

Dimensjonering for jordskjelv i DCM-
Teori og analyser av bygninger i armert betong

av

Øyvind Kleven

MASTEROPPGAVE

for graden

Master i Anvendt matematikk og mekanikk

(Master of Science)



*Avdeling for mekanikk, Matematisk institutt
Universitetet i Oslo*

Mai 2013

*Mechanics Division, Department of Mathematics
University of Oslo*

Dimensjonering for jordskjelv i DCM-
Teori og analyser av bygninger i armert betong

av

Øyvind Kleven

MASTEROPPGAVE

for graden

Master i Anvendt matematikk og mekanikk

(Master of Science)



*Avdeling for mekanikk, Matematisk institutt
Universitetet i Oslo*

Mai 2013

*Mechanics Division, Department of Mathematics
University of Oslo*

Forord

Etter ønske fra Hjellnes Consult var det av interesse å redgjøre for hvordan en besparelse kunne oppnås ved å tillate en høyere duktilitet i konstruksjoner enn dersom den laveste duktilitetsklassen i NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning Del 1: Allmenne regler, seismiske laster og regler for bygninger lå til grunn. I den sammenheng ble det utarbeidet et forslag til en prosjektbeskrivelse for en masteroppgave. Denne avhandling er et resultat av det avsluttende arbeidet for graden master i anvendt matematikk og mekanikk, faststoffmekanikk ved det matematiske institutt, Universitetet i Oslo for undertegnede.

Under prosjektets varighet har det vært nødvendig å sette seg inn i dataprogrammer som SeismoSignal versjon 5.0.0, Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2013 versjon 26.0.3.4375 (x64), FEM-design Wall versjon 11.01, og Matlab versjon R2012a. Det ble også lagt ned et betydelig arbeid i litteraturstudiet samt forståelsen rundt programvarene Robot og FEM-design. Avhandlingen vil kunne appellere til alle med interesse for konstruksjon, men spesielt de som er interessert i hvordan det kan dimensjoneres for jordskjelv i Norge.

Jeg vil gjerne takke mine veiledere Terje Kvarme ved Hjellnes Consult og Jun Liu ved Det Norske Veritas for faglige diskusjoner under prosjektets varighet. Jeg vil også takke Farzin Shahrokhi ved Rambøll for hans innspill i avslutningsfasen, Hjellnes Consult for at de gav meg muligheten til å fordype meg i dette spennende fagfeltet, samt familie og venner for deres tålmodighet under prosjektarbeidets sene kvelder.

Øyvind Kleven

Oslo, Mai 2013

Abstract

Seismic Design of buildings have after the introduction of Eurocodes become a more important topic in Norway. EN 1998-1:2004 + NA: 2008 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings requires that some structures must be checked for seismic loads. When control is conducted in accordance with the regulations, the starting point is a territorial value for the acceleration of the bedrock. The movements will be able to wander through the soil and initiate inertial forces in a structure. When a linear-elastic structure is subjected to repeated loads by the earthquake, the total energy it is possible to dissipate is less than if the construction is allowed a controlled and permanent deformation without collapse of the structure. In this context, three ductility classes are defined, DCL (ductility class low), DCM (ductility class medium) and DCH (ductility class high). If ductility class medium is applied, the seismic load determined by methods specified in the regulations is reduced, but this requires among other things that a ductile deformation mechanism of the supporting structure is identified.

In this thesis the basic theory of different types of dynamic analysis and how the seismic load can be determined is presented. In this context elastic, as well as inelastic systems are considered. There is an explanation for the ductile deformation mechanism and how it can be demonstrated through different methods of analysis from the theory and EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurocode 8. A cast structure that is to be checked for its behavior under the seismic load EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurocode 8 imposes when ductility class medium is used is presented. The construction under examination is part of the new Østfold hospital which is estimated to be completed at Kalnes in Sarpsborg municipality by 2016. The total shear force at the structure's foundation is determined through the lateral force method and response spectrum analysis when a different variety of effects are included. The seismic design load on the structure is determined and a part of the system which carries the lateral loads is analysed. The required reinforcement and the concrete capacity in the structural member is verified.

Sammendrag

Dimensjonering for jordskjelv har etter innføringen av Eurokodene blitt et mer aktuelt tema i Norge. NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning Del 1: Allmenne regler, seismiske laster og regler for bygninger påkrevder at enkelte konstruksjoner må kontrolleres for seismiske laster. Når kontrollen foregår i samsvar med regelverket tas det utgangspunkt i en stedlig verdi for akselerasjonen av berggrunnen. Bevegelsene vil kunne vandre gjennom løsmasser og initiere treghetskrefter i en konstruksjon. Når en lineær-elastisk konstruksjon utsettes for gjentatte belastninger som i jordskjelv, vil den totale energien det er mulig å ta opp være mindre enn dersom konstruksjonen tillates å få en kontrollert varig deformasjon, uten at konstruksjonen kolliderer. I den sammenheng legger regelverket til grunn tre duktilitetsklasser, DCL (duktilitetsklasse lav), DCM (duktilitetsklasse middels) og DCH (duktilitetsklasse høy). Dersom duktilitetsklasse middels legges til grunn kan den seismiske belastningen som er bestemt fra metoder angitt i regelverket reduseres, men dette forutsetter blant annet at en duktil deformasjonsmekanisme for bærekonstruksjonen er identifisert.

I denne avhandling presenteres den grunnleggende teorien om forskjellige dynamiske analysemetoder og hvordan den seismiske belastningen kan bestemmes. I den sammenheng sees det på elastiske systemer så vel som uelastiske. Det redegjøres for den duktile deformasjonsmekanismen og hvordan den kan påvises gjennom forskjellige analysemetoder fra teorien og NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8. En plasstøpt konstruksjon som skal kontrolleres for dens oppførsel under den seismiske belastningen som NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8 pålegger når duktilitetsklasse middels benyttes blir presentert. Denne konstruksjonen er en del av det nye Østfoldsykehuset som er anslått ferdigstilt på Kalnes i Sarpsborg kommune i 2016. Den samlede skjærkraften ved konstruksjonens fundament bestemmes gjennom tverrkraftmetoden og responspektrum analyser når et utvalg av effekter medtas. Den dimensjonerende seismiske belastningen på konstruksjonen bestemmes og en av delene i systemet som bærer de horisontale lastene analyseres. Den nødvendige armeringen og betongens kapasitet i konstruksjonsdelen kontrolleres.

Innholdsfortegnelse

Innledning	xxxiii
1 Dynamikk	1
1.1 Innledning	1
1.2 Seismetikk	2
1.3 Lineært elastisk system med en frihetsgrad	2
1.4 Lineært elastisk system med en generalisert frihetsgrad	5
1.5 Konstruksjoner med flere frihetsgrader	8
1.6 Innflytelsesvektoren	10
1.7 Perfekt elastisk-plastisk system med en frihetsgrad	12
1.8 Elastisk responspektrum	14
1.9 Elastisk design spektrum	18
1.10 Plastisk responspektrum	19
1.11 Plastisk design spektrum	20
1.12 Responspektre i NS-EN 1998-1	21
1.13 Regularitet og symetri i konstruksjoner	26
1.14 Egenverdianalyse	27
1.15 Modal tidshistorie analyse	28
1.16 Responspektrum analyse	33
2 Sikring av duktil deformasjonsmekanisme	37
2.1 Innledning	37
2.2 Ikke lineær tidshistorie analyse	37
2.3 Duktil deformasjonsmekanisme	39
2.4 Ukoblet modal tidshistorie analyse	43
2.5 Analyse ved påført forskyvning	44
2.6 Andre-ordens effekter	47
2.7 Ikke-lineær statisk analyse etter NS-EN 1998-1	51
2.8 Forenklet beregning av duktilitetetsfaktor etter NS-EN 1998-1	55
2.9 Modal pushover analyse	56
3 Duktilitet i tverrsnittet	59
3.1 Innledning	59
3.2 Materialene i armert betong	59
3.3 Kapasitetsdimensjonering	68
3.4 Bjelker	70
3.5 Søyler	76
3.6 Veggskiver	81
3.7 Horisontale skiver	91

4	Presentasjon av konstruksjonen	93
4.1	Innledning	93
4.2	Sengebygg del H	93
4.3	Materialer	95
4.4	Laster	95
4.5	Programvare og kontroll	97
4.6	Sengebygg del H i Robot	104
4.7	Masser i sengebygg del H	107
4.8	Dimensjonerende horisontalt responspektrum	109
5	Analytisk sammenligning	111
5.1	Innledning	111
5.2	Analytisk modell	112
5.3	Forenklet modell av sengebygg H i Robot	125
5.4	Sammenligning og diskusjon	133
6	Tverrkraftmetoden	139
6.1	Innledning	139
6.2	Regularitet	139
6.3	Svingeperioder	143
6.4	Seismiske laster	151
6.5	Oppsummering og diskusjon	156
7	Modal responspektrum analyse av sengebygg del H	159
7.1	Innledning	159
7.2	Responspektrum analyse uten eksentrisitet av massen	159
7.3	Responspektrum analyse med eksentrisitet av massen og redusert stivhet	166
7.4	Oppsummering og diskusjon	176
8	Dimensjonering av konstruksjonselementer	181
8.1	Innledning	181
8.2	Grunnlag for dimensjonering	181
8.3	Dimensjonering av skiven i akse A	184
8.4	Oppsummering og diskusjon	188
9	Diskusjon og konklusjon	193
10	Videre arbeid	197
	Litteraturliste	202
A	Håndberegninger	203
A.1	Masseberegning av sengebygg del H	203
A.2	Masseberegning av forenklet modell av sengebygg del H	206
A.3	Svingeperioder	208
B	Matlab	209
B.1	Programvare og kontroll	209
B.2	Dimensjonerende spektrum for elastisk analyse	211
B.3	Analytisk sammenligning	212
B.4	Dimensjonering av skiven i akse A	222

C Geometri	224
C.1 Aksestystem	224
C.2 Veggskiver i sengebygg del H i Robot	225

Figurliste

1.1	To ekvivalente rammer med en dynamisk frihetsgrad hver utsatt for $u_g(t)$ og p_{eff} .	3
1.2	Illustrasjon av udeformert rammekonstruksjon(a) og det idealiserte systemet i en antatt deformert tilstand(b)	5
1.3	Illustrasjon av en konstruksjon med N frihetsgrader	8
1.4	Modell av en konstruksjon med frihetsgrader i en vinkel med forskyvningen av grunnen	11
1.5	Elastisk og perfekt elastisk-plastisk kraft-forskyvnings forløp til to systemer	12
1.6	Elastisk responsspektrum for nord-sør komponenten av jordskjelvet ved Imperial Valley, California den 18 mai 1940. De registrerte målingene [10] er fra El Centro, California. 5% dempning	15
1.7	Akselerasjonsforløpet til nord-sør komponenten av El Centro jordskjelvet i 1940 . .	16
1.8	Elastisk pseudo-akselerasjonsspektrum for nord-sør komponenten av jordskjelvet ved Imperial Valley, California den 18 mai 1940. De registrerte målingene [10] er fra El Centro, California. 5% dempning	17
1.9	Pseudo-akselerasjon responsspektre for nord-sør komponenten av jordskjelvet ved Imperial Valley, California den 18 mai 1940. De registrerte målingene [10] er fra El Centro, California. 5% dempning og duktilitets faktor $\mu=1.5, 2.0$ og 3.0	19
1.10	Illustrasjon av arbeidsdiagrammer til to duktile systemer. System med liten forskyvning(a) og system med stor forskyvning(b)	21
1.11	Det horisontale elastiske responsspektrumet med 5% dempning for konstruksjon i seismisk klasse IV på grunntype E i Østlandsområdet	23
1.12	Det dimensjonerende spektrum for elastisk analyse for en konstruksjon i seismisk klasse IV oppført på grunntype E i Østlandsområdet med konstruksjonsfaktor $q = 2.0 - 4.0$	25
1.13	Illustrasjon av planskisse av bygg for beregning av regularitet	26
1.14	Illustrasjon av effektiv modal masse	33
2.1	Mulige plastiske deformasjonsmeknismen	40
2.2	Krumningsfordeling i utkraget bjelke/skive	41
2.3	Illustrasjon av global kapasitetskurve i en pushoveranalyse	45
2.4	Rammen som betraktes i den statisk ikke-lineære analysen	45
2.5	Rammen som betraktes i den statisk ikke-lineære analysen der utviklingen av flyteledd illustreres	46
2.6	Ramme med store deformasjoner	47
2.7	Tilleggskrefter i bygning med flere etasjer på grunn av store forskyvninger	49
2.8	Stavelement med to frihetsgrader og konstant aksialkraft	50
2.9	Perfekt elasto-plastisk kraft-forskyvnings forhold etter NS-EN 1998-1	54
3.1	Illustrasjon av spenning-tøyningsforløp for betongprismer under trykk	60
3.2	Idealisert spenning-tøyningskurve for betong etter NS-EN 1992-1	61

3.3	Illustrasjon av spenning-tøynings oppførselen til betong med og uten forhindret tverrutvidelse	62
3.4	Illustrasjon av armering for forhindret tverrutvidelse av betong	63
3.5	Idealisert spenning-tøyningskurve for betong med forhindret tverrutvidelse etter NS-EN 1992-1	65
3.6	Illustrasjon av spenning-tøynings oppførsel til armering under strekk	67
3.7	Illustrasjon av Bauschinger effekten for armeringsstål under seismisk belastning	67
3.8	Idealisert spenning-tøyningskurve for stål etter NS-EN 1992-1	68
3.9	Prinsippskisse av kapasitets dimensjonering	69
3.10	Modell for beregning av krumningsduktilitet i bjelketverrsnitt	71
3.11	Illustrasjon av bjelke utsatt for gjentatte reverserende belastninger	74
3.12	Knutepunkt mellom søyle og bjelke	77
3.13	Modell for beregning av krumningsduktilitet i søyle	78
3.14	Illustrasjon av sammensatte veggverrsnitt	82
3.15	Illustrasjon av momentdiagram for slanke veggskiver	83
3.16	Illustrasjon av mulige koblede veggskiver	84
3.17	Illustrasjon av globale laster i koblet veggskive	84
3.18	Modell for beregning av det kritisk område i veggskive	87
3.19	Ytre og indre krefter i et lite skiveelement av betong med ortogonal armering	89
3.20	Likevektsbetraktning av ytre og indre krefter i to snitt av et lite skiveelement av betong med ortogonal armering	89
4.1	Fasaden av sengebygget i perspektiv	94
4.2	Analytisk modell av betongbjelke	98
4.3	Betongbjelke modellert i Robot	102
4.4	Første svingemode fra Robot og analytisk	103
4.5	Andre svingemode fra Robot og analytisk	103
4.6	Robot modell av sengebygg H i perspektiv	105
4.7	Elementinndelingen av sengebygg del H	106
4.8	Dimensjonerende horisontalt responsspektrum for sengebygg del H	110
5.1	Deformasjon av skive	112
5.2	Forenklet modell for analytisk beregning	113
5.3	Svingemoder i x -retning bestemt analytisk	118
5.4	Svingemoder i y -retning bestemt analytisk	122
5.5	Forenklet Robot modell av sengebygg H i perspektiv	126
5.6	Svingemode 1_x og 2_x til forenklet modell av sengebygg del H	128
5.7	Svingemode 3_x og 4_x til forenklet modell av sengebygg del H	129
5.8	Svingemode 5_x og 6_x til forenklet modell av sengebygg del H	129
5.9	Svingemode 7_x og 8_x til forenklet modell av sengebygg del H	130
5.10	Svingemode 9_x og 10_x til forenklet modell av sengebygg del H	130
5.11	Plott av svingemode $1_x, 2_x, 3_x, 4_x$ og 7_x	131
5.12	Svingemode 1_y og 2_y til forenklet modell av sengebygg del H	132
5.13	Svingemode 3_y og 4_y til forenklet modell av sengebygg del H	133
5.14	Svingemode 5_y og 6_y til forenklet modell av sengebygg del H	133
5.15	Svingemode 7_y og 8_y til forenklet modell av sengebygg del H	134
5.16	Svingemode 9_y og 10_y til forenklet modell av sengebygg del H	134
5.17	Plott av svingemode $1_y, 2_y, 3_y, 5_y$ og 6_y	135
5.18	De fem første globale svingeformene fra Robot og analytisk for x -retning	137
5.19	De fem første globale svingeformene fra Robot og analytisk for y -retning	138

6.1	Belastning og deformasjon på sengebygg del H for bestemmelse av svingeperiode ved forenklet metode ved en lineær lastfordeling	148
6.2	Belastning og deformasjon på sengebygg del H for bestemmelse av svingeperiode ved forenklet metode ved gravitasjonslaster	149
6.3	Belastning og deformasjon på sengebygg del H for bestemmelse av svingeperiode ved forenklet metode ved gravitasjonslaster	150
6.4	Grafisk fremstilling av de horsisontale kreftene i tverrkraftmetoden	153
6.5	Forskyvingen av etasjer under dimensjonerende seismisk belastning fra tverrkraftmetoden (Case 1 og Case 2)	156
7.1	Svingemode 1 og 2 til sengebygg del H	163
7.2	Svingemode 3 og 4 til sengebygg del H	164
7.3	Svingemode 5 og 6 til sengebygg del H	165
7.4	Svingemode 7 og 8 til sengebygg del H	166
7.5	Svingemode 9 og 10 til sengebygg del H	167
7.6	Grafisk presentasjon av normalkraft i skiver under belastningen Case 5. Skive akse A (øverst) og skive akse C (nederst)	171
7.7	Grafisk presentasjon av normalkraft i skiver under belastningen Case 6. Skive akse A (øverst) og skive akse C (nederst)	171
7.8	Grafisk presentasjon av normalkraft i skiver under belastningen Case 7. Skive akse 1 (øverst) og skive akse 15 (nederst)	172
7.9	Grafisk presentasjon av normalkraft i skiver under belastningen Case 8. Skive akse 1 (øverst) og skive akse 15 (nederst)	172
7.10	Grafisk presentasjon av normalkraft i skiver med 50% redusert stivhet i $u1$ under belastningen Case 5. Skive akse A (øverst) og skive akse C (nederst)	173
7.11	Skjærkraft- og momentdiagram for skiven i akse A under lastkombinasjonen $\sum G_{k,i}$ "+" $\sum \psi_{2,i} Q_{k,i}$ "+" (1.0) $A_{Edx,(-e_x-e_y)}$ "+" (0.3) $A_{Edy,(-e_x-e_y)}$	179
8.1	Belastningen på veggskiven i akse A i FEM-Design Wall for påvisning av tilstrekkelig kapasitet. Fra venstre $V_{q,i}$, $N_{Ed,dyn,Ai}$ og $N_{q,i}$	184
8.2	Maksimale normal- og skjærkrefter innhentet fra FEM-Design Wall for skive akse A. Fra venstre N_x , N_y , $(+N_{xy})$ og $(-N_{xy})$ i $\frac{kN}{m}$	187
8.3	Nødvendige armeringsprinsipper skiven i akse A i henhold til NS-EN 1998-1 og NS-EN 1992-1	190
8.4	Snitt $Au1$, A1, A2, A3 og A4 i figur 8.3 med innlagt vertikal armering og bøyer i omsluttet område	191
C.1	Oppriss av skiven i akse A (til venstre) og akse C (til høyre) i sengebygg del H	225
C.2	Oppriss av skiven i akse 15 (til venstre) og akse 1 (til høyre) i sengebygg del H	225

Tabelliste

1.1	Verdier for beskrivelse av responspekteret under hensynstagelse av grunntypen etter NS-EN 1998-1	23
1.2	Anbefalte verdier for modale dempningsforhold i henhold til litteraturen [3]	31
2.1	Grunnverdi av konstruksjonsfaktoren etter NS-EN 1998-1	56
3.1	Klassifiserte verdier for forskjellige betongkvaliteter etter NS-EN 1992-1	60
3.2	Krav til armeringsstål av teknisk klasse B eller C i DCM	68
4.1	Laginndeling av grunnen til fjell	95
4.2	Karakteristiske verdier for betong av kvalitet B35	95
4.3	Karakteristiske verdier for kamstål av kvalitet B500 NC	95
4.4	Verdier for beregning av egenlast	96
4.5	Verdier for beregning av nyttelast	96
4.6	Verdier for beregning av snølasten på taket	96
4.7	Faktorer for tilnærmet permanent verdi av variabel last i ulykkesgrensetilstanden	97
4.8	Verdier for φ	97
4.9	Geometrien til bjelke for kontroll av programvare	98
4.10	Konvergens av svingeperioden til bjelke i Robot	102
4.11	Sammenligning av bjelkens svingeperioder	102
4.12	Tilnærmede resultanter for beregning av masser	108
4.13	Tilnærmede verdier for massen i hver etasje av sengebygg del H	108
4.14	Masseberegning av sengebygg del H i Robot	109
4.15	Verdier for beregning av dimensjonerte responspektrum	110
5.1	Stivheter av skiver i x -retning	113
5.2	Tilnærmede resultanter for beregning av masser uten utsparinger	114
5.3	Tilnærmede verdier for massen uten utsparinger i hver etasje og sum	114
5.4	Svingeperioder beregnet analytisk for x -retning	115
5.5	Stivheter av skiver i y -retning	120
5.6	Svingeperioder beregnet analytisk for y -retning	121
5.7	Nøkkerverdier fra egenverdianalysen av den forenklet modellen av sengebygg del H i x -retning	128
5.8	Nøkkerverdier fra egenverdianalysen av den forenklet modellen av sengebygg del H i y -retning	132
5.9	Sammenligning av de maksimale seismiske belastningene for en forenklet modell av sengebygg del H	135
6.1	Koordinatene til masse- og stivhetssenteret for beregning av regularitet	141
6.2	Forskyvninger og rotasjoner for beregning av sideveis- og rotasjonsstivhet for beregning av regularitet	142
6.3	Verdier for kravene til regularitet av sengebygg del H	142
6.4	Stivhet- og masseforhold for kontroll av regularitet i oppriss av sengebygg del H	143

6.5	Gravitasjonslaster og forskyvninger for bestemmelse av første svingeperiode ved forenklet metode	146
6.6	Ytre laster for bestemmelse av forenklet første svingeperiode	147
6.7	Forskyvninger som følge av gravitasjonslaster som flatelaster for bestemmelse av første svingeperiode ved forenklet metode	149
6.8	Sammenligning av første svingeperiode bestemt ved forenklete metoder	151
6.9	Nøkkelverdier for lineær fordeling av de seismiske lastene i tverrkraftmetoden	152
6.10	Nøkkelverdier for fordelingen av de seismiske lastene i tverrkraftmetoden etter masseforskyvning	153
6.11	Verdier for dimensjonerende forskyvning ved tverrkraftmetoden	156
6.12	Verdier for sensitivitetsfaktoren ved tverrkraftmetoden for Case 1	157
7.1	Svingeperioder og effektive modale masser til sengebygg del H for aktiv masse i x -retning	160
7.2	Svingeperioder og effektive modale masser til sengebygg del H for aktiv masse i y -retning	161
7.3	Svingeperioder og effektive modale masser til sengebygg del H for aktiv masse i x - og y -retning	161
7.4	Samlet skjærkraft ved fundamentet som følge av forskjellige utilsiktede eksentrisiteter av massen	168
7.5	Svingeperioder og effektive modale masser til sengebygg del H for aktiv masse i x -retning og y -retning med $(e_x - e_y)$ som utilsiktet eksentrisitet av massen	168
7.6	Svingeperioder og effektive modale masser til sengebygg del H for aktiv masse i x - og y -retning med $(e_x - e_y)$ som utilsiktet eksentrisitet av massen og redusert stivhet i skivene i akse A og C i etasje $u1$	173
7.7	De maksimale responsene for skiven i akse 1	175
7.8	De maksimale responsene for skiven i akse 8	175
7.9	De maksimale responsene for skiven i akse 15	176
7.10	De maksimale responsene for skiven i akse A	176
7.11	De maksimale responsene for skiven i akse C	177
7.12	Sammenligning og oversikt av de samlede maksimale responsene ved fundamentet for sengebygg del H	178
8.1	Verdier for aksiallast $N_{grav,Ai}$ på grunn av gravitasjonslastene $\sum G_{k,i} + \sum \psi_{2,i} Q_{k,i}$ for skiven i akse A beregnet i Robot og den dynamiske aksiallasten $N_{dyn,Ai}$ i hver etasje	182
8.2	Verdier for skjærkraften V'_{Ed} fra tabell 7.10 og gravitasjonslasten fra tabell 8.1 i hver etasje som andel linjelast og flatelast	183
8.3	Nødvendig armering A_{sx} horisontalt i senter skive i mm^2 per meter	188
8.4	Nødvendig armering A_{sy} vertikalt i senter skive i mm^2 per meter	188
8.5	Graden av utnyttelse i betongens tykkfelt F_c for $\theta = \frac{\pi}{4}$	189
A.1	Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver i oppriss for etasje $u1$	203
A.2	Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver i oppriss for etasje 1	204
A.3	Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver i oppriss for etasje 2	204
A.4	Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver i oppriss for etasje 3	204
A.5	Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver i oppriss for etasje 4	205
A.6	Tilnærmede arealer av dekker over etasje	205
A.7	Masser av betongsøyler	206
A.8	Masser av stålsøyler	206
A.9	Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver uten utsparinger i oppriss for etasje $u1$	206
A.10	Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver uten utsparinger i oppriss for etasje 1	207

A.11	Tilnærmede arealer av dekker uten utasparinger over etasje i	207
A.12	Tverrsnittsarealer av de vertikale skivene inkludert utsparinger	208
C.1	Aksesystemet til sengebygg del H	224
C.2	Aksesystemet til den forenklete modellen av sengebygg del H	224

Notasjoner

Vektorer uttrykkes som fet kursiv. Eksempelvis for forskyvningen $u(t)$ der forskyvningsvektoren er $\mathbf{u}(t)$. Matriser uttrykkes som fet rettstilt. Eksempelvis for massen m der masse matrisen er \mathbf{m} . Den deriverte og dobbelt deriverte uttrykkes med henholdsvis en eller to prikker over symbolet. Eksempelvis for forskyvningen $u(t)$ der hastigheten og akselerasjonen er henholdsvis $\frac{d}{dt}u(t) = \dot{u}(t)$ og $\frac{d^2}{dt^2}u(t) = \ddot{u}(t)$.

Generelt benyttes det symboler som angitt i listen for symboler, men for enkelte uttrykk er det hensiktsmessig å benytte velkjente symboler og indekser. Dette vil enkelte ganger føre til konflikter, men en redgjørelse for symbolets og indeksens betydning vil bli gjort der det først benyttes eller når det er hensiktsmessig at en kommentar foreligger slik at misforståelser unngås.

Der det er hensiktsmessig at antall desimaler begrenses i avhandlingen vil avrunding til nærmeste hele verdi utføres. Eksempelvis vil 0.05 økes til 0.1 der det er aktuelt.

Symbolliste

Store latinske bokstaver

A_c	Tverrsnittsarealet av betongen
A_{s1}	Tverrsnittsarealet til strekkarmeringen
A_{s2}	Tverrsnittsarealet til trykkarmeringen
A_{Ek}	Karakteristiske verdi for den seismiske påkjenningen
A_{Edx}	Dimensjonerende verdi av seismisk belastning i x -retning
A_{Edy}	Dimensjonerende verdi av seismisk belastning i y -retning
A_{sx}	Tverrsnittsarealet til armeringen i skiven i x -retning
A_{sy}	Tverrsnittsarealet til armeringen i skiven i y -retning
A_{sl}	Tverrsnittsareal av lengdearmering for beregning av $V_{Rd,c}$
$A_{s,hmin}$	Tverrsnittsareal av minste horisontale armering
$A_{s,vmin}$	Tverrsnittsareal av minste vertikale armering
$A_{skive,j}$	Areal av skive j
$A_{skivesnitt,j}$	Tverrsnittsareal av skive j
C_e	Eksponeringsfaktor for beregning av snølast
C_t	Termisk faktor for beregning snølast
C_t	Empirisk faktor for beregning av svingeperiode
C_1	Koeffisient for løsning av homogen partiell differensiallikning
C_2	Koeffisient for løsning av homogen partiell differensiallikning
C_3	Koeffisient for løsning av homogen partiell differensiallikning
C_4	Koeffisient for løsning av homogen partiell differensiallikning
C_{nom}	Nominell overdekning av betongen
D_n	Forskyvningen til det n 'te systemet med en frihetsgrad
D_0	Diameteren mellom senter av bølgearmering
E_c	Betongens elastisitetmodul
E_d	Dimensjonerende seismiske belastning
E_s	Elastisitetmodul til armeringen
E_{s0}	Maksimal tøyingsenergi
E_{cm}	Middelverdi av betongens elastisitetmodul
E_{p0}	Maksimal potensielle energi
E_{k0}	Maksimal kinetiske energien
E_{s1}	Elastisitetmodul til strekkarmeringen
E_{s2}	Elastisitetmodul til trykkarmeringen
E_m^*	Deformasjonsenergien frem til dannelsen av mekanismen i det ekvivalente systemet med en frihetsgrad

E_E	Maksimal verdi av den seismiske lastvirkningen
\bar{E}	Forholdet mellom E_s og E_c
F_b	Skjærkraft ved fundamentnivå eller over stiv kjeller
F_c	Trykkraften i betongens trykkdiagonal
F_{sx}	Kraften i armeringen i x -retningen
F_{sy}	Kraften i armeringen i y -retningen
$F_{x,i}$	Kraft fra tverrkraftmetoden i x -retning i etasje i
$F_{y,i}$	Kraft fra tverrkraftmetoden i y -retning i etasje i
FX_i	Enhetslast i x -retning i etasje i
FY_i	Enhetslast i y -retning i etasje i
GA	Skjærstivheten
$G_{k,pafort}$	Påført egenvekt
H	Konstruksjonens høyde
I	2. Arealmoment
K_n	Generalisert stivhet
K_{FX_i}	Stivheten i etasje i i x -retningen
K_{FY_i}	Stivheten i etasje i i y -retningen
K_{MZ_i}	Stivheten i etasje i om z -retningen
L_n	Generalisert eksitasjon for den n 'te mode
L_x	Globale dimensjon av konstruksjonen i planet i x -retning
L_y	Globale dimensjon av konstruksjonen i planet i y -retning
L_i	Lengden eller bredden av bygget for etasje i
\tilde{L}	Generalisert eksitasjon
L_{maks}	Største globale dimensjon av konstruksjonen i planet
L_{min}	Minste globale dimensjon av konstruksjonen i planet
M_b	Momentet i bjelke
M_c	Momentet i søyle
M_n	Generalisert masse for den n 'te mode
M_y	Momentet ved flyt i strekkarmering
M_{Rb}	Momentkapasitet i bjelke
M_{Rc}	Momentkapasitet i søyle
M_{Ed}	Dimensjonerende moment
$M_{ax,i}$	Torsjonsmoment i tverrkraftmetoden
$M_{ay,i}$	Torsjonsmoment i tverrkraftmetoden
M_n^*	Effektive modale masse til den n 'te mode
$M_{n\%}^*$	Effektive modal masse til den n 'te mode i prosent
M_{maks}	Maksimalverdi av moment
M_{riss}	Maksimalt moment i urisset tverrsnitt
$M_{fundament,y}$	Samlet maksimalt moment ved fundamenetet om y -aksen
$M_{fundament,x}$	Samlet maksimalt moment ved fundamenetet om x -aksen
MZ_i	Enhetsmoment om z -aksen i etasje i
MS	Massesenter
N	Aksialkraft
N_x	Aksiallast i x -retning
N_y	Aksiallast i y -retning
N_{xy}	Skjærkraft
N_{zz}	Normalkraft per meter i betongen
N_{Ed}	Dimensjonerende aksiallast
$N_{q,i}$	Aksiallast som linjelast i FEM-Design
$N_{grav,A}$	Aksiallast fra gravitasjonslast

$N_{Ed, dyn}$	Dynamisk aksiallast
$N_{flate, i}$	Aksiallast som flatelast i FEM-Design
P	Punktlast
$P_{x, i}$	Gravitasjonslaster for bestemmelse av svingeperiode
$P_{y, i}$	Gravitasjonslaster for bestemmelse av svingeperiode
P_{maks}	Maksimalverdi av punktlast
$Q_{k, nytte}$	Nyttelast
$Q_{k, sno}$	Snølast
R	Reduksjonsfaktor
R_r	Elastisk styrke i duktilt ledd
R_R	Elastisk styrke i elastisk ledd
\bar{R}_r	Maksimal styrke i duktilt ledd
$R_{z, MZi}$	Rotasjonen av etasje i om z -aksen på grunn av en enhetslast
S	Forsterkningsfaktor som avhenger av grunnforhold
S_d	Dimensjonerende responspektrum for elastisk analyse
S_k	Snølast på mark
S_e	Horisontalt elastisk responspektrum
S_A	Pseudo-akselerasjon
S_D	Maksimal forskyvning
S_V	Pseudo- hastighet
S_{Ay}	Pseudo-akselerasjon ved flyt
S_{De}	Elastisk responspektrum for forskyvning
S_{ve}	Vertikalt elastisk responspektrum
S_{Dy}	Forskyvning ved flyt
S_{An}	Pseudo-akselerasjonen for det n 'te systemet med en frihetsgrad
S_1	Koeffisient for løsning av homogen partielle differensiallikning
S_2	Koeffisient for løsning av homogen partielle differensiallikning
S_3	Koeffisient for løsning av homogen partielle differensiallikning
S_4	Koeffisient for løsning av homogen partielle differensiallikning
SS	Stivhetssenter
T	Svingeperiode
T	Resultant av trykkraft
T_B	Nedre grenseverdi av området med konstant spektralakselerasjon
T_C	Øvre grenseverdi av området med konstant spektralakselerasjon
T_D	Svingeperioden som definerer begynnelsen på spekterets område for konstant forskyvning
T_1	Første svingeperiode
T_2	Andre svingeperiode
T_n	Den n 'te svingeperiode
T^*	Svingeperioden til ekvivalent system med en frihetsgrad
$U_{x, FXi}$	Forskyvningen av etasje i i x -retning på grunn av en enhetslast
$U_{y, FYi}$	Forskyvningen av etasje i i y -retning på grunn av en enhetslast
V'_{Ed}	Dimensjonerende skjærkraft for kapasitetsdimensjonering
V_{Ed}	Dimensjonerende skjærkraft
$V_{Rd, c}$	Betongens dimensjonerende kapasitet
V_{maks}	Maksimalverdi av skjærkraft
$V_{fnd, n}$	Den n 'te modes bidrag til skjærkraften ved fundamentet
$V_{fundament, y}$	Samlet maksimalt skjærkraft ved fundamenetet i y -retning
$V_{fundament, x}$	Samlet maksimalt skjærkraft ved fundamenetet i x -retning

Små latinske bokstaver

a_g	Dimensjonerende grunnakselerasjon
b	Bredde
b_i	Senteravstanden mellom lengdearmring
b_c	Senteravstanden mellom bøylearmring
b_w	Bredde veggskive
b_0	Bredde søyle
b_0	Senteravstanden mellom bøylearmring
c	Dempning
c_{cr}	Kritisk dempningskoeffesient
c_{ij}	Dempning innflytelseskoeffesient
d	Avstand fra overkant bjelke til strekkarmeringens tyngdepunkt
d_n	Horisontal forskyvning ved et kontrollpunkt
d_{bw}	Bøyle diameter
d_{bL}	Diameteren lengdearmring
d_2	Overdekning trykkarmering
d_t^*	Konstruksjonens påførte forskyvning
$det.$	Determinanten
e_{0x}	Konstruksjonens eksentrisitet i x -retning
e_{0y}	Konstruksjonens eksentrisitet i y -retning
f_D	Dempningskraft
f_G	Geometriske krefter
f_I	Tregetskraft
f_s	Elastisk kraft
f_y	Flytekraft
\bar{f}_y	Normalisert flytestyrke
f_{yk}	Karakteristisk flytespenning for stål
$f_{yd.v}$	Dimensjonerende flytespenning til lengdearmeringen
f_{ck}	Karakteristisk trykkfasthet
$f_{ck,c}$	Karakteristisk trykkfasthet for betong med forhindret tverrutvidelse
f_{cd}	Dimensjonerende verdi av trykkfasthet
f_{ctm}	Middelverdien av sentrisk strekkfasthet etter 28 døgn
f_{sx}	Elastisk kraft i x -retning
f_{sy}	Elastisk kraft i y -retning
f_{sy}	Elastisk kraft i y -retning
f_{yd}	Dimensjonerende flytespenning
f_{Sn}	Skjærkraften i n 'te etasje
f_{In}	Tregetskraften i søylene i n 'te etasje
f_{sC}	Elastisk kraft i skive C
$f_{s\phi}$	Elastisk kraft i ϕ -retning
$f_s(u, \dot{u})$	Uelastisk motstandskraft
$f_s(D_n, \dot{D}_n)$	Uelastisk motstandskraft til den n 'te moden
$f_s(D_{ny}, \dot{D}_{ny})$	Motstående kraft i systemet ved flyt
f_0	Maksimal elastisk kraft
f_n	Kraften i det n 'te systemet med en frihetsgrad
g	Tyngdekraften
h	Høyde
h_w	Høyden på bjelken/veggskive
h_{cr}	Lengde på kritisk område

h_s	Fri høyde på etasje
h_n^*	Effektiv høyde
h_0	Høyde mellom senter bøylearmering
k	Stivhet
k	Fastningsforhold av armering
k	Faktor for beregning av $V_{Rd,c}$
k_n	Samlet stivhet i n 'te etasje
k_w	Faktor som gjenspeiler den vanligste bruddformen i bæresystem av vegger
k_A	Stivheten i skive A
k_B	Stivheten i skive B
k_C	Stivheten i skive B
k_{ij}	Stivhet innflytelseskoeffesient
$k_{it.}$	Antall iterasjoner
k_{Gij}	Geometrisk stivhetsinnflytelseskoeffesient
\mathbf{k}_x	Stivheten i x -retningen
\mathbf{k}_y	Stivheten i y -retningen
\bar{k}	Generalisert stivhet
k_1	Faktor for beregning av $V_{Rd,c}$
l_s	Gulvmassens treghetsradius i planet
l_w	Lengde veggskive
l_{cr}	Lengden på det kritiske området
l_{cl}	Søylens frie lengde
m	Masse
m_n	Masse i etasje n
m_i	Masse i
m_{ij}	Masseinnflyteskoeffesient
m_{total}	Total masse
m_{Etasje}	Samlet masse i etasje
$m_{betongsoyler}$	Massen til betongsøyler
$m_{stalsoyler}$	Massen til stålsøyler
$m_{total,enkel}$	Total masse til enkel modell
$m_{robot,konsistent}$	Samlet masse til sengebygg del H fra Robot
$m_{total,analytisk}$	Samlet masse analytisk
$m_{robot,enkel,konsistent}$	Samlet masse til forenklet modell av sengebygg del H
$\frac{m_i}{m_j}$	Forholdet mellom påfølgende etasjemasser
\tilde{m}	Generalisert masse
$p_{x,i}$	Ytre laster for bestemmelse av svingeperiode
$p_{y,i}$	Ytre laster for bestemmelse av svingeperiode
p_{eff}	Effektiv jordskjelvkraft
q	Konstruksjonsfaktor
q_d	Konstruksjonsfaktoren for forskyvning
$q(t)$	Tidsavhengig amplitude for svingeformen
q_u	Forholdet mellom akselerasjoner
$q_n(t)$	Tidsavhengig amplitude for den n 'te svingeform
q_0	Grunnverdi av konstruksjonsfaktor
$r(t)$	Responser i konstruksjonen
r_n^{st}	Den n 'te modes statiske bidrag til responser
r_{n0}	Maksamle verdien av $r_n(t)$
r_{xi}	Torsjonsradiusen i etasje i

r_{yi}	Torsjonsradiusen i etasje i
r_x	Torsjonsradiusen
r_y	Torsjonsradiusen
$r_{0,Vn}$	Den n 'te modes bidrag til den maksimale skjærkraften
$r_{0,Mn}$	Den n 'te modes bidrag til det maksimale momentet
r_{s0}	Maksimal verdien av responsen til den s 'te mode
s	Avstanden mellom senter bølge
s_n	n 'te modes bidrag til fordelingen av krefter
s_i	Forskyvningen av masse m_i i den første svingeformen
\mathbf{s}_n^*	Lastfordeling
$t_{dekke/skive}$	Tykkelse av dekke og skive
u	Forskyvning
$u(t)$	Forskyvning
u_C	Forskyvning av skive C
$u_g(t)$	Forskyvning av grunnen
$u^t(t)$	Total forskyvning
$u_n(t)$	Forskyvning i n 'te etasje
u_n^t	Total forskyvning i n 'te etasje
u_y	Forskyvning ved flyt
u_0	Maksimal elastisk forskyvning
u_{rn}	Forskyvningen av massesenteret i takets plan
u_{rny}	Forskyvningen av massesenteret i takets plan ved flyt
$u_{y,pl}$	Forskyvning ved flyt i duktilt ledd
u_{maks}	Maksimal forskyvning
$u_{y,el}$	Forskyvning ved flyt i elastisk ledd
$v(x, t)$	Bjelkens vertikale forskyvning
v_{maks}	Maksimal hastighet
ξd	Trykksonehøyde
z	Trykksonehøyden
$z(t)$	Generalisert frihetsgrad
z_i	Høyde til masse i
z_i	Høyden til etasjen fra origo
z_y	Trykksonehøyden ved flyt av strekkarmering
z_{maks}	Trykksonehøyde ved maksimal betongspenning

Store greske bokstaver

Γ	Transformasjonsfaktoren
Δ_b	Deformasjon på grunn av bøyning
Δ_s	Deformasjon på grunn av skjær
Δ_{tot}	Total deformasjon
Υ	Skjærkonstanten
φ	Faktor for justering av belastning

Små greske bokstaver

α	Effektivitesfaktor
α_i	Skalar for økning av lastene
α_0	Fremherskende sideforholdet
α_1	Multiplikator for dimensjonerende seismisk belastning i horisontalretning når flyt initieres
α_u	Multiplikator for dimensjonerende seismisk belastning i horisontalretning når global flytemekanisme er etablert
α_{cc}	Koeffisient for å ta hensyn til langtidsbelastning
β	Nedre grenseverdi for horisontalt dimensjonerende spekter
β	Vinkel
γ_1	Faktor som definerer konstruksjonens seismiske klasse
γ_s	Materialfaktor for stål
γ_c	Materialfaktor for betong
δ	Faktor for å ta hensyn til utilsiktet eksentrisitet
δ_p	Plastisk forskyvning
δ_y	Maksimal elastisk forskyvning
δz	Virtuell forskyvning av frihetsgraden z
δu_n	Virtuell forskyvning i n 'te etasje
δ_{maks}	Maksimal forskyvning
$\delta_{w,ytre}$	Ytre virtuelt arbeid
$\delta_{w,indre}$	Indre virtuelt arbeid
ε_c	Tøyningen til betongen
ε_{c2}	Betongtøyningen under oppnådd karakteristisk fasthet
ε_{cu2}	Maksimal betongtøyningen før uakseptabel tilstand
$\varepsilon_{sy,d}$	Dimensjonerende verdi for armeringsstålets tøyning ved flytegrensen
ε_{s1}	Tøyningen i strekkarmeringen
ε_{s2}	Tøyningen til trykkarmeringen
ζ	Dempnings forhold
ζ_n	Dempningsforholdet til mode n
η	Modifikasjonsfaktor for dempningsforholdet
θ_y	Rotasjonen ved flyt
θ_p	Plastisk rotasjon
ι	Innflytelsesvektor
κ_y	Krumningen ved flyt
κ_p	Plastisk krumning
κ_{maks}	Maksimal krumning
λ	Faktor for trykksonehøyde
λ	Konstruksjonens slanket
$\tilde{\lambda}$	Korreksjonsfaktor for andel av masse i tverrkraftmetoden
μ	Duktilitetsfaktor
μ_1	Formfaktor
μ_δ	Faktor for forskyvningsduktilitet
μ_κ	Faktor for krumningsduktilitet
ν_d	Normalisert dimensjonerende aksiallast
ρ	Armeringsforhold i strekksonen
ρ'	Armeringsforhold i trykksonen
ρ_v	Lengdearmeringens armeringsforhold
ρ_w	Forholdet mellom volmuet av bøyler og omsluttet betong

ρ_{sn}	Korrelasjonskoeffisient
ρ_{betong}	Tettheten til armert betong
σ_c	Betongspenning
σ_l	Estimat på triaksiell spenningstilstand
ϕ_{rn}	Verdien av ϕ_n i takets plan
ϕ_{rny}	Verdien av ϕ_n i takets plan ved flyt
$\psi_{E,i}$	Justeringsfaktoren for kombinasjoner av den variable påvirkningen
ω	Vinkelfrekvens
ω_n	Den n 'te vinkelfrekvens
ω_D	Dempet vinkelfrekvens
ω_{wd}	Mekaniske volumetriske forholdet
$\tilde{\omega}$	Tilnærmet naturlig vinkelfrekvens
ω^*	Vinkelfrekvensen til ekvivalent system med en frihetsgrad

Innledning

Dimensjonering for jordskjelv har etter innføringen av Eurokodene blitt et mer aktuelt tema i Norge. NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning Del 1: Allmenne regler, seismiske laster og regler for bygninger krever at enkelte konstruksjoner må kontrolleres for seismiske laster. Når kontrollen foregår i samsvar med regelverket tas det utgangspunkt i en stedlig verdi for akselerasjonen av berggrunnen. Bevegelsene vil kunne vandre gjennom løsmasser og initiere treghetskrefter i en konstruksjon. Når en lineær-elastisk konstruksjon utsettes for gjentatte belastninger som i jordskjelv vil den totale energien det er mulig å ta opp være mindre enn dersom konstruksjonen tillates å få en kontrollert varig deformasjon, uten at konstruksjonen kollapser. I den sammenheng legger regelverket til grunn tre duktilitetsklasser, DCL (duktilitetsklasse lav), DCM (duktilitetsklasse middels) og DCH (duktilitetsklasse høy). Dersom duktilitetsklasse middels legges til grunn kan den seismiske belastningen som er bestemt fra metoder angitt i regelverket reduseres, men dette forutsetter blant annet at en duktil deformasjonsmekanisme for bærekonstruksjonen er identifisert.

Generelt har bygninger et uendelig antall frihetsgrader, men når konstruksjoner modelleres for dynamiske analyser er det hensiktsmessig at de gis et endelig antall frihetsgrader. Det er da viktig at det redegjøres for den grunnleggende teorien for tidsavhengige dynamiske analyser og de forenklinger som utføres når virkelige konstruksjoner skal modelleres for dynamiske analyser. Da NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8 i stor grad vektlegger forenklete analyser basert på responsspektre er sammenhengen mellom de tidsavhengige analysene og analyser som behandles i frekvens planet samt de forenklingene dette medfører av interesse. De dynamiske analysene fastsetter størrelsen til en påkjenning som konstruksjonens duktile bæresystem må kunne motstå. Det er av interesse å redegjøre for hvordan de globale duktilitetskravene kan knyttes til lokale duktilitetskrav i enkelte konstruksjonsdeler som er presentert i NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8 for duktilitetsklasse middels.

Opgavens mål og beskrivelse

Avhandlingens primære mål vil være å redegjøre for hvor i den duktile deformasjonsmekanismen vi kan sikre at flyteledd dannes når duktilitetsklassen DCM ligger til grunn. Oppgavens sekundære mål vil være å modellere konstruksjoner i Autodesk Robot Structural Analysis og sammenlikne disse med forenklete metoder kjent fra teorien og gjeldene regelverk NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8 for bestemmelse av seismiske krefter. I den sammenheng har det vært nødvendig å sette seg inn i det teoretiske grunnlaget for virkningen av seismiske påkjenninger på konstruksjoner, gjeldene regelverk og annen nødvendig litteratur innen dynamikk, statikk, programvarer og materialteknologi. Modellering av relevante modeller er modellert og analysert enten analytisk eller numerisk med

et elementmetode program.

Følgende deloppgaver foreligger i denne avhandling:

1. Litteraturstudium på det teoretiske grunnlaget for virkningen av seismiske påkjenninger på konstruksjoner kjent fra lærebøker, publikasjoner, rapporter og tekniske notater, tidligere hovedoppgaver, etc..
2. Presentasjon av aktuelle metoder som omfattes i Eurokodene samt forståelsen om hvordan man kan sikre plasseringen av flyteledd.
3. Redegjørelse av forandringen av materialets egenskaper i deformasjonsmekanismen.
4. Presentasjon av elementmetode programmer som benyttes i analyser og forståelsen av de resultatene som innhentes.
5. Kontroll av aktuelle konstruksjonselementer knyttet til den aktuelle konstruksjonen som analyseres når duktilitetsklasse middels ligger til grunn.

Avhandlingens struktur

I kapittel 1 presenteres den grunnleggende teorien vedrørende forskjellige dynamiske analysemetoder og hvordan den seismiske belastningen kan bestemmes. Det sees på elastiske systemer så vel som uelastiske systemer i den sammenheng. I kapittel 2 redegjøres det for den duktile deformasjonsmekanismen og hvordan den kan påvises gjennom forskjellige analysemetoder fra teorien og NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8. I kapittel 3 redegjøres det for de krav som påfaller vanlige konstruksjonselementer dersom de inngår i den duktile deformasjonsmekanismen. Det vil si at konstruksjonens globale duktilitet knyttes til lokalt nivå. De foregående kapitellene legger grunnlaget for analyser av en konstruksjon etter de regelverk Eurokodene innehar.

I kapittel 4 presenteres en plastøpt konstruksjon som skal kontrolleres for dens oppførsel under den seismiske belastningen som NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8 pålegger. Konstruksjonen er en del av det nye Østfoldsykehuset som er anslått ferdigstilt på Kalnes i Sarpsborg kommune i 2016. Den idealiserte modellen som blir modellert i elementmetode programmet Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2013 er en representativ modell av konstruksjonen for seismisk analyse. En verifisering av elementmetode programmet utføres ved å sammenlikne den homogene partielle differensiallikningen for en bjelke med tilsvarende problem modellert i programvaren.

I kapittel 5 utføres en sammenligning av en relativ enkel modell egnet for analytisk beregninger og en meget forenklet modell av konstruksjonen som ble presentert i kapittel 4. Det utføres en egenverdianalyse og responsspektrum analyse der resultatene fra den analytiske modellen og den forenklete modellen blir sammenlignet. Analysen utføres fordi det etterstrebes å knytte den forenklete modellen i elementmetode programmet til grunnleggende teori vedrørende dynamiske analyser. Om dette oppnås må det konkluderes med at en mer avansert modell i elementmetode programmet vil gi tilfredsstillende resultater og kan på tilsvarende måte knyttes tilbake til grunnleggede teori.

Forenklete metoder er som kjent et foretrukket hjelpemiddel dersom en har kontroll på hvilke begrensninger dette medfører. I kapittel 6 utføres en analyse kalt tverrkraftmetoden på konstruksjonen presentert i kapittel 4. Analysen utføres i tråd med det gjeldende regelverket som benyttes i Norge for påvisning av tilstrekkelig kapasitet for en seismisk

belastning. På grunn av konstruksjonens geometri foreligger en kontroll av konstruksjonens regularitet og de krav regelverket setter til dette.

I kapittel 7 analyseres modellen som ble presentert i kapittel 4. Det utføres flere responspektrum analyser der responspektrumet som benyttes er det dimensjonerende spektrum for elastisk analyse som presentert i regelverket. Den samlede seismiske belastningen blir bestemt når et utvalg av effekter medtas. I kapittel 8 presenteres den dimensjonerende seismiske belastningen på konstruksjonen og en av delene i systemet som bærer de horisontale lastene analyseres der den nødvendige armeringen og betongens kapasitet kontrolleres.

Avgrensning

På grunn av oppgavens mål og omfang vil det være nødvendig med en avgrensning av oppgaven. Selv om enkelte kommentarer kan forekomme om temaene i avhandlingen, behandles de ikke i detalj. De følgende temaene som ikke omtales i stor grad er:

- fundamenteringen og dens innvirkning på konstruksjoner som utsettes for en horisontal akselerasjon av grunnen. Tilsvarende gjelder for analyser der det undersøkes effekten av forskjellige grunnforhold, men det sees at en reduksjon i stivheten til bygget vil i mange tilfeller føre til en reduksjon av laster samtidig som dårlige grunnforhold vil forsterke akselerasjonen av massen i bygget gjennom responspektrumet.
- vertikale akselerasjoner. Det tas normalt ikke hensyn til disse når bygninger i Norge dimensjoneres for jordskjelv, men som beskrevet i litteraturen [18] kan dette ikke alltid være konservativt. Årsaken er at bedre registrerte målinger har vist at det som regel er P-bølger som knyttes til den vertikale komponenten og da disse er knyttet til høyere frekvenser vil den være utslagsgivende for tilsvarende. Det vil være nødvendig å betrakte den vertikale komponenten av jordskjelvet i enkelte tilfeller. Blant annet vil de vertikale akselerasjonene kunne føre til en reduksjon i stivhet i de vertikale komponentene i konstruksjonen på grunn av en økning i aksiallasten.
- analyser av konstruksjoner der det sees på utviklingen av konstruksjonens respons som en funksjon av tiden utføres ikke, men det nødvendige teorigrunnlaget presenteres og knyttes opp mot forenklete metoder som benyttes i denne avhandling.
- andre konstruksjonsmaterialer enn armert betong som tillates å benyttes i bærekonstruksjoner som har en duktilitets klasse middels som definert av NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8.
- opphavet til verdiene av responspekterene i NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8. Eksempelvis hvorfor grunnakselerasjonen har den bestemte verdien den innehar i det aktuelle området. Årsaken til dette er som beskrevet over.
- numeriske tidsstegs metoder. For å benytte noen av metodene som blir presentert i denne avhandling er det nødvendig å benytte slike metoder. Selv om de er sentrale i dynamiske analyser der blant annet responsen som en funksjon av tiden skal bestemmes er de ikke eksplisitt presentert i avhandlingen, men der de er benyttet foreligger en kommentar.

Avgrensninger som ikke er av stor betydning for oppgavens innhold kommenteres å fastsettes underveis.

Kapittel 1

Dynamikk

1.1 Innledning

I det følgende foreligger en redegjørelse for enkelte dynamiske problemstillinger knyttet til analyse av konstruksjoner utsatt for en grunnakselerasjon. Initierereren for den seismiske belastningen presenteres i avsnitt 1.2 og i avsnitt 1.3 tas det utgangspunkt i den enkleste og mest grunnleggende modellen for dynamisk analyse, nemlig et system med en frihetsgrad som har en lineær elastisk oppførsel. Dersom enn skulle valg å modellere alle konstruksjoner som et system med en dynamisk frihetsgrad, kunne dette gi dårlige estimater på oppførselen til konstruksjonen, men for lineære elastiske systemer er metoden ikke bare knyttet til de enkleste av problemer. I avsnitt 1.4 sees det på konstruksjoner med flere frihetsgrader der oppførselen kan generaliseres til en frihetsgrad. Tilsvarende forenklinger er mye benyttet i de enkleste forenklete metodene og kan under enkelte forutsetninger gi tilfredstillende estimater. Da det er den beste mulige beskrivelsen av virkeligheten som etterstrebes vil generelt bygninger som analyseres for en dynamisk oppførsel inneha et stort antall dynamiske frihetsgrader. I avsnitt 1.5 redegjøres det for hvordan dette kan beskrives matematisk og i avsnitt 1.6 tas det hensyn til de frihetsgradene som ikke er parallelle med grunnakselerasjonens retning gjennom en innflytelsesvektor. Konstruksjoner har generelt ikke en perfekt elastisk oppførsel, men innehar en duktilitet. I avsnitt 1.7 redegjøres det for hvordan dette kan beskrives ved hjelp av systemet i avsnitt 1.3.

Dynamiske analyser der konstruksjonens respons er gitt som en funksjon av tiden for et gitt forløp av grunnakselerasjonen vil gi den beste beskrivelsen av konstruksjonens dynamiske oppførsel. Da slike metoder er kostbare å gjennomføre samtidig som det hovedsakelig er de største responsene fra et jordskjelv som er av interesse for konstruktører er det ofte foretrukket å benytte tilnærmede metoder. Responsspektre er sentrale i det som omtales responsspektrum analyse. I avsnitt 1.8, 1.9, 1.10, 1.11 og 1.12 redegjøres det for hvordan de forskjellige responsspektre kan benyttes til å bestemme belastningen som påfaller konstruksjonen som analyseres. I avsnitt 1.14 og 1.15 vises det hvordan en modal tidshistorie analyse kan benyttes til å bestemme responsen som en funksjon av tiden for et lineært elastisk system med et endelig antall frihetsgrader, mens i avsnitt 1.16 sees det på den tilnærmede metoden som kalles responsspektrum analyse og de begrensinger som metoden medfører.

1.2 Seismetikk

Jordklodens oppbygning kan grovt deles inn i tre deler. Den innerste delen kalles kjernen å består av en indre og en ytre del. Den indre delen er fast, mens den ytre delen av kjernen er flytende. Mantelen er delen mellom skorpa og den ytre delen av kjernen. Øverste del av mantelen kalles lithosfæren. Det er den som danner glidesjiktet under de tektoniske platene [26]. Jordskorpen er det ytterste laget på jordkloden. Lithosfæren og jordskorpen danner plater som dekker hele jordas overflate og disse platene er i bevegelse. Dette gir opphav til jordskjelv. Vitenskapen om platene kalles platetektonikk. Overgangen mellom to eller flere plater kalles plategrenser. Det klassifiseres tre hovedtyper av plategrenser [26]. Når to plater beveger seg fra hverandre slik at det dannes ny skorpe kalles dette for en konstruktiv plategrense. I motsatt tilfelle kalles det destruktiv plategrense når to plater presses mot hverandre slik den ene blir forskjøvet under den andre tektoniske platen. Det er ved slike destruktive plategrenser at de største jordskjelvene oppstår [26]. Sidelengse plategrenser oppleves når platene beveger seg horisontalt.

Platenes relative bevegelse i forhold til hverandre forårsaker en oppbygning av spenninger. Energien som blir lagret frigjøres når de motarbeidene kreftene ikke lenger er store nok til å holde igjen. Dette forårsaker svingninger i de tektoniske platene. Når en bevegelse har blitt initiert langs en plategrensene kalles dette for en forkastning [27]. Det punktet langs forkastningen der den opprinnelige bevegelsen ble initiert kalles fokus eller hyposenter. Punktet på overflaten rett over fokus kalles episenter. Bevegelse av grunnen initierer svingninger i grunnen. Disse bevegelsene kan deles inn i tre grunnleggende bølgetyper [12]. P-bølger (*eng. Primary waves*) er den raskeste av de tre bølgetypene. P-bølgen vil i de fleste tilfeller av jordskjelv være den bølgen man først registrerer ved et jordskjelv og er i stand til å forplante seg gjennom solider og fluider i jorda [12]. Svingebevegelsen til P-bølgene foregår ved sammentrekning og utvidelse av grunnen i retning av bølgens utbredelse. S-bølger (*eng. Secondary waves*) også kalt skjærbølger vil bevege seg langsommere enn P-bølger i det samme stoffet og vil derfor bli registrert av måleinstrumenter påfølgende. S-bølgene er ikke i stand til å forplante seg gjennom fluider i jorda og deres effekt vil derfor være avhengig av stoffet de forplanter seg gjennom. S-bølgene svinger både horisontalt og vertikalt i retningen av bølgeretningen. Det er denne bølgetypen som utgjør de største skadene ved et jordskjelv [12]. Overflatebølger er som navnet tilsier knyttet til bevegelsen nær overflaten. Overflatebølger deles inn i to typer bølger, henholdsvis Love- og Rayleigh bølger. Love bølger forårsaker horisontal bevegelse av overflaten, men ingen bevegelse i vertikal retning. Rayleigh bølger svinger både vertikalt og horisontalt i retning av bølgen.

Generelt for P- og S-bølger er at de vil i overgangen mellom to bergarter bli reflektert eller brytes. Dette kan føre til at en bølgetype kan omformes til en annen bølgetype. Ettersom målinger av P- og S-bølger som følge av jordskjelv er målt etter at de har beveget seg gjennom forskjellige bergarter er nøyaktige beskrivelser vanskelig å oppnå da målinger ved fokus vanskelig lar seg gjøre [12]. Når P- og S-bølger når overflaten reflekteres mesteparten av energien tilbake til grunnen, men bølgene som er på vei mot overflaten vil kunne forsterkes av de nedadgående bevegelsene og forsterkes ytterligere [12].

1.3 Lineært elastisk system med en frihetsgrad

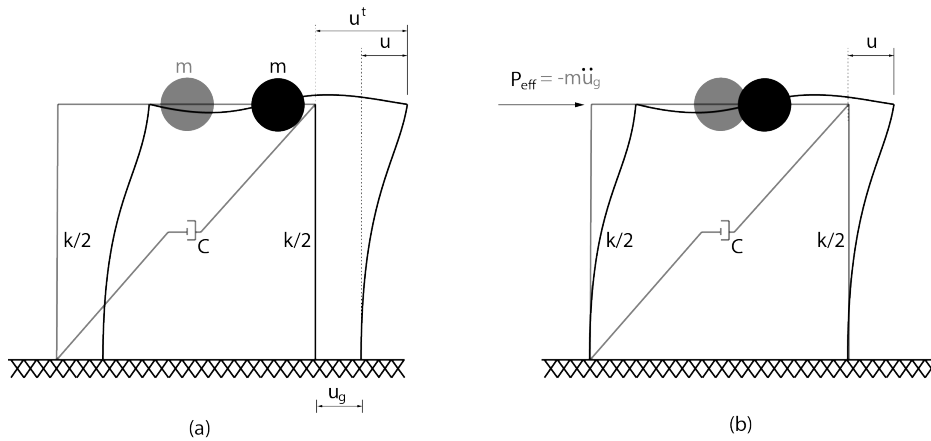
Det er ønskelig å bestemme bevegelsen til konstruksjoner som er utsatt for en grunnakselerasjon. Det søkte uttrykket for bevegelsen til en elastisk konstruksjon utsatt for en

bevegelse av grunnen kan bestemmes ved å benytte D'Alembert's prinsipp og Newtons 2. lov som beskrevet i litteraturen [3]. Den dynamiske likevektlikningen for konstruksjonen i figur 1.1(a) bestemmes i det følgende.

$$u^t(t) = u(t) + u_g(t) \quad (1.1)$$

La forskyvningen av grunnen under konstruksjonen være $u_g(t)$. $u(t)$ er tilleggsforskyvningen av konstruksjonen utover $u_g(t)$. Den totale forskyvningen $u^t(t)$ er definert i likning (1.1). Forskyvningen av frihetsgraden i systemet utover translasjonen av grunnen forårsaker kraften f_s i de elastiske søylene.

$$f_s = \left(\frac{k}{2} + \frac{k}{2} \right) u(t) \quad (1.2)$$



Figur 1.1: To ekvivalente rammer med en dynamisk frihetsgrad hver utsatt for $u_g(t)$ og p_{eff}

Dempningskraften f_D er definert i likning (1.3).

$$f_D = c\dot{u}(t) \quad (1.3)$$

Treghtskraften som virker i retningen av frihetsgraden er gitt i likning (1.4) som massen m multiplisert med den totale akselerasjonen.

$$f_I = m\ddot{u}^t(t) \quad (1.4)$$

Likevekten i systemet i figur 1.1 gir likning (1.5). Ved å benytte likning (1.2), (1.3) og (1.4) fåes likning (1.6).

$$f_I + f_D + f_s = 0 \quad (1.5)$$

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (1.6)$$

Definerer dempningsforholdet og naturlig vinkelfrekvens som begge er sentrale begreper i dynamikken. Naturlig vinkelfrekvens defineres som den frekvensen det betraktede systemet

vil svinge med, dersom det er udempet og opplever fri svingning. Uttrykket for den naturlige vinkelfrekvens er gitt i likning (1.7).

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.7)$$

En tolkning av uttrykket i likning (1.7) viser at den naturlige vinkelfrekvensen for et elastisk system vil gå mot en stor verdi dersom stivheten til systemet er stor i forhold til massen i systemet. Tilsvarende vil et system med stor masse og liten stivhet svinge tregere. Dempningsforholdet er definert i likning (1.8).

$$\zeta = \frac{c}{c_{cr}} \quad (1.8)$$

Dempningsforholdet er en dimensjonsløs størrelse og uttrykker mengden av dempning i systemet, altså hvor mye dempning som avtar i systemet etter en svingesyklus [3]. Den kritiske dempningskoeffesienten c_{cr} er avhengig av både stivheten og massen i systemet og uttrykker den minste verdien av c som forhindrer svingning av systemet.

$$c_{cr} = 2m\omega \quad (1.9)$$

Systemer der $\zeta > 1$ kalles overdempede systemer. Slike systemer vil ikke svinge, men returnere til sin likevektsposisjon etter en forskjøvet tilstand. Et eksempel på et overdempet system er en dørlukker. Dersom $\zeta = 1$ defineres systemet som kritisk dempet. For bygninger vil generelt dempningen være liten og systemet er da underdempet $\zeta < 1$.

I likning (1.10) er systemets dynamiske likevektslikning uttrykt ved dempningsforholdet. Likningen fremkommer ved å dividere likning (1.6) med massen i systemet.

$$\ddot{u}(t) + 2\zeta\omega\dot{u}(t) + \omega^2u(t) = -\ddot{u}_g(t) \quad (1.10)$$

Dersom ingen spesielle tiltak utføres er dempningen i bygninger under 20% [3]. For systemer med relativ liten dempning $\zeta < 0.20$ er det vist i litteraturene [3, 33] at det kan med god tilnærming antas at $\omega_D \approx \omega$.

$$\omega_D = \omega\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (1.11)$$

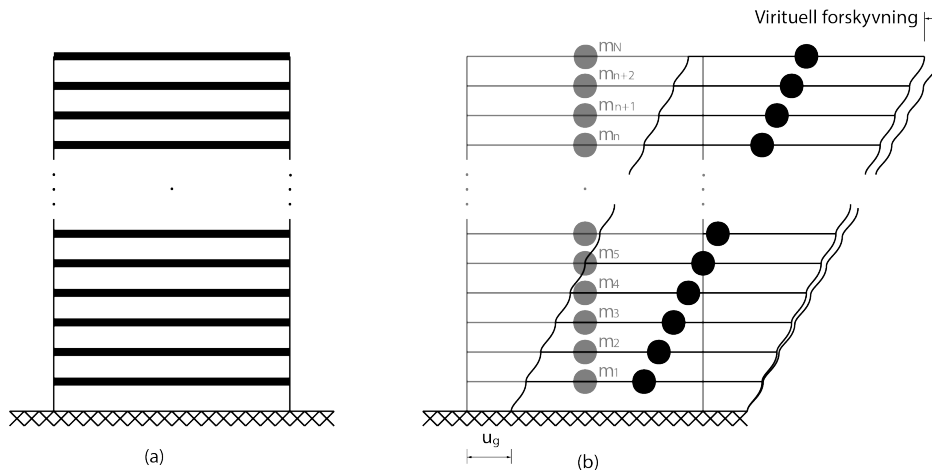
Normalt vil ikke virkelige konstruksjoner se ut som konstruksjonen i figur 1.1. Figuren er en representativ modell for en konstruksjon som her er sterkt idealisert for dynamisk analyse. Den betraktede konstruksjonen har en samlet stivhet i de vektløse søylene k og en konsentrert masse m plassert i senter av den horisontale bjelken. Antall frihetsgrader i konstruksjonen defineres som det antall uavhengige forskyvninger som må kunne beskrives for at posisjonen til all masse i konstruksjonen, relativ til den opprinnelige posisjonen skal være kjent. Dette betyr at begrepet frihetsgrader som kjent fra statiske analyser i konstruksjonsmekanikken ikke har den samme betydningen i sammenheng med dynamiske analyser. Dersom en virkelig konstruksjon skulle analyseres ville modellen i figur 1.1 være tilfredsstillende dersom massen i bjelken eller dekket er jevnt fordelt og stor i forhold til massen av søylene. Av symetri grunner vil ikke dekkets ut av planet deformasjon være av interesse dersom det antas at aksialstivheten er stor.

