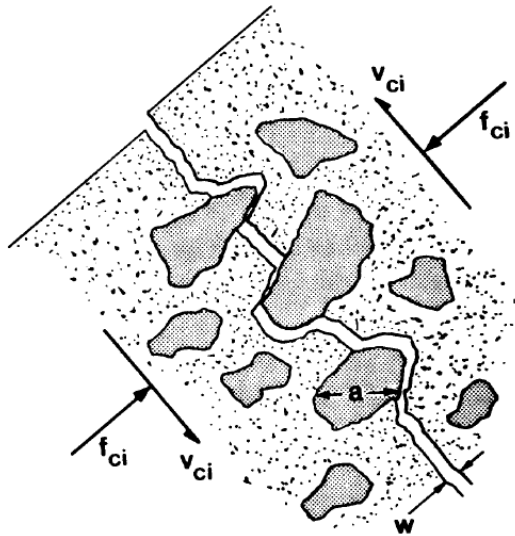
Figur 4.15 sammenligner kalkulerte gjennomsnittlige spenninger i plan 1 med aktuelle lokale spenninger som oppstår i riss i plan 2, se henholdsvis figur 4.15b) og c). Videre antas det at snittet i figur 4.15a) er utsatt for konstant skjær, slik at de respektive spenningstilfellene i henholdsvis figur 4.15b) og c) må være statisk ekvivalente. Den vertikale resultant som spenningen i plan 1 forårsaker, må være tilsvarende like stor som den vertikale resultant i plan 2. Ved å kreve at disse to resultantene er statisk ekvivalente kan det vises at følgende relasjon oppnås

$$A_v f_v \left(\frac{z}{s \tan \theta} \right) + f_{c1} \frac{b_w z}{\sin \theta} \cos \theta = A_v f_{vy} \left(\frac{z}{s \tan \theta} \right) + v_{ci} b_w z$$

Ved å løse ut for hovedstrekkspenningen f_{c1} oppnås følgende "lokale" likevektsrelasjon

$$f_{c1} = v_{ci} \tan \theta + \frac{A_v}{s b_w} (f_{vy} - f_v) \quad (4.27)$$

I enkelte tilfeller kan den langsgående armeringen begynne å flyte i riss og kan dermed begrense betongens evne til å overføre strekkspenninger. Ved å kreve at de to respektive spenningstilfellene i figur 4.15b) og c) skal generere lik horisontal resultant må følgende gjelde



Figur 4.16: Overføring av skjærspenninger ved tilslagslåsning [9]

$$A_s f_{sy} + A_p f_{py} \geq A_s f_s + A_p f_p + f_{c1} b_w z + \left[f_{c1} - \frac{A_v}{b_w s} (f_{vy} - f_v) \right] b_w z \cot^2 \theta \quad (4.28)$$

Verdien for rissvidden w i ligning (4.26) bør være den gjennomsnittlige rissvidden på rissoverflaten. Vecchio og Collins [9] anbefaler at rissvidden uttrykkes som et produkt av gjennomsnittlig hovedtrekktoyning ϵ_1 og gjennomsnittlig avstand mellom rissene $s_{m\theta}$ etter

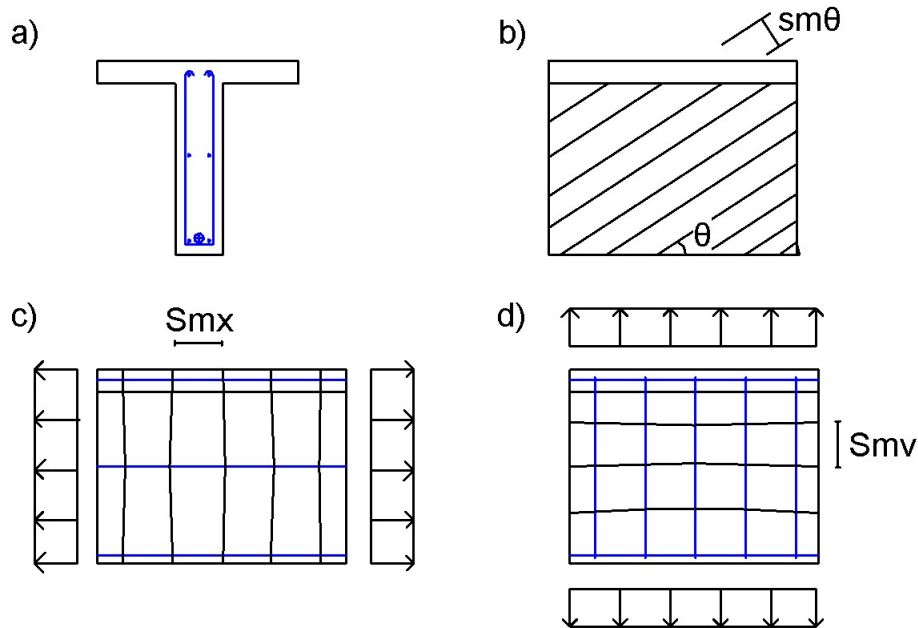
$$w = \epsilon_1 \cdot s_{m\theta} \quad (4.29)$$

der

$$s_{m\theta} = \frac{1}{\frac{\sin \theta}{s_{mx}} + \frac{\cos \theta}{s_{my}}} \quad (4.30)$$

hvor s_{mx} er gjennomsnittlig rissavstand som ville oppstått dersom et vilkårlig armert betongtverrsnitt ble utsatt for langsgående strekkspenninger, mens s_{my} er gjennomsnittlig rissavstand som ville oppstått dersom et vilkårlig armert betongtverrsnitt ble utsatt for tverrgående strekkspenninger, se figur 4.17.

Raffinerte empiriske formler for rissavstander kan finnes i respektive nasjonale standardverk. Mitchell og Collins [16] anbefaler imidlertid tilpassete og omformulerte ut-



Figur 4.17: Rissavstander

trykk for rissavstander fra MC90 [5] ved

$$s_{mx} = 2 \left(c_x + \frac{s_x}{10} \right) + 0.25k_1 \frac{d_{bx}}{\rho_x} \quad (4.31)$$

$$s_{mv} = 2 \left(c_v + \frac{s}{10} \right) + 0.25k_1 \frac{d_{bv}}{\rho_v} \quad (4.32)$$

hvor

$\rho_v = A_v / (b_w s)$ er armeringsforholdet i vertikalretning

$\rho_x = (A_s + A_p) / A_c$ er armeringsforholdet i langsgående retning

$k_1 = 0.4$ for slakkarmering med tilstrekkelig heft

$k_1 = 0.8$ for spennarmering

s_x er korteste senteravstand mellom langsgående armering over tverrsnittsbredden

s er senteravstand mellom tverrgående armering over betraktet bjelkelengde

c_x er halve senteravstanden mellom langsgående armering over tverrsnittshøyden

c_v er halve senteravstanden mellom tverrgående armering over tverrsnittshøyden

4.5.7 Algoritme for anvendelse av MTFT

Nødvendige relasjoner for å kunne forutsi last-deformasjonsresponsen i et vilkårlig betongtverrsnitt, utsatt for den kombinerte virkningen av skjær- og aksialkraft, har blitt grundig diskutert i avsnittene over. Det må imidlertid finnes en egnet beregningsalgoritme for å kunne benytte relasjonene. Mitchell og Collins [16] anbefaler en algoritme som krever totalt tre gjensidig avhengige iterasjoner, og er

- iterasjon på gjennomsnittlig hovedstrekkføyning ϵ_1 for å tilfredsstille vertikal likevekt i tverrsnittet med ytre påført skjærkraft
- iterasjon på vinkel θ for å tilfredsstille horisontal likevekt i tverrsnittet med ytre påført aksial- og skjærkraft
- iterasjon på gjennomsnittlig spenning f_v i tverrarmeringen for å tilfredsstille vertikal likevekt lokalt i riss

4.5.8 Oppsummering MTFT

Den modifiserte trykkfeltsteorien danner grunnlaget for en analytisk beregningsmodell som er istand til å forutsi responsen i armerte betongkonstruksjoner, ved å stille krav til likevektsrelasjoner, kompatibilitetsrelasjoner og materiallover med hensyn på opptredende gjennomsnittlige spenninger og gjennomsnittlige tøyninger. Modellen tar i tillegg hensyn til lokale spenningsvariasjoner i riss. Ved å benytte en egnet beregningsalgoritme for de aktuelle relasjonene i MTFT, kan last-deformasjonsresponsen til et vilkårlig betongtverrsnitt utsatt for den kombinerte virkningen av skjær- og aksialkraft forutsies.

Vecchio og Collins [9] foretar en grundig presentasjon og diskusjon av presisjonen til MTFT, ved å sammenligne beregnede resultater med oppnådde resultater fra utførte forsøk. Resultatene viser seg å samsvare oppsiktsvekkende godt overens, og bekrefter på mange måter validiteten til modellen.

4.6 Respons av betongtverrsnitt utsatt for kombinert virkning av moment, skjær- og aksialkraft

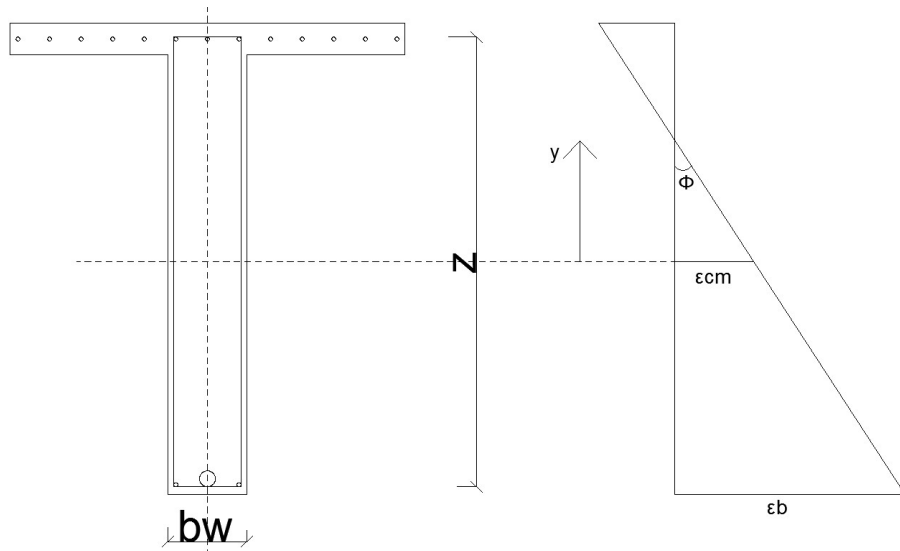
En egnet beregningsmodell formulert med hensyn på relasjoner i den modifiserte trykkfeltsteorien, har blitt grundig diskutert i delkapitlene over. Modellen kan beregne last-deformasjonsresponsen for et vilkårlig betongtverrsnitt utsatt for den kombinerte virkningen av skjær- og aksialkraft. Dette er imidlertid kun aktuelt i de aller sjeldneste tilfeller. I fritt frambygg bruer vil det utelukkende være behov for en beregningsmodell som kan forutsi last-deformasjonsresponsen i hule kassetverrsnitt, utsatt for den kombinerte virkningen av moment, skjær- og aksialkraft. Dette kan oppnås ved å legge til en ytterligere iterasjon i den diskuterte beregningsalgoritmen i delkapittel 4.5.7.

Den ytterligere iterasjonen utføres på krumningen i tverrsnittet og er nødvendig for å tilfredsstille likevekt med ytre påsatt moment, i tillegg til ytre skjær- og aksialkraft.

Ved å forutsette at plane tverrsnitt forblir plane, samt å stille opp kompatibilitetsrelasjoner, likevektsrelasjoner og materiallover, vil det være mulig å finne en krumningstilstand som i første omgang gir aksial- og momentlikevekt [16].

4.6.1 Kompatibilitetsrelasjoner

Dersom det forutsettes at plane tverrsnitt forblir plane, kan tøyingsfordelingen over betongtverrsnittet finnes ved kun to variable, som eksempelvis kan være tøyningen ved halve skjærhøyden ϵ_{cm} og tøyningen ved bunnen av tverrsnittet ϵ_b , se figur 4.18.



Figur 4.18: Betongtøyninger over tverrsnittshøyden

Dersom ϵ_{cm} og ϵ_b er kjente størrelser, kan krumningen finnes ved følgende geometrisk relasjon

$$\varphi = \frac{\epsilon_b - \epsilon_{cm}}{z/2} \quad (4.33)$$

Betongtøyningen ved enhver koordinat y over tverrsnittshøyden kan dermed finnes ved

$$\epsilon_c = \epsilon_{cm} - \phi y \quad (4.34)$$

Dersom det antas perfekt heft mellom slakkarmeringen og betongen, vil tøyningen i den langsgående slakkarmeringen ved en gitt koordinat y tilsvarende være

$$\epsilon_s = \epsilon_{cm} - \phi y \quad (4.35)$$

Dersom det antas perfekt heft mellom spennarmeringen og betongen, vil tøyningen i spennarmeringen ved en gitt koordinat y være tøyningen i den omkringende betongen, addert med den initielle tøyningdifferansen i spennarmeringen ved

$$\epsilon_p = \epsilon_{cm} - \phi y + \Delta\epsilon_p \quad (4.36)$$

For de formulerte kompatibilitetsrelasjonene vil fortegnskonvensjonen være slik at positive verdier gir strekk-tøyninger, mens negative tøyninger gir trykk-tøyninger. Dette tilsvarer en fortegnskonvensjon som gir positiv krumning når det er trykk i topp og strekk i bunn.

4.6.2 Likevektsrelasjoner

Aksialkrefter og momenter finnes ved å integrere opp spenninger over tverrsnittet

$$\int_{A_c} f_c dA_c + \int_{A_s} f_s dA_s + \int_{A_p} f_p dA_p = N \quad (4.37)$$

og

$$\int_{A_c} f_c y dA_c + \int_{A_s} f_s y dA_s + \int_{A_p} f_p y dA_p = -M \quad (4.38)$$

Aksialkraften N er definert som strekk dersom størrelsen er positiv, og trykk dersom den er negativ. Momentet er positivt dersom dette forårsaker strekkspenninger under nøytralaksen.

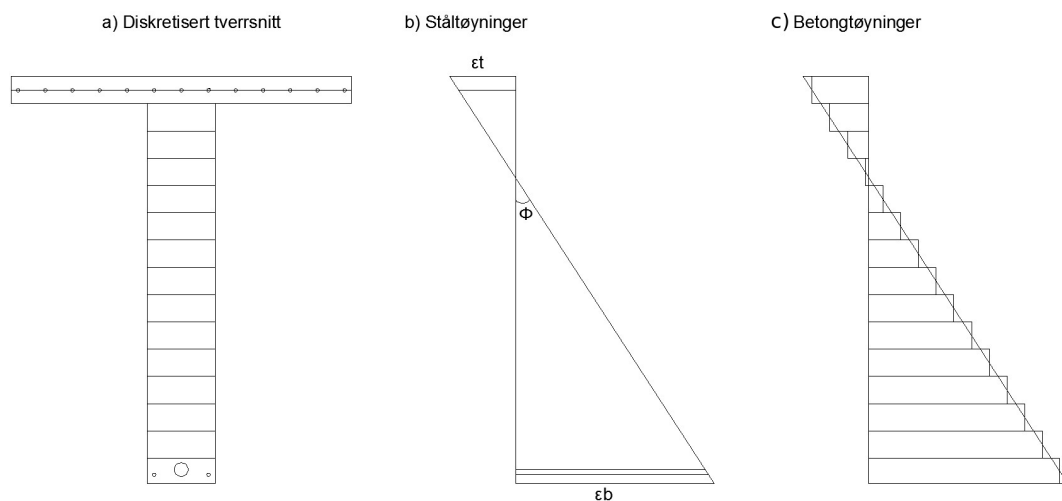
4.6.3 Materiallover

Responser i et vilkårlig betongtverrsnitt utsatt for den kombinerte virkningen av moment og aksialkraft, kan til slutt finnes dersom de respektive materiallovene for betong, armeringsstål og spennstål er kjente. For en gitt tøyningstilstand, kan spenninger over tverrsnittet finnes ved å benytte de respektive materiallovene. Når spenningene er kjente, kan moment og aksialkraft finnes ved å benytte likevektsrelasjonene i ligning (4.37)- og (4.38). Den endelige spenning- og tøyningstilstanden i tverrsnittet finnes til slutt når likevektsrelasjonene tilfredsstiller likevekt med ytre påført moment- og aksialkraft.

4.6.4 Lamellmetoden

Det finnes ulike metoder å forutsi moment-krumningsresponsen for et vilkårlig betongtverrsnitt på. I denne avhandlingen benyttes imidlertid *lamellmetoden* utviklet av Mitchell og Collins [16]. Metoden baserer seg på å diskretisere tverrsnittet i “lameller”, hvilket medfører at de fullstendige integrasjonsuttrykkene for likevektsrelasjonene i ligning (4.37) og (4.38), heller kan utføres ved numerisk integrasjon.

En enkel metode å utføre den numeriske integrasjonen på er å benytte Riemannsummer. Tverrsnittet deles opp i rektangulære lameller, der det videre antas at tøyningen i hver lamell er konstant og lik den virkelige tøyningen ved tyngdepunktet av lamellen, se figur 4.19c). Tilsvarende oppdeles langsgående armering ved lik elevasjon over tverrsnittet i armeringslag, der tøyningen i hvert lag antas å være konstant og lik den virkelige tøyningen ved tyngdepunktet i armeringslaget, se figur 4.19b). Spenningen i hver lamell og hvert armeringslag finnes ved å benytte de respektive materiallovene for betong, armeringsstål og spennstål. Kraften finnes til slutt ved å multiplisere spenningen med arealet av den respektive lamellen og det respektive armeringslaget, mens momentet finnes ved å multiplisere kraften med avstanden i tyngdepunktet av lamellen- og armeringslaget om en valgt referanseakse. Til slutt finnes total aksialkraft og moment ved å summere opp bidraget fra hver lamell og hvert armeringslag.



Figur 4.19: Diskretisering av betongtverrsnitt

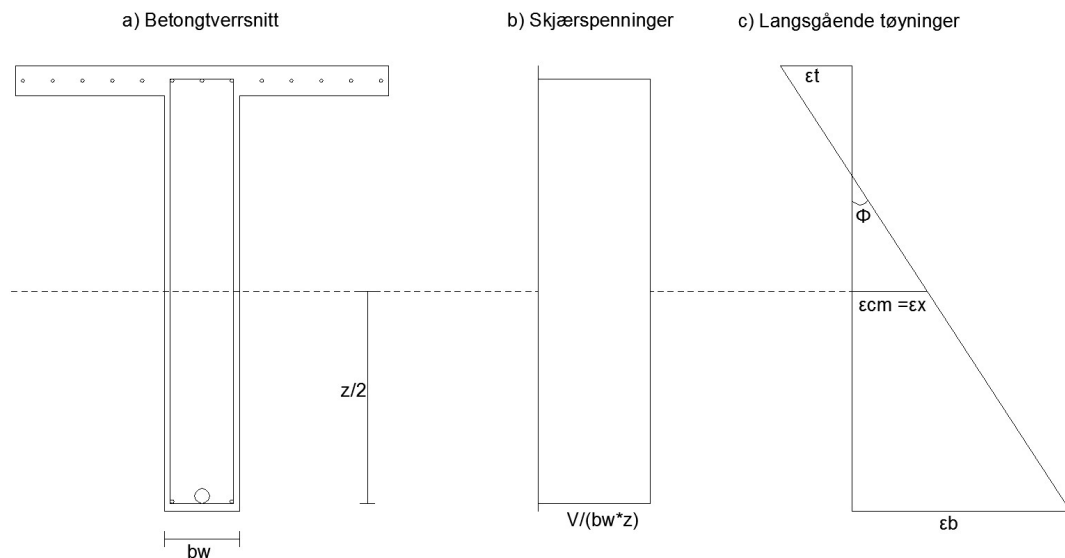
Dersom tverrsnittet diskretiseres og oppdeles “finere”, vil åpenbart resultatene forbedres ytterligere. Alternativt kan den numeriske integrasjonen utføres ved Trapesmetoden, eller Simpsons integrasjon dersom det antas en parabolisk spenningsfordeling over lamellhøyden. Dette er metoder som i aller høyeste grad vil kunne forbedre resultatene betraktelig, men som tilsvarende vil kunne føre til unødvendig økt beregningstid. I denne avhandlingen beregnes den numeriske integrasjonen ved å benytte Riemannsummer når tverrsnittet diskretiseres i rektangulære lameller.

4.6.5 Beregningsalgoritme for respons av betongtverrsnitt utsatt for kombinert virkning av moment, skjær- og aksialkraft

Det har nå blitt etablert relasjoner som gjør det mulig å beregne den kombinerte virkningen av skjær- og aksialkraft ved MTFT, og den kombinerte virkningen av moment- og aksialkraft ved lamellmetoden, respektivt for et vilkårlig betongtverrsnitt. Relasjoner i de respektive modellene skal nå benyttes til å etablere en beregningsalgoritme, som gjør det mulig å forutsi responsen for et vilkårlig betongtverrsnitt utsatt for den kombinerte virkningen av moment, aksial- og skjærkraft.

Før en slik beregningsalgoritme kan etableres, må det gjøres to nødvendige antakelser [16];

- En fordeling av skjærspenninger som følge av varierende bøyespenninger over tverrsnittshøyden (tidligere diskutert i delkapittel 4.1) neglisjeres. Det antas dermed en konstant skjærspenningsfordeling over det effektive skjærarealet, der størrelsen forenklet antas å være som gitt i ligning (4.1), se figur 4.20b).
- Den bi-aksiale spenning- og tøyningstilstanden som oppstår på grunn av skjær beregnes ved MTFT kun i en elevasjon over den effektive skjærhøyden z , og antas videre å være konstant over resten av tverrsnittet, se figur 4.20c). Den langsgående tøyningen ϵ_x ved denne elevasjonen benyttes som en initiell verdi på krumningstilstanden i tverrsnittet.



Figur 4.20: Kombinert virkning av moment og skjærkraft

Det må fattes en viktig avgjørelse på hvor i den effektive skjærhøyden den langsgående tøyningen ϵ_x skal betraktes. Da skjærspenningene i virkeligheten varierer over den effektive skjærhøyden, vil verdien på ϵ_x avhenge av størrelsen på skjærspenningen i betraktet elevasjon. Mitchell og Collins [16] diskuterer viktigheten av denne avgjørelsen, da en økning av ϵ_x reduserer tverrsnittets skjærkapasitet. Intuitivt ville det dermed

vært naturlig og konservativt å foreta en betraktning ved en elevasjon som gir den største verdien av ϵ_x . Betongtverrsnitt med innlagt tverrarmering vil imidlertid være i stand til å kunne omfordele skjærspenninger i høyt belastede områder til mindre belastede områder, og at det dermed av den grunn gjør det fornuftig å betrakte ϵ_x i den halve effektive skjærhøyden $z/2$ [16], se figur 4.20.

Alle nødvendige relasjoner og antakelser har nå blitt grundig diskutert, og vil være nok til å kunne danne grunnlaget for en egnet beregningsalgoritme som kan forutsi responsen i et vilkårlig betongtverrsnitt, utsatt for den kombinerte virkningen av moment, skjær- og aksialkraft. Beregningsalgoritmen følger samme stegvise prosedyre som Mitchell og Collins [16] anbefaler, men materialmodeller har imidlertid etter hensikt blitt fornyet i henhold til Eurocode 2 [18]. En egnet beregningsalgoritme til programmering vil være som følger;

A Iterasjon på hovedstrekk-tøyningen ϵ_1

1. Anta en hovedstrekk-tøyning ϵ_1

B Iterasjon på vinkelen θ

1. Anta en en vinkel θ på hovedtrykk-tøyningen ϵ_2
2. Beregn rissvidden w fra ligning (4.29), (4.30), (4.31) og (4.32)
3. Beregn rissets evne til å kunne overføre skjærspenninger v_{ci} fra ligning (4.26)

C Iterasjon på spenning f_v i tverrarmering

1. Anta en spenning f_v i tverrarmering
2. Beregn hovedtrekkspenningen i betongen f_{c1} fra ligning (4.25) og (4.27), og velg den minste verdien
3. Beregn skjærkraftresultanten V fra ligning (4.18)
4. Beregn hovedtrykkspenningen i betongen f_{c2} fra ligning (4.17)
5. Beregn maksimal hovedtrykkspenning i betongen f_{c2max} fra ligning (4.24)
6. Foreta en kontroll ved å sjekke at $f_{c2} \leq f_{c2max}$. Dersom $f_{c2} > f_{c2max}$ knuser betongen slik at det ikke vil oppnås likevekt i vertikal retning. Det må dermed returneres til steg A1 og velges lavere verdi for hovedtrekk-tøyningen ϵ_1
7. Beregn hovedtrykk-tøyningen i betongen fra ligning (4.23) ved

$$\epsilon_2 = \epsilon_{ck} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{f_{c2}}{f_{c2max}}} \right)$$

8. Beregn vertikale og langsgående tøyninger fra ligning (4.15) og (4.16) ved

$$\epsilon_x = (\epsilon_1 \tan^2 \theta + \epsilon_2) / (1 + \tan^2 \theta)$$

$$\epsilon_y = (\epsilon_1 + \epsilon_2 \tan^2 \theta) / (1 + \tan^2 \theta)$$

9. Beregn skjærtøyningen γ_{xy} fra ligning (4.14)
10. Beregn spenningen f_v i tverrarmering fra ligning (4.22)
11. Dersom spenningen i tverrarmeringen er forskjellig fra den antatte spenningen f_v i steg C1, må det returneres til steg C1 og velges en forbedret antakelse av spenningen. Dersom de to spenningene imidlertid er like, vil vertikal likevekt lokalt i riss for tverrsnittet være tilfredsstillt.

D Iterasjon på langsgående tøyning i bunn tverrsnitt ϵ_b

1. Velg den langsgående tøyningen ϵ_{cm} i den halve effektive skjærhøyden $z/2$ (evt. halve steghøyden) til å være lik ϵ_x som ble funnet i steg C8, se figur 4.20 for illustrerende betydning. Referanseaksen for tverrsnittet velges til å være i samme elevasjon
2. Anta en verdi for den langsgående tøyningen i bunn ϵ_b
3. Beregn krumningen φ i tverrsnittet fra ligning (4.33)
4. Beregn betongtøyningen ϵ_c for hver lamell i henhold til valgt diskretisert betongtverrsnitt fra ligning (4.34)
5. Beregn tøyningen i slakkarmering ϵ_s og spennarmering ϵ_p fra henholdsvis ligning (4.35) og (4.36)
6. Beregn betongspenningen f_c i hver lamell i henhold til materialmodell for betong fra EC2 [18] ved

$$f_c = f_{ck} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{ck}} \right)^2 \right] \quad \text{for } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{ck}$$

$$f_c = f_{ck} \quad \text{for } \epsilon_{ck} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$$

der ϵ_{cu} er bruddtøyningen

7. Beregn spenningen i langsgående slakkarmering f_s og spennarmering f_p fra henholdsvis ligning (4.20) og (4.21)
8. Beregn aksialkraften i en betonglamell ved å multiplisere spenningen med arealet i den respektive lamellen. Aksialkraften fra betongen N_c beregnes til slutt ved å summere opp bidraget fra hver lamell
9. Beregn aksialkraften fra slakkarmering N_s og spennarmering N_p ved å multiplisere armeringsspenningen med arealet

10. Beregn det totale momentbidraget M fra betongen M_c , slakkarmering M_s og spennarmering M_p , ved å multiplisere aksialkrefter i betonglameller og armeringslag med sine respektive avstander om den valgte referanseaksen. Det totale momentbidraget M finnes ved å summere opp de respektive bidragene.
11. Dersom det totale momentbidraget M er ulikt det ytre påsatte momentet, må det velges en ny verdi for tøyningen i bunn tverrsnitt ϵ_b i steg D2
12. Beregn aksialkraften $N = N_c + N_s + N_p$ fra den aktuelle krumningstilstanden
13. Beregn den totale aksialkraften for tverrsnittet ved

$$N_{tot} = N - V \cot \theta$$

når strekkspenningenes bidrag fra betongen neglisjeres og $V \cot \theta$ er den horisontale resultanten til hovedtrykkspenningen f_{c2}

14. Dersom den totale aksialkraften N_{tot} er ulik den ytre påførte aksialkraften, må det antas en ny vinkel θ i steg B1. En økning av θ gir økning i den totale aksialkraften N_{tot}
15. Dersom skjærkraften V i steg C3 er ulik den ytre påførte skjærkraften, må det antas en ny hovedstrekk-tøyning ϵ_1 i steg A1. En økning av ϵ_1 gir økning i skjærkraft V

Fra et programmeringsståsted vil beregningsalgoritmen kreve totalt fire store iterasjoner som er gjensidig avhengige, hvilket kan kreve høy beregningstid avhengig av programmeringsspråk. Tiltak som kan redusere beregningstiden er å justere og senke kravene til betingelser for likevekt i algoritmen. I tillegg kan det eksempelvis være økonomisk regneeffektivt å redusere en iterasjon, ved å eksempelvis styre valget av verdien på hovedstrekk-tøyningen ϵ_1 selv. Andre metoder kan være å velge en grovere diskretisering av betongtverrsnittet, som i stor grad vil føre til mindre beregningstid for den numeriske integrasjonen av spenninger over tverrsnittshøyden.

I beregningsalgoritmen over, har det som diskutert tidligere, blitt gjort forenklete antakelser ved at det antas en konstant skjærspenningsfordeling over den effektive skjærhøyden, samt at beregningen av bi-aksiale tøyninger- og spenninger ved MTFT kun utføres i en valgt elevasjon, og dermed videre antas å være konstant over den effektive skjærhøyden. En slik antakelse medfører at vinkelen på hovedtrykk-tøyningen θ forblir konstant over den effektive skjærhøyden, og virker dermed motstridende i forhold til det som ble diskutert i delkapittel 4.2. Det mest riktige ville vært å beregne den bi-aksiale tilstanden ved MTFT for hver lamell over skjærhøyden, ved å anta konstant skjærspenning i de respektive lamellene. På denne måten kan skjærspenningsfordelingen over tverrsnittet finnes. Vecchio og Collins [10] viser hvordan dette utføres ved å betrakte likevekt for en seksjon med to nærliggende tverrsnittsflater. Resultatene fra metoden fremviser at vinkelen på hovedtrykk-tøyningen θ varierer over tverrsnittshøyden, hvilket samsvarer med det som diskuteres i delkapittel 4.2. Metoden vil imidlertid

kreve svært høy beregningstid, da responsen i hver lamell beregnes ved MTFT. Den summerte skjærresultanten fra hver lamell skal til slutt være i likevekt med den ytre påførte skjærkraften.

Vecchio og Collins [10] diskuterer forskjeller i den “forenklede-” og den mer detaljerte beregningsmetoden, der det poengteres at metodene viser kun små forskjell i resultater. Den forenklede metoden er imidlertid mer konservativ, og krever betraktelig lavere beregningstid. På bakgrunn av dette, vil det være mer hensiktsmessig både med tanke på økonomisk regneeffektivitet og resultater, å benytte den diskuterte “forenklede” metoden i dette kapittelet i avhandlingen.

Kapittel 5

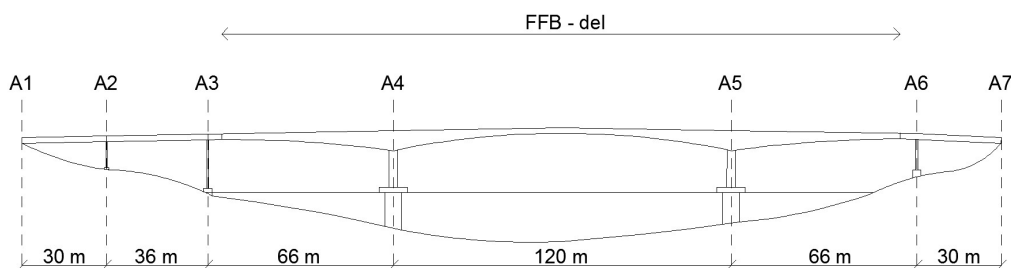
Sålåsund bru

Skjærriss og overfløydige deformasjoner i hovedspenn har som kjent blitt observert i flere fritt frambygg bruer den senere tid. Oppståelsen av disse fenomene har gitt brukonstruktører en generell bekymring om at utilsiktede effekter utelukkes i prosjekteringsfasen for denne type brukonstruksjoner. Sålåsund bru er en fritt frambygg bru som innehar de samme problemene, og benyttes dermed i denne avhandlingen som eksemplifisering av fenomenene.

Innholdet i dette kapitlet danner hovedgrunnlaget for den numeriske modellen som etableres i kapittel 6. Dersom den langtidsutviklende oppførselen til brukonstruksjonen skal kunne gjenskapes, må geometri, randbetingelser og ikke minst byggehistorikken representeres mest mulig nøyaktig i den numeriske modellen.

5.1 Innledning

Sålåsund bru ligger i Aure kommune, Møre og Romsdal, nær kystbyen Kristiansund i Nordmøre og ble åpnet for ferdsel i 1977. Brua er en del av Riksveg 680 som går fra Kristiansund til Stormyra i Hemne. Konstruksjonen består av seks spenn og tilhørende syv akser. Brukonstruksjonen har en total lengde på 348 meter med et hovedspenn på 120 meter, se figur 5.1.



Figur 5.1: Sålåsund bru

Oktober 2010 utførte Statens Vegvesen [33] kontroller og inspeksjoner på brua som følge av observerte skjærriss og tydelige deformasjoner i hovedspennet, hvilket gav en direkte bekymring for konstruksjonens bærende kapasitet. Det har i ettertid blitt kunngjort en pressemelding om at det kan bli nødvendig å redusere tillatte vektgrenser for godstog ved ferdsel over brua. Tilsvarende problemer har blitt oppdaget i flere bruer av denne konstruksjonstypen, og fenomenene undersøkes dermed ved å benytte Sålåsund bru som eksemplifisering.

5.2 Geometri og utforming

Konstruksjonen består av to sidespenn henholdsvis fra akse A1-A3 og akse A6-A7, og en hoveddel fra akse A3-A6. Hoveddelen ble bygd etter fritt frambygg metoden, hvor utkragerne ble støpt seksjonsvis og balansert fra hovedpilarer i henholdsvis akse A4 og A5. Sidespennene i akse A1-A3 og akse A6-A7 ble støpt kontinuerlig på opplagrede stillas, og ble ikke bygd etter fritt frambygg metoden. Sidespennet fra akse A1-A3 ble imidlertid ikke støpt fullstendig kontinuerlig, men ble bygd med en støpeskjøt ved akse A2. Samtlige spenn i brukonstruksjonen er forspent.

Utkragerarmene fra henholdsvis akse A4-A3 og akse A5-A6 i fritt frambygg delen består av 11 seksjoner hver, mens hovedspennet består av totalt 22 seksjoner. Støpe-seksjonene har en lengde på 5 meter, bortsett fra koblingseksjonen fra kragarmene ved midtsnitt, som har en lengde på 4 meter.

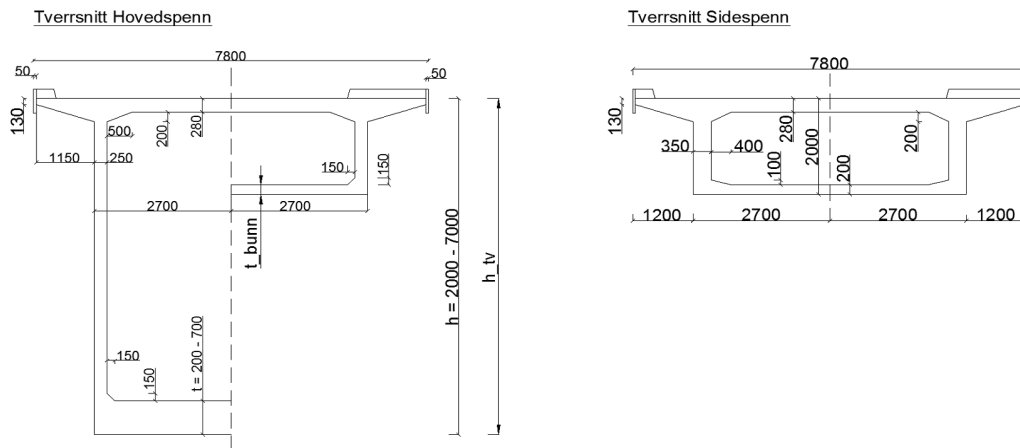
5.3 Tverrsnitt bruoverbygning

Tverrsnittet i bruoverbygningen er utformet som hule kassetverrsnitt, se figur 5.2. Den totale høyden i kassetverrsnittet for fritt frambygg delen varierer som kjent, og er 7 meter over hovedpilarer og 2 meter ved midtsnitt. Tilsvarende varierer tykkelsen på undergurt fra 700 mm over hovedpilarer og 200 mm ved midtsnitt. Størrelser på kassetverrsnittet i sidespenn er konstante.

Bruklassifiseringsstandarden HB238 [32] angir at trykkfastheten for bruoverbygningen tilsvarer en betongkvalitet B30 i henhold til Eurocode 2 [18]. Det er lagt inn totalt 10 gjennomgående spennkabler (i steg) i sidespenn, mens det i fritt frambygg delen er lagt inn totalt 80 kabler i overgurt, og 22 kabler i undergurt. Hver kabel består av 12 spennliner, der hver spennline har en diameter på 0.5" og tilhørende stålkvalitet $f_{p,0.2,k} = 1550$ MPa.