I figur 1.1(b) er det tilsvarende systemet vist, men her uten en grunnakselerasjon. Systemet er istedet påført en ytre belastning som virker i frihetsgraden til systemet. Belastningen p_{eff} er gitt i likning (1.12). Responsten til et slik system kan beregnes fra likning (1.6). De to systemene i figur 1.1 er fullstendig ekvivalente og det må konkluderes med at bevegelsen av grunnen kan modelleres som en ytre påført kraft som virker i systemets frihetsgrad der kraften er treghetskraften som virker i frihetsgraden.

$$p_{eff} = -m\ddot{u}(t) \quad (1.12)$$

1.4 Lineært elastisk system med en generalisert frihetsgrad

I det foregående kapittel ble et system med en dynamisk frihetsgrad studert der et utrykk for den dynamiske likevektlikningen ble bestemt. Det er av interesse å bestemme den dynamiske likevektlikningen til rammer med flere frihetsgrader som såkalte “generaliserte en-frihetsgrad” systemer. Formålet med dette er å kunne estimere oppførselen og kreftene i konstruksjoner som har flere frihetsgrader, men der oppførselen kan generaliseres. Med en-generalisert frihetsgrad menes det at konstruksjonen kan forskyve seg i en bestemt forskyvningsform som vil være den antatte generelle forskyvningsformen. Løsningen på den dynamiske likevektlikningen for systemet med en generell frihetsgrad kan bestemmes, tilsvarende som for rammen i figur 1.1. Dersom initialbetingelsene er kjent, kan den dynamiske likevektlikningen løses og den dynamiske oppførselen av konstruksjonen som en funksjon av tiden er kjent.



Figur 1.2: Illustrasjon av udeformert rammekonstruksjon(a) og det idealiserte systemet i en antatt deformert tilstand(b)

Figur 1.2(a) illustrerer en rammekonstruksjon i oppriss. Figur 1.2(b) er den idealiserte modellen der dekkene antas å være uendelig stive i og ut av sitt eget plan. Søylene antas masseløse og massen til dekkene i hver etasje er samlet i dekkets midtpunkt. Damping og aksialdeformasjoner neglisjeres. Det antas så at bygget får deformere seg etter en antatt forskyvningsform $\psi(x)$. Utrykket for forskyvnings vektoren $\mathbf{u}(t)$ kan beskrives som i likning (1.13) der $z(t)$ er den generaliserte frihetsgraden det søkes å bestemme responsten til.

$$\mathbf{u}(t) = \psi(x)z(t) \quad (1.13)$$

Forskyvningen av etasje n som gir de elastiske krefter i søylene er gitt i likning (1.14). Den totale forskyvningen u_n^t av etasje n er gitt i likning (1.15).

$$u_n(t) = \psi_n z(t), \quad \text{for } n = (1, 2, \dots, N) \quad (1.14)$$

$$u_n^t = u_n(t) + u_g(t) \quad (1.15)$$

Benytter virtuelt arbeids prinsipp da ytre virtuelt arbeid må være lik indre virtuelt arbeid. Treghtetskraften i etasje n er fI_n som gitt i likning (1.16).

$$fI_n = -m\ddot{u}_n^t = -m(\ddot{u}_n(t) + \ddot{u}_g(t)) \quad (1.16)$$

Det ytre virtuelle arbeidet for etasje n er gitt i likning (1.17).

$$\delta_{w,ytre} = \sum_{n=1}^N fI_n \delta u_n = - \sum_{n=1}^N m_n \ddot{u}_n(t) \delta u_n - \ddot{u}_g(t) \sum_{n=1}^N m_n \delta u_n \quad (1.17)$$

$$u_n(t) = \psi_n z(t) \quad \delta u_n = \psi_n \delta z \quad (1.18)$$

$$\delta_{w,ytre} = -\delta z \left[\ddot{z}(t) \sum_{n=1}^N m_n \psi_n^2 + \ddot{u}_g(t) \sum_{n=1}^N m_n \psi_n \right] \quad (1.19)$$

Skjærkraften som virker i søylene er forårsaket av differansen i bevegelsen mellom etasje n og $n + 1$. Dersom to etasjer beveger seg like mye er skjærkraften i søylene mellom disse etasjene null. k_n er den samlede stivheten på grunn av de elastiske søylene i etasje n . Skjærkraften i søylene i etasje n er fS_n som gitt i likning (1.20).

$$fS_n = k_n (u_n(t) - u_{n-1}(t)) \quad (1.20)$$

Det indre virtuelle arbeide for etasje n er gitt i likning (1.21).

$$\begin{aligned} \delta_{w,indre} &= \sum_{n=1}^N fS_n(t) (\delta u_n - \delta u_{n-1}) = \\ &= \sum_{n=1}^N k_n (u_n(t) - u_{n-1}(t)) (\delta u_n - \delta u_{n-1}) = \\ &= \delta z \left[z(t) \sum_{n=1}^N k_n (\psi_n - \psi_{n-1})^2 \right] \end{aligned} \quad (1.21)$$

Krever at det ytre virtuelle arbeidet må være lik det indre virtuelle arbeidet ($\delta_{w,ytre} = \delta_{w,indre}$).

$$-\delta z \left[\ddot{z}(t) \sum_{n=1}^N m_n \psi_n^2 + \ddot{u}_g(t) \sum_{n=1}^N m_n \psi_n \right] = \delta z \left[z(t) \sum_{n=1}^N k_n (\psi_n - \psi_{n-1})^2 \right] \quad (1.22)$$

$$\ddot{z}(t) \sum_{n=1}^N m_n \psi_n^2 + z(t) \sum_{n=1}^N k_n (\psi_n - \psi_{n-1})^2 = -u_g(t) \sum_{n=1}^N m_n \psi_n \quad (1.23)$$

Den dynamiske likevektslikningen for systemet uten dempning er gitt i likning (1.23), men dersom $\tilde{m} = \sum_{n=1}^N m_n \psi_n^2$, $\tilde{k} = \sum_{n=1}^N k_n (\psi_n - \psi_{n-1})^2$ og $\tilde{L} = \sum_{n=1}^N m_n \psi_n$ defineres som henholdsvis generalisert masse, generalisert stivhet og generalisert eksitasjon [3] kan likningen omskrives og resultatet er presentert i likning (1.24).

$$\tilde{m}\ddot{z}(t) + \tilde{k}z(t) = \tilde{L}\ddot{u}_g(t) \quad (1.24)$$

Dersom det er ønskelig å inkludere et dempningsledd kan dette gjøres ved å dividere likning (1.24) med den generaliserte massen og et dempningsledd tilføyes. Resultatet er gitt i likning (1.25). Den generaliserte frihetsgraden $z(t)$ kan nå bestemmes og forskyvningen i etasje n kan bestemmes fra likning (1.14).

$$\ddot{z}(t) + 2\zeta\tilde{\omega}\dot{z}(t) + \tilde{\omega}^2 z(t) = \frac{\tilde{L}}{\tilde{m}}\ddot{u}_g(t) \quad (1.25)$$

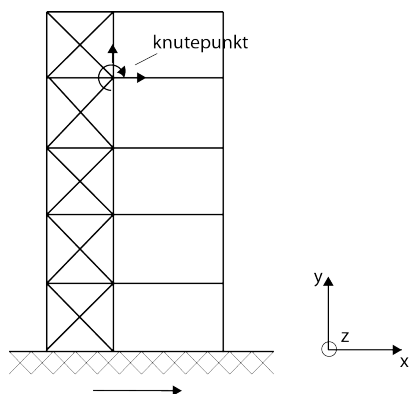
En tilnærmet naturlig vinkelfrekvens til systemet i figur 1.2 kan bestemmes ved å benytte den generaliserte stivheten og massen beregnet i likning (1.24). Den tilnærmede naturlige vinkelfrekvensen er gitt i likning (1.26). $\tilde{\omega}$ er en tilnærmet verdi fordi konstruksjonen er tvunget til å deformere seg i den forhånsbestemte forskyvningsformen som ble antatt. Under antagelsen om forskyvningsformen ble systemet pålagt en fiktiv stivhet da det ble satt en begrensning på dens oppførsel ved at den ikke får deformere seg i alle mulige former. Av den grunn fremkommer det av likning (1.26) at verdien til den virkelige vinkelfrekvensen vil være lavere en den estimerte og i beste tilfelle lik. Det kan bemerkes at det kan være vanskelig å bestemme en forskyvningsform som representerer oppførselen til bygget eller konstruksjoner generelt som angitt i litteraturen [3], men flere forskjellige former kan benyttes og det er den formen som gir den laveste verdien av $\tilde{\omega}$ som er den beste antatte formen.

$$\tilde{\omega} \approx \sqrt{\frac{\tilde{k}}{\tilde{m}}} \quad (1.26)$$

I det over ble den dynamiske likevektslikningen for et system med en generalisert frihetsgrad presentert. Det ble vist at et estimat på den naturlige vinkelfrekvensen kunne bestemmes. Metoder som denne er ofte benyttet i litteraturen for enkelt kunne estimere den naturlige vinkelfrekvensen eller svingeperioden til konstruksjoner. Som vist i avsnitt 6.3 vil forskyvningsformen være avgjørende for estimatets pålitlighet.

1.5 Konstruksjoner med flere frihetsgrader

I avsnitt 1.3 ble det etablert et uttrykk for den dynamiske likevektslikningen til en modell med en frihetsgrad som var utsatt for en akselerasjon av grunnen. Da konstruksjoner normalt kan modelleres som systemer med et endelig antall frihetsgrader er det av interesse å utvide metoden som vist for systemet med en frihetsgrad til å være gyldig for systemer med flere frihetsgrader. Modellen i figur 1.3 representerer en bygning med flere etasjer utsatt for en forskyvning av grunnen i retning av x -aksen. Det antas i det følgende at leseren er kjent med grunnleggende matrise statikk da redgjørelser for dette foreligger ikke denne avhandlig, men er å finne i kjent litteratur eksempelvis [17, 35].



Figur 1.3: Illustrasjon av en konstruksjon med N frihetsgrader

Et bygg består av flere bygningselementer. Tilsvarende kan modellen i figur 1.3 dels opp i flere elementer. Et knutepunkt mellom elementer defineres som en node. En node kan i det romlige ha seks frihetsgrader der disse frihetsgradene er forskyvningene i x -, y - og z -retning og rotasjoner om x -, y - og z -aksene. For det plane rammeverket i figur 1.3 finnes det kun frihetsgrader i x - og y -planet og om z -aksen som definert i figuren.

Konstruksjonen som betraktes har en respons i det lineær elastiske området slik at superposisjons prinsippet [45] er gyldig. Da systemet har N frihetsgrader vil krefter eller forskyvninger som virker i frihetsgrad n få innflytelse fra alle andre frihetsgrader og systemet består da av et bestemt antall koblede likninger.

For det generelle tilfellet søkes det etter et uttrykk for den samlede stivheten i systemer bestående av konstruksjonselementer. Superposisjons prinsippet gir opphav til stivhetsinnflytelses koeffisienten [3,17]. k_{ij} er stivhetsinnflytelses koeffisienten for frihetsgrad i , på grunn av en enhetsforskyvning eller enhetsrotasjon i frihetsgrad j , mens alle andre frihetsgrader holdes i ro. Kraften f_{si} gitt i likning (1.27) er den samlede elastiske kraften i frihetsgrad i på grunn innflytelsen av forskyvninger i alle frihetsgradene i systemet. Den elastiske kraften finnes følgelig ved superponering. Tilsvarende finnes det like mange slike likninger som i (1.27) for alle N frihetsgrader. Disse kan uttrykkes på matriseform som i likning (1.28).

$$f_{si} = \sum_{j=1}^N k_{ij} u_{jN} \quad (1.27)$$

$$\begin{bmatrix} f_{s1} \\ f_{s2} \\ f_{s3} \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{sN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1j} & \dots & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \dots & k_{2j} & \dots & k_{2N} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \dots & k_{3j} & \dots & k_{3N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ k_{N1} & k_{N2} & k_{N3} & \dots & k_{nj} & \dots & k_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_N \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{k}\mathbf{u} \quad (1.29)$$

Prinsippet om innflytelseskoeffesienten kan benyttes for å bestemme dempningsmatrisen [3]. Dempningsinnflytelseskoeffesienten c_{ij} er kraften i frihetsgrad i på grunn av en enhetshastighet i frihetsgrad j . Det er upraktisk og vanskelig å bestemme dempningsinnflytelseskoeffesiente for dempningsmatrisen direkte fra dimensjonen til konstruksjonsdeler og det vanlige er å bestemme dempningen numerisk som påpekt i litteraturen [3].

$$f_{Di} = \sum_{j=1}^N c_{ij} \dot{u}_{jN} \quad (1.30)$$

$$\begin{bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \\ f_{D3} \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{DN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1j} & \dots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & \dots & c_{2j} & \dots & c_{2N} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & \dots & c_{3j} & \dots & c_{3N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{N1} & c_{N2} & c_{N3} & \dots & c_{nj} & \dots & c_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{u}_N \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

$$\mathbf{f}_D = \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} \quad (1.32)$$

Masseinnflytelseskoeffisienten m_{ij} [3] er den ytre kraften som må til for å motvirke tregheitskraften i frihetsgrad i på grunn av enhetsakselerasjon i frihetsgrad j . Kraften f_{Ii} i likning (1.33) får sine bidrag fra alle andre frihetsgrader.

$$f_{Ii} = \sum_{j=1}^N m_{ij} \ddot{u}_{jN} \quad (1.33)$$

$$\begin{bmatrix} f_{I1} \\ f_{I2} \\ f_{I3} \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{IN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \dots & m_{1j} & \dots & m_{1N} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & \dots & m_{2j} & \dots & m_{2N} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & \dots & m_{3j} & \dots & m_{3N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ m_{N1} & m_{N2} & m_{N3} & \dots & m_{nj} & \dots & m_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \ddot{u}_N \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

$$\mathbf{f}_I = \mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} \quad (1.35)$$

For modellen i figur 1.3 er det vibrasjoner fra grunnen som initierer bevegelse i konstruksjonen og gir opphav til bevegelse av massen. I det over er massematrisen \mathbf{m} , dempningsmatrisen \mathbf{c} og stivhetsmatrisen \mathbf{k} bestemt ved enhetsforskyvningsmetoden for et system med N frihetsgrader.

Statisk kondensering

Om det sees bort fra de ytre lastene som normalt virker på en konstruksjon er det belastningen fra jordskjelv som er av interesse. I en modell som utsettes for en grunnakselerasjon som for eksempel den i figur 1.3, er det den relative bevegelsen mellom grunnen og massen i konstruksjonen som vil gi de elastiske kreftene. Generelt vil matrisene til systemer med flere frihetsgrader bestå av et “sett” med koblede differensiallikninger mellom alle frihetsgradene. Dette “settet” kan forenkles dersom modellen kan idealiseres ytterligere.

For eksempel kan massen lumpes, aksialdeformasjoner kan neglisjeres, og det kan antas at det ikke er knyttet treghetskrefter til rotasjonsfrihetsgradene. Frihetsgradene for vertikal forskyvning og rotasjonen kan for eksempel kondenseres vekk ved å utføre en statisk kondensering som beskrevet i litteraturene [3, 35]. Ved statisk kondensering elimineres frihetsgradene som ikke har betydelig utslag på den dynamiske oppførselen til konstruksjonen som analyseres. En slik forenkling vil ofte føre til en betydelig redusering i utregningsmengde, men vil øke graden av usikkerhet i analysen. Årsaken til dette har ingen ting med analysemetoden å gjøre, men hvor vidt den idealiserte modellen er representativ for den virkelige konstruksjonen.

Dersom det er N etasjer i konstruksjonen og byggets dynamiske respons kan beskrives ved en frihetsgrad for hver etasje slik at den relative bevegelsen mellom massene i etasje n og bakken defineres som $u_n(t)$, er den totale forskyvningen u_n^t av masse n på grunn av translasjon av grunnen og den dynamiske responsen i de lineære elastiske søylene som i figur 1.3 gitt i likning (1.36).

$$u_n^t = u_n(t) + u_g(t) \quad (1.36)$$

Alle forskyvninger $n = (1, 2, \dots, N)$ i retning av grunnakselerasjonen er i likning (1.37) representert på vektorform. Det kan bemerkes at det siste leddet i likning (1.37) er en vektor bestående av bare et tall multiplisert med den konstante forskyvningen av grunnen. Denne vektoren gir opphav til en innflytelsesvektor $\boldsymbol{\iota}$ [3] som omtales i avsnitt 1.6.

$$\mathbf{u}^t(t) = \mathbf{u}(t) + u_g(t)\mathbf{1} \quad (1.37)$$

Analogt med en-frihetsgradsystemet i avsnitt 1.3 er den dynamiske likevektslikningen for systemet med N frihetsgrader gitt i likning (1.38) eller med med belastning som i likning (1.39).

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}^t + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (1.38)$$

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = -\mathbf{m}\mathbf{1}\ddot{u}_g(t) \quad (1.39)$$

1.6 Innflytelsesvektoren

I systemer der det finnes frihetsgrader som ikke er i retningen av grunnakselerasjonen eller at grunnakselerasjonen ikke er uniform over byggets fundamenter kan begrepet innflytelsesvektor [3] være sentralt. For rammekonstruksjoner som består av horisontale skiver bærende av elastiske søyler der skivene kan antas uendelig stive i og ut av skivenes eget

plan og de elastiske søylene ikke innehar aksialdeformasjon er denne innflytelsesvektoren en vektor bestående av et tall som vist i avsnitt 1.5. Årsaken til dette er at frihetsgradene i hver etasje i retningen av grunnens forskyvning eller de ekvivalente jordskjelvkraftene, virker i samme retning. Likning (1.40) viser vektoren som representerer de effektive jordskjelvlasterne $\mathbf{p}_{eff}(t)$. $\boldsymbol{\iota}$ er innflytelsesvektoren.

$$\mathbf{p}_{eff}(t) = -\mathbf{m}\boldsymbol{\iota}\ddot{u}_g(t) \quad (1.40)$$

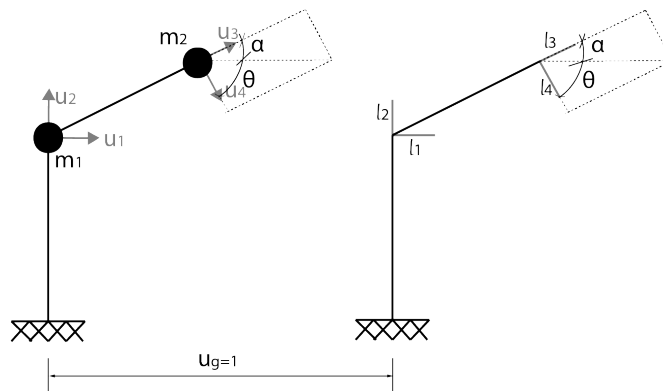
La $u_n^t(t)$ være den totale forskyvningen for etasje n og $\mathbf{u}^t(t)$ for systemet som vist i likning (1.41). $u_n^s(t)$ er den n 'te etasjes kvasi-statiske forflytning av massen i etasje n . Dette kan uttrykkes ved å benytte innflytelsesvektoren $\boldsymbol{\iota}$ som representerer forskyvningen av massen i bygget på grunn av en enhets forskyvning av grunnen.

$$\begin{aligned} u_n^t(t) &= u_n^s(t) + u_n(t) && \text{for etasje } n \\ \mathbf{u}^t(t) &= \mathbf{u}^s(t) + \mathbf{u}(t) && \text{for systemet} \end{aligned} \quad (1.41)$$

$$\mathbf{u}^t(t) = \boldsymbol{\iota}u_g(t) + \mathbf{u}(t) \quad (1.42)$$

En gjennomgang analogt med det elastiske systemet med en frihetsgrad som i vist i avsnitt 1.3, ved å benytte forskyvningen $\mathbf{u}^t(t)$ fra likning (1.42) fås uttrykket for den dynamiske likevektslikningen til et system med flere frihetsgrader der ikke alle må ha orientering i retning av grunnens forskyvning. De effektive jordskjelvlasterne er vist på høyre side av likning (1.43).

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = -\mathbf{m}\boldsymbol{\iota}\ddot{u}_g(t) \quad (1.43)$$



Figur 1.4: Modell av en konstruksjon med frihetsgrader i en vinkel med forskyvningen av grunnen

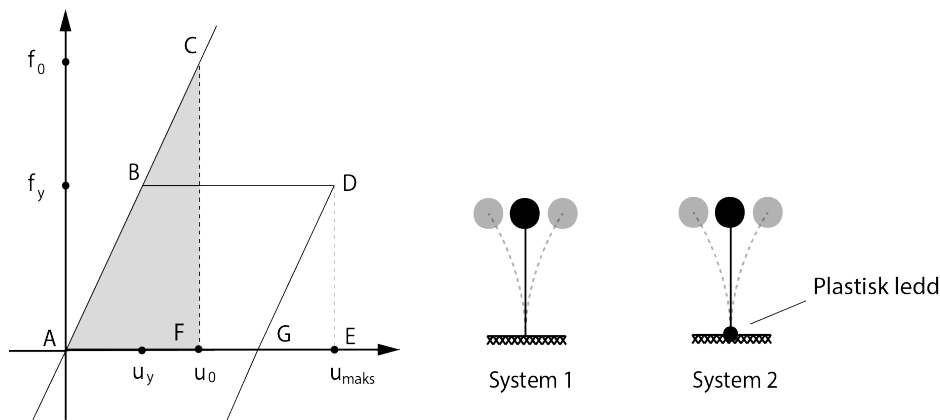
Figur 1.4 viser en konstruksjon der frihetsgradene ikke er i samme retning som forskyvningen av grunnen. Konstruksjonen gis en enhetsforskyvning $u_g = 1$ og komponentene i innflytelsesvektoren for konstruksjonen er gitt i likning (1.44).

$$\boldsymbol{\iota}^T = [\iota_1 \quad \iota_2 \quad \iota_3 \quad \iota_4] = [1 \quad 0 \quad \cos(\alpha) \quad \cos(\theta)] \quad (1.44)$$

1.7 Perfekt elastisk-plastisk system med en frihetsgrad

Når konstruksjoner dimensjoneres for seismiske laster er konstruksjonens evne til å deformere seg utover det elastiske området av betydning. Gjeldene regelverk i Norge NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning Del 1: Allmenne regler, seismiske laster og regler for bygninger [24], som i det videre betegnes NS-EN 1998-1 om ikke annet er presisert, benytter seg av konstruksjonens evne til å deformere seg utover det elastiske området. Dersom en normal- eller underarmert [42] betongkonstruksjons kapasitet i strekk overskrides vil betongens armering begynne å flyte. Betongens kapasitet i trykk kan også bli overskredet noe som betyr at betongen knuses dersom tøyningene i materialet er store nok. Hvis konstruksjonens styrke er ivaretatt og kan kontrolleres under den seismiske påkjenningen, er responsen til systemet tilfredsstillende. Det er av interesse å studere oppførselen til et system med en dynamisk frihetsgrad som tillates en perfekt elastisk-plastisk oppførsel.

Figur 1.5 viser kraft-forskyvningsforløpet til to konstruksjoner. Den ene konstruksjonen (system 2) tillates en perfekt elastisk-plastisk oppførsel, også kalt elastoplastisk oppførsel. Den andre konstruksjonen (system 1) har samme stivhet, masse og dempningsforhold, men har en elastisk oppførsel. De to systemene er identiske dersom deformasjonen de har ved en gitt tid ikke overskrider u_y . For små forskyvninger $u \leq u_y$ har de to systemene identisk oppførsel og vil etter en forskjøvet tilstand returnere til sin opprinnelige likevektstilstand. u_y defineres som den største forskyvningen konstruksjonen kan ha før flyt inntreffer. Kraften f_y er den kraften der flyt i systemet dannes. f_0 er den maksimale elastiske kraften i system 1. u_0 er den forskyvningen systemet har når den er belastet med kraften f_0 .



Figur 1.5: Elastisk og perfekt elastisk-plastisk kraft-forskyvnings forløp til to systemer

Det antas at systemene svinger fritt om deres opprinnelige likevektsposisjon. Når systemene passerer likevektsposisjonen har de lik hastighet v_{maks} . Tøyningsenergien som er lagret i system 1 ved forskyvningen u_0 er den potensielle energien til systemet som er gitt i likning (1.45). Energimengden er arealet i trekanten ACF i figur 1.5. Det elastiske systemet vil svinge tilbake mot likevektsposisjonen og videre til $-u_0$ dersom kraften f_0 ikke overskrider kapasiteten til det elastiske systemet slik at et brudd har inntruffet. Tøyningsenergien omgjøres til kinetisk energi vekselvis da kapasiteten ikke er overskredet og systemet vil teoretisk sett svinge i det uendelige.

$$\frac{1}{2}mv_{maks}^2 = \frac{1}{2}ku_0^2 \quad (1.45)$$

I system 2 vil det dannes et flyteledd dersom systemet utsettes for kraften f_y . Den lagrede tøyningenergien til systemet når massen er i ro ved u_{maks} er gitt i likning (1.46) og bestemt fra arealet av $ABDE$. Når massen i system 2 beveger seg mot likevektspunktet igjen vil deler av den potensielle energien i systemet omgjøres til kinetisk energi, definert av trekanten DEG . Den resterende energien som er omgjort til varme, oppsprekking av betongen og andre energikrevende prosesser, er representert ved parallelogrammet $ABDG$.

$$\frac{1}{2}mv_{maks}^2 = \frac{1}{2}ku_y^2 + f_y(u_{maks} - u_y) \quad (1.46)$$

Duktilitet

Som det fremkom i det overnevnte vil kun deler av den potensielle energien i system 2 omgjøres til kinetisk energi ved hver svingesyklus. Det er altså mulig å konstruere et system med lavere kapasitet slik at det kan ta opp lik mengde energi som det elastiske tilfellet. En konstruksjons evne til å deformere seg utover det elastiske området betegnes i litteraturene [44, 36, 4, 33, 19] som duktilitet. Hvor duktil en konstruksjon er kan uttrykkes gjennom duktilitets faktoren μ .

Likning (1.47) definerer den normaliserte flytestyrken \bar{f}_y [3] som uttrykker forholdet mellom kraften som skal til for at systemet skal flyte for første gang og kraften som virker på systemet. $\bar{f}_y < 1$ for systemer som forblir elastiske og $\bar{f}_y \geq 1$ for systemer som har en uelastisk oppførsel.

$$\bar{f}_y = \frac{f_y}{f_0} \quad (1.47)$$

Likning (1.48) definerer duktilitetsfaktoren μ . Faktoren er forholdet mellom maksimal forskyving i systemet med en deformasjon utover det elastiske og forskyvningen av konstruksjonen ved dannelse av første flyt (se figur 1.5). Tilsvarende vil det for $\mu \leq 1$ bety at systemet forblir i det elastiske området, men når $\mu > 1$ har systemet deformert seg utover det elastiske og konstruksjonen er å betegne som duktil.

$$\mu = \frac{u_{maks}}{u_y} \quad (1.48)$$

For å gjøre det klart hvilke parametere som har innvirkning på systemet med en frihetsgrad som tillates en perfekt elastisk-plastisk oppførsel tas det utgangspunkt i den dynamiske likevektlikningen for et system med en frihetsgrad. For et system med dempning c og masse m som tillates en uelastisk oppførsel er den dynamiske likevektlikningen gitt i likning (1.49) som beskrevet i litteraturen [3]. Det bemerkes at siste ledd på venstre side av likningen er avhengig av både forskyvningen og hastigheten til systemet. Dette er fordi det er av interesse å vite om deformasjonene øker eller avtar i kraft-forskyvnings forløpet.

$$\begin{aligned}
m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + f_s(u, \dot{u}) &= -m\ddot{u}_g(t) \\
\ddot{u}(t) + 2\zeta\omega\dot{u}(t) + \frac{f_s(u, \dot{u})}{m} &= -\ddot{u}_g(t) \\
\ddot{u}(t) + 2\zeta\omega\dot{u}(t) + \omega^2 \frac{f_s(u, \dot{u})}{k} &= -\ddot{u}_g(t) \\
\ddot{u}(t) + 2\zeta\omega\dot{u}(t) + \omega^2 \frac{f_s(u, \dot{u})}{k} &= -\ddot{u}_g(t) \\
\ddot{u}(t) + 2\zeta\omega\dot{u}(t) + \omega^2 u_y \frac{f_s(u, \dot{u})}{f_y} &= -\ddot{u}_g(t)
\end{aligned} \tag{1.49}$$

For en gitt grunnakselerasjon $\ddot{u}_g(t)$ fremkommer det at systemets forskyvning $u(t)$ er avhengig av fire parametere. (1) Den elastoplastiske kraft-forskyvnings oppførselen, (2) det elastoplastiske systemets naturlige vinkelfrekvensen ω , (3) dempningsforholdet ζ og (4) forskyvningen u_y til systemet når flyteledet dannes. For (2) og (3) er disse kun gyldige dersom systemets oppførsel er i det lineærelastiske området. For en gitt kraft-forskyvningsoppførsel der flyt i konstruksjonen initieres ved u_y , slik som for system 2 i figur 1.5, er systemet avhengig av ω og ζ for et ekvivalent lineært elastisk system [3]. Det er dette systemet som tidligere ble kalt system 1. I den sammenheng er ønskelig å undersøke hvilke parametere som er utslagsgivende for duktilitetsfaktoren.

$$\mu(t) = \frac{u(t)}{u_y} \tag{1.50}$$

Likning (1.50) derivert og innsatt i likning (1.49) gir følgende:

$$u(t) = u_y \mu(t), \quad \frac{du(t)}{dt} = u_y \dot{\mu}(t), \quad \frac{d^2u(t)}{dt^2} = u_y \ddot{\mu}(t) \tag{1.51}$$

$$\ddot{\mu}(t) + 2\zeta\omega\dot{\mu}(t) + \omega^2 \frac{f_s(\mu, \dot{\mu})}{f_y} = -\frac{\ddot{u}_g(t)}{f_y u_0} \tag{1.52}$$

Det fremkommer fra likning (1.52) at for en gitt grunnakselerasjon og kraft-forskyvnings oppførsel, her valgt elastoplastisk oppførsel som system 2, er duktilitetsfaktoren μ avhengig av det elastoplastiske systemets naturlige vinkelfrekvens ω og dempningsforholdet ζ som begge svarer til det korresponderende lineærelastiske systemet eller når $u(t) \leq u_y$. Likning (1.52) avhenger også av systemets normaliserte flytestyrke \bar{f}_y .

1.8 Elastisk responspektrum

I dimensjoneringsammenheng er det ofte den største responsen som systemet blir utsatt for som er av interesse. For lineær elastiske konstruksjoner er sammenhengen mellom kraften og forskyvningen lineær. Når et system med en frihetsgrad har en lineær elastisk oppførsel og responderer på en gitt jordskjelvbelastning ved å svinge om sin opprinnelige likevektstilstand, kan den maksimale responsen til systemet beskrives som i likning (1.53).

$$u_0 = \text{maks}|u(t)| \tag{1.53}$$

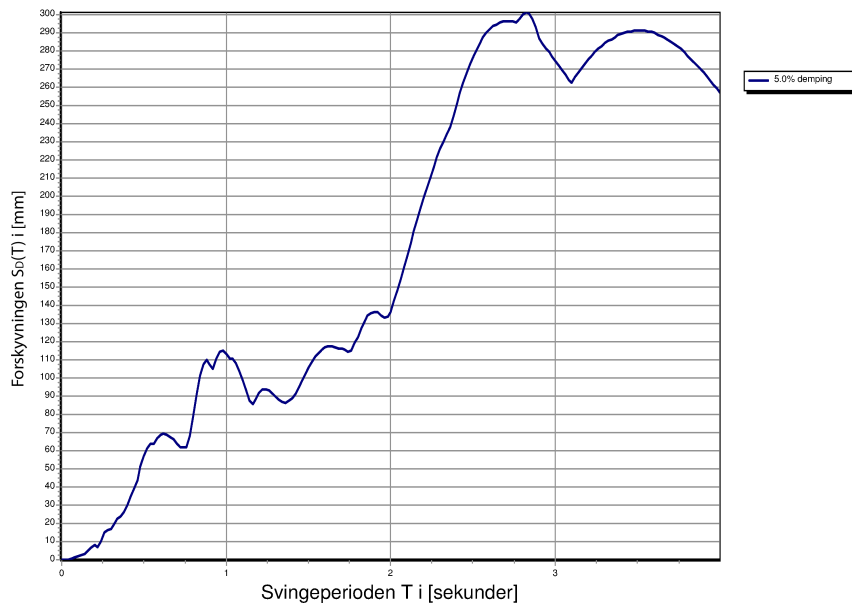
Når den maksimale forskyvningen til systemet er bestemt kan de elastiske kreftene bestemmes gjennom den lineære sammenheng i likning (1.54).

$$f_s = ku_0 \quad (1.54)$$

Dersom f_s uttrykkes med massen m kan relasjonen uttrykkes som angitt i likning (1.55). S_A kalles pseudo-akselerasjon [3] og er avhengig av tiden t , dempningsforholdet ζ og den naturlige vinkelfrekvensen eller svingeperioden T . Utifra likning (1.55) kan kreftene i en konstruksjon relateres til den såkalte pseudo-akselerasjonen.

$$f_s(t) = m\omega^2 u(t) = mS_A(t, T, \zeta) \quad (1.55)$$

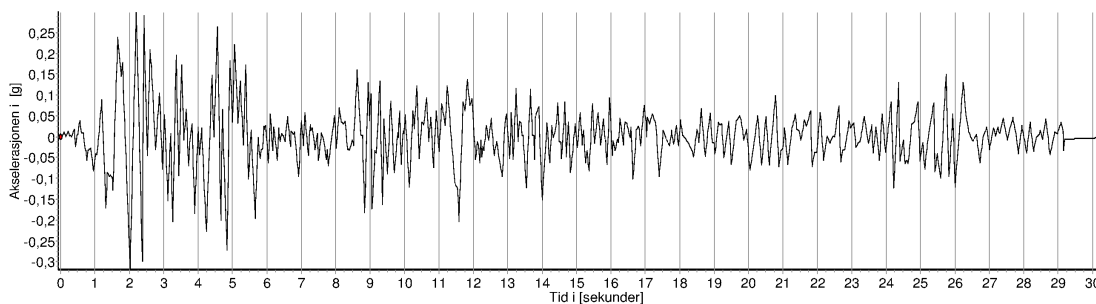
Det kan utvikles spektre som er gyldige for alle mulige lineær-elastiske konstruksjoner med en frihetsgrad, utsatt for en bestemt grunnakselerasjon. Slike spektre kalles responspektre. Når responspektre er utviklet kan bestemte verdier for oppførselen til en konstruksjon fastsettes. Fordelen med å utvikle et responspektrum er at den dynamiske analysen som fastsetter den maksimale responsen i systemet med en frihetsgrad er allerede utført, og den dynamiske analysen uteblir da dette allerede er utført når spekteret ble konstruert.



Figur 1.6: Elastisk responspektrum for nord-sør komponenten av jordskjelvet ved Imperial Valley, California den 18 mai 1940. De registrerte målingene [10] er fra El Centro, California. 5% demping

Begrepe deformasjon responspektrum, pseudo hastighet responspektrum og pseudo akselerasjon responspektrum introduseres [3]. Et deformasjons responspektrum $S_D(T, \zeta)$ er et plott av den maksimale responsen $u_0 = S_D(T, \zeta) = \max|S_D(t, T, \zeta)|$ til et system med en frihetsgrad som en funksjon av ω eller svingeperioden T for et gitt dempningsforhold ζ . Deformasjon responspektrumet kan benyttes til å finne den maksimale forskyvningen til et system dersom dempningsforholdet og systemets naturlige vinkelfrekvens eller egensvingeperiode er kjent.

I figur 1.6 er et deformasjon responsspektrum plottet for et gitt dempningsforhold $\zeta = 0.05$ vist. Figuren viser responsen til alle mulige systemer med en frihetsgrad som har elastisk oppførsel, 5% dempning og har en egenperiode $T \leq 4s$ når de utsettes for de gitte bevegelsene. Deformasjon responsspektrumet er konstruert i programvaren Seismosignal versjon 5.0.0 [37]. Responsspektrumet er plottet i lineær skala. Grunnakselerasjonen som systemet med variabel egenperiode er utsatt for er nord-sør komponenten av El Centro skjelvet i 1940 [10]. Programmet benytter Newmarks metode [35, 3] med $\beta = 0.25$ og $\gamma = 0.5$ som svarer til konstant gjennomsnitts akselerasjonsmetoden [3, 35] som er ubetinget stabil. Tidssteget som benyttes er satt til $0.02s$ til å begynne med, dette er intervallet for målingene. Programmet benytter dette eller dersom tidssteget blir større enn 2% av den aktuelle egenperioden som beregnes vil programmet automatisk benytte 2% av svingeperioden. Som det fremkommer av figur 1.6 er maksimal deformasjonen $u_0 = S_D(T, \zeta)$ en funksjon av systemets svingeperiode, men andre nøkkelverdier er mulige, for eksempel vinkelfrekvensen. Som tidligere nevnt kan maksimal deformasjon bestemmes fra figur 1.6. dersom T er kjent. Akselerasjonsforløpet til nord-sør komponenten av El Centro skjelvet i 1940 [10] er vist i figur 1.7.



Figur 1.7: Akselerasjonsforløpet til nord-sør komponenten av El Centro jordskjelvet i 1940

Som det fremkommer av figur 1.6 vil ikke systemet i figur 1.3 deformere seg dersom stivheten er stor eller massen er veldig liten. Konstruksjonen kan forskyve seg, men det er den relative bevegelsen mellom frihetsgraden og grunnen som er av interesse. Samtidig viser spekteret at den maksimale forskyvingen av frihetsgraden vil inntreffe når $T \approx 3.8s$. Dette svarer til et forhold mellom massen og stivheten i konstruksjonen på $\left(\frac{3.8s}{2\pi}\right)^2 \approx 0.37$. Spekteret viser en svingeperiode opp til $T = 4s$ som er tilfredstillende for de konstruksjonene som omtales i denne avhandling.

Tilsvarende kan andre responspektre etableres. Sammenhengen mellom deformasjons responspektre og pseudo-hastighet responspektre er gitt i likning (1.56). Pseudo-hastigheten $S_V(T, \zeta)$ er et plott av den maksimale tøyingsenergien E_{s0} som er lagret i det lineærelastiske systemet.

$$S_V(T, \zeta) = \frac{2\pi}{T} S_D(T, \zeta) = \omega S_D(T, \zeta) \quad (1.56)$$

Den maksimale tøyingsenergien E_{s0} i systemet kan vises å ha relasjon med pseudo-hastigheten som gitt i likning (1.57). Det må bemerkes at pseudo-hastigheten $S_V(T, \zeta)$ ikke har tilknytning til den maksimale hastigheten til systemet ($S_V(T, \zeta) \neq \dot{u}_0$) og av den grunn kalles pseudo [3]. Pseudo-hastighet responsspektrumet kan konstrueres gjennom sammenhengen gitt i likning (1.56).

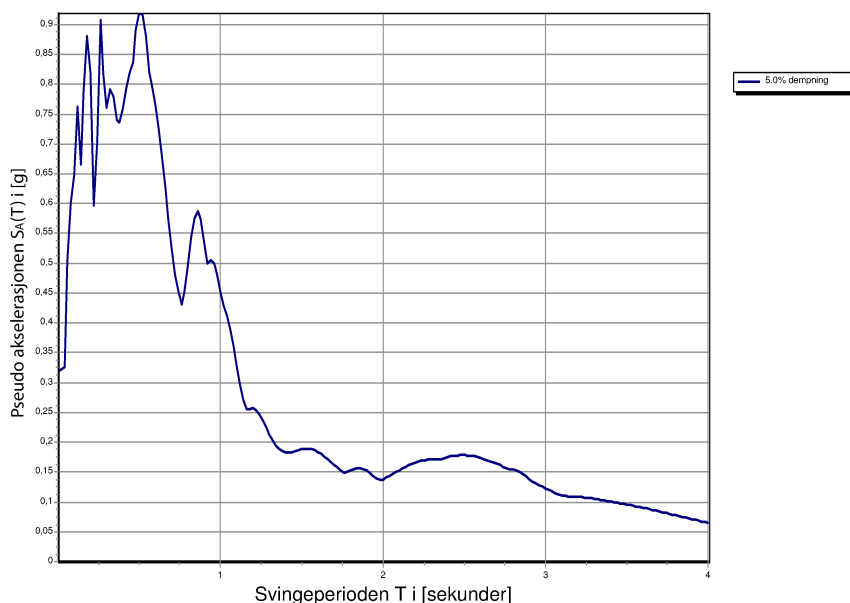
$$E_{s0} = \frac{1}{2}ku_0^2 = \frac{1}{2}k(S_D(T, \zeta))^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{T}{2\pi}S_V(T, \zeta)\right)^2 = \frac{1}{2}m(S_V(T, \zeta))^2 \quad (1.57)$$

Pseudo-akselerasjonen $S_A(T, \zeta)$ kan relateres til kreftene i det lineærelastiske systemet. Sammenhengen mellom den maksimale deformasjonen $S_D(T, \zeta)$ og $S_A(T, \zeta)$ er gitt i likning (1.58) Tilsvarende som for pseudo-hastigheten og dens tilknytning til den maksimale hastiheten \dot{u}_0 i systemet benyttes det også her begrepet pseudo for å understreke at det ikke refereres direkte til akselerasjonen \ddot{u}_0 til systemet.

$$S_A(T, \zeta) = \omega^2 S_D(T, \zeta) \quad (1.58)$$

$S_V(T, \zeta)$ og $S_A(T, \zeta)$ kan utledes fra $S_D(T, \zeta)$ som gitt i likning (1.59). Av den grunn er det mulig og konstruere et spektrum som viser alle de tre responspekterene i samme plott, men ingen vil bli vist i denne avhandling.

$$S_A(T, \zeta) = \omega S_V(T, \zeta) = \omega^2 S_D(T, \zeta) \quad (1.59)$$



Figur 1.8: Elastisk pseudo-akselerasjonspektrum for nord-sør komponenten av jordskjelvet ved Imperial Valley, California den 18 mai 1940. De registrerte målingene [10] er fra El Centro, California. 5% dempning

I figur 1.8 er pseudo-akselerasjon responspektrumet vist for nord-sør komponenten av skjelvet ved Imperial Valley, California den 18 mai 1940 med registrerte målinger [10] fra El Centro, California. Spektrumet er konstruert med 5% dempning. Spektrumet viser enkelte kjennetegn som kan bemerkes. Systemer med en kort svingeperiode vil som tidligere beskrevet ha en stor stivhet, relativ til massen. Slike systemer vil ha en akselerasjon av massen i frihetsgraden som er større eller lik den maksimale grunnakselerasjonen (se figur 1.8 og 1.7) når $T \approx 0$. For systemer når $k \rightarrow 0$ eller $m \rightarrow \infty$ vil svingeperioden $T \rightarrow \infty$.

Slike systemer vil ikke svinge da massen i frihetsgraden ikke responderer og systemet beveger seg bare med grunnen. Responseren i denne delen av spektrumet er hovedsaklig styrt av forskyvingen til grunnen, mens det foregående området er styrt av akselerasjonen. Som beskrevet i litteraturen [3] vil dempningen i systemet ha lite å si dersom den svarer til de frekvensområder som beskrevet i det over.

1.9 Elastisk design spektrum

Elastiske responsspektre gjør det mulig å enkelt kunne bestemme den maksimale forskyvingen, pseudo-hastigheten eller pseudo-akselerasjonen til et hvilket som helst system med en frihetsgrad for en gitt grunnakselerasjon. I slike spektere er den gitte grunnakselerasjonen den bestemt fra målinger som er registrert ved et tidligere inntruffet jordskjelv, eksempelvis det i figur 1.7. Dette betyr at responsspekteret viser responseren i alle mulige systemer på grunn av denne ene eksitasjonen, så lenge de har en frihetsgrad.

For en konstruktør er det av interesse å beregne belastningen som kan forekomme på nye eller eksisterende konstruksjoner eller kontrollere om disse konstruksjonene vil tåle den gitte belastningen. Det er da viktig å kunne anta størrelsen på belastningen som vil kunne inntreffe med tilstrekkelig nøyaktighet. De tidligere omtalte responsspekterene er gunstige for konstruktører da den dynamiske analysen for systemet er allerede gjennomført. I denne sammenheng introduseres begrepet design spektrum [3]. Et design spektrum er et plott av responseren til alle mulige systemer med en frihetsgrad utsatt for en statistisk beregnet grunnakselerasjon. Altså den grunnakselerasjonen som statistisk sett er forventet at skal kunne inntreffe i det aktuelle området som konstruksjonen skal plasseres.

Et design spektrum bør ideelt sett konstrueres utifra tidligere registrerte jordskjelv der konstruksjonen skal plasseres, men da slike målinger som oftest ikke er tilgjengelig for det aktuelle området, er det gunstig at design spekteret konstrueres på bakgrunn av tidligere registrerte grunnakselerasjoner i områder med tilsvarende forhold som konstruksjonen skal plasseres. Det etterstrebes følgende sammenlignbare dataer når målinger fra områder hvor konstruksjonen skal plasseres ikke foreligger eller er tilstrekkelig [3].

- Størrelsen på jordskjelvet
- Bruddmekanismen
- Den geologiske reiseveien for jordskjelvbølgene
- Lokale grunnforhold

Når en samling av grunnakselerasjoner ($\ddot{u}_{g1}, \ddot{u}_{g2}, \dots, \ddot{u}_{gn}, \dots, \ddot{u}_{gN}$) fra tidligere jordskjelv er innhentet skaleres samlingen av data slik at hver grunnakselerasjon eksempelvis har lik maksimal akselerasjon $\max|\ddot{u}_{g1}| = 1_g$. Den normaliserte samlingen består da av N normaliserte grunnakselerasjoner og gir opphav til N responspektre. Det finnes da N responsverdier for enten $S_D(T, \zeta)$, $S_V(T, \zeta)$ eller $S_A(T, \zeta)$ for en gitt T og ζ . En statistisk analyse av disse gir opphav til et design spektrum [3]. Når et elastisk pseudo-akselerasjon design spektrum er konstruert kan det benyttes som et pseudo-akselerasjon responspekter i den forstand at for en gitt svingeperiode til et lineærelastisk system kan maksimal pseudo-akselerasjon bestemmes fra designspektrumet.

1.10 Plastisk responspektrum

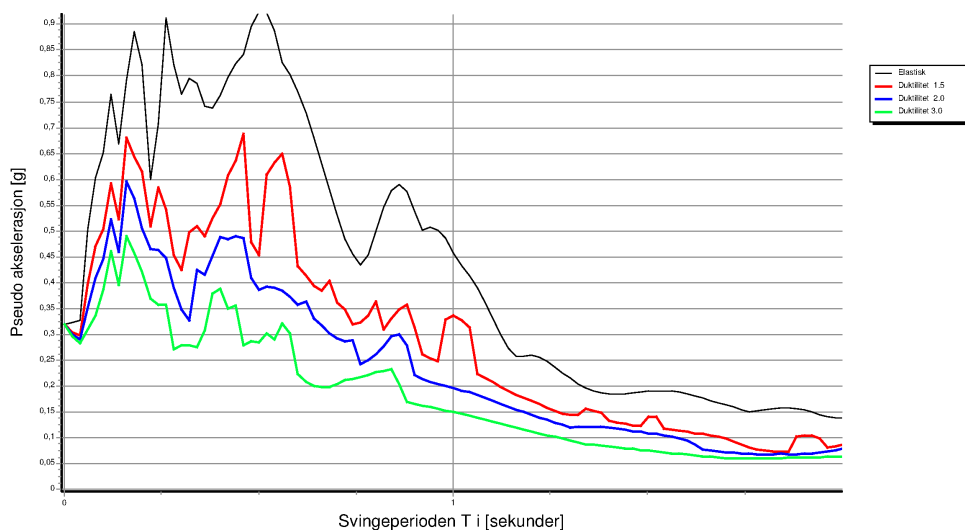
Dersom konstruksjonens oppførsel er uelastisk kan det i likhet med den lineærelastiske oppførselen konstrueres respons- og designspektre. Relasjonen i likning (1.60) er tilsvarende som relasjonen i likning (1.59), men det lineærelastiske systemet betraktes nå å ha en maksimal forskyvning tilsvarende forskyvningen før flyt.

$$S_{Ay}(T, \zeta, \mu) = \omega S_{Vy}(T, \zeta, \mu) = \omega^2 S_{Dy}(T, \zeta, \mu) = \omega^2 u_y \quad (1.60)$$

Responspektrumet for den elastoplastiske oppførselen av et system med en frihetsgrad konstrueres ved å ta utgangspunkt i et tilsvarende elastisk tilfelle, eksempelvis det i figur 1.5. Responset $u(t)$ til det elastiske systemet kan bestemmes og følgelig kan u_0 og f_0 bestemmes for et gitt dempningsforhold. Responset til det elastoplastiske systemet bestemmes så for en gitt duktilitetsfaktor μ . Kraften som initierer flyt bestemmes gjennom \bar{f}_y . Ved å anta et lineært forhold mellom $\log(\bar{f}_y)$ og $\log(\mu)$ sikres nøyaktigheten i \bar{f}_y gjennom en iterativ prosedyre som angitt i litteraturen [3]. For en gitt μ vil den approksimerte normaliserte flytstyrken kunne korrigeres gjennom den iterative prosessen til det er akseptabel samsvar mellom μ og \bar{f}_y slik at u_y kan bestemmes. Responsverdiene som angitt i likning (1.60) kan så bestemmes og et responspekter kan konstrueres for et bestemt antall svingeperioder.

Dersom det uelastiske systemet har en perfekt elastisk plastisk oppførsel og responspektrumet er bestemt kan den maksimale deformasjonen i det elastoplastiske systemet bestemmes. Likning (1.60) angir forskyvningen ved flyt og likning (1.48) gir definisjonen av duktilitetsfaktoren. Maksimal forskyvning av det elastoplastiske systemet med en frihetsgrad er gitt i likning (1.61).

$$u_{maks} = \mu u_y = \mu \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 S_{Ay}(T, \zeta, \mu) \quad (1.61)$$



Figur 1.9: Pseudo-akselerasjon responspektre for nord-sør komponenten av jordskjelvet ved Imperial Valley, California den 18 mai 1940. De registrerte målingene [10] er fra El Centro, California. 5% dempning og duktilitets faktor $\mu=1.5, 2.0$ og 3.0 .

Figur 1.9 viser fire forskjellige pseudo-akselerasjon responsspektre. Det responspektrumet som viser den største akselerasjonen er det elastiske spektrumet, det vil si $\mu = 1.0$. Påfølgende er tre uelastiske spektrere konstruert for duktilitetsfaktorene $\mu = 1.5$, $\mu = 2.0$ og $\mu = 3.0$. Spekteret er konstruert i SeismoSignal [37]. Responsspekteret er plottet i lineær skala for et dempningsforhold på 5%. Som det fremkommer av figuren er reduksjonen i akselerasjonen størst for en høyere duktilitetsfaktor og da akselerasjonen er knyttet til skjærkraften til systemet med en frihetsgrad (eksempelvis det i figur 1.3) er det klart at systemet kan dimensjoneres for en lavere belastning enn dersom det tilsvarende systemet var elastisk. Som det fremkommer av figur 1.9 er det en reduksjon i skjærkraften på 66% dersom systemet har $T = 1s$ og en $\mu = 3$ i motsetning til om konstruksjonen skulle forbli elastisk med 5% dempning. Ulempen med dette er at konstruksjonen får større varige deformasjoner og at deformasjonene blir tre ganger så store. Sistnevnte vil kunne medføre ytteligere påkjenninger som blant annet omtales i avsnitt 2.6.

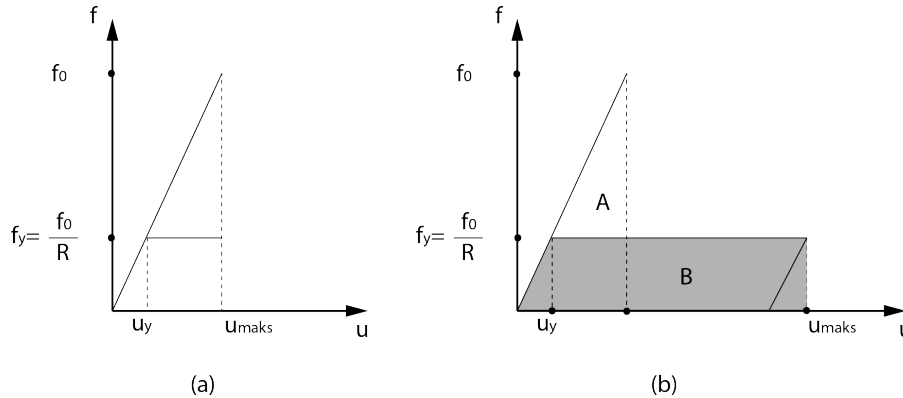
I avsnitt 1.8 ble noen aspekter av pseudo-akselerasjonsspektrumet belyst. For det uelastiske spekteret i figur 1.9 kan tilsvarende gjøres. Det er vist i litteraturene [3,44] at for systemer med en kort svingeperiode vil gevinsten av duktiliteten til systemet som er akselerasjonsstyrt være liten da $\bar{f}_y \rightarrow 1$ og den maksimale forskyvningen er da lik den elastiske forskyvningen. For konstruksjoner med en lang svingeperiode, det vil si i den delen av spekteret der responsen hovedsaklig er styrt av forskyvningen av grunnen, vil systemets maksimale forskyvning være avhengig av omgjøring av lik energimengde slik at $u_{maks} = \mu u_y$. Det påpekes også i [3] at for svingeperioder som ligger mellom de definerte områdene vil gevinsten av duktiliteten variere irregulært.

1.11 Plastisk design spektrum

Det er følgelig av interesse å utarbeide design spektrere som tar hensyn til den uelastiske oppførselen til systemer av tilsvarende grunn som for elastiske systemer. Et elastoplastisk design spektrum kan konstrueres på to forskjellige måter som beskrevet i litteraturen [3]. Den første metoden som spekteret kan konstrueres på er en tilsvarende metode som for det elastiske design-spekteret som beskrevet i avsnitt 1.9, men det tas hensyn til virkningen av den uelastiske oppførselen av systemet med en frihetsgrad. Den andre metoden tar utgangspunkt i det elastiske design spektrum for så og skalere det ned slik at det tar hensyn til at konstruksjonen opptar mer energi ved tilsvarende belastning. Det elastiske design spektrumet multipliseres så med \bar{f} eller divideres med $R = \frac{1}{\bar{f}}$ for å danne det plastiske design spektrumet. Som tidligere nevnt er duktilitetsfaktoren avhengig av den naturlige vinkelfrekvensen eller svingeperioden til systemet. Det er vist i litteraturene [3,44] at variasjonen i R for en gitt μ over alle de svingeperiodene som det uelastiske design spektrumet konstrueres for ikke er konstant, men avhenger av det ekvivalente systemets naturlige vinkelfrekvens (eller svingeperiode) og duktilitetsfaktoren. Det elastiske design spektrumet skaleres derfor ikke likt over det hele og det finnes flere utarbeidede relasjoner mellom elastiske og uelastiske spektrere.

I avsnitt 1.10 ble det belyst at for systemer med en kort svingeperiode er responsen til det elastoplastiske systemet og det ekvivalente elastiske systemet lik. Som det fremkommer av figur 1.10(a) er da deformasjonen $f_y = f_0$ som gir $\bar{f} = R = 1$. For områder der oppførselen er styrt av forskyvningen er duktilitetsfaktoren og reduksjonsfaktoren for systemer med denne oppførselen er gitt i likning (1.62).

$$R = \frac{u_{maks}}{u_y} = \mu \quad (1.62)$$



Figur 1.10: Illustrasjon av arbeidsdiagrammer til to duktile systemer. System med liten forskyvning(a) og system med stor forskyvning(b)

For duktile systemer der svingeperioden er relativ lang og der $u_{maks} > u_0$ må et tas høyde for at arealet A og arealet B i figur 1.10(b) er like. Det kan vises ved å løse likning (1.46) når arealene A og B betraktes at reduksjonsfaktoren for tilfellet der $u_{maks} > u_0$ kan uttrykkes som i likning (1.63). For systemer der svingeperioden er veldig liten $T \rightarrow 0$ vil en verdi av $R = 1$ være hensiktsmessig da konstruksjoner med disse egenskapene vil ha en oppførsel som er uavhengig av responsen til systemet, men heller av grunnakselerasjonen [3, 44].

Betongkonstruksjoner som er duktile og som utsettes for gjentatte sykluser som i et jordskjelv vil dette kunne føre til at armeringen flyter og betongen til en vis grad knuses. Som følge av dette vil stivheten til systemet avta med gjentatte sykluser av belastning. Det er påpekt i litteraturen [3, 44] at flere beskrivelser er gjort av forskere for å fastsette variasjonen i R , men at den overnevnte beskrivelsen er konservativ for systemer som har en bilinear forskyvningsoppførsel eller der stivheten avtar med gjentatte sykluser.

$$R = \sqrt{2\mu - 1} \quad (1.63)$$

1.12 Responsspektre i NS-EN 1998-1

NS-EN 1998-1 angir fire forskjellige typer responspektre. De fire er; horisontalt elastisk responspektrum, vertikalt elastisk responspektrum, elastisk responspektrum for forskyvning og dimensjonerende spektrum for elastisk analyse. For å kunne konstruere det ønskede responspektret tas det utgangspunkt i berggrunnens grunnakselerasjon a_g gjennom sonekart utarbeidet og presentert i det nasjonale tillegget til NS-EN 1998-1 for det enkelte land. a_g representerer den akselerasjonen som med en returperiode på 475 år har 10% sannsynlighet for å bli overskredet innen 50 år [24]. Responspektrene utarbeides for enkelt å kunne bestemme responsen til et system med en frihetsgrad på stedet der konstruksjonen skal oppføres. Det tas hensyn til de lokale grunnforholdene i de enkelte spektrere. For det horisontale elastiske responspektret $S_e(T)$, som er normalisert over a_g , finnes det elastiske en-frihetsgrad systemets pseudo akselerasjon parallellt med grunnen, altså horisontal retning. For det vertikale elastiske responspektrum $S_{ve}(T)$ kan den vertikale komponenten

av den seismiske påvirkningen bestemmes. Det elastiske responsspektrum for forskyvning $S_{De}(T)$ benyttes for konstruksjoner med lang egensvingeperiode [24]. $S_{De}(T)$ omtales ikke i det videre, men en kommentar vedrørende $S_{ve}(T)$ gis i avsnitt 7.2. I det dimensjonerende spektrumet $S_d(T)$ er det elastiske spektrumet skalert ned med en faktor q og svarer da til design-spektrum som omtalt i avsnitt 1.11. Akselerasjonen i det uelastiske systemet med en frihetsgrad bestemmes for en gitt svingeperiode T , tilsvarende som for $S_e(T)$ ved å multiplisere spektralverdien ved T med berggrunnens grunnakselerasjon. For konstruksjoner som kan beregnes som regulære kan konstruksjonen deles opp i to plane modeller der enten $S_e(T)$ eller $S_d(T)$ benyttes for hver av de to ortogonale retningene som skal beregnes. Metoden for å bestemme $S_e(T)$ og $S_d(T)$ gjennomgås i det følgende. Det kan bemerkes at NS-EN 1998-1 åpner for bruk av en mere nøyaktig presentasjon av responsen til en konstruksjon, men da beskrives konstruksjonens oppførsel som en funksjon av tiden.

Horisontalt responsspektrum

Verdien som benyttes for å konstruere det horisontale responsspektrumet er gitt i likning (1.64) og beskrevet punktvis i det videre.

$$\begin{aligned}
 S_e(T) &= a_g S \left[1 + \frac{T}{T_B} (2.5\eta - 1) \right] && \text{for } 0 \leq T \leq T_B \\
 S_e(T) &= 2.5a_g S \eta && \text{for } T_B \leq T \leq T_C \\
 S_e(T) &= 2.5a_g S \eta \left[\frac{T_C}{T} \right] && \text{for } T_C \leq T \leq T_D \\
 S_e(T) &= 2.5a_g S \eta \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] && \text{for } T_D \leq T \leq 4s
 \end{aligned}
 \tag{1.64}$$

- $S_e(T)$ er det elastiske responsspekteret.
- a_g er den dimensjonerende grunnakselerasjonen for grunntype A. NS-EN 1998-1 spesifiserer syv grunntyper (A – E), S_1 og S_2 . Grunntype A tilsvarer fast fjell, mens de andre grunntypene er grunnforhold som gir en ugunstigere seismisk virkning på bygget. γ_1 er en seismisk faktor som avhenger av hvilken seismisk klasse konstruksjonen er definert under. Den seismiske klassen legger til grunn konsekvensene for sammenbrudd dersom det skulle inntreffe et jordskjelv. Eksempelvis for sykehus som har seismisk klasse IV er $\gamma_1 = 2.0$, men for kaier og fortøyningsanlegg for sport og fritidsbåter i seismisk klasse I, er $\gamma_1 = 0.7$. $\gamma_1 = 1$ representerer en seismisk belastning med en returperiode på 475 år som tidligere nevnt. De seismiske klassene er ikke entydig definert i det nasjonale tillegget og må enkelte ganger etter anmodning fra Standard Norge vurderes spesielt [34]. Verdien for grunnakselerasjonen på det aktuelle stedet der konstruksjonen skal kontrolleres bestemmes i det nasjonale tillegget [24] fra sonkart som angir berggrunnens akselerasjon normalisert til $1 \times g$ ved $f = 40H_z$. NS-EN 1998-1 legger til grunn a_{gR} som referanse spissverdien for berggrunnens grunnakselerasjonen, det vil si grunntype A. a_{gR} er normalisert ved $1 \times g$ ved frekvensen $f \rightarrow \infty$ [24]. Faktoren 0.8 i likning (1.65) er en overgangsfaktor som tar hensyn til dette.

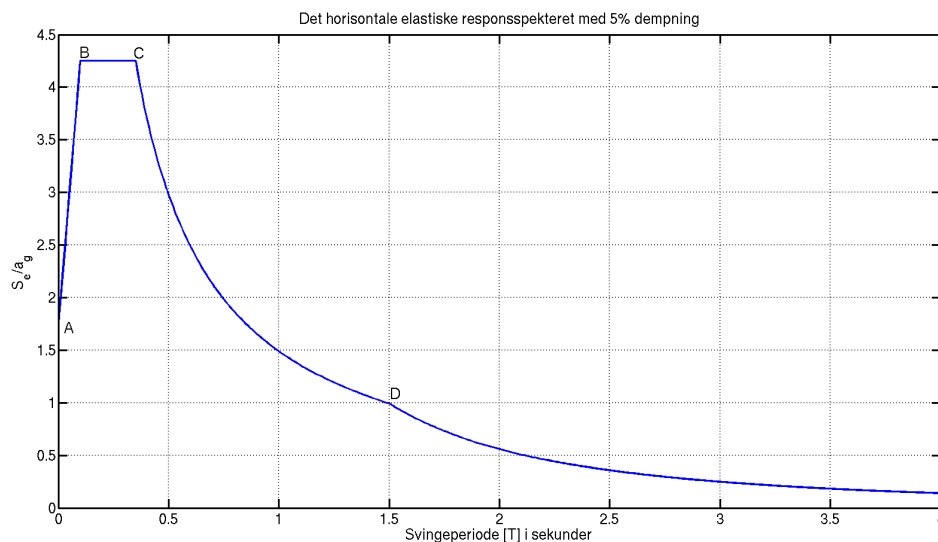
$$a_g = \gamma_1 a_{gR} = \gamma_1 0.8 a_{g40Hz} \tag{1.65}$$

- T er svingeperioden for et lineært-elastisk system med en frihetsgrad
- T_B er den nedre grenseverdien av området med konstant spektralakselerasjon
- T_C er øvre grenseverdien av området med konstant spektralakselerasjon
- T_D er verdien som definerer begynnelsen på spekterets område for konstant forskyvning
- S er en forsterkningsfaktor som er avhengig av grunnforholdene. Forsterkningsfaktoren som angitt i tabell 1.1 og verdiene er utarbeidet av Norges Geotekniske Institutt for det nasjonale tillegget.
- η er en modifikasjonsfaktor for dempningsforholdet ($\eta = 1$ tilsvarer 5% viskøs demping)

Figur 1.11 viser det horisontale elastiske responsspekteret beregnet etter NS-EN 1998-1 for en konstruksjon i seismisk klasse IV, plassert på Østlandsområdet i Norge. Spekteret er konstruert for grunntype E.

Tabell 1.1: Verdier for beskrivelse av responsspekteret under hensynstakelse av grunntypen etter NS-EN 1998-1

Grunntype	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1.00	0.10	0.25	1.5
B	1.25	0.10	0.30	1.5
C	1.40	0.15	0.35	1.5
D	1.60	0.15	0.45	1.5
E	1.70	0.10	0.35	1.5



Figur 1.11: Det horisontale elastiske responsspektrumet med 5% demping for konstruksjon i seismisk klasse IV på grunntype E i Østlandsområdet

Dimensjonerende spektrum for elastisk analyse

Konstruksjoner som deformeres utover det elastiske området for en bestemt seismisk belastning vil kunne oppta mer energi enn det tilsvarende elastiske systemet kan for den samme seismiske lasten. Dette betyr at den seismiske lasten kan være høyere for systemer med evnen til å deformere utover det elastiske området. I det dimensjonerende spektrumet for elastisk analyse er det elastiske spektrumet skalert med en faktor q som er en variant av den tidligere omtalte R . NS-EN 1998-1 tar hensyn til den uelastiske oppførselen av en konstruksjon gjennom dette spektrumet.

Konstruksjonsfaktoren q er definert for tre mulige duktilitetsklasser i NS-EN 1998-1. Klassene som kan benyttes avhenger av størrelsen på akselerasjonen på det aktuelle stedet og den seismiske klassen som bygget er klassifisert i.

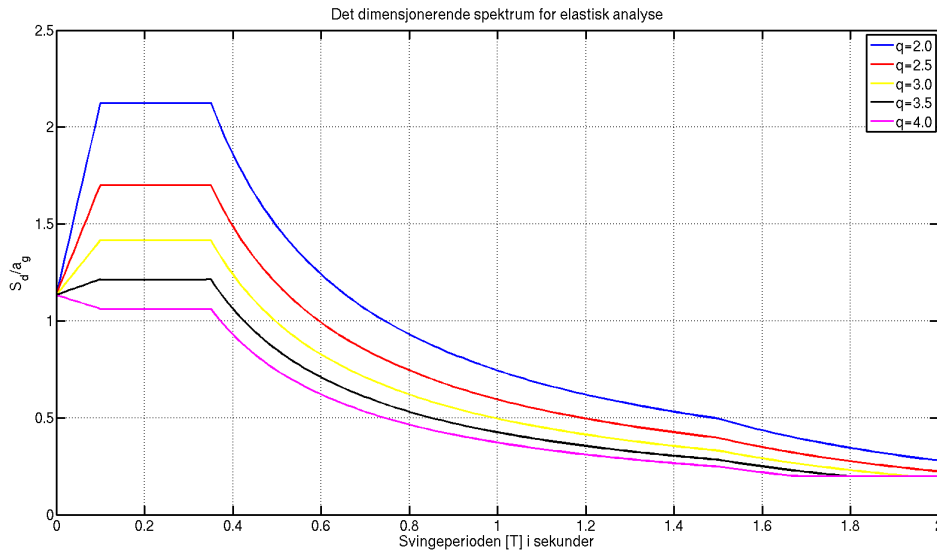
- For lette bygninger i seismisk klasse I der $a_g S < 0.005g = 0.49 \frac{m}{s^2}$ eller $S_d < 0.05g = 0.49 \frac{m}{s^2}$ beregnet med $q \leq 1.5$ kan det sees bort ifra NS-EN 1998-1.
- For konstruksjoner av betong der $a_g S < 0.1g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ kan duktilitets klasse lav (*eng. ductility class low*) også kalt DCL benyttes. Konstruksjonsfaktoren gis da en verdi mellom 1 og 1.5, men ikke høyere enn sistnevnte. Dersom skjærkraften ved fundamentnivå er høyere på grunn av andre lastvirkninger enn den seismiske lasten kreves det ingen ytterligere påvisning av kapasiteten. Dette kan foreksempel være vindlasten.
- For konstruksjoner av betong der $a_g S < 0.25g = 4.45 \frac{m}{s^2}$ kan DCL benyttes dersom konstruksjonen kontrolleres for de seismiske lastene også når skjærkraften ved fundamentnivå ikke er høyest for bestemte lastvirkninger, (se punktet over). Betong konstruksjoner i DCL detaljeres uten ytterligere detaljeringskrav i henhold til NS-EN 1992-1:2004+NA:2008 Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger [24] som i det videre omtales som NS-EN 1992-1.
- For konstruksjoner av betong der $a_g S \geq 0.25g = 4.45 \frac{m}{s^2}$ skal duktilitets klasse middels (*eng. ductility class medium*) også kalt DCM benyttes. Konstruksjonsfaktoren $1.5 < q \leq 4.0$. Betongkonstruksjoner skal da detaljeres slik at en duktil deformasjons mekanisme er definert. Detaljeringen er avhengig av konstruksjonstype og materiale og spesifikke regler og retningslinjer er angitt i NS-EN 1998-1.
- For områder der akselerasjonen av berggrunnen er høy kan det være hensiktsmessig å ha en svært duktil konstruksjon. Duktilitets klasse høy (*eng. ductility class high*) også kalt DCH er definert i NS-EN 1998-1 og tillater at konstruksjonsfaktoren har høyere verdi en det som er angitt for DCM. Det vil si $q > 4.0$, men det nasjonale tillegget [24] angir at $q = 4$ er den høyeste verdien av konstruksjons faktoren som kan benyttes i Norge. Det vil si at DCH ikke kan benyttes. Duktilitetsklassen svarer til at en definert stabil mekanisme er i stand til å oppføre seg duktilt for store deformasjoner slik energien som omformes til blant annet varme er høyere enn det den er for DCM.

Følgende verdier beregnes for å konstruere spekteret. Som tidligere omtalt i avsnitt 1.11 skaleres ikke spekteret likt over det hele. Årsaken til dette er som tidligere beskrevet at oppførselen til systemet er avhengig av systemets svingeperiode. Det dimensjonerende spektrum for elastisk analyse er ikke egnet for konstruksjoner med spesielle energi absorberende mekanismer eller vibrasjons isolering som beskrevet i litteraturene [18, 24], men slike systemer er mer egnet der den seismiske belastningen er høy.

- $S_d(T)$ er det dimensjonerende spektrum for elastisk analyse.
- q er konstruksjonsfaktoren. Som diskutert avhenger faktoren av materialvalg samt geometrien til bæresystemet som skal motså den seismiske belastningen.
- β er den nedre grenseverdien for det horisontale dimensjonerende spekteret. Verdien på denne er angitt i det nasjonale tillegget til NS-EN 1998-1 som $\beta = 0.2$.

$$\begin{aligned}
 S_d(T) &= a_g S \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \left(\frac{2.5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] && \text{for } 0 \leq T \leq T_B \\
 S_d(T) &= \frac{2.5}{q} a_g S && \text{for } T_B \leq T \leq T_C \\
 S_d(T) &\begin{cases} = \frac{2.5}{q} a_g S \left[\frac{T_C}{T} \right] \\ \geq \beta a_g \end{cases} && \text{for } T_C \leq T \leq T_D \\
 S_d(T) &\begin{cases} = \frac{2.5}{q} a_g S \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] \\ \geq \beta a_g \end{cases} && \text{for } T_D \leq T
 \end{aligned}
 \tag{1.66}$$

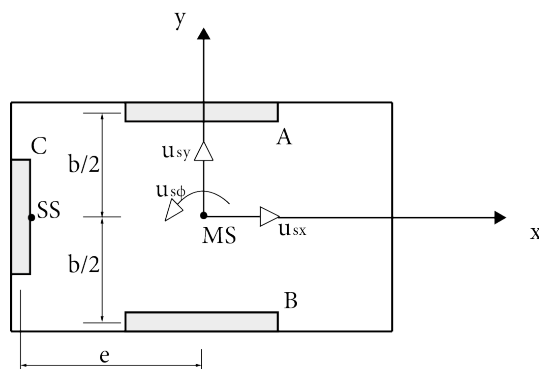
Figur 1.12 viser det dimensjonerende spektrum for elastisk analyse konstruert for en analyse av et betongbygg i Østlandsområdet oppført på grunnforhold E. Det er benyttet flere verdier av konstruksjonsfaktoren for å illustrere reduksjonen i den seismiske belastningen. Som det fremkommer av likning (1.66) skaleres ikke spekteret likt over det hele ved å dividere de elastiske spekteret med verdien av q . I området der responsen er styrt av akselerasjonen og konstruksjonen er så stiv at en elastisk oppførsel er å forvente vil det dimensjonerende spektrumet gi en verdi $S_d(T \rightarrow 0) = \frac{2}{3} a_g S$ i motsetning til det elastiske spekteret der $S_e(T \rightarrow 0) = a_g S$. Dette betyr at det det elastiske spekteret innehar en sikkerhetsfaktor på 1.5 som også presiseres i litteraturen [3].



Figur 1.12: Det dimensjonerende spektrum for elastisk analyse for en konstruksjon i seismisk klasse IV oppført på grunnstype E i Østlandsområdet med konstruksjonsfaktor $q = 2.0 - 4.0$

1.13 Regularitet og symetri i konstruksjoner

Det kan etter NS-EN 1998-1 benyttes forenklete analysemetoder for den dynamiske analysen til konstruksjonen dersom det stilles krav byggets regularitet i oppriss og plan. Generelt kan den dynamiske analysen for en konstruksjon med lineær elastisk oppførsel beregnes utifra en rommelig modell. Dersom konstruksjonen har tilstrekkelig regularitet kan konstruksjonen deles opp i to eller flere modeller som kan betraktes individuelt.



Figur 1.13: Illustrasjon av planskisse av bygg for beregning av regularitet

Figur 1.13 viser en planskisse av et bygg som er avstivet med veggskivene A , B og C . Planskissen viser ikke en overliggende horisontal skive som binder de tre skivene sammen. Byggets plan ligger i planet (x, y) . Dekket antas uendelig stift og skivene har en uniform stivhet kun i den retningen der skivens stivhet er størst. Stivheten er null i alle andre retninger. b er avstanden mellom skivene A og B . SS er stivhetssenteret til konstruksjonen og MS er massesenteret til konstruksjonen. Det er av interesse å analysere modellen for dens respons dersom stivhetssenteret sammenfaller med massesenteret.

La f_{sx} , f_{sy} og $f_{s\phi}$ være kreftene i massesenteret og forskyvningene er som definert i figur 1.13. Stivhetsrelasjonen mellom kraft og forskyvningsvektoren blir som definert i likning (1.67).

$$\begin{bmatrix} f_{sx} \\ f_{sy} \\ f_{s\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{x\phi} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{y\phi} \\ k_{\phi x} & k_{\phi y} & k_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \\ u_{s\phi} \end{bmatrix} \quad (1.67)$$

Stivheten til de tre skivene kan bestemmes utifra den lineære sammenhengen $f = ku$. Eksempelvis for skive C er stivheten $k_c = \frac{f_{sc}}{u_c}$. Det kan bemerkes at for skiver forårsaker geometrien ofte at stivheten er summen av bøyestivheten og skjærstivheten til skiven da lengde-høyde forholdet kan være stort. Det søkes nå å etablere stivhetsrelasjonen som angitt i likning (1.67). Det benyttes enhetsforskyvningsmetoden som er gyldig for lineærelastiske konstruksjoner. I enhetsforskyvningsmetoden som omtalt i litteraturene [3, 17] gir en frihetsgrad i systemet en enhetsverdi og alle andre frihetsgrader har null forskyvning.

For tilfellet når $u_{sy} = u_{s\phi} = 0$, $u_{sx} = 1$.

$$\begin{aligned}
k_{xx} &= k_A + k_B \\
k_{yx} &= 0 \\
k_{\phi x} &= (k_B - k_A) \frac{b}{2}
\end{aligned} \tag{1.68}$$

For tilfellet når $u_{sx} = u_{s\phi} = 0$, $u_{sy} = 1$.

$$\begin{aligned}
k_{xy} &= 0 \\
k_{yy} &= k_C \\
k_{\phi y} &= -k_C e
\end{aligned} \tag{1.69}$$

For tilfellet når $u_{sx} = u_{sy} = 0$, $u_{s\phi} = 1$.

$$\begin{aligned}
k_{x\phi} &= (k_B - k_A) \frac{b}{2} \\
k_{y\phi} &= -k_C e \\
k_{\phi\phi} &= (k_A + k_B) \left(\frac{b}{2}\right)^2 + k_C e^2
\end{aligned} \tag{1.70}$$

Fra likning (1.68)-(1.70) finnes stivhetsmatrisen som gitt i likning (1.71).

$$\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{x\phi} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{y\phi} \\ k_{\phi x} & k_{\phi y} & k_{\phi\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_A + k_B & 0 & (k_B - k_A) \frac{b}{2} \\ 0 & k_C & -k_C e \\ (k_B - k_A) \frac{b}{2} & -k_C e & (k_A + k_B) \left(\frac{b}{2}\right)^2 + k_C e^2 \end{bmatrix} \tag{1.71}$$

Som det fremkommer av likning (1.67) og (1.71) forårsaker stivhetsrelasjonen at det er en kobling mellom forskyvningene og rotasjonene i konstruksjonen. Dersom byggets stivhets-senter er sammenfallende med massesenteret og $k_A = k_B = k$ er $e = 0$ og stivheten i bygget i begge de ortogonale retningene er uniform. Stivhetsmatrisen i likning (1.71) reduseres til matrisen i likning (1.72). Det er ingen kobling mellom forskyvningene og rotasjonene og det er klart at konstruksjonen kan deles opp i to plane modeller.

$$\begin{bmatrix} 2k & 0 & 0 \\ 0 & k_C & 0 \\ 0 & 0 & 2k \left(\frac{b}{2}\right)^2 \end{bmatrix} \tag{1.72}$$

1.14 Egenverdianalyse

Det fremkommer i avsnitt 1.8, 1.9, 1.10 og 1.11 at det avgjørende for bestemmelse av den seismiske belastningen er konstruksjonens svingeperioder eller naturlige vinkelfrekvenser. Det ble også definert i avsnitt 1.3 at den naturlige vinkelfrekvensen for et system med en frihetsgrad er forholdet mellom konstruksjonens stivhet og masse. I avsnitt 1.4 ble tilsvarende vist for et system med en generalisert frihetsgrad. Det er av interesse å bestemme

de naturlige vinkelfrekvensene og de tilhørende svingemodene for en konstruksjon med N dynamiske frihetsgrader. For systemet med N frihetsgrader finnes det N antall naturlige vinkelfrekvenser og tilhørende svingemoder. I begrepet naturlige vinkelfrekvenser er det implisitt at verdiene er naturlige i den forstand at de ikke påvirkes av ytre påkjenninger, men er basert på de naturlige egenskapene til konstruksjonen. Det er av den grunn konstruksjonen utsettes for fri svingning. For å vise hvordan en konstruksjons naturlige vinkelfrekvens og svingemoder kan bestemmes, betraktes et system utsatt for fri svingning. Det antas at forskyvningen kan beskrives ved likning (1.73).

$$\mathbf{u}(t) = q_n \phi_n \quad (1.73)$$

Da systemet utsettes for fri svingning kan den tidsavhengige delen beskrives ved likning (1.74). A_n og B_n bestemmes utifra systemets initialbetingelser.

$$q_n(t) = A_n \sin(\omega_n t) + B_n \cos(\omega_n t) \quad (1.74)$$

Forskyvningsantagelsen gitt i likning (1.73) deriveres og substitueres inn i likningen for et system som svinger fritt.

$$[-\omega_n \mathbf{m} \phi_n + \mathbf{k} \phi_n] q_n(t) = 0 \quad (1.75)$$

Som det fremkommer ifra likning (1.75) er det to løsninger på denne likningen. Den trivielle løsningen $q_n(t) = 0$ betyr at det ikke vil være bevegelse i frihetsgradene og en videre analyse er ikke av interesse. Ikke-triviell løsning må være den løsningen som søkes. Tilsvarende som likning (1.75) vil en triviell løsning av likning (1.77) bety at systemet ikke har beveget seg.

$$\mathbf{k} \phi_n = \omega_n^2 \mathbf{m} \phi_n \quad (1.76)$$

$$[\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}] \phi_n = 0 \quad (1.77)$$

Ikke-triviell løsning av likning (1.77) betyr at uttrykket i parentes må være singulært. Likning (1.78) løses for alle ω_n .

$$\det. [\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}] = 0 \quad (1.78)$$

Slik det fremkommer av det foregående er det ikke mulig å bestemme amplituden på de N svingemodene, men kun formen. Dersom det er ønskelig å bestemme størrelsen på amplituden må det utføres en modal tidshistorie analyse. Når alle de N naturlige vinkelfrekvenser er kjent, der den n 'te betegnes ω_n , kan formen på modene bestemmes ifra likning (1.77).

1.15 Modal tidshistorie analyse

Forskyvningsvektoren \mathbf{u} er en vektor av dimensjon $N \times 1$. $q_s(t)$ er en tidsavhengig amplitude til en mode s som tidligere er funnet i en egenverdianalyse av konstruksjonen tilsvarende den i avsnitt 1.14. Likning (1.79) uttrykker at forskyvningen til konstruksjonen

kan beskrives som summen av alle moder ϕ_s multiplisert med en modalkordinat $q_s(t)$ for $s = (1, 2, \dots, N)$. Bakgrunnen for dette er et resultat av superposisjonsprinsippet og at en vektor med størrelse N kan benyttes som basis for å representere hvilken som helst annen vektor med samme størrelse [3].

$$\mathbf{u} = \sum_{s=1}^N \phi_s q_s(t) \quad (1.79)$$

Den dynamiske likevektslikningen for en konstruksjon med demping utsatt for effektive jordskjelvlaster er gitt i likning (1.80). Systemet som betraktes må være lineært-elastisk da metoden bygger på superposisjonsprinsippet og er kun gyldig for denne type oppførsel. Systemet har N frihetsgrader og likning (1.80) består av N koblede differensiallikninger.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}_{eff}(t) \quad (1.80)$$

Ved å substituere likning (1.79) inn i likning (1.80) fås likning (1.81).

$$\sum_{s=1}^N \mathbf{m}\phi_s \ddot{q}_s(t) + \sum_{s=1}^N \mathbf{c}\phi_s \dot{q}_s(t) + \sum_{s=1}^N \mathbf{k}\phi_s q_s(t) = -\mathbf{m}\boldsymbol{\nu}\ddot{u}_g(t) \quad (1.81)$$

Likning (1.81) multipliseres så med ϕ_n^T .

$$\sum_{s=1}^N \phi_n^T \mathbf{m}\phi_s \ddot{q}_s(t) + \sum_{s=1}^N \phi_n^T \mathbf{c}\phi_s \dot{q}_s(t) + \sum_{s=1}^N \phi_n^T \mathbf{k}\phi_s q_s(t) = -\phi_n^T \mathbf{m}\boldsymbol{\nu}\ddot{u}_g(t) \quad (1.82)$$

På grunn av modenes ortogonalitet kan alle ledd i summen mellom første og siste ledd på venstre side av likning (1.82) der $s \neq n$ elimineres. Det er vist i litteraturen [3] at modene er ortogonale når systemet er lineærelastisk. Dette kan tolkes som at arbeidet utført av den n 'te modes treghetskrefter gjennom mode s er lik null [3]. Det vil si at bidraget fra hver mode er uavhengig av alle andre moder. Som det fremkommer i det videre er dette argumentet essensielt for modalanalyse og de forenklede metodene som benyttes i jordskjelvanalyse på bygninger i Norge.

$$\phi_n^T \mathbf{m}\phi_n \ddot{q}_n(t) + \sum_{s=1}^N \phi_n^T \mathbf{c}\phi_s \dot{q}_s(t) + \phi_n^T \mathbf{k}\phi_n q_n(t) = -\phi_n^T \mathbf{m}\boldsymbol{\nu}\ddot{u}_g(t) \quad (1.83)$$

Likning (1.83) kan skrives som gitt i likning (1.84) der sammenhengen mellom dem er gitt i likning (1.85).

$$M_n \ddot{q}_n(t) + \sum_{s=1}^N \phi_n^T \mathbf{c}\phi_s \dot{q}_s(t) + K_n q_n(t) = -L_n \ddot{u}_g(t) \quad (1.84)$$

$$M_n = \phi_n^T \mathbf{m}\phi_n, \quad K_n = \phi_n^T \mathbf{k}\phi_n, \quad \phi_n^T \mathbf{p}_{eff}(t) = -\phi_n^T \mathbf{m}\boldsymbol{\nu}\ddot{u}_g(t) = -L_n \ddot{u}_g(t) \quad (1.85)$$

Dersom det antas at $\mathbf{c} = \mathbf{0}$ i likning (1.84) betyr det at systemet er udempet og alle ledd i summetegnet frafaller. Likning (1.86) er da differensiallikningen som må løses for å finne amplituden til mode n . For tilfellet med $\mathbf{c} = \mathbf{0}$ finnes det nå like mange ukoblede differensiallikninger for den amplituden som det finnes moder, det vil si N likninger. Systemet har da blitt redusert fra å inneholde N koblede differensiallikninger til å bli et sett med N ukoblede likninger på formen som likning (1.87).

$$M_n \ddot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = -L_n \ddot{u}_g(t) \quad (1.86)$$

$$\ddot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = -\frac{L_n \ddot{u}_g(t)}{M_n} \quad (1.87)$$

Dersom $\mathbf{c} \neq \mathbf{0}$ er systemet igjen koblet gjennom dempningsleddet tilsvarende som i likning (1.84). Som beskrevet i litteraturen [3] er dempningsmatrisen diagonal dersom systemet er klassisk dempet. Dette betyr at differensiallikningene igjen ukoblet. Med klassisk dempning menes at systemets dempning er beskrevet ved en idealisering. Denne idealiseringen kan benyttes dersom systemets dempning er antatt å være fordelt utover konstruksjonen og ikke konsentrert i deler av den. Som nevnt tidligere er det upraktisk å bestemme dempningsmatrisen utifra dimensjonene til delene i konstruksjonen slik som for stivhetsmatrisen [3]. Dempningen i et system kan istedet bestemmes fra antatte modale dempningsforhold ζ_n . Tabell 1.2 viser noen verdier for modale dempningsforhold for konstruksjoner. Slik det fremkommer i tabellen er dempningen i materialet avhengig av spenningstilstanden. Dempningen i en konstruksjon kan bestemmes utfra de anslåtte dempningsverdiene. En idealisering i form av et klassisk dempet system kan benyttes dersom de modale dempningsforholdene er jevnt over likt i konstruksjonen. Eksempelvis vil dempningen i vannet være liten i forhold til dempningen i demningen som holder vannet på plass. En dempningsmatrise som beskriver et slikt system vil ikke være et klassisk dempet system og dempningsmatrisen må konstrueres eksempelvis fra undermatriser [3] som kan være klassisk dempede. NS-EN 1998-1 benytter 5% dempning uavhengig av materialvalg, men i NS-EN 1998-3:2005 Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning Del 3: Vurdering og forsterkning av eksisterende bygninger [25] tillates det at η kan modifieres, men en slik modifisering vil ikke foreligge i noen av analysene som utføres i denne avhandling.

I likning (1.88) er matrisen \mathbf{c} en diagonal matrise. Det er da antatt at systemet er klassisk dempet. Definerer modalt dempningsforhold ζ_n i likning (1.89) som dempningsens innvirkning på mode n . De N søkte amplitudene for det dempede systemet kan finnes ved og løse likning (1.89).

$$M_n \ddot{q}_n(t) + \phi_n^T \mathbf{c} \phi_n \dot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = -L_n \ddot{u}_g(t) \quad (1.88)$$

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = -\frac{L_n \ddot{u}_g(t)}{M_n} \quad (1.89)$$

Likning (1.89) kan omskrives til likning (1.90). Relasjonen mellom dem er gitt i likning (1.91) og en løsning av den omskrevde likningen gir den søkte amplituden. Det bemerkes at likning (1.90) tilsvarer et system med en frihetsgrad som ble betraktet i avsnitt 1.3. Dette systemet har en forskyvning $D_n(t)$ og masse $m = 1$.

Tabell 1.2: Anbefalte verdier for modale dempningsforhold i henhold til litteraturen [3]

Spenningsstilstand	Material	Dempningsforhold
mindre enn halve flytespenningen	Urisset armert betong	0.02 – 0.03
	Risset armert betong	0.03 – 0.05
	Sveiset stål	0.02 – 0.03
rett under flytespenningen	Urisset armert betong	0.07 – 0.10
	Sveiset stål	0.05 – 0.07

$$\ddot{D}_n(t) + 2\zeta_n\omega_n\dot{D}_n(t) + \omega_n^2D_n(t) = -\ddot{u}_g(t) \quad (1.90)$$

$$D_n(t) = q_n(t)\frac{M_n}{L_n} \quad (1.91)$$

Den søkte tidsavhengige amplituden $q_n(t)$ til mode ϕ_n finnes ved å løse likning (1.90). Samt benytte relasjonen i likning (1.91).

Modens bidrag til responsen

Den n 'te modes bidrag til den totale forskyvningen må være $\mathbf{u}_n(t)$ og de krefter som svarer til denne forskyvningen er $\mathbf{f}_n(t)$. Den sistnevnte er gitt i likning (1.92) der relasjonen fra likning (1.76) er benyttet.

$$\mathbf{f}_n(t) = \mathbf{k}\mathbf{u}_n(t) = \mathbf{k}\phi_n q_n(t) = \mathbf{k}\phi_n \frac{L_n}{M_n} D_n(t) = \omega_n^2 \mathbf{m}\phi_n \frac{L_n}{M_n} D_n(t) \quad (1.92)$$

Tilsvarende som i likning (1.58) kan likning (1.92) uttrykkes med pusedo akselerasjonen for den n 'te mode som vist i likning (1.93) der $S_{An}(t, T_n, \zeta_n) = \omega_n^2 D_n(t)$. \mathbf{s}_n er den n 'te modes bidrag til fordelingen av krefter i lastvektoren. Denne er uavhengig av hvordan de N modene som ble funnet i egenverdianalysen er normalisert [3].

$$\mathbf{f}_n(t) = \mathbf{m}\phi_n \frac{L_n}{M_n} S_{An}(t, T_n, \zeta_n) = \mathbf{s}_n S_{An}(t, T_n, \zeta_n) \quad (1.93)$$

Definerer $r(t)$ som den totale responsen til konstruksjonen. Med respons menes her forskyvning, moment, skjærkraft, etc.. Analogt med likning (1.93) er den n 'te modes bidrag til responsen $r_n(t)$ og består av en statisk del og en tidsavhengig del. $r_n(t)$ bestemmes ved en statisk analyse av konstruksjonen som betraktes. Konstruksjonen påføres den delen av lasten som i likning (1.93) ikke er tidsavhengig, altså \mathbf{s}_n . Den statiske responsen til konstruksjonen på grunn av dette fiktive lasttilfellet er r_n^{st} . Med et fiktivt lasttilfelle menes det at benevningen til lastene har samme benevning som massen i bygget. De er da ikke krefter, men masser.

$$r_n(t) = r_n^{st} S_{An}(t, T_n, \zeta_n) \quad (1.94)$$

Den samlede responsen $r(t)$ til systemet der eksempelvis $r(t) = \{u(t); M(t); V(t)\}$ finnes ved å erstatte det statiske bidraget r_n^{st} med hennholdsvis u_n^{st} , M_n^{st} eller V_n^{st} som i likning (1.95).

$$r(t) = \sum_{n=1}^N r_n(t) = \sum_{n=1}^N r_n^{st} S_{An}(t, T_n, \zeta_n) \quad (1.95)$$

Effektiv modal masse

Den vilkårlige responsen til et system er angitt som $r(t)$ og dens n 'te modes bidrag er gitt i likning (1.94). Det fremkommer av likning (1.94) og (1.95) at dersom responsen $r(t)$ skal tilsvare en kraft må r_n^{st} være en masse, dersom $r(t)$ skal tilsvare et moment må r_n^{st} være masse multiplisert med en høyde. Den n 'te modes bidrag til skjærkraften ved fundamentet, eksempelvis til konstruksjonen i figur 1.3, er gitt i likning (1.96). Som tidligere beskrevet må r_n^{st} svare til en masse som blir tydelig i sammenligning med likning (1.55). Likning (1.96) angir den n 'te modes bidrag til skjærkraften ved fundamentet.

$$V_{fnd.,n}(t) = V_{fnd.,n}^{st} S_{An}(t, T_n, \zeta_n) = M_n^* S_{An}(t, T_n, \zeta_n) \quad (1.96)$$

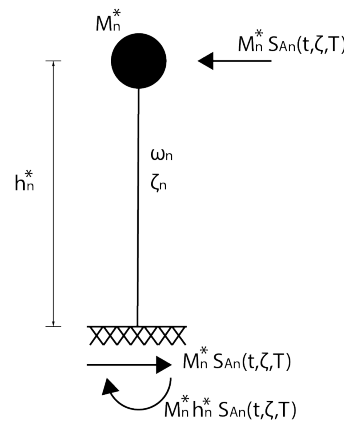
Som det fremkommer av likning (1.96) og (1.55) representerer M_n^* massen til et system med en frihetsgrad, naturlig vinkelfrekvens ω_n og dempningsforhold ζ_n . Den massen M_n^* som i det representative systemet med en frihetsgrad for mode n , vil gi det samme skjærbidraget ved fundament nivå $V_{fnd.,n}$ som skjærbidraget fra alle de statisk fiktive lastene i \mathbf{s}_n kalles den effektive modale masse [3].

Den n 'te modes bidrag til momentet i fundamentet til systemet med en frihetsgrad er gitt i likning (1.97). h_n^* er høyden til systemet med en frihetsgrad og kalles effektiv modal høyde [3] (se figur 1.14).

$$M_{fnd.,n}(t) = M_{fnd.,n}^{st} S_{An}(t, T_n, \zeta_n) = h_n^* V_{fnd.,n}(t) = M_n^* h_n^* S_{An}(t, T_n, \zeta_n) \quad (1.97)$$

Det er vist i litteraturen [3] at summen av de effektive modale massene er lik den totale massen i konstruksjonen som analyseres. Dette fremkommer også av analyser utført i avsnitt 5.2. Summen av de modale høydene vil naturlig vis ikke være lik den totale høyden til konstruksjonen som analyseres, men summen av momenter for alle effektive masser med effektiv modal høyde som arm om et vilkårlig punkt vil være likt som summen av momenter for masse fordelingen i bygget om det vilkårlige punktet som beskrevet i litteraturen [3].

I en modal tidshistorie analyse utføres først en egenverdianalyse av konstruksjonen, som vist i avsnitt 1.14 der alle naturlige vinkelfrekvenser og svingemoder til systemet bestemmes. Dersom systemet er lineær elastisk er modene ortogonale. Dersom i tillegg dempningsmatrisen \mathbf{c} er diagonal kan systemet med N frihetsgrader deles opp i et system bestående av N enkle systemer med en frihetsgrad. Disse systemene, tilsvarende den som ble betraktet i avsnitt 1.3 har masse $m = 1$, naturlig vinkelfrekvens ω_n og dempningsforhold ζ_n . De er alle utsatt for den samme grunnakselerasjonen $\ddot{u}_g(t)$. Likningen for dette systemet er gitt i likning (1.90).



Figur 1.14: Illustrasjon av effektiv modal masse

Den totale reponsen til konstruksjonen bestemmes ved å se på responsen til bygget utsett for N antall statiske lasttilfeller og tilsvarende N antall dynamiske oppførsler av en-frihetsgrad systemene. I det statiske tilfellet påføres konstruksjonen laster. De resulterende responsene for lasttilfelle n beregnes. Den tidsavhengige delen av løsningen er pseudo-akselerasjonen $S_{An}(t, T_n, \zeta_n)$. Denne beregnes for det representative systemet med en frihetsgrad for mode n . Den totale responsen vil være den statiske responsen i konstruksjonen multiplisert med pseudo-akselerasjonen fra det ekvivalente sytemet til mode n . Summen av de modale responsene $r_n(t)$ for $n = (1, 2, \dots, N)$ gir den totale responsen for konstruksjonen ved tiden t . Det er det n 'te systemet som har den største effektive modale massen som vil bidra mest til systemets totale respons.

Dersom de beregnede naturlige vinkelfrekvenser, svingemoder og den antatte dempingen representerer den virkelige konstruksjonen nøyaktig, vil metoden som er gjennomgått gi den eksakte responsen i systemet. Unøyaktigheten i metoden vil ligge i den idealiserte modellen og en mer nøyaktig modell vi gi en mer nøyaktig beskrivelse av den virkelige oppførselen til konstruksjonen.

1.16 Responsspektrum analyse

Den vilkårlige responsen til et en konstruksjon, eksempelvis den i figur 1.3 kan bestemmes utifra en modal tidshistorie analyse som beskrevet i avsnitt 1.15. Den søkte responsen $r(t)$ kan da bestemmes for enhver tid t , men metoden er relativ komplisert og arbeidskrevende. For en konstruktør vil det som oftes være av interesse å bestemme den ugunstigste verdien av den totale responsen. Det vil si de maksimale verdiene. Responsspektre som presentert i avsnitt 1.8, 1.9, 1.10, 1.12 og 1.11 er meget egnede verktøy til dette formålet. Dersom systemet har flere enn en frihetsgrad vil metoden gi tilnærmede estimater på den maksimale responsen. Dette beskrives i det videre.

Den maksimale verdien av den n 'te modes bidrag til den maksimale responsen $r_n(t)$ som er definert i likning (1.94) er r_{n0} . Tilsvarende som for alle mulige systemer med en frihetsgrad kan responsen til den n 'te mode bestemmes fra responspektre eller designpektre som tidligere omtalt. Pseudo akselerasjonen for den n 'te mode er $S_{An}(t, \zeta_n, T_n)$. Verdien av

$S_{An}(t, T_n, \zeta_n)$ som gir maksimal respons i mode n gjengis her som $S_{An}(T_n, \zeta_n)$ uavhengig av fortegnet til responsen av det svingende systemet. Det vil si spektralverdien $S_{An}(T_n, \zeta_n) = \max |S_{An}(t, T_n, \zeta_n)|$.

$$r_{n0} = r_n^{st} S_{An}(T_n, \zeta_n) \quad (1.98)$$

I motsetning til den modale tidshistorie analysen av et lineært-elastisk system vil det ikke være gunstig å bestemme systemets responsverdi ved å summere opp bidragene fra alle N moder når de har sin maksimale respons r_{n0} . Da $S_{An}(T_n, \zeta_n)$ alltid er positiv vil fortegnet av r_{n0} avhenge av fortegnet til r_n^{st} og responsen kan bestemmes for den n 'te mode alene. I den n 'te moden vil alle maksimale responser opptre ved samme tidspunkt, men denne tiden er forskjellig fra når de maksimale responsene opptre i mode $n + 1$. Det vil si at for alle representative en frihetsgrad systemer vil de maksimale responsene opptre ved forskjellige tidspunkt og den samlede responsen i det virkelige systemet ved en annen tid. Det må av den grunn introduseres tilnærminger for når den maksimale samlede responsen til systemet inntreffer.

$$r_0 \leq \sum_{n=1}^N |r_{n0}| \quad (1.99)$$

Likning (1.99) angir den maksimale responsen til konstruksjonen som summen av de N maksimale modale responsene, uavhengig av deres fortegn. Det antas med dette at den maksimale responsen til hver mode skjer på samme tidspunkt og samtidig som konstruksjonens maksimale respons. Det er enkelt å se at dette vil være en svært konservativ beskrivelse av responsen til konstruksjonen blant annet fordi fortegnene til de modale responsene er utelatt og av den grunn kan likning (1.99) betraktes som en øvre grense for den maksimale responsen til den virkelige konstruksjonen. Flere forskjellige estimater er utarbeidet av forskere for å bestemme en god tilnærming av r_0 og i det følgende presenteres kort to av de velkjente kombinasjonsmetodene brukt i responsspiktrum analyser. Metodene er også anbefalt benyttet i NS-EN 1998-1.

Emilio Rosenblueth konstruerte i hans doktoravhandling fra 1951 en approksimasjon til r_0 gitt i likning (1.100) [19, 3] formelen er kjent som kvadratrotten av summen av kvadrater.

$$r_0 \simeq \sqrt{\sum_{n=1}^N r_{n0}^2} \quad (1.100)$$

Kvadratrotten av summen av kvadrater er et godt estimat når de N naturlige vinkelfrekvensene ikke er for like [19, 3]. Fullstendig kvadratisk kombinasjon som angitt i likning (1.101) og beskrevet i litteraturen [3] er en mer nøyaktig regel for kombinasjonen av de modale responsene og er da gyldig for flere konstruksjonstyper. Korrelasjonskoeffisienten ρ varierer mellom en og null å tar hensyn til virkningen mellom mode s og n . Det finnes flere anerkjente utgaver av korrelasjonskoeffisienten, men ingen vil bli gjengitt i dette avsnittet. I avsnitt 7.2 er korrelasjonskoeffisienten som benyttes i elementmetode programmet Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2013 [5] presentert.

$$r_0 \simeq \sqrt{\sum_{s=1}^N \sum_{n=1}^N \rho_{sn} r_{s0} r_{n0}} \quad , \quad \rho_{sn} \in [0, 1] \quad (1.101)$$

I modal tidshistorie analysen måtte N systemer med en frihetsgrad løses for den tidsavhengige delen når responsen beregnes. Som tidligere beskrevet er fordelene med responspektre at den dynamiske analysen allerede er utført. Det vil si besparelsen ved en responspektrum analyse er beregningen av N systemer med en frihetsgrad, da det tas hensyn til dette gjennom responspektret. I motsetning til den modale tidshistorie analysen blir ikke responsens utvikling med tiden bestemt, men en antagelse på den maksimale responsen oppnås. Da fortegnet er ukjent vil ikke alltid systemer være i likevekt under denne antagelsen da eksempelvis ikke alle momenter kan være positive. Ytterligere estimater må i den sammenheng foreligge når de dimensjonerende lastvirkningene skal bestemmes.

Kapittel 2

Sikring av duktil deformasjonsmekanisme

2.1 Innledning

I kapittel 1 ble forskjellige metoder for fastsettelse av den dynamiske oppførselen på elastiske konstruksjoner presentert. Forenklede metoder som ga den seismiske belastningen på uelastiske konstruksjoner ble også behandlet. I avsnitt 2.2 omtales kort motivatoren for mer nøyaktige forenklede metoder vedrørende uelastiske konstruksjoner og en metode presenteres i avsnitt 2.4. Det ble vist i kapittel 1 at en lavere belastning kan oppnås dersom konstruksjonen kan tillates en varig deformasjon uten at konstruksjonen kolliderer. Når en varig deformasjon skal tillates er det nødvendig at konstruktøren har kontroll på konstruksjonens oppførsel og i avsnitt 2.3 vises hvordan de globale duktilitets kravene kan knyttes til lokale krav i konstruksjonselementer. Forskyvningen i konstruksjoner som deformerer seg utover det elastiske er større enn den maksimale elastiske forskyvningen. Dette betyr at effekter som fremkommer av store forskyvninger som beskrevet i avsnitt 2.6 kan være av interesse. For å sikre at de krav som påfaller konstruksjonen fører til en deformasjonsmekanisme i den ferdige prosjekterte konstruksjonen introduseres metoder i avsnitt 2.5 og 2.9. Det er teorien og metodikken i metodene som presenteres gjennom redegjørende eksempler.

2.2 Ikke lineær tidshistorie analyse

I konstruksjoner med en frihetsgrad som for eksempel har en ikke-lineær materialoppførsel er det ikke lenger en lineær kombinasjon mellom kraften og forskyvningen. Som følge av dette er den motstående kraften i konstruksjonen en funksjon av forskyvningen u og retningen i kraft-forskyvningsdiagrammet. For konstruksjoner med flere frihetsgrader vil tilsvarende gjelde, men plasseringen i kraft-forskyvningsdiagrammet til hvert konstruksjonselement i modellen er av interesse. Den dynamiske likevektslikningen for slike uelastiske systemer er gitt i likning (2.1).

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}_s(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = \mathbf{p}_{eff}(t) \quad (2.1)$$

Å løse likning (2.1) for forskyvningen som en funksjon av tiden er som beskrevet i litteratu-

rene [3, 33] svært tidkrevende. Årsaken til dette er at superposisjonsprinsippet ikke lenger er gyldig. Alle de N differensiallikningene må da løses simultant da de alle er koblet. I avsnitt 1.15 ble modal tidshistorie analysen for elastiske systemer vist. I den metoden var de modale bidragene ukoblede fordi systemet var lineær-elastisk og superposisjonsprinsippet var gyldig, slik at systemet med N koblede differensiallikninger kunne løses som N ukoblede differensiallikninger. Tilsvarende forenkling er ikke mulig dersom systemet har en respons som er ikke-lineær. De N koblede likningene i likning (2.1) må alle løses simultant ved hjelp av tidsstegs metoder som blant annet er beskrevet i litteraturene [3, 33, 35]. Konstruksjoner som analyseres for jordkjelvbeklastning har ofte mange konstruksjonselementer selv om idealiseringer gjennomføres. Når en tidsstegs metode benyttes for å løse likning (2.1), eksempelvis med konstant gjennomsnittsakselasjons metoden, (som kan fremkalles ved bruk av Newmarks metode [3, 19]), må tangentstivhetsmatrisen som svarer til et konstruksjonselement være definert ved det aktuelle tidssteget. Dette må gjelde for alle deler av konstruksjonen som alle kan være på forskjellige steder i dens egen kraft-forskyvningskurve og det fremkommer at dette er svært omfattende for store systemer.

For jordskjelvanalyser av lineære systemer er man avhengig av den kjente grunnakselerasjonen dersom responsens utvikling av tiden skal bestemmes. Da denne akselerasjonen normalt ikke er kjent for det jordskjelvet som det skal kontrolleres for, innføres det tilnærminger ved antatte responsspektre eller designspektre. For uelastiske systemer er analysens pålitelighet avhengig av parametere som ikke er av stor betydning for elastiske systemer. Andre-ordens effekter som i jordskjelv dimensjonering ofte kalles P- Δ effekter kan ha betydelig innvirkning på konstruksjoner som får relative store deformasjoner.

NS-EN 1998-1 åpner for bruk av ikke-lineær tidshistorieanalyse. Dersom en slik analyse benyttes skal det utføres syv analyser der gjennomsnittet av analysene gir den dimensjonerende verdien for oppførselen. Konstruksjonselementenes oppførsel må beskrives og i henhold til regelverket [24] må minimum en bi-lineær oppførsel av elementet beskrives for betong. Det skal også foreligge tilleggsinformasjon om deres oppførsel under avlastnings -og pålastnings sykluser i post-elastisk tilstand. Belastningen modellen påføres beskrives ved kunstige akselerogrammer [24]. Belastningen skal utarbeides slik at det samsvarer med det elastiske spekteret som presentert i avsnitt 1.12 og om ikke annet foreligger skal påkjenningen være i 10s. Ikke-lineær tidshistorieanalyse i NS-EN 1998-1 omtales ikke i det videre.

I stort sett alle analyser etterstrebes det å beskrive den virkelige oppførselen til konstruksjonen så nøyaktig som mulig. Det er innenforstått at en fullstendig nøyaktig representasjon av det virkelige systemet ikke vil være mulig, men en modell som beskriver det fysiske problemet på best mulig måte er å foretrekke. Det gjøres forenklinger av modellen som antas og ikke har betydelig innvirkning på beskrivelsen av oppførselen til konstruksjonen slik at en idealisert modell er representativt for den virkelige konstruksjonen. For lineær-elastisk oppførsel er det mulig å tillate en "grovere" modell for tilfredsstillende resultater. For systemer med en ikke-lineær oppførsel vil graden av idealisering ha stor innvirkning på resultatene i analysen og en mer nøyaktig beskrivelse av den virkelige konstruksjonen må foreligge som beskrevet i litteraturene [3, 38, 39, 20]. En ikke-lineær tidshistorieanalyse er også mer påvirket av variasjonen i grunnbevegelsen enn den tilsvarende lineære analysen og en samling av analyser bør foreligge [3] som i NS-EN 1998-1.

Det er i dimensjonerings sammenheng av interesse å ha kontroll på forskyvningene i konstruksjonen når den utsettes for et jordskjelv. En ikke-lineær tidshistorie analyse stiller krav til modellen, verktøyene og den som utfører analysen for å få tilfredsstillende resultater. Forenklede metoder er å foretrekke dersom "feilen" i slike analyser kan kontrolleres.

2.3 Duktil deformasjonsmekanisme

Global duktilitet og deformasjonsmekanismer

Når en rammekonstruksjon som vist i figur 1.3 tillates å deformere seg utover det elastiske området ved at ikke alle konstruksjonselementer forblir i det elastiske området under og etter den seismiske belastningen vil mengden av energi som tas opp i systemet være større enn for systemer med en fullstendig elastisk oppførsel. Det er av interesse å bestemme de deler av konstruksjonen som tillates å deformere seg utover det elastiske området og de deler som må forbli elastiske, slik at en deformasjonsmekanisme kan defineres. Områder i konstruksjonen der flyt har inntruffet betegnes som flyteledd. Konstruksjonens totale kapasitet er beregnet utifra den samlede kapasiteten som konstruksjonen har opptil dannelsen av det siste mulige flyteleddet i konstruksjonen. Konstruksjonen vil ved dannelse av det siste leddet være en mekanisme, konstruksjonen vil da være ustabil og kunne kollapse.

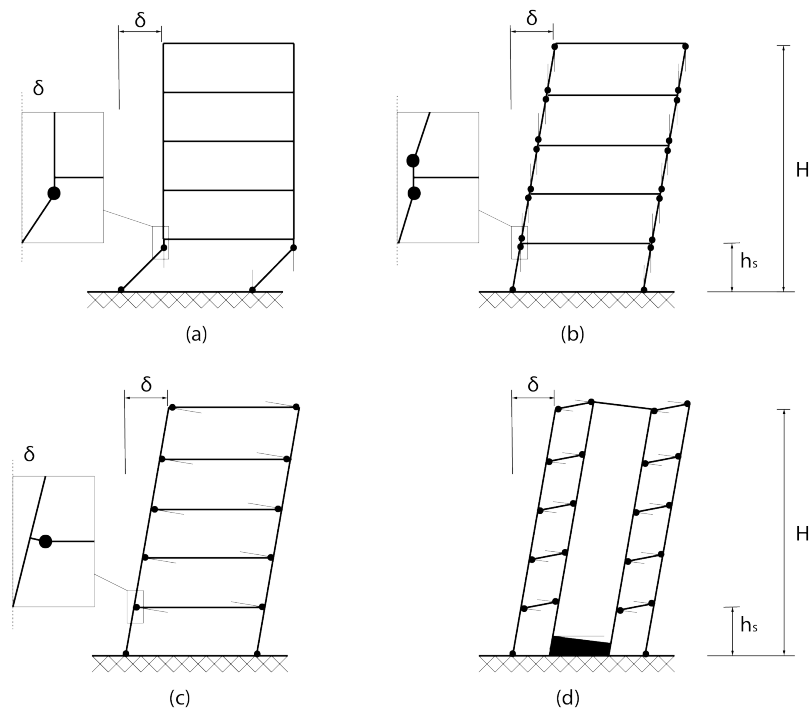
For konstruktører er det av interesse å ha kontroll på hvor i konstruksjonen det skal tillates at flyteleddene dannes. Dette er viktig for å kunne begrense duktilitetskravene som faller på de enkelte konstruksjonselementene. Med duktilitetskravene menes her de krav som stilles til utforming av konstruksjonselementet for at det skal deformere seg utover det elastiske området.

Figur 2.1 viser fire mulige duktile deformasjonsmekanismer for en rammekonstruksjon sett i oppriss. Alle de fire modellene har lik forskyvning δ ved takplanet. Med duktil deformasjonsmekanisme menes det at materialet i konstruksjonen har deformert seg utover det elastiske området slik at det er dannet flere flyteledd og konstruksjonen er en mekanisme.

I figur 2.1(a) oppstår det flyt ved fundamentet og i toppen av søylene ved første etasje (se detalj). De øvrige konstruksjonselementene forblir elastiske. Forskyvningen δ tas opp i leddene alene slik at rotasjonen i leddet er $\left(\frac{\delta}{h_s}\right)$ når h_s er høyden av en etasje. Det må stilles høye duktilitetskrav til søylene i denne etasjen. Søylene i figur 2.1(a) må konstrueres duktile å vil i den sammenheng ha en liten elastisk kapasitet. De kan da normalt sett betegnes som fleksible. Etasjen som deformeres omtales ofte som en "fleksibel etasje" (*eng. soft story*) [3, 49]. Slike fleksible etasjer er en vanlig problemstilling i Norge da bygninger med næringslokaler i de første etasjene ofte er "åpene" for lettere å kunne tilpasses den enkelte næring. NS-EN 1998-1 angir at i bygninger med flere etasjer skal en plastisk mekanisme i en etasje forhindres på grunn av de høye duktilitetskravene som kan oppstå.

Figur 2.1(b) viser deformasjonsmekanismen der flyteleddene har oppstått i alle søylene. Det globale duktilitetskravet for konstruksjonen med denne deformasjonsmekanismen er fordelt utover i konstruksjonen istedet for å være konsentrert på få konstruksjonselementer. Det er denne fordelte oppførselen som er ønskelig. Mekanismen (b) der flyteledd oppstår i søylene er allikevel ikke å foretrekke da stabiliteten av de vertikale konstruksjonselementene har betydelig innvirkning på den globale stabiliteten til konstruksjonen. Det er deformasjonsmekanismen der forskyvningen i toppen bygningen tas opp, uten å deformere de vertikale konstruksjonselementene som etterstrebes.

Deformasjonsmekanismen der flyting tillates i bjelkene for et rammekonstruksjon er vist 2.1(c). Dette er den foretrukne deformasjonsmekanismen. Det globale duktilitetskravet er uniformt fordelt utover konstruksjonen foruten i fundamentene. For å unngå at det dannes flyteledd i søylene ved fundamentnivå kan overgangen mellom søyle og fundament beregnes elastisk mens de tilstøtende fundamentbjelker tillates plastiske deformasjoner [18]



Figur 2.1: Mulige plastiske deformasjonsmeknismer

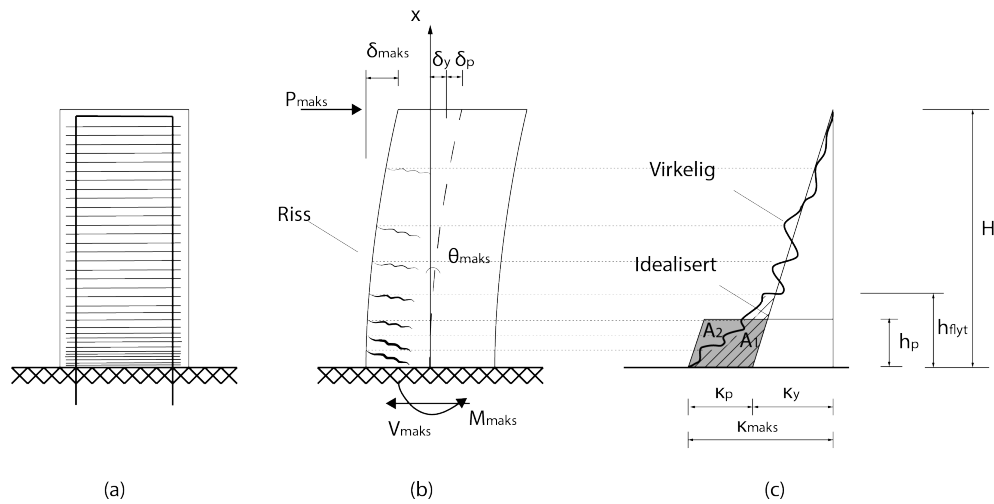
i et område, tilsvarende som de overliggende etasjer i figur (c). Det globale duktilitetskravet er da uniformt fordelt utover konstruksjonen. I motsetning til figur 2.1(a) der rotasjonen $\left(\frac{\delta}{h_s}\right)$ må virke i et ledd vil det for figur (c) kun være nødvendig dersom bjelken for rotare en vinkel $\left(\frac{\delta}{H}\right)$ ved overgangen mellom søyle og bjelke på samtlige konstruksjonselementer i deformasjonsmekanismen. Duktilitetskravet for området på bjelken er vesentlig mindre enn for duktilitetskravet for konstruksjonselementet i figur (a). Det bemerkes at for den øverste etasjen vil det være likegyldig dersom leddet dannes i søylen eller bjelken.

I figur 2.1(d) er deformasjonsmekanismen for et bygg med en avstivende skive vist. Dette er en vanlig avstivningsmetode av betongbygninger i Norge. For at skiven skal bidra til en kompatibel mekanisme, tilsvarende som de overnevte deformasjonsmekanismene, er den nødt til å deformere seg ved fundamentet.

Lokal duktilitet

Som avstivning for blant annet vind og seismiske laster benyttes ofte vertikale skiver av armert betong. Av den grunn er det av interesse å undersøke det lokale duktilitetskravet i en avstivende veggskive. Skiven kan eksempelvis være den avstivende skiven i figur 2.1(d). Skiven i figur 2.2(a) viser et snitt gjennom en avstivende betongvegg som er konstruert slik at den kan ha en duktil oppførsel. For enkelhetens skyld beregnes skiven som en utkraget bjelke som strengt kun er gyldig dersom veggens forhold mellom bredden og høyden er lite. Det er den kinematiske koblingen mellom det globale duktilitetskravet μ_δ og det lokale duktilitetskravet som skal undersøkes. Flytgjennomregning ved fundamentet, det vil si flyting av armeringen som ligger lavere en terrengnivå neglisjeres.

Figur 2.2(b) viser den utkragede skiven utsatt for den horisontale belastningen P_{maks} ,



Figur 2.2: Krumningsfordeling i utkraget bjelke/skive

reaksjonskreftene er skjærkraften V_{maks} og momentet M_{maks} . Den totale deformasjonen i skiven er gitt som summen av den maksimale elastiske deformasjonen δ_y og den plastiske deformasjonen δ_p [13].

$$\delta_{maks} = \delta_y + \delta_p \quad (2.2)$$

Likning (2.3) angir den maksimale utbøyningen som er bestemt fra lineær elastisk teori δ_y . Dette er deformasjonen i toppen av søylen idet søylen ikke lenger har en elastisk kapasitet og begynner og flyte rett over fundamentet. Den tilhørende rotasjonen θ_y er også gitt i likningen. Skjærdeformasjonen av skiven neglisjeres.

$$\delta_y = \frac{P_{maks}H^3}{3EI_{el}} = \kappa_y \frac{H^2}{3} \quad \text{eller som rotasjon} \quad \theta_y = \frac{\delta_y}{H} = \kappa_y \frac{H}{3} \quad (2.3)$$

I skiven vil det oppstå flyt i de deler der det elastiske momentet er overskredet ($M \geq M_y$). Det området der den uelastiske deformasjonen finner sted kalles det kritiske området og kan beregnes utifra krumningen i skiven. Dette vil for betongskiven i figur 2.2(b) være relativ komplisert da krumningen over skivens høyde er varierende på grunn av opprissing av betongen. Flere alternative formuleringer for å anslå rotasjonen ved enden av skiven gjennom integrasjon av krumningen er beskrevet i litteraturene [13, 36]. En av de enkleste forenklingene gjøres ved en idealisert antagelse på krumningsdiagrammet i figur 2.2(c). Som det fremkommer av figuren vil det virkelige krumningsdiagrammet ha form som vist på grunn av en opprissing av betongen når strekkfastheten den innehar er overskredet. En idealisering av det virkelige diagrammet anses som tilfredsstillende. Det kan bemerkes at det området som vil få en plastisk oppførsel vil være større en det som kun beregnes på bakgrunn av overskridelsen av det elastiske momentet da bidrag fra skjær til økningen av strekkspenninger i armeringen har en innvirkning [13, 36, 44]. For enkelhetens skyld kan det kritiske området med en lengde h_p defineres ved å anta at arealet under et idealisert krumningsdiagram for κ_y vist som parallelogrammet (A_2) i figur 2.2(c) og det arealet når $\kappa > \kappa_y$ i det virkelige krumningsdiagrammet (A_1) er likt. Likning (2.4) angir den antatte plastiske rotasjonen ved søylens innspenning. Dersom den plastiske rotasjonen inntreffer

i $\frac{1}{2}h_p$ kan den post-elastiske forskyvningen i toppen av søylen beregnes som gitt i likning (2.5).

$$\theta_p = \kappa_p h_p = (\kappa_{maks} - \kappa_y) h_p \quad (2.4)$$

$$\delta_p = \theta_p \left(H - \frac{1}{2} h_p \right) = (\kappa_{maks} - \kappa_y) h_p \left(H - \frac{1}{2} h_p \right) \quad (2.5)$$

Fra likning (2.2) kan den totale deformasjonen i toppen av skiven bestemmes. Det globale duktilitet kravet μ_δ og sammenhengen med det lokale krumning duktilitets kravet er gitt i likning (2.6). Det lokale kravet er gitt i likning (2.7)

$$\mu_\delta = \frac{\delta_{maks}}{\delta_y} = 1 + 3(\mu_\kappa - 1) \frac{h_p}{H} \left(1 - \frac{h_p}{2H} \right) \quad (2.6)$$

$$\mu_\kappa = \frac{\kappa_{maks}}{\kappa_y} = 1 + \left(\frac{H}{h_p} \right) \frac{(\mu_\delta - 1)}{3 \left(1 - \frac{h_p}{2H} \right)} \quad (2.7)$$

Lokal duktilitet i NS-EN 1998-1

NS-EN 1998-1 angir at potensielle områder der plastiske ledd kan dannes i bæresystemet som skal motså den seismiske lasten, skal ha store rotasjonskapasiteter. Ved å benytte en konservativ tilnærming av likning (2.6) som beskrevet i litteraturen [18] og presentert i likning (2.8) fåes likning (2.9)

Det kan bemerkes at en verdi q_0 benyttes istedet for q da $q < q_0$ i uregelmessige bygninger [24]. Dette skal gi en høyere sikkerhet da oppførselen til konstruksjoner som er ikke er regulære kan være ugunstige på grunn av rotasjoner. Dersom verdien av krumningsduktilitet er tilfredstilt samt de karakteristiske verdiene for betong og stål ikke er overskredet er de potensielle områdene der flyteledd kan oppstå sikret for tilstrekkelig rotasjonskapasitet gjennom likning (2.9). T_1 er konstruksjonens første svingeperiode og i NS-EN 1998-1 er krumningsduktiliteten definert som forholdet mellom krumningen ved 85% av momentkapasitet til det aktuelle tverrsnittet over krumningen til det samme tverrsnittet ved flyt.

$$\mu_\delta = \frac{1}{2} (\mu_\kappa + 1) \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \mu_\kappa &= 2q_0 - 1 & \text{for} & \quad T_1 \geq T_C \\ \mu_\kappa &= 1 + (2q_0 - 1) \frac{T_C}{T_1} & \text{for} & \quad T_1 < T_C \end{aligned} \quad (2.9)$$

Som det fremkommer av likning (2.9) avhenger μ_κ av konstruksjonens første svingeperiode og har tilknytning til konstruksjonens oppførsel i likhet med det omtalt i avsnitt 1.10. Dersom armeringsstål av klasse NB benyttes som lengdearmering i det kritiske områdene til skiven eller generelt i bæresystemet som danner en duktil deformasjonsmekanisme, angir NS-EN 1998-1 at krumningsduktiliteten som angitt i likning (2.9) bør økes med 50%.

2.4 Ukoblet modal tidshistorie analyse

I den modale tidshistorie analysen for et bygg som responderer i det lineærelastiske området, kunne systemets dynamiske likevektslikning reduseres fra et sett med koblede differensiallikninger mellom alle frihetsgrader til et sett med ukoblede differensiallikninger. Disse kunne så løses hver for seg. Forutsetningen for dette var at systemet hadde en lineærelastisk oppførsel slik at superposisjonsprinsippet var gyldig og at systemet var klassisk dempet. Når systemet tillates å deformeres utover det elastiske området er igjen den dynamiske likevektslikningen ett sett med koblede differensiallikninger. Årsaken til dette er at stivheten i systemet varierer med tiden.

I den modale tidshistorie analysen for det lineært elastiske systemet ble det beskrevet at alle N svingemoder er ortogonale å har ingen innvirkning på hverandre. De N svingemodene representeres ved N systemer som har en frihetsgrad og som kan løses hver for seg. Superposisjonsprinsippet benyttes for å addere de modale bidragene til den totale responsen i systemet.

Modene i uelastiske systemer vil ha en innvirkning på hverandre [3, 4]. I den sammenheng kan ikke systemet strengt talt deles opp i N systemer med en frihetsgrad. Den dynamiske likevektslikningen med alle de koblede differensiallikningene må da løses. Dersom dempningen, stivheten og massen i det idealiserte systemet beskriver det virkelige systemet eksakt, vil dette gi den eksakte responsen til systemet, men metoden er svært arbeidstung. I den sammenheng etterstrebes det en annen presentasjon av belastningen som viser seg å være gunstig for en tilnærmet metode.

I den modale tidshistorie analysen vist i avsnitt 1.15 ble systemet utsatt for en effektiv jordskjelvlast $\mathbf{p}_{eff}(t)$. Det ble vist at responsen til det lineær elastiske systemet kunne uttrykkes som en sum av responsen til N systemer med en frihetsgrad. Analogt med gjennomgangen av den modale tidshistorieanalysen for lineær elastiske systemer vil et system utsatt for den n 'te modes bidrag ikke gi innvirkning på de $(N - 1)$ andre moder som bidrar til den totale responsen [3].

De effektive jordskjelvkraftene er gitt i likning (2.10) der $\mathbf{s} = \mathbf{m}\mathbf{u}$

$$\mathbf{p}_{eff}(t) = -\mathbf{m}\mathbf{u}\ddot{u}_g(t) = -\mathbf{s}\ddot{u}_g(t) \quad (2.10)$$

Jordskjelvkraftene fordeles til de N svingemoder der \mathbf{s}_n er den n 'te modes bidrag til \mathbf{s} . Den n 'te modes bidrag til de effektive jordskjelvlastene $\mathbf{p}_{eff}(t)$ er $\mathbf{p}_{eff,n}(t)$ som vist i likning (2.11).

$$\mathbf{p}_{eff}(t) = \sum_{n=1}^N \mathbf{p}_{eff,n}(t) = - \sum_{n=1}^N \mathbf{s}_n \ddot{u}_g(t) \quad (2.11)$$

Den dynamiske likevektslikningen for det lineærelastiske systemet som utsettes for den n 'te modes bidrag til \mathbf{s} multiplisert med $\ddot{u}_g(t)$ er gitt i likning (2.12) Der løsningen for den n 'te modes bidrag til forskyvningen er gitt i likning (2.13)

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}_{eff,n}(t) \quad (2.12)$$

$$\mathbf{u}_n = \phi_n q_n(t) \quad (2.13)$$

En analyse ved denne belastningen vil i henhold til litteraturene [4, 3] gi de samme resultatene som metoden presentert i avsnitt 1.15. For uelastiske systemer derimot er det vist i litteraturen [4] at for systemer som deformeres utover den lineærelastiske området på grunn av lasten $\mathbf{p}_{eff,n}(t)$ er koblingen mellom de modale koordinatene liten slik at det kan som en tilnærming antas at de er ukoblet. Det vil si at tilnærmet er den n 'te modes bidrag til forskyvningen av systemer som er representert av likning (2.14) gitt i likning (2.15).

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}_s(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = \mathbf{p}_{eff,n}(t) \quad (2.14)$$

$$\mathbf{u}_n(t) \simeq \phi_n q_n(t) \quad (2.15)$$

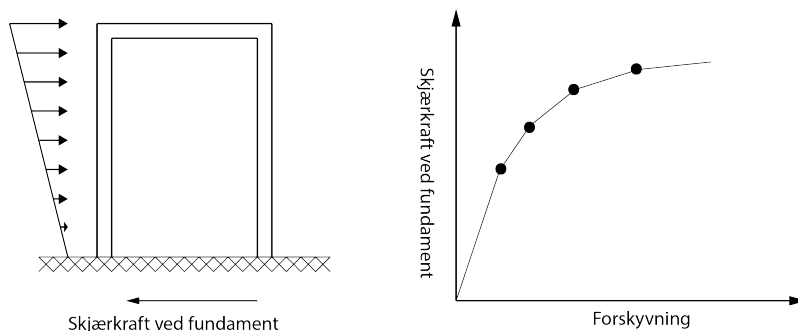
Ved å substituere forskyvningsantagelsen i likning (2.15) inn i likning (2.14) for så å utføre en tilsvarende gjennomgang som vist i 1.15 kan den n 'te modes oppførsel beskrives ved et system med en frihetsgrad. Helt analogt med metoden presentert i avsnitt 1.15. Forskjellen mellom likning (2.16) og (1.90) er motkraften i systemet samt den nevete antagelsen.

$$\ddot{D}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{D}_n(t) + \frac{\phi_n^T \mathbf{f}_s(D_n, \dot{D}_n)}{L_n} = -\ddot{u}_g(t) \quad (2.16)$$

På tilsvarende måte som for den modale tidshistorieanalysen kan en vilkårlig respons i systemet bestemmes ved superponering av responsen. Antagelsen om at de modale koordinatene er ukoblet for systemer som ikke er lineærelastiske gjør metoden som kalles ukoblet modal tidshistorie analyse (*eng. uncoupled modal response history analysis*) til en tilnærmet metode. Metoden er beskrevet i detalj i litteraturen [4].

2.5 Analyse ved påført forskyvning

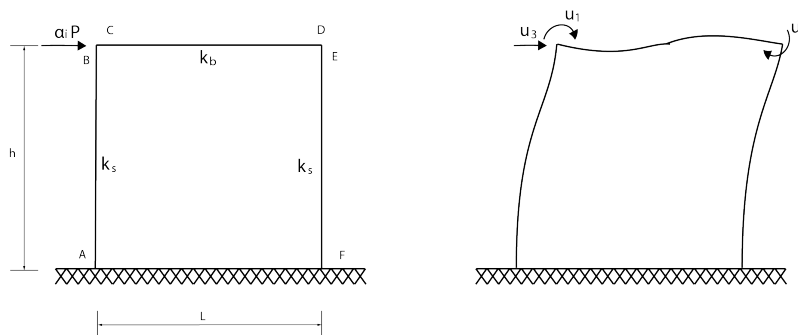
En “pushoveranalyse” er en metode for å bestemme kapasiteten til en konstruksjon som kan deformere seg, men ikke returnere tilbake til sin opprinnelige udeformerte tilstand når belastningen fjernes. For bygninger som analyseres for jordskjelv går metoden ut på å belaste konstruksjonen med et sett av laster som økes monotont. Metoden deles inn i en serie av elastiske analyser hvor systemet oppfører seg elastisk innenfor en sekvens i serien av påførte laster. En kapasitetskurve for den globale responsen til bygget kan etableres der det er vanlig at forholdet mellom skjærkraften ved fundamentet av konstruksjonen og forskyvningen et sted i konstruksjonen vises i et plott. En illustrasjon av en global kapasitetskurve er vist i figur 2.3. Den ikke-lineære analysen tar hensyn til omfordeling av krefter i konstruksjonen, andre-ordens effekter og ikke-lineæritet av materialet. I jordskjelv sammenheng bør lastene som påføres konstruksjonen representere fordelingen av treghetskrefter som oppstår i bygget når massen i konstruksjonen akselererer. De representative lastene kan påføres modellen horisontalt og bør intuitivt virke i massene til bygget. Det bør i den sammenheng også tas hensyn til gravitasjons lastene i bygget slik at ugunstige effekter som oppstår på grunn av store forskyvninger vil vises i kapasitetskurven. En pushover analyse kan også utføres ved at modellen forskyves til en forhåndsbestemt forskyvning slik at nødvendige responser eller en kapasitetskurven kan konstrueres.



Figur 2.3: Illustrasjon av global kapasitetskurve i en pushoveranalyse

Metoddikken i en statisk ikke-lineær analyse eller pushoveranalyse kan illustreres ved en enkel ramme som i figur 2.4. Rammen har lengde l og høyde h som angitt. Rammen utsettes for en horisontallast $\alpha_i P$ der α_i er en faktor som benyttes til å skalere lasten. Søylene og bjelken har henholdsvis stivhetene k_s og k_b . Rammen som betraktes er tre ganger statisk ubestemt. Ved dannelse av det fjerde flyteleddet i konstruksjonen vil rammen være ustabil og av den grunn vil kunne kollapse. Rammen er da en mekanisme. Det er av interesse å vise den prinsipielle utviklingen i en statisk ikke-lineær analyse.

Den statisk ubestemte rammen har tre frihetsgrader. u_1 , u_2 og u_3 disse er henholdsvis rotasjonene θ_c og θ_D samt den horisontale forskyvningen Δ . Frihetsgradene er definert som i figur 2.4.



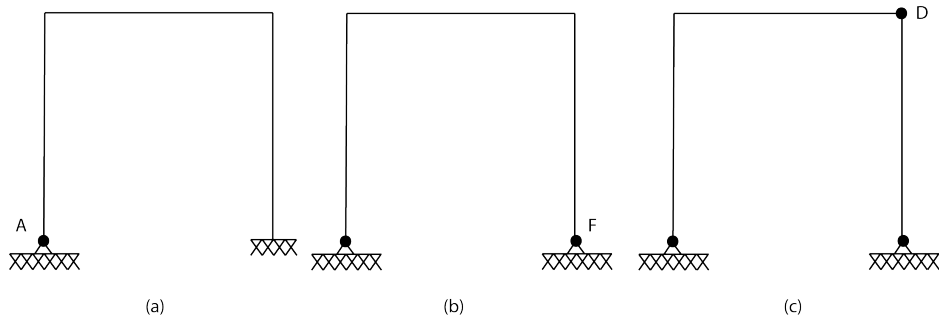
Figur 2.4: Rammen som betraktes i den statisk ikke-lineære analysen

Ved hjelp av kjente stivhetsrelasjoner som beskrevet i litteraturen [35, 13, 33, 45] kan systemets stivhetsrelasjon etableres. Denne er gitt i likning (2.17).

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha_1 P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{4k_b}{l} + \frac{4k_s}{h} \right) & \frac{2k_b}{l} & \frac{6k_s}{h^2} \\ \frac{2k_b}{l} & \left(\frac{4k_b}{l} + \frac{4k_s}{h} \right) & \frac{6k_s}{h^2} \\ \frac{6k_s}{h^2} & \frac{6k_s}{h^2} & \left(\frac{12k_s}{h^3} + \frac{12k_s}{h^3} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Faktoren α_1 økes til systemet ikke lenger klarer å motstå kraften og det antas at det dannes et flyteledd i A. Dersom det antas at flyteleddet virker som et vanlig ledd som vist i figur 2.5(a) vil det si at momentet i punkt A alltid vil være null, noe det egentlig ikke er. Dersom materialoppførselen er ideelt elastoplastisk vil momentet i A når den elastiske kapasiteten er overskredet forbli konstant og lik momentet ved flyt. Som det fremkommer i det videre vil summen av kreftene gi den kraften som virker i et snitt av tverrsnittet og av den grunn

betraktes flyteleddet som et vanlig ledd. Figur 2.5(a) viser systemet i steg to av analysen. Rammen er nå to ganger statisk ubestemt å den reduserte stivhetsmatrisen er gitt i likning (2.18). Med redusert stivhetsmatrise menes her at systemet har fått en redusert stivhet ved at det er dannet et ledd ved A . Overgangen fra likning (2.17) til (2.18) finnes ved å kondensere vekk frihetsgraden i leddet da det er antatt at momentet i A er null.