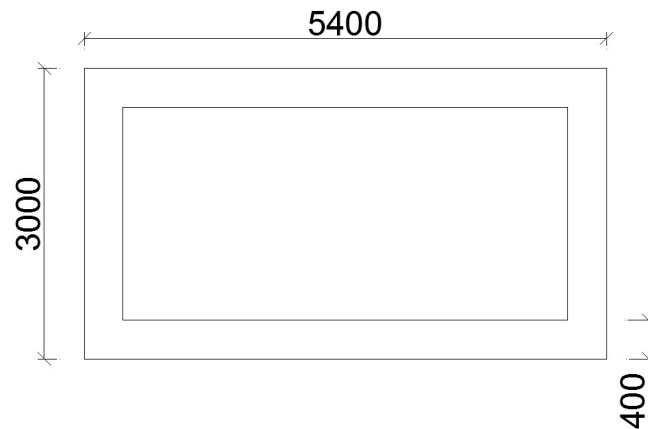
5.4 Underbygning

Underbygningen består av søyler og fundamenter som understøtter bruoverbygningen. I sidespenn består søylene av massive rektangulære betongtverrsnitt med dimensjoner



Figur 5.2: Tverrsnitt bruoverbygning

500 mm x 3000 mm i akse A2, og 800 mm x 3000 mm i både akse A3 og A6. Hovedpilarer i akse A4 og A5 består av lukkede rektangulære hule betongtverrsnitt med ytre dimensjoner 3000 mm x 5400 mm, som hviler på massive rektangulære søylefundamenter, se figur 5.3. Rotasjon om tverrsnittets sterke akse er orientert langs med bruas lengderetning. Bruklassifiseringsstandarden HB238 [32] angir at materialfastheten på søyler og fundamenter tilsvarer en betongkvalitet B25 i henhold til Eurocode 2 [18].



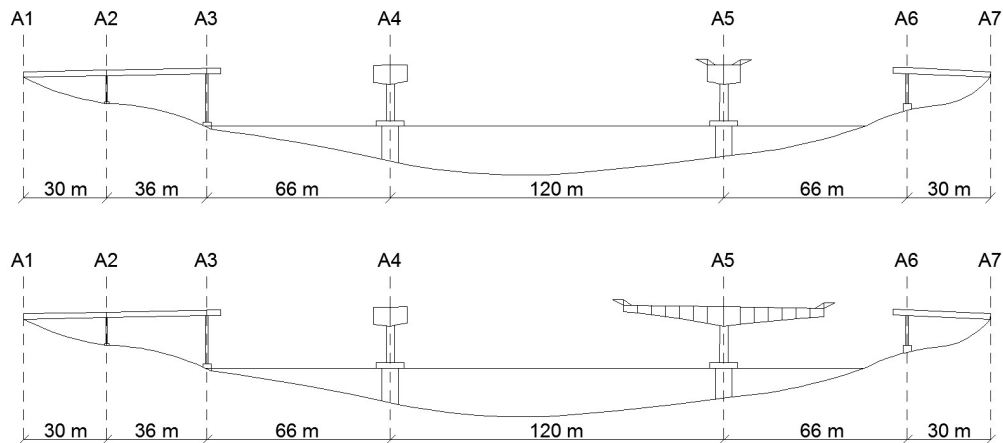
Figur 5.3: Søyletverrsnitt i hovedpilarer

5.5 Randbetingelser

Ved landkar er det innført glidelagere, mens det i overgang mellom søyler og fundament kan antas full innspenning. Videre kan det antas stiv forbindelse i overgang mellom søyler og bruoverbygning.

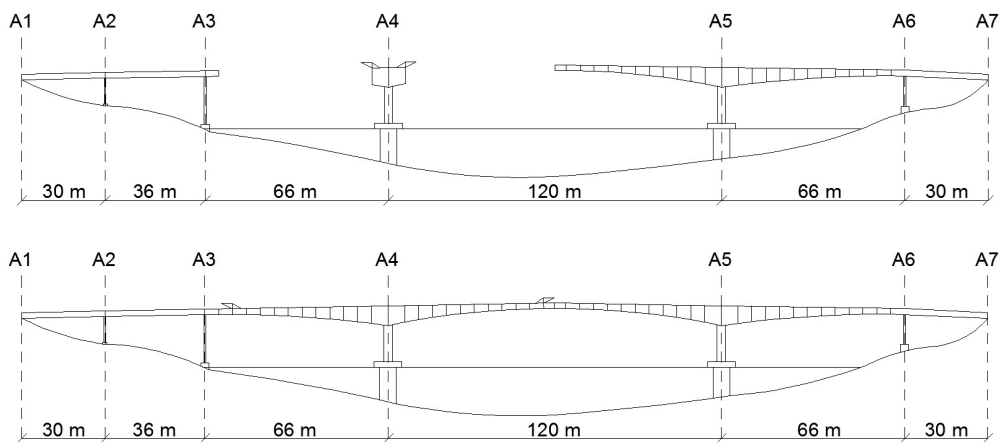
5.6 Byggehistorikk

Utbygging av Sålåsund brua begynte med støpearbeid av sidespenn og hovedpilarer. Søylene og søylehode i hovedpilarer ble støpt ved klatreforskaling, før forskalingsvogner ble tilkoblet søylehodene. Spennarmeringen (i steg) i sidespenn ble spent opp før stillaset ble revet.



Figur 5.4: Utbygging av kragarmer fra akse A5

Ved utbygging av fritt frambygg delen ble det benyttet kun to forskalingsvogner. Utbygging av kragarmer begynte fra akse A5, se figur 5.4. Etter at kragarmen ble tilkoblet sidespennet ved akse A6, ble forskalingsvogner flyttet og klargjort til utbygging av kragarmer fra søylehode i akse A4, se figur 5.5. I denne tilstanden vil fritt frambygg delen som er blitt bygd ut fra akse A5 være i en statisk ubestemt tilstand, og vil dermed være utsatt for tvangskrefter som følge av kryp, svinn og temperaturvariasjoner. Etter sammenkobling av kragarmer ved midtsnitt i hovedspennet og ved akse A3, vil hele brukonstruksjonen være en samvirkende enhet, og vil dermed være statisk ubestemt.



Figur 5.5: Utbygging av kragarmer fra akse A4

Det er blitt ført gjennomgående spennarmering i overgurt for fritt frambygg delen. Det ble spent opp et visst antall nødvendige spennkabler for hver utbyggingsseksjon, slik at konstruksjonen i byggetilstand forble uopprisset, samt for at elevasjonen av kragarmer ble korrigert i henhold til prosjekterte overhøyder. Etter sammenkobling av kragarmer, ble spennkabler i undergurt spent opp ved midtsnitt og ved akse A3 og A6.

Utbygging av en støpeseksjon bestod typisk av

- Slakkarmering av undergurt, steg og bruplate
- Montering av rør og forankringer for spennarmering
- Utstøping av undergurt, steg og bruplate
- Installering og oppspenning av spennarmering

Arbeidssyklusen for hver seksjon varte i omtrent 7 døgn, før forskalingsvogner ble flyttet frem og klargjort til utbygging av neste seksjon. Spennarmering ble spent opp etter 3-4 dagers herding av betongen.

Kapittel 6

Numerisk modellering

Det utføres numerisk tidsavhengige analyser av Sålåsund bru i FEM analyseprogrammet RM Bridge V8i V08.10.07.02, som videre i avhandlingen betegnes ved RM. En slik numerisk analyse av fritt frambygg bruer er meget omfattende å utføre, uavhengig av om bidraget fra fenomenene kryp og svinn inkluderes. I dette kapitlet diskuteres og fremlegges teorien som ligger til grunn for numeriske beregningsmetoder i RM, og valg av parametere og metoder som påvirker den numeriske modellen. Materialmodeller som benyttes i analysen er i henhold til Eurocode 2 [18], som tidligere ble presentert i delkapittel 3.2.4.

Takacs [23] fremla en generell notasjon i sin Ph.D-avhandling om at *det er relativt enkelt å dimensjonere bruddkriterier for en betongkonstruksjon innenfor en akseptabel sikkerhetsmargin, men dens eksakte oppførsel er kun kjent av konstruksjonen selv*. Denne notasjonen forsterkes spesielt ved analyser av fritt frambygg bruer som består av uvanlig store tverrsnittshøyder- og generell geometri. Det er dermed essensielt i en numerisk analyse av slike konstruksjoner å ha oversiktlig kontroll på beregninger som programmet utfører, og samtidig fremstå kritisk til resultater.

6.1 Elementformulering

6.1.1 Innledning og forutsetninger

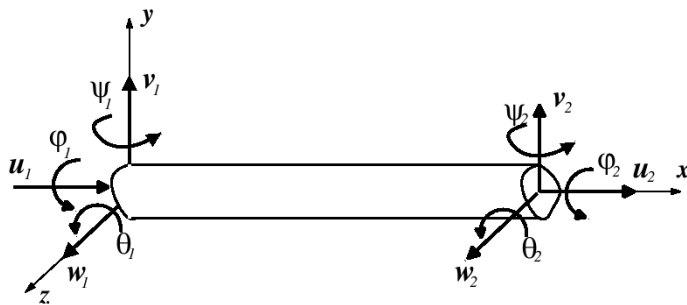
Numeriske analyser i RM utføres ved bjelkeelementer med frihetsgrader i det tredimensjonale plan. Elementformuleringen er basert på Timoshenkos bjelketeori. Dette medfører at første ordens skjærdeformasjoner betraktes i tillegg til bøyedefformasjoner, og avviker dermed fra klassisk Euler-Bernoulli bjelketeori. Da et av hovedproblemstillingene i avhandlingen omhandler skjærdeformasjoner i fritt frambygg bruer, er det direkte relevant og høyst nødvendig at analysene utføres med bjelkeelementer som ivaretar denne effekten.

Forutsetninger for å kunne benytte bjelkeelementene i programmet er at materialet er

homogent og har lineær material oppførsel. Disse betingelsene oppfylles dersom konstruksjonen er utsatt for et relativt lavt spenningsnivå, slik at det kan antas en lineær spenningsfordeling over tverrsnittet og at betongen forblir uopprisset. Normalt tilfredsstillende fritt frambygg bruker disse betingelsene, da det hovedsakelig er summen av egenvekten til konstruksjonen og samlet forspenning som genererer de største spenningene i bruksgrensetilstand.

6.1.2 Teorigrunnlag

Formuleringen av det tredimensjonale bjelkeelementet i RM baseres som nevnt på Timoshenkos bjelketeori, hvilket betyr at plane tverrsnitt forblir plane men ikke nødvendigvis normale på den deformerte bjelkeaksen [35]. Dette medfører at det oppstår skjærtøyninger som tvinges til å være konstante over tverrsnittshøyden, i tillegg til vanlige bøyedefomasjoner. Det romlige elementet består av to noder i hver ende, med seks frihetsgrader i hver node som vist i figur 6.1.



Figur 6.1: 3D-bjelkeelement med to noder [35]

6.1.3 Elementstivhetsmatrise

Stivhetsmatrisen for et element når det kun betraktes frihetsgrader (tranlasjoner og rotasjoner) i xy-planet (2D), og det ses bort i fra aksialdeformasjoner er gitt ved [24]

$$\mathbf{k} = \frac{12E_c I_y}{(1 + \phi_z)L^2} \begin{bmatrix} 1/L & 1/2 & -1/L & 1/2 \\ 1/2 & (4 + \phi_z)L/12 & -1/2 & (2 - \phi_z)L/12 \\ -1/L & -1/2 & 1/L & -1/2 \\ 1/2 & (2 - \phi_z)L/12 & -1/2 & (4 + \phi_z)L/12 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

der

$$\phi_z = \frac{12E_c I_y k_y}{A_c G L^2} \quad (6.2)$$

hvor k_y i ligning (6.2) er en reduksjonsfaktor for tverrsnittsarealet A_c som ivaretar effekten av at skjærspenninger typisk varierer over tverrsnittshøyden, og L er bjelkeelementets lengde. Videre angir ϕ_z forholdet mellom bøye- og skjærstivheten. For et 3D-element superponeres stivhetsbidragene for ytterligere frihetsgrader.

6.1.4 Elementoppbygning og ytelse

Normalt oppstår det numeriske beregningsproblemer for bjelker når skjærdeformasjoner inkluderes i konvensjonelle FE-analyser. Typiske eksempler er henholdsvis det isoparametriske Timoshenko bjelkeelementet [35] og Mindlin bjelken [24]. Slike elementer har en tendens til å gjengi for stive forskyvningsresultater når slankheten øker, og fremkommer av at skjærdeformasjoner blir dominerende i forhold til bøyedeforasjoner. Av ren intuisjon skulle selvsagt det omvendte ha funnet sted, da skjærdeformasjoner naturligvis blir neglisjerbart for slanke konstruksjoner. Fenomenet referes ofte som *skjærlåsning*. Årsaken til dette er at de gjensidig avhengige feltfunksjonene ($u(x)$, $v(x)$, ..., $\phi(x)$), antas og behandles som fullstendig uavhengige- og ukoblede funksjoner. Dette medfører at feltfunksjonenes variasjon over bjelkens lengde kan interpoleres med enkle formfunksjoner som kun krever C^0 -kontinuitet [35]. Dette medfører imidlertid at skjærkomponenter i elementstivhetsmatrisen blir dominerende ovenfor bøyekomponenter når slankheten øker.

Skjærlåsning kan imidlertid hindres i ulik grad ved å innføre tiltak som redusert integrasjon, men elementets ytelse er fremdeles begrenset og ikke optimal. En annen metode er å behandle feltfunksjonene som gjensidig avhengige funksjoner, og konstruere formfunksjoner fra generelle løsninger til de homogene Euler-Lagrange differensiallikningene. Metoden gir et element som er fullstendig fri for skjærlåsning og en ytelse som fremprovoserer overlegen konvergens. En slik elementformulering er nærmere diskutert av Luo [35].

Elementstivhetsmatrisen i ligning (6.1) er utledet ved forskyvningsmetoden, og inneholder ikke lik bjelkeformulering som beskrevet i avsnittene over. Fordelen ved dette er at forskyvninger og nodekrefter beregnes "eksakt" i henhold til enhetslastmetoden, som ligger til grunn for prinsippet i forskyvningsmetoden [31] [1]. Dette medfører mange numeriske fordeler, der blant annet kravet til finere elementinndeling for å sikre konvergens som normalt gjelder ved generelle FE-analyser, ikke trengs å ta hensyn til. Dette gjelder naturligvis konstruksjoner med relativt enkel geometri og konstante tverrsnitt. For mer komplekse konstruksjoner hvor stivheter varierer og kompliserte laster betraktes, bør elementinndelingen være som anbefalt i delkapittel 6.2.4.

Når slankheten øker, reduseres forholdet mellom bøye- og skjærstivheten ϕ_z i ligning (6.2). Dette medfører at komponentene i ligning (6.1) reduseres til elementstivhetsmatrisen som gjelder for klassisk Euler-Bernoulli bjelketeori uten at skjærlåsning fremkommer. Dersom skjærdeformasjoner ønskes neglisjert settes enkelt $\phi_z = 0$, et valg RM tillater brukeren å gjøre.

Kort oppsummert sikrer formuleringen av elementet som benyttes i RM at ytelsen er

optimal, og at numeriske beregningsproblemer som skjærlåsning utelukkes. I tillegg tillater formuleringen brukeren å foreta et enkelt valg om bidraget fra skjærdeformasjoner ønskes inkludert eller neglisjert.

6.1.5 Innvirkning av skjærdeformasjoner

Som følge av uvanlig høye tverrsnitt i fritt frambygg bruer ved hovedpilarer, er det naturlig å ha en mistanke om at skjærdeformasjoner kan gi et ikke-ubetydelig påslag i totale deformasjoner. Dette gjelder spesielt i utbyggingsfasen for de første seksjonene der forholdet mellom spennvidde og tverrsnittshøyde, ligger under og ved grensen til hva som er kravet for å kunne benytte klassisk Euler-Bernoulli bjelketeori. Normalt har brukonstruktører i Norge neglisjert skjærdeformasjoner i sine beregninger, og dette bidraget ønskes dermed undersøkt for å kartlegge om det forbedrer nøyaktigheten i deformasjonsberegninger.

6.2 Geometrisk modell

6.2.1 Statisk modell og randbetingelser

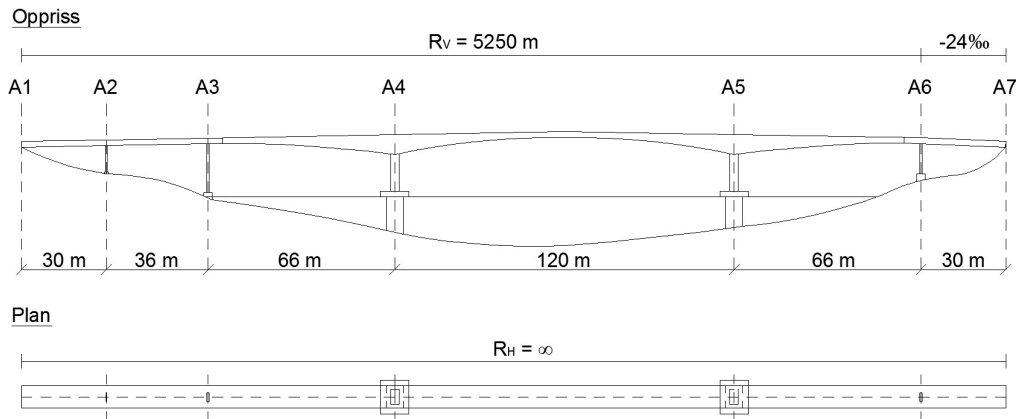
Den statiske modellen for Sålåsund bru kan betraktes som en rammekonstruksjon i det todimensjonale plan, se figur 6.2. Brua har totalt seks spenn og fem søyler, med tilhørende varierende lengder og stivheter. Overgang mellom bruoverbygning og søyler modelleres som momentstive hjørner. Videre modelleres overgang mellom søyler og fundament som fast innspenning. Ved begge landkar vil det kun være fastholding i vertikal retning.



Figur 6.2: Statisk system

6.2.2 Vegakse

Når bruer prosjekteres, baseres utformingen av konstruksjonens presise geometri på en kjent veglinje eller vegakse. Når brukonstruksjonens geometri utformes i RM, baseres denne tilsvarende på en definert vegakse fra brukeren. Programmet tillater brukeren å definere vegaksen både i oppriss og plan, ved hjelp av nødvendige funksjoner som er implementert i programmet. Fra denne informasjonen konstruerer RM vegaksens geometri presist i det tredimensjonale plan.



Figur 6.3: Vertikal- og horisontalkurvatur av vegakse

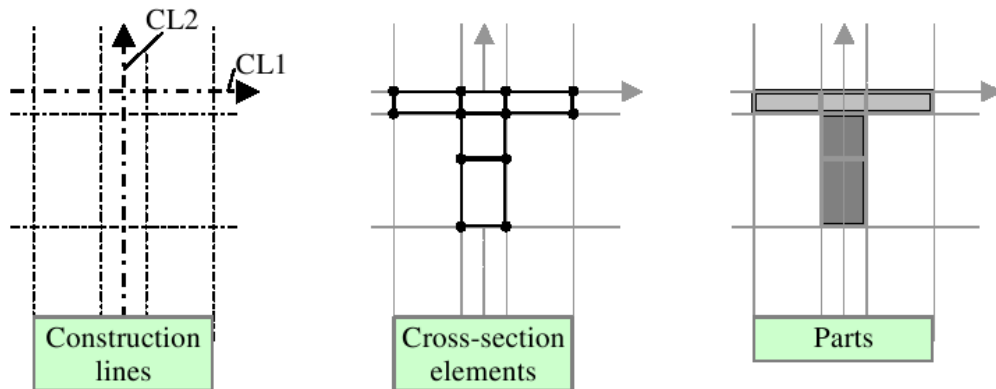
Vegaksen for Sålåsund bru er vist i figur 6.3. Vegaksen vil i oppriss ha en vertikal-kurvatur med en slak radius $R_v = 5250\text{m}$ fra akse A1-A6. Fra akse A6-A7 vil vegaksen ha et vertikalt fall på 2.4%. Vegaksen vil i plan ikke ha noe horisontalkurvatur ($R_H = \infty$), og vil dermed være fullstendig parallell med vertikalplanet over brukonstruksjonens lengde. Dette medfører at brua kan betraktes som en rammekonstruksjon i det todimensjonale plan.

6.2.3 Tverrsnitt

Tverrsnittsgeometrien for både sidespenn og hovedspenn defineres implisitt ved å benytte *konstruksjonslinjer* i RM. Konstruksjonslinjer genererer på ingen måte tverrsnittsdata i programmet, men er ment som hjelpelinjer for å kunne definere konturer av tverrsnittet. Dette gjør det blant annet enklere og mer intuitivt for brukeren å definere tverrsnittsvariable, som for Sålåsund bru gjelder steghøyden og tykkelsen av undergurt i fritt frambygg delen.

Selve tverrsnittet defineres og partisjoneres eksplisitt ved å benytte *tverrsnittselementer*. Et tverrsnittselement er et to-dimensjonalt element som består av et området med fire sider, og som omlukkes av konstruksjonslinjer [29], se figur 6.4. Videre kan hvert tverrsnitt bestå av flere *tverrsnittsdeler* som eksempelvis gjelder ved bruk av komposittmateriale, eller samvirke konstruksjoner.

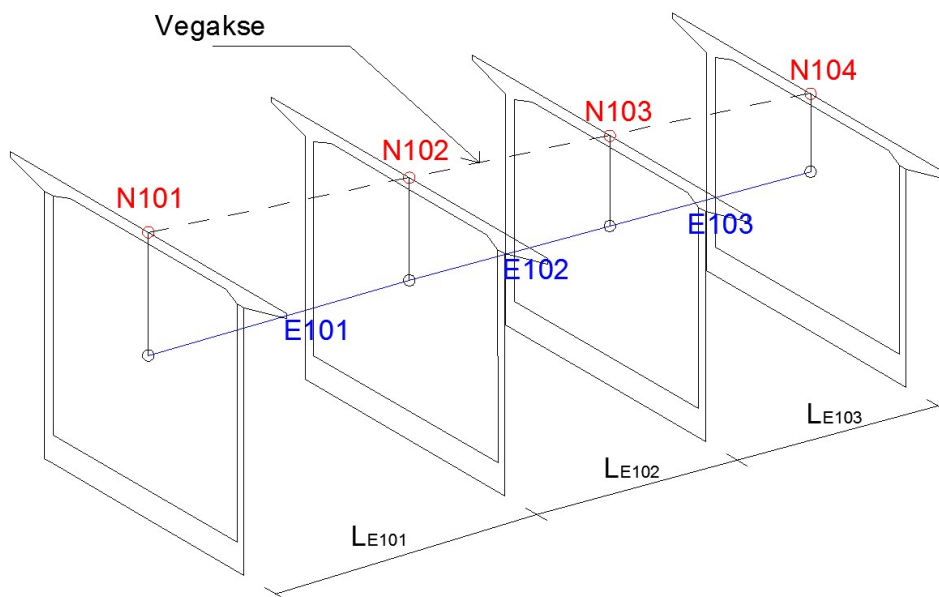
Tverrsnittet defineres i begynnelsen og enden av et bjelkeelement, der gjennomsnittet fra disse verdiene benyttes ved beregning av tverrsnittsdata for elementet; areal, annet arealmoment, tyngdepunkt, skjærarealer i Y- og Z-retning, annet arealmoment for torsjon og skjærcenter. RM benytter en implementert konsistent algoritme ved beregning av tverrsnittsdata, uavhengig av tverrsnittsgeometri. Videre benytter programmet 9-noders isoparametriske tverrsnittselementer [28]. Fordelen ved dette er at de kvadratiske formfunksjonene for elementet sikrer gode resultater, selv ved relativt grov elementinndeling av tverrsnittet.



Figur 6.4: Definisjon av konstruksjonslinjer, tverrsnittelementer og tverrsnittsdeler [29]

6.2.4 Segmentering

Geometrisk modellering i RM baseres generelt på *konstruksjonssegmenter*, som i utgangspunktet er romlige legemer med vilkårlig geometri- og lengdeakser i langsgående retning [28]. Segmenter skapes når vegaksen oppdeles og tildeles tverrsnittsgeometri i hvert oppdelingspunkt. Konstruksjonssegment og oppdelingspunkt er synonymt med henholdsvis *konstruksjonselement* og *konstruksjonsnode*. Et konstruksjonssegment skapes dermed mellom hver node på bakgrunn av tverrsnittsgeometri, materialegenskaper og oppdelingslengde langs vegaksen. En oppdeling av vegaksen kan direkte sammenlignes med elementinndeling/forfining av en global struktur i konvensjonelle FE-analyser.



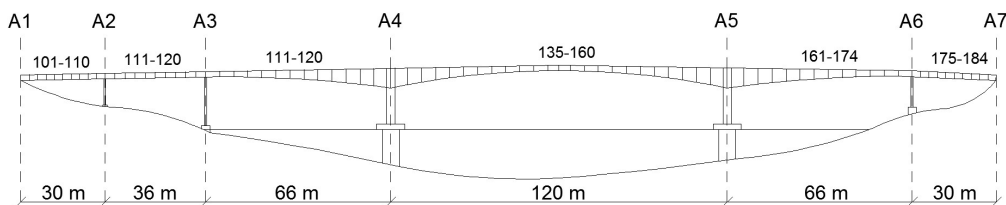
Figur 6.5: Segmentering av vegakse

Figur 6.5 illustrerer kortfattet hvordan RM segmenterer. Brukeren bestemmer eksplisitt hvordan vegaksen oppdeles ved å angi antall noder og avstanden mellom dem. I hver node angis videre ønsket tverrsnittsgeometri. Når dette er definert skapes konstruksjonselementer ved hjelp av geometriske linjer som går gjennom tyngdepunktene for hvert tverrsnitt, og definerer dermed med dette elementaksenes retning og orientering. Konstruksjonselementet som benyttes i programmet har en tilsvarende elementformulering som beskrevet i delkapittel 6.1.

Elementer ligger alltid mellom to noder, og er stivt forbundet og koblet til disse nodene med en viss eksentrisitet. Eksentrisiteten i et koblingspunkt er avstanden mellom tyngdepunktet for et vilkårlig tverrsnitt og vegaksen. Geometriske parametere varierer lineært over lengden til elementet, dersom tverrsnittet i de respektive nodene elementet er tilkoblet, har ulik geometri.

Vegaksen på Sålåsund bru har som nevnt tidligere en vertikal kurvatur, slik at tverrsnittene som defineres nødvendigvis ikke står normalt på denne. RM beregner imidlertid stivheten til elementet forenklet ved å anta at tverrsnittet står normalt på vegaksen, og foretar dermed ingen ytterligere transformasjoner som følge av dette [28].

Ytre laster som påsettes konstruksjonselementer omgjøres til nodelaster. I tillegg benytter som kjent RM gjennomsnittsverdier av tverrsnittsdata, når stivheten varierer over lengden på elementet. Dette gjør at det stilles krav til å ha en tilstrekkelig elementinndeling i fritt frambygg bruer, for å få en rimelig tilnærming av den geometriske kurvaturen i overbygningen. I tillegg forbedres resultatplotter i post-prosesseringen betraktelig. For Sålåsund bru har sidespenn fått en oppdeling på ti elementer mellom hver akse, mens det i fritt frambygg delen benyttes et element for hver utbyggingsseksjon, se figur 6.6. Totalt består bruoverbygningen i den numeriske modellen av 84 bjelkeelementer.



Figur 6.6: Segmentering og nummerering av elementer for Sålåsund bru

6.3 Modellering av spennarmering

6.3.1 Introduksjon og teorigrunnlag

Numerisk modellering av spennarmering er ofte et svært innviklet problem, og kan bidra til usikkerheter i deformasjonsresponsen for en brukonstruksjon. Årsaken til det er fysiske parametere som ofte avhenger av hverandre, men som er vanskelig å modellere

med god tilnærming. Den totale deformasjonen bestemmes hovedsakelig fra summen av bidragene til egenvekten og den motvirkende effekten fra forspenningen. Et lite avvik fra de respektive bidragene, kan resultere i store avvik for den summerte verdien. Fysiske fenomener og egenskaper som bidrar til usikkerheter tilknyttet problemet, diskuteres i dette delkapittelet.

For Sålåsund bru benyttes det intern spennarmering som blir installert ved hjelp av kabelrør i forskalingen før betongen støpes ut. Etter at betongen har blitt støpt ut og fått herde tilstrekkelig, tres spennarmeringen gjennom kabelrørene og spennes opp med en forspenningskraft. Metoden kalles *etteroppspenning*, og benyttes normalt i fritt frambygg bruer. Spennarmeringen legges i overgurt (og i undergurten ved midtspenn) og forankres for hver støpeseksjon. Spennarmeringen vil dermed være eksentrisk i forhold til tyngdepunktet i tverrsnittet, hvilket genererer en gunstig P-delta effekt som motvirker momenter fra egenvekter og ytre laster. Total forspenningskraft avhenger av hvor mange spennkabler som spennes opp og forankres i hver støpeseksjon.

Normalt spennes det kun opp fra en side av utragerne over søylen, med mindre kablene blir veldig lange¹. Forspenningskraften i en spennkabel varierer over kabelens lengde og med tiden. Årsaken til det er at den initielle forspenningskraften som påføres i oppspenningsenden opplever tap fra friksjon, låsetap, relaksasjon av spennstål og forkortning av betongseksjonene som følge av elastiske-, kryp- og svinndeformasjoner.

Det skilles mellom om spennkabler i etteroppspente konstruksjoner er *injiserte* eller *uinjiserte*. En spennkabel injiseres normalt med mørtel rett etter oppspenning, for å etablere fullstendig heft mellom spennarmeringen og betongen. Enhver deformasjon i betongkonstruksjonen, vil dermed gi ekvivalent deformasjon i spennarmeringen. Kablene vil i en slik tilstand være integrert i konstruksjonen og gi en ytterlig stivhet til tverrsnittet. Uinjiserte spennkabler vil derimot på ingen måte ha noe heft med betongen. Kablene vil dermed fremstå som en unik komponent, og tøyninger i spennarmeringen vil kun være påvirket av initielle tøyninger ($\Delta\epsilon_p$) som oppstår fra oppspenningsfasen. Uinjiserte spennkabler bidrar ikke til å øke stivheten i tverrsnittet. I fritt frambygg bruer injiseres normalt kablene simultant i én fase, først etter at hele bru-konstruksjonen er ferdigstøpt.

6.3.2 Friksjon- og låsetap

Når spennarmeringen i kabelrørene spennes opp, vil ikke oppspenningskraften være konstant over kabelens lengden slik det ideelt sett skulle vært. Årsaken til det er at det oppstår tap som følge av friksjon mellom spennarmeringen og kabelrørene. Friksjonstapet skyldes to hovedkomponenter; tiltenkt kurvatur av spennkabelen og tilleggs-krumninger. Tap fra tiltenkt kurvatur oppstår dersom spennkabelen legges inn med en forhåndskrumning i betongkonstruksjonen. Dette medfører at det oppstår normaltrykk fra spennstålet mot kabelrørene som resulterer i friksjonstap på oppspenningskraften. Dersom det legges inn rette spennkabler vil det alltid oppstå tilleggskrumninger som

¹Dersom spennkabler blir over 100 meter lange spennes det som regel opp fra to sider over søylen for å unngå for store tap i spennkabelen

følge av at kablene monteres langs oppleggspunkter. Dette medfører dermed utilsiktede tilleggskrumninger av spennkabler som vil gi ytterligere friksjonstap. Kraften langs et vilkårlig punkt langs spennkabelens akse kan estimeres ved Coulomb friksjonsmodell [16]

$$P(x) = P_0 \cdot e^{(-\mu\alpha + Kx)} \quad (6.3)$$

hvor

$P(x)$ er kraften i spennkabelen ved en avstand x fra den aktive forankringsenden

P_0 er oppspenningskraften ved den aktive forankringsenden

μ er Coloumb friksjonskoeffisienten

α er total tilsiktet vinkelendring i radianer over en avstand x

K er tilleggskrumning koeffisienten per lengdeenhet

Verdien for Coloumb friksjonskoeffisienten μ avhenger av overflatekarakteristikker for spennstålet og kabelrøret. Tilleggskrumning koeffisienten K avhenger av både friksjonskoeffisienten μ og konstruksjonsmetoden. Leverandøren av spennarmeringen oppgir som oftest anbefalte verdier for de respektive koeffisientene. Dersom disse verdiene imidlertid er ukjente kan verdier fra Eurocode 2 [18] benyttes, der det anbefales at $\mu = 0.15 - 0.20$ og $K = 0.005 - 0.01 \text{ m}^{-1}$. For den numeriske modellen i denne avhandlingen benyttes koeffisientene $\mu = 0.18$ og $K = 0.003 \text{ m}^{-1}$ etter anbefalinger av leverandøren for spennarmeringen.

Når forspenningskraften overføres fra oppspenningsjekkene til betongen, vil det oppstå tap som følge av glidning i låsekilen i den aktive forankringsenden. Kun en viss lengde av spennkabelen vil være påvirket av dette låsetapet, ettersom friksjonen motvirker ytterligere glidning av spennstålet. Tap av forspenningskraft som følge av låsetapet, avtar med økende avstand langs kabelens akse fra den aktive forankringsenden og forsvinner til slutt etter en viss lengde. Denne lengden avhenger av størrelsen på glidningen i låsekilen og type forankring som benyttes. I denne avhandlingen settes glidningen til å være 6 mm etter anbefaling av leverandøren for spennarmeringen.

Tiltak som innføres for at låsetapet ikke skal påvirke en altfor stor kabellengde, er å overoppspenne spennarmeringen i oppspenningsfasen til et visst nivå. Dette overoppspenningsnivået beregnes for hvert tilfelle, da den avhenger av både spennkabelens lengde og geometri. I tillegg er det viktig å være oppmerksom på at for korte spennkabler kan låsetapet påvirke forspenningskraften i hele lengden. Dette kan eksempelvis gjelde spennkablene i de to eller tre første støpeseksjonene i en fritt frambygg bru. Når kablene imidlertid blir veldig lange (over 100 meter) bør det benyttes to aktive forankringsender, slik at det unngås for store friksjonstap.

6.3.3 Relaksasjon

Relaksasjon av spennstål betegnes ofte som det motsatte av krep, og forekommer ved at det oppstår spenningsfall i stålet når det utsettes for en konstant tøyning over tid. I RM implementeres denne effekten ved at den initielle forspenningskraften reduseres i diskretiserte tidssteg gjennom konstruksjonens levetid. Den tidsavhengige modellen som benyttes i RM er i henhold til Eurocode 2 [18], hvor det defineres tre relaksasjonsklasser:

- Klasse 1: Tråd eller tau - Vanlig relaksasjon
- Klasse 2: Tråd eller tau - Lav relaksasjon
- Klasse 3: Varmvalsete og bearbejdet stenger

Når den reduserte tidsavhengige forspenningskraften beregnes, baseres denne på et grunnleggende relaksasjonstap (ρ_{1000}) 1000 timer etter oppspenning ved en midlere temperatur på 20°C. Verdien for ρ_{1000} uttrykkes som en prosentandel av den initielle forspenningskraften og avhenger av relaksasjonsklasse. Denne oppgis normalt av leverandøren for spennarmeringen. Dersom denne verdien imidlertid er ukjent kan følgende benyttes i henhold til Eurocode 2:

- Klasse 1: $\rho_{1000} = 8\%$
- Klasse 2: $\rho_{1000} = 2.5\%$
- Klasse 3: $\rho_{1000} = 4\%$

Relaksasjonstapet i spennstålet ved en tid t etter oppspenning kan beregnes fra

$$\text{Klasse 1: } \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 5.39 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{6.7\mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0.75(1-\mu)} \cdot 10^{-5} \quad (6.4)$$

$$\text{Klasse 2: } \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0.66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.1\mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0.75(1-\mu)} \cdot 10^{-5} \quad (6.5)$$

$$\text{Klasse 3: } \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 1.98 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{8.0\mu} \cdot \left(\frac{t}{1000}\right)^{0.75(1-\mu)} \cdot 10^{-5} \quad (6.6)$$

hvor

$\Delta\sigma_{pr}$ er absoluttverdi av relaksasjonstapet

σ_{pi} er absolutt verdi av den initielle forspenningen

t er tiden etter oppspenning i timer

μ er σ_{pi} / f_{pk}

f_{pk} er karakteristisk fasthet for spennstålet

Spennstålet som benyttes i Sålåsund bru består av relaksasjonsklasse 2 - lav relaksasjon, som er vanlig i fritt frambygg bruer.

6.3.4 Tap som følge av deformasjoner i betongen

Kragarmene opplever en forkortning under byggeprosessen når den utsettes for elastiske, kryp- og svinndeformasjoner. I fritt frambygg bruer påfører slike deformasjoner ytterligere forspenningstap i spennarmeringen.

I fritt frambygg bruer injiseres spennkablene simultant først etter at hele konstruksjonen er ferdigstøpt. Dette medfører at spennkablene kun vil være påvirket av elastiske deformasjoner i den seksjonsvise utbygningen av kragarmene i byggefasen. Elastiske deformasjoner oppstår som en konsekvens av oppspenningsfasen for hver seksjonsutbygging. Dette fører til deformasjoner i den respektive seksjonen som spennes opp, og foregående seksjoner. Videre påvirker dette tøyninger for allerede oppspente kabler, og medfører dermed ytterligere forspenningstap. Dersom samtlige spennkabler imidlertid hadde blitt spent opp simultant etter at konstruksjonen var ferdigstøpt, ville ikke spenningsnivået i spennarmeringen vært påvirket av elastiske deformasjoner i utbyggingfasen.

Når kablene har blitt injisert, vil i tillegg kryp- og svinndeformasjoner gi bidrag til tap av forspenningskraft. Årsaken til det er at enhver deformasjon i betongen gir ekvivalente deformasjoner i spennkablene.

6.3.5 Modellering av spennarmering i RM

Det benyttes interne kabelelementer i RM for å simulere effekten av spennarmering. Denne effekten tildeles bjelkeelementene og modelleres ikke som separate unike konstruksjonselementer [28]. Kabelelementer defineres av brukeren ved å oppgi geometri, samlet tverrsnittsareal og materialegenskaper. Tap av forspenningskraft over kabelens lengde og tid kan simuleres ved å oppgi tilleggsparametere som beskrevet i delkapittel 6.3.2.

RM foretar en forenkling ved at et kabelelement består av én eller flere samlede spennkabler. Denne forenklingen er kun tillatt dersom spennkablene har lik geometri, tverrsnittsareal og materialegenskaper, samt dersom kablene er gruppert side om side og dermed har lik eksentrisitet om tyngdepunktet i tverrsnittet. En slik forenkling er åpenbart tilstrekkelig da det hovedsakelig er av interesse å simulere den gunstige P-delta effekten som motvirker momenter fra egenvekt og ytre laster. Kabelelementenes geometri og plassering i tverrsnittet modelleres presist i det tredimensjonale plan.

Injisering av kabelelementer i RM simulerer de samme reelle fysiske egenskapene som tidligere beskrevet. Når brukeren angir at spennkablene er injiserte, simuleres det i programmet at det etableres fullstendig heft med den omringende betongen slik at

tverrsnittet påføres ytterligere stivhet. Når spennkablene forblir uninjiserte, simuleres de kun som ytre påførte laster med en P-delta effekt. Uavhengig av om spennkablene er injiserte eller uninjiserte, beregnes tap av forspenningskraft over kabelens lengde og tid etter oppspenning. Forskjellen ligger imidlertid i at det beregnes ytterligere tap for injiserte spennkabler, som følge av at kabelelementene er påvirket av forskyvningsfeltet for bjelkeelementene.

Det er kjent at spennkabler forblir uninjiserte i hele utbyggingsfasen av kragarmene. Fra et modellerings ståsted, impliserer dette tilsvarende at kabelelementene forblir uavhengige av forskyvningsfeltet for bjelkeelementene i utbyggingsfasen. Forspenningskraften i kabelelementene reduseres dermed ikke på grunn av elastiske deformasjoner, slik det rent fysisk opprinnelig ville gjort. Denne effekten anses imidlertid til å være liten på grunn av tverrsnittets høye aksialstivhet, og neglisjeres dermed i modelleringen.

6.4 Modellering av seksjonsutbygging

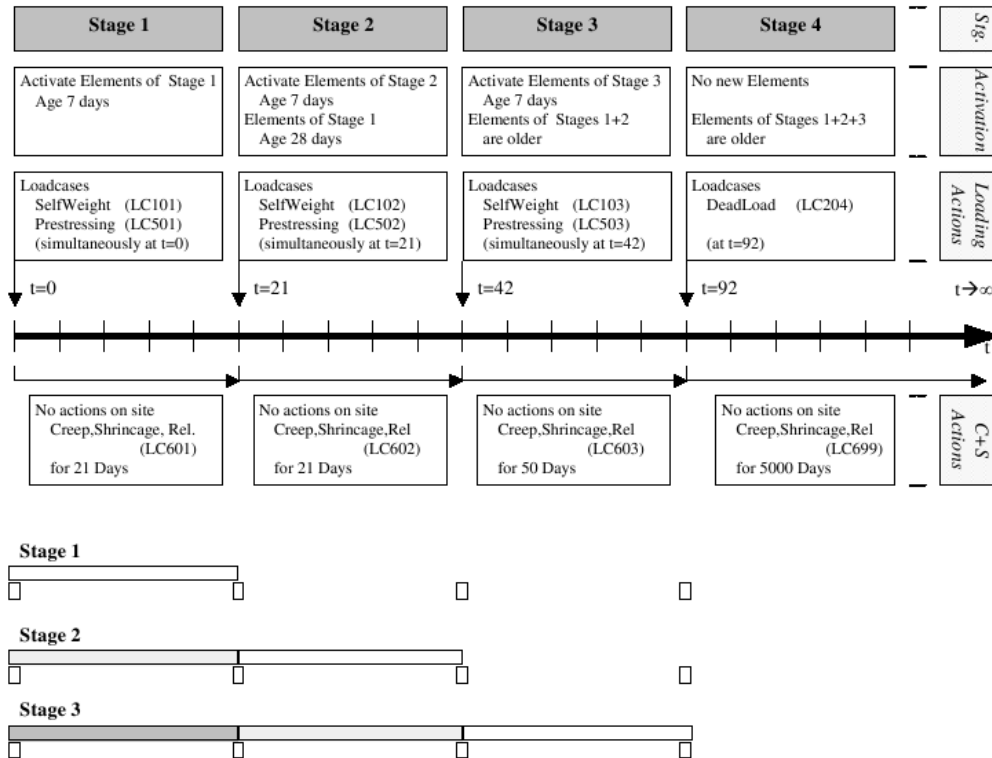
Byggehistorikken for den seksjonsvise utbyggingen i fritt frambygg bruer har en direkte innvirkning på totale langtidsdeformasjoner. For Sålåsund bru er denne beskrevet detaljert i delkapittel 5.6. Denne historikken skiller seg noe ut fra fritt frambygg bruer som bygges i nyere tid, ved at det kun ble benyttet to forskalingsvogner. Dette medførte at det ble bygd seksjonsvis utover fra kun én søyle om gangen. For å oppnå tilstrekkelig realistiske og gode resultater, er det av høy relevans at den numeriske modellen simulerer den kronologiske utbyggingen av Sålåsund bru mest mulig nøyaktig.

I RM tas konstruksjonens tidsdomene hensyn til når det benyttes et såkalt *tidsskjema*, og programmet kan i så måte utføre 4D-analyser [28]. I et tidsskjema defineres *konstruksjonssteg* som representerer den kronologiske utbyggingen av seksjoner. For hvert konstruksjonssteg aktiveres respektive elementer som innbefatter en utbyggingsseksjon, og korresponderende laster påføres de respektive aktiverte elementene. På denne måten arrangeres konstruksjonsstegene kronologisk langs en global tidsakse som generelt reflekterer levetiden til brua.

Hovedårsaken til at et tidsskjema defineres, er for å inkludere de tidsavhengige effektene fra kryp, svinn og relaksasjon på konstruksjonen. Disse fenomenene tas hensyn til ved at det for hvert konstruksjonssteg angis en alder for betongen når svinnet påbegynner, samt en alder når elementet aktiveres for første gang. Ved aktivering menes det når elementet blir en aktiv del av konstruksjonen og dermed kan påføres laster slik at krypet påbegynner.

I hvert konstruksjonssteg påføres det statiske lasttilfeller som anses å opptre simultant ved et spesifikt tidspunkt langs den globale tidsaksen. Videre angis det en varighet for hvert konstruksjonssteg som ivaretar effektene fra kryp, svinn og relaksasjon. Når en slik varighet defineres, foretas et tidssteg langs den globale tidsaksen. Denne varigheten defineres generelt som tiden frem til neste konstruksjonsendring, og angis normalt

tilsvarende arbeidssyklus for én seksjon². En slik prosess leder omsider til en endelig tidsramme for konstruksjonen, se figur 6.7.



Figur 6.7: Tidsakse for et utbyggingseksempel med totalt fire konstruksjonssteg [28]

Når det utføres lineære analyser i RM, benytter programmet prinsippet om superposisjon. For hvert konstruksjonssteg beregner dermed RM responsen fra definerte lasttilfeller individuelt, før resultater eventuelt etter brukerens ønske akkumuleres og superponeres. Tidsavhengige lasttilfeller som kryp, svinn og relaksasjon beregnes ved tidsintegrasjon for et definert antall tidssteg av brukeren. Hvert tidssteg lagres videre som et internt lasttilfelle, og beregnede resultater overføres fra et konstruksjonssteg til neste som initielle verdier.

I utbyggingsfasen av kragarmene simuleres det for hvert konstruksjonssteg effekten av tyngden fra forskalingsvogn, samt tilhørende våt betong i forskalingsvognen. Disse lastene påføres noden i den frie enden på det gjeldende aktive element med en viss eksentrisitet, forenklet tilsvarende halve lengden av neste utbyggingsseksjon. Vekten av forskalingsvognen for Sålåsund bru er satt til å være 500 kN, mens tyngdetettheten til våt betong er satt til å være 26 kN/m³. I tillegg betraktes naturligvis egenvekten til det aktive elementet, der tyngdetettheten til herdet betong med innlagt armering er satt til å være 25 kN/m³ i henhold til Eurocode 2 [18].

Oppspenning av spennarmering i hvert konstruksjonssteg foregår i to sekvenser. Først omgjøres krefter fra kabelelementer om til laster, ut i fra nødvendig informasjon som

²Denne varigheten tilsvarer en arbeidssyklus i FFB-bruer og angis normalt som 7 døgn

brukeren formidler programmet³. Deretter påføres disse kreftene aktive elementer i det aktuelle konstruksjonssteget.

6.5 Tolkning av deformasjonsresultater

Evaluering av beregnede numeriske deformasjonsresultater ved seksjonsutbygging er ofte et problem som kan føre til mistolkning. Normalt definerer den prosjekterende ingeniør en konstruksjonsgeometri med prosjekterte overhøyder, som den konstruktørende ingeniør skal følge i utbyggingsfasen. Formålet med prosjekterte overhøyder, er at konstruksjonen skal innstille seg et tiltenkt deformasjonsmønster etter uendelig lang tid. Størrelsen på prosjekterte overhøyder bestemmes fra resulterende deformasjoner i en langtidsanalyse, men med motsatt fortegn. Denne skal dermed fremvise nødvendige elevasjoner som forskalingsvognen skal innta i hver seksjon for å oppnå tilsiktet geometri.

Når utbyggingsprosessen modelleres numerisk, beregner RM hvert konstruksjonssteg unikt. Med dette menes det at når et element aktiveres og påføres laster i et konstruksjonssteg, beregnes deformasjoner i kragarmen ved at elementet antas tilkoblet et udeformert system. Deretter superponerer RM deformasjoner fra hvert konstruksjonssteg. En slik beregningsgang kan utføres dersom brukonstruksjonen antas å være utsatt for små forskyvninger i henhold til krav for geometrisk lineæritet. Dette resulterer imidlertid til diskontinuitet mellom elementtrender i forskyvningplotter. En riktig tolkning av forskyvningsplotter vil dermed være at deformasjoner gjelder for hvert element, og ikke en global deformasjon av konstruksjonen som en enhet [28].

³i henhold til det som ble diskutert i delkapittel 6.3.5

Kapittel 7

Verifisering av numeriske beregninger for kryp og svinn i RM BridgeV8i

Å implementere innvirkningen av kryp og svinn i numeriske beregninger er normalt svært innviklet. I konvensjonelle FE-analyser må dette eventuelt programmeres inn manuelt av brukeren med en velegnet tidsstegs-algoritme av brukeren. Programmet som benyttes i denne avhandlingen, RM Bridge V8i, har implementert en slik tidsstegs-algoritme i programformuleringen. Det er imidlertid viktig å ha en grunnleggende forståelse av hvordan RM utfører slike beregninger, da det er nødvendig å forstå prinsipper og forenklinger som programmet legger til grunn, og hvordan dette påvirker resultater i post-prosesseringen.

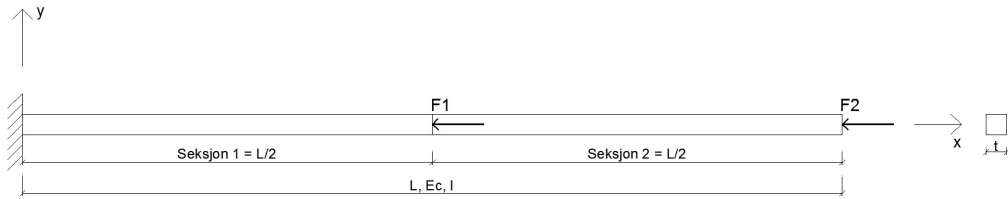
I dette kapitlet utføres en tidsavhengig deformasjonsanalyse av en enkel utkragerbjelke i betong. Numeriske beregninger med hensyn på kryp og svinn i RM verifiseres ved analytiske beregninger. En slik verifisering er svært viktig for å etablere et forhold til den implementerte tidsstegs-algoritmen i programmet. For fritt frambygg bruer, som er større og mer kompliserte konstruksjoner, vil det dermed være enklere å ha et forhold til resultater programmet gir ved tidsavhengige analyser.

7.1 Modell og geometri

7.1.1 Innledning

Verifikasjonen foretas ved å utføre en tidsavhengig deformasjonsanalyse med hensyn på kryp og svinn, for en betongbjelke utsatt for aksiallast i planet. Bjelken er fast innspent i en ende og fri i den andre og har en total lengde L , se figur 7.1.

Konstruksjonen består av et massivt kvadratisk tverrsnitt med sidelengder t , og en



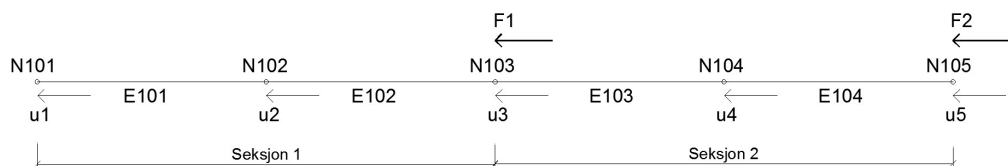
Figur 7.1: Betongbjelke

betongkvalitet B30 i henhold til Eurocode 2 [18]. Aksiallastene virker henholdsvis i enden av seksjon 1 og seksjon 2 i parallell virkelinje med x -aksen, og er like store. Lastene påføres i tverrsnittets tyngdepunkt og holdes konstante over tid. Videre modelleres det ikke for armering i konstruksjonen. Øvrige inputparametere er gitt i tabell 7.1.

Valg av seksjonsvis utkragerbjelke er ment for å simulere en del av utbyggingsfasen i fritt frambygg bruer, der aksiallastene som påføres er ment for å simulere en tilsvarende effekt som oppnås ved oppspenning av spennkabler. Det ses bort i fra egenvekten i det statiske problemet, hvilket medfører at analytiske håndberegninger forenkles i større grad.

7.1.2 Diskretisering i RM

Problemet som er blitt beskrevet løses ved numeriske tidsavhengige analyser i RM, der resultatene sammenlignes og verifiseres med analytiske håndberegninger. Tidsavhengige materialmodeller i henhold til Eurocode 2 [18] benyttes i verifiseringen. Geometrien i RM diskretiseres med fire like lange bjelkeelementer og tilhørende noder mellom elementene. Da aksiallasten påføres i tverrsnittets tyngdepunkt og det ses bort i fra egenvekten til konstruksjonen, kan systemet beskrives med kun horisontale frihetsgrader u i hver node, se figur 7.2.



Figur 7.2: Diskretisert utkragerbjelke

7.1.3 Støpeplan

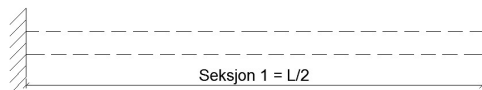
Bjelkekonstruksjonen støpes seksjonsvis i to etapper, slik at alderen i de respektive seksjonene vil være ulike. Videre innføres følgende tidsnotasjon for alderen både seksjonsvis og globalt, når det forsøkes å gi en beskrivelse av støpeplanen for bjelkekonstruksjonen

- t_G angir alder for den globale konstruksjonen. Med globalt menes det *hele* konstruksjonen (Seksjon 1 + Seksjon 2).
- $t_{Sek,i}$ angir alder for seksjon i
- i angir den respektive seksjonen
- $t_{s,i}$ angir alder for seksjon i når uttørkingsvinn påbegynner
- $t_{0,i}$ angir alder for seksjon i når seksjonen pålastes med ytre last og kryp påbegynner

Støpeplanen for bjelkekonstruksjonen kan dermed beskrives ved følgende tidssteg:

Steg 1; $t_G = 0$

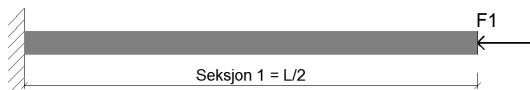
Første seksjon støpes, og alderen for både seksjon 1 og den globale konstruksjonen begynner å løpe fra dette tidspunktet. Den globale konstruksjonen og Seksjon 1 “fødes” dermed ved dette tidspunktet. Seksjon 1 antas å være utsatt for svinnuttørking fra utstøp, slik at $t_{s,1} = 0$ døgn. Se figur 7.3.



Figur 7.3: $t_G = t_{Sek,1} = t_{s,1} = 0$

Steg 2; $t_G = 28$

Seksjon 1 har fått lov til å herde i 28 døgn når aksiallast F_1 påføres i node N103. Alderen på seksjonen når kryptet påbegynner er dermed $t_{Sek,1} = t_{0,1} = 28$ døgn, og tilsvarende er den globale alderen til konstruksjonen $t_G = 28$ døgn. Se figur 7.4.



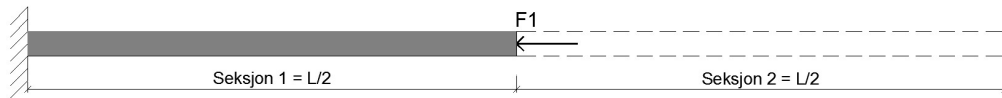
Figur 7.4: $t_G = t_{Sek,1} = t_{0,1} = 28$

Steg 3; $t_G = 28$

Seksjon 2 støpes umiddelbart rett etter at aksiallast F_1 påføres Seksjon 1, og “fødes” dermed ved dette tidspunktet. Dette gir at alderen på Seksjon 2 er $t_{Sek,2} = 0$ døgn når den globale alderen til konstruksjonen er $t_G = 28$ døgn. Tilsvarende som for Seksjon 1 antas det at uttørkingsvinn påbegynner fra utstøp, slik at $t_{s,2} = 0$ døgn. Se figur 7.5.

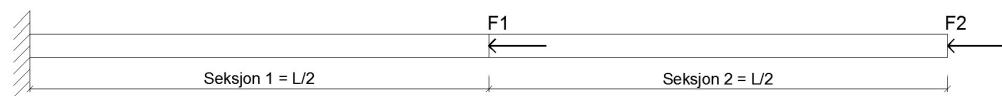
Steg 4; $t_G = 56$

Seksjon 2 har nå fått lov til å herde i 28 døgn når aksiallast F_2 påføres i node N105. Dette medfører at alderen på Seksjon 2 er $t_{Sek,2} = t_{0,2} = 28$ døgn når nye kryptefor-



Figur 7.5: $t_G = t_{Sek,1} = 28$, $t_{Sek,2} = t_{s,2} = 0$

masjoner påbegynner som følge av aksiallast F_2 . Alderen på Seksjon 1 er lik alderen på den globale konstruksjonen $t_{Sek,1} = t_G = 56$ døgn. Ved dette tidspunktet er nå bjelkekonstruksjonen ferdigstilt. Se figur 7.6.



Figur 7.6: $t_G = t_{Sek,1} = 56$, $t_{Sek,2} = t_{0,2} = 28$

Steg 5; $t_G = 84$

Det foretas en deformasjonsanalyse når den globale konstruksjonen oppnår en alder på $t_G = 84$ døgn. Alderen på Seksjon 1 og Seksjon 2 er ved dette tidspunktet henholdsvis $t_{Sek,1} = t_G = 84$ døgn og $t_{Sek,2} = 56$ døgn. Seksjon 1 er altså 28 døgn eldre enn Seksjon 2.

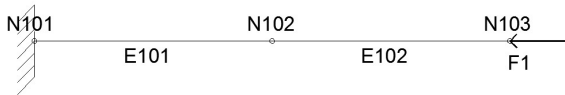
7.2 Numerisk modellering av kryp og svinn i RM

Da bjelken støpes i to etapper er det nødvendig å definere tilsvarende to *konstruksjonssteg* i RM. For hvert konstruksjonssteg må det defineres et lasttilfelle for hver av aksiallastene som påføres i sine respektive noder. Lasttilfeller for kryp og svinn må også innføres for hvert konstruksjonssteg og avhenger av at følgende parametere defineres

- $t_{0,i}$ - angir betongens alder i den respektive seksjonen i ved pålastning av aksiallast i henhold til delkapittel 3.2.4.
- $t_{s,i}$ - angir betongens alder i den respektive seksjonen i når uttørkingsvinn påbegynner i henhold til delkapittel 3.3.3.
- Δt - angir tiden til neste konstruksjonsendring for den globale konstruksjonen; kan eksempelvis være tiden til neste seksjon aktiveres og en ny permanent last påføres. Den kan også angi ved hvilken tid det ønskes å foreta en vurdering av de tidsavhengige deformasjonene forårsaket av kryp og svinn.

Konstruksjonssteg 1

Element E101 og E102 aktiveres, og det defineres et lasttilfelle for aksiallast F_1 som påføres ved node N103. Randbetingelser påføres slik at alle frihetsgrader i node N101 er låst.



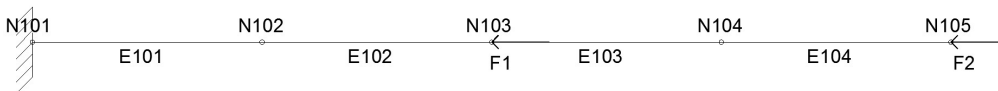
Figur 7.7: Konstruksjonssteg 1

I henhold til støpeplanen i delkapittel 7.1.3 defineres følgende tidsparametere for første konstruksjonssteg

- $t_{0,1} = 28$
- $t_{s,1} = 0$
- $\Delta t = 28$

Konstruksjonssteg 2

Element E103 og E104 aktiveres, og aksiallast F_2 påføres ved node N105.



Figur 7.8: Konstruksjonssteg 2

I henhold til støpeplanen i delkapittel 7.1.3 defineres følgende parametere for andre konstruksjonssteg

- $t_{0,2} = 28$
- $t_{s,2} = 0$
- $\Delta t = 28$

Når lasttilfeller, tidsparametere og aktivering av elementer i de respektive konstruksjonsstegene er definert, beregnes deformasjoner, snittkrefter og spenninger for hvert lasttilfelle i RM. Deretter superponerer RM beregnede resultater fra hvert lasttilfelle. Disse resultatene sammenlignes med de analytiske beregningene i delkapittel 7.3 og 7.4.

7.3 Analytiske beregninger for last- og krypdeformasjoner

Ved analytiske beregninger for last- og krypdeformasjoner antas det at prinsippet om superposisjon gjelder. Deformasjonsresponsen fra hvert lasttilfelle i hvert konstruksjonssteg kan dermed behandles unikt. Ved beregning av kryptall benyttes krypmodellen i henhold til Eurocode 2 [18], som tidligere ble presentert og diskutert i delkapittel 3.2.4. Ved beregning av initielle lastdeformasjoner benyttes enhetslastmetoden. Videre følger beregningsgangen støpeplanen i delkapittel 7.1.3.

7.3.1 Inputparametere

Inputparametere som benyttes til utregning av last- og krypdeformasjoner er gitt i tabell 7.1, og gjelder for den globale konstruksjonen.

Bjelkelengde L [m]	20
Sidelengde tverrsnitt t [m]	0.5
Elastisitetsmodul E_c [MPa]	33000
Aksiallast F_1 [kN]	1500
Aksiallast F_2 [kN]	1500
Tverrsnittsareal A_c [m ²]	0.25
Ytre omkrets u [m]	2
Effektiv tverrsnittstykkelse h_0 [m]	0.25
Middeltemperatur T_{mid} [°C]	20
Sylindertrykkfasthet f_{ck} [MPa]	30
Relativ fuktighet RH [%]	75

Tabell 7.1: Inputparametere

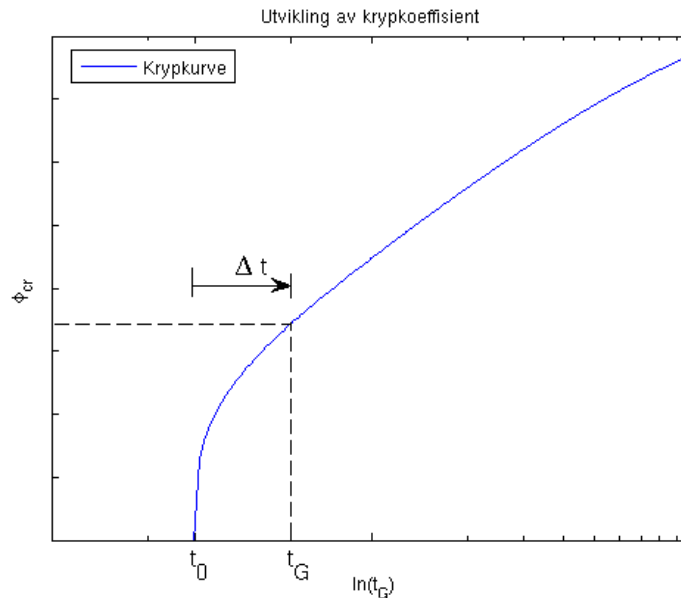
Videre innføres en ny indeksnotasjon, der eksempelvis kryptallet angis ved

$$\phi_{cr,i,j,F_k}(\Delta t, t_0) \quad (7.1)$$

hvor

- i angir den respektive seksjonen
- j angir det respektive konstruksjonssteget
- F_k angir den respektive aksiallasten
- t_0 angir alderen til seksjon i ved pålastning
- Δt angir økning i alder av seksjon i fra en valgt tid

Konstruksjonens globale alder t_G benyttes som refereransetid når de aktuelle deformasjonsresponsene fra hvert konstruksjonssteg beregnes stegvis. Tidsparameternes betydning er illustrert i figur 7.9.

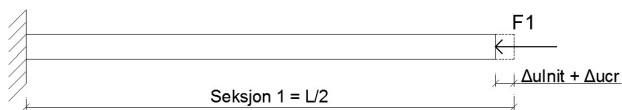


Figur 7.9: Utvikling av kryptkoeffisient i henhold til inputparametere i tabell 7.1 og kryptmodell i EC2 [18]

7.3.2 Konstruksjonssteg 1

Aktuelle deformasjonsresponsen i Konstruksjonssteg 1 er illustrert i figur 7.10 og er følgende

1. Initiale deformasjoner i Seksjon 1 grunnet pålastning fra aksiallast F_1
2. Krypdeformasjoner i Seksjon 1 grunnet konstant belastning over tid fra aksiallast F_1



Figur 7.10: Deformasjoner i konstruksjonssteg 1

Deformasjonsrespons 1.

Initiale deformasjoner ved node N103 som følge av at aksiallast F_1 påsettes ved tiden $t_G = 28$ døgn beregnes ved følgende uttrykk

$$\Delta u_{Init,1,1,F_1} = \frac{\sigma_1}{E_c} \cdot \frac{L}{2} \quad (7.2)$$

der

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_c} \quad (7.3)$$

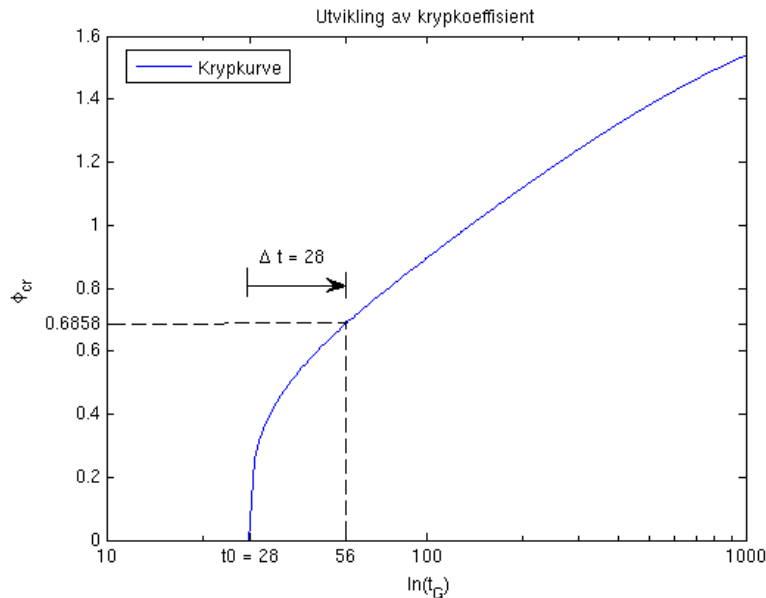
Initielle deformasjonsresultater ved node N103 er gitt i tabell 7.2, hvor det observeres kun små neglisjerbare forskjeller i resultater.

Beregningsmetode	$\Delta u_{Init,1,1,F_1}$ [mm]
Analytisk	1.8182
Numerisk, RM	1.8300

Tabell 7.2: Resultater for initielle deformasjoner i Seksjon 1

Deformasjonsrespons 2.

Det foretas en analyse av deformasjonsresponsen som følge av kryp ved tiden $t_G = 56$ døgn i Seksjon 1. Ved dette tidspunktet er alderen til seksjonen tilsvarende $t_{Sek,1} = 56$ døgn. Aksiallasten F_1 ble påsatt da alderen til Seksjon 1 var $t_0 = 28$ døgn, hvilket betyr at seksjonen har fått lov til å utvikle kryp i totalt $\Delta t = 28$ døgn når det foretas en analyse av deformasjonsresponsen med hensyn på kryp ved tiden $t_G = 56$ døgn, se figur 7.11.



Figur 7.11: Krypkoeffisient for Seksjon 1 pga aksiallast F_1

Kryptallet $\Delta t = 28$ døgn etter seksjonens pålastningsalder $t_0 = 28$ døgn kan leses av

krypkurven i figur 7.11 og er

$$\phi_{cr,1,1,F_1}(\Delta t, t_0) = 0.6858 \quad (7.4)$$

Krypfunksjonen blir

$$J_{cr,1,1,F_1}(\Delta t, t_0) = \frac{1}{E_c} \cdot \phi_{cr,1,1,F_1}(\Delta t, t_0)$$

Kryptøyningen i Seksjon 1 blir dermed

$$\varepsilon_{cr,1,1,F_1}(\Delta t, t_0) = \sigma_1 \cdot J_{cr,1,1,F_1}(\Delta t, t_0)$$

Krypdeformasjonen i seksjonens ende ved dette tidspunktet blir

$$\Delta u_{cr,1,1,F_1} = \varepsilon_{cr,1,1,F_1}(\Delta t, t_0) \cdot \frac{L}{2} \quad (7.5)$$

Analytiske- og numeriske resultater er gitt tabell i 7.3.

Beregningsmetode	$\phi_{cr,1,1,F_1}(\Delta t, t_0)$	$\Delta u_{cr,1,1,F_1}$ [mm]
Analytisk	0.6858	1.2469
Numerisk RM	0.6860	1.2470

Tabell 7.3: Resultater for krypdeformasjoner i Seksjon 1

Slik det fremgår av tabell 7.2- og 7.3 er det kun neglisjerbare små avvik mellom analytiske- og numeriske resultater ved beregning av last- og krypdeformasjoner for Seksjon 1 i Konstruksjonssteg 1.

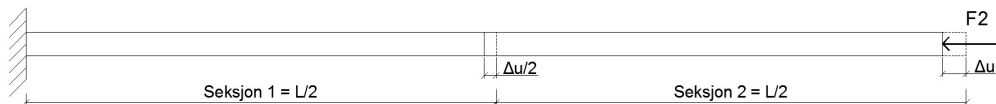
7.3.3 Konstruksjonssteg 2

Aktuelle deformasjonsresponsen i Konstruksjonssteg 2 er

1. Initiell deformasjon i den globale konstruksjonen grunnet pålastning fra aksiallast F_2
2. Økning av krypdeformasjoner i Seksjon 1 grunnet konstant belastning over tid fra aksiallast F_1 som ble påsatt i Konstruksjonssteg 1
3. Krypdeformasjoner i Seksjon 1 grunnet konstant belastning over tid fra aksiallast F_2
4. Krypdeformasjoner i Seksjon 2 grunnet konstant belastning over tid fra aksiallast F_2

Det foretas en vurdering av de aktuelle deformasjonsresponsene 2. - 4. ved tiden $t_G = 84$ døgn.

Deformasjonsrespons 1.



Figur 7.12: Initielle deformasjoner i global konstruksjon pga F_2

Initielle deformasjoner ved node N105 som følge av at aksiallast F_2 påsettes ved tiden $t_G = 56$ døgn beregnes ved følgende uttrykk

$$\Delta u_{Init,2,2,F_2} = \frac{\sigma_2}{E_c} \cdot L \quad (7.6)$$

der

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{A_c} \quad (7.7)$$

Deformasjonsresultater ved node N105 er gitt i tabell 7.4. Deformasjoner ved node N103 er naturlig nok halvparten av størrelsen av resultatene i tabell 7.4 grunnet lik aksialtøyning i den globale konstruksjonen, se figur 7.12

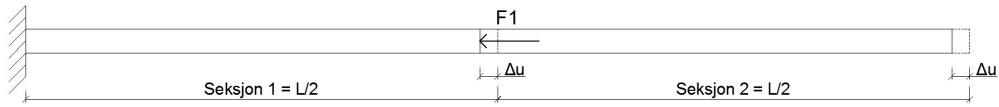
Beregningsmetode	$\Delta u_{Init,2,2,F_2}$ [mm]
Analytisk	3.6364
Numerisk, RM	3.6500

Tabell 7.4: Resultater for initielle deformasjoner pga F_2

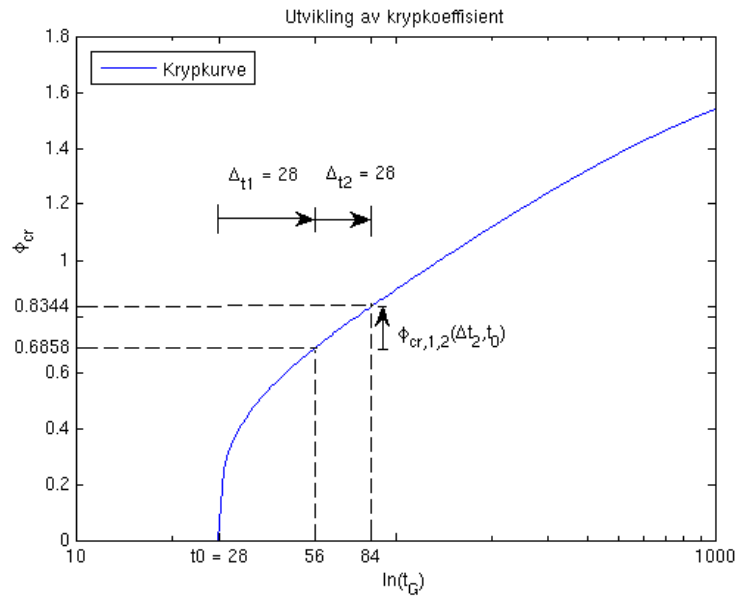
Deformasjonsrespons 2.

Ved tidspunktet $t_G = 84$ døgn har krypdeformasjonene i Seksjon 1 økt som følge av at aksiallast F_1 som ble påsatt i Konstruksjonssteg 1, har fått lov til å virke over en ytterligere økning i tid $\Delta t = 28$ døgn fra sist vurdering. Deformasjonsresponsen er illustrert i figur 7.13. Forrige vurdering for denne seksjonen ble foretatt ved tidspunktet $t_G = 56$ døgn, se Deformasjonsrespons 2. i delkapittel 7.3.2.

Kryptallet som beskriver økningen av krypdeformasjoner fra $t_G = 56$ døgn $\rightarrow t_G = 84$ døgn finnes ved å anta en lineær interpolasjon over tidsintervallet $\Delta t_2 = 28$ døgn i figur 7.14. Pålastningsalderen er fremdeles $t_0 = 28$ døgn.



Figur 7.13: Krypdeformasjoner i Seksjon 1 i Konstruksjonssteg 2



Figur 7.14: Krepkoeffisient for Seksjon 1 ved $t_G = 84$ døgn

Krepkoeffisienten som beskriver økningen av kryp i dette intervallet blir dermed

$$\phi_{cr,1,2,F_1}(\Delta t_2, t_0) = 0.8344 - 0.6858 = 0.1486 \quad (7.8)$$

Krypfunksjonen blir

$$J_{cr,1,2,F_1}(\Delta t_2, t_0) = \frac{1}{E_c} \cdot \phi_{cr,1,2,F_1}(\Delta t_2, t_0)$$

Kryptøyningen blir

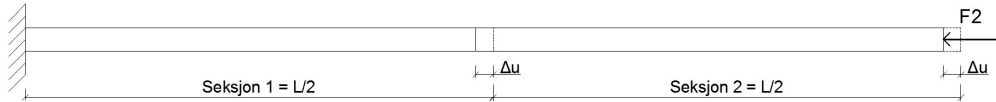
$$\varepsilon_{cr,1,2,F_1}(\Delta t_2, t_0) = \sigma_1 \cdot J_{cr,1,2,F_1}(\Delta t_2, t_0)$$

Økning av krypdeformasjonen i Seksjon 1 ved node N103 som følge av aksiallast F_1 fra tiden $t_G = 56$ døgn $\rightarrow t_G = 84$ døgn blir

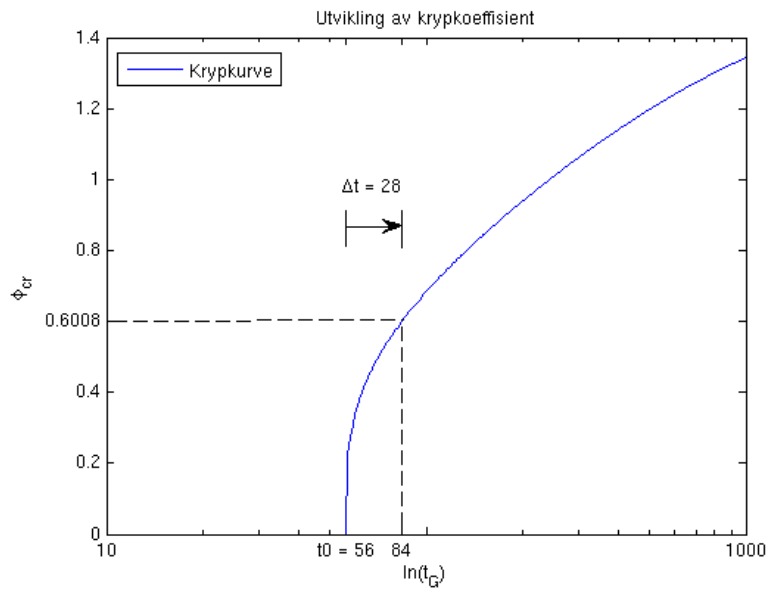
$$\Delta u_{cr,1,2,F_1}(\Delta t_2, t_0) = \varepsilon_{cr,1,2,F_1}(\Delta t_2, t_0) \cdot \frac{L}{2} = 0.2702mm \quad (7.9)$$

Deformasjonsrespons 3.