Figur 2.5: Rammen som betraktes i den statisk ikke-lineære analysen der utviklingen av flyteledd illustreres

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} \left(\frac{4k_b}{l} + \frac{3k_s}{h} \right) & \frac{2k_b}{l} & \frac{3k_s}{h^2} \\ \frac{2k_b}{l} & \left(\frac{4k_b}{l} + \frac{4k_s}{h} \right) & \frac{6k_s}{h^2} \\ \frac{3k_s}{h^2} & \frac{6k_s}{h^2} & \left(\frac{12k_s}{h^3} + \frac{3k_s}{h^3} \right) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Faktoren α_2 økes til systemet igjen ikke lenger klarer å motstå kraften og det antas at det dannes et flyteledd i F . Systemets stivhet reduseres ytterligere og den nye stivhetsmatrisen \mathbf{K}_3 er gitt i likning (2.19). Stivhetsmatrisen representerer stivheten til konstruksjonen som er en gang statisk ubestemt (figur 2.5 (b)).

$$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} \left(\frac{4k_b}{l} + \frac{3k_s}{h} \right) & \frac{2k_b}{l} & \frac{3k_s}{h^2} \\ \frac{2k_b}{l} & \left(\frac{4k_b}{l} + \frac{3k_s}{h} \right) & \frac{3k_s}{h^2} \\ \frac{3k_s}{h^2} & \frac{3k_s}{h^2} & \left(\frac{3k_s}{h^3} + \frac{3k_s}{h^3} \right) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Faktoren α_3 økes til systemet igjen ikke lenger klarer og motstå kraften å det antas at det dannes et flyteledd i D . Konstruksjonen i figur 2.5(c) viser det statisk bestemte systemet og dens stivhetsrelasjon er gitt i likning (2.20). En ytterligere økning av kraften ved α_4 vil danne det siste flyteleddet i konstruksjonen og systemet er da en mekanisme som vil kollapse. De totale kreftene som virker i konstruksjonen gjennom de fire stegene som er gjennomgått vil kunne finnes ved å summere responsbidragene utregnet fra stivhetsrelasjonen $\mathbf{R} = \mathbf{K}_i \mathbf{u}$.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \alpha_4 P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{3k_b}{l} + \frac{3k_s}{h} \right) & \frac{3k_s}{h^2} \\ \frac{3k_s}{h^2} & \left(\frac{3k_s}{h^3} + 0 \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Når en slik analyse er gjennomført vil det være kontroll på hvor i konstruksjonen flyteledd dannes. Det må bemerkes at plasseringen til flyteleddene som ble dannet i konstruksjonen i figur 2.4 er kun antagelser da materialets egenskaper er ukjent.

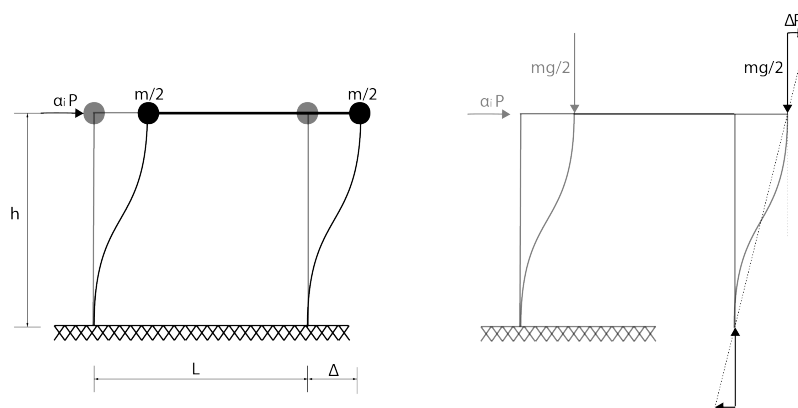
2.6 Andre-ordens effekter

Konstruksjoner som utsettes for en belastning vil deformere seg og deres geometri er da forandret. I lineære elastiske analyser antas det at disse deformasjonene er små og kan med tilfredsstillende resultat neglisjeres. Når deformasjonene er store, relativt til konstruksjonens størrelse, vil de store deformasjonene ha innvirkning på konstruksjonens respons. Det må da stilles krav til at konstruksjonen er i likevekt i deformert tilstand. Effekter som introduseres ved store deformasjoner kalles andre-ordens geometriske effekter eller geometrisk ikke-lineæritet. Det er intuitivt og vist i litteraturen [30] at kreftene i systemer med geometrisk ikke-lineæritet vil ikke lenger ha en lineær sammenheng med forskyvningene. For konstruksjoner som deformerer utover det elastiske området vil materialets ikke-lineæritet og den geometrisk ikke-lineæritet opptre samtidig. Det beskrives to begreper som er knyttet til store deformasjoner i et bygg som blant annet utsettes for jordskjelvbeklastning. Den første viser med et eksempel på hva som menes med $P-\Delta$ effekter som omtales i NS-EN 1998-1 i form av økt skjærkraft ved fundamentet eller over stiv kjeller. For det mer generelle tilfellet er geometrisk stivhets matrise et sentralt begrep. Formuleringen tar hensyn til den reduserte stivheten til systemet når deformasjonene blir store.

P- Δ effekter

For konstruksjoner som tillates en deformasjon utover det elastiske området vil andre-ordens effekter ha innvirkning på kapasiteten til konstruksjoner. Når eksempelvis rammen i figur 2.4 deformeres utover det elastiske området vil dette som oftest medføre at konstruksjonen har fått relative store deformasjoner. Vekten av den overliggende massen vil forsterke forskyvningen av konstruksjonen. Dette vil også være tilfellet for elastiske konstruksjoner som har store forskyvninger, men da forskyvningen grovt sett er konstruksjonsfaktoren i NS-EN 1998-1 multiplisert med den elastiske forskyvningen vil forskyvningene kunne være opptil fire ganger så store i DCM som i det elastiske tilfellet.

Figur 2.6 viser rammen i figur 2.4 utsatt for en forskyvning Δ . Det antas at søylene er masseløse og massen til bjelken er m . Massen er jevnt fordelt slik at den kan diskretiseres som vist i figuren.



Figur 2.6: Ramme med store deformasjoner

Økningen av skjærkraft som virker i en av søylene er gitt i likning (2.21). Det bemerkes at økningen av skjærkraft på grunn av en stor deformasjon vil øke med reduserende høyde

for tilsvarende deformasjon Δ .

$$\Delta P = \frac{mg}{2h} \Delta \quad (2.21)$$

Rammen må på grunn av de store deformasjonene kunne motstå belastningen V_{total} gitt i likning (2.22). NS-EN 1998-1 tillater at det ikke er nødvendig å ta hensyn til andre-ordens virkninger dersom økningen i skjærkraften i en etasje på grunn av store forskyvninger ikke overskrider 10% av skjærkraften for den etasjen [13, 24].

$$V_{total} = \alpha_i P + 2\Delta P = \alpha_i P + \frac{mg}{h} \Delta \quad (2.22)$$

Når andre-ordens effekter medtas i statisk ikke-lineære analyser vil dette gi en redusert kapasitet som vises som et fall i kurven der skjærkraft ved fundament er plottet mot forskyvningen av konstruksjonen. Årsaken til dette er at systemets stivhet reduseres som følge av gravitasjonslastene.

Geometrisk stivhets matrise

Det er tidligere omtalt at kreftene i systemer med geometrisk ikke-lineæritet ikke lenger vil ha en lineær relasjon med forskyvningene. Systemet må allikevel være i likevekt i deformert tilstand slik at likning (2.23) er gyldig. $\mathbf{k}(\mathbf{u})$ er sekantstivheten til systemet. En metode for å løse likning (2.23) er gjennom iterative metoder beskrevet i litteraturene [30, 35]. For å løse konvergensproblemer ved løsning av likning (2.23) som beskrevet i litteraturen [30] kan likevektslikningen beskrives på differensialform slik at den den inkrementelle stivheten eller systemets tangent stivhet \mathbf{k}_I benyttes. Likningen løses så iterativt.

$$\mathbf{F}_{indre} = \mathbf{F}_{ytre} = \mathbf{k}(\mathbf{u})\mathbf{u} \quad (2.23)$$

Geometrisk stivhetsmatrise er en generell fremgangsmetode for å ta hensyn til andre-ordens effekter i dynamiske og statiske analyser. Det er i det videre vist at de tilleggskreftene som oppstår på grunn av geometrisk ikke-lineæritet kan uttrykkes gjennom en geometrisk stivhets matrise. Metoden er å anse som mer forståelsesfull en metoden som omfatter den innkrementelle stivheten på differensialform. Det er for en konstruktør som oftest tilfredsstillende å benytte tilnærmede metoder for evaluering av den geometriske stivhetsmatrisen når konstruksjonen diskretiseres i elementer. Den dynamiske likningen i likning (2.24) er tilsvarende den bestemt for systemer med flere frihetsgrader i avsnitt 1.5, men det tas nå hensyn til den negative virkningen av forskyvningene gjennom \mathbf{f}_G som gitt i likning (2.25). Den geometriske stivhetsinnflytelses koeffisienten k_{Gij} svarer til stivhetsinnflytelses koeffisienten for frihetsgrad i på grunn av en enhetsforskyvning av frihetsgrad j som stammer fra aksialkraften i konstruksjonen [33]. \mathbf{k}_G er den geometriske stivhetsmatrisen som angitt i likning (2.25) eller på redusert form i likning (2.26).

$$\mathbf{f}_I + \mathbf{f}_D + \mathbf{f}_s - \mathbf{f}_G = 0 \quad (2.24)$$

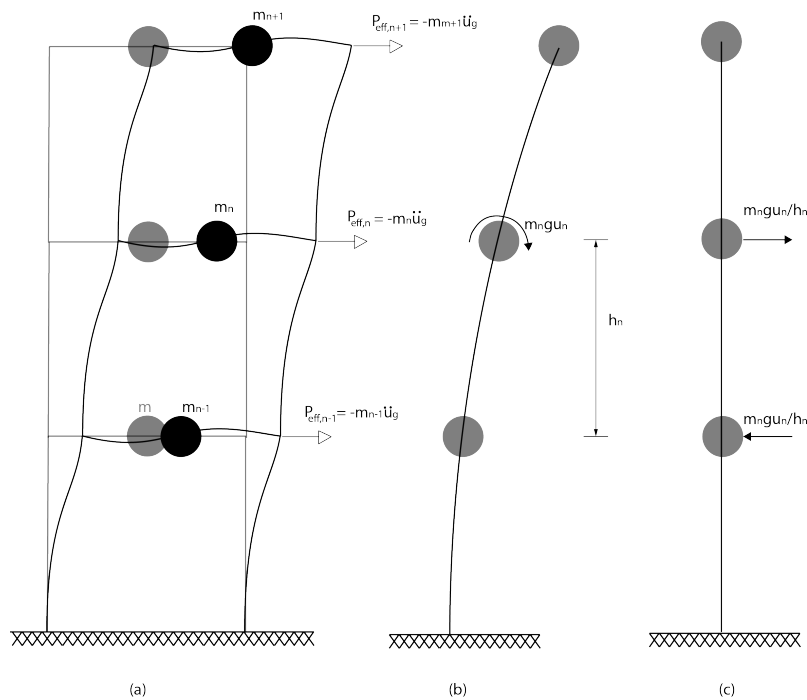
$$\begin{bmatrix} f_{G1} \\ f_{G2} \\ f_{G3} \\ \vdots \\ f_{GN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{G11} & k_{G12} & k_{G13} & \dots & k_{G1j} & \dots & k_{G1N} \\ k_{G21} & k_{G22} & k_{G23} & \dots & k_{G2j} & \dots & k_{G2N} \\ k_{G31} & k_{G32} & k_{G33} & \dots & k_{G3j} & \dots & k_{G3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{GN1} & k_{GN2} & k_{GN3} & \dots & k_{GNj} & \dots & k_{GNN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$\mathbf{f}_G = \mathbf{k}_G \mathbf{u} \quad (2.26)$$

Den dynamiske likevektslikningen for et dempet system med flere frihetsgrader utsatt for fri svingning, der det tas hensyn til geometrisk ikke-lineæritet er gitt i likning (2.27).

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{k} - \mathbf{k}_G)\mathbf{u} = 0 \quad (2.27)$$

Det vises her et illustrerende eksempel der det tas hensyn til den geometriske ikke-lineæriteten til en konstruksjon som er utsatt for en grunnakselerasjon i retning av frihetsgradene. Figur 2.7(a) viser en udempet idealisert rammekonstruksjon i deformert tilstand. Konstruksjonen har N etasjer og masser fordelt som anvist. Etasje n deformeres u_n på grunn av jordskjelvbeklastningen $\mathbf{p}_{eff} = -\mathbf{m}\mathbf{1}\ddot{u}_g(t)$ som virker på konstruksjonen. Det bemerkes at $\nu = 1$ da det er kun frihetsgrader i retningen av grunnakselerasjonen. Det idealiserte systemet kan også presenteres som en pendelkonstruksjon som i figur 2.7(b). Momentene som oppstår i etasje n på grunn av $P - \Delta$ effekter som illustrert over er gitt som $m_n g u_n$, der g er tyngdeakselerasjonen. De parvise skjærkreftene F_n og F_{n-1} er ekvivalent med tilleggsmomentet vist i figur 2.7(c). Deres verdi er gitt i likning (2.28) og likning (2.29) angir disse på matrisform.



Figur 2.7: Tilleggskrefter i bygning med flere etasjer på grunn av store forskyvninger

$$\begin{aligned} F_n &= \frac{m_n g}{h_n} u_n \\ F_{n-1} &= -\frac{m_n g}{h_n} u_n \end{aligned} \quad (2.28)$$

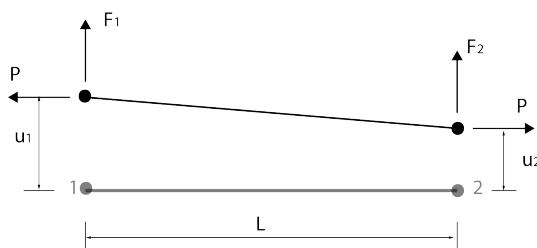
$$\begin{bmatrix} F_n \\ F_{n-1} \end{bmatrix} = \frac{m_n g}{h_n} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n \\ u_n \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Den deformerte konstruksjonen må være i likevekt. Dette betyr at de indre kreftene må være lik de ytre kreftene henholdsvis \mathbf{P}_{eff} og tilleggskreftene $\mathbf{X}\mathbf{u}$ slik som gitt i likning (2.30).

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{P}_{eff} + \mathbf{X}\mathbf{u} \quad (2.30)$$

Omskrevet vill $(\mathbf{K} - \mathbf{X})$ i likning (2.30) ikke være symmetrisk, men dette kan løses ved og introdusere den relative forskyvningen mellom etasjene som vist likning (2.31) [46]. Det må bemerkes at \bar{m}_n er den totale massen over etasje n . Det gjenkjennes at matrisen i likning (2.31) svarer til den geometriske stivhets matrisen for et stavelement med to frihetsgrader henholdsvis translasjonene u_1 og u_2 utsatt for en konstant aksiallast som vist i figur 2.8.

$$\begin{bmatrix} F_n \\ F_{n-1} \end{bmatrix} = \frac{\bar{m}_n g}{h_n} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n \\ u_{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$



Figur 2.8: Stavelement med to frihetsgrader og konstant aksialkraft

Da staven i figur 2.8 må være i likevekt i deformert tilstand kan den geometriske stivhetsmatrisen bestemmes. To frihetsgrader gir opphav til to likevektslikninger som angitt i likning (2.32). Disse skrevet på matriseform vil gi den tilsvarende geometriske stivhets matrisen som vist over.

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{P}{L} u_1 - \frac{P}{L} u_2 = 0 \\ F_2 &= -\frac{P}{L} u_1 + \frac{P}{L} u_2 = 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

I likning (2.33) er den dynamiske likevektslikningen for et systemet vist. Aksialkraften i søylene i rammekonstruksjonen betegnes negative i trykk. \mathbf{k} er den elastiske stivhetsmatrisen og \mathbf{k}_G er den geometriske stivhetsmatrisen. Det bemerkes at systemets svingeperiode T vil øke da elastiske systemer med store deformasjoner eller stor aksiallast som trykk vil få

en redusert stivhet. I motsetning vil konstruksjonsdeler som er i strekk kunne få en økning av stivheten.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{k} - \mathbf{k}_G)\mathbf{u} = -\mathbf{m}\mathbf{1}\ddot{u}_g(t) \quad (2.33)$$

2.7 Ikke-lineær statistisk analyse etter NS-EN 1998-1

I NS-EN 1998-1 er to ikke-lineære metoder angitt. Den ene metoden er en ikke-lineær tidshistorie analyse som omtalt kort i avsnitt 2.2 og den andre er en ikke-lineær statistisk analyse (analyse ved påført forskyvning). Metoden med påført forskyvning tar utgangspunkt i en kraftfordeling som er representativt for treghetskraftene som oppstår i bygget når massen i et hvert punkt akselererer. Denne fordelingen av kreftene påføres modellen i tillegg til gravitasjonslaster og en ikke-lineær statistisk analyse utføres. Det skal konstrueres en kapasitetskurve der forskyvningen ved et kontrollpunkt plottes mot skjærkraften ved fundamentet eller i overkant av en stiv kjeller. Det konstrueres så et ekvivalent system med en frihetsgrad som har de tilsvarende egenskapene som bygget i analysen. Forskyvningen av systemet med en frihetsgrad beregnes fra responsspektre. Kontrollpunktet i bygget forskyves så til den tilsvarende forskyvningen som systemet med en frihetsgrad og de ønskede responser i modellen kan bestemmes.

Den horisontale kraftfordelingen

Kraften F_i i likning (2.34) er kraften som virker på masse i i den i -te etasje i bygget med n etasjer. $i = (1, 2, \dots, n)$. α er en konstant for å monotont øke lastene som er påsatt konstruksjonen. NS-EN 1998-1 angir at moden Φ normaliseres, vanligvis slik at forskyvningen i et referansepunkt har verdien 1. Referansepunktet er ofte massesenteret til takplanet, det vil si $\Phi_n = 1$ [18]. De horisontale lastene som skal påføres konstruksjonen etter den ikke-lineære statiske analysen i regelverket [24], er diskutert i det følgende.

$$F_i = \alpha m_i \Phi_i \quad (2.34)$$

NS-EN 1998-1 angir at minst to sett med vertikale fordelinger av horisontale laster skal påføres konstruksjonen under den ikke-lineære analysen. Den første lastfordelingen som angis er en konstant fordeling som ikke er avhengig av modens form. Massen m_i er proporsjonal med sidekraften F_i og dersom $\Phi_i = 1$ i likning (2.34) er dette tilfredsstillt.

Den andre lastfordelingen som angis tar hensyn til formen på moden eller modene til bygget. Dette "modale" mønsteret bestemmes etter en elastisk analyse. Hvilken elastisk analyse som skal benyttes er avhengig av hvordan konstruksjonen er utformet. NS-EN 1998-1 tillater generelt to mulige elastiske analyser blant annet responsspektrum analysen i avsnitt 1.16. Utifra dette er det to mulige lastfordelinger, et for bygg som ikke påvirkes betydelig av høyere ordens moder og de som gjør det. Dersom konstruksjonen kan analyseres ved hjelp av tverrkraftmetoden [24] som benyttet i avsnitt 6.1 vil en lastfordeling med $\Phi_i = z_i$, der z_i er høyden til masse i være representativt for treghetskraftene i konstruksjonen. Lastfordelingen representerer formen på den første svingemoden. Bygg som kan beregnes etter tverrkraftmetoden er bygg der deres første svingemode gir betydelig bidrag på den totale responsen i bygget. Formen på den første svingemoden til slike bygg kan antas å være

økende og tilnærmet lineært med høyden av bygget og det blir da klart hvorfor denne kraftfordelingen er representativ. Det bemerkes at den lineære fordelingen ikke nødvendigvis vil være representativ og kanskje en bedre formulering vil være en parabelform.

For bygninger som ikke kan beregnes etter tverrkraftmetoden vil en kraftfordeling som svarer til formen på den første svingemoden til bygget være representativt for tregghetskreftene som oppstår når bygget utsettes for en akselerasjon. Likning (2.34) angir denne fordelingen.

I likning (2.35) er \mathbf{F} en $n \times 1$ vektor som angir kreftene som skal påføres konstruksjonen. Det er den konstante og "modale" lastfordelingen i tillegg til gravitasjonslaster som skal benyttes i analysen [24, 18].

$$\mathbf{F} = \alpha \mathbf{m} \Phi \quad (2.35)$$

Lastfordelingen påføres modellen og et kraft-forskyvningsplott konstrueres. Kraften skal svare til skjærkraften F_b ved fundamentnivå eller over stiv kjeller som beskrevet i litteraturen [24]. Forskyvningen er den horisontale forskyvningen d_n ved et bestemt kontrollpunkt som vanligvis er massesenteret til takplanet, men andre steder er også mulige.

Det ekvivalente systemet med en frihetsgrad

Det er fordelaktig å uttrykke kraft-forskyvnings forholdet til konstruksjonen gjennom et kraft-forskyvnings forhold til et ekvivalent system med en frihetsgrad. Det tas utgangspunkt i den dynamiske likevektslikningen til et system med flere frihetsgrader. Dette er tilsvarende omtalt i avsnitt 1.5. Likning (2.36) er den dynamiske likevektslikningen for et system med flere frihetsgrader. Løsningen av denne likningen gir forskyvningsvektoren \mathbf{u} . Dempnings leddet medtas ikke da designspektre tar hensyn til dette. \mathbf{P} er den motstående kraften i konstruksjonen tilsvarende \mathbf{ku} for lineærelastiske systemer. \mathbf{m} er massematrisen.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{P} = -\mathbf{m}\nu\ddot{u}_g \quad (2.36)$$

Forskyvningsvektoren til konstruksjonen kan beskrives ved likning (2.37) der Φ er formen på kraftfordelingen. Denne antas å være konstant, det vil si at formen på den forandres ikke. I tillegg er moden normalisert slik at $\Phi_n = 1$. Kreftene i konstruksjonen er de tilsvarende motstående kreftene slik at $\mathbf{P} = \mathbf{F}$ som definert i likning (2.35).

$$\mathbf{u} = \Phi d_n \quad (2.37)$$

Likning (2.37) innsatt i likning (2.36) og multiplisert med Φ^T på begge sider av likningen gir likning (2.38).

$$\Phi^T \mathbf{m} \Phi \ddot{d}_n + \Phi^T \mathbf{m} \Phi \alpha = -\Phi^T \mathbf{m} \nu \ddot{u}_g \quad (2.38)$$

Det antas at konstruksjonen kun har frihetsgrader som virker i retningen av grunnens forskyvning slik at $\nu = 1$. Likning (2.38) multipliseres med $\frac{\Phi^T \mathbf{m} \mathbf{1}}{\Phi^T \mathbf{m} \mathbf{1}}$ på venstre side av likningen.

$$\frac{\Phi^T \mathbf{m} \mathbf{1}}{\Phi^T \mathbf{m} \mathbf{1}} \Phi^T \mathbf{m} \Phi \ddot{d}_n + \frac{\Phi^T \mathbf{m} \mathbf{1}}{\Phi^T \mathbf{m} \mathbf{1}} \Phi^T \mathbf{m} \Phi \alpha = -\Phi^T \mathbf{m} \ddot{u}_g \quad (2.39)$$

Den dynamiske likevektslikningen for det ekvivalente systemet med en frihetsgrad er gitt i likning (2.40). Systemets masse m^* , kraft F^* og overgangen fra likning (2.39) er gitt i likning (2.41)-(2.44)

$$m^* \ddot{d} + F^* = -m^* \ddot{u}_g \quad (2.40)$$

Det ekvivalente en-frihetsgradsystemets masse m^* gitt i (2.41)

$$m^* = \Phi^T \mathbf{m} \mathbf{1} = \sum_{i=1}^n m_i \Phi_i \mathbf{1} \quad (2.41)$$

Faktoren som betegnes transformasjonsfaktoren [24] Γ er gitt i (2.42)

$$\Gamma = \frac{\Phi^T \mathbf{m} \mathbf{1}}{\Phi^T \mathbf{m} \Phi} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \Phi_i \mathbf{1}}{\sum_{i=1}^n m_i \Phi_i^2 \mathbf{1}} \quad (2.42)$$

Frihetsgraden til det ekvivalente en-frihetsgradsystemet er d^*

$$d^* = \frac{d_n}{\Gamma} \quad (2.43)$$

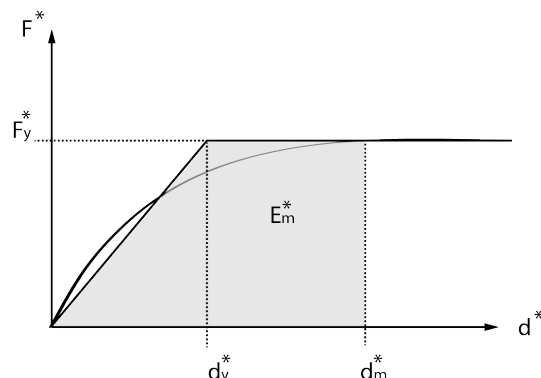
Kraften F^* i systemet er skjærkraften ved fundamentnivå eller over stiv kjeller dividert med transformasjonsfaktoren som angitt i (2.44).

$$F^* = \frac{F_b}{\Gamma} = \frac{m^* \alpha}{\Gamma} \quad \text{der} \quad F_b = \Phi^T \mathbf{m} \mathbf{1} \alpha = \alpha \sum_{i=1}^n m_i \Phi_i \mathbf{1} = \sum_{i=1}^n F_i \mathbf{1} \quad (2.44)$$

Figur 2.9 viser en illustrasjon av kraft forskyvnings forholdet til det ekvivalente systemet med en frihetsgrad og dens perfekt elasto-plastisk idealisering. Kraften F_y^* er skjærkraften ved fundament nivå når den plastiske mekanismen dannes i en-frihetsgrad systemet. Stivheten til systemet når $d^* \leq d_y^*$ bestemmes ved å sette arealet under den faktiske og den idealiserte kurven lik hverandre. Dette gir d_y^* . d_m^* er den maksimale forskyvningen til systemet med en frihetsgrad før det dannes en plastisk mekanisme. E_m^* er deformasjonsenergien frem til dannelse av mekanismen.

Fra figur 2.9 bestemmes d_y^* som angitt i likning (2.45). Likningen svarer til likning (1.46), men her med E_m^* som tøyingsenergien.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} F_y^* d_y^* + (d_m^* - d_y^*) F_y^* &= E_m^* \\ F_y^* d_m^* - \frac{1}{2} F_y^* d_y^* &= E_m^* \\ d_y^* &= 2 \left(d_m^* - \frac{E_m^*}{F_y^*} \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$



Figur 2.9: Perfekt elasto-plastisk kraft-forskyvnings forhold etter NS-EN 1998-1

Det perfekt elastoplastiske systemets svingeperiode bestemmes på tilsvarende måte som for et system med en frihetsgrad. Stivheten k^* til systemet er gitt i likning (2.46). Det er for dette formål av interesse å beregne F_y^* og d_y^* . Dersom systemet ikke etablerer en mekanisme i den forstand at det er elastisk under analysen er $T = T^*$.

$$k^* = \frac{F_y^*}{d_y^*} \quad (2.46)$$

$$T^* = \frac{2\pi}{\omega^*} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k^*}{m^*}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m^* d_y^*}{F_y^*}} \quad (2.47)$$

Påført forskyvning

I den ikke-lineære statisk analysen er resultatet et kraft-forskyvnings plott der forskyvningen ved et bestemt punkt i konstruksjonen er plottet mot skjærkraften ved fundamentet eller i toppen av en stiv kjeller. Den maksimale responsen til konstruksjonen på grunn av jordskjelvb belastningen vil ikke kunne bestemmes fra dette plottet, men dersom forskyvningen av konstruksjonen er gitt av jordskjelvb belastningen kan responsen i systemet bestemmes. Den maksimale forskyvningen eller målforskyvningen d_t^* bestemmes vanligvis gjennom den maksimale forskyvningen på det ekvivalente systemet med en frihetsgrad, eller i det bestemte punktet på konstruksjonen [18].

NS-EN 1998-1 angir at den påførte forskyvningen skal bestemmes fra det elastiske responsspekteret $S_e(T)$ med 5% dempning når det ekvivalente systemet en frihetsgrad med svingeperiode T^* tas i betraktning, det vil si $S_e(T^*)$. NS-EN 1998-1 benytter N2 metoden som angitt i litteraturen [29]. Metoden er en videreutvikling av antagelsen om at forskyvningen av et uelastiske system er lik forskyvningen av det tilsvarende elastiske systemet med lik egenperiode som det uelastiske. Det benyttes følgende uttrykk for å bestemme målforskyvningen i NS-EN 1998-1.

$$d_t^* = d_{et}^* = [\omega^*]^2 S_e(T^*) = S_e(T^*) \left[\frac{T^*}{2\pi} \right] \quad \text{for} \quad T^* \geq T_C \quad (2.48)$$

For $T^* < T_C$

$$d_t^* = d_{et}^* \quad \text{dersom responsen er elastisk} \quad \left(\frac{F_y^*}{m^*} \geq S_e(T^*) \right) \quad (2.49)$$

$$d_t^* = \frac{d_{et}^*}{q_u} \left(1 + (q_u - 1) \frac{T_C}{T^*} \right) \geq d_{et}^* \quad \text{dersom responsen er ikke-lineær} \quad \left(\frac{F_y^*}{m^*} < S_e(T^*) \right) \quad (2.50)$$

q_u er forholdet mellom akselerasjonen i system som er fullstendig elastisk og system med akselerasjon $\frac{F_y^*}{m^*}$.

$$q_u = \frac{S_e(T^*)m^*}{F_y^*} \quad (2.51)$$

Målforskyvningen til konstruksjonen kan bestemmes ved likning (2.43) når $d^* = d_t^*$. Konstruksjonen påføres denne forskyvningen og nødvendige responser kan hentes ut ifra modellen. NS-EN 1998-1 angir at kapasitets kurven må gjelde for 1.5 ganger målforskyvningen. Dette er den gjennomgatte analysen som er den ikke-lineære statiske analysen som angis i NS-EN 1998-1.

Den ikke-lineære statiske analysen er en tilnærmet metode for og kunne beskrive den dynamiske oppførselen til en konstruksjon som deformeres utover det elastiske område. Analysen er en statisk analyse som ikke klarer å gjenskape den dynamiske oppførselen eksakt. Analysen krever at to lastfordelinger av de horisontale lastene skal benyttes. Den konstante fordelingen og en "modal" fordeling. Når konstruksjonen har forskjøvet seg utover det elastiske området har den en ikke lineær oppførsel og modene som er beregnet for det elastiske tilfellet vil med økende grad av uelastisk oppførsel i konstruksjonen være en mindre representativ model for treghetskreftene i bygget. Andre formuleringer av de horisontale kreftene som skal representere treghetskreftene i bygget er blitt undersøkt i litteraturen. En av disse metodene er modal pushover analyse som omtalt i avsnitt 2.9.

2.8 Forenklet beregning av duktilitetetsfaktor etter NS-EN 1998-1

For enkelhetens skyld er det i NS-EN 1998-1 tatt høyde for at en relativ tidkrevende statisk ikke-lineær analyse ikke er nødvendig for å bestemme konstruksjonsfaktoren q . I tabell 2.1 er grunnverdien av konstruksjonsfaktoren q_0 som benyttes for å bestemme konstruksjonsfaktoren i likning (2.52) gjengitt. Verdien i tabellen er etter NS-EN 1998-1 for konstruksjoner som er regulære i oppriss og som dimensjoneres for duktilitetsklasse middels (DCM).

α_u defineres i NS-EN 1998-1 som den verdien den horisontale seismiske påvirkningen må multipliseres med for å danne det antall plastiske ledd i bæresystemet slik at en deformasjonsmekanisme er definert og samtidig som alle andre dimensjonerende påvirkninger holdes konstante, eksempelvis gravitasjonslaste. α_u kan bestemmes som forholdet mellom skjærkraften ved fundamentnivå eller over stiv kjeller når siste flyteledd dannes og den tilsvarende skjærkraften er den som opptrer ved den seismiske påkjenningen beregnet etter NS-EN 1998-1 [18].

Tabell 2.1: Grunnverdi av konstruksjonsfaktoren etter NS-EN 1998-1

Bæresystem	q_0
Omvendt pendelsystem	1.5
Torsjonsmykt system	2.0
Ukoblet veggssystem	3.0
Rammesystem	$3.0 \frac{\alpha_u}{\alpha_1}$
Dobbeltssystem	$3.0 \frac{\alpha_u}{\alpha_1}$
Veggssystem	$3.0 \frac{\alpha_u}{\alpha_1}$

α_1 defineres i NS-EN 1998-1 som verdien den horisontale seismiske dimensjonerende påvirkningen må multipliseres med for å nå bøyekapasiteten for første gang i en konstruksjonsdel i bæresystemet samtidig som alle de andre dimensjonerende virkningene på konstruksjonen holdes konstante.

$0.5 \leq k_w \leq 1.0$ er en faktor som gjenspeiler den vanligste bruddformen i bæresystemer med vegger [18]. For rammer er $k_w = 1.0$

$$q = q_0 k_w \geq 1.5 \quad (2.52)$$

Dersom en statisk ikke-lineær analyse ikke er utført for å bestemme forholdet $\frac{\alpha_u}{\alpha_1}$ angir regelverket tilnærmede verdier for forholdet avhengig av hvilket bæresystem som motsår de seismiske lastene. Verdier for $\frac{\alpha_u}{\alpha_1}$ varierer fra 1.0 til 1.3 for bygninger som er regulære i oppriss. Denne avhandlingen omhandler bæresystemer av plasstøpt betong som er regulære i oppriss, men det kan bemerkes at for konstruksjoner som ikke tilfredsstillt kravene til regularitet i NS-EN 1998-1 bestemmes forholdet $\frac{\alpha_u}{\alpha_1}$ som gjennomsnittet mellom 1.0 og verdien av forholdet som måtte gjelde for det aktuelle bæresystemet. Som det fremkommer av det ovennevnte vil en reduksjon i $\frac{\alpha_u}{\alpha_1}$ for bygninger som ikke er regulære i planet være høyst 13%. NS-EN 1998-1 spesifiserer en maksimal verdi på $\frac{\alpha_u}{\alpha_1} = 1.5$ som den største verdien som kan benyttes til grunnverdien av konstruksjonsfaktoren selv om en statisk ikke-lineær analyse er benyttet for å verifisere konstruksjonsfaktoren q .

2.9 Modal pushover analyse

NS-EN 1998-1 tar i bruk statisk ikke-lineær analyse og metoden er en tilnærmet metode. Anil K. Chopra og Rakesh K. Goel har utviklet en metode for å ta høyde for omfordelingen av treghetskrefter og bidraget fra høyere ordens moder når konstruksjonselementer har en ikke lineær oppførsel. Metoden er presentert i litteraturen [4] og beskrevet i det under.

Flere formuleringer av kraftfordelingen er blitt gjort av forskere for beskrive de overnevnte innvirkningene, men dette har ført til krevende analyser som beskrevet i litteraturen [4, 16]. Metoden til Chopra og Goel kalles modal pushover analyse, (*eng. modal pushover analysis*), eller kort MPA. Det er vist i litteraturen [4, 3] at metoden vil gi tilsvarende resultater som en modal tidshistorie analyse som beskrevet i avsnitt 1.15 dersom den er benyttet på lineær elastiske konstruksjoner. Dette ble videreutviklet til å gi en tilnærmet beskrivelse av uelastiske konstruksjoner.

I den ukoblet modale tidshistorie analysen i avsnitt 2.4 ble antagelsen om at koblingen mellom de modale koordinatene er liten slik at tilnærmingen som er gitt i likning (2.15)

er tilfredstillende. Dette førte til at N koblede differensiallikningene kunne separeres til N ukoblede likninger. Hver likning kunne formuleres og tolkes som den dynamiske likevektslikningen for den n 'te modes ikke-lineære system med en frihetsgrad. Likningen for dette representative systemet er gitt i likning (2.16). Kraften $\frac{\phi_n^T \mathbf{f}_s(D_n, \dot{D}_n)}{L_n}$ og forskyvningen D_n kan uttrykkes i et kraft-forskyvnings diagram og det er dette som er av interesse å bestemme.

$$\mathbf{s}_n^* = \mathbf{m}\phi_n \quad (2.53)$$

Det antas i det følgende at de naturlige vinkelfrekvensene ω_n og svingemoder ϕ_n til bygget er bestemt ved en egenverdianalyse. For å bestemme kraft-forskyvnings diagrammet til den n 'te modes uelastiske system med en frihetsgrad utføres det en statisk ikke-lineær analyse der den vertikale lastfordelingen som påføres konstruksjonen horisontalt er gitt i likning (2.53). Det skal tas hensyn til de vertikale gravitasjonslaster under analysen. Det konstrueres så et globalt kraft-forskyvnings plott for den n 'te moden der skjærkraften ved fundament er plottet mot forskyvningen av massesenteret i toppen av konstruksjonen. Disse plottene idealiseres til bi-lineære, elastoplastiske eller andre idealiseringer slik at arealet under grafene er like.

Det er vist i litteraturen [3] at det idealiserte kraft-forskyvnings plottet kan transformeres til den n 'te modes uelastiske en-frihetsgrad systems kraft-forskyvnings diagram gjennom sammenhengen gitt i likning (2.54)-(2.55). Det kan bemerkes at andre metoder kan benyttes for overgangen fra et kraft-forskyvnings plott bestemt ved en pushover analyse til kraft-forskyvnings oppførselen til systemet med en frihetsgrad som beskrevet i litteraturen [38]. I likning (2.55) er u_{rn} forskyvningen av massesenteret i toppen av konstruksjonen og ϕ_{rn} er verdien av ϕ_n i det samme punktet. Andre parametere er kjent fra tidligere.

$$\frac{V_{fnd.,n}}{M^*} = \frac{\phi_n^T \mathbf{f}_s(D_n, \dot{D}_n)}{L_n} \quad (2.54)$$

$$D_n = \frac{M_n u_{rn}}{L_n \phi_{rn}} = \frac{\phi_n^T \mathbf{m} \phi_n u_{rn}}{\phi_n^T \mathbf{m} \mathbf{u} \phi_{rn}} \quad (2.55)$$

Den n 'te modes uelastiske en-frihetsgrad systems kraft-forskyvnings diagram er kjent. Systemets naturlige vinkelfrekvens er vist i litteraturen [3] til å være bestemt når det idealiserte systemet med en frihetsgrad begynner og flyte. Verdiene svarer til det ekvivalente lineære systemet. Tilsvarende som for likning (2.54)-(2.55) er sammenhengen når flyt i systemet oppstår gitt av likning (2.56)-(2.57).

$$\frac{V_{fnd.,ny}}{M^*} = \frac{\phi_n^T \mathbf{f}_s(D_{ny}, \dot{D}_{ny})}{L_n} \quad (2.56)$$

$$D_{ny} = \frac{M_n u_{rny}}{L_n \phi_{rn}} \quad (2.57)$$

I modal pushover analysen løses så likning (2.16) enten ved en tidshistorie analyse, respons spektrum- eller designspektrumanalyse for elastiske eller uelastiske systemer der den maksimale forskyvningen av $D_n = D_{n,maks}$ bestemmes. Dette kan gjøres da T_n og ζ_n til systemet med en frihetsgrad er kjent. Som nevnt tidligere er disse verdiene basert på de

elastiske egenskapene til konstruksjonen. Verdien av svingeperioden er gitt i likning (2.58). Det er denne som skal benyttes i likning (2.16).

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{L_n D_{ny}}{\phi_n^T \mathbf{f}_s(D_{ny}, \dot{D}_{ny})}} \quad (2.58)$$

$$u_{rn,maks} = \frac{L_n}{M_n} \phi_{rn} D_{n,maks} \quad (2.59)$$

Dersom det utføres en modal pushover analyse på konstruksjonen der den maksimale forskyvningen er $u_{rn,maks}$ som bestemt fra likning (2.59), vil analysen gi et estimat på maksimale responser r_{n0} . Metoden utføres for et ønsket antall moder og den maksimale responsen i systemet r_0 bestemmes ved og benytte kombinasjonsmetodene som presentert i avsnitt 1.16 for r_{n0} der $n = (1, 2, \dots, N)$.

Kapittel 3

Duktilitet i tverrsnittet

3.1 Innledning

Når en duktil deformasjonsmekanisme skal sikres påfaller det følgelig krav til materialene og konstruksjonsdelene som benyttes. I avsnitt 3.2 undersøkes disse egenskapene. Det sees på betong med en forhindret tverrutvidelse og hvordan dette påvirker duktiliteten i materialet samt de krav som settes til armeringen som skal benyttes. Geometrien til de enkelte konstruksjonsdelene i systemet er avgjørende for deres oppførsel. I avsnittene 3.4, 3.5, 3.6 og 3.7 presenteres og diskuteres konstruksjonsdeler som normalt benyttes i bæresystemer for seismiske laster. De presenterte konstruksjonsdelene er henholdsvis bjelker, søyler, skiver og dekker. For de tre første foreligger det en gjennomgang av hvordan den lokale duktiliteten kan sikres på lokalt nivå samt de krav som stilles til konstruksjonsdelen etter gjeldene regelverk NS-EN 1998-1. En redgjørelse for begrepet kapasitetsdimensjonering gjøres da dette er et sentralt begrep når det skal påtvinges en bestemt oppførsel i konstruksjonen.

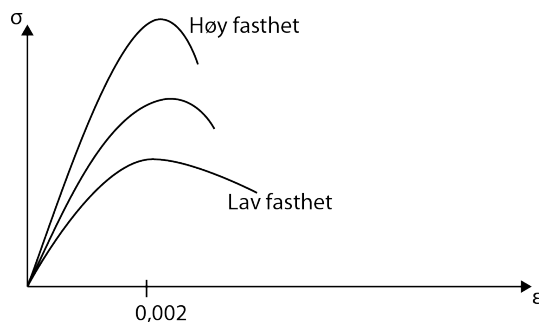
3.2 Materialene i armert betong

Duktilitet i betong

Betong er det mest brukte byggematerialet i Norge [31]. Med betong menes her normalbetong. Materialet består av vann, sement, tilslag, tilsetningsstoffer og materialer. Det er blandingen mellom sement og vann som danner sementpastaen. Sement er et hydraulisk bindemiddel som blandet med vann vil danne et fast reaksjonsprodukt gjennom en kjemisk reaksjon [31]. I den kjemiske reaksjonen mellom sementen og vannet som kalles hydratisering vil fastheten i materialet utvikle seg med tiden. Fasthetsutviklingen er betydelig i de første timene da betongen går fra en plastisk tilstand til fast tilstand. I herdefasen øker fastheten til betongen ytterligere, men avtar med tiden. Etter 28 døgn anslås det at en videre fasthetsutvikling ikke vil være av betydning. Det er mange faktorer som har innvirkning på betongens egenskaper som et ferdig produkt, men dette vil ikke bli omtalt i det videre. For å fastsette fastheten til betongen benyttes det standardiserte prøvemethoder.

NS-EN 1992-1 spesifiserer fasthetsklasser for betong klassifisert etter deres trykkfasthet. Fasthetsklassene bestemmes ifra prismeformede prøvestykker som trykkes til brudd. I fi-

gur 3.1 er en illustrasjon av forløpet for tre forskjellige prismeformede prøver av betong vist dersom trykkspenningen plottes som en funksjon av tøyningen. Det fremkommer av figuren at betongen med lavest trykkfasthet kan tøyres lengst og av den grunn er et mere duktilt materiale. NS-EN 1992-1 tar hensyn til den lavere duktiliteten i betong med høy fasthetsklasse slik som vist i figur 3.1.



Figur 3.1: Illustrasjon av spenning-tøyningsforløp for betongprismer under trykk

Det er vist i litteraturen [36, 42, 13, 12] at trykkprøver av betong med en relativ lav trykkfasthet som de i figur 3.1 er betongtøyningen ved maksimal trykkspenning anslått til 0.002. Som det fremkommer av kurvene er trykkprøvene fortsatt i stand til ta en redusert spenning etter at den maksimale spenningen er nådd. Betongen vil da ha fått riss i retningen av den påførte trykkraften. For å ta hensyn til den avtagende delen på spenning-tøyningsforløpet i NS-EN 1992-1 er det definert en maksimal akseptabel tøyning. Dersom denne tøyningen overskrides vil ikke lenger materialet anses som tilfredstillende [13] i den forstand at materialet er ødelagt i form av oppsprekking eller avskalling.

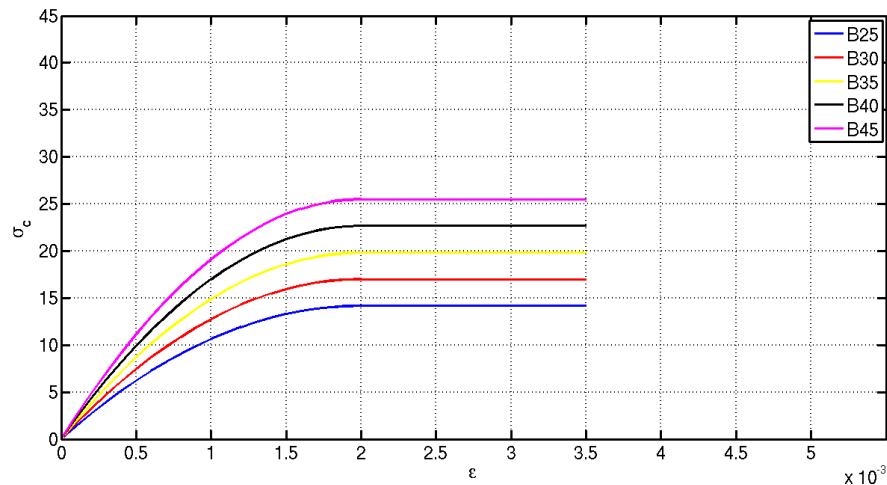
Sammensetningen av de forskjellige komponentene i betongen fører til ulike egenskaper i materialet. Tabell 3.1 viser noen av de mest vanligste fasthetsklassene som er benyttet i Norge [42, 23]. f_{ck} er sylindrisk trykkfasthet. f_{cd} er den dimensjonerende verdien i henhold til NS-EN 1992-1. f_{ctm} er middelverdien av sentrisk strekkfastheten etter 28 døgn. ε_{c2} er tøyningen under trykk ved en oppnådd karakteristisk fasthet. ε_{cu2} er den maksimale tøyningen betongen anses å kunne ha under trykk før skadene på betongen er så omfattende at det ikke anses som akseptabelt. Denne tøyningen er (under forutsetningen at ingen reduksjon av spenning i materialet har funnet sted) i virkeligheten den tøyningen som finner sted i den avtagende delen av spenning-tøynings forløpet når en reduksjon i trykkspenningen på 15% etter at maksimal trykkspenning er nåd [13]. n er en eksponent som benyttes i spennings-tøynings diagrammet gitt i likning (3.1). Som det fremkommer av tabellen tar NS-EN 1992-1 hensyn til den reduserte duktiliteten i betong med høyere fasthet som tidligere nevnt. Det bemerkes at betongens trykkfasthet er mye større enn kapasiteten i strekk (ca.10%).

Tabell 3.1: Klassifiserte verdier for forskjellige betongkvaliteter etter NS-EN 1992-1

Beskrivelse	-	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B55	B65	B75
f_{ck}	$(\frac{N}{mm^2})$	20	25	30	35	40	45	55	65	75
f_{cd}	$(\frac{N}{mm^2})$	11.3	14.2	17.0	19.8	22.7	25.5	31.2	36.8	42.5
f_{ctm}	$(\frac{N}{mm^2})$	2.2	2.6	2.9	3.2	3.5	3.8	4.2	4.5	4.7
ε_{c2}	(%)	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.22	0.235	0.245
ε_{cu2}	(%)	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.31	0.28	0.265
n	-	2	2	2	2	2	2	1.75	1.53	1.43

Generelt og som vist i figur 3.1 har betong en fullstendig ikke-lineær oppførsel under trykk som er av betydning. Tilsvarende vil betongens lave strekkapasitet kunne antas lineær frem til strekkbrudd. Figur 3.2 viser et av de idealiserte spenning-tøyning forløpene for betong som kan benyttes i NS-EN 1992-1. Forløpet er plottet for forskjellige fasthetsklasser. Den analytiske beskrivelsen av spenning-tøyningforløpet frem til ε_{c2} er en modifisert utgave av Hognestad's parabel som beskrevet i litteraturene [36, 13] og er en ofte benyttet beskrivelse av forløpet frem til maksimal spenning. Som det fremkommer av figuren er et konstant forløp benyttet for å beskrive den postmaksimale spenningstilstanden.

$$\begin{aligned} \sigma_c &= f_{ck} \left(1 - \left[1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right]^n \right) & \text{for } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \\ \sigma_c &= f_{ck} & \text{for } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} \end{aligned} \quad (3.1)$$



Figur 3.2: Idealisert spenning-tøyningkurve for betong etter NS-EN 1992-1

Som tidligere nevnt er duktiliteten til betong med høy fasthet mindre enn betong med lav fasthet. Da bruk av betong med lav fasthet kan være mulig i enkelte konstruksjoner vil det for store bygninger kanskje ikke være mulig å benytte lave fasthetsklasser. Det er da ikke materialet betong alene som er av betydning for duktiliteten, men heller samvirket mellom armeringen og betongen i den forstand at armeringen forhindrer en tverrutvidelse av betongen den omslutter. Dette fører til et komposittmateriale som har en høyere duktilitet enn om betongen virket alene.

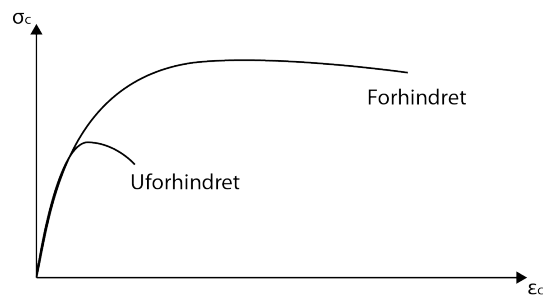
Betong med forhindret tverrutvidelse

For konstruksjonselementer i betong som utsettes for ekstreme laster som i jordskjelv der lasten kan øke, avta og reverseres, er en forhindret tverrutvidelse av betongkjernen ved omsluttende bøyler av betydning. I henhold til NS-EN 1992-1 er betongtøyningen $\varepsilon_{cu2} = 0.0035$ den maksimale tillatte tøyningen for betong som har en fasthetsklasse B12-B50. NS-EN 1998-1 stiller krav til at betong med lavere klasse enn B16 ikke skal benyttes i primære seismiske konstruksjonsdeler. Betong med lavere fasthet er som beskrevet tidligere

mere duktilt og det er da nærliggende å tro at kravene i det gjeldene regelverk [24] er knyttet til heften av armeringen samt en vis minimumsstyrke. Det er imidlertid vist i litteraturene [36, 13, 12] at tøyningen ε_{cu2} kan økes betydelig dersom betongen utsettes for en triaksiell trykkspenningstilstand. Betong som utsettes for en slik spenningstilstand vil i henhold til litteraturene [36, 13, 12] ha høyere styrke, tåle større deformasjoner, være en tettere betong samt ha økt motstand mot skjær.

Dersom en betongsøyle under stor aksialbelastning har en betongkjerne som er omsluttet av spiralarmering vil betongsøylen ha en spenningstilstand som er svært nærliggende den ved hydrostatisk trykk [13, 36]. Det vil si at det oppstår trykkspenninger mellom betongen som ønsker å utvide seg og de bøylen som ligger utenfor den utvidende betongen. I tillegg til bøylen vil lengdearmingen, dersom den har tilstrekkelig stivhet, kunne bidra positivt til effekten.

Tilfellet som er beskrevet over kalles passiv fastholdelse (*eng. confinement*) i motsetning til et ytre hydrostatisk trykk, eksempelvis i form av vanntrykk som kalles aktivt fastholdelse. Spenningstilstanden som opptrer i søylen er en triaksiell spenningstilstand. Tilstanden fører til en økning i betongens styrke og en reduksjon av hellningen til spenning-tøynings kurven etter at den maksimale spenningen er oppnådd. Som en illustrasjon er forskjellen mellom betong under trykk med og uten forhindret tverrutvidelse vist i figur 3.3.



Figur 3.3: Illustrasjon av spenning-tøynings oppførselen til betong med og uten forhindret tverrutvidelse

Generelt har bøylearmeringen tre hovedfunksjoner [13]:

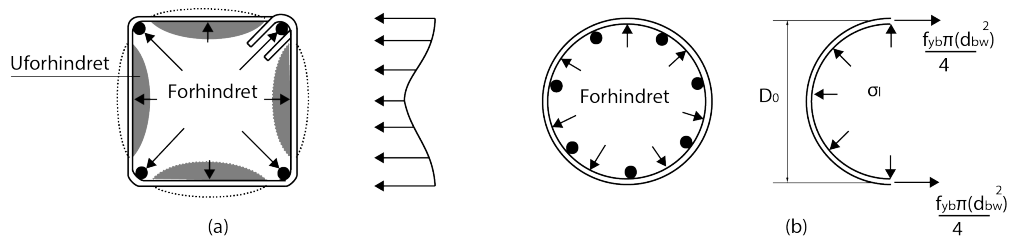
- motvirke skjærbrudd i betongen
- motvirke utknekking av lengdearmingen
- øke duktiliteten av betongen

Det er den sistnevnte funksjon som diskuteres i det videre. I tverrsnitt som helt eller delvis er under trykk, eksempelvis søyler eller bjelkers trykksone og der tverrutvidelsen forhindres av bøyler vil spenningstilstanden bli modifisert fra en enaksial spenningstilstand til en fleraksial spenningstilstand [13]. Det er hovedsaklig tre typer bøyleformer som benyttes til dette formålet. Figur 3.4(a) viser et rektangulært/kvadratisk tverrsnitt av en søyle med bøylearmering som vist. Figur 3.4(b) viser et sirkulært tverrsnitt med sirkulær bøylearmering. I begge tverrsnittene er overdekningen til armeringen utelatt. Det er vist i litteraturene [13, 36] at en sirkulær armeringsform er mer effektiv enn en rektangulær eller kvadratisk form når det kommer til økningen av duktiliteten i tverrsnitt. Det påpekes også at armering som har form som en spiral er vist til å være mer effektiv enn den sirkulære.

Årsaken til at den sirkulære- eller den spiralformede armeringen er mer effektiv er vist i spenningsfordelingen i figur 3.4. Som det fremkommer vil den sirkulære armeringen ha en

konstant spenningsfordeling som vil virke tilnærmet som et hydrostatisk trykk på betongen når utvidelsen er stor. Det rektangulære/kvadratiske tverrsnittet vil tilsvarende søke en utvidelse, men armeringen vil ikke kune gi en konstant fordelig da spenningskonsentrasjoner vil oppstå i hjørnene av tverrsnittet. Årsaken til dette er at armeringen lettere kan deformere seg mellom lengdearmeringen i tverrsnittet.

Betongen som er merket med “forhindret” i figur 3.4 vil ha en triaksiell spenningstilstand og inneha de egenskapene som tidligere ble beskrevet. Betongen som er uforhindret vil ha en oppførsel tilsvarende den for enaksial spenningstilstand. Dette er da de deler av figur 3.4(a) som ikke er merket “forhindret” og overdekningen. De uforhindrede delene av tverrsnittet vil etter NS-EN 1992-1 anses som ikke akseptable dersom tøyningen i betongen er større enn $\varepsilon_{cu2} = 0.0035$.



Figur 3.4: Illustrasjon av armering for forhindret tverrutvidelse av betong

Den økte duktiliteten for et gitt tverrsnittet på grunn av passiv forhindret tverrutvidelse er hovedsaklig styrt av [36]:

- betongens trykkfasthet, fordi en betong med lavere fasthetsklasse vil generelt være mere duktil enn betong med høy trykkfasthet.
- avstanden mellom bøylerne s da en tettere avstand mellom bøylerne vil føre til et jevnere trykk langs tverrsnittets lengde. Motsatt vil en større avstand føre til at ikke all betong vil ha en triaksiell spenningstilstand.
- bøylearmeringens flytespenning f_{yd} . Når betongen utvides vil flytespenningen i bøylearmeringen sette en øvre grense på hvor store spenninger den kan motstå. Dette forutsetter da at en fastning av stålet neglisjeres.
- diameteren D_0 på bøylen relativt til avstanden mellom hjørnene (for kvadratiske tverrsnitt). Årsaken til dette er at dersom avstande mellom spenningskonsentrasjonene er stor kan bøylen ha muligheter for å bøye seg ut. Dette kan unngås dersom diameteren på bøylearmeringen er stor nok.
- lengdearmeringen. Armering som er parallell med retningen av belastningen vil kunne gi et bidrag til å forhindre tverrutvidelsen av betongen. Plasseringen og størrelse på lengdearmeringen samt avstanden mellom bøylerne er i den sammenheng av betydning. Avstanden mellom bøylerne vil også påvirke muligheten for utknekkning av lengdearmeringen som er under trykk. Dette forutsetter at lengdearmeringen er plassert inntil bøylearmeringen.

For tverrsnittet i figur 3.4(b) er trykkspenningen som forhindrer en tverrutvidelsen av betongen gitt som σ_l i likning (3.2). Dette forutsetter selvfølgelig at den maksimale trykkspenningen for betongen uten forhindret tverrutvidelse er overskredet. Som det fremkommer av likningen er σ_l en konstant fordeling som strengt talt kun er tilfellet dersom den var

utsatt for et hydrostatisk trykk. Det fremkommer også at den konstante trykkspenningen som virker langs tverrsnittet øker med en økning av armeringens flytespenning, areal av bøyene, redusert avstand mellom bøyene eller diameter D_0 .

$$\sigma_l = f_{yd} \frac{\pi (d_{bw})^2}{4sD_0} \quad (3.2)$$

Som beskrevet i litteraturen [13] er generelt spenning-tøyningsforløp for betong med en forhindret tverrutvidelse på grunn av tverrgående bøyler konstruert på bakgrunn av prøver som er uavhengig av geometrien til bøyene. Analytisk tilpasning av spenning-tøyningsforløpet er beskrevet i litteraturene [44, 36, 13] for en rekke varianter. Felles for mange er at de benytter Hognestad's parabel som er gitt i likning (3.3). Parabellen benyttes for å beskrive oppførselen frem til den største tillate spennigen i betongen. E_c er den initielle tangentmodulen, f_c er trykkfastheten for en sylinder og $\varepsilon_{cx} = \frac{2f_c}{E_c}$. Det finnes flere forsøk på å beskrive forløpet etter at maksimale spennigen er nådd der noen skiller mellom sirkulær armering og kvadratisk/rektangulær. Det er ikke i avhandlingens interesse å diskutere de forskjellige materialmodellene, men heller det som omtales i NS-EN 1998-1.

$$\sigma_c = f_c \left[\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_{cx}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cx}} \right) \right] \quad (3.3)$$

Betong med forhindret tverrutvidelse i NS-EN 1998-1

Det er i NS-EN 1998-1 ikke angitt en konstituerende material lov for betong med forhindret tverrutvidelse, men det henviser til NS-EN 1992-1. Det spesifiseres at en økning $\alpha\omega_{wd}$ av betongtøyningen skal benyttes dersom tøyningen av betongen er større enn ε_{cu2} på et hvilket som helst punkt i tverrsnittet. Likning (3.4) angir den maksimale tillate tøyningen dersom betongen har en forhindret tverrutvidelse på grunn av omsluttende armering [24].

$$\varepsilon_{cu2,c} = 0.0035 + 0.1\alpha\omega_{wd} \quad (3.4)$$

$\alpha = \alpha_n\alpha_s$ er en effektivitetsfaktor. α_n og α_s er henholdsvis gitt i likning (3.5) og (3.6). α_n uttrykker andelen av tverrsnittet som har en forhindret tverrutvidelse. For sirkulære søyler med spiral eller bøylearmering er $\alpha_n = 1$ som betyr at hele kjernen som omsluttet av bøyler antas å ha en forhindret tverrutvidelse. h_0 og b_0 er henholdsvis høyden og bredden på betongkjernen målt fra senter av armeringen. b_i er senteravstanden mellom lengdearmeringen.

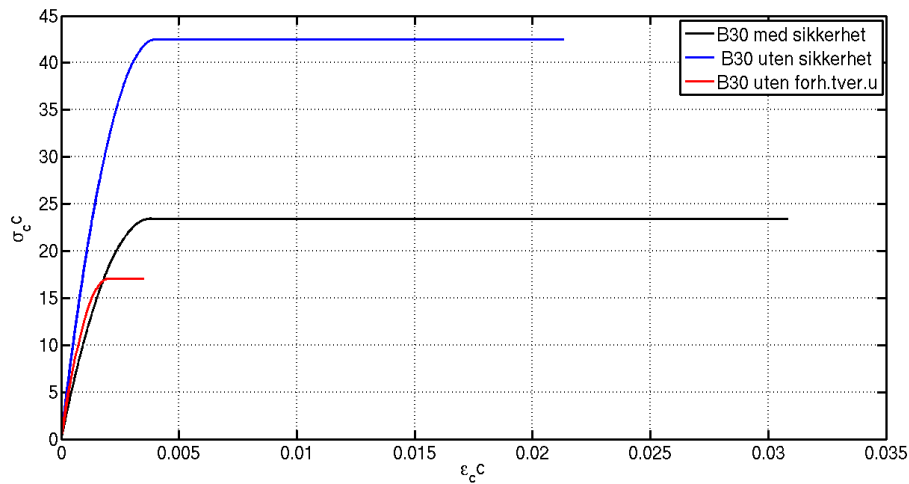
$$\alpha_n = 1 - \sum_n \frac{b_i^2}{6h_0b_0} \quad (3.5)$$

α_s uttrykker effektiviteten av avstanden mellom bøyene. For sirkulære søyler med bøylearmering er $h_0 = b_0 = D_0$ der D_0 er diameteren mellom senter av bøylearmeringen. For sirkulære søyler med spiralarmering er økningen av effekten negliskjeringen av kvadratet. Fra likning (3.6) er det klart at $s \leq 2b_0$ da en reduksjon av tøyningene i betongen når den er forhindret fra tverrutvidelse ikke vil være tilfellet, uansett hvor stor avstanden mellom bøyene er.

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2b_0}\right) \left(1 - \frac{s}{2h_0}\right) \quad (3.6)$$

ω_{wd} er det mekaniske volumetriske forholdet gitt i likning (3.7). ρ_w er forholdet mellom volumet av bøyler eller spiraler og betongkjernen. $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ er dimensjonerende flytespenning fra en elastoplastisk idealisering av spenning-tøynings forløpet for armeringstålet og $f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ er dimensjonerende trykkfasthet.

$$\omega_{wd} = \rho_w \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (3.7)$$



Figur 3.5: Idealisert spenning-tøyningskurve for betong med forhindret tverrutvidelse etter NS-EN 1992-1

Figur 3.5 viser det idealiserte spenning-tøyningsforløpet som kan benyttes i henhold til NS-EN 1992-1 når betongen har en forhindret tverrutvidelse på grunn av omsnørende armering. I likning (3.8) er det de karakteristiske verdiene $f_{ck,c}$ for betong med forhindret tverrutvidelse som benyttes. Etter $\epsilon_{c2,c}$ i likning (3.9) antas et lineært forløp som det fremkommer av figuren. Det er plottet tre forløp av trykkfastheten for et tverrsnitt som har sirkulær omsluttende armering om betongtverrsnittets kjerne. Figuren viser den dimensjonerende og karakteristiske verdien for betongen med forhindret tverrutvidelse samt den dimensjonerende verdien for betong uten forhindret tverrutvidelse. Sistnevnte er tilsvarende som i figur 3.3. Den sirkulære betongkjernen har kvalitet B30 og en diameter på 600mm . Den omsluttende armeringen har diameter 20mm og en stålqualität B500 NC. Avstanden mellom senter av bøylerne er satt til 150mm . Lengdearmingen er her neglisjert. Som det fremkommer av figur 3.5 og som er diskutert tidligere er det klart at betongen har høyere styrke og er mer duktil når den omsluttet av bøyler. Det bemerkes at duktiliteten er høyere for tverrsnittet med sikkerhetsfaktorer. Årsaken til dette er gitt i likning (3.7) der de dimensjonerende verdiene for materialene er benyttet. Det er påpekt i litteraturen [13] at sikkerhetsfaktorene i denne sammenheng har de motsatte effektene og at det er de karakteristiske verdiene som bør ligge til grunn.

$$\begin{aligned}
f_{ck,c} &= f_{ck} \left(1.000 + 5.0 \frac{\sigma_l}{f_{ck}} \right) & \text{for } \frac{\sigma_l}{f_{ck}} \leq 0.05 \\
f_{ck,c} &= f_{ck} \left(1.125 + 2.25 \frac{\sigma_l}{f_{ck}} \right) & \text{for } \frac{\sigma_l}{f_{ck}} > 0.05
\end{aligned}
\tag{3.8}$$

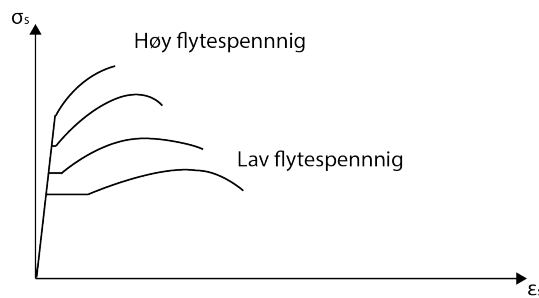
$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \left(\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} \right)^2
\tag{3.9}$$

De omtalte spenning-tøyningsskurvene som er omtalt i dette avsnittet er definert for monotonsk belastning. I jordskjelv vil det som tidligere beskrevet være reverserende laster. Som beskrevet i litteraturen [13] er de fleste forsøk som er utført på betong under trykk utført ved monotonsk belastning. Det er etter utførte forsøk på søyler med forskjellige tverrsnitt og armering som omtalt i litteraturene [44, 13] vist at av- og pålastningskurven for tverrforhindret betong har den samme oppførselen som for betong som ikke har en forhindret tverrutvidelse.

Armering

I armert betong er det armeringens evne til å deformere seg som hovedsaklig gir den duktile oppførselen som etterstrebes. For konstruksjoner som utsettes for statiske eller monotont økende laster i en retning kan et spenning-tøyningss diagram med en perfekt elastisk-plastisk idealisering være tilfredstillende som beskrevet i litteraturene [44, 13]. Vanlig armeringstål som benyttes i Norge kalles kamstål. Denne typen armeringsstål er runde varmvalsedede stålstenger med uthevninger på overflaten som kalles kammer. Uthevningene er vinklet slik at de danner minst en vinkel på 45° med akse i lengderetningen til stålet og er representert på omtrent 75% av overflaten [36]. Kammene på armeringstålet er avgjørende for heftegenskapene mellom betong og armering. Figur 3.6 viser en illustrasjon av typiske spenning-tøyningss forløp for stål utsatt for strekk. Responseren viser en elastisk oppførsel opp til et konstant platå der tøyningene øker uten en økning i belastning. Stålet viser så en økning i tøyningene samtidig med at spenningene økes før den maksimale spenning nås og den avtagende delen på kurven begynner. Økningen i materialets kapasitet skyldes fastning av materialet [42]. Før bruddet oppstår er materialet ustabil og det er ofte antatt at tøyningen ved maksimal spenning er den største tøyningen stålet kan tillates å ha. Generelt skal det benyttes et spenning-tøyningss forløp som er representativ for den aktuelle armeringen som benyttes i konstruksjonen [42].