Aksiallast F_2 ble påsatt da alderen til Seksjon 1 var $t_0 = 56$ døgn. Når det nå foretas en vurdering ved $t_G = 84$ døgn har seksjonen fått lov til å utvikle kryp i totalt $\Delta t = 28$ døgn som følge av aksiallast F_2 . Deformasjonsresponsen er illustrert i figur 7.15.



Figur 7.15: Krypdeformasjoner i Seksjon 1 i Konstruksjonssteg 2 pga F_2



Figur 7.16: Krypkoeffisient i Seksjon 1 pga F_2

Kryptallet $\Delta t = 28$ døgn etter pålastningsalderen $t_0 = 56$ døgn kan leses av krypkurven i figur 7.16 og er

$$\phi_{cr,1,2,F_2}(\Delta t, t_0) = 0.6008 \quad (7.10)$$

Krypfunksjonen blir

$$J_{cr,1,2,F_2}(\Delta t, t_0) = \frac{1}{E_c} \cdot \phi_{cr,1,2,F_2}(\Delta t, t_0)$$

Kryptøyningen blir

$$\varepsilon_{cr,1,2,F_2}(\Delta t, t_0) = \sigma_2 \cdot J_{cr,1,2,F_2}(\Delta t, t_0)$$

Krypdeformasjonen i Seksjon 1 som følge av aksiallast F_2 blir

$$\Delta u_{cr,1,2,F_2}(\Delta t, t_0) = \varepsilon_{cr,1,2,F_2}(\Delta t, t_0) \cdot \frac{L}{2} = 1.0924mm \quad (7.11)$$

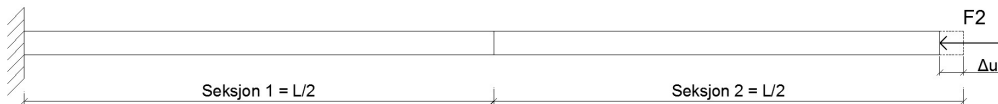
Totale krypdeformasjoner i node N103 for Seksjon 1 ved $t_G = 84$ døgn i konstruksjonssteg 2, finnes dermed ved å superponere forskyvningene fra ligning (7.9) og ligning (7.11)

$$\Delta u_{cr,1,2,tot} = 1.3626mm \quad (7.12)$$

Deformasjonsrespons 4.

Den globale alderen til konstruksjonen er $t_G = 56$ døgn når F_2 påsettes. Ved dette tidspunktet er alderen til Seksjon 2 $t_{Sek,2} = t_0 = 28$ døgn. Når det da foretas en vurdering av krypdeformasjoner ved $t_G = 84$ døgn har kryptet i Seksjon 2 grunnet aksiallast F_2 økt med tiden $\Delta t = 28$ døgn. Deformasjonsresponsen er illustrert i figur 7.17. Krypkurven og krypkoeffisienten blir dermed identisk som i figur 7.11, og kan begrunnes med følgende påstander

- Pålastningsalderen er $t_0 = 28$ døgn i begge tilfeller
- Det foretas en vurdering etter en relativ tidsøkning på $\Delta t = 28$ døgn i begge tilfeller



Figur 7.17: Krypdeformasjoner i Seksjon 2 i Konstruksjonssteg 2 pga F_2

Krypkoeffisienten blir dermed

$$\phi_{cr,2,2,F_2}(\Delta t, t_0) = 0.6858 \quad (7.13)$$

Krypfunksjonen blir

$$J_{cr,2,2,F_2}(\Delta t, t_0) = \frac{1}{E_c} \cdot \phi_{cr,2,2,F_2}(\Delta t, t_0)$$

Kryptøyningen blir

$$\varepsilon_{cr,2,2,F_2}(\Delta t, t_0) = \sigma_2 \cdot J_{cr,2,2,F_2}(\Delta t, t_0)$$

Krypdeformasjonen i Seksjon 2 som følge av aksiallast F_2 blir

$$\Delta u_{cr,2,2,F_2}(\Delta t, t_0) = \varepsilon_{cr,2,2,F_2}(\Delta t, t_0) \cdot \frac{L}{2} = 1.2469mm \quad (7.14)$$

Av hensyn til krav til kompatibilitet i node N103, vil den totale forskyvningen i node N105 for Seksjon 2 finnes ved å superponere krypdeformasjonene fra ligning (7.12) og (7.14)

$$\Delta u_{cr,2,2,tot} = 2.6095 \quad (7.15)$$

7.3.4 Oppsummering av deformasjonsresultater

Analytiske- og numeriske resultater som følge av last- og krypdeformasjoner fra Konstruksjonssteg 1 og Konstruksjonssteg 2 er henholdsvis vist i tabell 7.5 og tabell 7.6.

Beregningsmetode	$\Delta u_{Init,1,1,F_1}$ [mm]	$\Delta u_{cr,1,1,F_1}$ [mm]
Analytisk	1.8182	1.2469
Numerisk RM	1.8300	1.2470

Tabell 7.5: Deformasjonsresultater fra Konstruksjonssteg 1 ved $t_G = 56$ døgn

Beregningsmetode	$\Delta u_{Init,2,2,F_2}$ [mm]	$\Delta u_{cr,1,2,tot}$ [mm]	$\Delta u_{cr,2,2,tot}$ [mm]
Analytisk	3.6364	1.3626	2.6095
Numerisk RM	3.6500	1.3630	2.6100

Tabell 7.6: Deformasjonsresultater fra Konstruksjonssteg 2 ved $t_G = 84$ døgn

Slik det fremgår av resultatene er det neglisjerbare små avvik mellom numeriske- og analytiske deformasjonsberegninger. De analytiske beregningene viser dermed hvordan RM foretar numeriske beregninger, der de viktigste prinsippene er at

- RM benytter prinsippet om superposisjon ved å superponere aktuelle deformasjonsresponsen i de respektive konstruksjonsstegene
- RM tilnærmer de ikke-lineære krypkurvene ved lineær interpolasjon over tidsintervallene

De analytiske beregningene viser videre at RM tar inn krypmodellen i henhold til Eurocode 2 [18] på en fornuftig måte.

7.4 Analytiske beregninger for svinndeformasjoner

7.4.1 Innledning og forutsetninger

I motsetning til kryp er svinn i betongkonstruksjoner fullstendig uavhengig av påført lastnivå. Svinmodellen i henhold til Eurocode 2 [18] benyttes ved beregning av svinndeformasjoner i bjelkekonstruksjonen, og ble tidligere presentert og diskutert i delkapittel 3.3.3. I modellen fremkommer det at svinnet beregnes med hensyn på følgende hovedkomponenter

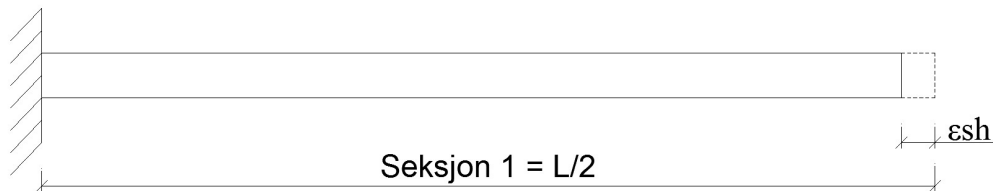
1. Uttørkingsvinn
2. Autogent svinn

Uttørkingsvinn fremkommer som en direkte konsekvens av at betongen utveksler fuktighet med omgivelsene. Med mindre den relative fuktigheten i omgivelsene er ved 100%, vil fenomenet fremkomme. *Autogent svinn* oppstår som en direkte konsekvens av den kjemiske prosessen ved fasthetsutviklingen i betongen, og vil fremkomme uavhengig av fuktighetsutvekslingen med omgivelsene.

Da prinsippet om superposisjon antas å gjelde, foregår deformasjonsberegningene identisk som den analytiske fremgangsmetoden og tidsstegsalgoritmen, som ble vist for krypberegninger i delkapittel 7.3. Dette gjennomgås dermed ikke i detalj for svinn i dette delkapittelet på tilsvarende måte som ble gjort for kryp, men det fokuseres heller på om RM tar inn svinmodellen i Eurocode 2 [18] på en fornuftig måte.

7.4.2 Beregning av svinndeformasjoner

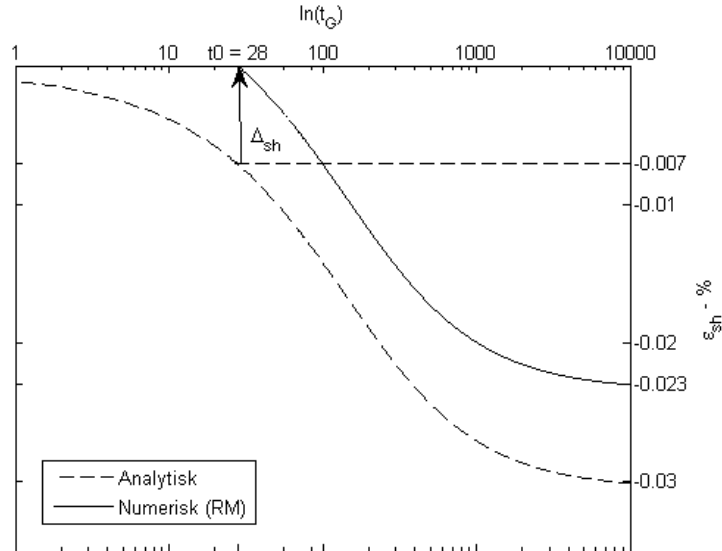
Det foretas nå en deformasjonsberegning av betongbjelken i figur 7.1. Beregningene forenkles og begrenses imidlertid ved å vurdere Seksjon 1, da det i dette tilfelle kun er ønskelig å undersøke om RM tar inn svinmodellen i EC2 på en fornuftig måte.



Figur 7.18: Svinndeformasjoner i Seksjon 1

Slik det fremgår av figur 7.18, vil Seksjon 1 som følge av opptredende svinntøyninger ϵ_{sh} trekke seg sammen og "krympe". Det totale svinnet avhenger i stor grad av ved hvilket tidspunkt t_s det antas at uttørkingsvinnet påbegynner. I dette tilfelle antas det at uttørkingen starter når betongen støpes ut for første gang, altså ved det tidspunktet den

globale konstruksjonen fødes. Ved å sette $t_s = t_G = 0$ og benytte inputparameterne i delkapittel 7.3.1 kan utviklingen av svinntøyninger finnes både numerisk og analytisk.



Figur 7.19: Utvikling av svinntøyninger i Seksjon 1

Utviklingen av svinntøyningene med tiden ved numeriske- og analytiske beregninger er vist i figur 7.19. Det legges merke til at det forekommer et oppsiktsvekkende avvik for de ulike beregningsmetodene. Den analytiske kurven viser hvordan utviklingen av svinn skulle vært i henhold til modellen i Eurocode 2 [18], dersom det antas at uttørking i Seksjon 1 virker fra utstøp, altså fra tidspunktet $t_s = t_G = 0$ døgn. Den numeriske kurven neglisjerer imidlertid svinntøyninger som oppstår i tiden før pålastningsalderen til betongen ($t_0 = 28$ døgn), hvilket medfører at RM først begynner å utvikle svinn fra dette tidspunktet. Dette impliserer at det ved pålastningsalderen $t_0 = 28$ døgn for betongen, ikke vil være noen initielle deformasjoner i seksjonen som følge av svinntøyninger. I tillegg undervurderes de endelige svinntøyningene ved tiden $t_G = \infty$, og kan blant annet føre til at deler av tvangskrefter som ville oppstått i statisk ubestemte konstruksjoner neglisjeres. Det er dermed hensiktsmessig å finne ut av hvordan RM beregner disse svinnkurvene, og hvorfor programmet tar inn svinnmodellen i EC2 på en annen måte enn ved analytiske beregninger.

Etter å ha analysert hvordan RM beregner svinnkurven numerisk, ble det funnet ut at programmet i utgangspunktet følger helt lik kurve som den analytiske. Det som imidlertid skjer er at RM som nevnt neglisjerer svinntøyninger frem til pålastningsalderen $t_0 = 28$ døgn. Programmet beregner dermed slik at svinnkurven har sitt startpunkt/nullpunkt ved dette tidspunktet, se figur 7.19. Forskjellen i svinntøyninger for analytisk- og numerisk kurve ved dette tidspunktet vil dermed være $\Delta\varepsilon_{sh} \approx 0.0070\%$. Programmet regner videre ved at den til enhver tid fra dette tidspunktet trekker i fra denne forskjellen i tøyning, slik at svinnet i RM ved tiden $t = \infty$ vil være $\varepsilon_{sh} = 0.0300\% - 0.0070\% = 0.023\%$. Dette medfører at RM beregner en endelig langtids-

tøyning som tilsvarer kun 76% av forventet langtidstøyning i henhold til svinmodellene i EC2.

Undertegnede er uenig i hvordan RM tar inn svinmodellen i Eurocode 2, da spesielt med hensyn på at den endelige langtidsdeformasjonen viser et ikke-ubetydelig avvik. Til RM sitt forsvar beregner programmet korrekt ved denne metoden dersom det benyttes prefabrikkerte betongelementer, da uttørkingen foregår under kontrollerte forhold. Dette gjelder imidlertid ikke for fritt frambygg bruer, som støpes direkte på stedet.

Det ble videre foretatt ytterligere analyser både numerisk og analytisk, for å finne en metode som kunne manipulere RM slik at endelige svinntøyninger ble minst mulig underestimert. Resultatet fra analysene viste at dersom t_s ble satt til å være lik t_0 , samsvarte svinntøyningene i RM ved tiden $t_G = \infty$ med den analytiske svinmodellene i henhold til EC2. Dette forhindrer imidlertid ikke svinntøyninger fra å underestimeres i tidlig alder, men er en alternativ metode som kan benyttes for at langtidstøyningene skal samsvare med den forventede verdien i henhold til svinmodellene i EC2.

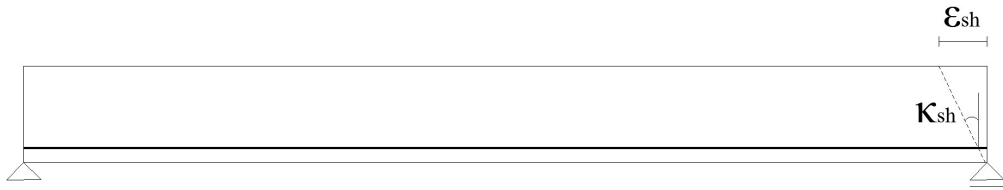
7.5 Nedbøyningsberegninger i RM med hensyn på svinn og kryp

Frem til nå i dette kapittelet har det blitt foretatt tidsavhengige analyser med hensyn på kryp- og svinndeformasjoner, når bjelken i figur 7.1 kun er utsatt for aksial belastning. I fritt frambygg bruer er det imidlertid deformasjoner grunnet vertikale forskyvninger som er av prinsipiell betydning. Det er dermed viktig å forstå hvordan RM utfører tidsavhengige beregninger av nedbøyninger med hensyn på kryp og svinn.

7.5.1 Nedbøyningsberegninger for svinn

Nedbøyninger som oppstår på grunn av svinndeformasjoner, avhenger i stor grad av mengde innlagt armering i betongkonstruksjonen. Sørensen [26] foretar en svært intuitiv betraktning av krumninger som oppstår i en statisk bestemt armert betongbjelke utsatt for svinntøyninger. Betraktningene går ut på at når betongen svinner, vil den få aksiale deformasjoner som følge av at konstruksjonen “krymper”. Ettersom bjelken er armert, vil armeringen motstå de aksiale deformasjonene og samtidig påføres spenninger som følge av svinntøyningene. Bjelken trykkes dermed mer sammen i overkant, da armeringen i underkant motstår de aksiale deformasjonene. Dette medfører at det kan oppstå tøyninger over tverrsnittet som illustrert i figur 7.20, som videre resulterer i en konstant krumning over bjelkens lengde. Dersom det hadde vært lagt inn armering i overkant ville dette begrenset krumningen i større grad.

RM regner imidlertid slik at det kun oppstår aksiale deformasjoner som følge av svinnet, og ikke krumninger på grunn av innlagt armering. Svinntøyningene vil dermed ikke føre til en økt vertikal deformasjon, slik at dette kan underestimeres i nedbøyningsresultatene. Dette kan videre forsvares, da et brutverrsnitt som oftest inneholder



Figur 7.20: Krumninger grunnet svinn

store mengder jevnt fordelt armering, slik at krumninger som oppstår på grunn av svinn vil begrenses i så stor grad at resulterende vertikale deformasjoner vil være neglisjerbare.

7.5.2 Nedbøyningsberegninger for kryp

Størrelsen på opptredende krypdeformasjoner avhenger som kjent av det aktuelle lastnivået. Dersom det antas at et påført moment genererer en lineær spenningsfordeling over et vilkårlig betongverrsnitt, vil det dermed kripe ulikt over trykksonens høyde. Kryptet medfører videre at trykksonen komprimeres og forkortes over tid, mens strekksonen tilsvarende forlenges. En slik deformasjonsmekanisme forårsaker dermed en krumning over bjelkens lengde. I likhet med svinn vil tilstedeværelsen av innlagt armering i betongkonstruksjonen begrense krumningen [4].

Normalt varierer størrelsen på momentet over bjelkens lengde, slik at størrelsen på bøyepenninger og kryptøyninger tilsvarende vil variere. Dette kan være svært innviklet å programmere på en fornuftig måte, og vil i de fleste tilfeller være svært tidkrevende å beregne numerisk. I praktisk sammenheng er det dermed vanlig å innføre en *effektiv elastisitetsmodul metode*, som medfører at stivheten i systemet reduseres ved diskretiserte tidssteg på grunn av kryp. En slik metode er nærmere diskutert av Teigen [13], Sørensen [26] og Santhi [3]. Dersom det tas utgangspunkt i kryptfunksjonen ved likning (3.14) i delkapittel 3.2.3, kan den effektive elastisitetsmodulen vises til å være

$$E_{c,eff} = \frac{1}{J(t, t_0)} = \frac{E_c}{1 + \phi(t, t_0)} \quad (7.16)$$

hvor E_c er elastisitetsmodulen ved 28 døgns fasthet, og $\phi(t, t_0)$ er kryptallet. RM benytter en slik redusert elastisitetsmodul ved numeriske nedbøyningsberegninger, på grunn av kryptets innvirkning på bøyepenninger. Bestemmelse av kryptall utføres imidlertid på tilsvarende måte som presentert i delkapittel 7.3.

7.6 Virkning av ikke-uniformt kryp og svinn

RM beregner uniforme kryp- og svinndeformasjoner over et vilkårlig definert betongtverrsnitt. Dette kan imidlertid være kontroversielt i fritt frambygg bruer, som innehar uvanlig store tverrsnittsdeler, hvilket videre gjør det fornuftig å anta at de respektive tverrsnittsdelenes vil krype- og svinne ulikt. Takacs [23] utførte et forsøk på dette fenomenet i en omfattende numerisk modell med skallelementer. Resultatene viste at effekten av ikke-uniformt kryp- og svinn fremviste mer ukonservative resultater. Effekten av ikke-uniformt kryp og svinn neglisjeres dermed videre i denne avhandlingen.

7.7 Oppsummering

Det har i dette kapitlet blitt foretatt en grundig verifisering av numeriske beregninger med hensyn på kryp og svinn i RM. Det har videre blitt vist hvordan RM benytter prinsippet om superposisjon ved beregning av aktuelle deformasjonsresponsen i respektive konstruksjonssteg. I tillegg ble det vist en tidsstegs algoritme for utviklingen av kryp over tid, og at programmet foretar lineær interpolasjon av de ikke-lineære krepkurvene. Det ble til slutt konstantert at krepmodellen i henhold til EC2 tas inn på en fornuftig måte i RM. Videre foretar RM en forenkling av nedbøyningsberegninger med hensyn på kryp ved å benytte en effektiv elastisitetsmodul, hvilket er praktisk, konservativt og ikke minst økonomisk regneeffektivt.

Ved numeriske beregninger for svinndeformasjoner i RM, ble det i verifiseringen avduket et avvik i forhold til svinmodellens i EC2. Det ble vist at endelige svinntøyninger ble underestimert av en betydelig størrelse når parameterene $t_s \neq t_0$, og dermed at svinmodellens i henhold til EC2 ikke ble tatt inn på en fornuftig måte i programmet. Ved å foreta manipulasjoner av tidsparameteren t_s , ble det vist at den endelige svinntøyningen i programmet gav samsvar med den forventede verdien. Manipulasjonen forhindrer imidlertid ikke svinntøyninger fra å underestimeres i tidlig alder. Videre beregner RM slik at det kun oppstår aksiale deformasjoner som følge av svinnet, og ikke at konstruksjonen krummer på grunn av innlagt armering, hvilket er akseptabelt.

Kapittel 8

Numerisk lineære resultater

I dette kapittelet presenteres og diskuteres resultater fra den numeriske tidsavhengige analysen som har blitt utført for Sålåsund bru. Analysene forutsetter som kjent at brukonstruksjonen er i en lineær uopprisset tilstand. Innvirkningen av skjærdeformasjoner i en slik tilstand diskuteres i dette kapittelet. Videre belyses den komplekse oppførselen til brukonstruksjonen, når tilstanden endrer seg med tiden som følge av langtidseffektene kryp, svinn og relaksasjon.

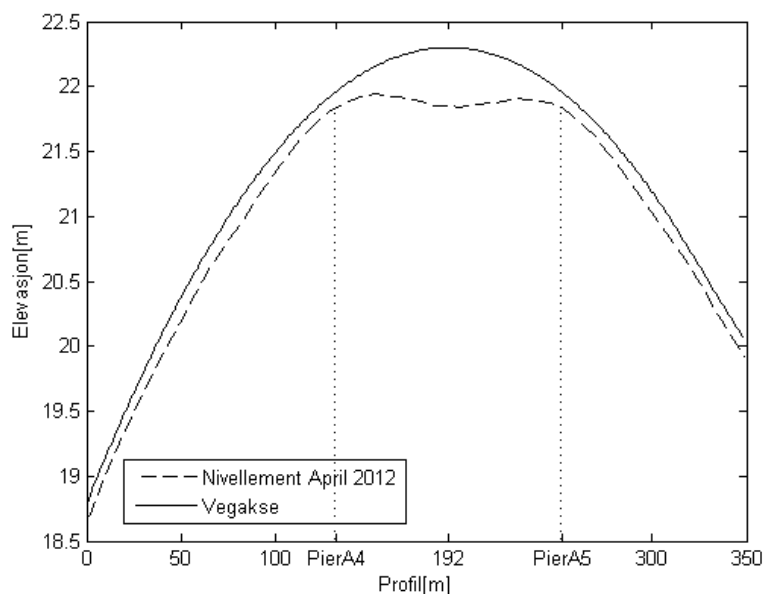
8.1 Innledning

Tidsavhengige materialmodeller som benyttes i de numeriske beregningene er i henhold til Eurocode 2 [18], og ble tidligere presentert i kapittel 3. Teorigrunnlag for oppbygning- og beregning av numerisk modell diskuteres grundig i kapittel 5- og 6. Videre er det foretatt en verifisering av numeriske kryp- og svinnberegninger RM utfører i kapittel 7.

April 2012 ble det utført et nivellement av Sålåsund bru i regi av Statens Vegvesen [2]. Teoretisk vegakse og målt nivellement er vist i figur 8.1, der den velkjente “duppen” som ofte opptrer i hovedspennet for fritt frambygg bruer er tydelig markant. Ved utbygging av brukonstruksjonen legges det inn som nevnt tidligere overhøyder i forhold til teoretisk vegakse. Størrelsen på overhøydene er normalt lik den tilsvarende beregnede langtidsdeformasjonen, men med motsatt fortegn. Årsaken til at overhøyder legges inn, er at brukonstruksjonen skal innstille seg en endelig deformasjonsform lik den teoretiske vegaksen etter uendelig lang tid.

Sett bort i fra hovedspennet, fremviser brukonstruksjonen kun små neglisjerbare avvik i elevasjon- og deformasjonsform fra den teoretiske vegaksen ved presens tid. I denne delen av brukonstruksjonen er det dermed åpenbart at langtidsberegningene stemmer greit overens med langtidsoppførselen, selvom den i noe grad underestimeres. I hovedspennet fremkommer det imidlertid betydelige overflødige deformasjoner og en deformasjonsform som har tydelige avvik fra den teoretiske vegaksen. Da innlagte

overhøyder skulle ha sikret at brukonstruksjonen i hovedspennet tok lik form som den teoretiske vegaksen, viser dette at det oppstår utilsiktede effekter i løpet av levetiden som ikke ble avduket i prosjekteringsfasen for Sålåsund bru.



Figur 8.1: Teoretisk vegakse- og målt nivellement av Sålåsund bru April 2012

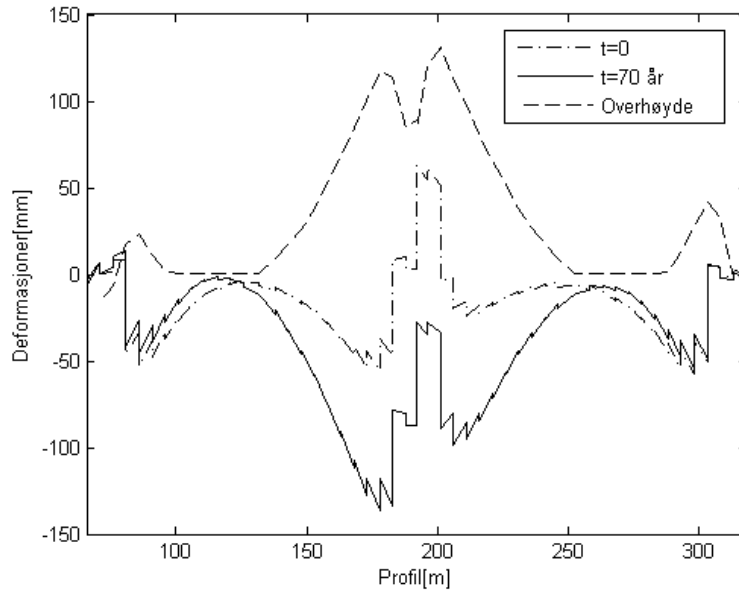
I dette kapittelet belyses hovedsakelig langtidsoppførselen for Sålåsund bru, når det utføres numerisk lineære tidsavhengige analyser i uopprikket tilstand og det benyttes kryp- og svinmodeller i henhold til EC2. En årsak til det, er for å undersøke om kryp- og svinmodeller som ble benyttet ved prosjektering av Sålåsund bru gir betydelige avvik i langtidsdeformasjoner, og dermed om dette kan gi opphav til forklaringen på de utilsiktede deformasjonene i hovedspennet.

8.2 Langtidsdeformasjoner

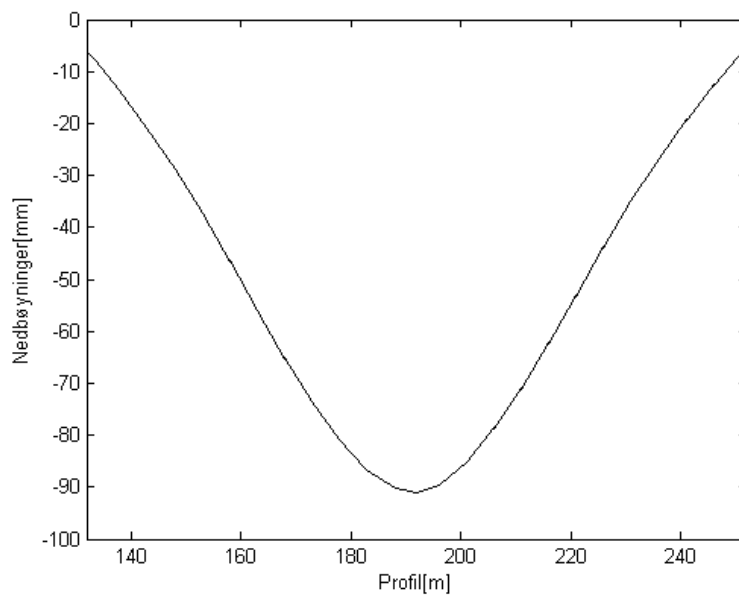
Figur 8.2 fremviser utviklingen av langtidsdeformasjonen fra bruåpning ($t = 0$) og frem til kryptet antas å opphøre ($t \approx 70$) for fritt frambygg delen på Sålåsund bru. Langtidsdeformasjonene er kun påvirket av innvirkningen fra permanente laster; egenvekt betong, spennarmering og superponert egenvekt (slitelag, kantbjelker, belyningsstolper, etc). I tillegg er prosjekterte overhøyder for brua fremvist i figuren, hvilket observeres å samsvare godt overens med beregnede langtidsdeformasjoner ved $t = 70$ år¹. Dette viser dermed at langtidsberegninger som ble utført ved prosjektering av Sålåsund bru, ikke fremviser vesentlig store forskjeller fra langtidsberegninger utført ved presens tid. På grunnlag av dette, kan det på ingen måte konkluderes med at kryp- og svinmodeller som ble benyttet ved prosjektering av Sålåsund bru, vil gi betydelige

¹Med motsatt fortegn vel og merke

avvik i deformasjonsresultater sammenlignet med når det benyttes kryp- og svinnmø-
deller i henhold til EC2.



Figur 8.2: Langtidsdeformasjoner av FFB-delen- og innlagt overhøyde, Sålåsund bru. Pilarer
i akse A4 og A5 er ved henholdsvis 132 m- og 252 m



Figur 8.3: Nedbøyninger i hovedspenn, Sålåsund bru

Oppløftet av seksjoner ved midtspenn skyldes hovedsakelig forspenningen i undergurt,
og skal i utgangspunktet være med på å redusere den tydelige deformasjonen som opp-

trer i dette området. Fra figur 8.2 observeres det faktisk at forspenningen i undergurt vil forårsake en oppbøyning ved bruåpning.

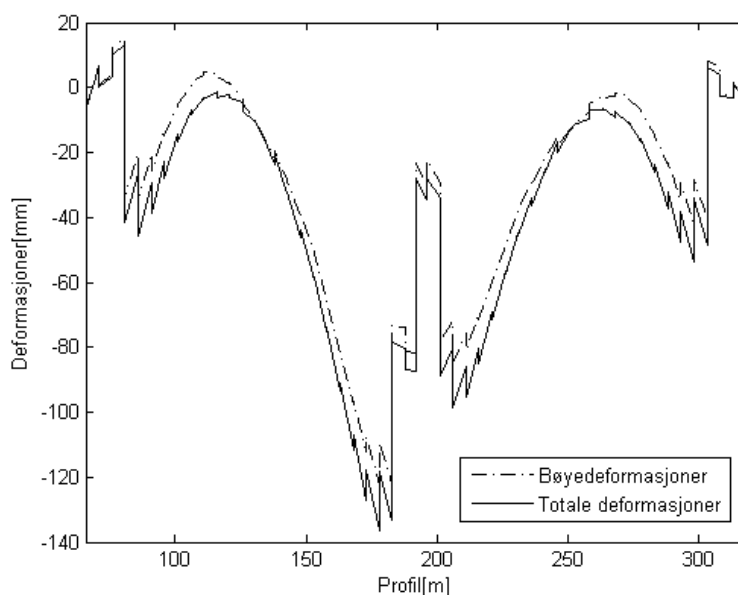
Fra figur 8.2 observeres det videre at deformasjonene i kragarmen fra akse A4 vil ha større deformasjoner enn motstående kragarm fra akse A5. Dette virker imidlertid motstridende med byggeprosessen for brukonstruksjonen, da det er kjent at kragarmen fra akse A5 bygges før kragarmen fra akse A4. Intuitivt ville det dermed vært naturlig at kragarmen fra akse A5 skulle ha opplevd større deformasjoner, da denne får krype- og svinne lenger. Beregningene viser imidlertid at krypdeformasjonene i denne kragarmen faktisk gir oppbøyninger i en kort periode over tid. Dette medfører at når siste seksjon i kragarmen fra akse A4 skal støpes, vil kragarmen fra akse A5 være i tilnærmet lik elevasjon som når denne ble ferdigbygget. På fagspråket sier man dermed at kragarmen har krøpet oppover. Årsaken til dette fenomenet kan enkelt forklares ved at krypdeformasjoner forårsaket av forspenningen, er større enn krypdeformasjoner forårsaket av egenvekten til kragarmen i en kort periode. Etterhvert som relaksasjonen i spennstålet imidlertid øker vil tilsvarende forspenningskraften reduseres, slik at krypdeformasjoner forårsaket av egenvekten til slutt vil bli dominerende. Da begynner kragarmen å kripe nedover.

8.3 Skjærdeformasjoner

Figur 8.4 fremviser totale langtidsdeformasjoner ved $t = 70$ år med- og uten skjærdeformasjoner. Fra figuren observeres det kun små neglisjerbare avvik når skjærdeformasjoner inkluderes. Dette er imidlertid forventet når konstruksjonen beregnes i en lineær uopprisset tilstand. Årsaken til det er at skjærstivheten i en slik tilstand er meget høy. Selv ved utbyggingsfasen av de første seksjonene, når forholdet mellom tverrsnittshøyde og utkragerlengde ikke tilfredsstillende kravet til klassisk Euler-Bernoulli bjelketeori, vil skjærdeformasjonene være neglisjerbare på grunn av høye stivheter.

Beregninger *før i tiden* ble ofte utført uten å inkludere skjærdeformasjoner, da dette ble antatt til å gi neglisjerbare påslag i totale deformasjoner. Fritt frambygg bruer har som kjent en tendens til å kunne fremvise utilsiktede deformasjoner, og det ble raskt antatt at neglisjeringen av skjærdeformasjoner kunne være årsaken til det. En slik antakelse *kan* imidlertid forkastes når det utføres analyser i lineær uopprisset tilstand, og bekrefter langt på vei at bøyedeformasjoner vil kunne være tilstrekkelig når langtidsdeformasjoner beregnes. Det er imidlertid svært viktig å merke seg at dette kun gjelder dersom betongen i brukonstruksjonen forblir uopprisset. Etter opprissing vil resultater fra lineære analyser være utilstrekkelig, og det med må dermed utføres analyser som tar hensyn til den ikke-lineære oppførselen til betong etter opprissing.

Figur 8.3 fremviser den relative forskyvningen av bruoverbygningen fra $t = 0$ til $t = 70$ år i hovedspennet. Denne finnes ved å trekke verdier for deformasjoner ved $t = 0$ fra deformasjoner ved $t = 70$ år i figur 8.2, og er den formen bruoverbygningen i hovedspennet opprinnelig skulle tatt etter lang tid, dersom det ikke ble lagt inn overhøyder. Denne deformasjonsformen viser utviklingen av langtidsdeformasjonene



Figur 8.4: Deformasjoner ved $t = 70$ år med- og uten skjærdeformasjoner

som en konsekvens av innvirkningen fra kryp på kun bøyedeforasjoner. Innvirkningen fra kryp på skjærdeformasjoner inkluderes dermed ikke ved tradisjonelle lineære analyser, da fenomenet ikke er implementert i programformuleringen for RM Bridge V8i. Dette gjelder imidlertid ikke kun for RM, men også for andre kommersielle programvarer som benyttes ved prosjektering av fritt frambygg bruer i industrien per dags dato. Årsaken til det er at konsekvensene av fenomenet er ukjent, og har dermed ikke blitt vurdert til å ha en relevant betydning i prosjekteringssammenheng. En grundigere diskusjon av fenomenet utføres i kapittel 9.

8.4 Snittkrefter

Resultater fra momenter, aksial- og skjærkrefter presenteres i dette delkapittelet for bruoverbygningen i fritt frambygg delen. RM tillatter brukeren å hente snittkrefter svært gunstig ved å skille mellom om effekten av *primære*, *sekundære* eller *totale* innvirkninger ønskes vurdert. Ved primær innvirkning, vurderes kun effekten av spennarmeringen som ytre påført aksialkraft (P) og moment ($P \cdot e$) på snittkreftene i konstruksjonen. Ved sekundær innvirkning, vurderes effekten av egenvekten, samt effekten av tvangskrefter som oppstår både fra langtidseffekter (kryp, svinn og relaksasjon) og forspenning på snittkreftene i konstruksjonen. Dersom den totale innvirkningen ønskes vurdert, superponeres naturligvis effektene fra både primære- og sekundære innvirkninger.

Figur 8.5 viser utviklingen av momenter på grunn av egenvekten til brukonstruksjonen (med superponert egenvekt) og opptredende tvangsspenninger. Utviklingen gjelder fra

tiden ved bruåpning ($t = 0$) og frem til kryptet antas å opphøre ($t \approx 70$ år). Fra figuren observeres det at momentet endrer seg over tid til å gi reduksjon i moment over støtte, og økning i moment ved felt. Hovedårsaken til det fremkommer av tvangskrefter som oppstår fra kryp-, svin- og relaksasjon over tid, og refereres ofte som den omtalte *krypomlagring* i konstruksjonen. Krypomlagringen observeres imidlertid til å være relativt liten.