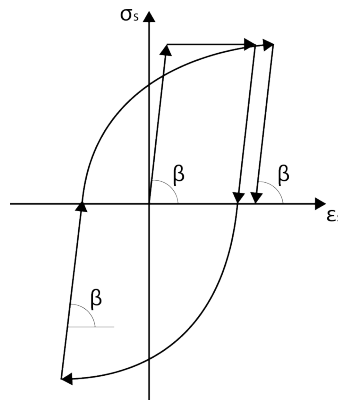
Det er som oftest tilfredsstillende å benytte en perfekt elastisk-plastisk idealisering av resonsen til armeringstålet under strekk ved vanlig dimensjonering og NS-EN 1992-1 tillater denne type idealisering. I perfekt elastisk-plastisk idealisering av resonsen er fastningen av stålet neglisjert og det er ihenhold til regelverket [23] ikke nødvendig med påvisning av grensetøyningen ε_{uk} . Idealiseringen kan være tilfredstillende for mange situasjoner, men neglisjeringen av fastningen av stålet er ikke tilfredstillende for konstruksjoner som skal ha en definert deformasjonsmekanisme som beskrevet i litteraturen [44]. Det påpekes også at det etterstrebes en materialoppførsel av stålet slik den presentert i figur 3.6 ved en elastisk gren før flytespenningen nås. Ved nådd flytespenning søkes et parti der tøyningen øker for en konstant spenningsverdi for en gradvis fastning av stålet [44].



Figur 3.6: Illustrasjon av spenning-tøyings oppførsel til armering under strekk

Det er av interesse for konstruktører som konstruerer bygninger for en duktil oppførsel å ha kontroll på hvor i den duktile deformasjonsmekanismens konstruksjonsdeler at flyteledd oppstår og vedvarer, mens andre deler av mekanismen forblir i det elastiske området som beskrevet i avsnitt 3.3. Generelt er fastning av stålet i områder med plastiske deformasjoner ønsket da området med flyt kan ta ytterligere momenter. Dersom stålet begynner å flyte ved en relativ høy spenning slik at fastningen av stålet inntreffer nær flytetøyningen vil skille mellom områder som er konstruert for å være plastiske og elastiske ikke lenger være enkelt adskilt.

Som angitt i litteraturen [13] har det i tidligere utgaver av regelverk vært satt en relativ lav grense på stålqualiteten slik at duktiliteten til armeringen er sikret, men stålteknologien per dags dato gjør at produsentene av armeringstål har god kontroll på materialets egenskaper og av den grunn er dette utelatt i NS-EN 1998-1. Det bør bemerkes at regelverket tillater andre armeringstyper enn kamstål i lukkede bøylere og tverrbindere da deres heftegenskaper ikke er av stor betydning [24].



Figur 3.7: Illustrasjon av Bauschinger effekten for armeringsstål under seismisk belastning

For slakkarmerte konstruksjonselementer i betong som utsettes for reverserende laster kan strekkarmeringen få trykkspenninger. Figur 3.7 viser en illustrasjon av et armeringstål som er utsatt for dynamisk belastning med fortegnssbytte utover flytespenningen. Figuren viser lineær-elastic oppførsel for materialet under strekk frem til flyt. Når flyt i materialet har funnet sted vil en reduksjon i strekkspenningene følge en lineær gren med samme hellning som den initielle grenen. Ved fortegnssbytte av belastning i materialet vil stivheten være redusert og en ikke-lineær oppførsel finner sted ved et spenningsnivå lavere en flytespenningen, gitt at flyt allerede har oppstått. Denne effekten kalles Bauschinger effekten etter den tyske matematikeren Johann Bauschinger som beskrevet i litteraturene [13, 36]. Når

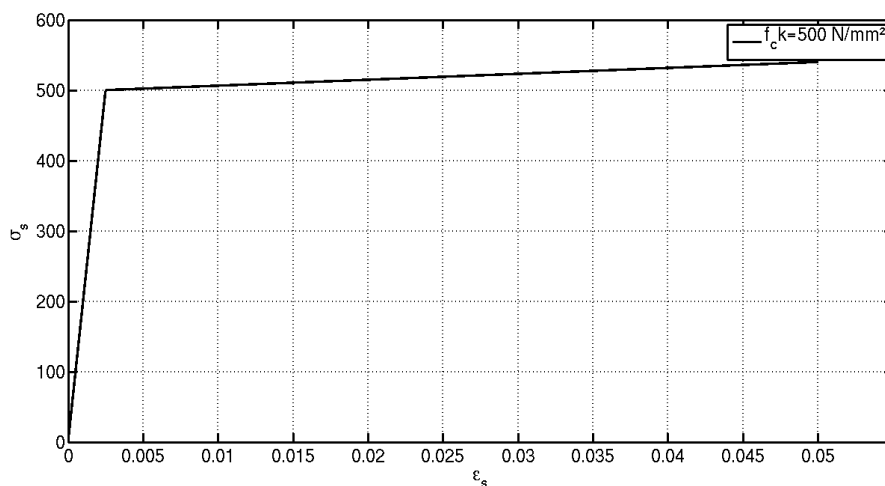
trykkspenningene reduseres følger denne igjen en lineær kurve med hellning tilsvarende den initielle kurven. Bauschinger effekten er ikke av betydning for alle ståltyper.

Krav til armering i NS-EN 1998-1

For konstruksjoner som dimensjoneres etter duktilitets klasse middels i NS-EN 1998-1 skal det benyttes armerings stål av klasse B eller C som angitt i tabell 3.2 for de kritiske områdene i deformasjonsmekanismen. For øvrige deler i mekanismen er kvaliteten på stålet ikke definert, men armeringsstål tilsvarende den benyttet i de kritiske områdene er å foretrekke. Figur 3.8 viser det idealiserte diagrammet som tillates benyttet av NS-EN 1992-1 for armeringsstål med karakteristisk flytespenning f_{yk} , fastningsforhold $k = 1.08$ og grensetøyning $\varepsilon_{uk} = 0.05$ ved maksimal spenning. I regelverket [24] ivaretas duktiliteten i tverrsnittet gjennom armeringen ved at det er satt en nedre verdi på den maksimale tøyning ε_{uk} slik at det sikres at betongen knuses før armeringen går til brudd [18]. Den nedre grensen på fastningsforholdet sikrer lengden på de kritiske områdene, det vil si de områdene der den plastiske deformasjonen skal finne sted i deformasjonsmekanismen.

Tabell 3.2: Krav til armeringsstål av teknisk klasse B eller C i DCM

Teknisk klasse	f_{yk} ($\frac{N}{mm^2}$)	ε_{uk} (%)	$k = \left(\frac{f_t}{f_y}\right)_k$ -
B	400 – 600	≥ 0.05	$1.08 \leq k < 1.35$
C	400 – 600	≥ 0.075	$1.15 \leq k < 1.35$



Figur 3.8: Idealisert spenning-tøyningskurve for stål etter NS-EN 1992-1

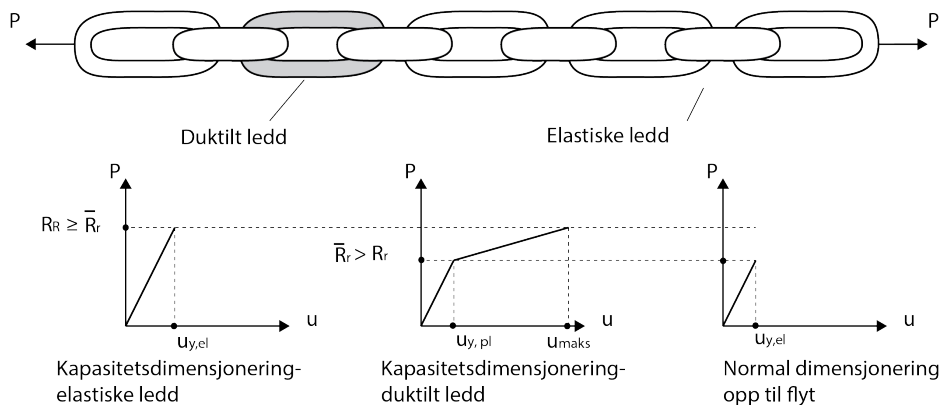
3.3 Kapasitetsdimensjonering

Kapasitetsdimensjonering (*eng. Capacity design*) er den dimensjoneringsmetoden som benyttes for å sikre at en duktil deformasjonsmekanisme kan oppstå i bygget under et jordskjelv når NS-EN 1998-1 ligger til grunn. Som tidligere beskrevet i denne avhandlingen må en deformasjonsmekanisme defineres og områder i denne dimensjoneres og detaljeres for

en duktil oppførsel slik at kun deler av den potensielle energien i systemet vil bli omgjort til kinetisk energi. For å sikre at en slik deformasjonsmekanisme vil oppstå og vedvare i konstruksjonen, legges prinsippet om dimensjonering etter kapasitet til grunn.

Det er bæresystemet som motstår den horisontale belastningen som skal utgjøre deformasjonsmekanismen og det er de områdene som tillates en varig deformasjon som betegnes de kritiske områdene [24, 49, 18]. De kritiske områdene i konstruksjonen dimensjoneres for den seismiske belastningen. Uønskede belastninger i dette området og utenfor sikres mot å inntreffe dersom styrken til områdene utenfor er større en kapasiteten i de kritiske områdene. Med dette menes at konstruksjonelementene som skal forbli elastiske sikres mot uønsket oppførsel ved at styrken i det kritiske området er betydelig lavere en det den er i de elastiske områdene (se figur 1.5). Den uønskede situasjonen i den kritiske området er sprø brudd som ofte er knyttet til skjærbrudd. Den seismiske belastningen og metodikken om en duktil deformasjonsmekanisme vil kunne gi opphav til relative store deformasjoner i materialet. Stål vil som tidligere nevnt vil kunne gi en økning i styrke dersom tøyningene blir store. 8% dersom det presenterte arbeidsdiagrammet til armeringen i avsnitt 3.2 benyttes. Tilsvarende gjelder for betongen dersom tverrutvidelsen er forhindret, jamfør figur 3.6 og 3.3 for henholdsvis stål og betong. Det er av den grunn de kritiske områdenes virkelige styrke som må ligge til grunn når kapasiteten til de kritiske områdene fastsettes. På en slik måte vil det sikres at enkelte områder tillates en uelastisk oppførsel mens andre en elastisk oppførsel gjennom hele jordskjelvet. Ut fra det overnevnte kan et hierarki av kapasiteter fastsettes og en deformasjonsmekanisme defineres.

Metodikken i kapasitetsdimensjonering kan oppsummeres som følger; De kritiske områdene dimensjoneres for en seismisk belastning å tilfredsstillende duktilitet. Uønsket oppførsel i de kritiske områdene unngås ved at kapasiteten som motvirker den uønskede situasjonene er større enn kapasiteten til de kritiske områdene når de innehar en overstyrke på grunn av store tøyninger i materialet. De områdene som skal forbli elastiske må ha en større styrke enn den kapasiteten de kritiske områdene har når overstyrken er nådd. [44]



Figur 3.9: Prinsippskisse av kapasitets dimensjonering

Figur 3.9 viser illustrativt prinsippet bak kapasitetsdimensjonering. Figuren viser en lenke som består av et duktilt ledd som ivaretar duktiliteten da alle andre ledd er elastiske. R_r er det duktile leddets elastiske motstand, \bar{R}_r er en økning i kapasitet utover R_r på grunn av fastning i stålet eller annen tilsvarende overstyrke. P er kraften som virker i lenken og R_R er de elastiske leddenes styrke. Kapasiteten til det duktile leddet må være større eller

lik det den påførte kraften i lenken. Den overstyrke som kan opptre i det duktile leddet setter et minimumskrav på de elastiske leddene ved at kapasiteten av de elastiske leddene må være større eller lik kapasiteten til det duktile leddet med overstyrke. Dersom leddene i lenken hadde hatt lik kapasitet ville det duktile leddet ikke vært definert.

$$P \leq R_r < \bar{R}_r \leq R_R \quad (3.10)$$

Dersom alle leddene i lenken var elastiske er den maksimale forskyvningen til lenken $9 \times u_{y,el}$. Dersom lenken har et duktilt ledd med $u_{y,pl} = u_{y,el}$ og $u_{maks} = 10u_{y,pl}$ er den maksimale forskyvningen til lenken $8u_{y,el} + 10u_{y,el} = 18u_{y,el}$ og forskyvningen til lenken utover det elastiske området er økt betydelig. Når en metodikk som beskrevet over benyttes kan oppførselen av lenken kontrolleres gjennom det duktile leddet, som for bygninger er de leddene som dannes i de kritiske sonene. Leddene som skal forbli elastiske under påkjenningen kan generelt ha en sprø oppførsel da de ikke trenger å vise en duktil oppførsel.

3.4 Bjelker

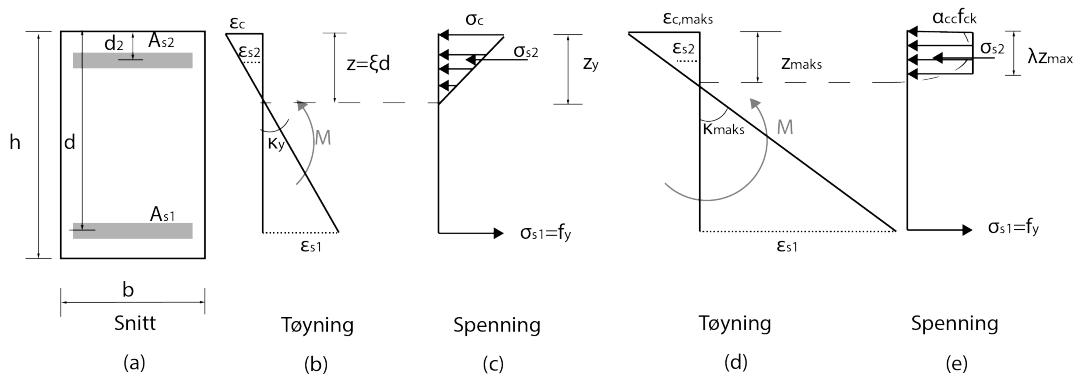
Lokal krumningsduktilitet i betongbjelke utsatt for bøy

I avsnitt 2.3 ble den globale duktiliteten knyttet til lokal krumningsduktilitet. Det er av interesse å undersøke hvordan den lokale duktiliteten kan sikres i et slakkarmert betongtverrsnitt. Fra likning (2.7) ble sammenhengen mellom det lokale krumningsduktilitetskravet og det globale vist. I likning (3.11) er uttrykket for krumningsduktiliteten gjentatt for ordens skyld. Den angir forholdet mellom den maksimale krumningen som kan opptre og krumningen ved første flyt av armeringen.

I figur 3.10(a) er et slakkarmert betongtverrsnitt med høyde h og bredde b vist. Tverrsnittet er armert med armeringsarealet A_{s1} for strekk og A_{s2} for trykk. Størrelsen på overdekningen i overkant er d_2 . Avstanden fra overkant bjelke til strekkarmeringens tyngdepunkt er d . Tverrsnittet er utsatt for et rent statisk moment for enkelhetens skyld. Som det fremkommer av figur 3.10(b) er plane tverrsnitt plane og normale på bjelke akse etter deformasjonen. Det vil si Naviers hypotese [42, 45] er gyldig. Avviket fra denne antagelsen øker med mengden av oppsprekking av tverrsnittet på grunn av skjærspenninger, men dette er ubetydelig for beregning av kapasiteten i en ren bøyetilstand [44]. Det antas at det er fullstendig heft mellom armeringen og betongen. Det sees bort ifra at betongen kan ta strekkspenninger etter oppsprekking.

$$\mu_\kappa = \frac{\kappa_{maks}}{\kappa_y} \quad (3.11)$$

Krumningen κ i tverrsnittet kan enkelt finnes ved å betrakte geometrien i figur 3.10(b). På grunn av antagelsene over kan tverrsnittets krumning beregnes som angitt i likning (3.12). ε_{s1} er tøyningen til strekkarmeringen og ε_c er tøyningen i toppen av betongtverrsnittet. Som det fremkommer av likningen vil en økning av tøyningen til enten betongen, stålet eller en reduksjon av trykksonehøyden z bety at krumningen økes. Dersom de maksimale verdien for tøyningen av stålet og betongen legges til grunn og høyden på trykksonen er kjent kan den maksimale krumningen κ_{maks} bestemmes.



Figur 3.10: Modell for beregning av krumningsduktilitet i bjelketverrsnitt

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{s1}}{d - z} = \frac{\varepsilon_c}{z} \quad (3.12)$$

Det er av interesse å bestemme krumningen til tverrsnittet i figur 3.10(a) når strekkarmeringen begynner å flyte. For bjelker som konstrueres på bakgrunn av modellen i figur 3.10(a) vil det være konservativt å anta at betongen ikke har noen form for forhindret tverrutvidelse da det som regel vil finnes bøyler som tar den vertikale komponenten av skjærkraften, men det antas i det følgende og i vanlig dimensjonering at betongen ikke har en forhindret tverrutvidelse. I figur 3.10(c) er den lineære spenningsfordelingen σ_c gitt. Tverrsnittets trykksone har høyde z_y fra nøytralaksen. Det antas at strekkarmeringen begynner å flyte før den lineære tilnærming av betongen (som beskrevet i litteraturen [44,36,13]) blir for dårlig. Krumningen i tverrsnittet kan bestemmes fra likning (3.13) fra de to armeringsforholdene når antagelsene i figur 3.10(c) foreligger.

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{\varepsilon_c}{\xi d} = \frac{\varepsilon_{s1}}{d(1 - \xi d)} && \text{for strekkarmering} \\ \kappa &= \frac{\varepsilon_c}{\xi d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{\xi d - d_2} && \text{for trykkarmering} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Som følge av den lineære antagelsen antas det at Hooks lov [45] gjelder for både betongen og armeringen som gitt i likning (3.14).

$$\begin{aligned} \sigma_{s1} &= E_{s1} \varepsilon_{s1} && \text{for strekkarmering} \\ \sigma_{s2} &= E_{s2} \varepsilon_{s2} && \text{for trykkarmering} \\ \sigma_c &= E_c \varepsilon_c && \text{for betongen} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Likning (3.14) innsatt i likning (3.13) og løst for spenningen i armeringen gir sammenhengen i likning (3.15).

$$\begin{aligned} \sigma_{s1} &= \frac{1 - \xi}{\xi} \left(\frac{E_{s1}}{E_c} \right) \sigma_c && \text{for strekkarmering} \\ \sigma_{s2} &= \frac{\xi d - d_2}{\xi d} \left(\frac{E_{s2}}{E_c} \right) \sigma_c && \text{for trykkarmering} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Likevekt av strekk- og trykkrefter i tverrsnittet er gitt i likning (3.16).

$$\frac{1}{2}\sigma_c\xi db + \sigma_{s2}A_{s2} - \sigma_{s1}A_{s1} = 0 \quad (3.16)$$

Definerer armeringsforholdene $\rho = \frac{A_{s1}}{bd}$ og $\rho' = \frac{A_{s2}}{bd}$ for henholdsvis trykk- og strekkarmering. I likning (3.17) er spenningene i likning (3.15) innsatt og løst med hensyn på høyden til trykksonen.

$$\frac{1}{2}\xi + \frac{\xi d - d_2}{\xi d} \left(\frac{E_{s2}}{E_c} \right) \rho' - \frac{1 - \xi}{\xi} \left(\frac{E_{s1}}{E_c} \right) \rho = 0 \quad (3.17)$$

Dersom det antas at både trykk- og strekkarmeringen har samme elastisitets modul slik at $E_{s1} = E_{s2} = E_s$ og $\bar{E} = \frac{E_s}{E_c}$ kan likning (3.17) omskrives til andregradslikningen som er gitt i likning (3.18).

$$\xi^2 + 2\bar{E}(\rho' + \rho)\xi - 2\bar{E}\left(\frac{d_2}{d}\rho' + \rho\right) = 0 \quad (3.18)$$

Løsningen av andregradslikningen for høyden av trykksonen er gitt i likning (3.19) der den positive roten gir den søkte løsningen [36, 13].

$$\xi = \pm \sqrt{\bar{E}^2(\rho' + \rho)^2 - 2\bar{E}\left(\frac{d_2}{d}\rho' + \rho\right) - \bar{E}(\rho' + \rho)} \quad (3.19)$$

Høyden på trykksonen er kjent fra likning (3.19) og krumningen ved flyt i tverrsnittet kan bestemmes fra likning (3.13). Krumningen ved første flyt av strekkarmeringen er gitt i likning (3.20) gitt at armeringen flyter når $f_{yk} = E_s\varepsilon_{yk}$.

$$\kappa_y = \frac{\varepsilon_{yk}}{d(1 - \xi)} = \frac{f_{yk}}{E_s d(1 - \xi)} \quad (3.20)$$

Når den maksimale krumningen κ_{maks} i tverrsnittet oppstår vil spenningen i betongen ikke lenger være så liten at en lineær forenkling er gyldig. Betongen er da fullstendig ikke-lineær og en antagelse på fordelingen av trykkspenninger er nødvendig. Det er vist i litteraturen [44, 36, 13, 42] at det finnes forskjellig antagelser på trykkfordelingen, deriblant en parabel fordeling. NS-EN 1992-1 forenkler fordelingen av trykkspenninger som en rektangulær fordeling med høyde λz som vist i figur 3.10(e). $\lambda = 0.8$ for $f_{ck} \leq 50 \frac{N}{mm^2}$. For $f_{ck} > 50 \frac{N}{mm^2}$ gjelder andre verdier. Det tas ikke hensyn til langtidsbelastning av betongen gjennom $\alpha_{cc} = 0.85$ i spenningsfordelingen, men faktoren 0.85 beholdes for å ta hensyn til den reduserte kapasiteten til betongen når den utsettes for gjentatte belastninger som anbefalt i litteraturen [13]. Dersom det antas at trykkarmeringen flyter ved den maksimale krumningen er likevekten mellom trykk- og strekkrefter i tverrsnittet gitt i likning (3.21).

$$\alpha_{cc}f_{ck}\lambda z_{maks}b + f_{yk}(A_{s2} - A_{s1}) = 0 \quad (3.21)$$

Dersom likning (3.21) løses med hensyn på høyden av trykksonen z_{maks} og innsatt i likning (3.12) er den maksimale krumningen bestemt ved likning (3.22).

$$\kappa_{maks} = \frac{\varepsilon_{c,maks} \alpha_{cc} f_{ck} \lambda b}{f_{yk} (A_{s1} - A_{s2})} \quad (3.22)$$

Krumningsduktiliteten til tverrsnittet i figur 3.10(a) er gitt i likning (3.22). Som det fremkommer av likning (3.22) og (3.19) vil følgende gi en økning av krumningsduktiliteten i tverrsnittet [36, 13]:

- økning av arealet til trykkarmeringen relativt til strekkarmeringen fører til at strekkarmeringen flyter tidligere og κ_y reduseres.
- økning av arealet til trykkarmeringen relativt til strekkarmeringen fører til at strekkarmeringen flyter tidligere og κ_y reduseres.
- reduksjon i flytespenningen til armeringsstålet.
- økning av betongens maksimale tøyning som kan gjøres ved å forhindre betongens tverrutvidelse.
- økning i sylindertykkfasteten til betongen.

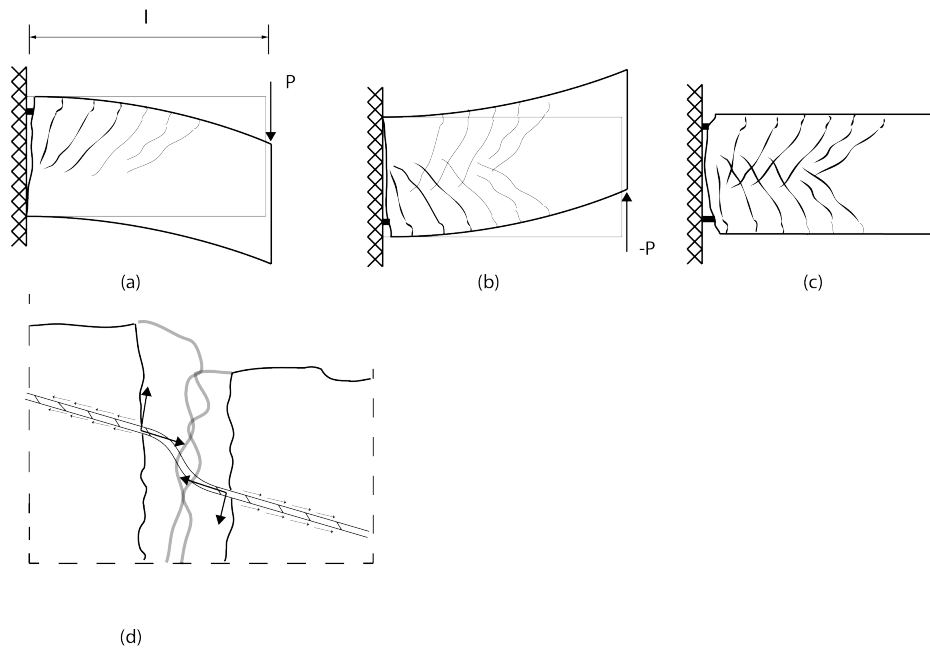
$$\mu_{\kappa} = \frac{\kappa_{maks}}{\kappa_y} = \frac{\frac{\varepsilon_{c,maks} \alpha_{cc} f_{ck} \lambda b}{f_{yk} (A_{s1} - A_{s2})}}{\frac{f_{yk}}{E_s d (1 - \xi)}} = \frac{\varepsilon_{c,maks} f_{ck} E_s \lambda (1 - \xi)}{f_{yk}^2 (\rho - \rho')} \quad (3.23)$$

Uønsket skjærkraft

Skjærkrefter opptrer som oftest samtidig med momenter eller annen belastning i konstruksjonen og av den grunn må konstruksjonselementet kunne ha en tilstrekkelig kapasitet til å motstå en slik bi- eller fleraksial spenningstilstand. Skjærbrudd er som tidligere nevnt en uønsket situasjon i den duktile deformasjonsmekanismen. Årsaken til dette er at overføring av skjær i betong er sterkt avhengig av strekk- og trykkegenskapene til betongen og av den grunn vil sprø brudd kunne oppstå [36].

Konstruksjonselementer av betong som utsettes for bøyedeformasjoner vil sprekke opp i de områder der bøyepeningen på strekksiden er større enn betongens strekkfasthet. Sprekkene som dannes på grunn av bøyepening alene kalles vertikalriss og gjenkjennes ved en rissdannelse normalt på bøyeaksen. Dersom en bi-aksial spenningstilstand inntreffer der skjær og moment virker samtidig kan det i områder der skjær er av betydning oppstå stekkspenninger som danner en vinkel med bøyeaksen. Generelt vil rissene være en videreføring av de vertikale rissene som har oppstått [36]. Det bør bemerkes at dannelse av riss også har innvirkning fra andre parametere som beskrevet i litteraturen [31, 36], men dette omtales ikke i det videre.

Figur 3.11(a) viser et illustrerende eksempel på en armert betongbjelke belastet med en punktlast. Belastningen på bjelken er så stor at strekkfastheten til betongen er overskredet og strekkarmeringen har begynt å flyte. Etter at bjelken har fått en varig deformasjon belastes den på nytt med en punktlast i motsatt retning, slik som i figur 3.11(b). Bjelken belastes så til strekkfastheten til betongen igjen er overskredet og strekkarmeringen har begynt å flyte. Bjelkens kapasitet til å motstå belastningen vil være mindre da alt trykk må overføres i den deformerte trykkarmeringen. Dersom trykkarmeringen begynner å flyte har den fortsatt en redusert kapasitet som følge av Bauschinger effekten omtalt i avsnitt 3.2. Hvis trykkarmeringen har deformert seg slik at sprekkene i betongen lukker seg vil



Figur 3.11: Illustrasjon av bjelke utsatt for gjentatte reverserende belastninger

betongen igjen kunne ta trykk. Dersom sprekkene ikke har lukket seg, men forblir åpne vil gjennomgående sprekker ha oppstått som i figur 3.11(c). Dersom dette har skjedd vil ikke lenger en fagverksmodell [36, 42] som overfører skjærkreftene virke. Skjærkrefter må da overføres i rissene gjennom kantene som binder rissene sammen (*eng. aggregate interlock shear*) og en dybel effekt (*eng. dowel action*) som beskrevet i litteraturene [13, 36]. Ved vedvarende sykluser av belastning kan rissene ha blitt så store at strekk- og trykkarmeringen må kunne overføre skjærkreftene ved dybeleffekten alene. Dette er vist i figur 3.11(d)

Oppførselen til bjelken i figur 3.11 er av det ekstreme tilfellet, men det illustrerer hva som skjer dersom mekanismen som overfører skjær blir ødelagt. For å ta hensyn til et ikke-duktilt skjærbrudd benyttes metodikken beskrevet i avsnitt 3.3. Skjærkraften som det skal dimensjoneres for bestemmes ut fra likevekt av de ytre belastningene, det vil si egenlast og en andel av nyttelasten. I tillegg tas det hensyn til de krefter som oppstår på grunn av den seismiske belastningen gjennom den virkelige momentkapasiteten M_{Rb} til det plastiske leddet. Skjærkraften V som det må kontrolleres for er gitt i likning (3.24) under forutsetning at trykkarmeringen er neglisjert. m er massen til hele bjelken. Ved bruk av denne metoden tas det hensyn til at skjærkrefter som oppstår i forbindelse med jordskjelvbekastningen ikke overskrider den beregnede kapasiteten.

$$V = \frac{M_{Rb}}{l} + \frac{mg}{2} \quad (3.24)$$

Lengden av det kritiske området

I avsnitt 2.3 ble den høyden på det kritiske området h_p definert gjennom en antagelse. Det er vist i litteraturene [48, 18, 13, 44, 11] at høyden på det kritiske området kan bestemmes ved forsøk. I litteraturen [44] påpekes det at teoretiske verdier for h_p som er funnet ved å summere krummingen over høyden, stemmer dårlig med utførte forsøk.

For den innspennte skiven i avsnitt 2.3 ble flytgjennomtregning av armeringen under fundamentnivå neglisjert, selv om armeringen vil kunne flyte under fundamentnivå [44] og som følge av dette øke deformasjonen i toppen av skiven. Som det fremkommer av figur 2.2 er betongens strekkapasitet overskredet i områder hvor betongen har risset. I disse områdene vil strekkrefter overføres gjennom strekkarmeringen til det urissede tverrsnittet. I områder mellom rissene vil armeringen kunne overføre strekkspenninger til betongen på grunn av heft mellom betongen og strekkarmeringen slik at ytterligere strekk kan tas av betongen. Betongens strekkapasitet kan på nytt overskrides i de områdene der betongen ikke har risset inntil heften mellom armeringen og betongen er så liten at ingen spenninger kan overføres.

I figur 2.2 fremkommer det av belastningen at skjærkraft og moment opptrer. På grunn av skjærkraften som virker i tverrsnittet vil rissene som tidligere beskrevet ikke oppstå normalt på maksimal strekkspenning slik de ville vært dersom skiven kun var utsatt for bøy, men sprekkene vil være flere å danne en vinkel med x -aksen på grunn av skjær som vist i figur 2.2(b). Når det virker en skjærkraft i tverrsnittet vil det området der strekkarmeringen flyter kunne være større enn dersom skjær ikke var tilstede. Årsaken til dette er at skjærkraften vil kunne øke spenningen i armeringen. Eksempler på dette er vist i litteraturene [36, 44, 42].

I litteraturene [36, 44, 18, 13, 2] er flere empiriske uttrykk for å estimere lengden på det kritiske området gjengitt. Variasjonen av faktorene som har innvirkning på lengden av det området som flyter er mange, men noen av de vesentlige innflytelser er oppsummert under.

- Oppsprekking av betongen vil ha en innvirkning fordi det er dette området armeringen vil begynne å flyte. Lengden på området vil også øke dersom skjærkraften er stor nok.
- Materialeegenskapene til armeringen og betongen har en innvirkning fordi sammenhengen mellom momentet og krumningen er direkte knyttet til materialeegenskapene i tverrsnittet gjennom den indre motvirkende momentet.
- Geometrien av tverrsnittet da lengden mellom trykk og strekk resultantene gir direkte størrelsen på de indre motvirkende kreftene i tverrsnittet.
- Heften mellom armeringen og betongen
- Forholdet mellom trykk og strekkarmering
- Opplagerbetingelser og belastningen da infleksjonspunktet er det punktet der krumningen skifter fortegn.

Detaljering av lokal duktilitet i NS-EN 1998-1

Den normaliserte dimensjonerende aksiallasten ν_d i en bjelke skal ha verdi som angitt $0.1 > \nu_d = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}}$. N_{Ed} er den dimensjonerende verdien for aksiallasten i den seismiske dimensjonerende situasjonen. For å sikre at bjelkene i bæresystemet har en duktil oppførsel ved at betongen risser før armeringen begynner å flyte stilles det krav til et minste armeringsforhold ρ_{min} av strekkarmeringen langs hele bjelkelengden som angitt i likning (3.25). Dersom bjelken i figur 3.10 betraktes kan det nødvendig armeringsforholdet bestemmes.

$$\rho_{min} = \frac{1}{2} \left(\frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \right) \quad (3.25)$$

La M_y være det momentet som gir flyt i armeringen og M_{riss} er maksimalt moment for et urisset tverrsnitt. For å sikre at betongen vil risse må likning (3.26) være oppfylt.

$$M_y \geq M_{riss} \quad (3.26)$$

Ved å anta at den indre momentarmen i tverrsnittet i figur 3.10 er $0.9d$ som er tilfredsstillende som angitt i litteraturene [13, 23, 42] og at tverrsnittet er utnyttet i den forstand at overdekningen til strekkarmeringen er ca 10% av høyden vil likning (3.27) være tilfredstilt. Som det fremkommer av en sammenligning mellom likning (3.27) og (3.25) ligger konservatismen i strekkapasiteten til materialet, som vist i litteraturene [13, 18].

$$f_{yk} A_{s1} 0.9d \geq f_{ctm} \frac{b \left(\frac{d}{0.9}\right)^2}{6} \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{A_{s1}}{bd} \geq 0.23 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \quad (3.27)$$

I henhold til NS-EN 1998-1 er det lokale duktilitetskravet for krumning i en bjelke gitt i likning (2.9). Kravet anses som oppfylt dersom passelig armering er plassert i bjelkens trykk og strekksone over det kritiske området. Likning (3.28) angir det maksimale armeringsforholdet som kan plasseres i bjelkens strekksone. I tillegg skal minst halvparten av strekkarmeringen plasseres i trykksonen i tillegg til eventuell trykkarmering som fremkommer ved påvisning av kapasitet ved bruddgrensetilstanden i den seismiske dimensjonerende situasjonen [23]. Det bemerkes at NS-EN 1998-1 ikke tar hensyn til forhindret tverrutvidelse av betongen i trykksonen over det kritiske området i bjelken. $\varepsilon_{sy,d}$ er dimensjonerende verdi for armeringstålets tøyning ved flytegrensen.

$$\rho_{maks} = \rho' + \frac{0.0018 f_{cd}}{\mu_{\kappa} \varepsilon_{sy,d} f_{yd}} \quad (3.28)$$

I henhold til NS-EN 1998-1 skal diameteren d_{bw} til bøyene som skal plasseres i det kritiske området ikke være mindre enn $6mm$. Avstanden s mellom senter bøyler er gitt som $s = \min \left\{ \frac{h_w}{4}; 24d_{bw}; 250mm; 8d_{bL} \right\}$ der d_{bL} er den minste diameteren på lengdearmeringen.

For bjelker som dimensjoneres etter DCM settes lengden l_{cr} av det kritiske området til bjelker i hoved bæresystemet til høyden h_w på bjelken dersom bjelken tilstøter en kontinuerlig vertikal konstruksjonsdel. Dersom bjelken bærer en ikke kontinuerlig konstruksjonsdel settes $l_{cr} = 2h_w$ [23].

3.5 Søyler

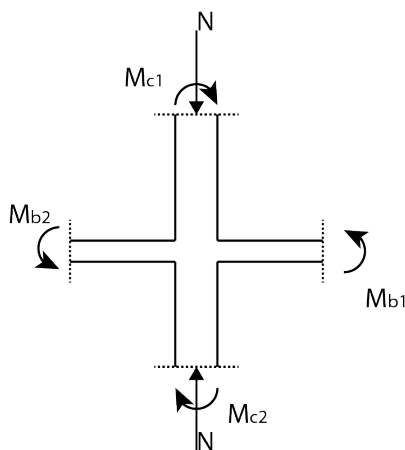
Som vist i figur 2.1 var det uønsket at en rammekonstruksjon dannet flyteledd i begge ender av en søyle samtidig. Den foretrukne deformasjonsmekanismen oppstår ved dannelse av flyteledd i bjelkene eller i de vertikale skivene. Årsaken til den foretrukne mekanismen var som beskrevet i avsnitt 2.3 da store duktiliteskrav må påfalle søylene, samtidig som denne mekanismen er uheldig med tanke på den globale stabiliteten til konstruksjonen. Dersom flyteledd dannes i begge ender av søylene i en etasje kan dette i værste fall føre til at etasjen der flyteleddene dannes og de overliggende etasjer kolliderer. For å sikre at flyteledd vil oppstå i bjelkene og ikke i søylene, benyttes prinsippet om kapasitets dimensjonering.

I knutepunkter der bjelker møter søyler må det sikres at flyteleddet dannes i bjelken og ikke i søylen. Kapasiteten som påfaller søylene er da avhengig av om søylen har et infleksjonspunkt mellom innfestningen. La M_{c1} og M_{b2} være henholdsvis momentet i søyle 1 og bjelke 2 som vist i figur 3.12. Likevekten i knutepunktet er gitt i likning (3.29).

$$M_{c1} = M_{b1} + M_{b2} - M_{c2} \quad (3.29)$$

La så M_{Rc1} være den nødvendige kapasiteten til søyle 1 for at et flyteledd ikke skal dannes. M_{Rb1} og M_{Rb2} angir de maksimale momentet som kan opptre i henholdsvis bjelke 1 og 2. Som det fremkommer av likning (3.30) vil det i tilfellet når $M_{c2} \rightarrow 0$, eller når infleksjonspunktet ligger uten for søylens lengde slik at $M_{c2} < 0$ være nødvendige med en økning i kapasiteten til søyle 1.

$$M_{Rc1} \geq M_{Rb1} + M_{Rb2} - M_{c2} \quad (3.30)$$



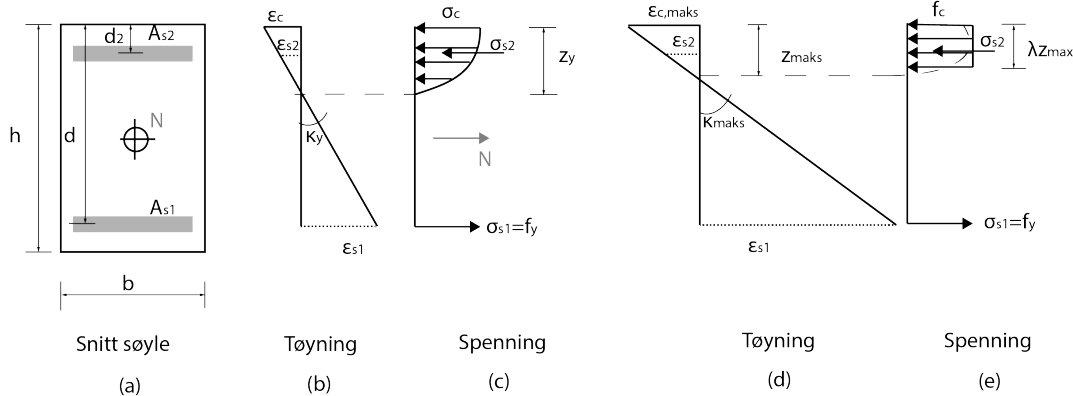
Figur 3.12: Knutepunkt mellom søyle og bjelke

Selv om det etterstrebes en deformasjonsmekanisme der flyteledd dannes i bjelkene må det allikevel tas høyde for at flyteledd kan dannes i søylene. Forsøk og tidligere analyser som er vist i litteraturene [13,44,36] konkluderer med at flyteledd kan dannes i søyler og av den grunn bør dimensjoneres for dette.

Den vanligste årsaken til kollaps av søyler [13] med en relativ stor aksiallast og som i tillegg utsettes for bøyning, er avskalling av overdekningen som eksponerer lengdearmeringen å gjør det mulig for denne og knekke ut. I tillegg vil avskallingen av betongen føre til at tverrsnittsarealet reduseres og søylen kan bli utsatt for en betydelig økning i spenning. Dette vil selvfølgelig være problematisk der betongoverdekningen er relativ stor. Men aksiallasten har nødvendigvis ikke en negativ effekt på de bruddmekanismene som kan lede til kollaps. I søyler som utsettes for relativ liten krumning kan aksiallasten bidra til å lukke riss i søylen som klart er en fordelaktig effekt som beskrevet i avsnitt 3.4. I motsetning til dette vil en økning av trykk i tverrsnittet føre til at avskalling av betongen kan inntreffe for lavere verdier.

Lokal krumningsduktilitet i betongsøyle utsatt for bøy

Tilsvarende som for bjelken i avsnitt 3.4 kan et uttrykk for krumningsduktiliteten μ_k bestemmes for en søyle som utsettes for en aksiallast og et moment. Med søyle menes det en slank søyle, det vil si at forholdet mellom høyden og lengden er større enn tre [13, 24]. Korte søyler omtales ikke i denne avhandlingen.



Figur 3.13: Modell for beregning av krumningsduktilitet i søyle

Figur 3.13 viser en søyle utsatt for en aksiallast og et moment. En eksentrisk aksiallast vil gi tilsvarende lasttilfelle. Likevekt av trykk- og strekkrefter i tverrsnittet når strekkarmeringen flyter ved f_{yk} er gitt i likning (3.31). Det bemerkes at en parabelformet trykkfordeling er antatt. Denne antagelsen kunne også vært benyttet på bjelken i avsnitt 3.4.

$$\sigma_c A_c + \sigma_{s2} A_{s2} - f_{yk} A_{s1} - N = 0 \quad (3.31)$$

Definerer normalisert aksiallast som angitt i likning (3.32). Ved å benytte likning (3.32) og de tidligere definerte armeringsforholdene ρ og ρ' kan likning (3.31) omskrives til likning (3.33). $\phi_0 \leq 1$ er en faktor som uttrykker når trykkarmeringen flyter.

$$\nu = \frac{N}{f_c b h} \quad (3.32)$$

$$T + \phi_0 f_{yk} \rho' b h - f_{yk} \rho b h - \nu f_c b h = 0 \quad (3.33)$$

Som tidligere nevnt ble antagelsen om en parabelformet spenningsfordeling i betongen antatt. Som angitt i likning (3.34) antas formen på parabelen som \sqrt{x} . Trykket i betongen kan da bestemmes. T er her ment som trykkresultanten og må ikke forveksles med svingeperioden som tidligere beskrevet. Det antas at sammenhengen ikke er nærliggende slik at misforståelse ikke forventes.

$$\int_0^1 \sqrt{x} dx = \left[\frac{2}{3} x \sqrt{x} \right]_{x=0}^{x=1} \quad (3.34)$$

$$\rightarrow \frac{T}{b} = \frac{2}{3} \sigma_c z_y \quad \text{når} \quad \sigma_c = \sqrt{x} \quad \text{og} \quad z_y = x$$

Ved å anta $\sigma_c \approx f_c$ kan likning (3.33) skrives om til likning (3.35)

$$\frac{2}{3}f_c z_y = \nu f_c h + f_{yk} h (\rho - \phi_0 \rho') \quad (3.35)$$

Fra geometrien i figur 3.13(b) kan høyden på trykksonen z_y bestemmes fra likning (3.36) når strekkarmeringen flyter.

$$\kappa_y = \frac{\varepsilon_c}{z_y} = \frac{\varepsilon_y}{d - z_y} \quad \rightarrow \quad z_y = \frac{\varepsilon_c d}{\varepsilon_y + \varepsilon_c} \quad (3.36)$$

Likning (3.35) og (3.36) gir tøyningen i den trykte betongen når strekkarmeringen flyter som gitt i likning (3.37).

$$\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_y h [f_{yk} (\rho - \phi_0 \rho') + \nu f_c]}{f_{yk} h (\phi_0 \rho' - \rho) + f_c (\frac{2}{3}d - \nu h)} \quad (3.37)$$

Likevekt av trykk- og strekkrefter i tverrsnittet når strekkarmeringen flyter og betongen har sin maksimale tøyning er gitt i likning (3.38).

$$T^* = \nu f_c h + f_{yk} h (\rho - \phi_0 \rho') = f_c \lambda z_{maks} \quad (3.38)$$

Fra geometrien i figur 3.13(d) kan høyden på trykksonen z_{maks} når betongen tøyes $\varepsilon_{c,maks}$ bestemmes fra likning (3.39).

$$\kappa_{maks} = \frac{\varepsilon_{c,maks}}{z_{maks}} = \frac{\varepsilon_{s1}}{d - z_{maks}} \quad \rightarrow \quad z_{maks} = \frac{\varepsilon_{c,maks} d}{\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{c,maks}} \quad (3.39)$$

Krumningsduktiliteten til søylen i figur 3.13 er gitt av likning (3.40).

$$\mu_\kappa = \frac{\kappa_{maks}}{\kappa_y} = \frac{\frac{\varepsilon_{c,maks}}{z_{maks}}}{\frac{\varepsilon_y}{z_y}} = \frac{\varepsilon_{maks} + \varepsilon_{s1}}{\varepsilon_c + \varepsilon_y} \quad (3.40)$$

Fra likning (3.35) og (3.38) er sammenhengen i likning (3.41) gitt.

$$\frac{2}{3}f_c z_y = f_c \lambda z_{maks} \quad (3.41)$$

Ved å introdusere likning (3.36) og (3.39) kan krumningsduktiliteten for søylen bestemmes fra likning (3.42) der ε_c er gitt i likning (3.37) og $f_{yk} = E_s \varepsilon_{yk}$ når $\varepsilon_{yk} = \varepsilon_y$

$$\mu_\kappa = \frac{\varepsilon_{c,maks} + \varepsilon_{s1}}{\varepsilon_c + \varepsilon_y} = \frac{3\lambda}{2} \frac{\varepsilon_{c,maks}}{\varepsilon_c} = \frac{3E_s \lambda \varepsilon_{c,maks}}{2f_{yk}} \left[\frac{\frac{2d}{3h}}{\nu f_c + f_{yk} (\rho - \phi_0 \rho')} - 1 \right] \quad (3.42)$$

Fra likning (3.42) kan faktorene som påvirker duktiliteten studeres. Som det fremkommer vil en økning av maksimal betongtøyning være proporsjonal med en økning i krumningsduktiliteten. Metoder for økningen av betongtøyningen er omtalt i avsnitt 3.2. Tilsvarende

vil en redusjon av armeringens flytespenning øke krumningen. Det vil si et material som flyter tidlig og som generelt er mykt er fordelaktig. Det fremkommer også at en økning av den normaliserte aksiallasten vil redusere duktiliteten. Som diskutert tidligere vil relative lave verdier av aksiallast ha en fordelaktig effekt på søyler som risser da aksiallasten bidrar til å lukke rissene som måtte oppstå i søylen, men aksialkraften vil også bidra til økt strekk dersom søylen deformeres og effekten vil nødvendigvis ikke være til fordel. Dette er beskrevet i litteraturen [13]. Et godt utnyttet tverrsnitt vil være med å øke μ_{κ} , det vil si et stort $\frac{d}{h}$ forhold. De øvrige parameterene som har innvirkning på krumningsduktiliteten kan studeres fra likning (3.42).

Detaljering av lokal duktilitet i NS-EN 1998-1

Moment- og skjærkapasiteten til søyler skal beregne etter NS-EN 1992-1 der aksiallasten som virker i søylen har verdi som bestemt ut fra den seismiske situasjonen [24]. Den dimensjonerende normaliserte aksiallasten ν_d i en søyle skal ha verdi $0.1 < \nu_d \leq 0.65$ å ha minste geometriske krav som angitt i NS-EN 1998-1.

$$\sum M_{Rc} \geq 1.3 \sum M_{Rb} \quad (3.43)$$

Generelt skal summen av de dimensjonerende momentkapasitetene $\sum M_{Rc}$ for søylene som møtes i et knutepunkt være større enn summen av de dimensjonerende momentkapasitetene $\sum M_{Rb}$ for bjelkene som møtes i det samme knutepunktet multiplisert med en skalar for overstyrke [24]. Konstruksjonselementene som omfattes av likning (3.43) omfatter både de som utgjør den duktile deformasjonsmekanismen og de deler som skal forbli elastiske [18]. For rammekonstruksjoner der eksentrisiteten av masse og stivhetssenteret tillater at beregning kan gjøres for to ortogonale retninger bør likning (3.43) være tilfredsstilt for de plan som bøyning kan forekomme og bjelkemomentene skal alltid virke i motsatt retning av søylemomentene [24] som angitt i figur 3.12. For bjelkeakser som danner en vinkel θ med de ortogonale aksene i en rammekonstruksjon, kan det tas hensyn til dette ved å multiplisere $\sum M_{Rb}$ med $\cos \theta$ [18]. De dimensjonerende skjærkreftene som oppstår i søylene bestemmes på tilsvarende måte som for bjelker der kapasiteten til elementet ligger til grunn og et tillegg for de gravitasjonslaster som medberegnes [18].

Lengden på det kritiske området for normalt slanke søyler der $\frac{l_c}{h_c} > 3$ bestemmes som den minste verdien av l_{cr} som angitt i likning (3.44). For tilfeller der $\frac{l_c}{h_c} < 3$ skal hele søylens lengde betegnes som et kritisk område [24].

$$l_{cr} = \min \{h_c; l_{cl}; 0.45\} \quad (3.44)$$

I det foregående ble krumningsduktiliteten bestemt for en søyle. Dette blir ikke eksplisitt benyttet i NS-EN 1998-1. Krumningsduktiliteten innenfor de kritiske området er tilfredsstilt dersom det monteres bøylere og tverrbindere med en diameter på minst $6mm$. Avstanden s mellom bøyene skal være den minste av verdiene i likning (3.45) der d_{bL} er den minste diameteren på lengdearmeringen. Kriteriet $8d_{bL}$ er for å forhindre utknekking av lengdearmeringen som beskrevet i litteraturen [12].

$$s = \min \{0.5b_0; 175mm; 8d_{bL}\} \quad (3.45)$$

I likning (2.9) er krumningsduktiliteten bestemt på bakgrunn av grunnverdien for konstruksjonsfaktoren. Denne krumningsduktiliteten forutsatte at betongens karakteristiske tøyning ikke var overskredet. For tilfeller der betongtøyningen er større enn 0.35% tar regelverket hensyn til den reduserte kapasiteten i tverrsnittet på grunn av avskalling av betongen gjennom prinsippet om forhindret tverrutvidelse av betongen som omtalt i avsnitt 3.2. Det empiriske uttrykket i likning (3.46) er vist i litteraturen [18] til å være bestemt ifra verdiene for betong med forhindret tverrutvidelse i NS-EN 1992-1 og forsøk utført på søyler. $\varepsilon_{sy,d}$ er den dimensjonerende verdien av tøyningen til strekkarmeringen ved flyt og alle andre parametere er definert i avsnitt 3.2. Det bemerkes at i det kritiske området i bunnen av en søyle i hovedbæresystemet bør $\omega_{wd} \geq 0.8$ [23].

$$\alpha\omega_{wd} \geq 30\mu\kappa\nu_d\varepsilon_{sy,d}\frac{b_c}{b_0} - 0.035 \quad (3.46)$$

Som angitt i avsnitt 2.6 var det ikke nødvendig å ta hensyn til andre-ordens virkninger dersom økningen av skjærkraften i en etasje på grunn av forskyvninger ikke overskrider 10%. Dersom dette gjelder stilles det ikke noen geometriske krav til søylene i den duktile deformasjonsmekanismen.

3.6 Veggskiver

Dersom tverrsnittet til et kvadratisk konstruksjonselement har et forhold mellom lengden og bredden som er større enn fire og hovedsakelig tar i planet krefter omtales det som en veggskive. Veggskiver kan være effektive som bæresystem for de horisontale lastene som virker på en konstruksjon [44]. I Norge er veggskiver ofte et benyttet bæresystem for vindlast der enten hele eller deler av belastningen går til systemet som består av skiver. Foruten å virke som bæresystem har også veggskiven egenskapene som en vegg, i den forstand at den avgrenser et område. Men det er ikke gitt at veggskiver vil bidra til å motstå byggets påkjenninger på en effektiv måte.

Som kjent vil de avstivende skivene i bygget kunne bli utsatt for translasjon og rotasjon som følge av horisontale krefter eller rotasjoner som virker på konstruksjonen. Hvor effektivt systemet klarer å motstå disse ovennevnte påkjenningene vil avhenge av skivenes plassering i bygget. Det er i litteraturen [36, 44] påpekt at plasseringen av duktile veggskiver ikke er så fritt som for elastiske skiver på grunn av den uelastiske oppførselen til de skivene og av den grunn bør de arkitektoniske vurderingene vike i forhold til de konstruksjonsmessige når skivens plasseringen skal fastsettes. Det overnevnte er en kjent problemstilling, men i denne sammenheng er det kanskje enda viktigere at dette blir tatt hensyn til når oppførselen skal foreskrives.

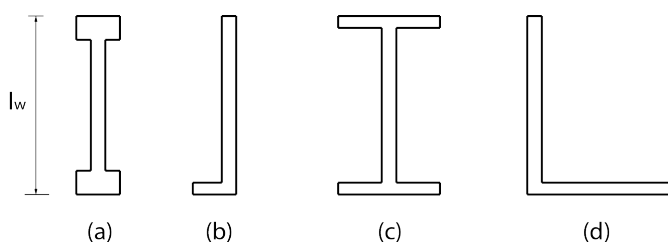
I bygninger med en viss høyde kan en reduksjon av skivenes tverrsnitt være økonomisk fordelaktig, men veggskiver med varierende tverrsnitt i byggets høyde omtales ikke nevneverdig i denne avhandling. Det bør imidlertid bemerkes at begrensninger gis i regelverket [24] når slike løsninger velges. Veggskiver som benyttes som bæresystem for de horisontale lastene vil kunne modelleres som bjelker dersom veggen er slank og ikke har utsparinger som er av betydning [44, 36]. Dersom veggskiven har utsparinger som er av betydning bør den modelleres som en et koblet veggskive eller dersom flere vegger danner et system kan de modelleres som et system av veggskiver.

For at skiver skal være en del av deformasjonsmekanismen må de ha en duktil oppførsel. Med duktile veggskiver menes en veggskive forbundet til underlaget slik at et plastisk ledd dannes i veggskiven over fundamentet. Det forutsettes da at fundamentet ikke får rotere relativt med skivens rotasjon [24].

Forholdet mellom skivens høyde h_w og bredde l_w er som tidligere nevnt av betydning. Veggskiver kan modelleres som bjelker der beskrivelsen blir bedre med et økende $\frac{h_w}{l_w}$ forhold [44, 36, 13]. Begrensningen i den foregående antagelsen ligger i kapasiteten til fundamentet ved at stiv-legeme bevegelser antas forhindret. I slanke veggskiver der bredden av veggskiven er liten kan utknekkning av trykkflensen forekomme i de områder der trykkspenningene er store. I slike tilfeller og der trykkflensen er punktvis fastholdt av etasjeskillere kan knekk lengden settes til avstanden mellom etasjeskillere, som beskrevet i litteraturen [36]. Dette vil selvfølgelig være en konservativ antagelse da knekk lengden er avstanden mellom to innfleksjonspunkter og disse avhenger av randbetingelsene til koblingen mellom skiven og dekket. Der utknekkning kan være problematisk vil løsninger som i figur 3.14(a) og (b) kunne være tilfredsstillende.

Som tidligere omtalt i avsnitt 3.2 og som anbefalt i litteraturene [44, 36, 13] bør en betongkjerne omslutes av bøyler der betongens maksimale tøyning under trykk er overskredet. Dersom avstanden mellom bøylene er liten nok, vil de forhindre den knuste betongen i å forsvinne samt lengdearmeringen i å knekke ut. Når lengden på veggskiven er større enn høyden kan ikke de samme metodene benyttes som for vegger med et stort $\frac{h_w}{l_w}$ -forhold. Dette er omtalt i litteraturene [44, 36, 13].

Ofte vil to eller flere skiver møte hverandre som vist i figur 3.14 slik at et tverrsnitt med en flens er definert. En slik utforming øker stivheten til systemet, men dersom det er konservativt kan det antas at de sammenkoblede skivene ikke er koblet. Når slike sammenhengende tverrsnitt utformes bør det etterstrebes at massesenteret sammenfaller med stivhetssenteret slik at rotasjoner i størst mulig grad unngås. For tverrsnittet i figur 3.14(d) vil dette være en uheldig løsning og det vil være bedre om skivene virket uavhengig av hverandre.



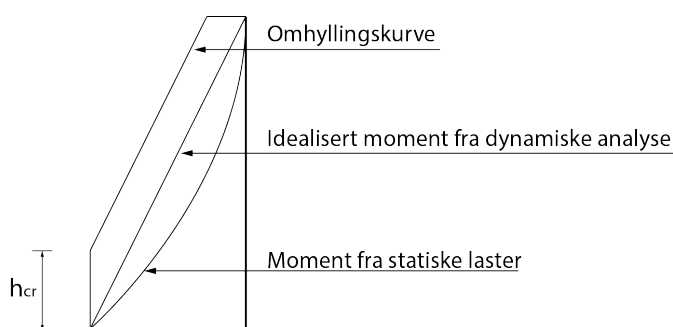
Figur 3.14: Illustrasjon av sammensatte veggvernsnitt

Skivene i bygninger har ofte utsparinger for dører, rør, vinduer, inspeksjonsluker eller andre formål. Når veggskiven er perforert vil dens egenskaper åpenbart være forandret. Det er da for enkelhetens skyld til fordel å beskrive oppførselen til veggskivene som har utsparinger som kan neglisjeres som vanlige skiver. Skiver som ikke har utsparinger som kan neglisjeres må modelleres på andre måter.

Som tidligere beskrevet kan slanke veggskiver forventes og ha en oppførsel tilsvarende som for en bjelke. Som omtalt i litteraturene [24, 13, 9] er dette tilfellet når $\frac{h_w}{l_w} \geq 2$. Det påpekes også at dersom slanke veggskiver med kvadratisk tverrsnitt skal være effektivt detaljert for bøy, bør armeringen i skiven ikke fordeles over tverrsnittet, men plasseres i de sonene der trykk og strekk er størst samt at skjærmotstanden tilordnes steget mellom de overnevnte

sonene. Det er vist i litteraturene [9, 44] at dette vil øke duktiliteten av tverrsnittet. I veggskiver der lengden på skiven er stor vil kapasiteten for bøy være stor og en plassering av armeringen i soner vil være unødvendig [18].

Figur 3.15 viser en illustrasjon av et momentdiagram for en slank veggskive. Belastningen av horisontale krefter som er lineært fordelt vil ha et kjent parabelformet momentdiagram som vist. Det imidlertid vist i litteraturen [44] gjennom forsøk som er utført på skiver med en elastisk og post-elastisk oppførsel at det virkelige momentdiagrammet er kakkete, men vil omtrent være lineært. Som følge av den lineære momentfordelingen anbefales det i litteraturen [44] at en avtrapping av den nødvendige armeringen maksimalt bør være lineær. For å unngå at armeringen vil flyte over hele veggskiven, bør et område med høyde h_{cr} i bunn av veggskiven detaljeres for en duktil oppførsel og etter prinsippene om kapasitetsdimensjonering må området over ha større kapasitet enn det kritiske området. Området over vil da forbli elastisk og for dette benyttes en omhyllingskurve som vist i figur 3.15.

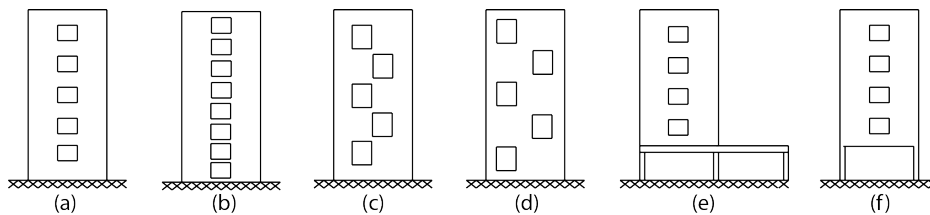


Figur 3.15: Illustrasjon av momentdiagram for slanke veggskiver

Koblede veggskiver

Som påpekt over har ofte veggskiver utsparinger som er av betydning. I figur 3.16 er noen eksempler på slike veggskiver vist der ikke alle er like egnet for en duktil oppførsel. I figur 3.16(a) er veggen tilnærmet separert til to veggskiver av en rad med utsparinger. Veggskivene er da koblet sammen av bjelker mellom utsparingene og derav navnet koblede veggskiver [44, 36]. Bjelkene som spenner mellom skivene kalles koblingsbjelker og kan ha varierende høyde som i figur 3.16(b). Koblede veggskiver er en effektiv duktil mekanisme dersom de separerte veggskivene fungerer som to duktile veggskiver og de er koblet sammen med duktile bjelker [44, 36]. I motsetning til en enkelt duktil veggskive vil koblede veggskiver kunne detaljeres for en duktil oppførsel slik at energikrevende prosesser foregår over hele skivens høyde. Dersom skivene er i en deformert tilstand vil dette kunne forårsake rotasjoner av koblingsbjelkene slik at flyteledd dannes. Det bemerkes at dersom skivens dimensjoner er små vil en svak etasje mekanisme kunne inntreffe, men da er veggskiven å anse som en søyle.

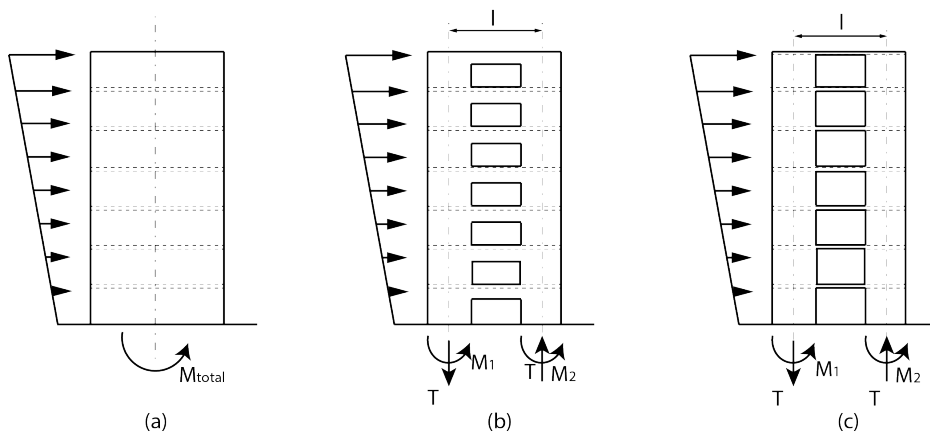
I figur 3.16(c) er plasseringen av utsparingene uheldig plassert, og det er påpekt i litteraturen [44] at en skive av denne typen er vanskelig å tilordne en duktil oppførsel da geometrien mellom utsparingene gjør det vanskelig for overførselen mellom trykk og strekk. Som et alternativt til dette kan veggskiven utformes som i figur (d). Dette er eksempler der de arkitektoniske interessene bør vike for de konstruksjonsmessige. Det bør også bemerkes at veggskiver som har store utsparinger i den nedre delen vil være uheldig da store trykk- og strekkrefter vil kunne påfalle søylene slik at flyt dannes både i øvre og nedre del av søylen



Figur 3.16: Illustrasjon av mulige koblede veggskiver

som omtalt i avsnitt 3.5. En slik utforming er vist i figur (f). I figur (e) er veggskivens grad av innspenning avhengig av den underliggende bjelken og det må tas hensyn til dette.

Det bør bemerkes at i koblede veggskiver kan utsparingenes plassering forårsake at koblingsbjelkene er sterkere enn skiven mellom utsparingene, dette er uheldig løsning som kan føre til kollaps mellom utsparingene. Det er anbefalt i [18] at utsparinger bør unngås i det området der flyt tillates.



Figur 3.17: Illustrasjon av globale laster i koblet veggskive

Figur 3.17 viser tre veggskiver utsatt for en horisontal belastning. De motvirkende kreftene som dannes i de elastiske veggskivene er gitt i likning 3.47. Som det fremkommer av figur 3.17(b) og (c) vil koblede veggskiver ha aksialkrefter som stammer fra skjærkreftene i koblingsbjelkene. For koblingsbjelker som er høye som i figur 3.17(b) kan dette skjærbidraget ha en betydelig størrelse. Dersom koblingsbjelken ikke er stiv nok i den forstand at skjærkreftene som opptrer er små, må det vurderes om de koblede veggskivene skal modelleres som leddet til skiven eller om nødvendig to separate veggskiver [44].

$$M_{total} = M_1 + M_2 + Tl \tag{3.47}$$

Det er vist i litteraturen [44] at omfordelingen av krefter kan tillates for koblede veggskiver som har en duktil oppførsel. Dette tillates også i NS-EN 1998-1 der omfordeling av seismiske lastvirkninger inntil 30% til andre veggskiver i hoved bæresystemet kan benyttes. Det spesifiseres i NS-EN 1998-1 at i koblede veggskiver som utsettes for store varierende aksialkrefter bør omfordelingen av momenter og skjærkrefter fordeles til den veggskiven med høyest aksialtrykk. Dette er grunnet økt momentmotstand i veggskiven med høyre aksialtrykk som beskrevet i litteraturen [44]. NS-EN 1998-1 tillater også omfordeling av laster mellom koblingsbjelkene i forskjellige etasjer for opptil 20% gitt at resultatkraften i

T ikke påvirkes. Dette åpner for at koblingsbjelkene kan konstrueres likt over større deler av veggen om kapasitets dimensjonerings prinsippene skal følges.

Generelt har et urisset tverrsnitt en annen nøytralakse enn et risset tverrsnitt. Som følge av dette er det vist i litteraturen [44] at aksialdeformasjoner kan være av betydning i veggskiver med stor lengde. For tilsvarende helling i et risset tverrsnitt som i et urisset vil det kreves en forlengelse av tverrsnittet i lengde retningen. Aksialdeformasjoner er da av betydning.

Duktilitet i koblede veggskiver

Når koblede veggskiver utsettes for en seismisk belastning av betydning og er detaljert for en uelastisk oppførsel etterstrebes det følgende forløpet for mekanismen:

- Veggskivene deformeres, men forblir foreløpig elastiske.
- Veggskivene introduserer flyt i et område på begge sider av koblingsbjelkene. Veggskivene er deformert, men forblir foreløpig elastiske. Maksimal aksialkraft som kommer fra skjær i koblingsbjelkene inntruffer når alle koblingsbjelker har dannet flyteledd på begge sider av bjelken, men ikke i skiven.
- En av de to veggskivene begynner å flyte i et område ved bunnen av veggen. De vil ikke flyte samtidig da de normalt vil ha ulik stivhet grunnet forskjellig opprissing og da følgelig forskjellig stivhet.
- Kapasiteten til de koblede veggskivene er nådd når en mekanisme dannes ved at den siste skiven flyter ved bunnen av veggen.

Som det fremkommer av listen er veggens kapasitet avhengig av styrken til koblingsbjelkene.

Lengden på det kritiske området

Den lokale krumingsduktiliteten for en veggskive kan beregnes fra likning 3.11, men som tidligere omtalt er lengden på det kritiske området av betydning når duktiliteten i et tverrsnitt skal bestemmes. Denne lengden er vanskelig å bestemme da høyden på områdene med uelastisk oppførsel varierer med trykk og strekk. Det er i litteraturen [11] gjort sammenlikninger av empiriske uttrykk for estimatet av høyden til det kritiske området med de som angis i NS-EN 1998-3:2005 Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning Del 3: Vurdering og forsterkning av eksisterende bygninger [25]. Analyser utført i [11] konkluderer med at NS-EN 1998-1 overestimerer det området der flyteleddet antas å inntreffe. Dette fører til at et mindre område over det kritiske kan detaljeres i henhold til NS-EN 1992-1 for å tilfredstille kapasitetsdimensjoneringsfilosofien og forbli elastisk.

Duktile vegger i NS-EN 1998-1

Det følgende omhandler duktile veggskiver som dimensjoneres etter NS-EN 1998-1 for duktilitetsklasse middels.