Figur 8.6 fremviser utviklingen av momenter når den totale innvirkningen vurderes for brukonstruksjonen. Denne figuren fremviser altså den samlede virkningen av drivende egenvektsmomenter-, stabiliserende forspenningsmomenter-, samt tvangsmomenter fra langtidseffekter- og forspenning. Sammenlignet med momentstørrelsene i figur 8.5, observeres det at støttemomentet reduseres betraktelig på grunn av den gunstige effekten fra forspenningen. Videre legges det merke til at totale momenter øker både ved støtte- og felt over tid, og fremkommer hovedsakelig som følge av opptredende relaksasjon i spennarmeringen. Dette fører til at det gunstige momentet fra forspenningen som er med på å motvirke egenvektsmomenter reduseres over tid. Når denne effekten kombineres med krypomlagringen, endres momenttilstanden i brukonstruksjonen over tid.

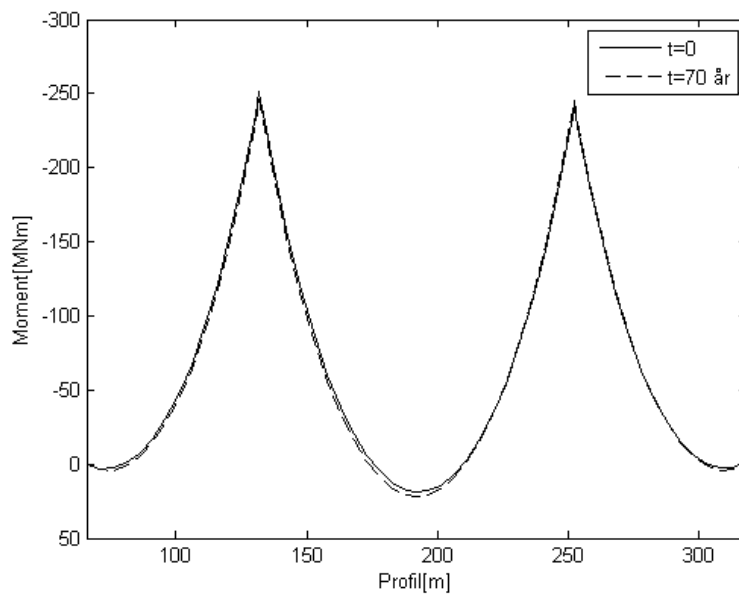
I figur 8.7 fremvises utviklingen av aksialkraften når kun sekundære innvirkninger vurderes. Fra figuren observeres det at strekket i bruoverbygningen øker over tid. Årsaken til det er at kryp- og svinndeformasjoner fører til at bjelkekonstruksjonen i hovedspennet “krymper”. Søylene vil imidlertid motsette seg denne deformasjonen og prøver dermed å holde igjen, hvilket medfører økt strekk i bruoverbygningen.

Utviklingen av *redusert* skjærkraft er vist for den totale innvirkningen i figur 8.8. Årsaken til at det benyttes reduserte verdier for skjærkraften, er at forspenningen kombinert med opptredende geometrisk helning i undergurten, gir en gunstig vertikalkomponent som virker reduserende på den ytre påførte skjærkraften fra egenvekten. Videre observeres det at endringen av skjærkraft over tid er minimal.

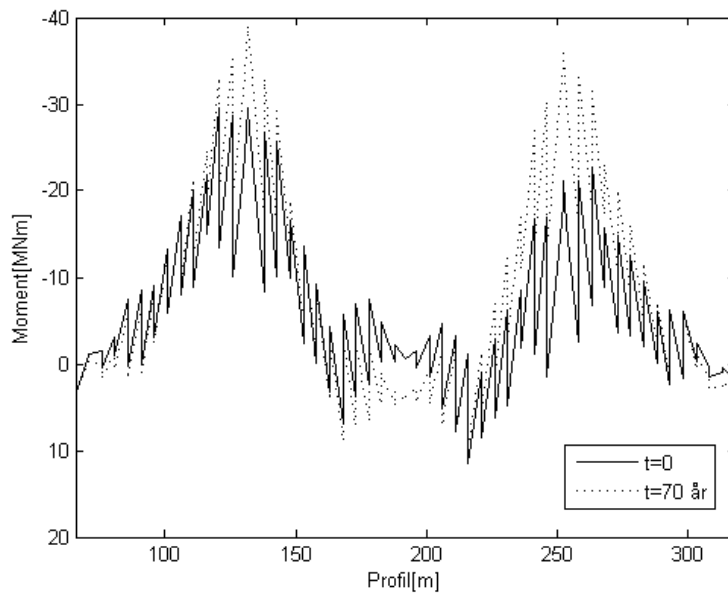
8.5 Oppsummering

I dette kapittelet har resultater fra lineære analyser blitt presentert og diskutert. Det observeres ingen vesentlig store avvik i beregnede langtidsdeformasjoner fra prosjekterte overhøyder for Sålåsund bru, slik at det på ingen måte kan konkluderes med at det har oppstått en prosjekteringsfeil når det utføres lineære analyser. Videre viser lineære analyser at kryp- og svinmodeller som benyttes i henhold til Eurocode 2 [18], ikke gir vesentlig forskjell i resultater sammenlignet med kryp- og svinmodeller som ble benyttet ved prosjektering av Sålåsund bru. I tillegg observeres det at skjærdeformasjoner opptrer med neglisjerbare størrelser på grunn av høy skjærstivhet i lineær uopprisset tilstand. Fra resultatene observeres det heller ingen spenningstilstander i brukonstruksjonen som skulle tilsi at betongens strekkfasthet overskrides, slik at riss skulle ha fremkommet. På bakgrunn av oppnådde resultater i dette kapittelet, kan det ikke gis en grunnleggende forklaring på hvorfor *utilsiktede deformasjoner og skjærriss*

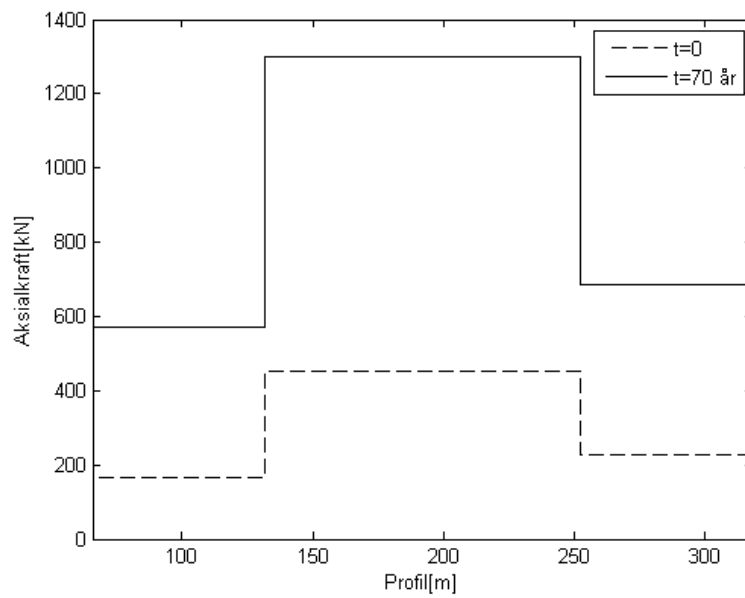
har oppstått i løpet av brukonstruksjonens levetid. En grundigere diskusjon på årsaken til at slike fenomener kan ha en tendens til å oppstå i fritt frambygg bruer utføres i kapittel 9.



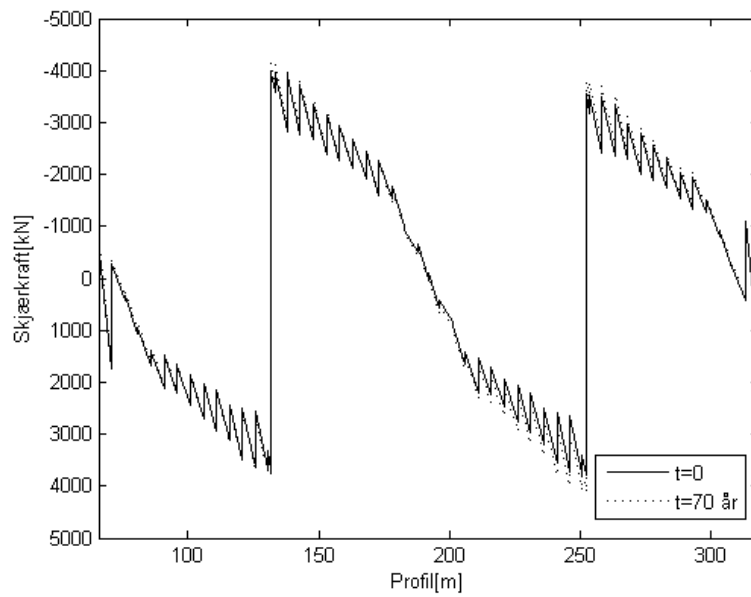
Figur 8.5: Momenter med kun *sekundære* innvirkninger



Figur 8.6: Moment med *totale* innvirkninger



Figur 8.7: Aksialkrefter med kun *sekundære* innvirkninger



Figur 8.8: Redusert skjærkraftdiagram med *totale* innvirkninger

Kapittel 9

Ikke-lineære tverrsnittsanalyser av FFB bruer med skjærriss

Resultater fra lineære analyser i kapittel 8 gir ingen grunnleggende forklaring på årsaker til at *utilsiktede deformasjoner og skjærriss* har en tendens til å oppstå i fritt frambygg bruer. Forutsetninger for å kunne utføre lineære analyser er at betongen forblir uopprikket. Fritt frambygg bruer med opptredende skjærriss inngår dermed ikke i forutsetningene. I tradisjonelle lineære analyser utføres det videre langtidsanalyser med hensyn på innvirkningen av kryp på kun bøyedeformasjoner, og ikke skjærdeformasjoner.

I dette kapittelet stilles en meget interessant og kontroversiell hypotese på at innvirkningen av kryp på hovedtrykktøyninger gir opphav til forklaring for opptredende skjærriss. Etter at skjærriss har fremkommet, er det fornuftig å anta at skjærstivheten reduseres betraktelig, og dermed at innvirkning av kryp på skjærdeformasjoner i en slik tilstand vil kunne gi betydelige påslag i totale deformasjoner. For å kunne bevise denne hypotesen, må det imidlertid utføres analyser som ivaretar den ikke-lineære oppførselen til betong etter skjær opprikkning. Den etablerte beregningsalgoritmen i kapittel 4.6.5 som tar utgangspunkt i den modifiserte trykkfeltsteorien [9], er en velegnet modell som kan utføre slike ikke-lineære analyser.

Hypotesen forsøkes å bevises ved å utføre ikke-lineære tverrsnittsanalyser i det som antas å være en av de mest utsatte seksjonene for skjærriss på Sålåsund bru. Antakelsene baseres på observasjoner fra inspeksjonen undertegnede gjennomførte på Sålåsund bru i Aure kommune, Møre- og Romsdal, 14/02-2013.

9.1 Problemstilling

Det er et kjent problem blant brukonstruktører i Norge at utilsiktede deformasjoner og skjærriss har en tendens til å oppstå i fritt frambygg bruer. Med utilsiktet menes effekter som brukonstruktører ikke har vært klar over kan oppstå i løpet av bruas levetid,

og som dermed ikke har blitt tatt høyde for ved prosjektering. Riss anses og betraktes normalt som uproblematisk, så fremt rissvidden begrenses og ikke fører til bestandighetsproblemer for konstruksjonen. Problemene skjærriss imidlertid kan føre med seg, er reduksjon av skjærstivhet [22]. Dette kan medføre økte skjærdeformasjoner, som videre kan gi betydelige påslag i totale deformasjoner. I tillegg vil skjæropprissing komplisere beregninger i større grad, da betongkonstruksjonen lenger ikke kan beregnes ved lineære analyser, og avviker dermed fra den såkalte Stadium I tilstanden [26].

14/02-2013 utførte undertegnede en grundig inspeksjon av Sålåsund bru, der formålet var å kartlegge rissdannelser og danne seg et generelt inntrykk av “skadeomfanget” på brukonstruksjonen. Illustrasjonsfoto i figur 9.1 viser tydelige deformasjoner som opptrer midt i hovedspennet, mens illustrasjonsfoto i figur 9.2 viser diagonale skjærriss som har oppstått i steg. Fra inspeksjonen ble det observert skjærriss i steg i samtlige seksjoner for fritt frambygg delen.



Figur 9.1: Illustrasjonsfoto av deformasjoner i Sålåsund bru

Resultater fra lineære analyser i kapittel 8 gir ingen tydelige indikasjoner på at kryp- og svinmodellen som benyttes ved prosjektering i dag, vil gi betraktelig økning i deformasjoner i forhold til den som ble benyttet ved prosjektering av Sålåsund bru. I tillegg ble det konstantert at skjærdeformasjoner ved lineære analyser gav lite påslag i totale deformasjoner. Det ble heller ikke observert spenningstilstander som skulle tilsi at betongens strekkfaset overskrides over tid, slik at riss oppstår. På bakgrunn av dette oppnås ingen rimelig forklaring på hvorfor utilsiktede deformasjoner og skjærriss har oppstått i løpet av konstruksjonens levetid. En hypotetisk årsak diskuteres imidlertid svært grundig i dette kapittelet, hvor teorigrunnet for å kunne diskutere hypotesen tidligere ble presentert i kapittel 3- og 4.



Figur 9.2: Illustrasjonsfoto av riss i steg på Sålåsund bru

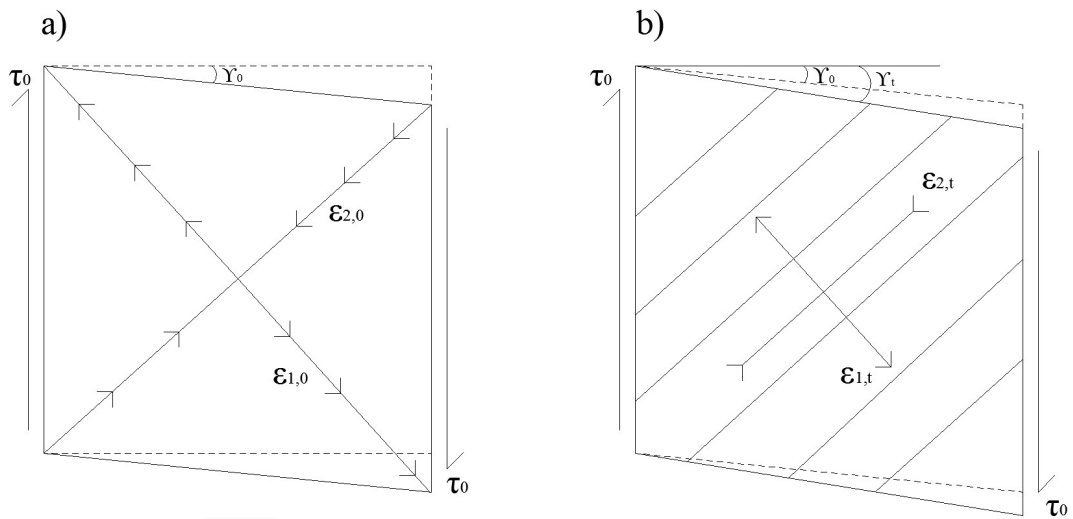
9.2 Hypotese

Fra den rutinemessige inspeksjonen rett etter bruåpning av Sålåsund bru, ble det aldri rapportert om synlige riss eller tydelige deformasjoner i midtspennet. På bakgrunn av dette, er det fornuftig å utelukke at fenomenene kan ha oppstått som en konsekvens av eventuelle feil i utbyggingsfasen av brua. Det ble imidlertid observert at riss oppstod etter enn viss tid, og økte gradvis i antall og omfang over tid. Tilsvarende gjelder for de tydelige deformasjonene i midtspennet.

Det er dermed fornuftig å anta en hypotese på at problemene kan karakteriseres som tidsutviklende fenomener, og fremkommer som en direkte konsekvens av innvirkningen fra kryp. At nedbøyninger øker over tid som følge av kryp er et velkjent fenomen for spennarmerte betongkonstruksjoner, og har vært et gjennomgående tema i store deler av avhandlingen. En mer vågal hypotese er å hevde at skjærriss kan ha oppstått som en direkte konsekvens av innvirkningen fra kryp. En slik hypotese *kan* imidlertid rettfærdiggjøres ved å foreta likevektsbetraktninger av høye steg utsatt for store skjærspenninger og normalspenninger, hvilket er et realistisk tilfelle som ofte opptrer i fritt frambygg bruer.

Figur 9.3a) antas å være et utsnitt fra et uopprisset armert betongsteg i en fritt frambygg bru. Steget antas videre å være utsatt for en høy konstant initiell skjærspenning τ_0 , som genererer den anviste deformasjonsmekanismen. De transformerte hovedtøyningene $\epsilon_{1,0}$ og $\epsilon_{2,0}$ kan dermed finnes ved å benytte Mohr's sirkel, dersom de initielle tøyningene $\epsilon_{x,0}$, $\epsilon_{y,0}$ og γ_0 er kjente størrelser som tidligere diskutert i delkapittel 4.5.2.

Hovedtrykktøyningene $\epsilon_{2,0}$ i figur 9.3a) antas nå å være utsatt for kryp som følge av store opptredende hovedtrykkspenninger. En slik antakelse vil dermed kunne medføre at hovedtrykktøyningene øker over tid, selvom den påførte skjærspenningen holdes konstant. Når hovedtrykktøyningene imidlertid øker, er det fornuftig å anta at hovedstrekketøyningen $\epsilon_{1,0}$ tilsvarende vil øke. Årsaken til det er at deformasjonsmekanismen



Figur 9.3: Deformasjonsmekanisme i steg utsatt for skjærspenning

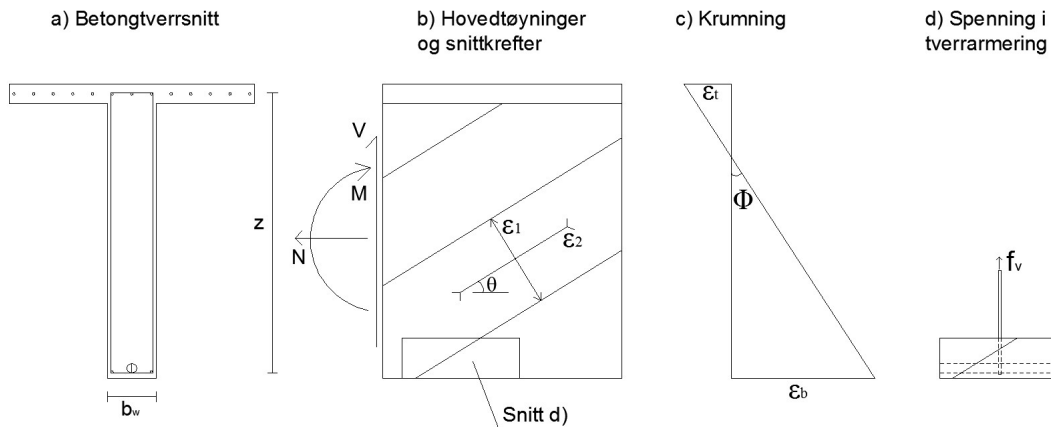
åpenbart er nødt til å innstille seg likevekt med den nye tøyningstilstanden. Fysikken kan logisk forklares ved at en forkortning av hovedtrykkdiagonalen, er nødt til å medføre en forlengning av hovedtrekkdiagonalen. Når hovedtrekktoyningen har oppnådd en tilstrekkelig høy verdi, vil betongens strekkfasthet overskrides slik at opprissing fremkommer, se figur 9.3b). I denne figuren vises en antatt deformasjonsmekanisme, som følge av økte hovedtøyninger ved en tid t etter påføring av den konstante skjærspenningen τ_0 .

Kort oppsummert baseres hypotesen for skjæroprissing på at det innføres kryp på hovedtrykktoyninger. En økning av hovedtrykktoyninger, vil tilsvarende føre til økning av hovedtrekktoyninger på grunn av krav til likevekt for den nye tøyningstilstanden. Ved en tilstrekkelig høy hovedtrekktoyning vil betongens strekkfasthet overskrides, slik at diagonal opprissing fremkommer. Etter opprissing vil det være fornuftig å anta at skjærstivheten reduseres, som videre kan føre til økte skjærdeformasjoner av betydelig størrelser sammenlignet med uopprisset tilstand.

9.3 Anvendelse av modifisert trykkfeltsteori

For å kunne utføre beregninger på antakelsene i den diskuterte hypotesen over, må det benyttes et analyseverktøy som tar hensyn til den ikke-lineære oppførselen til betong etter opprissing. Den modifiserte trykkfeltsteorien (MTFT), som tidligere ble grundig diskutert og presentert i delkapittel 4.5, er et verktøy som innehar den egenskapen. Ved å implementere krumningslikevekt i beregningsalgoritmen for MTFT, kan den ikke-lineære skjærdeformasjonsresponsen for et vilkårlig opprisset- og uopprisset betongtverrsnitt, utsatt for den kombinerte virkningen av moment, aksial- og skjærkraft forutsies. Beregningsalgoritmen ble grundig diskutert og presentert i delkapittel 4.6.5, og krever iterasjoner på følgende fire hovedparametere (se også figur 9.4)

1. Hovedtrekktoyning, ϵ_1 , som gir likevekt med påført skjærkraft
2. Vinkel på hovedtrykktoyning, θ , som gir likevekt med påført aksial- og skjærkraft
3. Spenning i tverrarmering, f_v , som gir lokal likevekt i tverretning
4. Krumning, ϕ , som gir likevekt med påført moment



Figur 9.4: Iterasjonsparametere

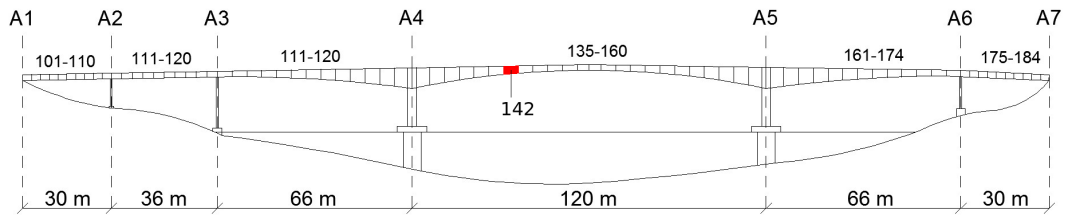
Beregningsalgoritmen er i stand til å finne tøyningstilstanden og spenningstilstanden som gir likevekt med ytre påførte snittkrefter. Fire iterasjoner som er gjensidig avhengige krever imidlertid høy beregningstid. Ved å eliminere iterasjonen på ϵ_1 og heller velge bestemte verdier for denne parameteren, reduseres beregningstiden betraktelig. For ulike valgte verdier av hovedtrekktoyningen ϵ_1 kan den fullstendige skjær-deformasjonsresponsen for et vilkårlig betongtverrsnitt beregnes, forutsatt at ytre moment- og aksialkraft holdes konstante.

9.4 Tverrsnitt og geometri

9.4.1 Valg av seksjon

Det beregnes en ikke-lineær skjær-deformasjonsrespons for samtlige seksjoner i fritt frambygg delen på Sålåsund bru. Beregningene forenkles ved at det benyttes midlere tverrsnittsverdier- og snittkrefter i de respektive seksjonene. I denne avhandlingen eksemplifiseres beregningene imidlertid kun for seksjon 142, se figur 9.5.

Fra den utførte inspeksjonen på Sålåsund bru ble det observert skjærriss i samtlige seksjoner for fritt frambygg delen. Antall riss-, rissavstander- og rissvidder varierte i hver seksjon, der det ble observert at seksjon 142 og nærliggende seksjoner var spesielt utsatt for mange- og lange riss, korte rissavstander og gjennomsnittlige rissvidder i området $w = 0.3 - 0.6$ mm. Størrelsen på de observerte rissviddene vil i henhold til

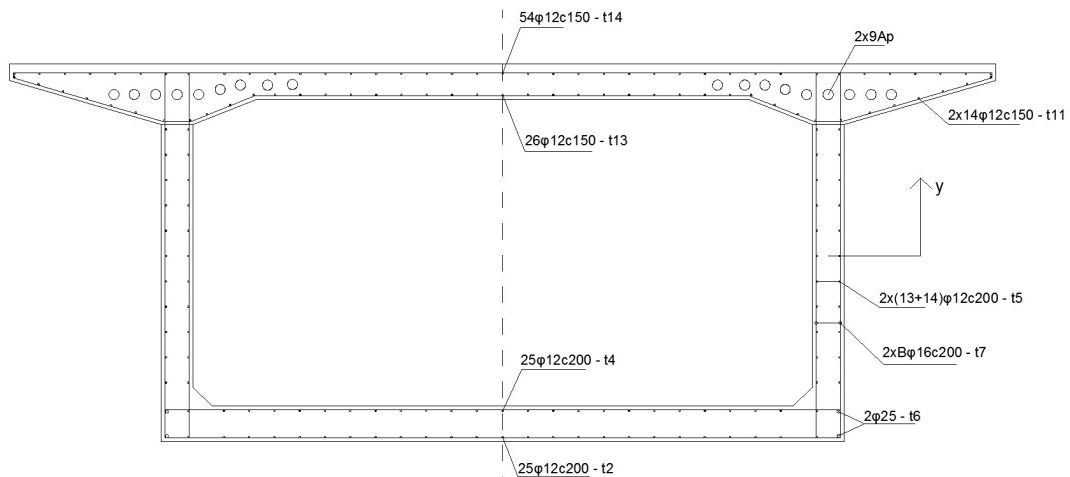


Figur 9.5: Seksjon 142

Eurocode 2 [18] klassifiseres som bestandighetstruende for konstruksjonen. Seksjoner ved pilarer var ikke like skadeutsatt, selvom det også ble observert et få antall riss i disse områdene.

Det mest skadeutsatte området (ved seksjon 142 og symmetrisk for motstående kragarm) ligger i det såkalte “fjerdedelsområdet”, der fritt frambygg bruer ofte har en tendens til å slite med skjærkapasiteten. Dette området ligger nært et infleksjonspunkt, slik at seksjoner her vil være utsatt for relativt små momenter men store skjærkrefter, se moment- og skjærkraftdiagram i henholdsvis figur 8.5- og 8.8. Samtidig vil skjærkapasiteten for seksjonene i dette området være redusert på grunn av lavere tverrsnittshøyde.

9.4.2 Tverrsnittsgeometri og materialparametere



Figur 9.6: Armering i seksjon 142

Tverrsnittsgeometrien og innlagt armering for seksjon 142 er vist i figur 9.6. Den midlere tverrsnittshøyden er 2984 mm, mens den midlere tykkelsen i undergurt er 281 mm. Samtlige tverrsnittsdeler er slakkarmert både i overkant- og underkant, og i langsgående- og tverrgående retning. Det er lagt inn totalt 2x9 spennkabler symmetrisk plassert i overgurt, der tøyingsdifferansen mellom spennarmering og betong som følge av oppspenningsprosessen er satt til å være $\Delta\epsilon_p = 6.0 \cdot 10^{-3}$. Senteravstand mel-

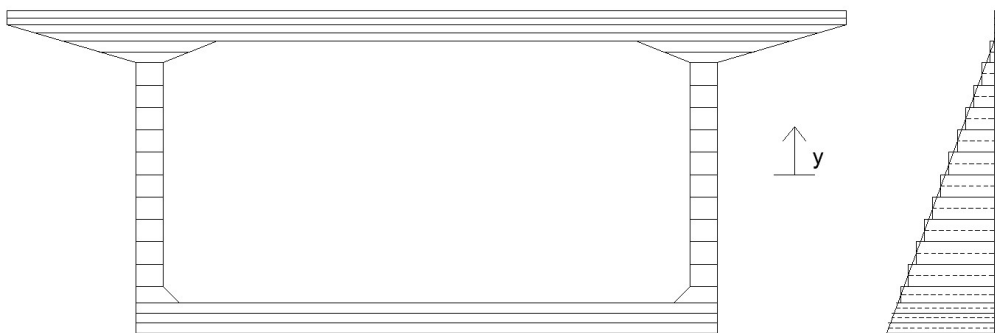
lom tverrarmering i steg er 200 mm, mens den midlere effektive skjærhøyden er satt til å være 2573 mm. Øvrige verdier for tverrsnittsgeometrien er som angitt i figur 5.2, mens materialparametere er angitt i tabell 9.1. Fra denne tabellen angis en verdi for tøyningen idet betongens strekkfasthet overskrides og begynner å risse, som forenklet antas å være $\epsilon_{cr} = f_{cr}/E_c$.

Sylindertrykkfasthet f_{ck} [MPa]	30
Strekkfasthet f_{cr} [MPa]	1.8
Elastisitetsmodul E_c [MPa]	26300
ϵ_{ck} [10^{-3}]	-2.5
ϵ_{cr} [10^{-3}]	0.068
Maksimal tilslagsstørrelse a [mm]	19
Flytespenning spennstål $f_{p,0.2,k}$ [MPa]	1550
Elastisitetsmodul E_p [MPa]	195000
$\Delta\epsilon_p$ [10^{-3}]	6
Totalt areal per spennkabel A_p [mm ²]	1184
Flytespenning armeringsstål f_{vy} [MPa]	400
Elastisitetsmodul E_s [MPa]	200000

Tabell 9.1: Materialparametere

9.4.3 Diskretisering

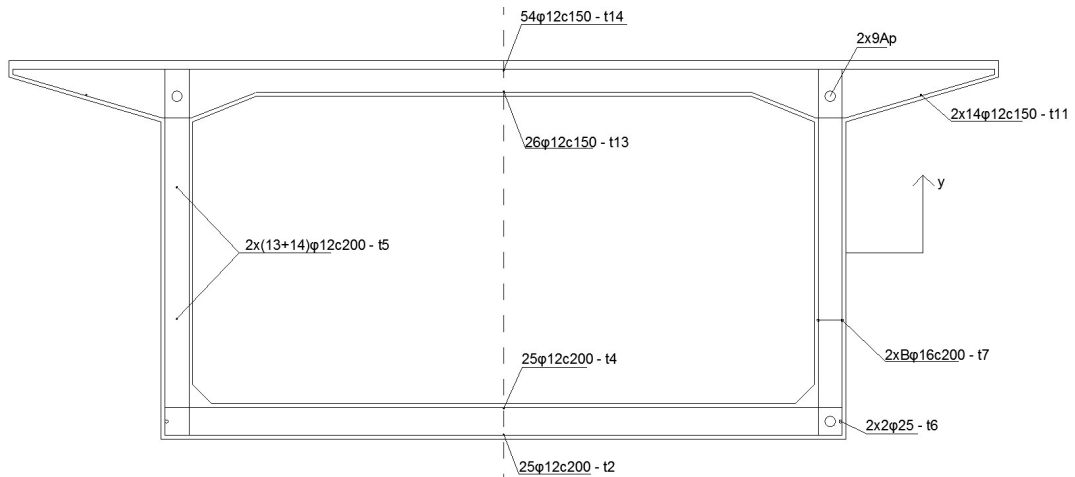
Før beregningene for seksjonen kan gjennomføres, må det foretas valg for diskretisering av tverrsnittet i henhold til det som ble diskutert i delkapittel 4.6. Betongarealet diskretiseres i lameller og referanseaksen velges plassert i halve steghøyden, se figur 9.7.



Figur 9.7: Diskretisert betongareal

Diskretisering av armeringsarealet i tverrsnittet er som vist figur 9.8. Ved sammenligning med figur 9.6, legges det nå merke til at langsgående armering som ligger i samme elevasjon over referanseaksen, har blitt “lumpet” i punkter over tverrsnittet. Dette kan forsvares da armeringslag som ligger i tilnærmet lik elevasjon, vil ha lik avstand om referanseaksen. Tilsvarende har blitt gjort med langsgående slakkarmering i steget,

der disse har blitt lumpet og plassert i fjerdedelspunktet over steghøyden. Dette antas å være en akseptabel antakelse, da slakkarmeringen genererer små aksialspenninger sammenlignet med betong og spennarmering. Tverrgående armering i over- og undergurt har ingen relevant betydning for beregningene, da torsjon ikke betraktes.



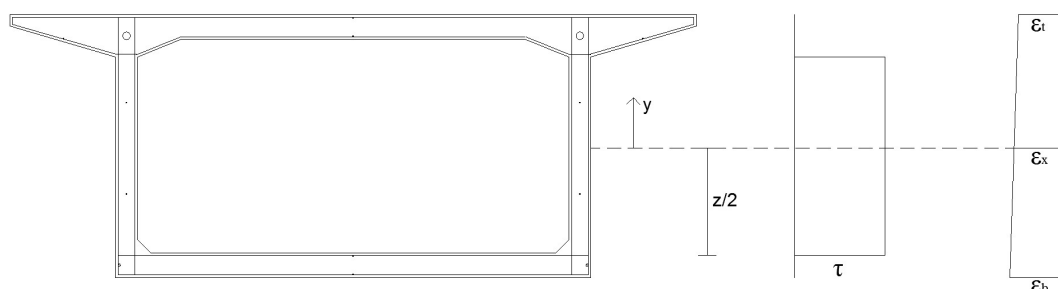
Figur 9.8: Lumpet armering i seksjon 142

Valgt diskretisering av betongarealet antas å være fin nok til å kunne representere en god tøyingsfordeling over tverrsnittet. Hver lamell antas å ha en konstant tøyning over lamellhøyden, lik den reelle tøyningen ved tyngdepunktet av lamellen. Tilsvarende prinsipp gjelder for slakkarmering og spennarmering. Spenningen i hver lamell og hvert lumpet armeringsareal finnes så ved å benytte de respektive materiallovene.

9.4.4 Forenklinger og forutsetninger

Det må fattes en viktig beslutning på hvor i tverrsnittshøyden referanseaksen plasseres, da det ved den valgte elevasjonen utføres biaksiale tøyning- og spenningsanalyser i henhold til MTFT, som videre antas å være konstant over tverrsnittshøyden. Videre antas det forenklet en konstant skjærspenningsfordeling over den effektive skjærhøyden. Bakgrunnen og motivasjonen for disse forenklingene- og forutsetningene er grundig diskutert i delkapittel 4.6.5.

Mitchell og Collins [16] foretar en grundig diskusjon og anbefaling om at referanseaksen bør velges i den halve effektive skjærhøyden, tilsvarende som valgt for seksjon 142. At referanseaksen alltid bør velges ved denne elevasjonen kan imidlertid anses som kontroversielt, og i enkelte tilfeller svært ukonservativt. Årsaken til det er at en økning av den langsgående tøyningen ϵ_x ved denne elevasjonen, fører til redusert skjærkapasitet. Et naturlig konservativt valg ville dermed vært en plassering av referanseaksen nærmere flensområdet, hvor det forekommer størst langsgående strekktøyninger. Mitchell og Collins [16] forsvarer imidlertid valget ved å hevde at et tverrsnitt med innlagt tverrarmering, har en god evne til å kunne omfordele skjærspenninger i høyt belastede områder til mindre belastede områder.



Figur 9.9: Valg av elevasjon for referanseakse i seksjon 142

Valget av elevasjon for referanseaksen kan i dette tilfelle antas å være god. Årsaken til det er at seksjon 142 ligger ved et infleksjonspunkt i hovedspennet, og vil dermed være utsatt for liten krumning på grunn av små ytre momenter. Det vil dermed kun være langsgående trykktøyninger over tverrsnittet som hovedsakelig kommer fra forspenningen, se figur 9.9. Å anta en konstant skjærspenning over den effektive skjærhøyden *kan* videre forsvares, da skjærspenningsfordelingen over tverrsnitt med flenser ofte ikke viser like parabolisk form som eksempelvis rektangulære massive tverrsnitt. På bakgrunn av dette vil en konstant tilnærming av skjærspenningsfordelingen være en akseptabel antakelse.

Tverrsnittsgeometri, materialparametere og alle nødvendige forutsetninger for å kunne beregne skjær-deformasjonsresponsen for seksjon 142 ved den etablerte beregningsalgoritmen i delkapittel 4.6.5, har nå blitt grundig diskutert. MatLab R2012b (8.0.0.783) benyttes som programmeringsspråk for beregningsalgoritmen, se tillegg A.

9.5 Skjær-deformasjonsrespons

På grunn av *kryptomlagring* i konstruksjonen vil hovedsakelig moment- og aksialkraft som følge av permanente laster endres over tid. Skjærkraften endres minimalt og kan antas å være konstant. Det benyttes dermed midlere snittkrefter ved beregning av skjær-deformasjonsresponsen i seksjonen, der disse hentes og midles fra utførte lineære analyser i delkapittel 8.4. Følgende konstante midlere snittkrefter gjelder for seksjon 142

- $M = 27.3 \text{ MNm}$
- $N = 0.83 \text{ MN}$
- $V = 2.28 \text{ MN}$

Dersom de ytre påførte midlere snittkreftene M - og N holdes konstante, kan den fullstendige skjær-deformasjonsresponsen beregnes for ulike valgte verdier av hovedstrekktøyningen ϵ_1 , se tabell 9.2. Hver rad i tabellen representerer en tøyning- og spenningstilstand, samt samsvarende vinkel på hovedtrykktøyningen θ og gjennomsnittlig

rissvidde w , som er i likevekt med en ytre påført skjærkraft V og de konstante midlere påførte størrelsene for moment- og aksialkraft. Fra tabellen representerer verdier i rad 1 den tilstanden som er i likevekt med de ytre midlere påførte snittkreftene i seksjonen.

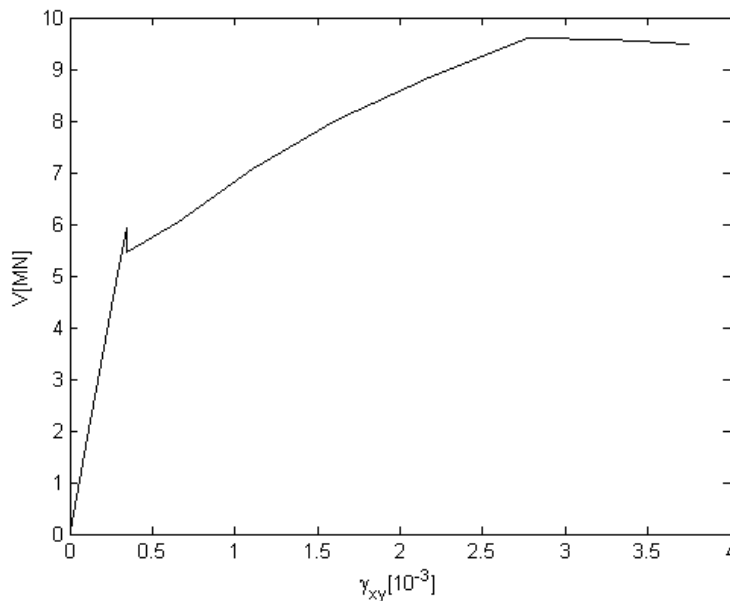
ϵ_1 [10^{-3}]	ϵ_2 [10^{-3}]	θ [$^\circ$]	ϵ_x [10^{-3}]	γ_{xy} [10^{-3}]	f_{c2} [MPa]	f_{c2max} [MPa]	f_v [MPa]	w [mm]	V [MN]
0.01	-0.41	8.75	-0.40	0.13	11.1	30	0.04	0.00	2.28
0.02	-0.42	12.2	-0.39	0.18	11.2	30	0.06	0.00	3.13
0.05	-0.43	18.6	-0.38	0.29	11.6	30	0.12	0.01	5.04
0.068	-0.44	21.2	-0.38	0.35	11.9	30	0.13	0.02	5.94
0.1	-0.44	19.8	-0.38	0.35	11.8	30	7.48	0.03	5.46
0.5	-0.49	20.9	-0.36	0.66	12.9	30	74.7	0.16	6.05
1.0	-0.56	22.6	-0.33	1.11	14.4	30	153	0.31	7.07
1.5	-0.66	24.2	-0.30	1.62	15.7	28.4	227	0.46	8.01
2.0	-0.79	25.5	-0.27	2.17	16.8	26.3	296	0.61	8.84
2.5	-0.95	26.7	-0.25	2.77	17.8	24.5	360	0.76	9.60
3.0	-1.08	26.7	-0.25	3.27	18.0	22.9	400	0.92	9.58
3.5	-1.19	26.5	-0.25	3.75	18.0	21.5	400	1.06	9.49

Tabell 9.2: Tabell for skjær-deformasjonsresponsen til seksjon 142

Den fullstendige skjær-deformasjonsresponsen i seksjonen er illustrert i figur 9.10, der verdier for skjærtøyningen γ_{xy} er plottet mot skjærkraften V fra tabell 9.2. Fra figuren legges det merke til tre ulike stadier når skjærkraften øker. Det første stadiet inbefatter en uopprikket tilstand, der seksjonen fremviser en lineær oppførsel og høy skjærstivhet. Det andre stadiet viser til en opprikket tilstand, der seksjonen fremviser en ikke-lineær oppførsel. Størrelsen på skjærstivheten observeres å være betraktelig redusert, og avhenger av det aktuelle skjærkraftnivået. I det tredje og siste stadiet oppnås til slutt flyt i tverrarmeringen ($f_v = f_{vy}$), slik at skjærkraftkapasiteten for seksjonen begrenses av denne tilstanden. Ved en slik tilstand vil knusning av betongen vært nært forestående ($f_2 \approx f_{2max}$).

Fra tabell 9.1 angis det at betongen begynner å risse når den utsettes for strekktøyninger $\epsilon_{cr} = 0.068 \cdot 10^{-3}$. Dersom hovedstrekktøyningen ϵ_1 settes lik denne verdien, kan den nødvendige skjærkraften V som må til for å generere skjærriss i seksjonen finnes. Fra rad 4 i tabell 9.2 angis denne verdien til å være $V_{cr} = 5.94$ MN. Opptredende skjærkraft ($V = 2.28$ MN) på grunn av permanente laster er imidlertid betydelig lavere, og selv etter påføring av nyttelaster vil ikke den superponerte skjærkraften ($V_{sup} \approx 3.93$ MN) i seksjonen være stor nok til å kunne generere riss. På bakgrunn av dette, kan det konkluderes med at lastnivået i seksjonen ikke kan være en direkte årsak til skjæropprikkning.

Det er dermed naturlig å rette mistanken mot den antatte innvirkningen fra kryp på hovedtrykktøyningen ϵ_2 , da dette er den eneste realistiske årsaken som kan føre til endringer av likevektstilstanden i seksjonen, uten at det ytre lastnivået økes. Fra kolonne 2 i tabell 9.2 observeres det ulike verdier av hovedtrykktøyningen ϵ_2 , der det for én verdi av denne, angis en tilstand (rad) som er i likevekt med denne tøyningen. Videre observeres det at når hovedtrykktøyningen øker, vil tilsvarende hovedstrek-



Figur 9.10: Skjær-deformasjonsrespons for seksjon 142

tøyningen ϵ_1 øke, hvilket samsvarer med den diskuterte hypotesen i delkapittel 9.2. Når hovedtrekk-tøyningen oppnår en tilstrekkelig høy verdi ($\epsilon_1 = \epsilon_{cr}$), vil betongens strekkfasthet overskrides og opprissing fremkomme.

Dersom en økning av hovedtrykk-tøyningen ϵ_2 på grunn av krep i det hele tatt skal være et realistisk tilfelle, må det aktuelle spenningsnivået fra hovedtrykkspenningene f_{c2} bestå av en signifikant størrelse. Rad 1 i tabell 9.2 angir som nevnt den tilstanden som er i likevekt med ytre påførte midlere snittkrefter i seksjonen. Fra denne raden observeres det at størrelsen på opptredende hovedtrykkspenning er $f_{c2} = 11.1$ MPa, noe som tilsvarer omtrent 29% av midlere karakteristisk sylindertykkfasthet f_{cm} for betongen i seksjonen. For at krepmodellen i MC90 [5] og Eurocode 2 [18] skal kunne benyttes, kreves det at aktuelle trykkspenninger må være mindre enn 40% av midlere karakteristisk sylindertykkfasthet. Spenningsnivået i seksjonen kan dermed anses å være høyt, hvilket gjør det fornuftig å anta at krepets innvirkning på hovedtrykk-tøyningen vil være høyst fremtredende. Videre legges det merke til at den langsgående tøyningen i seksjonen består av mye trykk ($\epsilon_x = -0.40 \cdot 10^{-3}$), og fremkommer som en konsekvens av mye forspenning i seksjonen. Virkningen av dette kombinert med store skjærspenninger, er hovedårsakene til den høye opptredende hovedtrykkspenningen.

Gjennomsnittlige rissvidder fra inspeksjonen ble observert til å være i området $w = 0.3 - 0.5$ mm. Fra tabell 9.2 legges det merke til at det må påføres en ytre skjærkraft i størrelsesorden $V = 7.07 - 8.01$ MN for å kunne generere rissvidder av den observerte størrelsen. Da det kan utelukkes at det aktuelle lastnivået i seksjonen vil kunne generere skjærkrefter av den størrelsen, forsterker dette ytterligere hypotesen om at likevektstilstanden er nødt til endre seg som følge av krepets innvirkning på

hovedtrykkføyningen ϵ_2 .

Kort oppsummert fremviser tabell 9.2 en fullstendig skjær-deformasjonsrespons for seksjon 142, når midlere moment- og aksialkraft holdes konstante. Hver rad i tabellen fremviser en tilstand i seksjonen som er i likevekt med en påført skjærkraft V . Skjær-deformasjonsresponsen er illustrert i figur 9.10, der reduksjon i skjærstivhet etter opprissing legges spesielt merke til. Videre kan det konkluderes med at lastnivået i seksjonen ikke kan være en direkte årsak til skjæropperissing. Dette forsterker dermed hypotesen om at innvirkningen fra kryp på hovedtrykkføyningen ϵ_2 medfører skjæriss i seksjonen. Fra rad 1 i tabellen observeres det i tillegg store opptredende hovedtrykkspenninger f_{c2} , slik at det er fornuftig og realistisk å anta at kryptet vil være høyst fremtredende.

9.6 Skjær-deformasjonsrespons med tidsavhengig analyse

9.6.1 Innledning

I delkapittel 9.5 diskuteres validiteten til hypotesen som ble stilt i delkapittel 9.2, når den fullstendige skjær-deformasjonsresponsen for seksjon 142 beregnes. I dette delkapittelet gjøres det et forsøk på å bevise hypotesen ved å utføre tidsavhengige analyser på seksjon 142, når effekten av kryp implementeres på hovedtrykkføyningene ϵ_2 i den etablerte beregningsalgoritmen i delkapittel 4.6.5. Responsen for seksjonen fremvises når det medregnes både konstante midlere snittkrefter-, samt når snittkreftene varierer over tid.

9.6.2 Relasjon mellom kryp og skjærtøyning

Før en tidsavhengig analyse for skjær-deformasjonsresponsen i seksjonen kan utføres, må det i utgangspunktet finnes en grunnleggende relasjon mellom kryptet og hovedtrykkføyningen ϵ_2 . Å finne en slik forsvarlig relasjon er imidlertid en svært komplisert affære, og vil kreve ytterlig grundigere forskning på tematikken. Årsaken til det er at økningen av hovedtrykkføyningen som følge av kryp, må tilknyttes tverrsnittets evne til å kunne motstå slike deformasjoner.

En forenklet alternativ metode kan være "å gå veien om" skjærtøyningen γ_{xy} , da en økning i hovedtrykkføyningen tilsvarende vil gi en økning i skjærtøyningen. På grunn av denne gjensidige avhengigheten, kan dermed økningen i hovedtrykkføyningen over tid heller representeres ved å finne en grunnleggende relasjon mellom kryptet og skjærtøyningen.

Utledningen av en slik relasjon tar utgangspunkt i en antatt økt skjærtøyning γ'_{xy} over tid, og bygger på det samme prinsippet som gjelder ved *effektiv elastisitetsmodul metoden*, som tidligere ble kort diskutert i delkapittel 7.5.2. Men istedenfor å ta utgangspunkt i en effektiv elastisitetsmodul, tas det heller nå utgangspunkt i en effektiv

skjærmodul G' . Utviklingen av en økt skjærtøyning over tid antas dermed å kunne representeres ved

$$\gamma'_{xy} = \tau \cdot I \quad (9.1)$$

der

$$I = \frac{1}{G} + \frac{\phi}{G} = \frac{1}{G'} \quad (9.2)$$

hvor

τ er påført skjærspenning

I er krypfunksjonen som representerer mekaniske skjærtøyninger per spenningsenhet

G er tangent-skjærmodulen

ϕ er krypkoeffisienten

G' er den effektive tangent-skjærmodulen som følge av krypt over tid ved

$$G' = \frac{1}{I} = \frac{G}{1 + \phi} \quad (9.3)$$

Ved å benytte relasjonene mellom ligning (9.1), (9.2) og (9.3) fås til slutt en grunnleggende relasjon for utviklingen av skjærtøyningen som følge av krypt ved

$$\gamma'_{xy} = \gamma_{xy}(1 + \phi) \quad (9.4)$$

der γ_{xy} er den initielle skjærtøyningen på grunn av påført skjærspenning τ

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau}{G}$$

Økningen i skjærtøyning som følge av økningen i hovedtrykktøyning på grunn av krypt, antas nå å kunne representeres ved den utledete relasjonen i ligning (9.4).

9.6.3 Krypmodell

Krypmodellen som benyttes for utviklingen av krypkoeffisienten ϕ er i henhold til Eurocode 2 [18], og ble tidligere grundig diskutert i delkapittel 3.2.4. Før den grunnleggende relasjonen i ligning (9.4) kan benyttes, må det fattes viktige antakelser vedrørende *krypegenskapene* til seksjon 142. En av de viktige antakelsene omhandler den

effektive tverrsnittstykkelsen h_0 som indirekte ivaretar effekten av uttørkingen på kryp. For hule kassetverrsnitt anbefales det i henhold til EC2 [18] at følgende uttrykk benyttes

$$h_0 = \frac{2A_c}{u_y + 0.5u_i} \quad (9.5)$$

hvor

A_c er totalt tverrsnittsareal

u_y er ytre omkrets av kassetverrsnittet som er direkte kontakt med atmosfæren

u_i er indre omkrets av kassetverrsnittet som ikke er i direkte kontakt med atmosfæren

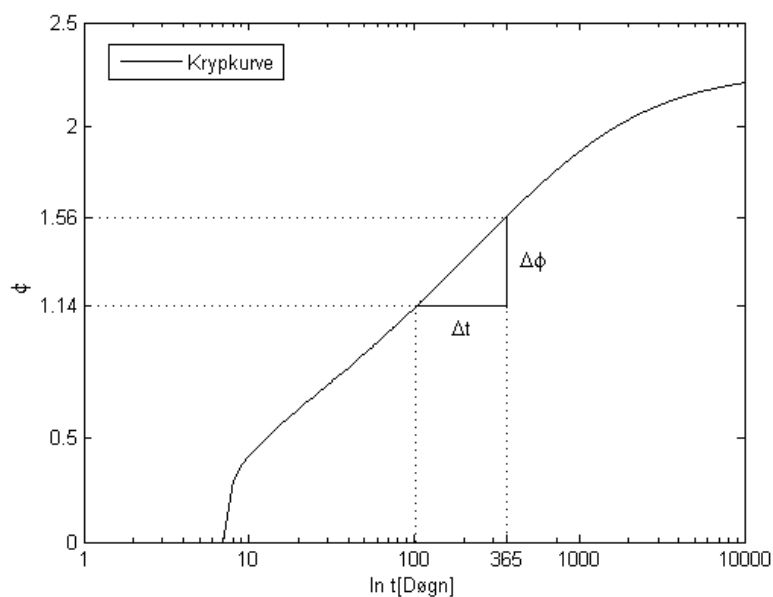
Når kryp betraktes ved bøy- og aksialdeformasjoner, vil ligning (9.5) gi en god representasjon for den effektive tverrsnittstykkelsen h_0 . Årsaken til det er at det totale tverrsnittsarealet motsetter bøy- og aksialdeformasjoner, ved henholdsvis annet arealmoment og tverrsnittsareal. Når imidlertid skjærtøyningen γ_{xy} øker som følge av kryp, er det fornuftig å anta at kun et effektivt skjærareal $A_{c,eff}$ vil motsette seg disse deformasjonene. Av hensyn til dette, er det rimelig å anta at A_c , u_y og u_i bør tilknyttes det effektive skjærareal, hvilket for fritt frambygg bruer forenklet kan antas å kun inbefatte stegarealet.

Videre må det fattes en viktig avgjørelse vedrørende belastningsalderen til seksjonen t_0 , da denne parameteren har en stor innvirkning på økningen av krypkoeffisienten ϕ , se figur 3.8. Seksjonen antas belastet allerede etter forflytning av forskalingsvogn, i henhold til 7-dagers syklusen under utbygging av kragarmer. Dette er imidlertid ikke helt riktig, da snittkreftene som virker i seksjonen over tid først oppstår etter påføring av superponert egenvekt (slitelag, rekkverk, etc). Alderen til seksjonen ved pålastning t_0 antas likevel forenklet til å være 7 døgn, da dette gir et mer aggressivt krypforløp og tilsvarende mer konservative resultater.

Øvrige parametere ved beregning av krypkoeffisienten ϕ for seksjon 142 er gitt i tabell 9.3, der krypforløpet over tid er vist i figur 9.11.

Relativ fuktighet RH [%]	75
Effektiv tverrsnittstykkelse h_0 [mm]	363
Midlere sylindetrykkfasthet f_{cm} [MPa]	38
Pålastningsdøgn t_0 [døgn]	7

Tabell 9.3: Krypparametere



Figur 9.11: Lineær interpolasjon av krypkurve for seksjon 142

9.6.4 Tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons med konstante midlere snittkrefter

Den tidsutviklende skjær-deformasjonsresponsen for seksjon 142 beregnes med hensyn på at

- seksjonen påføres midlere snittkrefter av lik størrelse som i delkapittel 9.5
- de påførte midlere snittkreftene holdes konstante over tid
- skjærtøyningen γ_{xy} øker over tid som følge av kryptets innvirkning på hovedtrykk�øyningen ϵ_2

Den tidsutviklende skjær-deformasjonsresponsen er gitt i tabell 9.4, der rad 1 fremviser den initielle likevektstilstanden seksjonen tar idet snittkreftene påføres ved tiden $t = 0$ (bruåpning). Økningen av skjærtøyningen fra den initielle tilstanden frem til en valgt tid t , finnes ved å modifisere ligning (9.4) til

$$\gamma_{xy,\Delta\phi} = \gamma_{xy}(1 + \Delta\phi) \quad (9.6)$$

der $\Delta\phi$ angir økningen av kryptallet når det foretas lineær interpolasjon av krypkurven over et tidsintervall Δt , se figur 9.11. For den økte skjærtøyningen $\gamma_{xy,\Delta\phi}$ finnes så den nye tilstanden i seksjonen som er i likevekt med denne tøyningen. Den fullstendige skjær-deformasjonsresponsen finnes til slutt ved å utføre tilsvarende algoritme videre.

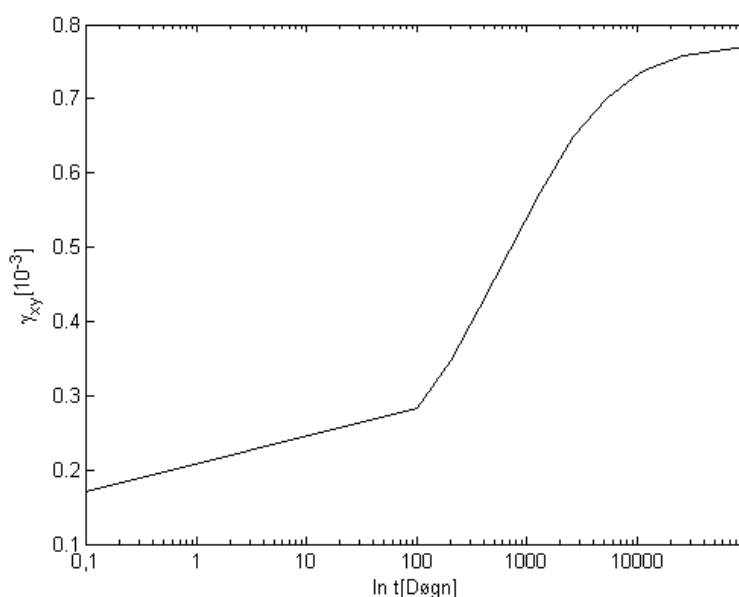
t [Døgn]	ϵ_1 [10^{-3}]	ϵ_2 [10^{-3}]	θ [°]	γ_{xy} [10^{-3}]	f_v [MPa]	w [mm]	V [MN]	$\Delta\phi$	$\gamma_{xy,\Delta\phi}$ [10^{-3}]
0	0.010	-0.415	9.03	0.132	0.03	0.00	2.28	1.14	0.283
100	0.046	-0.435	18.0	0.283	0.11	0.01	4.87	0.22	0.347
200	0.068	-0.447	21.2	0.347	0.12	0.02	5.94	0.20	0.417
365	0.196	-0.454	19.9	0.417	22.2	0.06	5.54	0.37	0.573
1314	0.394	-0.477	20.5	0.573	57.4	0.12	5.85	0.13	0.649
2628	0.486	-0.489	20.8	0.649	72.5	0.15	6.03	0.08	0.704
5256	0.547	-0.496	21.1	0.704	82.3	0.17	6.14	0.04	0.734
10512	0.586	-0.501	21.2	0.734	88.7	0.18	6.22	0.01	0.742
13140	0.595	-0.503	21.2	0.742	90.1	0.18	6.24	0.02	0.757
26280	0.612	-0.505	21.3	0.757	92.9	0.19	6.27	-	-

Tabell 9.4: Tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons med konstante snittkrefter for seksjon 142

I tabell 9.2 angis en fullstendig skjær-deformasjonsrespons for økte verdier av skjærkraften V , når moment- og aksialkraft forblir konstante størrelser. I tabell 9.4 angis imidlertid en fullstendig skjær-deformasjonsrespons for økte verdier av skjærtøyningen γ_{xy} over tid, når snittkreftene moment-, aksial- og skjærkraft forblir konstante størrelser. Forskjellen ligger dermed i at seksjonen innstiller seg likevekt med en endret tøyningstilstand på grunn av kryptet i tabell 9.4, istedenfor en økt skjærkraft V . Likefullt angis det i kolonne 8 ulike verdier av skjærkraften V for hver likevektstilstand (rad). Disse verdiene er imidlertid kun fiktive, da skjærkraften antas å forbli konstant og øker dermed ikke fra tiden $t = 0$. Verdiene er heller ment for å illustrere den nødvendige skjærkraften som måtte vært påført for å generere de respektive likevektstilstandene i hver rad, dersom tøyningstilstanden i seksjonen ikke hadde endret seg på grunn av kryptet.

I figur 9.12 fremvises utviklingen av skjærtøyningen γ_{xy} over tid. Fra tabell 9.4 observeres det at betongens strekkfasthet ($\epsilon_1 = \epsilon_{cr}$) overskrides ved en tid $t = 200$ døgn, og at det fra denne tiden vil fortsette å utvikle riss etterhvert som hovedtrykk-tøyningen ϵ_2 øker. Frem til opprissing legges det merke til fra figur 9.12 at økningen av skjærtøyningen er liten, samt at seksjonens oppførsel er lineær. Etter opprissing fremviser imidlertid seksjonen en eksponentiell utvikling av skjærtøyningen. Etter en viss tid opphører til slutt kryptet i henhold til modellen i Eurocode 2 [18], slik at gradienten på tidsutviklingen av skjærtøyningen tilsvarende flater ut.

Den tidsutviklende oppførselen til seksjonen samsvarer svært godt overens med de diskuterte stadiene for skjær-deformasjonsresponsen i figur 9.10, der oppførselen i uopprikket- og opprikket tilstand er svært ulike. Økningen av hovedtrykk-tøyningen ϵ_2 vil i uopprikket tilstand kun forårsake en liten økning i skjærtøyningen γ_{xy} på grunn av seksjonens høye skjærstivhet. Etter opprissing reduseres imidlertid skjærstivheten i seksjonen radikalt, slik at selv en liten økning i hovedtrykk-tøyning vil kunne medføre en høy relativ økning i skjærtøyning.



Figur 9.12: Tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons av seksjon 142 ved konstante snittkrefter

Etterhvert som tøyningstilstanden endrer seg med tiden, vil tilsvarende spenninger øke fra den initielle spenningstilstanden i seksjonen. En slik økning i spenninger uten ytterligere økning av snittkrefter, medfører tvangsspenninger i seksjonen. Krypets innflytelse på tvangsspenningene, kan enklest illustreres ved å tolke økningen av spenningen i tverrarmeringen f_v med tiden. Før betongens strekkfasthet overskrides ($t < 200$ døgn), observeres det fra kolonne 6 i tabell 9.4 at spenningen i tverrarmeringen er tilnærmet ikke-eksisterende. I uopprikket tilstand vil dermed overføring av skjærspenninger kun tas opp av betongen, tilsvarende som for et homogent materiale. Etter opprikk ($t > 200$ døgn) legges det imidlertid merke til at spenningen i tverrarmeringen øker etterhvert som hovedtøyningene øker med tiden. Når kryptet til slutt opphører, vil tverrarmeringen ha oppnådd en endelig spenning på omtrent $f_v = 92.9$ MPa. Spenningen i tverrarmeringen har altså økt fra 0 MPa til 92.9 MPa, uten at de permanente snittkrefte i seksjonen har økt. Når i tillegg skjærkraften forårsaket fra et vandrende godstog i henhold til Håndbok 238 [32] superponeres, kan det vises at spenningen i tverrarmeringen vil være i overkant av 200 MPa idet godstoget passerer seksjonen. Stålet i tverrarmeringen vil dermed være omtrent 50% utnyttet før flyt oppnås, selv etter påføring av nyttelaster ¹. Skjærkapasiteten for seksjonen kan dermed på bakgrunn av dette antas å være god.

¹ Vel og merke uten medregnede lastfaktorer

9.6.5 Tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons med varierende snittkrefter

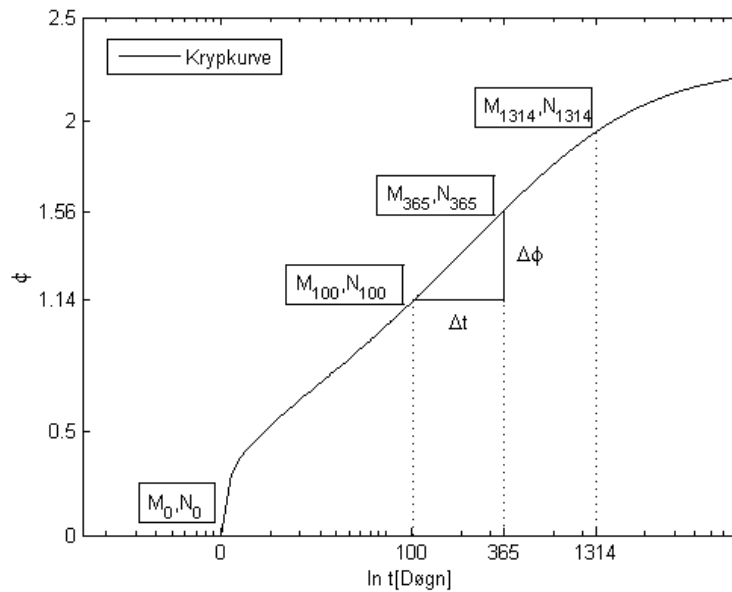
I delkapittel 9.6.4 diskuteres den tidsutviklende oppførselen til seksjon 142 når det antas at midlere snittkrefter forblir konstante over tid. Dette er imidlertid ikke et fullstendig realistisk tilfelle, da *krypomlagringen* i konstruksjonen som kjent medfører at hovedsakelig moment- og aksialkraft endres over tid. Skjærkraften endres minimalt, og kan dermed antas å forbli konstant.

Når den tidsutviklende skjær-deformasjonsresponsen finnes med *konstante* snittkrefter, kreves det “kun” at seksjonen innstiller seg en likevektstilstand med hensyn på en endret tøyningstilstand. Når den tidsutviklende skjær-deformasjonsresponsen finnes med *varierte* snittkrefter, kreves det imidlertid at seksjonen innstiller seg en likevektstilstand både med hensyn på en endret tøyningstilstand- og endret snittkrefter. Forskjellen ligger dermed i at seksjonen for hvert diskretiserte tidssteg nå i tillegg må innstille seg en likevektstilstand med endret snittkrefter, hvilket kompliserer beregningene i større grad. For å kunne ivareta denne effekten må tidsaksen diskretiseres i fornuftige tidssteg. For hvert diskretiserte tidssteg beregnes deretter responsen i seksjonen for den økte skjærtøyningen $\gamma_{xy,\Delta\phi}$ og aktuelle opptredende snittkrefter (M_t, N_t) ved en tid t , se figur 9.13. Aktuelle opptredende snittkrefter for hvert diskretiserte tidssteg hentes fra utførte lineære analyser i RM Bridge V8i, mens den økte skjærtøyningen finnes ved ligning (9.6).

Økningen av skjærtøyningen γ_{xy} på grunn av kryptet antas kun å avhenge av den påførte skjærkraften $V = 2.28$ MN som holdes konstant. Dette medfører at beregningene kan forholde seg til kun én kryptkurve. Dersom i tillegg skjærkraften hadde endret seg med tiden ville dette komplisert beregningene ytterligere, da det hadde vært nødvendig å benytte ulike kryptkurver for ulike skjærkrefter. Økningen av skjærtøyningen finnes som tidligere ved å foreta lineær interpolasjon av kryptkurven over et tidsintervall Δt , se figur 9.13.

Den tidsutviklende skjær-deformasjonsresponsen for seksjon 142 med varierende snittkrefter er vist i tabell 9.5. I rad 1 angis den initielle likevektstilstanden seksjonen tar idet snittkreftene V , M_0 og N_0 påføres ved tiden $t = 0$ (bruåpning). Økningen av den initielle skjærtøyningen $\gamma_{xy,0}$ fra tiden $t = 0$ frem til $t = 100$, finnes ved å benytte ligning (9.6) når det antas at snittkreftene holdes konstante over tidsintervallet Δt . Den nye tilstanden ved tiden $t = 100$ beregnes deretter med hensyn på at seksjonen innstiller seg likevekt både med den nye økte skjærtøyningen $\gamma_{xy,100}$, og nye snittkrefter M_{100} og N_{100} . Ved å utføre tilsvarende algoritme for valgte diskretiserte tidssteg videre, finnes den tidsutviklende skjær-deformasjonsresponsen med varierende snittkrefter for seksjonen som vist i tabell 9.5.

Den beregnede responsen forbedres åpenbart ytterligere når diskretiseringen av tidsaksen forfines. En slik forfining vil imidlertid kreve høy beregningstid, da skjærdeformasjonsresponsen med endret tøyningstilstand- og snittkrefter beregnes for hvert tidssteg. Krypforløpet fremviser imidlertid en størst økning i tidlig alder før den etterhvert avtar og når en asymptotisk verdi, se figur 9.13. Det er dermed fornuftig å foreta



Figur 9.13: Konstante snittkrefter ved diskretiserte tidssteg for seksjon 142

en logaritimisk diskretisering av tidsaksen for å kunne gi en god representasjon av den tidsutviklende responsen for seksjonen.

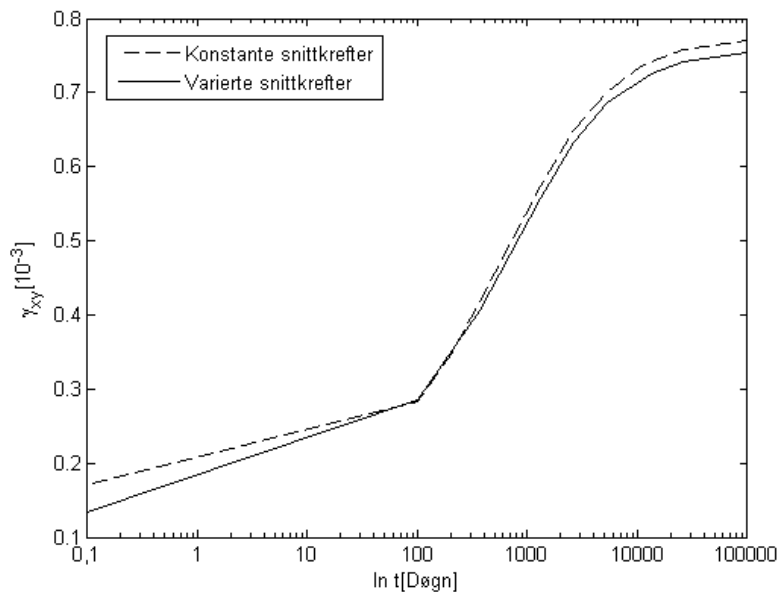
Variasjon i moment- og aksialkraft fra $t = 0$ til $t = 26280$ er vist i henholdsvis kolonne 8- og kolonne 9 i tabell 9.5. Fra tabellen observeres det at momentet avtar over tid, mens aksialkraften øker strekket i seksjonen over tid. Skjærkraften holdes som nevnt konstant fra tiden $t = 0$ med tilsvarende verdi som benyttet tidligere ($V = 2.28$ MN). I kolonne 10 angis den økte skjærtøyningen $\gamma_{xy, \Delta\phi}$ som beregnes ved ligning (9.6), når snittkreftene holdes konstante over et tidsintervall Δt .

t [Døgn]	ϵ_1 [10^{-3}]	ϵ_2 [10^{-3}]	θ [$^\circ$]	γ_{xy} [10^{-3}]	f_v [MPa]	w [mm]	M [MNm]	N [MN]	$\gamma_{xy, \Delta\phi}$ [10^{-3}]
0	0.010	-0.426	8.85	0.132	0.03	0.00	29.5	0.41	0.285
100	0.045	-0.445	17.7	0.285	0.08	0.01	28.1	0.65	0.406
365	0.179	-0.457	19.8	0.406	21.2	0.05	27.4	0.93	0.558
1314	0.376	-0.474	20.5	0.558	54.3	0.11	25.8	1.17	0.632
2628	0.469	-0.477	20.9	0.632	69.5	0.14	25.3	1.26	0.686
5256	0.533	-0.480	21.3	0.686	79.8	0.16	24.9	1.32	0.726
13140	0.580	-0.483	21.5	0.726	87.4	0.18	24.5	1.38	0.741
26280	0.598	-0.483	21.6	0.741	90.3	0.18	24.5	1.38	–

Tabell 9.5: Tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons for seksjon 142 med varierte snittkrefter

I figur 9.14 er den tidsutviklende skjær-deformasjonsresponsen for seksjon 142 vist for tilfelle med både konstante- og varierte snittkrefter over tid. Fra figuren observeres det at oppførselen i begge tilfeller er relativt lik, der beregninger med konstante

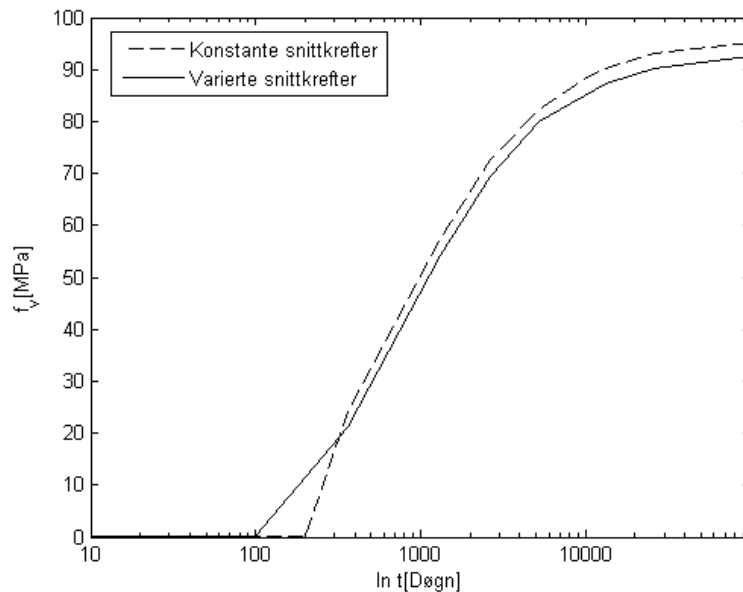
snittkrefter faktisk fremviser mer konservativ respons enn beregninger med varierte snittkrefter. Dette viser at det dermed vil være mer hensiktsmessig både med hensyn på beregningstid og presisjon i resultater, å utføre beregninger med konstante snittkrefter. Det er imidlertid viktig å presisere at dette kun gjelder i dette tilfelle, da variasjonen i snittkrefter over tid er relativt liten for seksjon 142.



Figur 9.14: Tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons av seksjon 142 med konstante- og varierte snittkrefter

I figur 9.15 er den tidsutviklende spenningen i tverrarmeringen f_v for seksjon 142 vist for tilfelle med både konstante- og varierte snittkrefter. I begge tilfeller fremviser figuren at spenningen i tverrarmeringen er tilnærmet ikke-eksisterende i tiden før opprissing, slik at skjærspenninger dermed kun vil overføres i betongen som nevnt tidligere. Etterhvert som kryptet fører til økt skjærtøyning γ_{xy} , vil tilsvarende antall riss og rissvidder øke. Dette medfører videre at spenningen i tverrarmeringen er nødt til å øke dersom likevekt i seksjonen skal opprettholdes. Slik det fremgår av figur 9.15 vil det kun være små neglisjerbare forskjeller i spenning ved beregning med konstante- eller varierte snittkrefter.

En avgjørelse på hvorvidt en analyse bør utføres med konstante- eller varierende snittkrefter, avhenger i stor grad av omfanget i variasjonen av snittkrefter over tid. I dette tilfelle observeres den relative endringen i moment og aksialkraft til å være relativt liten, slik at resultatene fremviser tilnærmet lik respons ved begge beregningsmetoder. Ved store variasjoner vil det trolig være mer fornuftig å benytte metoden med varierende snittkrefter for å oppnå god presisjon i resultater. En slik analyse krever imidlertid svært høy beregningstid, da tilstanden i seksjonen er nødt til å tilfredsstille likevekt med både en økt skjærtøyning og endret snittkrefter. På bakgrunn av dette kan det dermed argumenteres for at en analyse med midlere konstante snittkrefter kan være tilstrekkelig, dersom det eksempelvis legges inn fornuftige sikkerhetsfaktorer som iva-



Figur 9.15: Tidsutviklende spenning i tverrarmering for seksjon 142 med konstante- og varierte snittkrefter

retar at seksjonens kapasitet ikke overskrides.

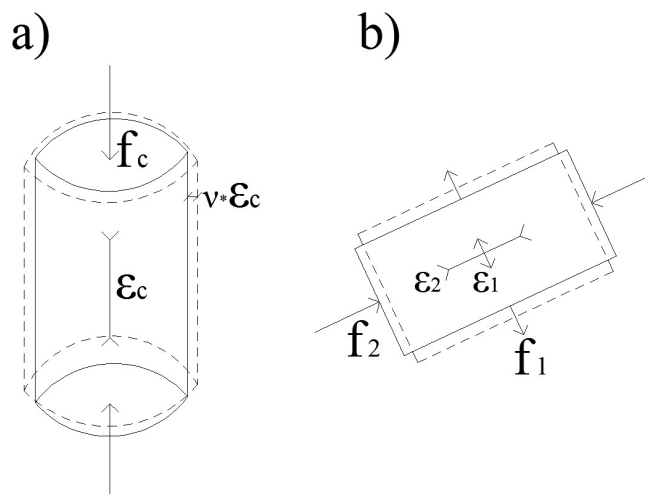
Formålet med disse analysene omhandler imidlertid ikke hvilken beregningsmetode som bør benyttes, men heller at den diskuterte hypotesen i delkapittel 9.2 faktisk kan vurderes som høyst sannsynlig. De etablerte beregningsmetodene gjør det dermed mulig å kunne forutsi den tidsutviklende skjær-deformasjonsresponsen i en vilkårlig seksjon, når likevektstilstanden endrer seg over tid på grunn av kryptet.