I duktile veggskiver i bæresystemet skal moment -og skjærkapasiteten beregnes etter NS-EN 1992-1 når aksialkraften fra jordskjelvbelastningen benyttes. Samtidig må den normaliserte

aksialkraften ha verdi $\nu_d \leq 0.4$ og det skal tas hensyn til armeringen i veggskiven når bøyekapasiteten beregnes. Høyden på det kritiske området h_{cr} kan bestemmes ved likning (3.48) og (3.49) om ikke mer nøyaktige beregninger foreligger. h_s er den frie etasjehøyden og n er antall etasjer.

$$h_{cr} = maks \left\{ l_w; \frac{1}{6} h_w \right\} \quad (3.48)$$

$$h_{cr} \leq \begin{cases} 2l_w \\ \left\{ \begin{array}{l} h_s \quad \text{for } n \leq 6 \text{ etasjer} \\ 2h_s \quad \text{for } n \geq 7 \text{ etasjer} \end{array} \right. \end{cases} \quad (3.49)$$

I området med høyde h_{cr} i skiven skal det sørges for nødvendig krumningsduktilitet ved å tilfredstille uttrykkene i likning (2.9). Som beskrevet i litteraturen [18] tas høyde for redusert duktilitet ved å redusere q_0 . Dette gjøres ved å multiplisere verdien med forholdet mellom opptrepende moment og kapasiteten i bunnen av veggen.

For å tilfredstille kravene til krumningsduktilitet i en rektangulær vegg kan likning (3.50) tilfredstilles i områder nær de belastede randene i veggen som vist i figur 3.18. Det mekaniske forholdet til den vertikale armeringen er gitt i likning (3.50) fra [24].

$$\alpha \omega_{wd} \geq 30 \mu_{\kappa} (\nu_d + \omega_v) \varepsilon_{sy,d} \frac{b_c}{b_0} - 0.035 \quad (3.50)$$

$$\omega_v = \frac{\rho_v f_{yd,v}}{f_{cd}} \quad (3.51)$$

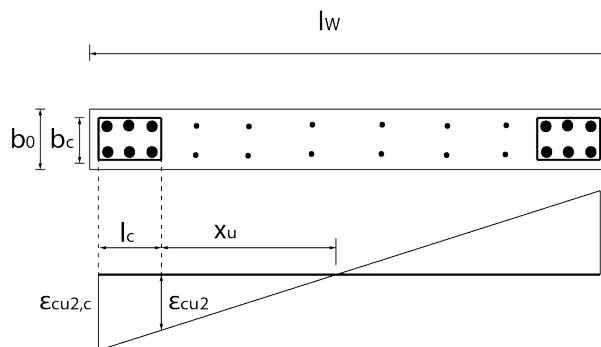
Fra geometrien i figur 3.18 kan lengden på de kritiske områdene l_c bestemmes som vist i likning (3.52). Betongtøyningen for betong med og uten forhindrett tverrutvidelse er omtalt i avsnitt 3.2. Det bemerkes at $l_c \geq maks \{ 0.15l_w; \frac{2}{3}b_w \}$ [24].

$$\begin{aligned} \frac{x_u - l_c}{\varepsilon_{cu2}} = \frac{x_u}{\varepsilon_{cu2,c}} &\rightarrow \varepsilon_{cu2,c} x_u - \varepsilon_{cu2} x_u = \varepsilon_{cu2,c} l_c \\ &\rightarrow l_c = x_u \left(1 - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu2,c}} \right) \end{aligned} \quad (3.52)$$

Store lettarmerte vegger i NS-EN 1998-1

Det følgende omhandler store lettarmerte veggskiver som dimensjoneres etter NS-EN 1998-1 for duktilitesklasse middels.

En veggskive der $\frac{l_w}{b_w} > 4$ betegnes som en duktil vegg. Dersom veggen i tillegg har en lengde $l_w \geq min \{ 4m; \frac{2}{3}h_w \}$ omtales den som en stor lettarmert vegg. Denne definisjonen av vegger er gjeldene kun for konstruksjoner i denne duktilitetsklassen. I motsetning til duktile veggskiver der kun deler av den potensielle energien omgjøres til kinetiske energi



Figur 3.18: Modell for beregning av det kritisk område i veggskive

ved at oppsprekking av betongen og flyting av armeringen foregår i et begrenset område ved bunnen av skiven, er den energikrevende prosessen for store lettarmerte vegger annerledes. Dette er omtalt i litteraturen [18] og det påpekes at prinsippene bygger i stor grad på tidligere positive erfaringer med vegger av denne størrelsen.

For store lettarmerte vegger antas det at den energikrevende prosessen vil foregå ved oppløftning av fundamentet gjennom stiv-legeme rotasjon dersom skiven har fundamentering som tillater oppløftning. Om ikke fundamentet kan rotere vil bøyning forekomme sammen eller alene med stiv-legeme rotasjoner av skiven i overgangen mellom dekke og vegg som omtalt i litteraturen [18]. Rotasjonen mellom etasjer vil kunne føre til en oppsprekking av betongen og en oppløfting av massene i etasjene. Når disse sprekke lukkes i den reverserte eksitasjonen vil det påfalle ytterligere belastning på skiven. For at et system skal bestå av store lettarmerte vegger må det minst finnes to av dem i hver retning og de må minst bære 20% gravitasjonslast fra jordskjelvbeklastningen. Konstruksjonen må også ha en første svingeperiode $T_1 \leq 0.5s$ når stivlegeme bevegelser er forhindret. Som påpekt i litteraturene [18, 47] vil en åpning og lukking av oppsprukne konstruksjonsområder på grunn av rotasjoner kunne gi en økning i aksiallasten i skiven. For store lettarmerte vegger dersom $q > 2$ skal det tas hensyn til den dynamiske aksialkraften som virker i tillegg til den opptredende aksialkraften fra gravitasjonslastene. Den dynamiske aksiallasten skal settes til halve verdien av den opptredende aksiallasten om ikke mer nøyaktige beregninger foreligger.

Det skal i tillegg sikres at flyt i armeringen oppstår på grunn av bøyning ved å øke skjærkraften V'_{Ed} som er bestemt ved den seismiske analysen for hver etasje til V_{Ed} som gitt i likning (3.53) der q er gitt i likning (2.52). Under påvisning av kapasiteten under belastning av moment og aksialkraft kan tøyningsgrensen for betong uten forhindret tverrutvidelse ϵ_{cu2} økes fra 0.35% til 0.5% uavhengig av betongkvaliteten. Generelt kan påvisning av tilstrekkelig kapasitet mot den seismiske belastningen utføres i henhold til NS-EN 1992-1 med de tilleggbestemmelser for armeringen som beskrevet i det videre.

$$V_{Ed} = \frac{1}{2} V'_{Ed} (q + 1) \quad (3.53)$$

Det anbefales at de vertikale armeringsstengene som er nødvendig for tilstrekkelig kapasitet mot bøyning og aksialkraft skal plasseres i områder langs randen med en lengde l_w i enden av tverrsnittet der $l_w \geq \max \left\{ b_w; \frac{3b_w \sigma_{cm}}{f_{cd}} \right\}$. σ_{cm} er middelverdien for betongspenningen i trykksonen som følge av bøyning og aksialkraft. I dette området anbefales det

at lengdearmeringen har diameter på minst 10mm , men i den nederste etasjen og dersom skivedimensjonene reduseres etasjevis med mere enn en tredjedel, relativt til den underliggende etasjen, anbefales det at diameteren er ikke mindre en 12mm . De overnevnte vertikale armeringstengene anbefales å holdes på plass av en bøyle eller tverrbinder med en diameter $d_{bw} = \max\{6\text{mm}; \frac{1}{3}d_{bL}\}$ i en sentaravstand s mellom bøyene eller tverrbinderene i vertikal retning der $s = \min\{100\text{mm}; 8d_{bL}\}$. Tilsynelatende gjelder disse kravene også for all vertikal armering, inklusiv minste mengde av vertikal armering. Dersom alle vertikale armeringsstenger skal festes med en tverrbinder i avstand s gir dette store store stålmengder og er tidkrevende. I litteraturen [28] er det vist at tverrbindere ikke er nødvendig på alle armeringsjern. Alternativt kan tverrbinderene legges med et viss forband, eksempelvis annenhvert jern i en etasje og tilsvarende i annenhver etasje. Det settes ingen krav i det gjeldene regelverket [24] til den horisontale avstanden mellom tverrbindere. Det kan bemerkes at i litteraturen [47] påpekes det at det finnes lite litteratur vedrørende konstruksjon av store lettarmerte vegger da NS-EN 1998-1 er det eneste regelverk som erkjenner denne type vegger eksplisitt.

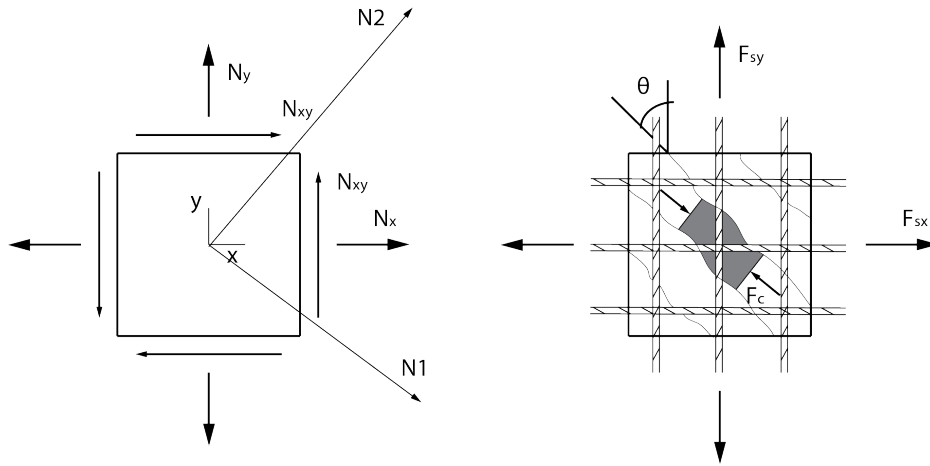
I tillegg til de overnevnte beskrivelsene skal det også tas høyde for lokalt kollaps av veggen. NS-EN 1998-1 henviser til NS-EN 1992-1 for sammenbindig av systemer der det gis alternative veier for belastningen etter at veggen har kollapset lokalt.

Nødvendig armering i en skive

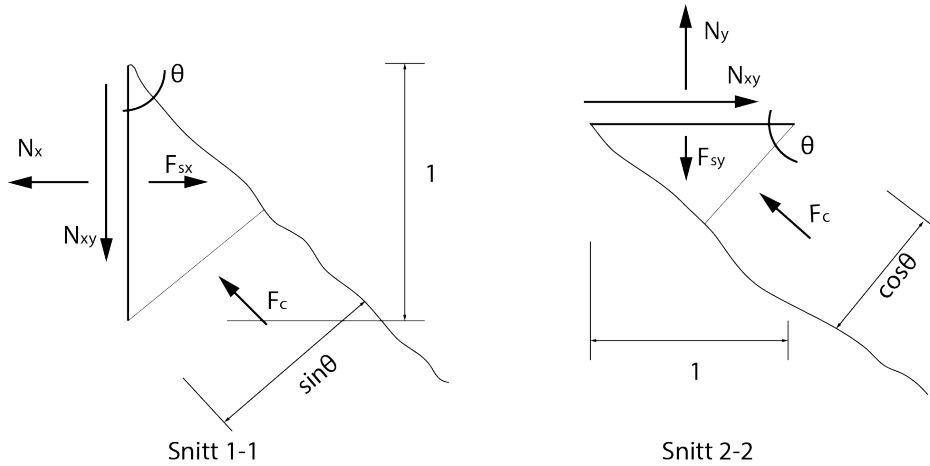
Her presenteres en metode for bestemmelse av den nødvendige armeringen i en skive utsatt for ytre krefter. Metoden er kjent i litteraturen [43] og presenteres i NS-EN 1992-1 som en metode for beregning av strekkarmering for spenninger i planet for skiver eller høye bjelker gjennom likevekt av ytre og indre krefter.

Modellen til venstre i figur 3.19 viser et lite element av en betogskive med tykkelse b_w utsatt for de ytre kreftene N_x , N_y og N_{xy} per lengdeenhet der strekk har positivt fortegn. De ytre kreftene som elementet utsettes for må opptas av samvirket mellom betongen og armeringen. Dersom det antas at betongen ikke kan ta strekk og armeringen ikke kan ta trykk må det dannes trykk i betongen og strekk i armeringen for at det skal dannes likevekt med de ytre kreftene. Generelt vil det være hensiktsmessig å plassere armeringen i retningen til hovedstrekkspenningen N_1 og N_2 slik at armeringen utnyttes maksimalt når betongens strekkspenning er overskredet, men da disse normalt er varierende gjennom tverrsnittet vil det ikke være hensiktsmessig med en slik armeringsgeometri. Det antas i det videre at elementet har en ortogonal fordeling av armering med et areal per lendeenhet A_{sx} og A_{sy} for henholdsvis x - og y -retning. Modellen til høyre i figur 3.19 viser et snitt gjennom skivens opprissede plan der de indre kreftene $F_{sx} = \sigma_{sx}A_{sx}$, $F_{sy} = \sigma_{sy}A_{sy}$ og F_c er henholdsvis armeringspenningen i x - og y -retning samt trykket i betongen. Trykk i betongen defineres med positiv fortegn. Da resultater innhentet fra analyser utført i elementmetode programmer ofte er spenninger, vil sammenhengen mellom de ytre kreftene i figur 3.19 og de bestemt ved en slik analyse være $N_x = \sigma_x b_w$, $N_y = \sigma_y b_w$ og $N_{xy} = \tau_{xy} b_w = \tau_{yx} b_w$. Vinkelen på rissene er θ som definert i figuren.

I figur 3.20 er to snitt av modellen til høyre i figur 3.19 vist. Ved likevekt av de indre og ytre kreftene som opptrer i snittet vil en kunne bestemme den nødvendige armeringsmengden for det lille elementet. Summen av krefter i x -retning i snitt 1 – 1 gir kraften F_{sx} i armeringen som i likning (3.54).



Figur 3.19: Ytre og indre krefter i et lite skiveelement av betong med ortogonal armering



Figur 3.20: Likevektsbetraktning av ytre og indre krefter i to snitt av et lite skiveelement av betong med ortogonal armering

$$\sum F_x = F_{sx} - N_x - F_c \sin^2 \theta = 0 \quad (3.54)$$

Summen av krefter i y -retning i snitt 1 – 1 må være null og dette gir kraften F_c i betongens trykkfelt som resulterer i likning (3.55). Ved å kombinere likning (3.54) og (3.55) fremkommer likning (3.56) der kraften i armeringen parallellt med x -aksen er avhengig av den ytre normalkraften N_x og skjærkraften N_{xy} multiplisert med $\tan \theta$.

$$\sum F_y = F_c \sin \theta \cos \theta - N_{xy} = 0 \quad (3.55)$$

$$F_{sx} = N_x + N_{xy} \tan \theta \quad (3.56)$$

Tilsvarende likevektsbetraktning kan utføres for snitt 2 – 2 der summen av krefter i x -retning må være null som gir den siste delen av likning (3.55). Likevekt i y -retning gir kraften F_{sy} i armeringen som er parallell med y -aksen. Ved å kombinere likning (3.55) og

(3.57) fås likning (3.58) der F_{sy} er uttrykt ved de ytre kreftene N_y og N_{xy} multiplisert med $\cot \theta$.

$$\sum F_y = N_y + F_c \cos^2 \theta - F_{sy} = 0 \quad (3.57)$$

$$F_{sy} = N_y + N_{xy} \cot \theta \quad (3.58)$$

Kraften F_c kan bestemmes ved å kombinere likning (3.54) og (3.57) slik at trykket i betongen kan bestemmes på grunnlag av de ytre normalkreftene samt kreftene i armeringen som gitt i likning (3.58).

$$F_c = (F_{sx} + F_{sy}) - (N_x + N_y) \quad (3.59)$$

I det over ble det vist at strekkreftene i det ortogonale armeringsnett og trykket i betongen kan bestemmes dersom de ytre kreftene som elementet utsettes for og rissvinkelen er kjent. Dersom rissvinkelen er kjent kan likning (3.56) og (3.58) benyttes til å bestemme den nødvendig armeringsmengden og betongens kapasitet i trykkfeltet kan kontrolleres. Da armeringsmengden er proporsjonal med $F_{sx} + F_{sy}$ fås et minimum av $(\tan \theta + \cot \theta)$ ved $\frac{\pi}{4}$ og den nødvendige armeringsmengden er da gitt av likning (3.60). Under forutsetningen av en rissvinkel på 45° er F_c gitt i likning (3.61) og det er denne rissvinkelen som benyttes i NS-EN 1992-1 (Tillegg F) for en optimal armeringsmengde.

$$\begin{aligned} F_{sx} &= N_x + |N_{xy}| \\ F_{sy} &= N_y + |N_{xy}| \end{aligned} \quad (3.60)$$

$$F_c = 2|N_{xy}| \quad (3.61)$$

Retningen på rissene vil i modellen som gjennomgås være avhengig av av de parameterne som likningene (3.56) og (3.58) innehar. Dersom en av armeringsmengdene er kjent og de ytre kreftene er gitt kan rissvinkelen bestemmes og armeringen i denne retningen kan optimaliseres slik at den utnyttes på best mulig måte. Dersom rissvinkelen bestemmes på bakgrunn av at armeringen flyter ved f_{yd} i begge retninger slik at $F_{sx} = f_{yd}A_{sx}$ og $F_{sy} = f_{yd}A_{sy}$ fås likning (3.62).

$$f_{yd} = \frac{F_{sx}}{A_{sx}} = \frac{F_{sy}}{A_{sy}} \quad (3.62)$$

Ved å benytte likning (3.56) og (3.58) innsatt i likning (3.62) samt multiplisere med $\frac{A_{sx} \tan \theta}{N_{xy}}$ fremkommer andregradslikningen som gitt i likning (3.63). Resultatet av denne gir både positive og negative verdier av θ , men den korrekte verdien av rissvinkelen har samme verdi som fortegnet på skjærkreftene som virker på det lille elementet [43]. Dette betyr at rissvinkelen skifter fortegn når skjærkreftene skifter fortegn noe som virker foruflig da risset vil forenklet sett oppstå vinkelrett på hovedtrekkspenningen som beskrevet i litteraturen [42].

$$\tan^2 \theta + \left(\frac{N_x}{N_{xy}} - \frac{N_y}{N_{xy}} \frac{A_{sx}}{A_{sy}} \right) \tan \theta - \frac{A_{sx}}{A_{sy}} = 0 \quad (3.63)$$

Når rissvinkelen så er bestemt kan elementets armeringsmengde bestemmes fra likning (3.56) og (3.58). Trykket i betongen er gitt av likning (3.55), (3.57) eller (3.59). Verdien av F_c må kontrolleres opp mot tillatt kraft i betongens trykkfelt som etter gjeldene regelverk er gitt som betongens dimensjonerende kapasitet for trykkstaver etter NS-EN 1992-1 punkt 6.5.2(2). Med denne formuleringen må $F_c \leq 0.6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd} b_w$.

Det finnes flere formuleringer for bestemmelse av rissvinkelen til det lille elementet i litteraturen, men ingen flere vil bli gjengitt i denne avhandling. Det bemerkes at NS-EN 1998-1 ikke eksplisitt angir hvordan en skal beregne rissvinkelen for skiver i duktilitetsklasse midtels, men for den høyere duktilitetsklassen er dette angitt som 45° .

3.7 Horisontale skiver

Horisontale skiver i NS-EN 1998-1

Formålet med horisontale skiver er (1) sammenkobling av det horisontale bæresystemet, (2) overføre treghetskreftene som oppstår fra massen som virker på dekkene og i dekkene, (3) bære de vertikale belastningene, det vil si egenvekten av den horisontale skiven og en andel av nyttelasten. Skiver er generelt stive i deres eget plan om de ikke har for store eller mange utsparinger. Av den grunn vil horisontale skiver kunne sammenkoble det vertikale bæresystemet effektivt.

Det kan benyttes en armert betongplate som en skive i horisontalplanet til påvisning av kapasitet mot de overnevte lastene dersom skivens høyde er større enn 70mm og har minimumsarmering som angitt i NS-EN 1992-1. Om betongplaten er et prefabrikkert dekke med et påstøp må påstøpet ha tilstrekkelig heft til å overføre skjær, tilfredstille kravene til et plasstøpt dekke og dimensjonert for å gi tilsterkkelig kapasitet og stivhet [24].

Generelt vil ikke de horisontale skivene omtales i stor grad i denne avhandling da de horisontale skivene som omtales antas og kunne overføre treghetskreftene til de vertikale skivene.

Kapittel 4

Presentasjon av konstruksjonen

4.1 Innledning

Det er av interesse å analysere en konstruksjon for dens dynamiske oppførsel og de belastninger som påfaller konstruksjonen når DCM i NS-EN 1998-1 benyttes. I avsnitt 4.2 gis en kort presentasjon av konstruksjonen og de grunnforhold som foreligger. I avsnitt 4.3 presenteres materialkvalitetene som benyttes i bæresystemet. Det vil si betong- og armeringskvaliteter. Det er ikke bare egenvekten av konstruksjonen som er grunnlaget for størrelsen av treghetskraftene i konstruksjonen, men det er den totale massen som opptrer i bygget når jordskjelvet inntreffer som multiplisert med akselerasjonen gir treghetskraftene. I den sammenheng er det nødvendig å fastsette lastene som virker i konstruksjonen som skal analyseres. I avsnitt 4.4 presenteres den andelen av egenlast, nyttelast og snølast som inngår i den seismiske analysen.

I avsnitt 4.5 presenteres et elementmetode program som skal benyttes for analyser av en idelaisert modell av den presenterte konstruksjonen. En kontroll av programvaren gjennom en sammenligning av den eksakte løsningen av svingeformene og svingeperiodene til en bjelke av betong utføres. Den eksakte løsningen blir bestemt av den homogene partielle differensiallikningen til bjelken. I avsnitt 4.6 presenteres modellen av konstruksjonen som skal analyseres. Modellen er modellert i den presenterte programvaren og de forenklinger og forutsetninger som er gjort under modelleringen begrunnes. En kontroll av masseberegningen i programvaren foreligger i avsnitt 4.7 da massen i konstruksjonen er avgjørende for dens dynamiske oppførsel.

Avslutningsvis i avsnitt 4.8 presenteres det dimensjonerende responspektromet for elastisk analyse, gitt av NS-EN 1998-1 for den stedlige plasseringen av konstruksjonen og som er grunnlaget for de maksimale responsene som innhentes fra analysene i denne avhandling.

4.2 Sengebygg del *H*

Generelt

Konstruksjonen som benyttes som grunnlag for analyser er en del av det nye Østfold-sykehuset som er anslått ferdigstilt på Kalnes i Sarpsborg kommune i 2016. Sykehuset

er hovedsaklig delt inn i fire bygg og består av behandlingsbygget, sengebygget, psykiatribygget og servicebygget. Sengebygget består av åtte deler ($A - H$) som igjen kan deles inn i syv separate bygningskropper der hver kan beregnes uavhengig. Konstruksjonen som skal analyseres er del H av sengebygget. En illustrasjon av fasaden til sengebygget sett i perspektiv er vist i figur 4.1. Bildet er hentet fra en modell i Autodesk Revit Structure 2013 og gjengitt fra Autodesk 3D Studio Max som begge er to av flere programvarer som kan benyttes når modellen er en bygnings informasjons modell (*eng. building information model*) som videre omtales i avsnitt 4.5. Del H er bygget i høyre hjørne av figur 4.1.



Figur 4.1: Fasaden av sengebygget i perspektiv

Konstruksjonen vist i figur 4.1 er et betongbygg med fem etasjer. Konstruksjonen har et overbygg av stål i den sjette etasjen. Den bærende konstruksjonen består av plastøpte dekker, skiver og innersøyler av armert betong. Det er de vertikale veggskivene som ivaretar avstivningen til konstruksjonen og sammen med søylene fører vertikale laster til grunnen. De indre søylene er armerte betongsøyler med varierende kvadratisk tverrsnitt mellom etasjene. Tilsvarende er det for søylene i fasaden, men disse er av stål. Byggets korte side er parallell med y -aksen og er $13.8m$. Byggets lengste side er parallell med x -aksen og er $44.5m$. Høyden på de respektive etasjene er varierende. Etasje $u1$ og 3 har høyde $4.5m$. Etasje 1 , 2 og 4 har høyde $4.35m$. Overbygget av stål samt rømningsveien som kan sees i fasaden neglisjeres i beregningsmodellen så geometrien av disse er ikke av betydning og omtales ikke i det videre. Som det fremkommer av figur 4.1, og i det videre, har konstruksjonen noe varierende stivhet og masse. Dette vil kunne føre til rotasjoner i konstruksjonen når den utsettes for et jordskjelv.

Grunnforhold

Grunnforholdene til en konstruksjon er av stor betydning og spesielt for seismiske analyser da den globale stabiliteten påvirkes betydelig. Samtidig vil vibrasjoner i grunnen forsterkes dersom grunnen er en annen en fast fjell. Det foreligger geotekniske undersøkelser gjort på stedet der sengebyggets del H er plassert, men omfanget og diskusjon av dataene begrenses da dette i liten grad er av betydning for de videre analysene som skal utføres.

Etter geotekniske undersøkelser på stedet er det i litteraturen [8] konkludert med at grunnforholdene på stedet der det nye Østfoldsykehuset skal bygges har varierende løsmasser før morene eller fjell. Løsmassene som er gitt i tabell 4.1 er foreslått på bakgrunn av prøveserier med borhull på tomten. Grunnvannstanden er antatt å ligge $6m$ under terrengoverflaten.

Tabell 4.1: Laginndeling av grunnen til fjell

Jordtype	Dybde (m)	Massetetthet ($\frac{kN}{m^3}$)
Sand og fyllmasse	0 – 3	21.0
Silt og leire	3 – 9	20.0
Sand	9 – 12	21.0

På bakgrunn av den geotekniske undersøkelsen utført er fjærstivheter for beregning av pælenes grad av innspenning estimert, men ingen vil bli gjengitt i denne avandlingen. I det videre antas at konstruksjonen plasseres på fast fjell, men at grunnforholdene forblir uforandret. Beregningsmodellens grensebetingelser vil bli omtalt i avsnitt 4.6.

4.3 Materialer

Bæresystemet som skal motså den seismiske belastningen består av plasstøpte konstruksjonsdeler av armert betong. Betongkvaliteten er B35 og kvaliteten på armeringen er B500 NC som gir de materialverdiene som gitt i tabell 4.2 og 4.3 etter NS-EN 1992-1. Enkelte av verdiene som presenteres under er å finne i tabell 3.1 og 3.2, men gjengis her for ordens skyld.

Tabell 4.2: Karakteristiske verdier for betong av kvalitet B35

Beskrivelse	Symbol	Verdi ($\frac{N}{mm^2}$)
Trykkfasthet	f_{ck}	35.0
Elastisitetsmodul	E_{cm}	34000
Middelverdi av aksial strekkfasthet	f_{ctm}	3.2

Tabell 4.3: Karakteristiske verdier for kamstål av kvalitet B500 NC

Beskrivelse	Symbol	Verdi ($\frac{N}{mm^2}$)
Flytegrense	f_{yk}	500

4.4 Laster

Her presenteres lastene som benyttes i analysene av sengebyggets del H. Alle laster er beregnet etter gjeldene regelverk og tilfredstiller NS-EN 1990:2002+NA:2008 Eurokode 0: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner [21] som i det videre omtales NS-EN 1990. De aktuelle lastkombinasjonene som benyttes i analysen bestemmes også.

Egenlast

I tabell 4.4 er verdiene som benyttes i beregningen av egenlasten til konstruksjonen presentert.

Tabell 4.4: Verdier for beregning av egenlast

Beskrivelse	Symbol	Verdi ($\frac{kN}{m^2}$)
Påført egenvekt	$G_{k,pafort}$	1.5
Tettheten til armert betong	ρ_{betong}	25.0

Nyttelast

I tabell 4.5 er verdiene som benyttes i beregningen av nyttelasten som virker i konstruksjonen presentert.

Tabell 4.5: Verdier for beregning av nyttelast

Beskrivelse	Symbol	Verdi ($\frac{kN}{m^2}$)
Nyttelast	$Q_{k,nytte}$	4.0

Snølast

Bygget er som tidligere beskrevet plassert på Kalnes i Sarpsborg kommune. I henhold til NS-EN 1991-1-3:2003+NA:2008 Eurokode 1: Laster på konstruksjoner Del 1-3: Allmenne laster snølaster [22] som i det videre omtales NS-EN 1991, er den karakteristiske snølasten på mark lik snølasten $Q_{k,sno}$ på det flate taket av konstruksjonen. Snølasten er gitt i likning (4.1). Verdier som benyttes i beregningen er gitt i tabell 4.6.

Tabell 4.6: Verdier for beregning av snølasten på taket

Beskrivelse	Symbol	Faktor	Verdi ($\frac{kN}{m^2}$)
Snølast på mark	S_k	-	3.0
Formfaktor	μ_1	0.8	-
Eksposering	C_e	1.0	-
Termisk	C_t	1.0	-

$$Q_{k,sno} = \mu_1 C_e C_t S_k = 2.4 \frac{kN}{m^2} \quad (4.1)$$

Lastkombinasjon

I henhold til NS-EN 1990 benyttes partialfaktor metoden [21]. I ulykkesgrensetilstanden er $\gamma_f = 1$ og det antas med dette ingen usikkerhet i de representative verdiene for lastene som angitt. Når den dimensjonerende seismiske situasjonen bestemmes skal de relevante lastene kombineres med den karakteristiske verdien for den seismiske påkjenningen A_{Ek} som angitt i likning (4.2) etter i NS-EN 1990 der ”+” betyr at leddene kombineres.

$$E_d = \sum G_{k,i} \gamma_1 A_{Ek} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (4.2)$$

Når massene som bidrar til tregghetskraftene i den seismiske situasjonen skal beregnes, skal det i henhold til NS-EN 1998-1 punkt 3.2.4(2)P tas høyde for at andre laster enn egenvekten til bæresystemet opptrer, som angitt i likning (4.3).

$$\sum G_{k,i} + \sum \psi_{E,i} Q_{k,i} \quad (4.3)$$

Justeringsfaktoren for kombinasjoner av den variable påvirkningen $\psi_{E,i}$ er gitt i likning (4.4) og faktorer for tilnærmet permanent verdi av den variable lasten er gitt i tabell 4.7.

$$\psi_{E,i} = \varphi_i \psi_{2,i} \quad (4.4)$$

Tabell 4.7: Faktorer for tilnærmet permanent verdi av variabel last i ulykkesgrensetilstanden

Situasjon	$\psi_{2,Nytte}$	$\psi_{2,Sno}$
Seismisk	0.6	0.2

Verdien for skalaren φ klassifiseres etter hvilken etasje og type variabel påvirkning. For den aktuelle konstruksjonen er verdiene for φ gitt i tabell 4.8 etter det nasjonale tillegget i NS-EN 1998-1. Skalaren har ingen reduserende effekt på massene da det nasjonale tillegget begrenser denne til 1.0.

Tabell 4.8: Verdier for φ

Etasje i	φ_i
4	1.0
3	1.0
2	1.0
1	1.0
u1	1.0

Som det fremkommer av tabell 4.8 tillates det ingen reduksjon av de variable lastene over byggets høyde gjennom φ . Dette betyr at det legges til grunn full belastning av de variable lastene, men en reduksjon for den andelen av lasten som antas og virke permanent tas det høyde for ved at den variable lasten multipliseres med $\psi_{2,i}$.

4.5 Programvare og kontroll

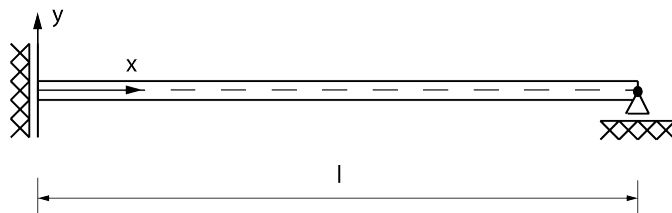
Generelt

Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2013 versjon 26.0.3.4375 (x64) [5] som i det videre omtales Robot er et elementmetode program med et grafisk brukergrensesnitt. Programmet tillater sammenkjøring med andre Autodesk programmer slik at (*eng. building information modeling*), eller kort BIM, kan ivaretas. I en BIM modell tilordnes konstruksjonselementer ulike egenskaper som vil følge modellen gjennom de ulike faggruppene. Eksempelvis kan en dør tilordnes en dimensjon av en faggruppe, men tilordnes en brannklasse av en annen. På den måten inneholder den felles modellen mer informasjon og alle faggrupper har den oppdaterte informasjonen tilgjengelig til en hver tid.

I denne avhandling er det benyttet en student versjon av Robot for de analysene som er utført. Ingen kjente differanser er pålagt denne versjonen i forhold til originalutgaven av programmet, sett bort ifra at analyseresultatene er vannmerket med “student versjon”. Robot er et fullverdig elementmetode program som kan utføre både statiske og dynamiske analyser samt kontrollere resultater opp mot innebygget regelverk, som i dette tilfelle er Eurokodene. Programmet er bygget opp av moduler og følger gangen i en konstruksjonsanalyse. Geometrien modelleres, belastningen påføres, modellen analyseres og kontrolleres opp mot gjeldene regelverk. Det er de tre førstnevnte som er av interesse i denne avhandlingen når den presenterte programvaren benyttes.

Beskrivelse av problemet

Det er av interesse å verifisere Robot ved å sammenlikne resultater fra en analytisk løsning som gir den eksakte løsningen og en numerisk løsning som er den tilnærmede løsningen. Problemet som velges er en betongbjelke med lengde l , masse per lengdeenhet m , bøyestivheten $E_{cm}I$ og innspenningsforhold som vist i figur 4.2. Det sees bort ifra demping.



Figur 4.2: Analytisk modell av betongbjelke

Bjelken som analyseres er vist i figur 4.2 og har geometri som angitt i tabell 4.9. Betongbjelkens nøytralakse er x -aksen som vist i figuren.

Tabell 4.9: Geometrien til bjelke for kontroll av programvare

Beskrivelse	Verdi
	(mm)
Bredde	450
Høyde	450
Lengde	4500

Dersom $E_{cm}I$ og m er begge konstante verdier kan tverrsvingningene beskrives ved hjelp av differensiallikningen gitt i likning (4.5) der $v = v(x, t)$ er bjelkens vertikalforskyvning. Dette betyr at den uarmerte betongbjelken forblir elastisk.

$$\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{m}{E_{cm}I} \frac{\partial^2}{\partial t^2} = 0 \quad (4.5)$$

Analytisk løsning

For å løse den homogene partielle differensiallikningen i likning (4.5) benyttes metoden som separerer de variable x og t . Det antas at løsningen som søkes kan separeres i en romlig del som avhenger av x og en tidsavhengig del som avhenger av t som vist i likning (4.6).

$$v(x, t) = \phi(x)q(t) \quad (4.6)$$

Likning (4.6) deriveres slik at den tilfredstiller likning (4.5). Likning (4.6) innsatt i likning (4.5) gir opphav til to ordinære differensiallikninger i henholdsvis likning (4.7) og (4.8).

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0 \quad (4.7)$$

$$\phi_{xxxx}(x) - \omega^2 \frac{m}{E_{cm}I} \phi(x) = 0 \quad (4.8)$$

Sammenhengen mellom β og ω er gitt i likning (4.9).

$$\beta^4 = \omega^2 \frac{m}{E_{cm}I} \quad (4.9)$$

For å sammenligne den analytiske løsningen med en numeriskløsning beregnet av Robot søkes løsningen av bjelkens svingeperioder og de tilhørende svingemoder. I den sammenheng er det kun nødvendig å betrakte den romlige løsningen av den partielle differensiallikningen. Med den romlige løsningen menes den delen av løsningen som har med geometrien av systemet å gjøre. For å løse differensiallikningen i likning (4.8) antas det at løsningen har form som uttrykket i likning (4.10).

$$\phi(x) = C e^{sx} \quad (4.10)$$

Deriverer likning (4.10) og setter inn i likning (4.8).

$$(S^4 - \beta^4) C e^{sx} \quad (4.11)$$

Ikke-triviell løsning av likning (4.11) gir opphav til fire løsninger. To imaginære og to reelle løsninger. Disse gir opphav til den generelle løsningen gitt i likning (4.13).

$$S_1 = i\beta \quad S_2 = -i\beta \quad S_3 = \beta \quad S_4 = -\beta \quad (4.12)$$

$$\phi(x) = C_1 \sin(\beta x) + C_2 \cos(\beta x) + C_3 \sinh(\beta x) + C_4 \cosh(\beta x) \quad (4.13)$$

De ubestemte koeffesientene i den generelle løsningen i likning (4.13) bestemmes fra randbetingelsene til bjelken i figur 4.2. Randbetingelsen er gitt i likningene (4.14) - (4.17)

Hellningen ved $x = 0$ må være null og følgelig uavhengig av tiden slik at $v(x = 0, t) = 0$.

$$\phi(0) = 0 \quad (4.14)$$

Skjærkraften V ved $x = 0$ må være null og uavhengig av tiden slik at $V(x = 0, t) = 0$.

$$\phi_{xxx}(0) = 0 \quad (4.15)$$

Translasjonen ved $x = l$ må være null og uavhengig av tiden slik at $v(x = l, t) = 0$.

$$\phi(l) = 0 \quad (4.16)$$

Momentet M ved $x = l$ må være null og uavhengig av tiden slik at $M(x = l, t) = 0$

$$\phi_{xx}(l) = 0 \quad (4.17)$$

Utrykkene i likning (4.15) og (4.17) fremkommer av sammenhengen mellom krumningen og momentet som kjent ifra konstruksjonsmekanikken. Dette er gjeldene for små forskyvninger og gitt ved følgende sammenheng:

$$\frac{\partial^2 v(x=0, t)}{\partial x^2} = \frac{M(x, t)}{E_{cm}I} \quad (4.18)$$

$$M(x, t) = \phi_{xx} E_{cm} I \quad (4.19)$$

Det finnes nå fire likninger til å bestemme de fire ubestemte koeffesientene C_1 , C_2 , C_3 og C_4 . Fra likning (4.14) er sammenhengen i likning (4.20) bestemt.

$$\begin{aligned} \phi_x(0) &= C_1\beta \times 1 + C_2\beta \times 0 + C_3\beta \times 1 + C_4\beta \times \\ \phi_x(0) &= C_1\beta + C_3\beta \end{aligned} \quad (4.20)$$

Fra likning (4.15) fås sammenhengen i likning (4.21).

$$\begin{aligned} \phi_{xxx}(0) &= -C_1\beta^3 \times 1 + C_2\beta^3 \times 0 + C_3\beta^3 \times 1 + C_4\beta^3 \times 0 \\ \phi_{xxx}(0) &= -C_1\beta^3 + C_3\beta^3 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Ikke-triviell løsning av likning (4.21) gir løsningen til to koeffesienter som er gitt i likning (4.22)

$$C_1 = 0 \quad C_3 = 0 \quad (4.22)$$

Fra likning (4.16) fås sammenhengen i likning (4.23).

$$\phi(l) = C_2 \cos(\beta l) + C_4 \cosh(\beta l) = 0 \quad (4.23)$$

Fra likning (4.17) fås sammenhengen i likning (4.24).

$$\phi_{xx}(l) = -C_2\beta^2 \cos(\beta l) + C_4\beta^2 \cosh(\beta l) = 0 \quad (4.24)$$

Summen av likning (4.23) og (4.24) må fortsatt være null slik at en mulig løsning er gitt under. Denne løsningen har ikke-triviell løsning når $C_4 = 0$ da $\cosh(\beta l) = 0$ kun når $\beta = 0$.

$$2C_4\beta^2 \cosh(\beta l) = 0 \quad (4.25)$$

$$C_4 = 0 \quad (4.26)$$

Fra likning (4.22), (4.26) og (4.13) må følgende relasjon være gyldig:

$$C_2 \cos(\beta x) = 0 \quad (4.27)$$

Da relasjonen i likning (4.23) fortsatt gjelder må den ikke trivielle løsningen være gitt i likning (4.28).

$$\cos(\beta x) = 0 \quad \text{for } \beta l = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad , n = (0, 1, 2, \dots, N) \quad (4.28)$$

Fra likning (4.9) finnes sammenhengen mellom β og ω . Systemets naturlige vinkelfrekvenser ω_{n+1} kan bestemmes fra likning (4.29).

$$\omega_{n+1} = \left(\frac{\pi(1+2n)}{2l} \right)^2 \sqrt{\frac{E_{cm}I}{m}} \quad n = (0, 1, 2, \dots, N) \quad (4.29)$$

De tilhørende svingemodene er da gitt ved likning (4.30).

$$\phi_{n+1}(x) = C_{2,n+1} \cos\left(\frac{\pi(1+2n)}{2l}x\right) \quad (4.30)$$

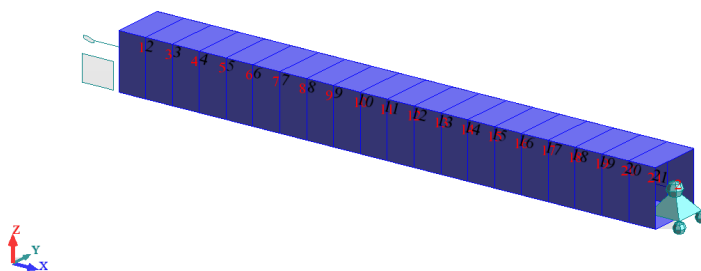
De to første naturlige vinkelfrekvensene ω_{n+1} og tilhørende svingemoder $\phi_{n+1}(x)$ finnes for $n = 0$ og $n = 1$. Bjelkens svingeperioder og svingemoder er gitt i likning (4.31) og (4.32).

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \left(\frac{2\pi 2l}{\pi} \right)^2 \sqrt{\frac{m}{E_{cm}I}}, \quad \phi_1(x) = C_{2,1} \cos\left(\frac{\pi}{2l}x\right) \quad (4.31)$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \left(\frac{2\pi 2l}{3\pi} \right)^2 \sqrt{\frac{m}{E_{cm}I}}, \quad \phi_2(x) = C_{2,2} \cos\left(\frac{3\pi}{2l}x\right) \quad (4.32)$$

Numerisk løsning fra Robot

Bjelken i figur 4.2 modelleres i Robot og modellen er vist i figur 4.3. Det er benyttet bjelkeelementer med 6 frihetsgrader og det er funnet konvergens av de to første svingeperiodene ved å benytte åtte bjelkeelementer. Robot benytter Timoshenko's teori for bjelkeelementer som beskrevet i litteraturen [5]. Dette betyr at skjærdeformasjoner i bjelken medtas. I stivhetsmatrisen som etableres i analysen utført i Robot er et stivhetsinnflytelseskoeffesient bestemt på bakgrunn av prinsippet om minimum potensiell energi [35] der formfunksjonene



Figur 4.3: Betongbjelke modellert i Robot

er gitt i litteraturen [5]. Massematrisen er valgt til å være konsistent slik at massen i det virkelige problemet beskrives så nøyaktig som mulig.

I tabell 4.10 er svingeperiodene til bjelken funnet for et varierende antall bjelkeelementer i modellen. Konvergens av den andre svingeperioden ble nådd ved bruk av åtte bjelkeelementer. I figur 4.3 er modellen med 20 bjelkeelementer vist.

Tabell 4.10: Konvergens av svingeperioden til bjelke i Robot

Antall elementer	T_1 (s)	T_2 (s)
1	0.10838	0.00984
2	0.10878	0.01197
4	0.10881	0.01217
8	0.10881	0.01219
10	0.10881	0.01219
20	0.10881	0.01219

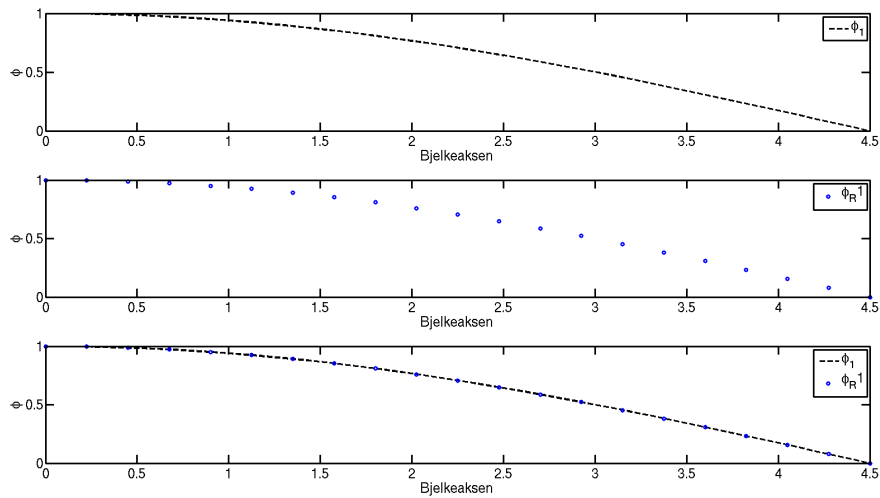
Resultater og diskusjon

I tabell 4.11 er svingeperiodene som ble beregnet analytisk og fra Robot presentert. Som det fremkommer fra tabellen er det en liten differanse mellom de to svingeperiodene. I den analytiske løsningen ble svingeperiodene bestemt ved å ta utgangspunkt i differensiallikningen for en bjelke med tværforskyvning. Differensiallikningen ble utledet ved å betrakte et lite infinitesimalt og av den grunn vil løsningen gi den eksakte løsningen for bjelker som blir betraktet av infinitesimalt. Robot benytter prinsippet om minimum potensiell energi der eksakt løsning vil inntreffe dersom bjelkelikningne som benyttes tilfredstiller differensiallikningen.

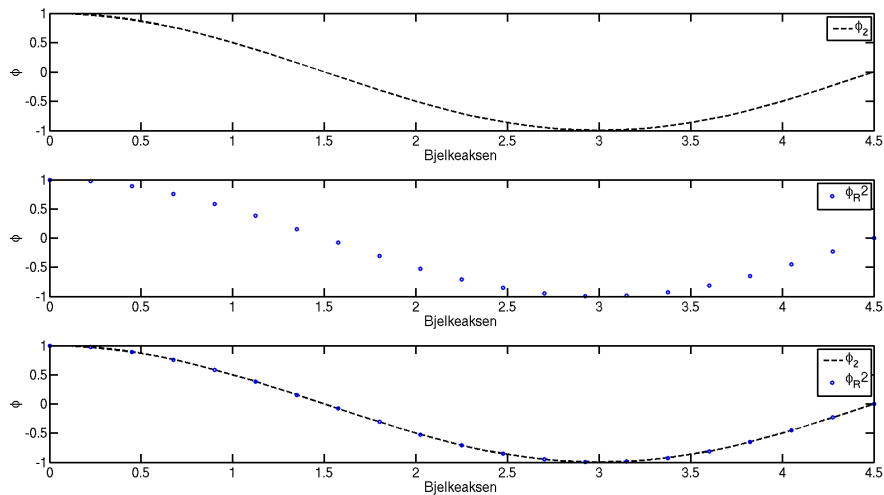
Tabell 4.11: Sammenligning av bjelkens svingeperioder

Svingeperiode	Analytisk (s)	Robot (s)	Differanse (s)
T_1	0.1087	0.1088	0.0001
T_2	0.0121	0.0122	0.0001

Årsaken til differansen må ligge i differansen mellom de to forskjellige teoriene når konvergensen er nådd. I den analytiske løsningen der differensiallikningen ble benyttet ble skjærdeformasjoner neglisjert slik at den er strengt talt kun gyldig for en bjelker der forholdet mellom høyden og lengden på bjelken er svært liten. Da massen til de to systemene er like er det tydelig at stivheten til systemet i Robot er mykere enn systemet beregnet etter differensiallikningen. Det er av den grunn nærliggende å tro at differansen skyldes skjærdeformasjoner. Skjærlåsing [35] anses å ikke inntreffe da systemet i Robot er mykere enn det beregnet fra differensiallikningen og av den grunn er ingen fiktiv stivhet av betydning pålagt systemet. Det fremkommer også at differansen i stivhet for de to systemene er veldig liten og av den grunn er neglisjerbar i dimensjonerings sammenheng.



Figur 4.4: Første svingemode fra Robot og analytisk



Figur 4.5: Andre svingemode fra Robot og analytisk

I figur 4.4-4.5 er henholdsvis den første og andre svingemoden plottet. Det øverste plottet viser den eksakte moden, det midterste plottet viser moden fra Robot når 20 elementer er

benyttet og i det nederste plottet er begge plottet. Som det fremkommer av figurene er det godt sammsvar mellom løsningene fra Robot og den analytiske selv om skjærdeformasjoner ser ut til å inntreffe. Numeriske beregninger og plott er gitt i B.1.

4.6 Sengebygg del H i Robot

Modellen som er modellert i Robot og som i det videre kalles sengebygg del H er en tilfredstillende modell for statisk og dynamisk analyse av den delen av sengebygget som har betegnelsen H og som ble presentert i avsnitt 4.2. Modellen inneholder de nødvendige data vedrørende materialer og laster som kreves for å gjennomføre en statisk og seismisk analyse av modellen. Disse er gitt i avsnitt 4.4. Det ble utført noen forenklinger når beregningsmodellen ble konstruert. Disse forenklingene er:

- Neglisjering av overbygg av stål
- Neglisjering av stålkonstruksjon for rømningsvei
- Forenkling ved primære og sekundære konstruksjonsdeler

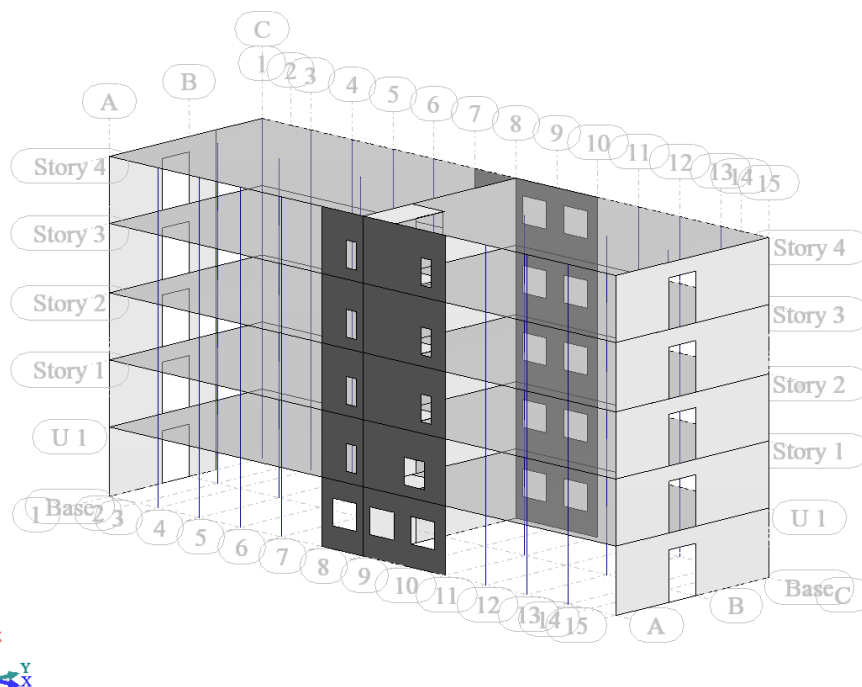
De overnevnte forenklingene ansees som neglisjerbare for en dynamisk analyse. I tillegg til de forenklingene som er nevnt er også en forenkling av betydning gjort vedrørende grunnforholdene. Som tidligere omtalt i avsnitt 4.2 er det estimert at fjell eller moreneavsetning er dyptliggende under terrenget slik at pælefundamentering må foreligge. På grunn av oppgavens mål og omfang er det i denne avhandling sett bort ifra modellering av pælene. Dersom pælene skulle inngått i beregningsmodellen ville dette kunne utføres ved å modellere dem som translasjons- og rotasjonsfjærer med stivheter som angitt i litteraturen [8]. Beregningsmodellen antas å ha innspenningsforhold som tilsier at konstruksjonen vil være fast innspent globalt sett, selv om grunnforholdene forblir uendret, som i virkeligheten ikke vil være tilfellet.

I figur 4.6 er beregningsmodellen for sengebygg del H vist i perspektiv. Som det fremkommer av figuren har modellen fem etasjer med konstruksjonselementer i aksene 1 – 15 parallellt med y -aksen og $A - C$ parallellt med x -aksen. Skivene i akse A , C , 1, 8 og 15 har bredder på henholdsvis $10.80m$, $10.80m$, $9.60m$, $13.80m$ og $13.80m$. Alle skivene har høyde $22.05m$. Dimensjonene på utsparingene er forskjellig og for ordens skyld er geometrien av skivene og utsparingene i modellen gitt i figur C.1-C.2. Aksesystemet til modellen er gitt i tabell C.1. Alle dekker og skiver har tykkelse $0.25m$.

Generelt er det konstruksjonsdelene som opptar minst 85% av den horisontale jordskjelvbelastningen for hver av hovedretningene til bygget som anses som det bæresystemet som motstår den seismiske belastningen. For konstruksjonen som analyseres er dette de fem skivene som vist i figur 4.6. Det vil si at 15% av den horisontale belastningen som kommer fra akselerasjonen av massen addert med egenvekten og andelen nyttelast kan tas av andre konstruksjonsdeler uten at de trenger å anses som endel av hovedbæresystemet, også kalt det primære seismiske bæresystemet. De sekundære konstruksjonselementene må allikevel kunne bære de vertikale lastene i konstruksjonen under jordskjelvet, men de trenger generelt ikke å oppfylle de kravene som påfaller det primære seismiske bæresystemet. I litteraturen [18] påpekes det at programvaren som benyttes i analysen bør ha muligheten for å neglisjere stivhetsbidragene fra de sekundære seismiske konstruksjonselementene, men allikevel ta hensyn til deres virkelige stivhet når belastning som påfaller dem beregnes ut fra forskyvningen forårsaket av jordskjelvet. Robot har ikke muligheten for dette, og av

den grunn er det valgt å medta konstruksjonselementene som bærer de vertikale lastene i modellen.

Forskyvningen av den uelastiske modellen bestemmes ved å multiplisere de elastiske forskyvningene med verdien av q som tidligere beskrevet. De sekundære seismiske konstruksjonsdelene må kunne motså den vertikale belastningen ved den bestemte forskyvningen. Da de ikke inngår i det primære seismiske bæresystemet og da heller ikke må detaljeres for de krav som regelverket [24] krever for de primære konstruksjonsdelene, kan de detaljeres som elastiske. Dersom de detaljeres som elastiske vil de klart inneha en overdreven motstand mot den seismiske belastningen da forskyvningen de må motstå er verdien av q større enn om hele konstruksjonen var elastisk.



Figur 4.6: Robot modell av sengebygg H i perspektiv

Søylene i konstruksjonen er modellert med varierende tverrsnitt over byggets høyde der søylens dimensjon avtar med økende verdi av z . Søylenes geometri er gitt i tabell A.7 og A.8. Plasseringen til søylene er vist i figur 4.6 og beskrevet i det følgende. De indre betongsøylene er plassert i aksene 2, 4, 6, 10, 12 og 14. Alle de indre søylene ligger langs akse B . De ytre stålsøylene som er plassert i fasaden til konstruksjonen er plassert i aksene 3, 4, 5, 6, 11, 12 og 13. De ytre søylene er plassert i akse A og C .

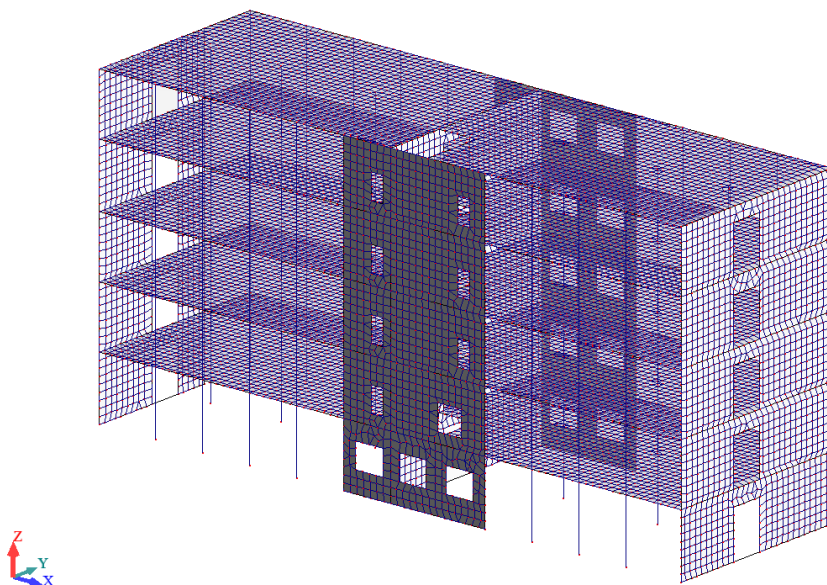
For ankomst til bygget gjennom etasjeskillerene er det utsparinger i dekket i alle etasjer. Utsparingene i dekkene har dimensjoner $4.40 \times 2.85m$ og plassering er angitt i figur C.1. Det antas at utsparingen er liten og vil ikke forstyrre overførselen av treghetskrefter fra massene i og på dekket i konstruksjonen til skivene.

Elementer og inndeling

Elementene som benyttes til å modellere sengebygg del H og den forenklete modellen som omtales i avsnitt 5.3 er avhengig av tilstanden som skal beskrives. Programvareprodusen-

ten Autodesk har uttrykt at for plane flater utsatt for bøyning benyttes diskret Kirchoff-Mindlin elementer som beskrevet i litteraturen [14] for trekantelementer, og [15] for firkantelementer. Trekantelementet har tre noder og totalt ni frihetsgrader som er forskyvningen og rotasjoner om to akser. Elementet er i stand til å beskrive både tynn og tykkplate, tilfredstiller patchtesten som både tykk og tynn plate samtidig som den er fri for skjærlåsning når elementet er tynt [14]. Tilsvarende egenskaper gjelder for firkantelementet [15]. For membran tilstander angir Autodesk at det benyttes enten et trekantelement eller firkantelement som angitt i litteraturen [1].

Søylene i modellen modelleres med bjelkeelementer med 6 frihetsgrader tilsvarende som i avsnitt 4.5 der skjærdeformasjoner medtas. I elementinndelingen benyttes den automatiske inndelingen til programvaren der den foretrukne inndelingen en enkel inndelig der trekanter og firkanter i et triangulært omriss benyttes. Elementstørrelse settes til $0.5m$. Det antas at de overnevnte beskrivelsene vil gi tilfredstillende resultater. I figur 4.7 er modellens elementinndeling vist.



Figur 4.7: Elementinndelingen av sengebygg del H

Grensebetingelser

Skivene i sengebygg del H modelleres som leddet ved fundamentet ($z = 0.00$). Det betyr at alle forskyvningsfrihetsgrader er låste, mens alle rotasjonsfrihetsgrader kan rotere. Med denne løsningen sikres det tilstrekkelig grad av globalt innspanningsforhold, men lokale rotasjoner tillates. Det kan bemerkes at i avsnitt 5.3 er også rotasjonene forhindret ved fundamentet. Koblingen mellom dekke/skive og skive/skive modelleres som fast innspent da bygget er av plasstøpt armert betong. Søylene modelleres som innspent mellom alle etasjer.

Parametere i analysen

I alle analyser som utføres benyttes den konsistente massematrisen og den homogene stivhetsmatrisen når likning (1.77) løses. Dette betyr at det tas ikke hensyn til armeringen i tverrsnittene da dette ikke ville gitt et homogent materiale. Generelt vil det for store systemer kunne være hensiktsmessig å benytte den lumpede massematrisen enten med rotasjoner eller uten rotasjoner for en hurtigere beregningstid, men beregningstiden for de analysene som utføres er ikke nevneverdig. Egenverdiproblemet i likning (1.77) blir løst ved (*eng. subspace iteration*) som anbefales av litteraturen [5] når antall svingemoder som skal beregnes er lite. Metoden antas å være tilfredstillende for problemene som analyseres. Når den konsistente massematrisen benyttes, tillates det at den utilsiktet eksentrissiteten av massen, som det må kontrolleres for, kan beskrives ved fiktive tillegsmasser i hver node som beskrevet i [5]. Toleransen som foreskrives i egenverdianalysen er på 0.0001, som betyr at konvergens av vinkelfrekvensene er oppnådd for hver av iterasjonene når likning (4.33) er oppfylt. Antall iterasjoner settes til $k_{it.} = 40$. Det benyttes 5% demping i hele konstruksjonen gjennom de modale dempningsforholdene som foreligger i responsspektrumet som benyttes.

$$\frac{|\omega_n^{k_{it.}} + \omega_n^{k_{it.}-1}|}{|\omega_n^{k_{it.}}|} < 0.0001 \quad (4.33)$$

Forskyvningene som innhentes er enten nodeforskyvinger eller forskyvninger av etasjer som Robot beregner. Forskyvningen av en etasje er som beskrevet i litteraturen [5] den gjennomsnittlige forskyvningen i etasjen. Denne forskyvningen beregnes som summen av det lokale massesenteret til alle enkelt elementer i etasjen multiplisert med tyngden av det elementet som forskyvningen stammer fra dividert på summen av alle tyngder til elementene. For beregningen av forskyvningen mellom etasjer benytter Robot tilsvarende beregningsmetode, men da er det ikke alle nodeforskyvningene i etasjen som ligger til grunn, bare de som er i dekket til etasjen.

I Robot kan alle kreftene som er innenfor et snitt tilordnes et punkt. Robot kaller dette (*eng.Reduction of forces*) [5]. Punktet som alle kreftene i snittet tilordnes er massesenteret til dette snittet. Kreftene som kan bestemmes ved *Reduction of forces* har retning som vektorene som spenner ut planet som er snittet, vektoren normalt på dette planet og momentet om aksene som går gjennom vektorene. Det er i prinsippet resultantkraften for hvert snitt som beregnes. Dersom snittet er etasjen i kan kreftene som virker i etasje i bestemmes. Kreftene som resulterer fra Robot for hver etasje er beregnet på denne måten i avhandlingen. Summen av krefter bestemt ved fundamentet er summen av alle overliggende krefter i konstruksjonen for den betraktede retningen.

4.7 Masser i sengebygg del H

Analytisk masseberegning av sengebygg H

I tabell 4.12 er verdiene når likning (4.3) er benyttet for hver etasje presentert. En mer detaljert beregning er gitt i A.1.

Dersom all masse som inngår i de dynamiske analysene fordeles til dekkets massesenter i den aktuelle etasjen vil massen som virker i etasjene være gitt i tabell 4.13.

Tabell 4.12: Tilnærmede resultantkrefter for beregning av masser

Etasje i	$G_{k,i1}$ (kN)	$G_{k,i2}$ (kN)	$Q_{k,i1}$ (kN)	$Q_{k,i2}$ (kN)
4	4438.4	-	-	288.8
3	5144.3	902.4	1443.8	-
2	5144.3	902.4	1443.8	-
1	5111.7	902.4	1443.8	-
u1	5112.8	902.4	1443.8	-

Tabell 4.13: Tilnærmede verdier for massen i hver etasje av sengebygg del H

Etasje i	m_i (kg)
4	481876
3	763558
2	763558
1	760235
u1	760347
$m_{total} = \sum_{i=u1}^4 m_i$	
	3529574

Masseberegning av sengebygg H i Robot

Den samlede massen som er med i de dynamiske beregningene som Robot automatisk beregner ut fra de gitte dimensjonene og material verdier er gitt i likning (4.34). Som det fremkommer er det en differanse mellom de to massene. I den analytiske masseberegningen ble massen lumpet til dekkene slik at halvparten av massen gikk i fundamentene. I modellen i Robot er det bidrag fra massene til søyler, dekker, skiver og andelen nyttelaster som ligger til grunn.

$$m_{robot,konsistent} = 3662933kg \quad (4.34)$$

Dersom det adderes inn bidragene fra søylene og massen til halve skivearealet i $u1$ som gitt i likning (4.35) er den totale massen til bygget som ble funnet analytisk gitt i likning (4.35). Som det fremkommer er det en liten differanse mellom $m_{robot,konsistent}$ og m_{total} på 0.029%. Dette tilsvarer omtrent et tonn, men denne forskjellen anses som neglisjerbar for de analysene som skal utføres.

$$\begin{aligned} m_{total,analytisk} &= \frac{A_{skive,u1} \rho_{betong} b_w}{2g} + m_{betongsoyler} + m_{stalsoyler} + m_{total} \\ &= 3661881kg \end{aligned} \quad (4.35)$$

Over ble det kontrollert at det var sammsvar mellom masseberegningene i modellen i Robot og de som var utført analytisk i A.1. I det videre benyttet masseberegningene som Robot utfører for sengebygg del H . Disse verdiene er presentert i tabell 4.14.

Tabell 4.14: Masseberegning av sengebygg del H i Robot

Etasje i	m_i (kg)
4	559249
3	777811
2	771816
1	774304
u1	779753
$m_{total} = \sum_{i=u1}^4 m_i$	3662933

4.8 Dimensjonerende horisontalt responspektrum

Konstruksjonsfaktoren

Da analysene som utføres er elastiske analyser er det av interesse å bestemme konstruksjonsfaktoren q som tar hensyn til duktiliteten i konstruksjonen. Gjennom de elastiske analysene som utføres i Robot tar responspektrumet hensyn til duktiliteten i konstruksjonen gjennom hver ekvivalente system med en frihetsgrad.

$$q = q_0 k_w \geq 1.5 \quad (4.36)$$

For å bestemme konstruksjonsfaktoren må bæresystemet som motstår de horisontale lastene defineres. I henhold til NS-EN 1998-1 punkt 5.2.2.1(3)P defineres bæresystemet i sengebygg del H som et system bestående av store lettarmerte vegger. Årsaken til definisjonen er at i den aktuelle retningen, om det måtte være x - eller y -retningen eksisterer det minst to skiver som har en lengde l_w som er større enn $4m$ eller $\frac{2}{3}$ av høyden h_w til veggene. Det antas at to av veggene samlet bærer minst 20% av gravitasjonslastene i den seismiske dimensjonerende situasjonen uten ytteligere påvisning. Bygget har også en første svingeperiode som er mindre enn $0.5s$ når skivene er innspent ved fundamentet som det fremkommer i det videre. Som følge av definisjonen til bæresystemet er grunnverdien av konstruksjonsfaktoren q_0 gitt i likning (4.37).

$$q_0 = 3.0 \quad (4.37)$$

Det fremherskende sideforholdet α_0 er gitt i likning (4.38).

$$\alpha_0 = \frac{\sum h_{wi}}{\sum l_{wi}} = \frac{5(2 \times 4.5m + 3 \times 4.35m)}{2 \times 10.8m + 2 \times 13.8m + 9.6m} = 1.875 \quad (4.38)$$

Faktoren k_w gjenspeiler den fremherskende bruddformen i bæresystemet og er gitt i likning (4.39).

$$0.5 \leq k_w = \frac{1 + \alpha_0}{3} \leq 1.0 \quad (4.39)$$

Likning (4.38) innsatt i likning (4.39) gir k_w som innsatt i likning (4.36) gir konstruksjonsfaktoren i likning (4.40).

$$q = q_0 k_w = 3.6 \times 0.985 = 2.95 \quad (4.40)$$

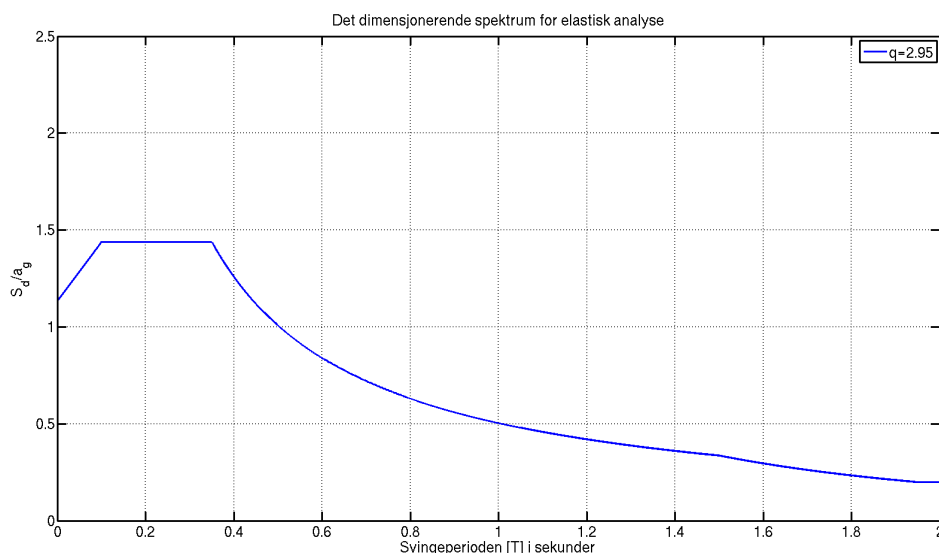
Som det fremkommer av gjennomgangen er det et system av store lettarmerte vegger som motstår den seismiske belastningen. Definisjonen av bæresystem er avgjørende for hvordan konstruksjonen skal detaljeres og den belastningen som påfaller. Det har i den sammenheng blitt diskutert hvor vidt sengebygg del H består av store lettarmerte vegger og ikke en sammensetning av duktile- og koblede veggskiver. Eksempelvis for delen av veggskiven i akse A i etasje $u1$ og veggskiven i akse C . Regelverket [24] er klar i definisjonen og det overnevnte foreligger i videre analyser i denne avhandling.

Dimensjonerende responspektrum

Tabell 4.15: Verdier for beregning av dimensjonerede responspektrum

a_{gR}	γ_1	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)	q
0.44	2.0	1.7	0.10	0.35	1.5	2.95

I henhold til likning (1.66) er det dimensjonerede spektrum bestemt for q -faktoren som angitt i likning (4.40). Øvrige verdier er som angitt i tabell 4.15. a_{gR} er referanse spissverdien for berggrunnens akselerasjon bestemt etter sonekartene i det nasjonale tillegget i NS-EN 1998-1 for byggets plassering. γ_1 er gitt av den seismiske klassen og gir en økning i returperioden for jordskjelvet. Sykehus har seismisk klasse IV som tidligere beskrevet. Øvrige verdier i tabell 4.15 er anbefalte verdier for det horisontale elastiske responspekteret til bruk i Norge når grunntype E som angitt i litteraturen [8] foreligger. Et plott av det dimensjonerende responspektrumet er vist i figur 4.8.



Figur 4.8: Dimensjonerende horisontalt responspektrum for sengebygg del H

Kapittel 5

Analytisk sammenligning

5.1 Innledning

Det er av interesse å sammenlikne en analytisk modell egnet for håndberegning og en forenklet utgave av modellen sengebygg del H som er modellert i Robot. Dette ettestrebes for å kunne undersøke om programvaren gir tilfredsstillende resultater som kan knyttes tilbake til teorien om egenverdianalyse og responsspektrum analyse som tidligere beskrevet i avsnitt 1.14 og 1.15. I avsnitt 5.2 blir en analytisk modell presentert. Den analytiske modellen modelleres som en utkraget stav med fem diskretiserte masser over høyden av staven. Staven har fem dynamiske frihetsgrader som alle er den horisontale translasjonen dersom enkelte forenklinger gjøres. Modellen er vist i figur 5.2 og i det følgende beregnes stivhet- og massematrisen til staven. Det utføres en responsspektrum analyse der den enkleste av kombinasjonsmetodene, kvadratrotten av summen av kvadrater, benyttes for å fastslå de maksimale responsene som oppstår i staven når responsspektrumet presentert i avsnitt 4.8 benyttes. Systemet med fem frihetsgrader analyseres for to ortogonale retninger.

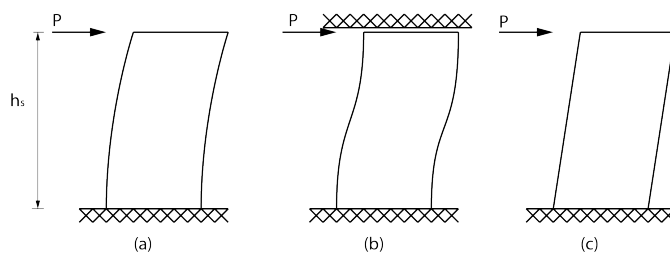
I avsnitt 5.3 presenteres en forenklet modell av sengebygg del H . Modellen er forenklet i den forstand at utsparingene i de horisontale og vertikale skivene neglisjeres. Dekkenes deformasjon ut av planet som de danner tillates ikke. At dekkene i modellen ikke kan deformere seg kan oppnås ved å gi dem en endelig stor stivhet. En slik betegnelse kalles ofte rigid diaphragm og er ofte benyttet i sammenheng med modellering av konstruksjoner for dynamisk analyse. De horisontale skivene kan da effektivt overføre belastninger fra vind, jordskjelv og andre horisontale belastninger til de vertikale veggskivene. Betegnelsen benyttes også i det videre. I tillegg plasseres skivene slik at modellens massesenter og stivhetssenter er sammenfallende. En egenverdianalyse og en responsspektrum analyse utføres for å bestemme de maksimale responsene ved fundamentet til modellen. Resultater innhentes fra modellen og presenteres.

I avsnitt 5.4 oppsummeres og diskuteres de innhentede resultatene som foreligger og en konklusjon vedrørende modellenes tilknytning til teorien blir gjort. Resultatet av konklusjonen gir grunnlag til å beslutte hvor vidt programvaren skal benyttes på modellen, sengebygg del H .

5.2 Analytisk modell

Stivheten til analytisk modell i x -retning

Ved beregning av konstruksjonens stivhetsmatrise \mathbf{k}_x for stivheten i x -retningen beregnes først stivheten til de enkelte skivene som virker i hver etasje av konstruksjonen. Som vist i figur 5.1 er bøyedeformasjonen og skjærdeformasjonen til en skive med belastning som vist gitt av grensebetingelsene og belastningen som virker på skiven. Skivens bøyedeformasjoner som vist i figur 5.1(a) og (b) for ulik grensebetingelse er henholdsvis gitt i likning (5.1). Skivens deformasjon på grunn av skjær som vist i figur 5.1(c) er gitt i likning (5.2).



Figur 5.1: Deformasjon av skive

$$\Delta_b = \frac{Ph_s^3}{3E_{cm}I} \quad \text{eller} \quad \Delta_b = \frac{Ph_s^3}{12E_{cm}I} \quad (5.1)$$

$$\Delta_s = \frac{Ph_s\Upsilon}{GA} \quad (5.2)$$

Ved å beregne skivens deformasjon når den utsettes for en belastning P kan den totale deformasjonen Δ_{tot} bestemmes som i likning (5.3). Skivens elastiske stivhet k_{nj} er gitt ved den lineære sammenhengen $k\Delta_{tot}$ der $P = k\Delta_{tot}$ er gitt i likning (5.3).

$$\Delta_{tot} = \Delta_b + \Delta_s \quad (5.3)$$

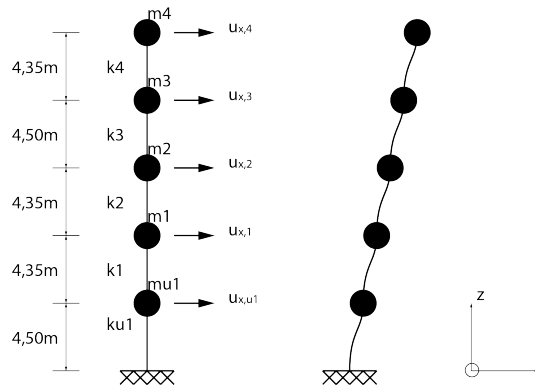
Dersom betongens elastisitetsmodul settes til E_{cm} , skjærmodulen $G = 0.4E_{cm}$ og skjærkonstanten $\Upsilon = 1.2$ som beskrevet i litteraturen [6] kan stivhetene for skivene i bygget bestemmes. E_{cm} er stigningstallet til linjen som danner sekanten mellom verdien 0 og $0.4f_{cm}$ på betongens ikke-lineære arbeidsdiagram under trykk, som beskrevet i litteraturen [7]. Det er antatt i det følgende at skiver med plan som er normalt på den betraktede aksene har en stivhet som er mye mindre enn stivheten parallellt med aksene som betraktes, og av den grunn neglisjeres. Dette vil si at for den retningen som betraktes (x -retningen) er stivheten som bidrar gitt i tabell 5.1.

Den samlede stivheten k_n for etasje n er gitt i likning (5.4). Implisitt i denne beregningen er at bidraget fra den sammenkoblede skiven midt i konstruksjonen er neglisjert. Deformasjonen av det koblede tverrsnittet tilsvarende som en H- eller I-bjelke vil være mindre enn de beregnede deformasjonene. Av den grunn underestimeres stivheten til konstruksjonen, men det antas at dette ikke er av betydning for formålet med analysen.

$$k_{nx} = \sum_j k_{njx} \quad (5.4)$$

Tabell 5.1: Stivheter av skiver i x -retning

Etasje n	Skive akse j	b_{wj} (m)	l_{wj} (m)	h_{sj} (m)	$k_{n,jx}$ $(\frac{N}{m}) \times 10^9$
u1	A	0.25	10.80	4.50	6.4280
	B	0.25	10.80	4.50	6.4280
1	A	0.25	10.80	4.35	6.6736
	B	0.25	10.80	4.35	6.6736
2	A	0.25	10.80	4.35	6.6736
	B	0.25	10.80	4.35	6.6736
3	A	0.25	10.80	4.50	6.4280
	B	0.25	10.80	4.50	6.4280
4	A	0.25	10.80	4.35	6.6736
	B	0.25	10.80	4.35	6.6736



Figur 5.2: Forenklet modell for analytisk beregning

Det kan modelleres en utkraget søyle med diskretiserte masser i fem punkter der avstanden mellom massene er de respektive høydene til etasjene i bygget som ble presentert i figur 4.1. Stivhetsmatrisen for den utkragede søylen etableres ved enhetsforskyvningsmetoden. Modellen er vist i figur 5.2. Likning (5.5) angir stivhetsmatrisen for den utkragede søylen når kun translasjonsfrihetsgradene i x -retning tillates. Det vil si at det neglisjeres deformasjoner i y - og z -retning samt rotasjonene om x -, y - og z -aksen.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{k}_x &= \begin{bmatrix} k_{4x} & -k_{4x} & 0 & 0 & 0 \\ -k_{4x} & k_{4x} + k_{3x} & -k_{3x} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{3x} & k_{3x} + k_{2x} & -k_{2x} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{2x} & k_{2x} + k_{1x} & -k_{1x} \\ 0 & 0 & 0 & -k_{1x} & k_{1x} + k_{U1x} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 13.347 & -13.347 & 0 & 0 & 0 \\ -13.347 & 26.203 & -12.856 & 0 & 0 \\ 0 & -12.856 & 26.203 & -13.347 & 0 \\ 0 & 0 & -13.347 & 26.694 & -13.347 \\ 0 & 0 & 0 & -13.347 & 26.203 \end{bmatrix} \times 10^9 \frac{N}{m}
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Massen i forenklet modell

Massen til den forenklete modellen beregnes på tilsvarende måte som for sengebygg del H . Verdier fra beregningene er innhentet og presentert i tabell 5.2 og 5.3. En mer detaljert beregning er gitt i A.2.

Tabell 5.2: Tilnærmede resultantkrefter for beregning av masser uten utsparinger

Etasje n	$G_{k,i1}$ (kN)	$G_{k,i2}$ (kN)	$Q_{k,i1}$ (kN)	$Q_{k,i2}$ (kN)
4	4697.0	-	-	294.8
3	5583.0	921.2	1473.8	-
2	5583.0	921.2	1473.8	-
1	5556.0	921.2	1473.8	-
u1	5583.0	921.2	1473.8	-

Dersom all masse fordeles til dekkets massesenter i den aktuelle etasjen vil massen som virker i etasjene være gitt i tabell 5.3.

Tabell 5.3: Tilnærmede verdier for massen uten utsparinger i hver etasje og sum

Etasje n	m_n (kg)
4	508848
3	813252
2	813252
1	810418
u1	813252
$m_{total,analytisk} = \sum_{n=u1}^4 m_n$	
	3759021

De diskretiserte massene som tilordnes de fem punktene langs den utkragede søylen er gitt i massematrisen \mathbf{m} i likning (5.6). Som det fremkommer er matrisen en diagonalmatrise og ikke den konsistente massematrisen som ville vært vist dersom alle frihetsgrader hadde vært med i modellen.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{U1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 508.9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 813.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 813.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 810.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 813.3 \end{bmatrix} \times 10^3 kg \quad (5.6)$$

Eigenver dianalyse x -retning

Under utføres en egenver dianalyse som beskrevet i avsnitt 1.14. Ved å løse likning (1.77), gjengitt i likning (5.7) (for ordens skyld med indeks x for å understreke retningen som betraktes), kan konstruksjonens svingeperioder og tilhørende svingemoder bestemmes. Det søkes en løsning der matrisen på venstre side av likning (5.7) har en verdi av $\omega_{n,x}^2$ som fører til at matrisen ikke er inverterbar. En detaljert beregning er gitt i B.3, men svingeperiodene er gjengitt i tabell 5.4.

$$[\mathbf{k}_x - \omega_{nx}^2 \mathbf{m}] \phi_{nx} = 0 \quad (5.7)$$

Tabell 5.4: Svingeperioder beregnet analytisk for x -retning

Svingeperiode	Verdi (s)	$\frac{T_{n+1}}{T_n}$
T_{1x}	0.1621	0.35
T_{2x}	0.0561	0.64
T_{3x}	0.0357	0.79
T_{4x}	0.0282	0.90
T_{5x}	0.0254	-

Svingemodene til modellen i figur 5.2 er bestemt ved innsetning i likning (1.77) for verdien av den tilhørende vinkelfrekvensen. Modene er normalisert slik at verdien til den øverste noden er lik 1, men andre normaliseringer kan også utføres. En også vanlig normalisering er å gi den største verdien av den aktuelle moden en enhetsverdi. I likning (5.8) er modellens normaliserte svingemoder presentert.

$$\begin{aligned}
 \phi_{1x} &= \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.9427 \\ 0.7937 \\ 0.5774 \\ 0.3085 \end{bmatrix} & \phi_{2x} &= \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.5211 \\ -0.3901 \\ -0.9693 \\ -0.8092 \end{bmatrix} & \phi_{3x} &= \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -0.1778 \\ -1.0531 \\ 0.0860 \\ 1.0638 \end{bmatrix} \\
 \phi_{4x} &= \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -0.8903 \\ -0.0603 \\ 0.9214 \\ -0.8709 \end{bmatrix} & \phi_{5x} &= \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -1.3366 \\ 1.4197 \\ -1.2272 \\ 0.6929 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (5.8)$$

De effektive modale massene M_n^* som er knyttet til hver av svingemodene kan nå bestemmes og for den n 'te mode er M_n^* gitt i likning (5.9).

$$M_n^* = \frac{\boldsymbol{\iota}^T \phi_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota} \mathbf{m} \phi_n}{\phi_n^T \mathbf{m} \phi_n} = \frac{L_n^2}{M_n} \quad (5.9)$$

Når alle frihetsgradene i den analytiske modellen er forskyvningen i retning av grunnak-selerasjonen vil innflytelsesvektoren $\boldsymbol{\iota}$ være en vektor bestående bare av ettall som gitt i likning (5.10).

$$\boldsymbol{\iota} = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T \quad (5.10)$$

De effektive modale massene for de respektive svingeformene er gitt i likning (5.11).

$$\left. \begin{array}{l} M_{1x}^* = 3331898kg \\ M_{2x}^* = 319409kg \\ M_{3x}^* = 82946kg \\ M_{4x}^* = 20716kg \\ M_{5x}^* = 4052kg \end{array} \right\} \rightarrow \sum_{n=1x}^{5x} M_n^* = 3759021kg \quad (5.11)$$

Dersom andelen av den effektive modale massen knyttes til den samlede massen kan dette gjøres for den n 'te mode som i likning (5.12) når den totale massen til systemet er gitt av innflytelsesvektoren $\boldsymbol{\iota}$ og massematrisen \mathbf{m} ved $m_{total} = \boldsymbol{\iota}^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota}$

$$M_{n\%}^* = \frac{M_n^*}{m_{total}} \times 100\% = \frac{M_n^*}{\boldsymbol{\iota}^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota}} \times 100\% \quad (5.12)$$

$$\left. \begin{array}{l} M_{1x\%}^* = 88.64\% \\ M_{2x\%}^* = 8.50\% \\ M_{3x\%}^* = 2.21\% \\ M_{4x\%}^* = 0.55\% \\ M_{5x\%}^* = 0.10\% \end{array} \right\} \rightarrow \sum_{n=1x}^{5x} M_{n\%}^* = 100\% \quad (5.13)$$

Modene som ble presentert i likning (5.8) er plottet over byggets høyde å vist i figur 5.3. Som det fremkommer av modene $\phi_{1x} - \phi_{5x}$ i figuren krysser de nullpunktet forskjellig. Første svingemode ϕ_{1x} er aldri null sett bort fra ved fundamentet, men det er de alle og dette skyldes grensebetingelsene. ϕ_{2x} krysser nullpunktet en gang omtrent midt i tredje etasje. ϕ_{3x} krysser nullpunktet to ganger, rett over andre etasje og rett under fjerde etasje. ϕ_{4x} og ϕ_{5x} krysser nullpunktet henholdsvis tre og fire ganger. Som det fremkommer er bidraget til den totale responsen null der modene er null.

Responsspektrum analyse for analytisk modell i x -retning

I det videre utføres en responspektrum analyse. I den sammenheng bør en kommentar vedrørende fagtermologien foreligge. En utført egenverdianalyse gir opphav til moder og svingeperioder der deres respons kan bestemmes som en funksjon av tiden i en modal tidshistorie analyse (se avsnitt 1.15). Derimot vil denne metoden kunne forenkles dersom det utføres en responspektrum analyse. En egenverdianalyse og en modalanalyse hører i den forstand sammen. NS-EN 1998-1 slår dette under ett og kaller det modal-responspektrumanalyse. I denne avhandling benyttes begge terminologiene.

$$\mathbf{f}_{0n} = \mathbf{s}_n S_d(T_n) = \mathbf{m} \phi_n \frac{L_n}{M_n} S_d(T_n) \quad (5.14)$$

I likning (1.92) ble den n 'te modes bidrag til kreftene som virker på konstruksjonen bestemt for en tidsavhengig analyse. Da det er den maksimale responsen som er av interesse, uavhengig av tiden den inntreffer, kan den n 'te modes statiske bidrag til responsen som virker på konstruksjonen bestemmes fra likning (5.14) ved å benytte pusedoakselerasjons spektrumet i NS-EN 1998-1 som også kalles det dimenjonerende horisontale spektrum for

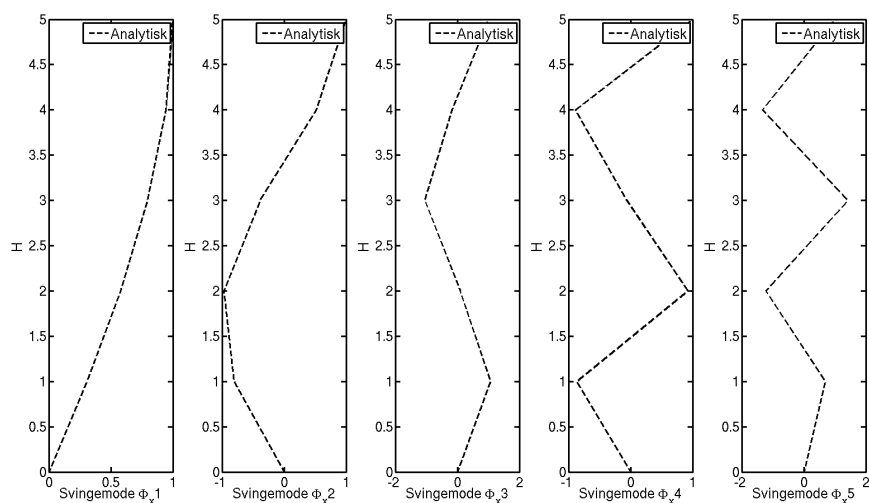
elastisk analyse S_d . Spektrumet som skal benyttes ble presentert i avsnitt 4.8. Indeksen 0 presiserer at det er de maksimale verdiene som bestemmes.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}_{01x} &= \mathbf{m}\phi_{1x} \frac{L_{1x}}{M_{1x}} S_d(T_{1x}) = \mathbf{m}\phi_{1x} \frac{\phi_{1x}^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota}}{\phi_{1x}^T \mathbf{m} \phi_{1x}} S_d(T_{1x}) = \begin{bmatrix} 812.9 \\ 1224.7 \\ 1031.1 \\ 747.5 \\ 400.8 \end{bmatrix} kN \\
 \mathbf{f}_{02x} &= \mathbf{m}\phi_{2x} \frac{L_{2x}}{M_{2x}} S_d(T_{2x}) = \mathbf{m}\phi_{2x} \frac{\phi_{2x}^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota}}{\phi_{2x}^T \mathbf{m} \phi_{2x}} S_d(T_{2x}) = \begin{bmatrix} -225.3 \\ -187.6 \\ 140.4 \\ 347.7 \\ 291.3 \end{bmatrix} kN \\
 \mathbf{f}_{03x} &= \mathbf{m}\phi_{3x} \frac{L_{3x}}{M_{3x}} S_d(T_{3x}) = \mathbf{m}\phi_{3x} \frac{\phi_{3x}^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota}}{\phi_{3x}^T \mathbf{m} \phi_{3x}} S_d(T_{3x}) = \begin{bmatrix} 104.2 \\ -29.6 \\ -175.4 \\ 14.3 \\ 177.2 \end{bmatrix} kN \\
 \mathbf{f}_{04x} &= \mathbf{m}\phi_{4x} \frac{L_{4x}}{M_{4x}} S_d(T_{4x}) = \mathbf{m}\phi_{4x} \frac{\phi_{4x}^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota}}{\phi_{4x}^T \mathbf{m} \phi_{4x}} S_d(T_{4x}) = \begin{bmatrix} -50.1 \\ 71.3 \\ 4.8 \\ -73.5 \\ 69.7 \end{bmatrix} kN \\
 \mathbf{f}_{05x} &= \mathbf{m}\phi_{5x} \frac{L_{5x}}{M_{5x}} S_d(T_{5x}) = \mathbf{m}\phi_{5x} \frac{\phi_{5x}^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota}}{\phi_{5x}^T \mathbf{m} \phi_{5x}} S_d(T_{5x}) = \begin{bmatrix} 15.1 \\ -32.3 \\ 34.3 \\ -29.5 \\ 16.7 \end{bmatrix} kN
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

I henhold til NS-EN 1998-1 punkt 4.3.3.3.2(1) kan modale responser anses å være uavhengige av hverandre dersom de tilfredstiller likning (5.16). Om likningen er tilfredstilt er modene å anse som uavhengige av hverandre slik at den maksimale verdien av den seismiske lastvirkningen E_E kan beregnes med kvadratroten av summen av kvadrater som gitt i likning (1.100). Dette anses å gi tilfredstillende resultater for analysen som utføres.

$$\frac{T_{n+1}}{T_n} \leq 0.9 \tag{5.16}$$

For svingeperiodene i tabell (5.4) vil ikke likning (5.16) være tilfredstilt for de to siste modene, men NS-EN 1998-1 punkt 4.3.3.3.1(2)P åpner for at bidrag fra svingeformer som ikke bidrar betydelig til den globale resonansen kan utelates. I henhold til NS-EN 1998-1 punkt 4.3.3.3.1(3) skal det tas hensyn til svingeformer som har en effektiv modal masse på mer enn 5% og det skal medtas svingeformer som har en samlet effektiv modal masse på minst 90%. Dette betyr at dersom analysen tar hensyn til det overnevnte vil mode ϕ_{1x} og ϕ_{2x} være de modene som bidrar mest til den globale resonansen.


 Figur 5.3: Svingemoder i x -retning bestemt analytisk

Likning (5.15) uttrykker de statiske lastene som “virker” på de fem konstruksjonene med egenskapene til hver av modene. Det er den modale responsen som disse lastene forårsaker som er av interesse i en responspektrum analyse. Den maksimale responsen til systemet på grunn av de statiske lastene bestemmes ved en statisk analyse kjent fra konstruksjonsmekanikken. Den maksimale responsen $\mathbf{r}_{0,Vn}$ er den n 'te modes bidrag til den maksimale skjærkraften i den utkragede søylen på grunn av de statiske lastene. $\mathbf{r}_{0,Vn}$ er for de to betraktete modene gitt i likning (5.17).

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_{0,V1x} &= \begin{bmatrix} 812.9 \\ 812.9 + 1224.7 \\ 812.9 + 1224.7 + 1031.1 \\ 812.9 + 1224.7 + 1031.1 + 747.5 \\ 812.9 + 1224.7 + 1031.1 + 747.5 + 400.8 \end{bmatrix} kN = \begin{bmatrix} 812.9 \\ 2037.6 \\ 3068.7 \\ 3816.2 \\ 4217.0 \end{bmatrix} kN \\
 \mathbf{r}_{0,V2x} &= \begin{bmatrix} -225.3 \\ -225.3 - 187.6 \\ -225.3 - 187.6 + 140.4 \\ -225.3 - 187.6 + 140.4 + 347.7 \\ -225.3 - 187.6 + 140.4 + 347.7 + 291.3 \end{bmatrix} kN = \begin{bmatrix} -225.3 \\ -412.9 \\ -272.5 \\ 75.2 \\ 366.5 \end{bmatrix} kN
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

De maksimale responsene gitt i likning (5.17) vil ikke opptre ved samme tidspunkt. Ved å benytte kvadratroten av summen av kvadrater som omtalt i avsnitt 1.16 kan den maksimale verdien av den seismiske lastvirkningen E_E estimeres. I likning (5.18) er den maksimale seismiske belastningen den maksimale skjærkraften i hver etasje.

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_E = \mathbf{V}_{0x} &= \begin{bmatrix} \sqrt{(r_{0,V51x})^2 + (r_{0,V52x})^2} \\ \sqrt{(r_{0,V41x})^2 + (r_{0,V42x})^2} \\ \sqrt{(r_{0,V31x})^2 + (r_{0,V32x})^2} \\ \sqrt{(r_{0,V21x})^2 + (r_{0,V22x})^2} \\ \sqrt{(r_{0,V11x})^2 + (r_{0,V12x})^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(812.9)^2 + (-225.3)^2} \\ \sqrt{(2037.6)^2 + (-412.9)^2} \\ \sqrt{(3068.7)^2 + (-272.5)^2} \\ \sqrt{(3816.2)^2 + (75.2)^2} \\ \sqrt{(4217.0)^2 + (366.5)^2} \end{bmatrix} kN \\
&= [843.5 \quad 2079.0 \quad 3080.8 \quad 3816.9 \quad 4232.9]^T kN
\end{aligned} \tag{5.18}$$

Den maksimale skjærkraften i x -retning ved fundamentet er gitt i likning (5.21). Som det fremkommer er fortegnet til skjærkraften ved fundamentet positivt. Det er antatt i denne analysen at grunnakselerasjonen virker i retningen av den positive x -aksen og den responderende skjærkraften må mest sannsynlig virke i negativ retning. I det videre kommeres ikke dette da det er den tallmessige verdien som er av interesse i analysen. Det bør også bemerkes at fortegnene til de modale responsene uteblir fra analysen gjennom kombinasjonsmetoden, men i denne relative enkle analysen er det klart at majoriteten av den totale responsen kommer fra moden med den største effektive modale massen å det er da nærliggende å angi fortegnet på den totale responsen som fortegnet til den moden som har den største effektive modale massen.

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_{0,M1y} &= \begin{bmatrix} 812.9 \times 4.35 \\ 812.9(8.85) + 1224.7 \times 4.5 \\ 812.9(13.20) + 1224.7(8.85) + 1031.1 \times 4.35 \\ 812.9(17.55) + 1224.7(13.20) + 1031.1(8.70) + 747.5 \times 4.35 \\ 812.9(22.05) + 1224.7(17.70) + 1031.1(13.20) + 747.5(8.85) + 400.8 \times 4.5 \end{bmatrix} kNm \\
&= \begin{bmatrix} 3536.1 \\ 12705.3 \\ 26054.2 \\ 42654.6 \\ 61631.1 \end{bmatrix} kNm \\
\mathbf{r}_{0,M2y} &= \begin{bmatrix} -225.3 \times 4.35 \\ -225.3(8.85) - 187.6 \times 4.5 \\ -225.3(13.20) - 187.6(8.85) + 140.4 \times 4.35 \\ -225.3(17.55) - 187.6(13.20) + 140.4(8.70) + 347.7 \times 4.35 \\ -225.3(22.05) - 187.6(17.70) + 140.4(13.20) + 347.7(8.85) + 291.3 \times 4.5 \end{bmatrix} kNm \\
&= \begin{bmatrix} -980.1 \\ -2838.1 \\ -4023.5 \\ -3696.4 \\ -2047.1 \end{bmatrix} kNm
\end{aligned} \tag{5.19}$$

Dersom den maksimale responsen er det maksimale momentet ved hver etasje, er det maksimale momentet i hver etasje på grunn av de statiske lastene \mathbf{f}_{01x} og \mathbf{f}_{02x} gitt i likning (5.19). I likning (5.20) er den maksimale seismiske belastningen \mathbf{E}_E det maksimale momentet i hver etasje.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_E = \mathbf{M}_{0y} &= \begin{bmatrix} \sqrt{(r_{0,M41y})^2 + (r_{0,M42y})^2} \\ \sqrt{(r_{0,M31y})^2 + (r_{0,M32y})^2} \\ \sqrt{(r_{0,M21y})^2 + (r_{0,M22y})^2} \\ \sqrt{(r_{0,M11y})^2 + (r_{0,M12y})^2} \\ \sqrt{(r_{0,Mb1y})^2 + (r_{0,Mb2y})^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(3536.1)^2 + (-980.1)^2} \\ \sqrt{(12705.3)^2 + (-2838.1)^2} \\ \sqrt{(26054.2)^2 + (-4023.5)^2} \\ \sqrt{(42654.6)^2 + (-3696.4)^2} \\ \sqrt{(61631.1)^2 + (-2047.1)^2} \end{bmatrix} kNm \\
 &= [3669.4 \quad 13018.4 \quad 26363.0 \quad 42814.5 \quad 61665.1]^T kNm
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

Dersom momentet hadde blitt avledet fra skjærkraften ved å summere opp den konstante skjærkraften multiplisert med avstanden der momentet skal beregnes, ville dette gitt feilestimater på den maksimale responsen i konstruksjonen som angitt i litteraturen [3]. For momentet om y -aksen ville feilestimatet vært 0.00%, 0.04%, 0.23%, 0.5% og 0.66% for henholdsvis etasje 4 til $u1$. Dette er ubetydelig, men vil for andre mer kompliserte konstruksjoner ikke nødvendigvis være tilfellet. Det maksimale momentet om y -aksen ved fundamentet er gitt i likning (5.22).

$$V_{fundament,x} = 4232.9kN \tag{5.21}$$

$$M_{fundament,y} = 61665.1kNm \tag{5.22}$$

Stivheten til analytisk modell i y -retning

I det videre bestemmes stivheten til systemet i y -retning. På tilsvarende måte som for x -retningen kan skivene i aksene 1, 8 og 15 bestemmes ved den lineære sammenhengen $P = k\Delta_{tot}$. Dersom de tilsvarende verdier for materialene benyttes for den betraktede retningen som for x -retning, er stivhetene til skivene gitt i tabell 5.5.

Tabell 5.5: Stivheter av skiver i y -retning

Etasje n	Skive akse j	b_{wj} (m)	l_{wj} (m)	h_{sj} (m)	$k_{n,jy}$ $(\frac{N}{m}) \times 10^9$
u1	1	0.25	13.80	4.50	8.3915
	8	0.25	13.80	4.50	8.3915
	15	0.25	13.80	4.50	8.3915
1	1	0.25	13.80	4.35	8.7003
	8	0.25	13.80	4.35	8.7003
	15	0.25	13.80	4.35	8.7003
2	1	0.25	13.80	4.35	8.7003
	8	0.25	13.80	4.35	8.7003
	15	0.25	13.80	4.35	8.7003
3	1	0.25	13.80	4.50	8.3915
	8	0.25	13.80	4.50	8.3915
	15	0.25	13.80	4.50	8.3915
4	1	0.25	13.80	4.35	8.7003
	8	0.25	13.80	4.35	8.7003
	15	0.25	13.80	4.35	8.7003

Som det fremkommer av figur 5.2, som forøvrig er lik for de to ortogonale retningene, kan oppbygningen av stivhetsmatrisen utføres analogt med stivhetsmatrisen for x -retningen. Også i den betraktede retningen negliskjerers deformasjoner i y - og z -retning, samt rotasjonene om x -, y - og z -aksen. Den samlede stivheten k_{ny} for etasje n er gitt i likning (5.23).

$$k_{ny} = \sum_j k_{njy} \quad (5.23)$$

$$\mathbf{k}_y = \begin{bmatrix} k_{4y} & -k_{4y} & 0 & 0 & 0 \\ -k_{4y} & k_{4y} + k_{3y} & -k_{3y} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{3y} & k_{3y} + k_{2y} & -k_{2y} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{2y} & k_{2y} + k_{1y} & -k_{1y} \\ 0 & 0 & 0 & -k_{1y} & k_{1y} + k_{U1y} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 26.101 & -26.101 & 0 & 0 & 0 \\ -26.101 & 51.275 & -25.174 & 0 & 0 \\ 0 & -25.174 & 51.275 & -26.101 & 0 \\ 0 & 0 & -26.101 & 52.202 & -26.101 \\ 0 & 0 & 0 & -26.101 & 51.275 \end{bmatrix} \times 10^9 \frac{N}{m} \quad (5.24)$$

Massen til konstruksjonen forblir den samme for begge de ortogonale retningene og egenverdi problemet i likning (5.25) kan løses.

Eigenverdianalyse y -retning

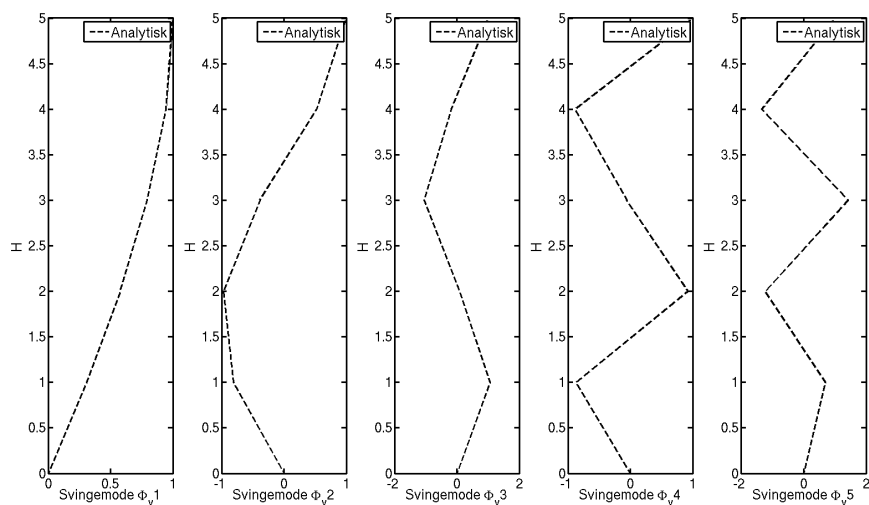
Systemets stivhetsmatrise og massematrise er bestemt og likning (5.25) kan løses. Den søkte løsningen er den verdien av ω_{ny}^2 som fører til at matrisen på venstre side av likningen ikke er inverterbar.

$$[\mathbf{k}_y - \omega_{ny}^2 \mathbf{m}] \phi_{ny} = 0 \quad (5.25)$$

Tabell 5.6: Svingeperioder beregnet analytisk for y -retning

Svingeperiode	Verdi	$\frac{T_{n+1}}{T_n}$
	(s)	
T_{1y}	0.1159	0.35
T_{2y}	0.0401	0.64
T_{3y}	0.0256	0.79
T_{4y}	0.0202	0.90
T_{5y}	0.0181	-

I tabell 5.6 er svingeperiodene for den utkragede staven med fem diskretiserte masser bestemt. De tilhørende svingemodene er gitt i likning (5.26) og bestemmes ved innsetting av ω_{ny}^2 i likning (5.25) på tilsvarende måte som for x -retning.


 Figur 5.4: Svingemoder i y -retning bestemt analytisk

$$\begin{aligned}
 \phi_{1y} &= \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.9427 \\ 0.7937 \\ 0.5773 \\ 0.3083 \end{bmatrix} & \phi_{2y} &= \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.5207 \\ -0.3899 \\ -0.9694 \\ -0.8089 \end{bmatrix} & \phi_{3y} &= \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -0.1783 \\ -1.0519 \\ 0.0864 \\ 1.0625 \end{bmatrix} \\
 \phi_{4y} &= \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -0.8907 \\ -0.0604 \\ 0.9229 \\ -0.8729 \end{bmatrix} & \phi_{5y} &= \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -1.3376 \\ 1.4202 \\ -1.2258 \\ 0.6919 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{5.26}$$

De effektive modale massene M_n^* tilhørende svingemodene i y -retning er gitt i likning (5.27) og bestemt på tilsvarende måte som for x -retning gjennom likning (5.9). De effektive modale massene uttrykt som prosent av den totale massen i systemet er gitt i likning (5.28). Modene gitt i likning (5.26) er plottet over byggets høyde å vist i figur 5.4.

$$\left. \begin{aligned}
 M_{1y}^* &= 3331574.2kg \\
 M_{2y}^* &= 319549.0kg \\
 M_{3y}^* &= 83038.1kg \\
 M_{4y}^* &= 20810.8kg \\
 M_{5y}^* &= 4049.3kg
 \end{aligned} \right\} \rightarrow \sum_{n=1y}^{5y} M_n^* = 3759021.4kg \tag{5.27}$$

$$\left. \begin{array}{l} M_{1y}^* = 88.63\% \\ M_{2y}^* = 8.50\% \\ M_{3y}^* = 2.21\% \\ M_{4y}^* = 0.55\% \\ M_{5y}^* = 0.11\% \end{array} \right\} \rightarrow \sum_{n=1y}^{5y} M_{n\%}^* = 100\% \quad (5.28)$$

Responsspektrum analyse for analytisk modell i y -retning

I likning (5.29) er de statiske lastene bestemt som følge av likning (5.14). Som det fremkommer er de statiske lastene så og si like med de som ble bestemt for for x -retningen.

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{01y} &= \mathbf{m}\phi_{1y} \frac{L_{1y}}{M_{1y}} S_d(T_{1y}) = \mathbf{m}\phi_{1y} \frac{\phi_{1y}^T \mathbf{m}\boldsymbol{\iota}}{\phi_{1y}^T \mathbf{m}\phi_{1y}} S_d(T_{1y}) = \begin{bmatrix} 812.9 \\ 1224.7 \\ 1031.2 \\ 747.4 \\ 400.5 \end{bmatrix} kN \\ \mathbf{f}_{02y} &= \mathbf{m}\phi_{2y} \frac{L_{2y}}{M_{2y}} S_d(T_{2y}) = \mathbf{m}\phi_{2y} \frac{\phi_{2y}^T \mathbf{m}\boldsymbol{\iota}}{\phi_{2y}^T \mathbf{m}\phi_{2y}} S_d(T_{2y}) = \begin{bmatrix} -216.9 \\ -180.5 \\ 135.2 \\ 334.9 \\ 280.4 \end{bmatrix} kN \\ \mathbf{f}_{03y} &= \mathbf{m}\phi_{3y} \frac{L_{3y}}{M_{3y}} S_d(T_{3y}) = \mathbf{m}\phi_{3y} \frac{\phi_{3y}^T \mathbf{m}\boldsymbol{\iota}}{\phi_{3y}^T \mathbf{m}\phi_{3y}} S_d(T_{3y}) = \begin{bmatrix} 101.8 \\ -29.0 \\ -171.0 \\ 14.0 \\ 173.0 \end{bmatrix} kN \\ \mathbf{f}_{04y} &= \mathbf{m}\phi_{4y} \frac{L_{4y}}{M_{4y}} S_d(T_{4y}) = \mathbf{m}\phi_{4y} \frac{\phi_{4y}^T \mathbf{m}\boldsymbol{\iota}}{\phi_{4y}^T \mathbf{m}\phi_{4y}} S_d(T_{4y}) = \begin{bmatrix} -49.1 \\ 70.0 \\ 4.7 \\ -72.2 \\ 68.6 \end{bmatrix} kN \\ \mathbf{f}_{05y} &= \mathbf{m}\phi_{5y} \frac{L_{5y}}{M_{5y}} S_d(T_{5y}) = \mathbf{m}\phi_{5y} \frac{\phi_{5y}^T \mathbf{m}\boldsymbol{\iota}}{\phi_{5y}^T \mathbf{m}\phi_{5y}} S_d(T_{5y}) = \begin{bmatrix} 14.8 \\ -31.7 \\ 33.7 \\ -29.0 \\ 16.4 \end{bmatrix} kN \end{aligned} \quad (5.29)$$

Som det fremkommer av tabell 5.6 og likning (5.16) er det kun nødvendig å ta hensyn til to av svingeformene ϕ_{1y} og ϕ_{2y} når NS-EN 1998-1 ligger til grunn. Dette er tilsvarende som for x -retningen. Det fremkommer også av likning (5.28) at over 97% av massen i staven er representert ved de to første svingeformene. Tilsvarende er også her den effektive modale massen over 5% i begge svingeformene.

Dersom den maksimale responsen i staven er den maksimale skjærkraften i hver etasje bestemt ved en statistisk analyse, fås responsen $r_{0,V1y}$ og $r_{0,V2y}$ gjennom bidraget til de to svingeformene, som gitt i likning (5.30).

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_{0,V1y} &= \begin{bmatrix} 812.9 \\ 812.9 + 1224.7 \\ 812.9 + 1224.7 + 1031.2 \\ 812.9 + 1224.7 + 1031.2 + 747.4 \\ 812.9 + 1224.7 + 1031.2 + 747.4 + 400.5 \end{bmatrix} \quad kN = \begin{bmatrix} 812.9 \\ 2037.6 \\ 3068.8 \\ 3816.2 \\ 4216.7 \end{bmatrix} \quad kN \\
 \mathbf{r}_{0,V2y} &= \begin{bmatrix} -216.9 \\ -216.9 - 180.5 \\ -216.9 - 180.5 + 135.2 \\ -216.9 - 180.5 + 135.2 + 334.9 \\ -216.9 - 180.5 + 135.2 + 334.9 + 280.4 \end{bmatrix} \quad kN = \begin{bmatrix} -216.9 \\ -397.4 \\ -262.2 \\ 72.7 \\ 353.1 \end{bmatrix} \quad kN
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

Ved å kombinere de maksimale responsene bestemmes den maksimale verdien av den seismiske lastvirkningen ved kvadratrotten av summen av kvadrater. Dette er tilsvarende som for x -retning og responsen er gitt i likning (5.31). Skjærkraften ved fundamentet i y -retningen er $V_{fundament,y}$ som gitt i likning (5.34) for enkelhetens skyld.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_E = \mathbf{V}_{0y} &= \begin{bmatrix} \sqrt{(r_{0,V51y})^2 + (r_{0,V52y})^2} \\ \sqrt{(r_{0,V41y})^2 + (r_{0,V42y})^2} \\ \sqrt{(r_{0,V31y})^2 + (r_{0,V32y})^2} \\ \sqrt{(r_{0,V21y})^2 + (r_{0,V22y})^2} \\ \sqrt{(r_{0,V11y})^2 + (r_{0,V12y})^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(812.9)^2 + (-216.9)^2} \\ \sqrt{(2037.6)^2 + (-397.4)^2} \\ \sqrt{(3068.8)^2 + (-262.2)^2} \\ \sqrt{(3816.2)^2 + (72.7)^2} \\ \sqrt{(4216.7)^2 + (353.1)^2} \end{bmatrix} \quad kN \\
 &= [841.3 \quad 2076.0 \quad 3080.0 \quad 3816.9 \quad 4231.5]^T \quad kN
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

Den maksimale responsen på grunn av de statiske lastene fra to av svingeformene er gitt i likning (5.32) dersom den maksimale responsen er det maksimale momentet i hver etasje.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_{0,M1x} &= \begin{bmatrix} 812.9 \times 4.35 \\ 812.9(8.85) + 1224.7 \times 4.5 \\ 812.9(13.20) + 1224.7(8.85) + 1031.2 \times 4.35 \\ 812.9(17.55) + 1224.7(13.20) + 1031.2(8.70) + 747.4 \times 4.35 \\ 812.9(22.05) + 1224.7(17.70) + 1031.2(13.20) + 747.4(8.85) + 400.5 \times 4.5 \end{bmatrix} kNm \\
 &= \begin{bmatrix} 3536.1 \\ 7194.2 \\ 26054.6 \\ 42655.0 \\ 61630.2 \end{bmatrix} kNm \\
 \mathbf{r}_{0,M2x} &= \begin{bmatrix} -216.9 \times 4.35 \\ -216.9(8.85) - 180.5 \times 4.5 \\ -216.9(13.20) - 180.5(8.85) + 135.2 \times 4.35 \\ -216.9(17.55) - 180.5(13.20) + 135.2(8.70) + 334.9 \times 4.35 \\ -216.9(22.05) - 180.5(17.70) + 135.2(13.20) + 334.9(8.85) + 280.4 \times 4.5 \end{bmatrix} kNm \\
 &= \begin{bmatrix} -943.5 \\ -2731.8 \\ -3872.4 \\ -3556.1 \\ -1967.2 \end{bmatrix} kNm
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

I likning (5.33) er den maksimale seismiske belastningen \mathbf{E}_E det maksimale momentet i hver etasje.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_E = \mathbf{M}_{0x} &= \begin{bmatrix} \sqrt{(r_{0,M41x})^2 + (r_{0,M42x})^2} \\ \sqrt{(r_{0,M31x})^2 + (r_{0,M32x})^2} \\ \sqrt{(r_{0,M21x})^2 + (r_{0,M22x})^2} \\ \sqrt{(r_{0,M11x})^2 + (r_{0,M12x})^2} \\ \sqrt{(r_{0,Mb1x})^2 + (r_{0,Mb2x})^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(3536.1)^2 + (-943.5)^2} \\ \sqrt{(7194.2)^2 + (-2731.8)^2} \\ \sqrt{(26054.6)^2 + (-3872.4)^2} \\ \sqrt{(42655.0)^2 + (-3556.1)^2} \\ \sqrt{(61630.2)^2 + (-1967.2)^2} \end{bmatrix} kNm \\
 &= [3659.8 \quad 7695.4 \quad 26340.8 \quad 42803.0 \quad 61661.6]^T kNm
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

Det maksimale momentet om x -aksen ved fundamentet er gitt i likning (5.35).

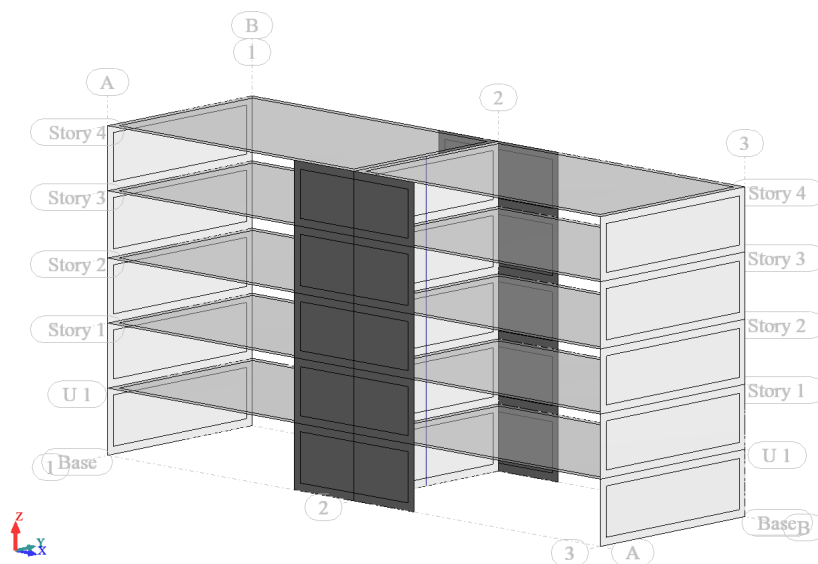
$$V_{fundament,y} = 4231.5kN \tag{5.34}$$

$$M_{fundament,x} = 61661.6kNm \tag{5.35}$$

5.3 Forenklet modell av sengebygg H i Robot

I avsnitt 4.6 ble en modell i Robot av sengebyggets del H presentert. Robot modellen ble døpt sengebygg del H . Den forenklete modellen av sengebygg del H vist i figur 5.5 har samme globale mål som den mer nøyaktige modellen i figur 4.6. Aksestytemet til modellen

er gitt i tabell C.2. Som det fremkommer av figur 5.5 har bygget to skiver i x -retning med størst stivhet om y -aksen og tre skiver i y -retning med størst stivhet om x -aksen. Skivene i x -retning er plassert i akse A og B . De har tverrsnittsgeometri $10.8m \times 22.05m$ mens skivene i y -retning er plassert i akse 1, 2 og 3 og er $13.8m \times 22.05m$. Alle skiver og dekker har tykkelse $0.25m$. Som det fremkommer av den forenklede modellen er alle utsparinger utelatt og i tillegg er skivene i akse A , B og 2 flyttet slik at skivene er plassert symmetrisk i bygget. Byggets massesenter er sammefallende med stivhetssenteret og konstruksjonen vil ikke rotere dersom den utsettes for en belastning i retningen av hovedaksene.



Figur 5.5: Forenklet Robot modell av sengebygg H i perspektiv

Den forenklede modellen i Robot belastes tilsvarende som den omtalt i avsnitt 4.6. Det vil si at modellen har det lastgrunnlaget som foreligger i avsnitt 4.4 og den lastkombinasjonen som ble beskrevet i avsnitt 4.4. Skivene i modellen er fast innspent i fundamentene der programvarens innlagte verdi for fast innspent randbetingelse er benyttet. Skivene modelleres tilsvarende som for sengebygg del H . Dekkene modelleres som Robots Slab-Rigid diaphragm, som betyr at ingen forskyvninger i dekkets eget plan tillates, men en rotasjon av dekkets stive plan kan forekomme. For å ha samsvar med den analytiske modellen, der kun horisontal translasjon av etasjene tillates og ingen aksialdeformasjon skal forekomme i de vertikale elementene, tilordnes ytterligere betingelser for alle noder som er definert i elementinndelingen til skivene. Det vil si de nodene som ligger mellom etasjene i akse 1, 2, 3, A og B gis en betingelse der kun horisontal translasjon for den betraktede retningen x eller y er tillat samt rotasjon om den andre aksene. Dette betyr at skivene mellom etasjene kan beskrive skjærdeformasjon og bøyedformasjon som vist i figur 5.1. I tillegg er overgangen mellom skiver modellert som innspent da de enkelte konstruksjonselementene er plastøpt.

Ved å gi modellen de overnevnte begrensningene tvinges konstruksjonen til en oppførsel som ikke er naturlig for den virkelige konstruksjonen, men det etterstrebes en modell som gir tilsvarende oppførsel som staven slik at samsvar med den analytiske og forenklede modellen av sengebygg del H kan foreligge. Modellen er modellert som en tre-dimensjonal modell, men i det følgende utføres det to-dimensjonale analyser ved at massen i bygget som skal inngå i løsningen av egenverdiproblemet settes til å virke kun i den betraktede retningen. Det vil si at dersom det utføres en egenverdianalyse i x -retning er det ingen masse som

bidrar i y - og z -retning slik at en løsning eksisterer kun for den retningen som har masse.

Det bemerkes at for ordens skyld er det modellert inn bjelkeelementer midt i skiven i akse 2. Årsaken til dette er at elementindelingen til skivene kan justeres og tilordnes ny nummerering av nodene, mens bjelkene har de samme node nummerene. På den måten kan nodenes egenvektorer raskt innhentes fra modellen og plottes som vist i figur 5.11. Innflytelsen fra bjelkeelementene anses å ha en neglisjerbar innflytelse på oppførselen til konstruksjonen og omtales ikke i det videre.

Massen til forenklet modell av sengebygg H

Tilsvarende som for sengebygg del H i avsnitt 4.7 er det hensiktsmessig å utføre en kontroll av massen til den forenklete modellen av sengebygg H og den analytiske modellen. Dersom det utføres en analyse av massen til modellen med de laster og lastkombinasjoner som foreligger er resultatet gitt i likning (5.36) dersom den konsistente massematrisen ligger til grunn. Robot tillater bruk av lumpet massematrise, med og uten rotasjoner, men nøyaktigheten av masseberegningen avhenger da av antall frihetsgrader. Forskjellen i beregningstiden for de tre er ubetydelig så den mest nøyaktige presentasjonen foreligger i denne avhandling.

$$m_{robot,enkel,konsistent} = 3849357kg \quad (5.36)$$

I avsnitt 5.2 ble massen til den analytiske modellen presentert med en detaljert beregning i A.2. Som det fremkommer av en sammenlikning av likning (5.36) og summen av massen i tabell 5.3 presentert i likning (5.37) for ordens skyld, er det en differanse. I forenklingene gjort ved den analytiske masseberegningen ble halve massen av etasje $u1$ ført til bakken som følge av lumping av massen. Dersom det adderes inn bidraget fra halve massen til veggskivene i etasje $u1$ som i likning (5.38) er det et godt sammsvar mellom de to masseberegningene.

$$m_{total,analytisk} = 3759021kg \quad (5.37)$$

Ved en sammenlikning av likning (5.36) og (5.38) fremkommer det at differansen av massen utregnet av Robot og den utført analytisk er på $26kg$. Dette anses som tilfredstillende og dette understreker at masseberegningene i Robot er tilfredstillende.

$$m_{total,enkel} = m_{total,analytisk} + \frac{\tilde{A}_{skive,u1}\rho_{betong}b_w}{2g} = 3849331kg \quad (5.38)$$

Resultater etter analyse i x -retning

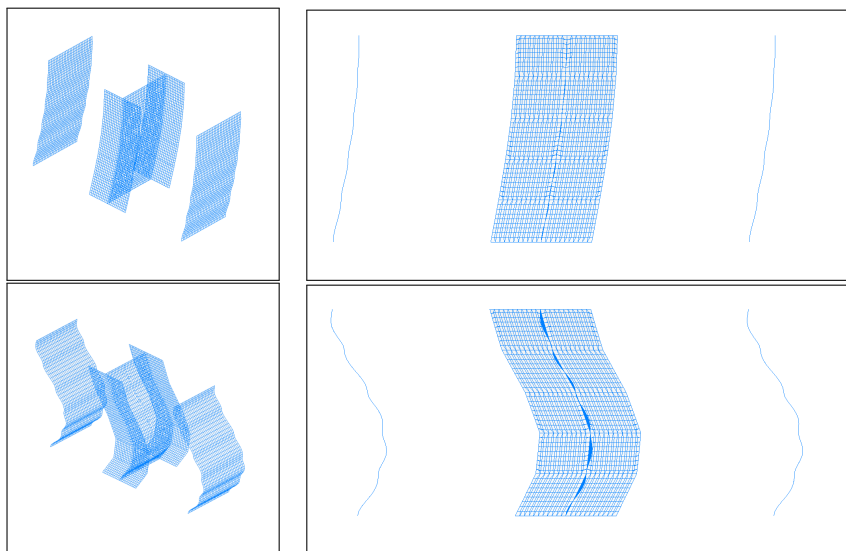
Det utføres en responspektrum analyse i henhold til NS-EN 1998-1 i Robot. Som tidligere beskrevet er modellen en tre-dimensjonal modell. For å utføre en seismisk analyse som Robot kaller det må det defineres et responspektrum tilsvarende det vist i figur 4.8. Verdiene som gis for definisjon av responspektrumet er gitt i tabell 4.15.

I tabell 5.7 er nøkkelverdier innhentet fra egenverdianalysen av den forenklete modellen av sengebygg del H i x -retning presentert.

Tabell 5.7: Nøkkelværdier fra egenverdianalysen av den forenklet modellen av sengebygg del H i x -retning

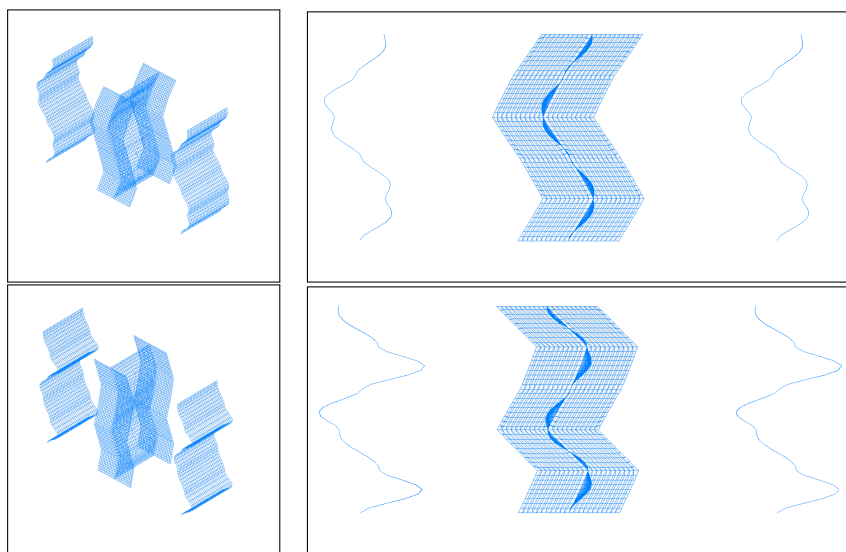
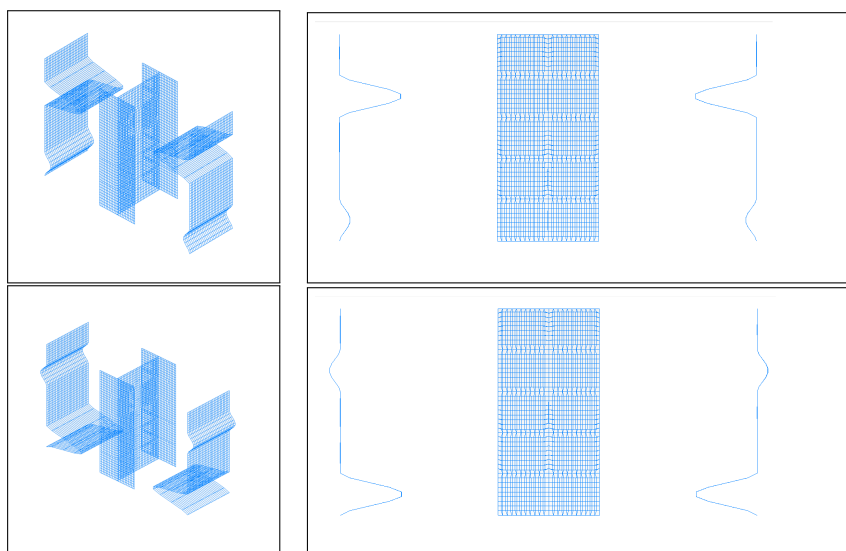
n	T_n (s)	M_{nx}^* (%)	$\sum M_{nx}^*$ (%)	$\frac{T_{n+1}}{T_n}$
1_x	0.140	86.804	86.804	0.34
2_x	0.048	8.572	95.376	0.63
3_x	0.030	2.395	97.771	0.80
4_x	0.024	0.764	98.535	0.88
5_x	0.021	0.000	98.535	1.00
6_x	0.021	0.000	98.535	1.00
7_x	0.021	0.175	98.710	1.00
8_x	0.021	0.000	98.710	0.95
9_x	0.020	0.020	98.730	1.00
10_x	0.020	0.000	98.730	-

Som det fremkommer av tabell 5.7 er modellens svingeperioder gitt i den andre kolonnen. For de to første svingeperiodene er over 95% av massen i konstruksjonen representert og alle andre svingemoder har effektiv modal masse mindre enn 5%. Dette betyr at for x -retning er det de to første svingemoderne det er nødvendig å ta hensyn til når NS-EN 1998-1 ligger til grunn. Modene har forøvrig en uavhengig svingeform. Som det fremkommer av tabellen er nesten 99% av massen i bygget representert ved de ti første svingeformene.

Figur 5.6: Svingemode 1_x og 2_x til forenklet modell av sengebygg del H

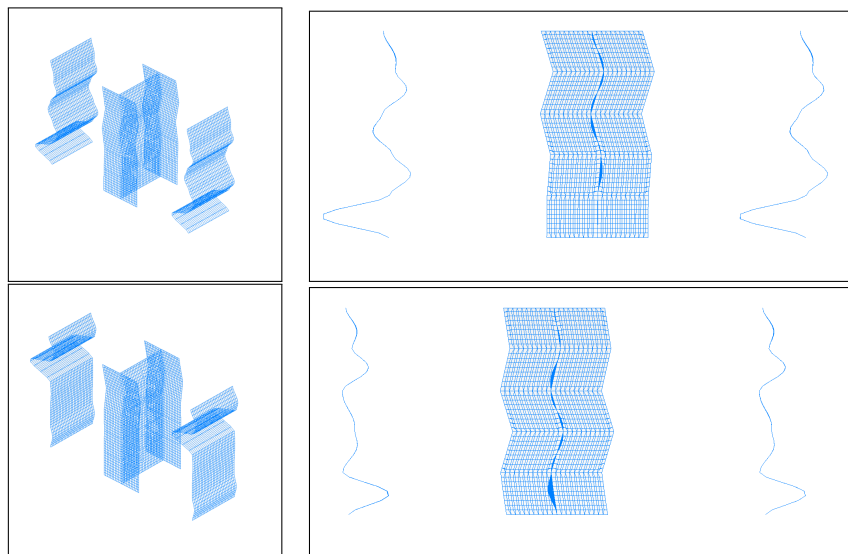
I figur 5.6 er den første og andre svingemoden til den forenklete modellen av sengebygg del H vist. Som det fremkommer av figuren og tabell 5.7 er de to første svingemoderne globale responser. Som tidligere beskrevet vil deformasjonen i konstruksjonen hovedsakelig være dominert av skjær. Dette fremkommer tydelig på figur 5.6 dersom den sammenliknes med figur 5.1.

I figur 5.7 er den tredje og fjerde svingemoden til den forenklete modellen av sengebygg del H vist. Tilsvarende som for mode en og to er disse også globale responser og de viser kjennetegnene for mode tre og fire ved at det er henholdsvis null forskyvning to og tre steder i svingemoden.

Figur 5.7: Svingemode 3_x og 4_x til forenklet modell av sengebygg del H Figur 5.8: Svingemode 5_x og 6_x til forenklet modell av sengebygg del H

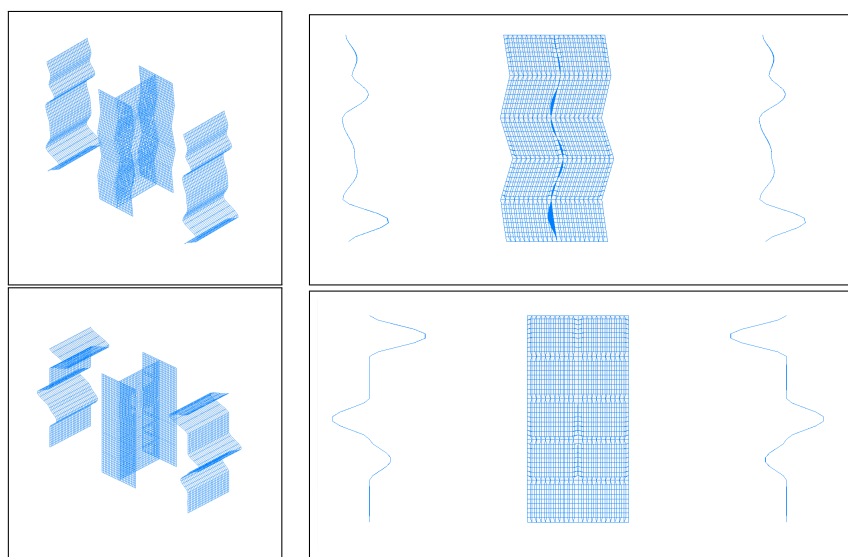
Som det fremkommer av tabell 5.7 er det ingen effektiv modal masse tilordnet mode 5_x , 6_x , 8_x og 10_x . For mode 5_x og 6_x er årsaken at de lokale svingeformene er formlike, men har forskjellige fortegn. Massen som er representert ved disse svingemodene er like, men de har forskyvning i motsatt retning slik at den effektive modale massen blir null. Dette fremkommer ikke så enkelt fra likning (5.9), men da bidraget til svingeformene kommer fra alle nodeforskyvninger og massen er jevnt fordelt i den konsistente massematrisen må likning (5.9) kunne omskrives til likning (5.39) der den effektive modale massen for den n 'te mode er summen av bidragene fra alle frihetsgradene $i = (1, 2, \dots, N)$ og $\boldsymbol{\iota}$ er en vektor som inneholder bare ettall dersom frihetsgrad i er horisontal translasjon. Mode 5_x og 6_x er ikke av interesse for løsningen, men tilfredstiller egenverdi problemet i analysen.

$$M_n^* = \sum_{i=1}^N \frac{\boldsymbol{\iota}^T \phi_{in}^T \mathbf{m} \boldsymbol{\iota} \mathbf{m} \phi_{in}}{\phi_{in}^T \mathbf{m} \phi_{in}} \quad (5.39)$$



Figur 5.9: Svingemode 7_x og 8_x til forenklet modell av sengebygg del H

Svingemode 7_x og 8_x er vist i figur 5.9. Mode 7_x er en global svingeform som svarer til svingeform fem for konstruksjonen. Mode 8_x har ingen effektiv modal masse av samme grunn som tidligere beskrevet.

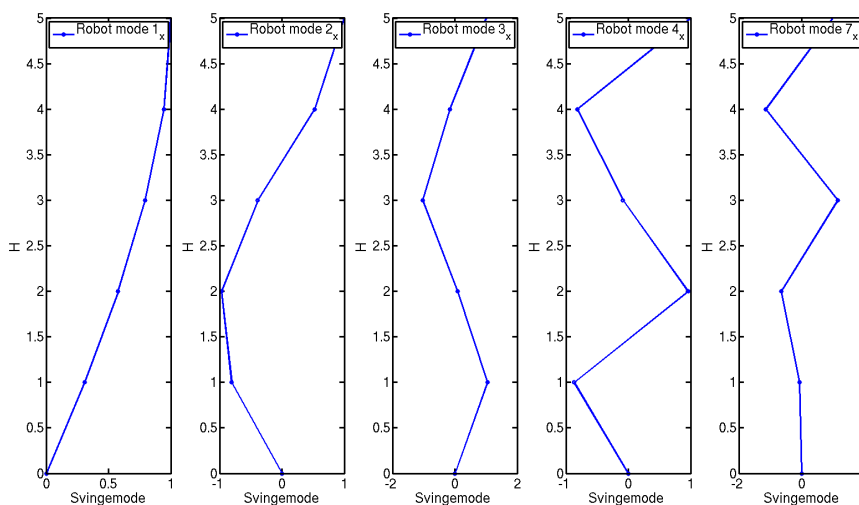


Figur 5.10: Svingemode 9_x og 10_x til forenklet modell av sengebygg del H

I figur 5.10 er svingemode 9_x og 10_x vist. Tilsvarende konklusjon som den gitt for svingemode 5_x , 6_x og 8_x kan gjøres for svingemode 10_x . Svingemode 9_x er en global respons. Som det har fremkommet av figurene 5.6 - 5.10 er innflytelsen mellom etasjene fra skivene som er stivest om x -aksen nevneverdig. Disse svinger generelt tregere enn resten av konstruksjonen da de er mykere.

Dersom verdiene i egenvektoren som er relative nodeforskyvninger midt i akse 2 i hver etasje bestemmes fra den forenklede modellen av sengebygg del H i Robot kan de plottes over byggets høyde og presenteres. I figur 5.11 er de fem første svingeformene i x -retning vist. Modene er normalisert til verdien 1 i den øverste etasjen.