9.6.6 Sammenligning av beregnede resultater med observerte rissvidder- og rissvinkler

I rad 9 fra tabell 9.4 fremgår det at den gjennomsnittlige rissvidden- og rissvinkelen er henholdsvis $w = 0.18$ mm og $\theta = 21.2^\circ$ ved en tid $t = 13140$ døgn, som videre kan antas å være ved presens tid. Under inspeksjonen på Sålåsund bru ble gjennomsnittlige rissvidder- og rissvinkler i seksjon 142 observert til å være henholdsvis i området $w = 0.3 - 0.5$ mm og $\theta = 25^\circ - 30^\circ$, hvilket viser at beregningene underestimerer den faktiske likevektstilstanden. Årsaker til det kan blant annet skyldes den empiriske formelen for beregning av rissvidder som benyttes, og som muligens bør fornyes etter anbefalinger i henhold til Eurocode 2. En annen naturlig årsak kan være at den valgte logaritmiske diskretiseringen av tidsaksen er for grov, og at denne burde blitt forfinet spesielt i tidligfasen av kryptforløpet. Andre årsaker *kan* være at antakelsen om gjennomsnittlig skjærspenning-, samt valgt elevasjon for referanseaksen gir avvik. I tillegg bør det foretas en grundigere diskusjon vedrørende validiteten til den utledete relasjonen mellom økningen av kryptet og skjærtøyningen γ_{xy} i ligning (9.4). Summen

av disse forholdene kan antas å undervurdere den endelige likevektstilstanden noe.

En åpenbar årsak som imidlertid kan antas å ha stor innvirkning på beregningen av den endelige likevektstilstanden er kryptmodellen som benyttes, da denne er empirisk formulert med hensyn på en-aksial tøyningstilstand [18]. Modellen bør dermed benyttes med høy varsomhet ved bi-aksiale tøyningstilstander, hvilket gjelder i dette tilfelle. Årsaken til det ligger i at kryptmodellen er basert på en-aksial trykkprøver, utført på små sylinderformede betongelementer. Slike trykkprøver vil kun være utsatt for små tøyninger normalt på trykkspenningen, som følge av Poisson's utvidelsesforhold. I bi-aksiale tøyningstilstander vil det imidlertid opptre betydelig høyere strekk-tøyninger normalt på trykkspenningene, på grunn av hovedstrekk-tøyningen ϵ_1 sin innvirkning, se figur 9.16. På bakgrunn av dette er det fornuftig å anta at kryptet vil kunne opptre mer aggressivt i en slik tilstand, da hovedstrekk-tøyningene i større grad bidrar til å myke opp betongen. Kryptmodellen som benyttes i beregningene vil dermed kunne medføre at økningen av skjærtøyningen γ_{xy} underestimeres, når denne effekten utelates. Dette fører videre til at den beregnede likevektstilstanden ved presens tid underestimeres, når kryptmodellen i Eurocode 2 benyttes.



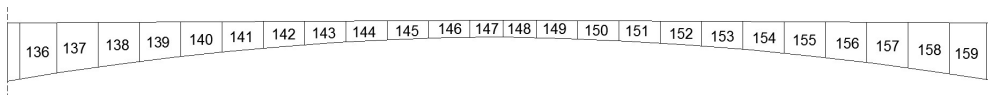
Figur 9.16: Kryp i en-aksial- og bi-aksial tøyningstilstand

9.7 Skjærdeformasjoner i skjær opprisset tilstand

Frem til nå har diskusjonen vedrørende årsak til skjær opprissing blitt grundig diskutert. Ved å utføre tidsavhengige skjærdeformasjonsanalyser for seksjon 142, ble det vist at skjær opprissing *kan* fremkomme som en direkte konsekvens av innvirkningen fra krypt på hovedtrykk-tøyninger. Videre viste analysene at seksjonens skjærstivhet ble betraktelig redusert etter opprissing. Reduksjon i skjærstivhet gjør det dermed fornuftig å anta at skjærdeformasjoner tilsvarende vil øke. Når det utføres lineære analyser utelukkes imidlertid denne effekten, hvilket medfører at resultatene fremviser skjærdeformasjoner av neglisjerbare størrelser. I dette delkapittelet diskuteres dermed brukonstruksjonens oppførsel når det opereres med redusert skjærstivhet, og om denne

effekten er med på å forsterke deformasjonsmønsteret fritt frambygg bruer ofte har en tendens til å vise.

Fra inspeksjonen på Sålåsund bru ble det observert at seksjonene 141-145 i figur 9.17 (og symmetrisk for motstående kragarm) var utsatt for mange- og lange riss, med målte gjennomsnittlige rissvidder i området $w = 0.3 - 0.6$ mm. Seksjoner nær innspenning og ved midtspenn (seksjon 146-149) var ikke like utsatt, og viste kun et få antall riss med målte gjennomsnittlige rissvidder i området $w = 0.1 - 0.15$ mm. Seksjonene 141-145 ligger som nevnt tidligere, i det typiske området hvor det er store opptredende skjærkrefter og lavere relative skjærstivheter, sammenlignet med seksjoner ved innspenning (se skjærkraftdiagrammet for bruoverbygningen i figur 8.8). Det virker dermed fornuftig at seksjoner i dette området fremviser flest skjærriss og størst rissvidder. Dette medfører videre at det er fornuftig å anta at den reduserte skjærstivheten vil avhenge av “skadeomfanget” i hver seksjon. På bakgrunn av denne antakelsen vil dermed seksjonene 141-145 (og symmetrisk for motstående kragarm) fremvise større reduksjon i skjærstivheter, enn seksjoner ved innspenning.



Figur 9.17: Seksjonsnummerering i hovedspenn

Den reduserte skjærstivheten i hver seksjon kan beregnes ved å utføre en tidsavhengig skjær-deformasjonsanalyse med konstante- eller varierende snittkrefter, tilsvarende som tidligere vist og utført for seksjon 142. Begge beregningsmetoder krever imidlertid høy beregningstid og vil i tillegg underestimere den faktiske likevektstilstanden, slik at beregningene vil kunne gjengi ukonservative reduserte skjærstivheter i de respektive seksjonene.

Undertegnede har som nevnt tidligere, utført en grundig inspeksjon av samtlige seksjoner på Sålåsund bru, og har ved målte- og observerte riss dannet et godt inntrykk av “skadeomfanget” i hver seksjon. Dersom det nå utføres en fullstendig skjær-deformasjonsrespons analyse, *uavhengig av tiden* i samtlige seksjoner (tilsvarende som tabell 9.2), og kalibrerer likevektstilstanden mot gjennomsnittlige målte rissvidder, vil det være mulig å danne seg et inntrykk av reduksjonen i skjærstivhet for hver seksjon. En slik forenklet fremgangsmetode vil være mer hensiktsmessig både med hensyn på økonomisk regneeffektivitet og vurdering av faktiske likevektstilstand, enn å utføre en fullstendig tidsavhengig skjær-deformasjonsanalyse med varierende- eller konstante snittkrefter for hver seksjon.

Tabell 9.6 viser et modifisert utdrag av tabell 9.2, der skjærmodulen G og reduksjonsgraden av skjærmodulen χ ved hver likevektstilstand, er gitt i henholdsvis kolonne 9- og 10. Fra tabellen observeres det høy og full skjærmodul i uopprisset tilstand ($\epsilon_1 \leq \epsilon_{cr}$). Etter opprissing reduseres imidlertid skjærstivheten etterhvert som likevektstilstanden i seksjonen endrer seg, hvilket samsvarer med figur 9.10.

I seksjon 142 ble det altså observert rissvidder i området $w = 0.3 - 0.5$ mm. Fra tabell 9.6 observeres det at rad 7 og rad 8 angir gjennomsnittlige rissvidder på henholds-

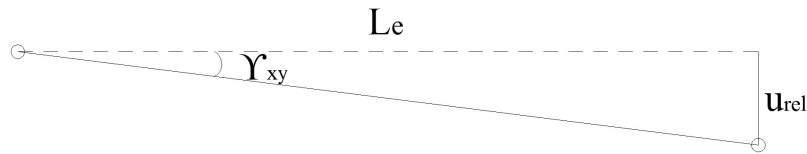
ϵ_1 [10^{-3}]	ϵ_2 [10^{-3}]	θ [$^\circ$]	γ_{xy} [10^{-3}]	f_2 [MPa]	f_v [MPa]	w [mm]	V [MN]	G [GPa]	χ
0.01	-0.41	8.75	0.13	11.1	0.04	0.00	2.20	13.4	1.00
0.02	-0.42	12.2	0.18	11.2	0.06	0.00	3.13	13.4	1.00
0.05	-0.43	18.6	0.29	11.6	0.12	0.01	5.04	13.3	0.99
0.068	-0.44	21.2	0.35	11.9	0.13	0.02	5.94	13.3	0.99
0.1	-0.44	19.8	0.35	11.8	7.48	0.03	5.46	12.2	0.91
0.5	-0.49	20.9	0.66	12.9	74.7	0.16	6.05	7.12	0.53
1.0	-0.56	22.6	1.11	14.4	153	0.31	7.07	4.96	0.37
1.5	-0.66	24.2	1.62	15.7	227	0.46	8.01	3.86	0.29
2.0	-0.79	25.5	2.17	16.8	296	0.61	8.84	3.16	0.24
2.5	-0.95	26.7	2.77	17.8	360	0.76	9.60	2.69	0.20
3.0	-1.08	26.7	3.27	18.0	400	0.92	9.58	2.27	0.17
3.5	-1.19	26.5	3.75	18.0	400	1.06	9.49	1.97	0.15

Tabell 9.6: Modifisert utsnitt av tabell 9.2 for skjær-deformasjonsresponsen til seksjon 142

vis $w = 0.31$ mm og $w = 0.46$ mm, hvilket omtrentlig samsvarer med observerte rissvidder i seksjonen. Fra disse likevektstilstandene observeres det videre at reduksjonsgraden av skjærmodulen er på henholdsvis $\chi = 0.37$ og $\chi = 0.29$. Ved å benytte midlere verdi av reduksjonsgradene kan det dermed antas en gjennomsnittlig reduksjon av skjærstivheten i seksjonen på $\chi \approx 0.33$. Ved å utføre tilsvarende tolkning av samtlige seksjoner, vil det være mulig å kunne danne seg et inntrykk av reduksjonen i skjærstivhet for hver seksjon på en svært effektiv måte, sammenlignet med fullstendige tidsavhengige skjær-deformasjonsanalysemetoder. Det understrekes imidlertid at en slik metode på langt nær kan fremvise tilstrekkelig presise resultater, men vil kunne gi et helhetsinntrykk i variasjonen av skjærstivheter i brua på en relativt kjapp- og fornuftig måte.

Etter å ha anslått den reduserte skjærstivheten i hver seksjon, kan dette implementeres i RM. Deformasjonsformen kan deretter finnes når konstruksjonen påføres en statisk ekvivalent last som gir den "fiktive" skjærkraften V i hver seksjon, som tilsvarende er i likevekt med den aktuelle reduksjonsgraden χ . En slik metode kan imidlertid bli svært kompleks, da den statisk ekvivalente lasten må tilpasses for å oppnå den respektive "fiktive" skjærkraften i hver seksjon. Det mest fornuftige ville dermed vært å beregne en tidsutviklende skjær-deformasjonsrespons med varierende snittkrefter for hver seksjon, og deretter finne aktuelle skjærtøyninger ved presens tid. En slik metode vil heller ikke kunne gi fullstendig korrekte resultater, da kryptmodellen som benyttes i beregningsalgoritmen underestimerer den faktiske likevektstilstanden. Metoden vil imidlertid kunne gi akseptable resultater, men vil kreve en beregningstid som ikke egner seg for den gitte tidsrammen i denne avhandlingen.

Hovedformålet med disse analysene er ikke å finne fullstendig eksakte verdier for økningen av skjærdeformasjoner i opprisset tilstand, men heller for å kunne se om slike deformasjoner gir en typisk form som er fremtredende i fritt frambygg bruer. Videre er det interessant å se om økningen av skjærdeformasjoner i opprisset tilstand gir et relevant påslag i totale deformasjoner.



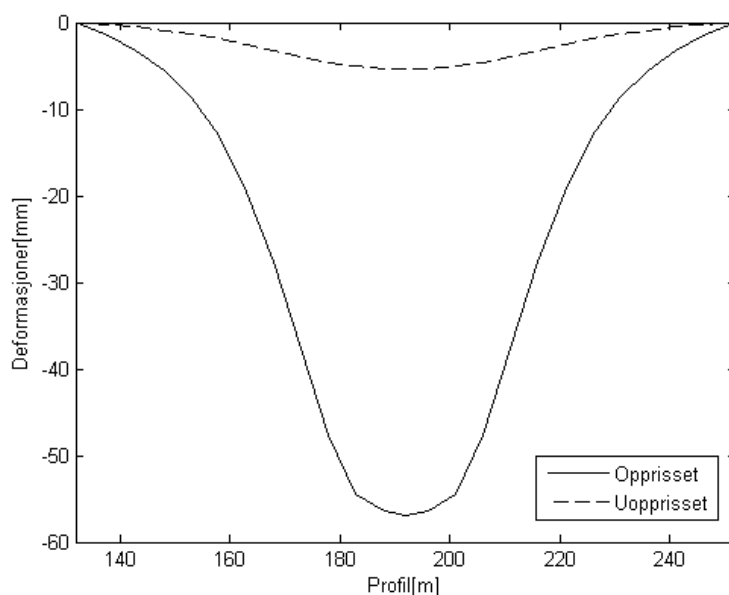
Figur 9.18: Skjærdeformasjon av et skjær opprisset konstruksjonselement

En egnet metode å finne skjær-deformasjonsformen til brua på, er ved å beregne den gjennomsnittlige skjærtøyningen γ_{xy} i hver seksjon forenklet. På tilsvarende måte som når reduksjonen av skjærstivheten anslås, kan gjennomsnittlige skjærtøyninger som er i likevekt med observerte rissvidder i de respektive seksjonene finnes. Den gjennomsnittlige skjærtøyningen i seksjon 142 finnes til å være $\gamma_{xy} = 1.35 \cdot 10^{-3}$ fra tabell 9.6, når denne kalibreres mot den observerte rissvidden i området på $w = 0.3 - 0.5$ mm. Dersom denne skjærtøyningen forenklet antas å være konstant for et seksjonselement med lengde L_e , kan den relative forskyvningen u_{rel} av elementender finnes ved

$$u_{rel} = \gamma_{xy} \cdot L_e \quad (9.7)$$

Prinsippet for fremgangsmetoden er illustrert i figur 9.18. Ved å utføre tilsvarende prinsipp i samtlige seksjoner og benytte akkumulerte verdier, kan skjærdeformasjonsformen for brukonstruksjonen finnes når den reduserte skjærstivheten varierer i de respektive seksjonene, se figur 9.19. Figuren fremviser skjærdeformasjoner i hovedspennet for både uopprisset- og opprisset tilstand. Fra figuren observeres det først og fremst at deformasjonsformene minner mye om formen som ofte er fremtredende i fritt frambygg bruer, med en tydelig “dupp” i midtspennet. En logisk forklaring på denne deformasjonsformen er at seksjoner ved innspenning innehar betydelig høyere relative skjærstivheter i forhold til opptredende skjærkrefter, mens seksjoner ved “fjerdedelsområdet” innehar betydelig lavere relative skjærstivheter i forhold til opptredende skjærkrefter. Dette medfører at seksjoner ved “fjerdedelsområdet” vil være mer rissutsatt og fremviser dermed større relativ forskyvning av elementender enn seksjoner ved innspenning, og dette forsterkes ytterligere etterhvert som ytterligere opprissing fremkommer.

I figur 9.19 kan deformasjonsformen i uopprisset tilstand betraktes som formen brukonstruksjonen tar rett etter bruåpning ($t = 0$). Fra denne observeres neglisjerbare små skjærdeformasjoner. Etterhvert som kryptet fremprovoserer skjærriss i seksjonene, vil tilsvarende skjærdeformasjoner øke. Deformasjonsformen i opprisset tilstand kan dermed på mange måter betraktes som formen brukonstruksjonen tar ved presens tid ($t \approx \infty$). Den viktige observasjonen er imidlertid den store relative økningen i skjærdeformasjoner etter opprissing, og at denne går fra å være neglisjerbar ved $t = 0$ til å bli verdier av signifikante størrelser ved $t \approx \infty$. Selvom størrelsene ikke vil være fullstendig presise på grunn av den forenklete beregningsmetoden, så kan det med høy sikkerhet stadfestes at skjærdeformasjoner i opprisset tilstand vil kunne gi betydelige påslag i totale deformasjoner.



Figur 9.19: Skjærdeformasjoner i hovedspenn

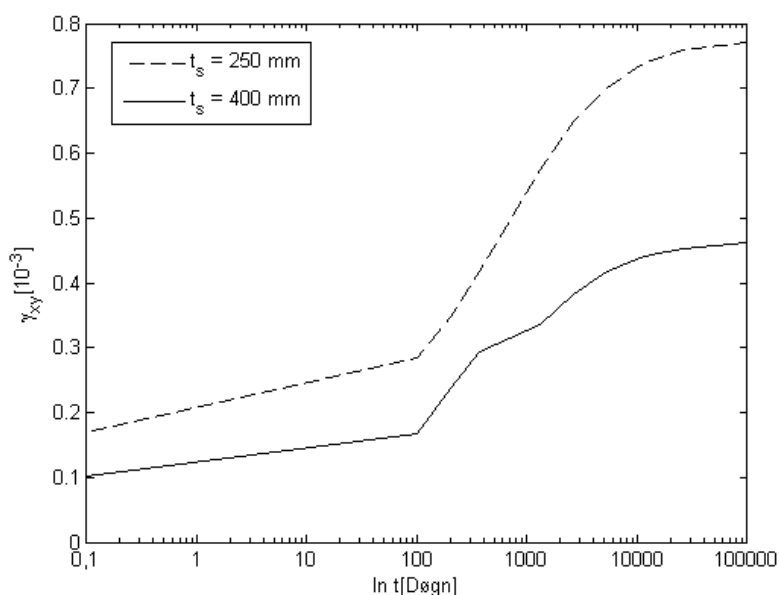
9.7.1 Tiltak

Det interessante spørsmålet er hvilke tiltak som bør utføres slik at økte skjærdeformasjoner og skjærriss forhindres, eller eventuelt begrenses i fritt frambygg bruer. Det åpenbare vil være å forhindre skjærriss fra å oppstå i løpet av brukonstruksjonens levetid, da skjærriss fører til redusert skjærstivhet og dermed økte skjærdeformasjoner. Et logisk tiltak kan være å øke det effektive skjærarealet ved å eksempelvis øke bredden på steget, noe som tilsvarende vil føre til økt skjærstivhet. Dette gjelder spesielt i seksjoner ved “fjerdedelområdet” som er utsatt for relativt høye opptredende skjærkrefter.

Det foretas en beregning for å undersøke den tidsutviklende skjærdeformasjonsresponsen i seksjon 142, når tykkelsen på steget økes og senteravstanden på tverrarmeringen reduseres. I henhold til nåværende overdekningskrav i Eurocode 2 [18], vil det i de fleste tilfeller være nødvendig med en minste stegtykkelse på $t_s = 400$ mm ved prosjektering av fritt frambygg bruer. Det utføres dermed beregninger ved å øke stegtykkelsen i seksjon 142 til en slik tykkelse, samt ved å redusere senteravstanden mellom tverrarmeringen fra 200 mm til 150 mm.

Den tidsutviklende skjærdeformasjonsresponsen for seksjon 142 er vist i figur 9.20, både for et tverrsnitt med økt stegtykkelse- og tverrarmering, samt opprinnelig tverrsnitt. Fra figuren observeres det at det økte tverrsnittet fremviser en betraktelig stivere respons enn det opprinnelige. Det vil i tillegg ta lenger tid før betongens strekkfasthet overskrides for det økte tverrsnittet. Dette er svært gunstig da den store økningen i kryptet ved tidligfasen forekommer når seksjonen er uopprisset og dermed innehar høy skjærstivhet, hvilket fører til at store deler av kryptet “gjøres unna” i uopprisset tilstan-

den. Dette fører videre til at når seksjonen først risser opp og skjærstivheten reduseres, vil den store økningen av kryptet i tidligfasen allerede være unnagjort. Den relative økningen av kryptet vil heretter være betraktelig lavere, og fører dermed til mindre relativ økning i skjærtøyning γ , selvom skjærstivheten er redusert. Etter opprissing vil i tillegg den økte tverrarmingen bidra med å redusere skjærriss og vil sådan være med på å øke skjærstivheten etter opprissing, som videre vil kunne redusere skjærdeformasjoner.



Figur 9.20: Tidsutviklende skjærtøyning for opprinnelig- og økt tverrsnitt

Responseren for det økte tverrsnittet er beregnet med hensyn på de samme snittkreftene som for det opprinnelige tverrsnittet, og er dermed ikke fullstendig korrekt da en økning av stegtykkelsen tilsvarende vil gi økning i snittkrefter. Økningen av snittkrefter kan imidlertid antas å være relativt liten i forhold til den økte skjærstivheten tverrsnittet oppnår. På bakgrunn av dette, er det dermed fornuftig å konkludere med at økt stegbredde og tverrarmering er tiltak som vil kunne redusere skjærriss og skjærdeformasjoner i opprisset tilstand.

9.8 Oppsummering

Avhandlingens hovedproblemstillinger *utilsiktede deformasjoner og skjærriss* har i dette kapitlet blitt grundig diskutert. En kontroversiell hypotese om at krypt på hovedtrykketøyninger kan medføre disse utilsiktede effektene har blitt fremlagt. For å kunne bevise denne hypotesen har skjærdeformasjonsresponsen for seksjon 142 blitt beregnet ved beregningsalgoritmen i delkapittel 4.6.5, når i tillegg tidsutviklende metoder implementeres. Resultatene fremviser at krypt på hovedtrykketøyninger først og fremst vil kunne fremprovosere skjærriss, og at dette videre vil kunne øke skjærdeformasjo-

ner betraktelig sammenlignet med uopprisset tilstand. Ved å utføre en forenklet beregningsmetode, der observerte rissvidder i hver seksjon kalibreres mot den beregnede gjennomsnittlige skjærtøyningen som tilfredsstillende likevekt, kan skjærdeformasjonsformen overslagsvis finnes ved presens tid. Denne deformasjonsformen minner svært mye om formen som ofte er fremtredende i fritt frambygg bruer.

En fremtredende årsak til at skjærriss har en spesiell tendens til å utvikle i fritt frambygg bruer, er at opptredende hovedtrykkspenninger i steg ofte er store. Dette fremkommer hovedsakelig som en konsekvens av opptredende høye skjærspenninger, samt mye forspenning i konstruksjonen. Dette problemet er spesielt fremtredende i eldre fritt frambygg bruer, da overdekningskrav før i tiden tillot brukonstruktører å prosjektere svært slanke steg. I tillegg var kryp på hovedtrykkføringer et fenomen som ikke ble tatt hensyn til, da man ikke var klar over at effekten kunne oppstå. Det er dermed fornuftig å anta at valg av stegtykkelse hovedsakelig ble tatt med hensyn på at skjærkapasitetsformler i standardverk skulle tilfredsstilles. Videre ble heller ikke skjærstivheten tatt hensyn til, da denne som regel ble antatt å være høy i lineær uopprisset tilstand. Effekten av økningen i skjærdeformasjoner som følge av redusert skjærstivhet i opprisset tilstand ble dermed ikke avduket i lineære analyser, slik at totale langtidsdeformasjoner ble undervurdert.

Tiltak for å unngå problemene vil være å øke både stegtykkelse og tverrarmering, da dette i stor grad er med på å redusere skjærriss og skjærdeformasjoner i opprisset tilstand. Det er imidlertid ikke nok grunnlag for å kunne gi normative anbefalinger for det generelle tilfellet, da det kreves ytterligere grundigere forskning vedrørende fenomenene.

På bakgrunn av oppnådde resultater i dette kapitlet kan det virke fornuftig å anta at kryp på hovedtrykkføringer kan være en direkte medvirkende årsak til at skjærriss i fritt frambygg bruer fremkommer, og dermed at skjærdeformasjoner i en slik tilstand vil kunne gi relevante påslag i totale deformasjoner. Økte skjærdeformasjoner i opprisset tilstand vil kunne medføre betydelige påslag i totale deformasjoner. Fenomenet vil ikke kunne avdukes ved tradisjonelle lineære analyser, og det må dermed ikke-lineære tidsavhengige skjærdeformasjonsanalyser til, for å kunne beregne responsen over tid i en vilkårlig seksjon. En anbefalt beregningsmetode for å kunne utføre slike analyser har i dette kapitlet blitt eksemplifisert for seksjon 142. Beregningsmetoden underestimerer imidlertid den faktiske likevektstilstanden, da krypmodellen som benyttes er empirisk formulert med hensyn på en-aksial tøyningstilstand. Det kreves dermed ytterligere forskning på krypmodeller for bi-aksiale tøyningstilstander, før den formulerte beregningsmetoden i dette kapitlet generelt kan anvendes for en vilkårlig seksjon i fritt frambygg bruer.

Kapittel 10

Konklusjoner og videre arbeid

10.1 Oppsummering, diskusjon og konklusjoner

Denne avhandlingen omhandler fenomenene *utilsiktede deformasjoner og skjærriss* i fritt frambygg bruer. Oppståelsen av slike fenomener kan forårsake avvik i estetiske verdier og krav, og kan videre føre til reduksjon av tillatt aksellast ved ferdsel over brua. I enkelte tilfeller kan det kreves ombygging av brukonstruksjonen for å opprettholde funksjonaliteten, og i ekstreme tilfeller må brukonstruksjonen rives ned dersom trafiksikkerheten ved ferdsel lenger ikke kan garanteres. Avhandlingens hovedmål gikk dermed ut på å undersøke aktuelle årsaker til at utilsiktede deformasjoner og skjærriss har en spesiell tendens til å oppstå i fritt frambygg bruer, og videre hvorfor disse fenomenene ikke avdukes i tradisjonelle numerisk lineære analyser.

I tidligere forskning har hovedfokuset vært på usikkerheter i kryp- og svinmodell-er, og innvirkningen av dette på langtids-bøyedeformasjoner. Resultater fra tidligere forskning gir imidlertid ingen grunnlag for å kunne danne konkrete konklusjoner vedrørende de opptredende fenomenene i fritt frambygg bruer, annet enn at målte deformasjoner over tid ofte er avvikende fra beregnede langtidsdeformasjoner. Det har i tillegg aldri blitt forsket på årsaker til oppståelsen av skjærriss, og hvilke konsekvenser fenomenet har å si for totale langtidsdeformasjoner.

For å kunne gjenskape en tradisjonell numerisk lineær analyse som typisk utføres for fritt frambygg bruer, ble det etablert en meget omfattende numerisk modell av Sålåsund bru i beregningsprogrammet RM Bridge V8i. Modellen ivaretar effekten av den seksjonsvise utbyggingsfasen av kragarmer fra hovedpilarer, samt den tidsutviklende oppførselen til brukonstruksjonen i ferdigtilstand. Det er svært viktig å inkludere disse effektene i beregningene, da langtidsoppførselen til brukonstruksjonen hovedsakelig avhenger av innvirkningen fra samlet egenvekt- og forspenning, seksjonenes ulike aldre, belastning fra støpevogner, oppspenningsprosessen i byggetilstand, samt effekten av kryp, svin og relaksasjon. Tidsavhengige materialmodeller i henhold til Eurocode 2 [18] ble benyttet i beregningene.

Resultater fra utførte lineære analyser viser at beregnede langtidsdeformasjoner samsvarer godt overens med prosjekterte overhøyder. Dette viser dermed at de tidsavhengige materialmodellene som ble benyttet ved prosjektering av Sålåsund bru, ikke gir vesentlige forskjell i resultater fra tidsavhengige materialmodeller i henhold til EC2. Videre fremviser skjærdeformasjoner i en slik tilstand kun neglisjerbare størrelser, og gir ingen relevante påslag i totale deformasjoner. På bakgrunn av dette, kan det konkluderes med at oppnådde resultater fra lineære analyser ikke gir konkrete forklaringer på årsaker til oppståelsen av utilsiktede deformasjoner og skjærriss i fritt frambygg bruer.

Elementformuleringen som benyttes i den numeriske modellen forutsetter imidlertid at betongen er i en lineær uopprisset tilstand. Deformasjons- og spenningsresultater vil dermed kun være gyldig frem til brukonstruksjonen begynner å utvikle riss. Da det aldri ble rapportert om synlige riss fra den rutinemessige inspeksjonen rett etter bruåpning, er det rimelig å anta at resultater fra de lineære analysene hovedsakelig kun vil være gyldig i byggetilstand, samt i den korte perioden frem til skjærriss begynte å utvikle i steg på Sålåsund bru.

Når skjærriss fremkommer er det fornuftig å anta at skjærstivheten reduseres, hvilket videre kan føre til økte skjærdeformasjoner av betydelige størrelser. Brukonstruksjonens oppførsel må dermed beregnes avhengig om betongen betraktes i en uopprisset eller opprisset tilstand. Fritt frambygg bruer prosjekteres normalt med forbehold om at betongen ikke utvikler skjærriss, hvilket har ført til at brukonstruktører kan beregne langtidsdeformasjoner i FFB bruer ved tradisjonelle lineære analyser. Årsaken til det er at det ved slike analyser normalt ikke observeres spenningstilstander som skulle tilsi at betongens strekkfasthet overskrides, og at opprissing fremkommer.

Det kan dermed konkluderes med at langtidsdeformasjoner underestimeres, da effekten av redusert skjærstivhet på grunn av skjæropprisset betong ikke ivaretas ved tradisjonelle lineære analyser. Dette fører til at økningen av skjærdeformasjoner i en slik tilstand ikke medregnes i totale langtidsdeformasjoner av brukonstruktører ved prosjektering.

Det er åpenbart at utilsiktede deformasjoner har oppstått som en direkte konsekvens av utviklede skjærriss. De interessante spørsmålene er dermed

- hvorfor skjærriss har en spesiell tendens til å oppstå i løpet av levetiden i fritt frambygg bruer
- hvorfor dette ikke avdukes i tradisjonelle lineære analyser
- og hvilke konsekvenser dette har å si for økningen av totale langtidsdeformasjoner

I kapittel 9 stilles en meget interessant og kontroversiell hypotese på oppståelsen av skjærriss. Et svært viktig ledetråd som ledet til denne hypotesen var at rissene ble observert til å oppstå ved en viss tid etter bruåpning, før de videre økte i antall og omfang over tid. Da rissene først ble oppdaget, ble rissviddene observert til å være svært små og neglisjerbare. Inspeksjoner i senere tid viser imidlertid at både antall riss og størrelsen på rissvidder har økt fra å være knapt synlige til å bli betydelig markante.

Dette ledet videre til en antakelse om at oppståelsen av skjærriss kunne karakteriseres som et tidsutviklende fenomen. Den kontroversielle hypotesen baseres dermed på en antakelse om at skjærriss kan ha oppstått som en direkte konsekvens av innvirkningen av kryp på hovedtrykktøyninger.

For å bevise den stilte hypotesen må oppførselen til betong både før- og etter opprissing kunne forutsies. Ved å ta utgangspunkt i Vecchio og Collins [9] sin *modifiserte trykkfeltsteori*, ble det etablert en beregningsmodell som var i stand til å forutsi den ikke-lineære skjær-deformasjonsresponsen i en vilkårlig seksjon, utsatt for den kombinerte virkningen av moment, skjær- og aksialkraft. Beregningsmodellen ble benyttet til å utføre analyser på seksjon 142, som var observert til å være en av de mest utsatte seksjonene for skjærriss. Resultater fra analysene viste først og fremst at lastnivået i seksjonen ikke var i nærheten til å kunne generere skjærriss. I tillegg ble hovedtrykkspenninger observert til å opptre med betydelige størrelser. Disse resultatene forsterket dermed antakelsen om at innvirkningen av kryp på hovedtrykktøyninger kunne være en realistisk årsak til oppståelsen av skjærriss. En svært logisk forklaring på fenomenet er at når hovedtrykktøyningen øker over tid som følge av kryptet, vil deformasjonsmekanismen medføre at hovedstrekktoyningen tilsvarende må øke for å opprettholde likevekten i seksjonen. Når hovedstrekktoyningen blir tilstrekkelig stor, overskrides betongens strekkfasthet slik at opprissing fremkommer.

Det ble forsøkt å etablere en relasjon mellom kryptet og hovedtrykktøyningen. En slik relasjon kan imidlertid være svært innviklet å formulere, og vil kreve ytterligere forskning. Det ble heller utledet en grunnleggende relasjon mellom kryptet og skjærtøyningen, ved å utnytte den gjensidige avhengigheten mellom hovedtøyningene og skjærtøyningen.

Ved å implementere kryp på skjærtøyninger i den etablerte beregningsmodellen, kunne det utføres ikke-lineære tidsavhengige analyser av skjær-deformasjonsresponsen for seksjon 142. Resultater fra analysene viste at utviklingen av skjærtøyningene i seksjonen var svært liten og begrenset i tiden frem til opprissing, hvilket fremkommer av at skjærstivheten er meget høy i uopprisset tilstand. Etter opprissing derimot, vil selv en liten økning i hovedtrykktøyningen medføre relativt store økninger i skjærtøyninger på grunn av seksjonens reduserte skjærstivhet. Da hovedstrekktoyninger øker etter hvert som hovedtrykktøyninger øker med tiden, vil antall riss og rissvidder tilsvarende øke med tiden på grunn av den gjensidig avhengigheten mellom hovedtøyningene.

Den etablerte beregningsmodellen er altså i stand til å gjenskape en tidsutviklende oppførsel i seksjonen, som samsvarer svært godt overens med den virkelige oppførselen til brukonstruksjonen, i henhold til rapporter fra utførte inspeksjoner på Sålåsund bru. Ulempen med beregningsmodellen er imidlertid at den underestimerer den faktiske likevektstilstanden i seksjonen. Hovedårsaken til det er at kryptmodellen som benyttes i beregningsmodellen er formulert med hensyn på en-aksial tøyningstilstand. I bi-aksiale tøyningstilstander vil det opptre betydelige hovedstrekktoyninger normalt på hovedtrykkspenningene, som vil føre til "mykere" betong og videre et mer aggressivt kryptforløp. Det må dermed utføres ytterligere forskning på kryp i bi-aksiale tøyningstilstander, før den formulerte beregningsmodellen kan benyttes for det generelle tilfellet. Hovedpoenget i de tidsavhengige analysene omhandler imidlertid ikke nøy-

aktigheten i beregningsmodellen, men heller at den kan bevise antakelsene i den stilte hypotesen til å virke fornuftig og meget sannsynlig.

Fra inspeksjonen undertegnede utførte på Sålåsund bru, ble det observert mye riss og store rissvidder i seksjoner ved “fjerdedelsområdet” i hovedspennet. Seksjoner ved innspenning var ikke like utsatt, selvom det også ble observert et få antall riss i dette området. På bakgrunn av disse observasjonene, er det dermed fornuftig å anta at reduksjonen i skjærstivheter varierer ulikt i de respektive seksjonene. Ved å kalibrere beregnet skjær-deformasjonsrespons mot observerte rissvidder, var det mulig å danne seg et inntrykk av gjennomsnittlige skjærtøyninger for hver seksjon relativt kjapt og forenklet. Resultatene viste at ikke bare minnet den akkumulerte skjær-deformasjonsformen mye om den formen fritt frambygg bruer har en tendens til å fremvise, men økningen av skjærdeformasjoner i opprisset tilstand gav i tillegg betydelige påslag i totale langtidsdeformasjoner.

Eldre fritt frambygg bruer er mer utsatt for oppståelsen av utilsiktede deformasjoner og skjærriss. Årsaken til det er at overdekningskrav i eldre standardverk tillot brukonstruktøren å prosjektere svært slanke steg. Dette fører imidlertid til store skjærspenninger over det effektive skjærarealet. En kombinasjon av dette, sammen med effekten av mye forspenning gir svært store opptredende hovedtrykkspenninger. Åpenbare tiltak vil dermed være å øke skjærstivheten i seksjonene, slik at skjærriss reduseres. Dersom både tykkelsen på steget og mengde tverrarmring økes vil dette gi en betydelig stivere oppførsel for konstruksjonen, både i uopprisset- og opprisset tilstand. Det kan imidlertid per dags dato ikke gis normative anbefalinger for det generelle tilfellet, da det kreves ytterlig forskning på fenomenene. Inntil videre bør dermed hvert beregningstilfelle behandles unikt.

Kort oppsummert vil følgende utsagn være svært konkluderende for hovedproblemstillingene i denne avhandlingen

- Skjærriss vil mest sannsynlig kunne oppstå som en direkte konsekvens av innvirkningen fra kryp på hovedtrykktøyninger
- Programformuleringer i kommersielle beregningsprogrammer ivaretar ikke denne effekten, og fenomenet avdukes dermed ikke i tradisjonelle lineære analyser
- Økningen av skjærdeformasjoner som følge av reduserte skjærstivheter etter skjæropprissing, vil kunne gi betydelig påslag i totale langtidsdeformasjoner

10.2 Videre arbeid

Oppnådde resultater i denne avhandlingen gir grunnlag for videre forskning innen det oppdagete fenomenet; innvirkning av kryp på hovedtrykktøyninger. Fenomenet vil være spesielt fremtredende i fritt frambygg bruer, og en mer kommersiell fremgangsmetode for å analysere problemet bør utarbeides. Ved å ta utgangspunkt i den etablerte beregningsmodellen i denne avhandlingen, kan det eksempelvis dannes en program-

vare som kan utføre tidsavhengige ikke-lineære skjær-deformasjonsanalyser, uten at beregningstiden nødvendigvis trenger å bli for stor. Før det imidlertid anbefales å utvikle programvare av noe slag, bør den stilte hypotesen først og fremst verifiseres av oppførselen i flere fritt frambygg bruer som innehar de samme problemene. En slik verifikasjon kan utføres ved å gjennomføre tilsvarende analyser og beregninger for andre fritt frambygg bruer, som vist for Sålåsund bru i denne avhandlingen.

Ved kapasitetsberegning av seksjon 142 for Sålåsund bru, ble ikke effekten av korrosjon i tverrarmering tatt hensyn til. Da observerte størrelser på rissvidder i seksjonen kan karakteriseres som bestandighetstruende for brukonstruksjonen, anbefales det sterkt at det utføres en tidsavhengig skjær-deformasjonsanalyse som i tillegg ivaretar effekten av korrosjon i tverrarmering.

Tillegg A

MatLab Script

```
1 clear all;
2 close all;
3 clc
4
5
6 % ----- PREPROSESSERING ----- PREPROSESSERING -----
   PREPROSESSERING ----- %
7
8
9 % ----- INPUT START ----- %
10
11 % ----- Materialparametere Betong ----- %
12
13 fck = 40; % [MPa] Terningtrykkfasthet - INPUT
14
15 fcck = 30; % [MPa] Sylindertykkfasthet - INPUT
16
17 fcr = 1.8; %[MPa] - INPUT
18
19 Ec = 9500*fcck^(0.3); %[MPa] E-modul betong - INPUT
20
21 eps_ck = -2*10^(-3); %- INPUT
22
23 eps_cu = -3.5*10^(-3); %- INPUT
24
25 eps_cr = fcr/Ec;
26
27 a_tils = 19; %[mm] Tilslagsstørrelse - INPUT
28
29 alpha1 = 1; % %Strekkstivende faktorer - INPUT
30
```

```
31 alpha2 = 1; % %Strekkstivende faktorer – INPUT
32
33
34 % —— Materialparametere Spennstål —— %
35
36 fpy = 1550; %[MPa] Flytespenning spennstål – INPUT
37
38 Ep = 195000; %[MPa] – INPUT
39
40 delta_eps_p = 6.0*10^(-3); % Initiell tøyningdifferanse
  – INPUT
41
42 eps_fpu = 20*10^(-3); % Bruddtøyning – INPUT
43
44 dpi = 80; %[mm] Indre diameter kabelrør – INPUT
45
46 dpy = 85; %[mm] Ytre diameter kabelrør – INPUT
47
48 % —— %
49
50 nr_og = 9*2; % Antall rør i overgurt i betraktet snitt –
  INPUT
51
52 nr_ug = 0; % Antall rør i undergurt i betraktet snitt –
  INPUT
53
54 % —— %
55
56 Ap_05 = 1184; %[mm2] 12*0.5’’ spennliner; totalt areal
  spennarmering i ET RØR – INPUT
57
58 klp = 0.8; % – INPUT
59
60
61 % —— Materialparametere Slakkarmeringstål —— %
62
63 fsy = 400; %[MPa] Flytespenning slakkarmering KS40 –
  INPUT
64
65 Es = 200000; %[MPa] – INPUT
66
67 eps_fsy = fsy/Es; %
68
69 eps_fsu = 20*10^(-3);
70
71 ds_12 = 12; %[mm] Diameter slakkarmering 12 mm – INPUT
72
```

```
73 ds_16 = 16; %[mm] Diameter bøyer 16 mm – INPUT
74
75 ds_25 = 25; %[mm] Diameter slakkarmering 25 mm – INPUT
76
77 As_12 = pi*(ds_12/2)^2; %[mm2] Areal slakkarmering én 12
    mm stang – INPUT
78
79 As_16 = pi*(ds_16/2)^2; %[mm2] Areal slakkarmering én 16
    mm stang – INPUT
80
81 As_25 = pi*(ds_25/2)^2; %[mm2] Areal slakkarmering én 25
    mm stang – INPUT
82
83 k1s = 0.4; % – INPUT
84
85 t14 = 54; %Antall stenger – INPUT
86
87 t13 = 26; %Antall stenger – INPUT
88
89 t11 = 2*14; %Antall stenger – INPUT
90
91 % _____ %
92
93 t5_N = 2*13; %Antall stenger – INPUT
94
95 t5_S = 2*14; %Antall stenger – INPUT
96
97 % _____ %
98
99 t4 = 25; %Antall stenger – INPUT
100
101 t6 = 2*2; %Antall stenger – INPUT
102
103 t2 = 25; %Antall stenger – INPUT
104
105
106
107
108 % _____ %
109
110 cc = 200; % [mm] Senteravstand bøyer – INPUT %
111
112 % _____ %
113
114
115
116
```

```
117
118 % —— TVERRSNITTSGEOMETRI —— %
119
120 % ————— %
121
122 h_tv = 2984; %[mm] – Tverrsnittshøyde – INPUT
123
124 t_ug = 281.5; %[mm] – Tykkelse undergurt – INPUT
125
126 % ————— %
127
128
129 b_og = 7800; %[mm] – Bredde overgurt – INPUT
130
131 b_ug = 5400; %[mm] – Bredde undergurt – INPUT
132
133 t_og1 = 130; %[mm] – Tykkelse overgurt 1 – INPUT
134
135 t_og2 = 150; %[mm] – Tykkelse overgurt 2 – INPUT
136
137 v_og = 200; %[mm] – høyde voute ved overgurt – INPUT
138
139 v_ug = 150; %[mm] – høyde voute ved undergurt – INPUT
140
141 t_s = 250; %[mm] – Tykkelse steg – INPUT
142
143 h_s = h_tv – t_og1 – t_og2 – v_og – v_ug – t_ug; %[mm] –
    Høyde steg
144
145 u = 30; %[mm] Generell overdekning i tverrsnittet – INPUT
146
147 u_og = 70; %[mm] Overdekning til brudekke – INPUT
148
149
150 % ————— %
151
152 n = 10; %Antall lag som steghøyden ønskes å deles opp –
    INPUT
153
154 m = 3; %Antall lag som tykkelsen av undergurten ønskes å
    deles opp – INPUT
155
156 % ————— %
157
158
159 % —— INPUT SLUTT —— %
160
```



```
161
162
163 %


---


164 %
165
166
167 % —— DISKRETISERING AV BETONGTVERRSNITT —— %
168
169 jd = v_ug + h_s + v_og + t_og2; %[mm] – Effektiv
    skjærhøyde i tverrsnittet
170
171
172 % Diskretisering av steghøyde %
173
174 h_sn = size(n,1);
175
176 for i = 1:n
177
178     h_sn(i,1) = h_s/n;
179
180 end
181
182
183 % Diskretisering av tykkelse undergurt %
184
185 t_ugm = size(m,1);
186
187 for i = 1:m
188
189     t_ugm(i,1) = t_ug/m;
190
191 end
192
193
194 % Vektorisert tverrsnitthøyde %
195
196 for i = 1:n
197     for j = 1:m
198
199         h(1,1) = t_og1/2;
200         h(2,1) = t_og1/2;
201         h(3,1) = t_og2/2;
202         h(4,1) = t_og2/2;
203         h(5,1) = v_og/2;
204         h(6,1) = v_og/2;
```

```
205
206     h(7:n+6,1) = h_sn(i);
207
208     h(n+7,1) = v_ug;
209
210     h(n+8:n+7+m,1) = t_ugm(j);
211
212 end
213 end
214
215 % Finner koordinater for tverrsnittet i halve høyden av
      tykkelser på lag %
216
217 % 0-koordinaten er ved topp tverrsnitt %
218
219 ykc = zeros(size(h));
220
221 ykc(1) = h(1)/2;
222
223 for i = 2:length(ykc)
224
225     ykc(i) = ykc(i-1) + h(i-1)/2 + h(i)/2;
226
227 end
228
229
230 % Finner koordinater for BETONG-tverrsnittet i halve
      høyden av tykkelser på lag %
231
232 y0 = t_og1 + t_og2 + v_og + h_s/2; % "0"-koordinaten
      ligger i hs/2 fra topp
233
234 yc = zeros(size(ykc));
235
236 for i = 1:length(yc)
237
238     yc(i) = y0 - ykc(i);
239
240 end
241
242
243 % BETONGAREALER [mm2] %
244
245
246 for i = 1:n
247     for j = 1:m
248
```

```

249     Ac(1,1) = t_og1/2*b_og;
250     Ac(2,1) = t_og1/2*b_og;
251     Ac(3,1) = 2*((t_og2/2*257.14)/2) + 7285.71*t_og2/2;
252     Ac(4,1) = 2*((t_og2/2*257.14)/2) + 6771.43*t_og2/2;
253     Ac(5,1) = 2*((342.86*v_og/2)/2 + 842.54*v_og/2 +
        (250.31*v_og/2)/2);
254     Ac(6,1) = 2*((342.86*v_og/2)/2 + t_s*v_og/2 +
        (249.69*v_og/2)/2);

255
256     Ac(7:n+6,1) = 2*h_sn(i)*t_s;
257
258     Ac(n+7,1) = 2*((v_ug*150/2) + t_s*v_ug);
259
260     Ac(n+8:n+7+m,1) = t_ugm(j)*b_ug;
261
262     end
263 end
264
265 Ac_tot = sum(Ac); %[mm2] Totalt betongareal
266
267
268
269 %


---


270
271
272 % —— DISKRETISERING AV SPENNARMERING —— %
273
274
275 % Finner koordinater for spennarmering %
276
277 ykp_og = 280; %Koordinat for spennarmering i overgurt fra
        topp tverrsnitt
278
279 ykp_ug = h_tv - t_ug/2; %Koordinat for spennarmering i
        undergurt fra topp tverrsnitt
280
281 ykp = [ykp_og; ykp_ug];
282
283 yp = zeros(length(ykp),1);
284
285 for i = 1:length(ykp)
286
287     yp(i) = y0 - ykp(i);
288
289 end

```

```

290
291 % Spennarmeringsarealer %
292
293 Ap_og = nr_og*Ap_05; %[mm2] Totalt areal spennarmering i
      overgurt
294
295 Ap_ug = nr_ug*Ap_05; %[mm2] Totalt areal spennarmering i
      undergurt
296
297 Apx = [Ap_og; Ap_ug]; %[mm2]
298
299 Ap = sum(Apx); %[mm2] %Totalt spennarmeringsareal
300
301
302
303 %
      %
304
305
306 % —— DISKRETISERING AV SLAKKARMERING —— %
307
308
309 % Finner koordinater for slakkarmering fra topp
      tverrsnitt %
310
311 yks_t14 = u_og + ds_12 + ds_12/2; %[mm]
312
313 yks_t13 = t_og1 + t_og2 - u - ds_12 - ds_12/2; %[mm]
314
315 yks_t11 = 270; %[mm]
316
317 yks_t5_N = t_og1 + t_og2 + v_og + (1/4)*h_s; %[mm] NORD
318
319 yks_t5_S = t_og1 + t_og2 + v_og + (3/4)*h_s; %[mm] SØR
320
321 yks_t4 = t_og1 + t_og2 + v_og + h_s + v_ug + u + ds_12 +
      ds_12/2; %[mm]
322
323 yks_t6 = h_tv - t_ug/2; %[mm]
324
325 yks_t2 = h_tv - u - ds_12 - ds_12/2; %[mm]
326
327 yks = [yks_t14; yks_t13; yks_t11; yks_t5_N; yks_t5_S;
      yks_t4; yks_t6; yks_t2]; %[mm]
328
329 ys = zeros(length(yks),1);

```

```
330
331 for i = 1:length(yks)
332
333     ys(i) = y0 - yks(i);
334
335 end
336
337
338 % Slakkarmeringsarealer %
339
340 As_t14 = t14*As_12; %[mm2]
341
342 As_t13 = t13*As_12; %[mm2]
343
344 As_t11 = t11*As_12; %[mm2]
345
346 As_t5_N = t5_N*As_12; %[mm2]
347
348 As_t5_S = t5_S*As_12; %[mm2]
349
350 As_t4 = t4*As_12; %[mm2]
351
352 As_t6 = t6*As_25; %[mm2]
353
354 As_t2 = t2*As_12; %[mm2]
355
356 Asx = [As_t14; As_t13; As_t11; As_t5_N; As_t5_S; As_t4;
        As_t6; As_t2]; %[mm2]
357
358 As = sum(Asx); %[mm2] Totalt slakkarmeringsareal
359
360
361
362 %


---


363
364
365 % ——— Utregning av rissparametere for skjær ——— %
366
367 % Rissparametere i lengderetning %
368
369 k1x = (k1s*As + k1p*Ap)/(As + Ap); %Vektet gjennomsnitt
        for k1x
370
371 cx = 100; %[mm]
372
```

```

373 sx = 160; %[mm] Korteste senteravstand spennarmering/evt
      slakkarmering
374
375 dbx = ds_12; %[mm] Diameter slakkarmering i lengderetning
376
377 rho_x = (As + Ap)/Ac_tot; %Armeringsforhold i
      lengderetning
378
379 smx = 2*(cx + (sx/10)) + 0.25*k1x*(dbx/rho_x); %[mm]
380
381
382 % Rissparametere i vertikalretning %
383
384 cv = t_s/2 - u - ds_12; %[mm]
385
386 k1v = k1s;
387
388 dbv = ds_16; %[mm]
389
390 Av = 2*(2*As_16); %[mm2] Areal bøylor 2 snitt for 2 steg
391
392 bv = 2*t_s; %[mm] Total bredde for 2 steg
393
394 rho_v = Av/(bv*cc); %Armeringsforhold i vertikalretning
395
396 smv = 2*(cv + (cc/10)) + 0.25*k1v*(dbv/rho_v); %[mm]
397
398
399
400 %
      %
401
402
403 % ——— AKTUELLE SNITTKREFTER ——— %
404
405 V = 2280; %[kN]
406
407 M = 27300; %[kNm]
408
409 N = 830; %[kN]
410
411
412 %
      %
413

```

```

414
415 % —— UT AV PREPROSESSERING —— UT AV PREPROSESSERING
      —— %
416
417
418 %
      _____
          %
419
420
421
422 % —— SKJÆRLIKEVEKT I VERTIKALRETNING —— %
423
424 % —— Steg 1 —— %
425
426 eps_1 = 0.6120*10^-3; %Valgt hovedstrekkøyning
427
428
429
430 % —— AKSIALLIKEVEKT I HORIZONTALRETNING —— %
431
432 % —— Steg 2 —— %
433
434 theta_start = 20;
435
436 ink = 0.01;
437
438 theta_slutt = 24;
439
440
441 for m = theta_start:ink:theta_slutt
442
443     theta = m*(pi/180); %Antatt vinkel på
          hovedtrykkspenning i radianer
444
445
446 % —— Steg 3 —— %
447
448     sm_theta = 1/((sin(theta)/smx) + (cos(theta)/smv)); %
          [mm] Rissavstand
449
450     w = eps_1*sm_theta; %[mm] Kalkulert rissvidde i hht
          MC90
451
452     vci = (0.179*sqrt(fcck))/(0.31 + (24*w/(a_tils + 16))
          ); %[MPa] Rissets evne til å kunne overføre
          skjærspenninger

```

```
453
454
455 % —— Steg 4 —— %
456
457 itr = inf; %Antall iterasjoner som ønskes utført mhp
      på vertikal likevekt
458
459 fv = 0; % [MPa] Initiell verdi for gjetning av
      spenning i vertikal armering
460
461 fv_itr = 0; % [MPa] Initiell verdi for gjetning av
      spenning i vertikal armering
462
463 for j = 1:itr
464
465     if fv <= fsy
466         fv = fv_itr; %[MPa] Spenning i vertikal
            armering
467     else
468         fv = fsy; %[MPa] Dersom tverrarmeringen
            flyter
469     end
470
471
472 % —— Steg 5 —— %
473
474 if eps_1 <= eps_cr
475     f1g = Ec*eps_1; %[MPa] Før opprissing
476 else
477     f1g = (alpha1*alpha2*fcr)/(1+sqrt(500*eps_1))
            ; %[MPa] Hovedstrekkspenning Globalt etter
            opprissing
478 end
479
480 f1L = vci*tan(theta) + (Av/(cc*bv))*(fsy - fv); %
      [MPa] Hovedstrekkspenning Lokalt
481
482 if eps_1 >= eps_cr
483     f1 = min(f1g, f1L); %Gjeldende
            hovedstredkkspenning dersom det er
            opprissing
484 else
485     f1 = f1g; %Ellers gjelder hovedstrekkspenning
            før opprissing
486 end
487
488
```

```

489 % —— Steg 6 —— %
490
491 Vres = ((Av*fv)/cc + f1*bv)*jd*cot(theta); %[N]
      Skjærresultanten pga vertikal likevekt
492
493
494 % —— Steg 7 —— %
495
496 tau = Vres/(bv*jd); %[MPa]
      Skjærspenningsresultanten – Maksimal verdi
497
498 f2 = (tan(theta) + cot(theta))*tau - f1; %[MPa]
      Hovedtrykkspenning
499
500
501 % —— Steg 8 —— %
502
503 f2max = min((fcck/(0.8 - 0.34*(eps_1/eps_ck))),
              fcck); %[MPa] %Gjeldende maksimal
              hovedtrykkspenning etter anbefaling fra v&C
504
505 fck_merket = f2max*(0.8 - 0.34*(eps_1/eps_ck));
506
507 % —— Steg 9 —— %
508
509 eps_2 = eps_ck*(1 - sqrt(1-(f2/f2max))); %
      Hovedtrykktøyning
510
511
512 % —— Steg 10 —— %
513
514 %Finner tøyninger i lengde- og vertikalretning
      fra (3.25) og (3.26)
515
516 eps_x = (eps_1*(tan(theta))^2 + eps_2)/(1 + (tan(
      theta))^2); %Tøyning i lengderetning
517
518 eps_t = (eps_1 + eps_2*(tan(theta))^2)/(1 + (tan(
      theta))^2); %Tøyning i vertikalretning
519
520 gamma_xy = 2*(eps_x - eps_2)/tan(theta); %
      Skjærtøyning (3.24)
521
522
523 % —— Steg 11 —— %
524
525 fv_itr = min((Es*eps_t), fsy);

```

```
526
527
528     if abs(fv-fv_itr) < 10^(-4)
529         break
530     end
531
532
533 end
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543 % —— MOMENTLIKEVEKT —— %
544
545
546 % —— STEG 1 —— %
547
548 % Velger tøyninger i midten og bunn %
549
550 eps_cm = eps_x; %Valgt tøyning i halve steghøyden (jd
551 /2)
552
553 for eps = -10:0.01:10
554
555     % Utregning av tøyninger over tverrsnittet %
556
557     eps_b = eps*10^(-3); % Valgt tøyning i bunn
558         tverrsnitt
559
560     phi = (eps_b - eps_cm)/(h_tv - y0); %Krumning [
561         rad/mm]
562
563     eps_topp = eps_cm - phi*y0; %Tøyning i topp
564         tverrsnitt
565
566     % Utregning av tøyninger i betongen i hht
567     diskretisert tverrsnitt %
568
569     eps_c = zeros(size(yc));
```

```

568     for i = 1:length(eps_c)
569         eps_c(i) = eps_cm - phi*yc(i); %Tøyning i
570             respektive diskretiserte betonglag
571
572     end
573
574
575
576     % —— STEG 2 —— %
577
578     % Utregning av spenninger i betongen i hht kurve
579         fra EC2 med materialparametere fra NS%
580
581     n_EC2 = 2; %Tabell 3.1
582
583     fc = zeros(size(eps_c));
584
585     for i = 1:length(fc)
586         if (eps_c(i) < 0) && (abs(eps_c(i)) < abs(
587             eps_ck))
588             fc(i) = -fcck*(1-(1-(eps_c(i)./eps_ck)^
589                 n_EC2));
590         elseif (eps_c(i) < 0) && (abs(eps_c(i)) > abs
591             (eps_ck))
592             fc(i) = -fcck;
593         elseif (eps_c(i) > 0) && (eps_c(i) <= eps_cr)
594             fc(i) = fcck*(1-(1-(eps_c(i)./eps_ck)^
595                 n_EC2));
596         elseif (eps_c(i) > 0)
597             fc(i) = 0;
598         end
599     end
600
601     end
602
603
604     % —— STEG 3 —— %
605
606     % Tøyninger i betongen ved spennarmering %
607
608     eps_cp = zeros(size(yp));
609
610     for i = 1:length(eps_cp)
611         eps_cp(i) = eps_cm - phi*yp(i);

```

```
609
610     end
611
612
613     % Tøyninger i spennarmeringen
614
615     eps_p = eps_cp + delta_eps_p;
616
617
618     % Utrekning av SPENNINGER i spennarmeringen %
619
620     fp = zeros(size(eps_p)); %[MPa]
621
622     for i = 1:length(eps_p)
623
624         if eps_p(i) > eps_fpu
625             eps_p(i) = 0;
626         end
627
628         fp(i) = Ep*eps_p(i)*(0.025 + (0.975/(1+(118*
629             eps_p(i))^(10))^(0.10)))); %[MPa] Lign
630             (3-26) i Collins
631
632         if fp(i) >= fpy
633             fp(i) = fpy;
634         end
635
636     end
637
638     % Tøyninger i slakkarmering %
639
640     eps_s = zeros(size(ys));
641
642     for i = 1:length(eps_s)
643
644         eps_s(i) = eps_cm - phi*ys(i);
645
646     end
647
648     % Stålspenning slakkarmering %
649
650     fs = zeros(size(eps_s)); %[MPa]
651
652     for i = 1:length(fs)
653
```

```
654         if abs(eps_s(i)) > eps_fsu
655             eps_s(i) = 0;
656         end
657
658         fs(i) = Es*eps_s(i);
659
660         if (fs(i) > 0) && (abs(fs(i)) >= fsy)
661             fs(i) = fsy;
662         elseif (fs(i) < 0) && (abs(fs(i)) >= fsy)
663             fs(i) = -fsy;
664         end
665
666     end
667
668     % ----- STEG 3 ----- %
669
670     N_Ac = zeros(length(Ac),1);
671
672     N_Ap = zeros(length(Apx),1);
673
674     N_As = zeros(length(Asx),1);
675
676
677     % Aksialkraft fra trykk i betong [kN] %
678
679     for i = 1:length(N_Ac)
680
681         if eps_c(i) < 0
682             N_Ac(i) = fc(i)*Ac(i)/1000; %[kN]
683         elseif (eps_c(i) > 0) && (eps_c(i) < eps_cr)
684             N_Ac(i) = fc(i)*Ac(i)/1000;
685         else
686             N_Ac(i) = 0;
687         end
688     end
689
690 end
691
692
693 % Aksialkraft fra strekk i spennarmering [kN] %
694
695 for i = 1:length(N_Ap)
696
697     if eps_p(i) > 0
698         N_Ap(i) = fp(i)*Apx(i)/1000; %[kN]
699     else
700         N_Ap(i) = 0; %Spennarmeringen antas å
```

```

                                ikke ta trykk
701         end
702
703     end
704
705
706     % Aksialkrefter fra slakkarmering [kN] %
707
708     for i = 1:length(N_As)
709
710         N_As(i) = fs(i)*Asx(i)/1000; %[kN] %
711         Aksialkrefter fra slakkarmeringen i
712         betongen
713
714     end
715
716     % Utrekning av momenter – Tar momentet om eps_cm%
717
718     M_Ac = zeros(length(N_Ac),1);
719
720     M_Ap = zeros(length(N_Ap),1);
721
722     M_As = zeros(length(N_As),1);
723
724     % Momenter fra betongtrykksone %
725
726     for i = 1:length(M_Ac)
727
728         M_Ac(i) = N_Ac(i)*(yc(i)/1000); %[kNm]
729
730     end
731
732
733     % Momenter fra spennarmering %
734
735     for i = 1:length(M_Ap)
736
737         M_Ap(i) = N_Ap(i)*(yp(i)/1000); %[kNm]
738
739     end
740
741
742     % Momenter fra slakkarmering %
743
744     for i = 1:length(M_As)
```

```
745
746     M_As(i) = N_As(i) * (ys(i)/1000); %[kNm]
747
748     end
749
750
751
752     % Totale momenter virkende i tverrsnittet %
753
754     M_tot = sum(M_Ac) + sum(M_Ap) + sum(M_As); %[kNm]
755         Negativt moment gir strekk i bunn – positiv
756         krumning
757
758     Tolerance_M = 1000; %[kNm]
759
760     if (abs(M-M_tot) < Tolerance_M) && (M_tot > 0)
761         break
762     end
763
764     end
765
766
767
768
769     % Total aksialkraft som virker i tverrsnittet pga
770     aksialtøyningsfordelingen%
771
772     Np = sum(N_Ac) + sum(N_Ap) + sum(N_As); %[kN]
773
774     Nv = Vres*cot(theta)/1000; %[kN]
775
776     N_tot = Np - Nv; %[kN]
777
778     Tolerance_N = 100; %[kN]
779
780     if abs(N-N_tot) < Tolerance_N
781         break
782     end
783     end
784
785
786     % IF – tester %
787
788     if f2 > f2max
```

```
789 fprintf('BETONGEN KNUSER – DET MÅ VELGES EN LAVERE eps_1
        ELLER HØYERE STARTVERDI PÅ theta')
790 end
791
792 if fv >= fsy
793 fprintf('FLYT I TVERRARMERING\n')
794 end
795
796 for i = 1:length(fc)
797
798 if abs(fc(i)) > fcck
799 fprintf('Større trykk enn fck – Knusning må velges lavere
        eps_m og eps_b')
800 end
801
802 end
803
804
805 for i = 1:length(eps_p)
806
807 if eps_p(i) > eps_fpu
808 fprintf('OBS – BRUDD I SPENNARMERING')
809 end
810
811 end
812
813 for i = 1:length(fp)
814
815 if fp(i) >= fpy
816 fprintf('Flyt i spennarmering')
817 end
818
819 end
820
821
822 for i = 1:length(eps_s)
823
824 if abs(eps_s(i)) > eps_fsy
825 fprintf('OBS – BRUDD I SLAKKARMERING')
826 end
827
828 end
829
830 for i = 1:length(fs)
831
832 if abs(fs(i)) >= fsy
```



```
833 fprintf('Flyt i slakkarmering')
834 end
835
836 end
837
838 Res = [eps_1*10^3 eps_2*10^3 theta*(180/pi) eps_t*10^3
        eps_x*10^3 gamma_xy*10^3 f2 f2max f1 w Vres/1000000 fv
        ];
839
840 Res
841
842 eps_b*1000
843
844 M_tot
845
846 M
847
848 N_tot
849
850
851 %


---


852
853 % —— Utregning av kryptall EC2 —— %
854
855 Lyv_og = 1250; %[mm] Lengde ytre voute ved overgurt
856
857 Liv_og = 538; %[mm] Lengde indre voute ved overgurt
858
859 Liv_ug = 212; %[mm] Lengde indre voute ved undergurt
860
861 uy = b_og + 130*2 + Lyv_og*2 + h_s*2 + v_ug*2 + t_ug*2 +
        b_ug; %Ytre omkrets i kontakt med atmosfæren
862
863 %uy = 2*h_s;
864
865 ui = 3900 + Liv_og*2 + h_s*2 + Liv_ug*2 + 4600; %Indre
        omkrets
866
867 %ui = 2*h_s;
868
869 Ac_steg = 2*h_s*t_s;
870
871 %Ac_tot;
872
873 h0 = 2*Ac_tot / (uy + 0.5*ui); %Effektiv
```

```
    tverrsnittstørrelse [mm]
874
875 fcm = fck + 8; %Midlere sylindertykkfasthet etter 28
    døgn [MPa]
876
877 RH = 75; %Relativ fuktighet i prosent
878
879
880 % —Justert alder til betong— %
881
882 TMP = 20; %Temperatur [C]
883
884 t0 = 7; %[ Pålastningsdøgn ]
885
886 t0T = exp(13.65 - (4000 / (273 + min(max(0,TMP),80))))*t0
    ;
887
888 alpha_sem = 0; %Normal eller raskt herdende sement
889
890 t0_jus = max((t0T*((9 / (2+t0T^1.2)) + 1)^alpha_sem),0.5)
    ;
891
892
893 % —Utregning av kryptall RM fra EC2 — %
894
895 alpha = min((35/fcm),1);
896
897 phiRH_EC2 = (1 + ((1 - (RH/100))/(0.1 * h0^(1/3)))) * alpha^0.7)
    * alpha^0.2;
898
899 beta_fcm = 16.8 / (fcm^0.5);
900
901 beta_t0 = 1 / (0.1 + t0_jus^0.2);
902
903 beta_h = min((1.5*(1 + (0.012*RH)^18)*h0 + 250*alpha^0.5)
    ,1500*alpha^0.5);
904
905 dager1 = 26280;
906
907 dager2 = 100000;
908
909 t1 = t0_jus : 1 : dager1+t0_jus;
910
911 t2 = t0_jus : 1 : dager2+t0_jus;
912
913 beta_c1 = ((t1-t0_jus) ./ (beta_h + (t1 - t0_jus))).^0.3;
914
```

```

915 beta_c2 = ((t2-t0_jus) ./ (beta_h + (t2 - t0_jus))).^0.3;
916
917 phi_0 = phiRH_EC2 * beta_fcm * beta_t0; %Normert
      krypkoeffisient
918
919 phi_t_t0_1 = beta_c1 .* phi_0; %krypkurve ved pålastning
      etter 28 døgn
920
921 phi_t_t0_2 = beta_c2 .* phi_0; %krypkurve ved pålastning
      etter 28 døgn
922
923 phi1 = phi_t_t0_1(length(phi_t_t0_1)); %Kryptall ved tid
      t etter pålastning t0
924
925 phi2 = phi_t_t0_2(length(phi_t_t0_2)); %Kryptall ved tid
      t etter pålastning t0
926
927 delta_phi = phi2 - phi1;
928
929 %plot(t2, phi_t_t0_2)
930 %xlabel('ln(t)')
931 %ylabel('\phi')
932 %title('Utvikling av krypkoeffisient')
933 %legend('Krypkurve')
934
935 eps_2_phi = (eps_x - ((gamma_xy*tan(theta)*0.5)*(1+
      delta_phi)))*1000;
936
937 gamma_phi = gamma_xy*(1+delta_phi)*1000
938
939 G = (tan(theta)/(2*(eps_x-eps_2)))*tau;
940
941 Res_t = [eps_1*10^3 eps_2*10^3 theta*(180/pi) eps_x*10^3
      gamma_xy*10^3 fv w Vres/1000000 delta_phi gamma_phi];
942
943
944 filename = 'MTFT_SOLEMSUND_142_NY.xlsx';
945
946 sheet = 't=13140';
947
948 rute = '32';
949
950 %xlswrite(filename, Res_t, sheet, rute)
951
952 %xlswrite(filename, Res, sheet, 'C32')

```

Referanser

- [1] Chugh A.K. *Stiffness Matrix For A Beam Including Transverse Shear and Axial Force Effects*. Rock Mass Behavior Group, Denver Mining Research center, U.S Bureau of Mines, Denver, Colorado, USA, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 11, pp. 1681 - 1697, 1977.
- [2] Geomatikk AS. *Rapport nivellement FV680 Solemsund bru, Aure Kommune for Statens Vegvesen Region midt, Prosjektnr:404364*. Statens Vegvesen Region midt, 2012.
- [3] Santhi A.S, Prasad J. og Ahuja A.K. *Effects Of Creep and Shrinkage On The Deflection of RCC Two Way Flat Plates*. Department of Civil Engineering, Indian Institute of Technology Roorke, Roorke, India, Asian journal of civil engineering (building and housing) vol. 8, NO. 3, pages 267-282, 2007.
- [4] Quimby B. *Long Term Deflection in Concrete Beams*. UAA Civil Engineering, CE 433 - Reinforced Concrete Design, 2002.
- [5] Comite Euro-International du Beton. *CEP-FIP Model Code 1990*. Bulletin No 213/214, 1991.
- [6] Mörsch E. *Concrete-Steel Construction*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1909.
- [7] Bentz E.C og Collins M.P. *Response-2000*. Reinforced Concrete Sectional Analysis using the Modified Compression Field Theory, Version 1.0.5, 2000.
- [8] Vecchio F.J og Collins M.P. *Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses*. Department of Civil Engineering, University of Toronto, Publication No. 82-03, 1982.
- [9] Vecchio F.J og Collins M.P. *The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear*. ACI Journal, Vol. 83, No.2, pp. 219-231, 1986.
- [10] Vecchio F.J og Collins M.P. *Predicting the Response of Reinforced Concrete Beam Subjected to Shear Using Modified Compression Field Theory*. Department of Civil Engineering, University of Toronto, Publication No. 85-S27, 1988.

-
- [11] Vecchio F.J og Collins M.P. *Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements*. ACI Structural Journal, Publication No. 103-S65, 2006.
- [12] Walraven J.C. *Fundamental Analysis of Aggregate Interlock*. ASCE, Proceedings, V. 107, ST11, pp.2245-2270, 1981.
- [13] Teigen J.G. *Nonlinear Analysis of Concrete Structures Based On a 3D Shear-Beam Element Formulation*. Ph.D thesis, University of Oslo, Department of Mathematics Mechanics Division, 1994.
- [14] Vitek J.L. *Long-term deflections of large prestressed concrete bridges*. CEB Bulletin No.235, Serviceability Models. Behaviour and modelling in serviceability limit states including repeated and sustained loads, 1997.
- [15] Fiskum K. *Program for BjelkeDimensjonering*. Dr.techn. Olav Olsen a.s, 2004.
- [16] Collins M.P og Mitchell D. *Prestressed concrete structures*. Prentice Hall, 1991.
- [17] Standard Norge. *Prosjektering av betongkonstruksjoner. Beregning- og konstruksjonsregler*. 6. utgave, 2003.
- [18] Standard Norge. *Norsk Standard NS-EN 1992-1-1:2004 + NA:2008, Eurocode 2: Design of concrete structures, Part 1-1:General rules and rules for buildings*. 2008.
- [19] Standard Norge. *Norsk Standard NS-EN 12390-1:2012, Prøving av herdnet betong Del 1:Form, mål og andre krav til prøvelegemer og former*. 2012.
- [20] Eide O.I.S og Sætra Ø. *Langtidsdeformasjoner av fritt frambygg-bruer*. Masteral thesis, Norwegian University of Science and Technology, Department of Structural Engineering, 2011.
- [21] Gjerp P., Opsahl M. og Smeplass S. *Grunnleggende betongteknologi*. Byggenæringens Forlag, 2. utgave, 2004.
- [22] Paulay P. *Reinforced Concrete Structures*. John Wiley & Sons, Inc, 1975.
- [23] Takács P.F. *Deformations in Concrete Cantilever Bridges: Observations and Theoretical Modelling*. Ph.D thesis, Norwegian University of Science and Technology, Department of Structural Engineering, 2002.
- [24] Cook R.D, Malkus D.S, Plesha M.E og Witt R.J. *Concepts And Application of Finite Element Analysis*. John Wiley & Sons, Inc, 2002.
- [25] Parry R.H.G. *Mohr circles, stress paths and geotechnics*. Taylor & Francis, pp. 1 - 30, 2 ed., 2004.
- [26] Sørensen S.I. *Betongkonstruksjoner*. Tapir Akademisk Forlag, 2010.
- [27] Rambjør S.K. *Fritt frambygg bruer*. Kompendium, Aas-Jakobsen, 2009.
-

- [28] Bentley Systems. *RM Bridge Analyser User Guide*. 2012.
- [29] Bentley Systems. *RM Bridge Modeler User Guide*. 2012.
- [30] Kanstad T. *Deformations of Segmentally Cast Cantilever Bridges of High-Strength Concrete*. Creep and shrinkage of concrete, Proceedings of the Fifth International RILEM Symposium, Barcelona, Spain, 1993.
- [31] Hals T.E. *Konstruksjonsmekanikk - Enkel statikk og mekanikk*. Tapir, Tredje utgave, 1999.
- [32] Statens Vegvesen. *Håndbok 238 Bruklassifisering*. 2009.
- [33] Statens Vegvesen. *Inspeksjonsrapport Sålåsund bru*. Oppdragsnr. 15-1729, 2010.
- [34] Ritter W. *Die Bauweise Hennebique (Construction Techniques of Hennebique)*. Schweizerische Bauzeitung, Zürich, 1899.
- [35] Luo Y. *An Efficient 3D Timoshenko Beam Element with Consistent Shape Functions*. Department of Mechanical & Manufacturing Engineering University of Manitoba, Winnipeg, R3T 5V6, Canada, Adv. Theor. Appl. Mech., Vol.1, no. 3, 95 - 106, 2008.
- [36] Bazant Z.P. *Mathematical Modelling of Creep and Shrinkage of Concrete*. John Wiley & Sons Ltd, 1988.
- [37] Bazant Z.P og Baweja S. *Concrete creep and shrinkage prediction models for design codes*. Proceedings of the International RILEM Workshop on Technology Transfer of the New Trends in Concrete, Barcelona, Spain, 1994.
- [38] Bazant Z.P og Baweja S. *Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures - B3 model*. Material and Structures, Vol. 28, 1995.