I likning (5.40) og (5.41) er summen av rekasjonskreftene ved fundamentet innhentet fra

Figur 5.11: Plott av svingemode 1_x , 2_x , 3_x , 4_x og 7_x

Robot. Det er benyttet de to første svingemodene når responsen beregnes slik at minimumskravet i NS-EN 1998-1 er tilfredstilt og tilsvarende som den analytiske modellen. Det er benyttet kvadratroten av summen av kvadrater for beregning de maksimale seismiske lastvirkningene.

$$V_{fundament,x} = 4245.2kN \quad (5.40)$$

$$M_{fundament,y} = 61643.8kNm \quad (5.41)$$

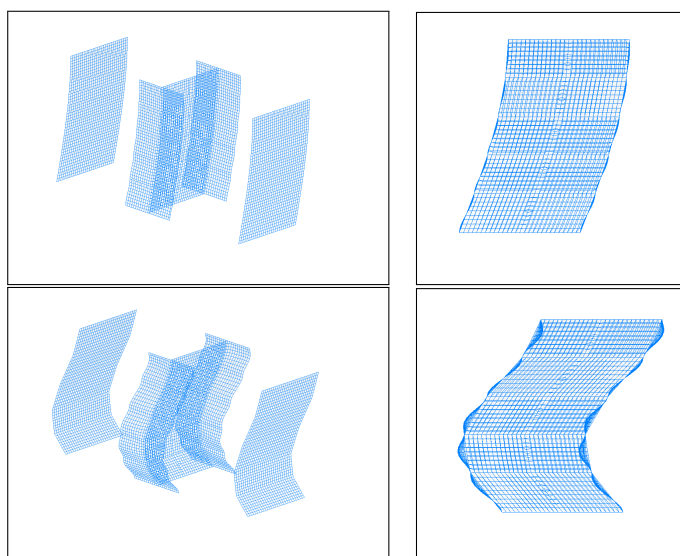
Resultater etter analyse i y -retning

I det videre ble massen i y -retning satt til å være aktiv. Tilsvarende som for x -retning er det kun masse i y -retning som virker. Det utføres en responspektrum analyse der summen av skjærkrefter og momenter ved fundamentet bestemmes. De betingelsene som tilordnes skivene mellom etasjene er forskyvningen i y -retning og rotasjonen om x -aksen. Alle andre frihetsgrader i disse noden har null forskyvning eller null rotasjon. I tabell 5.8 er verdier fra Robot presentert etter en utført egenverdianalyse i y -retning. Som det fremkommer av tabellen er nesten 99% av massen representert ved de 10 første svingeformene til bygget. Den første svingeperioden 1_y er den dominerende moden med nesten 87% masse representert ved denne svingeformen. Tilsvarende som for x -retning er det den første og andre moden som det minimum må tas hensyn til i en responspektrum analyse i NS-EN 1998-1.

I figur 5.12 og 5.13 er svingemode 1_y , 2_y , 3_y og 4_y vist. Som det fremkommer er mode en, to og tre globale responser, men mode fire har ingen modal masse og viser en ren torsjonsmode. Med dette menes at vridning om z -aksen inntreffer og denne vridningen er symmetrisk om et punkt da den effektive modale massen er null av tilsvarende grunn som tidligere beskrevet i likning (5.39). Også i denne retningen er oppførselen styrt av skjær der bøyedeformasjoner tillat i modellen er gjort ved å tillate rotasjoner om x -aksen. Det bemerkes at dersom dette hadde vært utelatt ville svingeperiodene vært noe kortere, men skjær er såpass dominerende i skivene at betydningen av dette er så og si neglisjerbart.

Tabell 5.8: Nøkkelverdier fra egenver dianalysen av den forenklet modellen av sengebygg del H i y -retning

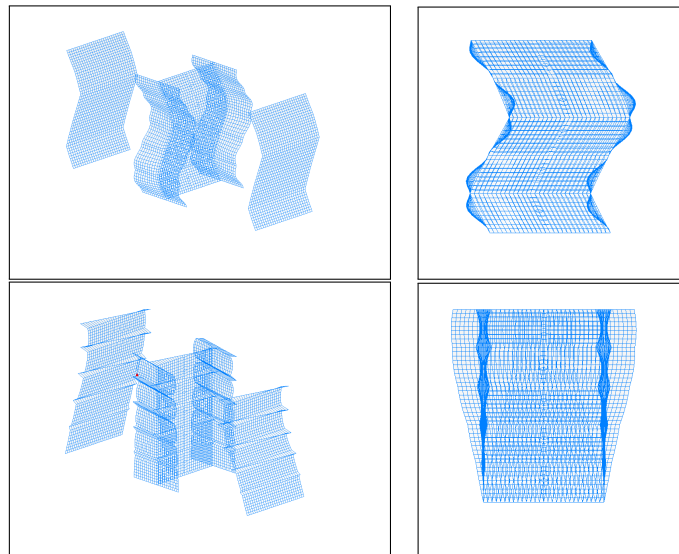
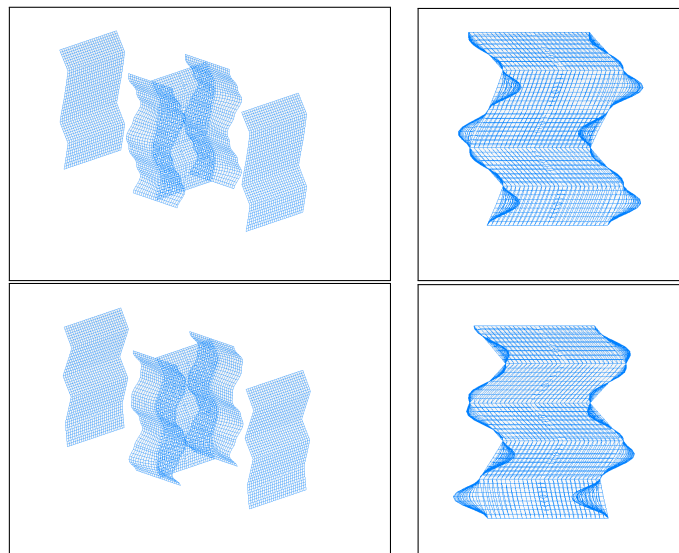
n	T_n (s)	M_{ny}^* (%)	$\sum M_{ny}^*$ (%)	$\frac{T_{n+1}}{T_n}$
1_y	0.101	86.816	86.816	0.35
2_y	0.035	8.570	95.386	0.63
3_y	0.022	2.369	97.754	0.82
4_y	0.018	0.000	97.754	0.94
5_y	0.017	0.687	98.442	0.88
6_y	0.015	0.150	98.592	0.97
7_y	0.014	0.000	98.592	0.93
8_y	0.013	0.000	98.592	1.00
9_y	0.013	0.000	98.592	1.00
10_y	0.013	0.088	98.679	-

Figur 5.12: Svingemode 1_y og 2_y til forenklet modell av sengebygg del H

Svingemode 5_y og 6_y er vist i figur 5.14 og disse er begge globale responser. I figur 5.15 og 5.16 er svingemode 7_y , 8_y , 9_y og 10_y vist. 7_y , 8_y og 9_y har ingen effektiv modal masse, mens mode 10_y er en global respons. Innflytelsen av de skivene som er stivest om y -aksen er synelig da disse svinger tregere enn den globale responsen og av den grunn har en større relativ forskyvning.

Tilsvarende som for x -retning kan verdien i egenvektoren til nodene plassert midt i akse 2 i hver etasje bestemmes fra den forenklete modellen av sengebygg del H i Robot. Dersom de normaliseres til verdien 1 i den øverste noden og plottes over byggets høyde kan en fremstilling som vist i figur 5.17 etableres for de fem første svingeformene i y -retning.

I likning (5.42) og (5.43) er summen av reksjonskreftene ved fundamentet bestemt fra Robot. Det er benyttet de to første svingemodene 1_y og 2_y når responsen er bestemt ved kvadratroten av summen av kvadrater.

Figur 5.13: Svingemode 3_y og 4_y til forenklet modell av sengebygg del H Figur 5.14: Svingemode 5_y og 6_y til forenklet modell av sengebygg del H

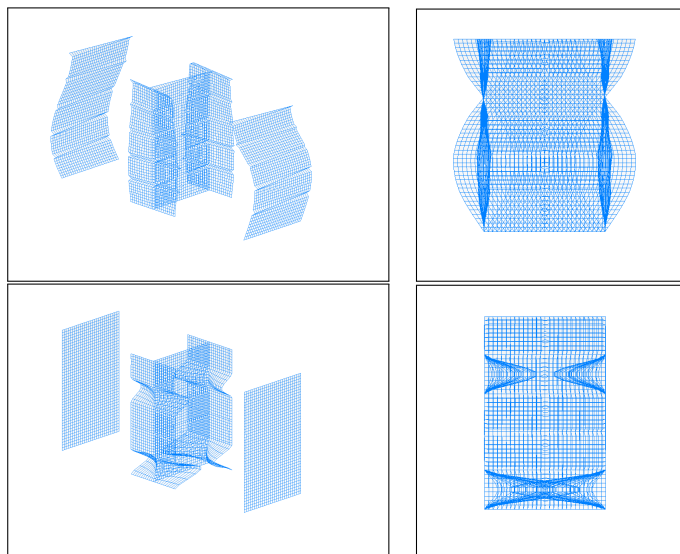
$$V_{fundament,y} = 4244.8kN \quad (5.42)$$

$$M_{fundament,x} = 61671.0kNm \quad (5.43)$$

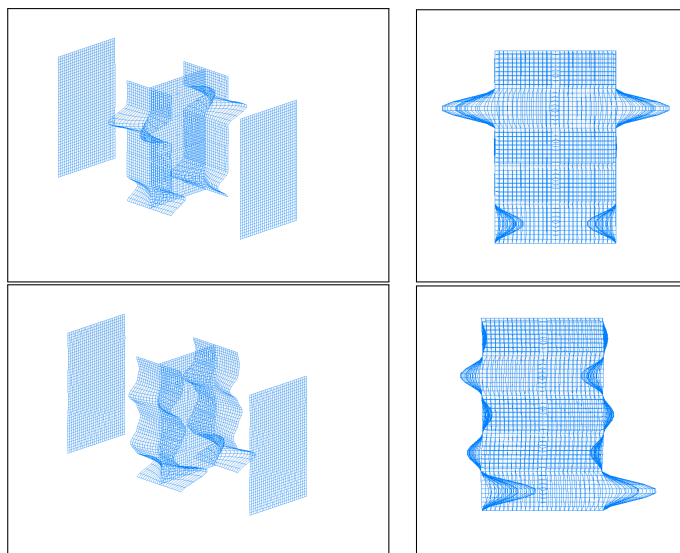
5.4 Sammenligning og diskusjon

Oppsummering

I avsnitt 5.2 ble en analytisk løsning av svingeperoder, maksimal skjærkraft og moment ved fundamentet til en stav med konsentrerte masser plassert i høyder som svarer til etasjehøydene i sengebygg del H vist. Staven var fast innspent ved fundamentet og stivheten



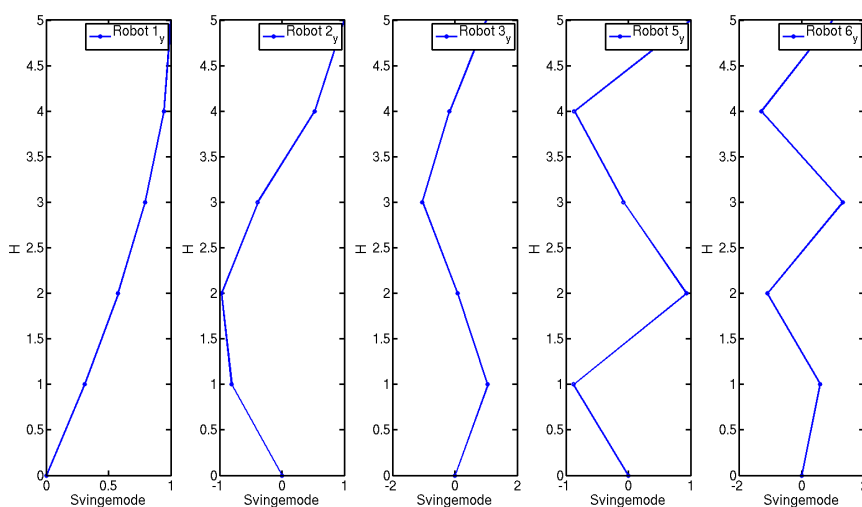
Figur 5.15: Svingemode 7_y og 8_y til forenklet modell av sengebygg del H



Figur 5.16: Svingemode 9_y og 10_y til forenklet modell av sengebygg del H

til staven var bestemt ved den lineære sammenhengen mellom forskyvning og kraft dersom det var tatt utgangspunkt i skivene i sengbygg del H når alle utsparinger ble neglisjert. Staven hadde fem dynamiske frihetsgrader som alle var den horisontale translasjonen i hver etasje og ingen andre frihetsgrader enn de dynamiske eksisterte. En stivhetsmatrise og massematrise ble etablert og det ble utført to analyser, en for hver av de ortogonale retningene x og y .

Som resultat av den analytiske analysen ble systemets svingeperioder, moder og effektiv modal masse bestemt. Modene ble plottet over stavens høyde. Det ble i det videre utført en responspektrum analyse der maksimal skjærkraft og maksimalt moment i hver etasje ble bestemt ved en statisk analyse av konstruksjonen på grunn av de statiske lastene som fremkommer av svingeformen, massen og pusedoakselerasjonen gitt av responspektrumet som foreligger for sengebygg del H . Det ble benyttet kvadratroten av summen av kvadrater for beregning av den maksimale seismiske lastvirkningen når minimums kravene ved en

Figur 5.17: Plott av svingemode 1_y , 2_y , 3_y , 5_y og 6_y

responsspektrum analyse i NS-EN 1998-1 forelå. For ordens skyld er de maksimale seismiske belastningene ved den utkragede søylens fundament gitt i tabell 5.9 for de to betraktete retningene.

I avsnitt 5.3 ble en forenklet modell av sengebygg del H presentert. Modellen hadde de samme ytre geometriske målene som modellen der utsparingene ikke er neglisjert, men bygget ble gjort symmetrisk i den forstand at massesenteret og stivhetssenteret i modellen er sammenfallende. Modellen ble påført de samme belastningene som den analytiske modellen og tilordet de betingelser som påfaller. En tolkning og presentasjon av resultater for begge de ortogonale retningene ble presentert når det ble utført en to-dimensjonal analyse. Verdiene i egenvektoren for den respektive moden midt i bygget ble plottet over byggets høyde og presentert. Den maksimale responsen for både skjærkraft og moment ved fundamentet ble innhentet fra analysen ved å benytte den maksimale responsen til de to første modene. Disse ble kombinert med kvadratroten av summen av kvadrater i programvaren. For ordens skyld er de maksimale seismiske belastningene fra analysen gitt i tabell 5.9 for de to betraktete retningene.

Tabell 5.9: Sammenligning av de maksimale seismiske belastningene for en forenklet modell av sengebygg del H

Beskrivelse	x -retning		y -retning		
	Analytisk	Robot	Analytisk	Robot	Differanse
T_1	0.162s	0.140s	0.116s	0.101s	-
T_2	0.056s	0.048s	0.040s	0.035s	-
$\sum M_{n\%}^*$	97.14%	95.38%	97.13%	95.39%	-
$V_{fundament,x}$	4232.9kN	4245.2kN	-	-	+0.29%
$V_{fundament,y}$	-	-	4231.5kN	4244.8kN	+0.31%
$M_{fundament,y}$	61665.1kNm	61643.8kNm	-	-	-0.03%
$M_{fundament,x}$	-	-	61661.6kNm	61671.0kNm	+0.02%

Diskusjon og konklusjon

I det overliggende har en forenklet modell av sengbygg del H i Robot blitt knyttet til en enkel analytisk løsning for å kontrollere og bekrefte at en forståelse og kontroll av programvaren som skal benyttes i videre analyser kan oppnås. Ved å betrakte tabell 5.9 der en samling av resultatene for de to første svingeperiodene, summen av de to første effektive modale massene i prosent av byggets totale masse og de maksimale skjær og moment kreftene ved fundamentet når de to første modene ligger til grunn, kan en konklusjon av kontroll av programvaren oppnås.

Som det fremkommer av tabell 5.9 er det generelt små differanser mellom resultatene, men en diskusjon foreligger. I den øverste raden i tabellen er de første svingeperiodene for retningene til de to modellene vist. Som det fremkommer fra tabellen tar det lenger tid for den analytiske modellens mode å svinge om en likevektsposisjon enn en mode i den numeriske modellen. Årsaken til dette avhenger både av stivheten og den effektive modale massen til hver av svingeformene, men den forenklete modellen av sengebygg del H må ha en større stivhet enn den utkragede modellen da stivheten til enkelte skiver i den analytiske modellen ble negliskjert i analysen i retningen der de negliskjerte skivene er stivest om. I tillegg vil sammenkoblingen mellom skivene i Robot modellen, (som sett i planet danner et H-tverrsnitt) bidra til en større stivhet enn om skivene var ukoblede som antatt i den analytiske modellen. Tilsvarende bemerkning kan gjøres for den andre svingeperioden. Det kan også sees at svingeperioden er forskjellig i x - og y -retning og forholdet mellom de to periodene for de to modellene er gitt i likning (5.44).

$$\begin{array}{l} \frac{T_{1y}}{T_{1x}} = \frac{0.116s}{0.162s} = 0.72 \quad \frac{T_{2y}}{T_{2x}} = \frac{0.040s}{0.056s} = 0.71 \quad \text{Analytisk} \\ \frac{T_{1y}}{T_{1x}} = \frac{0.101s}{0.140s} = 0.72 \quad \frac{T_{2y}}{T_{2x}} = \frac{0.035s}{0.048s} = 0.73 \quad \text{Robot} \end{array} \quad (5.44)$$

Fra likning (5.44) sees at forholdene er tilnærmet identiske og avvik er å anse som negliskjerbare. Det kan nevnes at likning (5.44) uttrykker forholdet mellom stivheten i de to retningene. Dette kan enkelt vises at $\frac{T_y}{T_x} = \sqrt{\frac{k_x}{k_y}}$ der k_y og k_x er stivheten til systemet i henholdsvis x - og y -retning. Det vises da at stivheten er omtrent $0.52k_y = k_x$ noe som virker fornuftig da det er flere skiver i y -retning enn i x -retning.

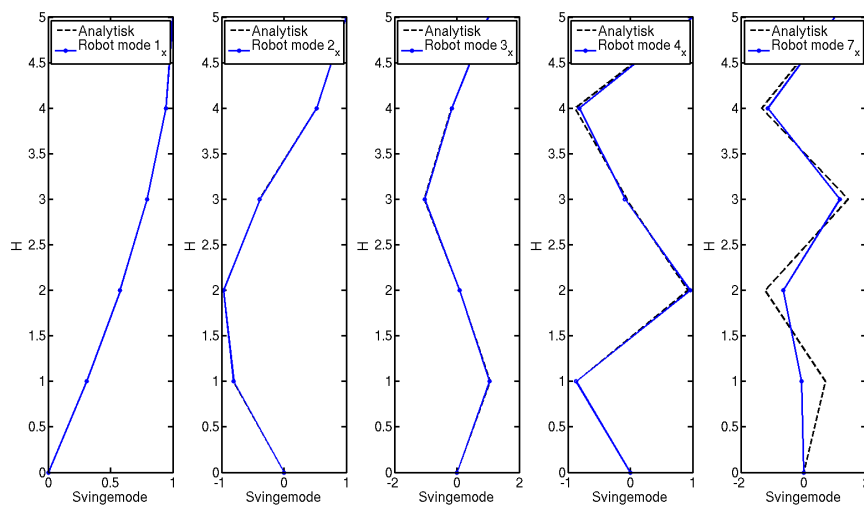
Summen av de to første effektive modale massene i prosent er også gitt i tabell 5.9. Som det fremkommer er det generelt mindre masse representert ved de to første svingeformene i Robot modellen enn i den analytiske. Dette virker også ikke unaturlig da det finnes like mange svingemoder i Robot modellen som det finnes dynamiske frihetsgrader og et større antall moder må til for å beskrive tilnærmet all masse i konstruksjonen. Ved en sammenligning av forholdene tilsvarende som likning (5.44) fremkommer det at summen av de effektive modale massene i de to retningene for de to modellene er tilnærmet like og en nevneverdig differanse foreligger ikke.

I avsnitt 5.3 og 5.2 ble de fem første globale svingemodene til konstruksjonen plottet over byggets høyde. I figur 5.18 er svingemodene beregnet analytisk og bestemt fra Robot for x -retning plottet for en sammenligning. Som det fremkommer er svingeformene til mode ϕ_{1x} , ϕ_{2x} , og ϕ_{3x} fra den analytiske modellen så å si identiske med de bestemt av Robot. I mode fire er det en liten differanse, men denne er ubetydelig og en vis differanse er å forvente. I plottet på høyre side av figur 5.18 er mode ϕ_{5x} plottet mot mode 7_x fra Robot. Som det

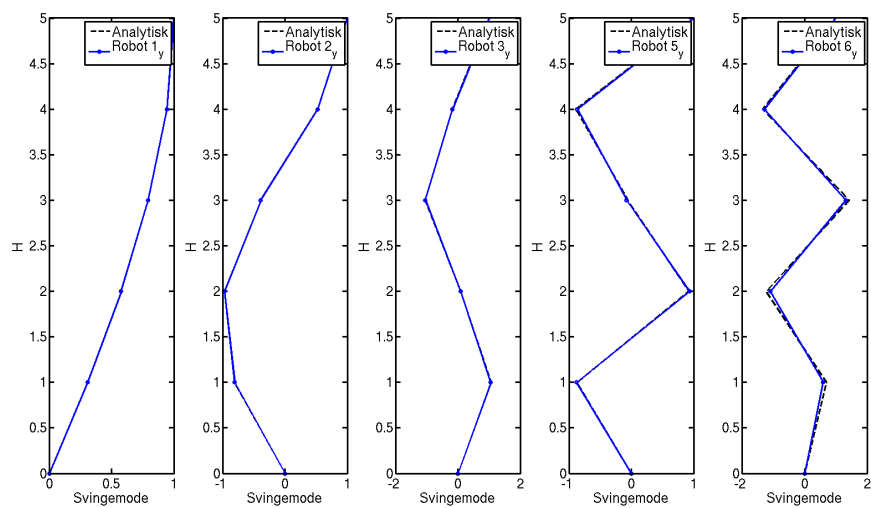
fremkommer er det en differanse mellom de to. Differansen må skyldes innvirkningen fra skivene i akse 1 og 2 grunnet deres lave stivhet og massebidrag. Det er blitt diskutert om dette fremstår som en global svingeform da innflytelsen av lokale forstyrrelser er så sterk. I figur 5.19 er de fem første modene $\phi_{1y}-\phi_{5y}$ plottet mot mode $1_y, 2_y, 3_y, 5_y$ og 6_y . Det er godt sammsvar mellom modene for de to modellene i y -retning selv om et lite avvik er å finne i de høyere modene. Tilsvarende som for x -retning er det for y -retning så å si sammenfallende plott for de to første modene. En detaljert beregning er gitt i B.3.

Som det kan betraktes i siste kolonne av tabell 5.9 er det en neglisjerbar differanse mellom de resulterende kreftene ved fundamentet i de to analysene. Det kan bemerkes at den forenklete modellen gir tilfredstillende resultater selv om massen mellom etasjene lumpes til dekkene i etasjene. For rammekonstruksjoner der en betydelig mengde av massen er plassert i dekkene og massen mellom etasjen er liten og neglisjerbar bør en tilsvarende analytisk løsning gi gode resultater som blir bedre jo høyere konstruksjonen er da antallet dynamiske frihetsgrader øker og andelen av massen mellom hver etasje blir neglisjerbar. Det sees også fra en sammenligning av de resulterende kreftene og tilhørende summen av effektiv modal masse i prosent at differansen ikke gir betydelig utslag på kreftene som er beregnet. Det er en differanse på under 2% i summen av de effektive modale massene i prosent for de to forskjellige modellene. Ut fra dette må det konkluderes med at svingeformer med høyere vinkelfrekvenser gi et lavere bidrag til den seismiske belastningen på det aktuelle bygget som analyseres. Dette kan også sees i den utførte responspektrum analysen i avsnitt 5.2 dersom responsen fra de modene som svinger raskest beregnes.

I diskusjonen over og i analysene utført er det vist at en enkel modell med fem frihetsgrader kan benyttes som en modell for den forenklete modellen av sengebygg del H dersom visse betingelser foreligger i modellen. Det er vist at det er sammsvar mellom den seismiske lasten for de to modellen og at den analytiske modellen kan knyttes til teorien slik at en forståelse av programmet er oppnådd. Sammenligningen som er gjennomført konkluderer med at det foreligger en god kontroll av programvaren og metodikken som foreligger i beregningene da disse kan knyttes tilbake til grunnleggende teori vedrørende dynamikk gjennom den analytiske modellen. Med dette vil en mer avansert modell i programvaren også kunne knyttes til grunnleggende teori.



Figur 5.18: De fem første globale svingeformene fra Robot og analytisk for x -retning



Figur 5.19: De fem første globale svingeformene fra Robot og analytisk for y -retning

Kapittel 6

Tverrkraftmetoden

6.1 Innledning

Tverrkraftmetoden som den kalles i NS-EN 1998-1 er en forenklet responspektrum analyse som kan benyttes dersom bygget tilfredstiller kravene til regularitet i oppriss og plan. Bygget i den sammeng betraktes som to plane modeller og analyseres deretter. Dersom bygget ikke tilfredstiller kravene til regularitet i planet må en romlig modell benyttes i analysen av byggets oppførsel når den er utsatt for de seismiske lastene. Tverrkraftmetoden er en elastisk analyse som tar hensyn til at byggets første svingeperiode og svingeform er dominerende. Dette anses som tilfellet dersom bygget er regulært i oppriss. Det vil si at den vil ha en tilnærmet lineær økende form, tilsvarende den første svingeformen til konstruksjonene som ble analysert i kapittel 5. Metoden går ut på å estimere byggets første svingeperiode for så og bestemme skjærkraften ved fundamentnivå gjennom et definert responspektrum der en konservativ antagelse vil være at byggets totale masse er representert i den første svingeformen. De horisontale kreftene som bestemmes ved den forenklete responspektrumanalysen fordeles som ytre krefter på en plan eller romlig modell, alt avhengig av byggets regularitet. En statistisk analyse kan da utføres og de nødvendige responser kan bestemmes.

I kapittel 6 benyttes tverrkraftmetoden for å bestemme de ytre lastene som skal påføres sengebygg del H i hver etasje. Det utføres en kontroll av regulariteten i plan og oppriss i avsnitt 6.2. For å bestemme byggets første svingeperiode benyttes forenklete metoder, som alle tillates av regelverket [24] og en diskusjon og sammenligning foreligger i avsnitt 6.3. De ytre lastene bestemmes i avsnitt 6.4 på bakgrunn av det tidligere bestemte responspektrumet for sengebygg del H . Styrken i tverrkraftmetoden og generelt alle forenklete metoder ligger i dems enkelhet og analysen kan i prinsippet utføres ved håndberegninger eller programvare for statiske beregninger. Det er i den følgende analysen benyttet analytiske beregninger så vel som det tidligere presenterte elementmetode programet Robot.

6.2 Regularitet

I henhold til NS-EN 1998-1 skilles det mellom konstruksjoner som er regulære og konstruksjoner som ikke er regulære. Årsaken til at regelverket vektlegger regulariteten til bygninger er i henhold til litteraturen [18] at bygninger som er regulære i planet som oftest responderer på den seismiske belastningen i hver av hovedretningene, uavhengig av hverandre. Dette

ble også vist i et enkelt eksempel i avsnitt 1.13. I NS-EN 1998-1 punkt 4.3.1(5) tillates det at sengebygg del H kan analyseres som to plane modeller for henholdsvis x - og y -retning dersom konstruksjonen tilfredstiller gitte krav til regulariteten i planet. En slik modellering kan foreligge selv om kriteriene som omhandler regularitet i planet i regelverket ikke er tilfredstilt, men da må andre krav være oppfylt. To av disse kravene er at konstruksjonens høyde ikke er over $10m$ og den seismiske klassen er lavere enn II. Sengebygg del H tilfredstiller ingen av disse kravene og av den grunn må konstruksjonens regularitet i planet undersøkes. I det følgende vil en kontroll av sengebygg del H 's regularitet i planet bli utført og en vurdering av regularitet i oppriss foreligger. Utfallet av analysen blir som følger:

- Regularitet i planet og oppriss fører til at tverrkraftmetoden kan benyttes og bygget kan modelleres som to plane modeller.
- Ikke regularitet i planet, men regularitet i oppriss fører til at tverrkraftmetoden kan benyttes gitt en romlig modell benyttes.
- Ikke regularitet i planet og ikke regularitet i oppriss fører til at tverrkraftmetoden ikke kan benyttes og en romlig modell i en responspektrum analyse må benyttes. I tillegg må konstruksjonsfaktoren q reduseres med 20%.
- Regularitet i planet, men ikke regularitet i oppriss fører til at tverrkraftmetoden ikke kan benyttes og bygget må modelleres i en romlig modell. Bygget må analyseres ved en modal-responspektrum analyse og i tillegg må konstruksjonsfaktoren reduseres med 20%.

Da en rommelig modell av konstruksjonen allerede foreligger samt kriteriene for anvendelse av overstyrkefaktoren $\frac{\alpha_u}{\alpha_1}$ ikke er tilfredstilt vil en kontroll av regularitet i planet være unødvendig da en responspektrum analyse kan benyttes for å bestemme de seismiske lastene. Dersom konstruksjonen ikke er regulær i oppriss fører dette til at konstruksjonsfaktoren må multipliseres med en faktor på 0.8 [24], som vil øke spektralverdien i responspekteret og mulig øke de seismiske lastene.

Regularitet i planet

For at konstruksjonen skal kunne betraktes som regulær i planet må konstruksjonens slanket, som definert i likning (6.1), ikke være større enn 4. I tillegg må konstruksjonens eksentrisitet e_{0x} og e_{0y} for hver etasje i henholdsvis x - og y -retning tilfredstille likning (6.2).

$$\lambda = \frac{L_{maks}}{L_{min}} = \frac{L_x}{L_y} = \frac{44.5m}{13.8m} = 3.22 < 4 \quad (6.1)$$

r_x i likning (6.2) kalles torsjonsradiusen og er kvadratrotten av forholdet mellom torsjonsstivheten og sideveis stivhet i den ortogonale retningen. l_s kalles gulvmassens treghetsradius i planet og er gitt av kvadratrotten av forholdet mellom gulvmassens polare treghetsmoment med hensyn på massesenteret til dekket og massen til dekket som beskrevet i litteraturen [24]. l_s kan forenkles til det enkle uttrykket i likning (6.3) som beskrevet i litteraturen [28, 18] dersom dekkene er rektangulære og massen er jevnt fordelt. Dette antas i det følgende. De siste kriteriene i likning (6.2) skal i henhold til litteraturen [18] sikre at den første svingeperioden til modene i hovedretningene ikke er mindre enn en eventuell

torsjonsmode og av den grunn sikre at de er tilstrekkelig ukoblede da en slik kobling anses som farlig. Litteraturen [18] bemerker også at dersom en egenver dianalyse foreligger kan det siste kriteriet anses som ikke oppfylt dersom torsjonsmoden har en lavere periode enn de to første svingeperiodene til de to hovedretningene.

$$\begin{aligned} |e_{0x}| &\leq 0.30r_x & \text{og} & & r_x &\geq l_s \\ |e_{0y}| &\leq 0.30r_y & \text{og} & & r_y &\geq l_s \end{aligned} \quad (6.2)$$

I tabell 6.1 er plasseringen til massesenteret MS og stivhetssenteret SS gitt. Verdiene er beregnet fra Robot for sengbygg del H og gjengitt her. Differansen som er eksentrisiteten mellom de to punktene for etasje i er også gitt i tabellen, men eksentrisitetens absoluttverdi er gitt da det er denne som benyttes i det videre.

$$l_s = \sqrt{\frac{L_x^2 + L_y^2}{12}} = \sqrt{\frac{(44.5m)^2 + (13.8m)^2}{12}} = 13.45m \quad (6.3)$$

Tabell 6.1: Koordinatene til masse- og stivhetssenteret for beregning av regularitet

Etasje i	$MS(x, y, z)$	$SS(x, y, z)$	$ e_{0xi} $ (m)	$ e_{0yi} $ (m)
4	22.89, 6.83, 21.46	28.59, 6.90, 21.46	5.70	0.07
3	22.90, 6.83, 17.07	28.59, 6.90, 17.07	5.69	0.07
2	22.88, 6.83, 12.60	28.59, 6.90, 12.60	5.71	0.07
1	22.87, 6.85, 8.25	28.59, 6.90, 8.25	5.72	0.05
u1	22.87, 6.90, 3.86	28.59, 6.90, 3.86	5.71	0.00

Da det i NS-EN 1998-1 ikke er gitt en eksplisitt metode for beregning av sideveis- og torsjonsstivhet når torsjonsradiusen skal bestemmes kan en metode som er beskrevet i litteraturen [28] benyttes. Denne metoden er kun gyldig dersom dekkene i sengebygg del H modelleres som uendelig stive slik at ingen energi benyttes til deformasjonen av dekkene. Ved å påføre enhetslaster med verdi 10^6 i stivhetssenteret som definert i tabell 6.1 kan stivhetene for hver etasje som gitt i tabell 6.2 bestemmes gjennom likning (6.4).

$$K_{FXi} = \frac{10^6}{U_{x,FXi}}, \quad K_{FYi} = \frac{10^6}{U_{y,FYi}}, \quad K_{MZi} = \frac{10^6}{R_{z,MZi}} \quad (6.4)$$

I tabell 6.2 er forskyvninger og rotasjoner for beregning av sideveis- og rotasjonsstivhet presentert. Verdiene er beregnet i Robot når det utføres en statisk analyse av konstruksjonen med enhetslaster som virker i dekkets plan for etasje i i kordinatet for stivhetssenteret. Enhetslastene er kreftene $FXi = 10^6 kN$ og $FYi = 10^6 kN$ i henholdsvis x - og y -retning og enhetsmomentet $MZi = 10^6 kNm$ om z -aksen for etasje i . Forskyvningene som er forårsaket av enhetslastene er forskyvningene $U_{x,FXi}$, $U_{y,FYi}$ og rotasjonen $R_{z,MZi}$. Dekkene i modellen er som tidligere beskrevet modellert som ridgid diaphragm. Dette gir lik forskyvning av hele dekket i hver etasje gjennom en node.

I likning (6.5) er torsjonsradiusen for x - og y -retning i etasje i gitt. I tabell 6.3 er de beregnede torsjonsradiene for bygget vist.

Tabell 6.2: Forskyvninger og rotasjoner for beregning av sideveis- og rotasjonsstivhet for beregning av regularitet

Etasje i	$U_{x,FXi}$ (m)	$U_{y,FYi}$ (m)	$R_{z,MZi}$ (rad)	K_{FXi} $(\frac{kN}{m}) \times 10^4$	K_{FYi} $(\frac{kN}{m}) \times 10^4$	K_{MZi} $(\frac{kNm}{rad}) \times 10^7$
4	2.642	1.571	0.0029	37.88	63.69	34.48
3	2.489	1.306	0.0027	40.16	76.34	37.04
2	2.206	0.990	0.0023	45.25	101.01	43.48
1	1.808	0.657	0.0017	55.25	151.52	58.82
u1	1.244	0.321	0.0010	80.65	312.50	100.00

$$r_{xi} = \sqrt{\frac{K_{MZi}}{K_{FYi}}}, \quad r_{yi} = \sqrt{\frac{K_{MZi}}{K_{FXi}}} \quad (6.5)$$

Som det fremkommer av tabell 6.3 ved å benytte likning (6.3)-(6.5) er kriteriet i likning (6.2) ikke tilfredstilt for etasje u1 i x -retning. Som det fremkommer av analysen foreligger det enkelte forenklinger i metoden og da differansen mellom absoluttverdien av eksentrisiteten og andelen av torsjonsradien for enkelte etasjer er så liten, bør en mer nøyaktig kontroll av regularitet i sengebygg del H foreligge, men ingen vil bli gjengitt i denne avhandling da den utførte analysen anses som tilfredstilt. Selv om kriteriene for regularitet i planet ikke er tilfredstilt kan tverrkraftmetoden fortsatt benyttes, men en romlig modell må foreligge i videre analyser.

Tabell 6.3: Verdier for kravene til regularitet av sengebygg del H

Etasje i	$ e_{0xi} \leq$ (m)	$0.3 \times r_{xi}$ (m)	$ e_{0yi} \leq$ (m)	$0.3 \times r_{yi}$ (m)	l_s (m)
4	5.70	< 6.98	0.07	< 9.10	13.45
3	5.69	< 6.61	0.07	< 9.12	13.45
2	5.71	< 6.23	0.07	< 9.30	13.45
1	5.72	< 5.91	0.05	< 9.79	13.45
u1	5.71	> 5.34	0.00	< 11.60	13.45

Regularitet i oppriss

I henhold til NS-EN 1998-1 kan en analyse med tverrkraftmetoden [24] benyttes for å bestemme de seismiske lastene på sengebygg del H . Som det fremkommer av regelverket [24] kan tverrkraftmetoden benyttes på konstruksjoner som ikke påvirkes betydelig av høyre ordens svingemoder for den retningen som betraktes. For å ta hensyn til dette, uten å utføre en krevende egenverdianalyse og påfølgende responsspektrum analyse eller mere nøyaktige metoder som modal tidshistorie analyse, må konstruksjonen tilfredstille likning (6.6) for begge retningene. T_1 er byggets første svingeperiode og T_C er den øvre grenseverdien av området med konstant spektral akselerasjon som tidligere omtalt og for sengebygg del H er gitt i tabell 4.15. I tillegg til å tilfredstille likning (6.6) må kravet til regularitet i oppriss også tilfredstilles for at tverrkraftmetoden skal kunne benyttes. I det følgende gjennomgår en analyse om kravene til regularitet i oppriss er tilfredstilt for sengebygg del H .

$$T_1 \leq \begin{cases} 4T_C \\ 2.0s \end{cases} \quad (6.6)$$

I NS-EN 1998-1 punkt 4.2.3.3 må følgende punkter være tilfredstilt for sengebygg del H :

- Alle avstivningssystemer i bygget som motstår lastene som virker i det horisontale planet skal fortsette uavbrudd fra fundamentet til toppen av bygget
- Stivheten om x - og y -aksen samt massen i etasje $u1-4$ skal forbli konstante eller reduseres gradvis fra bunnen av konstruksjoen til toppen.

For sengebygg del H er massen beregnet for de enkelte etasjene og som det fremkommer av tabell 4.14 er det liten differanse mellom massen i etasjene. I den forenklete modellen av sengebygg del H ble stivheten til skivene beregnet og selvfølgelig var stivheten så å si jevnt fordelt. I sengebygg del H er geometrien litt annerledes da utsparingene ikke er negliskjert samtidig som massesenteret ikke sammenfaller med stivhetssenteret. I tabell 6.2 ble stivheten til hver etasje bestemt, dersom dekkene var uendelig stive, ved enhetslast i stivhetssenteret til bygget. Dersom en sammenligning av differansen mellom masse og stivheten i etasjene foreligger som i tabell 6.4 er det klart at det siste punktet er tilfredstilt. Det første punktet anses også å være tilfredstilt på grunn av geometrien til konstruksjonen. Med dette og dersom likning (6.1) er tilfredstilt kan de seismiske lastene bestemmes på bakgrunn av tverrkraftmetoden. Det bemerkes at overgangen mellom tredje og fjerde etasje har en merkbar overgang i differansen mellom massen, men dette antas å være uvesentlig.

Tabell 6.4: Stivhet- og masseforhold for kontroll av regularitet i oppriss av sengebygg del H

Etasje i	$\frac{m_i}{m_j}$	$\frac{K_{FXi}}{K_{FXj}}$	$\frac{K_{FYi}}{K_{FYj}}$	$\frac{K_{MZi}}{K_{MZj}}$
4	0.72	0.94	0.83	0.93
3	1.00	0.89	0.76	0.85
2	1.00	0.81	0.67	0.74
1	0.99	0.68	0.49	0.59
u1	-	-	-	-

I det over har en kontroll av sengebygg del H regularitet blitt utført. Som det fremkommer av analysene tilfredstiller bygget kravet til regularitet i oppriss, men ikke i plan. Dette betyr at tverrkraftmetoden kan benyttes, men en romlig modell må foreligge i analysene som blir utført i avsnitt 6.3 og 6.4. Konstruksjonsfaktoren trenger forøvrig ikke å reduseres med 20% som betyr at responsspektrumet som benyttes forblir det samme.

6.3 Svingeperioder

Forenklet beregning av første svingeperiode

I tverrkraftmetoden utføres det en responspektrum analyse der byggets første svingeform er den eneste moden som er med i analysen. Prinsipielt er tverrkraftmetoden en analyse av konstruksjonen dersom den antas å ha en generalisert frihetsgrad slik som omtalt i avsnitt 1.4. For å bestemme den første svingeperioden til konstruksjonen tillates det bruk av forenklete metoder. Det vil si at en egenverdianalyse ikke må gjennomføres, selv om resultatene fra denne godt kan benyttes. Det finnes flere forenklete metoder presentert i

litteraturen, men ingen av de som ikke nevnes spesifikt i NS-EN 1998-1 vil bli gjengitt her. De forenklete metodene er enten basert på empiriske uttrykk eller teoretiske uttrykk. Felles for alle metodene er at de skal gi en svingeperiode som i beste fall vil gi den virkelige perioden og om ikke, en periode som vil gi et konservativt bilde av kreftene som påfaller bygget når tverrkraftmetoden benyttes. I litteraturen [32] er det påpekt at noen av de uttrykkene som foreligger som forenklete uttrykk i noen av de aktuelle regelverkene for seismisk analyse i enkelte land ikke er korrekte for bygninger av betong der skjær er dominerende, og en alternativ metode blir presentert.

Forenklete beregninger av den første svingeperioden til konstruksjoner kan i henhold til NS-EN 1998-1 benyttes i tverrkraftmetoden [24]. Det tillates bruk av alle metoder eller de som er gitt i regelverket. I det videre skal fem metoder (1-5) presenteres og benyttes for å estimere den første svingeperioden til hver av hovedretningene til sengebygg del H . For bygninger med høyde $H \leq 40m$ kan metode 1, 2 og 5 benyttes, mens denne begrensningen har ikke de de andre metodene. I metode 5 benyttes det to lasttilfeller for estimering og en diskusjon foreligger avslutningsvis.

Metode 1

Den enkleste av de forenklete metodene som i det videre omtales som metode 1 er gitt i likning (6.7). C_t er en empirisk faktor som for det aktuelle bæresystemet er $0.050 \frac{s}{m^{\frac{3}{4}}}$. Metoden er svært enkel og vil gi et estimat av den første svingeperioden. Som det fremkommer av metode 1 skiller den ikke mellom retningene i bygget og da heller ikke stivheten. Dersom stivheten er forskjellig for de to retningene, som er aktuelt for bygget som betraktes, er det klart at metoden vil gi et feilestimat på minst en av retningene. Metoden tar heller ikke eksplisitt hensyn til konstruksjonens masse.

$$T_{1x} = T_{1y} = C_t H^{\frac{3}{4}} = 0.050 \frac{s}{m^{\frac{3}{4}}} (22.05m)^{\frac{3}{4}} = 0.509s \quad (6.7)$$

Metode 2

Den andre metoden er tilsvarende som den første, men i denne metoden beregnes verdien av C_t eksplisitt som angitt i likning (6.8). A_c i likning (6.8) er gitt i likning (6.9) og er det effektive arealet av skjærveggene i etasje $u1$. Dersom det effektive arealet settes lik tverrsnittsarealet kan den første svingeperioden til bygget estimeres som i likning (6.10) for de to ortogonale retningene. En detaljert utregning er gitt i A.3.

$$C_t = \frac{0.075}{\sqrt{A_c}} \quad (6.8)$$

Det kan bemerkes at verdien av forholdet mellom lengden $l_{w,j}$ til veggen og høyden til bygget må ikke være større enn 0.9 i henhold til NS-EN 1998-1.

$$A_c = \sum A_{skivesnitt,j} \left[0.2 + \left(\frac{l_{w,j}}{H} \right) \right]^2 \quad (6.9)$$

I motsetning til metode 1 vil denne metoden gi et estimat på den første svingeperioden i hver av hovedretningene. Et estimat på den første svingeperioden i henholdsvis x - og y -retning er gitt i likning (6.10)

$$\begin{aligned} T_{1x} &= \frac{0.075}{\sqrt{2.57m^2}} (22.05m)^{\frac{3}{4}} = 0.476s \\ T_{1y} &= \frac{0.075}{\sqrt{4.64m^2}} (22.05m)^{\frac{3}{4}} = 0.354s \end{aligned} \quad (6.10)$$

Som det fremkommer av likning (6.10) er perioden raskere enn metode 1 og raskere i y -retning enn i x -retning. Dette virker naturlig da bygget er stivere om x -aksen enn om y -aksen. Metoden tar hensyn til arealet av veggene ved fundamentet og vil av den grunn gi et mer nøyaktig beskrivelse av svingeperiodene.

Metode 3 (Reyleigh-metoden)

NS-EN 1998-1 åpner for bruk av andre forenklete metoder for å estimere den første svingeperioden. I det følgende er to alternative metoder omtalt og benyttet for å fastsette det aktuelle byggets første svingeperiode. I avsnitt 1.4 ble et estimat på systemets naturlige vinkelfrekvens bestemt gjennom virtuelle forskyvninger ved å anta en bestemt forskyvningsform. Denne forskyvningsformen var systemets frihetsgrad og av den grunn omtalt som systemet med en generalisert frihetsgrad. Tilsvarende som for systemet med en generalisert frihetsgrad har et uttrykk for estimering av den naturlige vinkelfrekvensen blitt bestemt av Lord Rayleigh ved å benytte bevaring av energi [3].

Ved å betrakte et system med en frihetsgrad, eksempelvis det i figur 1.1 kan systemets maksimale potensielle energi E_{p0} bestemmes som i likning (6.11). k er systemets stivhet og u_0 er den maksimale forskyvningen til massen i det elastiske systemet. Likning (6.11) kan bestemmes ved å betrakte arealet under det lineære kraft-forskyvnings diagrammet til systemet.

$$E_{p0} = \frac{1}{2} k u_0^2 \quad (6.11)$$

Den kinetiske energien E_{k0} til systemet er gitt i likning (6.12) der sammenhengen mellom farten og forskyvningen til systemet som omtalt i avsnitt 1.8 er gitt ved ω .

$$E_{k0} = \frac{1}{2} m (\omega u_0)^2 \quad (6.12)$$

Dersom det antas at systemet svinger fritt uten dempning må det, på grunn av bevaring av energi som beskrevet i litteraturen [3], føre til at $E_{p0} = E_{k0}$. Dette resulterer i likning (6.13) der uttrykket for den naturlige vinkelfrekvensen er gitt.

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (6.13)$$

I det over er det vist at den potensielle energien og den kinetiske energien gir opphav til den naturlige vinkelfrekvensen til et system med en frihetsgrad, tilsvarende som når

virtuelle forskyvninger ble benyttet. Det er vist i litteraturen [3] at dette kan generaliseres til systemer med flere frihetsgrader. I likning (6.14) er tøyningsenergien til sengebygg del H gitt dersom det antas at massen er diskretisert i fem punkter som tidligere angitt.

$$E_{p0} = \frac{1}{2} \sum_{i=u1}^4 gm_i u_{0,i} \quad (6.14)$$

Tilsvarende er et uttrykk for den kinetiske energien i sengebygg del H gitt i likning (6.15). Ved å benytte likning (6.14) og (6.15) kan et estimat på byggets første svingeperiode bestemmes ved likning (6.16).

$$E_{k0} = \frac{1}{2} \sum_{i=u1}^4 m_i (\omega u_{0,i})^2 \quad (6.15)$$

Som det fremkommer av likning (6.16) vil den maksimale forskyvningen u_{0i} av masse i , som fremkommer av den statiske lasten gm_i i massesenteret til etasje i der g er tyngdeakselerasjonen, kunne gi et estimat på den første svingeperioden til sengebygg del H .

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=u1}^4 m_i u_{0,i}^2}{\sum_{i=u1}^4 gm_i u_{0,i}}} \quad (6.16)$$

I likning (6.17) er estimatet på svingeperiodene til sengebygg del H gitt. Verdiene for den maksimale forskyvningen i hver etasje er beregnet fra Robot og gjengitt i tabell 6.5. Med den maksimale forskyvningen menes den elastiske forskyvningen av den noden som har størst forskyvning i den aktuelle last situasjonen.

$$T_{1x} = \frac{2\pi}{\omega_{1x}} = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=u1}^4 m_i u_{0x,i}^2}{\sum_{i=u1}^4 gm_i u_{0x,i}}} = 0.421s$$

$$T_{1y} = \frac{2\pi}{\omega_{1y}} = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=u1}^4 m_i u_{0y,i}^2}{\sum_{i=u1}^4 gm_i u_{0y,i}}} = 0.266s \quad (6.17)$$

Tabell 6.5: Gravitasjonslaster og forskyvninger for bestemmelse av første svingeperiode ved forenklet metode

Etasje i	m_i (kg)	gm_i (kN)	$u_{0y,i}$ (m)	$u_{0x,i}$ (m)
4	559249	5486.2	0.025	0.062
3	777811	7630.3	0.020	0.051
2	771816	7571.5	0.015	0.038
1	774304	7595.9	0.011	0.026
u1	779753	7649.4	0.005	0.014

Metode 4 (Reyleigh-metoden)

Dersom den maksimale tøyningsenergien i systemet ikke er gitt av massen multiplisert med tyngdeakselerasjonen som i likning (6.15), men istedet er gitt av en ytre belastning som i beste utfall gir forskyvningen som svarer til den første svingemoden til konstruksjonen, kan et uttrykk for den maksimale tøyningsenergien i konstruksjonen bestemmes fra likning (6.18). p_i er lasten i etasje i .

$$E_{p0} = \frac{1}{2} \sum_{i=u1}^4 p_i u_{0,i} \quad (6.18)$$

Ved å benytte likning (6.12) og (6.18) kan et estimat på den første svingeperioden til sengebygg del H bestemmes fra likning (6.19).

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=u1}^4 m_i u_{0,i}^2}{\sum_{i=u1}^4 p_i u_{0,i}}} \quad (6.19)$$

I tabell 6.6 er den lineære lastfordelingen som benyttes vist. Lastene ble plassert i massesenteret til hver etasje i Robot modellen og de maksimale forskyvningene for hver etasje ble beregnet for de to retningene. Verdiene for forskyvningene $u_{0y,i}$ og $u_{0x,i}$ er presentert i tabellen.

Tabell 6.6: Ytre laster for bestemmelse av forenklet første svingeperiode

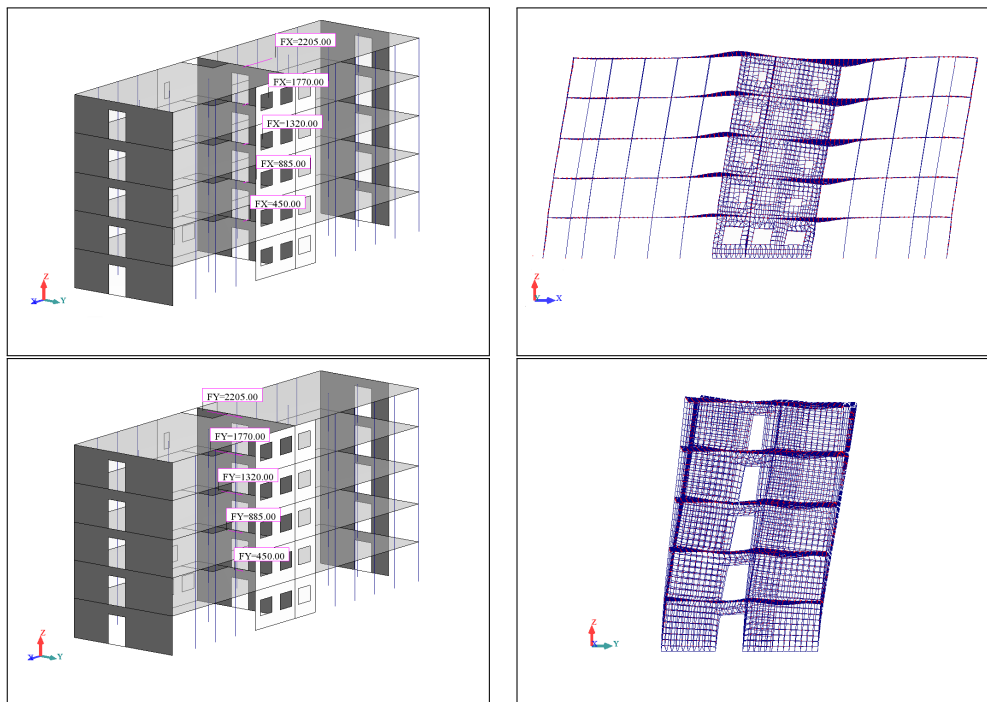
Etasje i	$p_{x,i} = p_{y,i}$ (kN)	$u_{0y,i}$ (m)	$u_{0x,i}$ (m)
4	2205.0	0.006	0.016
3	1770.0	0.005	0.012
2	1320.0	0.004	0.009
1	885.0	0.002	0.005
u1	450.0	0.001	0.003

$$T_{1x} = \frac{2\pi}{\omega_{1x}} = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=u1}^4 m_i u_{0x,i}^2}{\sum_{i=u1}^4 p_{x,i} u_{0x,i}}} = 0.426s$$

$$T_{1y} = \frac{2\pi}{\omega_{1y}} = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=u1}^4 m_i u_{0y,i}^2}{\sum_{i=u1}^4 p_{y,i} u_{0y,i}}} = 0.267s \quad (6.20)$$

Metode 5

Den femte av de forenklete metodene for å beregne T_1 bestemmes ved uttrykket for maksimal tøyningsenergi som gitt på venstre side av likning (6.21). Dette uttrykket svarer til det tilsvarende uttrykket i likning (6.14) dersom kun en frihetsgrad medtas. Den kinetiske energien er som i likning (6.15) og bevaring av energien må fortsatt gjelde slik at $E_{p0} = E_{k0}$. Dersom alle masser som medgår i den seismiske beregningen (inkludert de andeler av egen-



Figur 6.1: Belastning og deformasjon på sengebygg del H for bestemmelse av svingeperiode ved forenklet metode ved en lineær lastfordeling

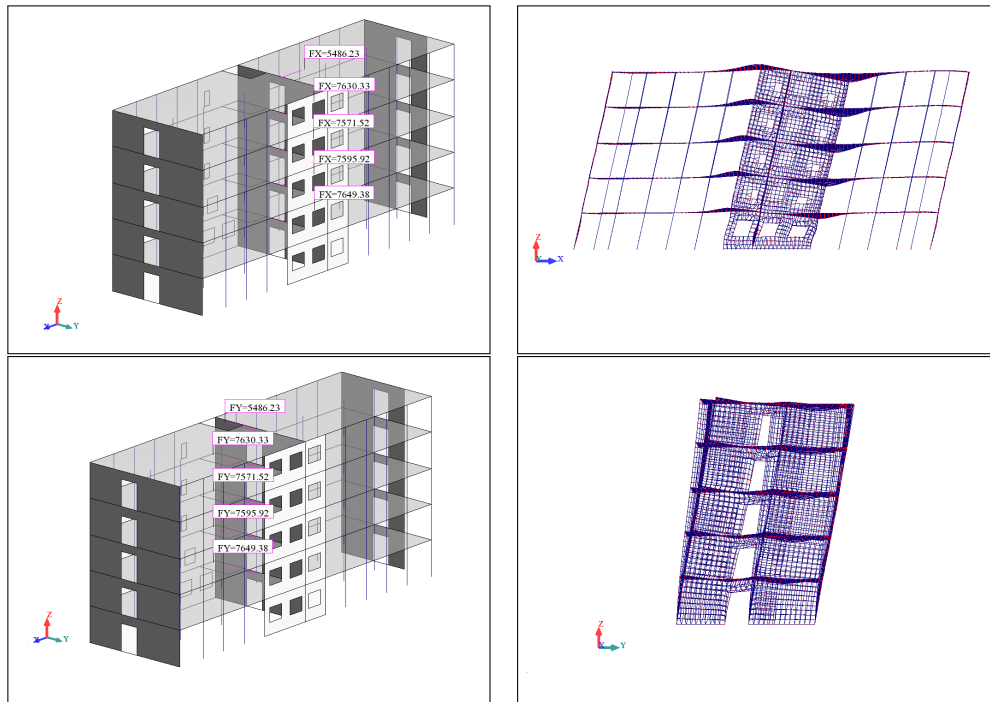
og nyttelaster som måtte inngå) multiplisert med tyngdeakselerasjonen, fremkaller den maksimale forskyvingen $u_{0,4}$ i toppen av bygget er uttrykket for estimering av den første svingeperioden gitt på høyre side av likning (6.21). Det er denne som er angitt i regelverket. Som det vises tas det utgangspunkt i at systemet kun har en frihetsgrad i toppen av konstruksjonen, men forskyvningen i denne frihetsgraden er forårsaket av all masse multiplisert med tyngdeakselerasjonen. Overgangen i det siste leddet i likningen har en feil på 0.03%.

$$E_{p0} = \frac{1}{2} g m_i u_{0,i} = \frac{1}{2} m_i \omega u_{0,i}^2 \quad \rightarrow \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{u_{0,4}}{g}} \approx 2\sqrt{u_{0,4}} \quad (6.21)$$

I tabell 4.14 ble byggets masser bestemt for hver etasje når massene av veggene ble lumpet til dekkene. Ved å multiplisere massene med tyngdeakselerasjonen kan kreftene som skal påføres konstruksjonen bestemmes som i tabell 6.5. Gravitasjonslastene P_x og P_y ble plassert i massesenteret i hver etasje på modellen for sengebygg del H for de to retningene som vist i figur 6.2. Massesenteret der lastene er plassert er gitt av tabell 6.1.

$$\begin{aligned} T_{1x} &\approx 2\sqrt{u_{0x,4}} = 0.497s \\ T_{1y} &\approx 2\sqrt{u_{0y,4}} = 0.314s \end{aligned} \quad (6.22)$$

I denne metoden og som det fremkommer av NS-EN 1998-1 tillates det at belastningen ikke nødvendig må påsettes som i figur 6.2, men en mer nøyaktig estimering er å forvente dersom massene og lastene påføres som flatelaster i horisontal retning over alle deler av konstruksjonen. Som tidligere beskrevet ble massen til konstruksjonen bestemt ved likning (4.3) og det tas høyde for dette når flatelastene defineres på modellen i Robot. Figur



Figur 6.2: Belastning og deformasjon på sengebygg del H for bestemmelse av svingeperiode ved forenklet metode ved gravitasjonslaster

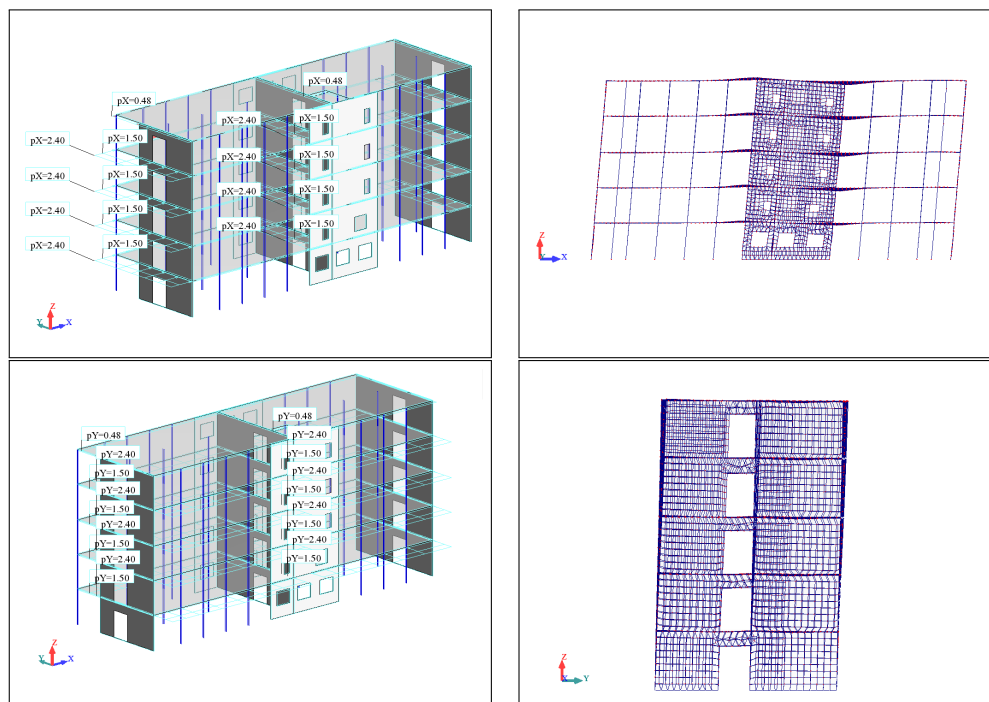
6.3 viser de flatelastene som påføres konstruksjonen og forskyvningene som disse lastene fremkaller. Verdiene for den maksimale forskyvningen i hver etasje er gitt i tabell 6.7 og et estimat på den første svingeperioden er gitt i likning (6.23)

Tabell 6.7: Forskyvninger som følge av gravitasjonslaster som flatelaster for bestemmelse av første svingeperiode ved forenklet metode

Etasje i	$u_{0y,i}$ (m)	$u_{0x,i}$ (m)
4	0.027	0.059
3	0.022	0.049
2	0.017	0.036
1	0.010	0.024
u1	0.004	0.013

$$\begin{aligned} T_{1x} &\approx 2\sqrt{u_{0x,4}} = 0.487s \\ T_{1y} &\approx 2\sqrt{u_{0y,4}} = 0.330s \end{aligned} \quad (6.23)$$

Som det fremkommer av de to lastfordelingene i denne metoden er det en svært liten differanse. Årsaken til dette må ligge i at massen til skivene er tilnærmet like og den største differansen er å finne i skiven som ligger i akse C . Bidraget fra denne har lite utslag på differansen i resultantkraften for massene og lastene i hver etasje. Det kan nevnes at det siste lastbilde er en mer nøyaktig presentasjon av virkeligheten og av den grunn er å foretrekke. I tillegg fremstår det svært enkelt og endre retningene på lastene dersom en analysemodell forligger samtidig som punktlaster gir opphav til spenningskonsentrasjoner i modellen der lasten påsettes.



Figur 6.3: Belastning og deformasjon på sengebygg del H for bestemmelse av svingeperiode ved forenklet metode ved gravitasjonslaster

Oppsummering og diskusjon

I det over har fem metoder for estimering av den første svingeperioden av sengebygg del H blitt presentert og gjennomført. Alle metodene kan benyttes i henhold til NS-EN 1998-1. Generelt er forenklete metoder bra dersom de gir gode estimater uten at brukeren trenger spesialverktøy eller tidskrevende modellering. Metodene presentert over har varierende utfall av estimater for den første svingeperioden. I tabell 6.8 er resultatet fra analyser ved bruk av de presenterte metodene vist. Metode 1 er en svært enkel metode som ikke tar hensyn til massen i bygget. Metode 2 kunne benyttes på bygg med betongskiver å tar hensyn til arealet av de avstivende konstruksjonsdelene over fundamentet. Metode 3, 4 og 5 tar alle hensyn til massen og stivheten i bygget.

Generelt kan den eksakte løsningen av den første svingeperioden til en konstruksjon oppnås dersom den eksakte svingeformen til konstruksjonen kan bestemmes. Den første svingeperioden til sengebygg del H sier noe om hvor lang tid det tar for massen representert ved første svingeform å svinge om en likevektsposisjon. Det vil si at dersom den første svingeformen kan beskrives eksakt vil en eksakt tid på den første svingeperioden kunne bestemmes. I noen av metodene over har det blitt etterstrebet en deformasjon som likner på den første svingeformen til bygget. Deformasjonene er vist i figur 6.1-6.3 for henholdsvis metode 3 og 4. I litteraturen [3] og som tidligere beskrevet vil styrken til metode 3 og 4 som er basert på energiprinsipper være at de vil gi gode estimater selv om den første svingeformen til konstruksjonen er ukjent. Ved å benytte forskjellige lasttilfeller i metode 4 kan den beste mulige representasjonen av svingeperioden enkelt bestemmes da det er den som gir den lengste perioden.

I metode 1 og som tidligere beskrevet tas det ikke hensyn til mange av de karakteristiske egenskapene til bygget og av den grunn bør resultatet være svært konservativt. I meto-

Tabell 6.8: Sammenligning av første svingeperiode bestemt ved forenklete metoder

Metode	T_{1x} (s)	T_{1y} (s)	$F_{bx,0}$ (kN)	$F_{by,0}$ (kN)
1	0.509	0.509	3187.8	3187.8
2	0.476	0.354	3408.8	4583.6
3	0.421	0.266	3854.1	4636.2
4	0.426	0.267	3808.9	4636.2
5 ₁	0.497	0.314	3264.8	4636.2
5 ₂	0.487	0.330	3331.8	4636.2

de 2 ble flere opplysninger om byggets egenskaper lagt til grunn og det ble observert at svingeperioden ble raskere og forskjellig for de to retningene. Det fremkom også at perioden ble raskere i y -retning enn i x -retning, noe som virket fornuftig. I metode 5 ble gravitasjonslastene til bygget påført i horisontalretningen for de to orogonale retningene. Som det fremkommer av tabell 6.8 ga dette enn raskere svingeperiode enn metodene over i y -retning, men ikke i x -retning. Det er å anse at metode 5 gir bedre resultater en metode 1 og 2 da det tas hensyn til byggets stivhet og masse. Metode 3 og 4 gir svingeperioder som er svært nærliggende hverandre og disse er å anse som de mest korrekte representasjonene av byggets første svingeform da det tas høyde for forskyvningen over hele byggets høyde som lastene fremkaller.

I tabell 6.8 er skjærkraften ved fundamentet bestemt dersom det antas at hele byggets masse er representert ved den første svingeformen. Beregningen er som vist i likning (6.24) og det aktuelle responspekteret er gitt i avsnitt 4.8. Som det fremkommer av tabellen er det en variasjon av lastene beregnet av de forskjellige svingeperiodene på omtrent $1448kN$. Dette utgjør 31% av den samlede skjærkraften ved fundamentet noe som ikke er å anse som akseptabelt. Metode 2 gir laster som er nogenlunde like de for metode 3 og 4 og dersom det antas at metode 3 er den mest korrekte presentasjonen er det faktisk bare 12% og 1% differanse for henholdsvis x - og y -retning. Den beste lastrepresentasjonen i metode 5 gir en differanse på 14%.

De forenklete metodene har varierende utfall av lastene og analysene som er gjennomført gjelder strengt talt kun for sengebygg del H 's geometri og belastning. Det kan konkluderes med at selv om det er mange forenklete metoder i litteraturen er det ikke vilkårlig hvilken metode som benyttes i analysen for å bestemme den samlede skjærkraften ved fundamentet på konstruksjonen som analyseres. Årsaken til dette er at lastene som innhentes kan være ukonservative. I den foregående analysen er det faktisk kun metode 3 i som gir de konservative skjærkreftene ved fundamentet og som bør benyttes videre i tverrkraftmetoden. Dette selv om den faktisk har den korteste perioden av de alle.

6.4 Seismiske laster

Samlet seismisk belastning

I det følgende skal de seismiske lastene bestemmes når tverrkraftmetoden benyttes. Generelt kan en øvre grense på den samlede seismiske lasten ved fundamentnivå bestemmes ved å multiplisere massen i bygget med pusedoakselasjonen som fremkommer ved responspektrumet som ble presentert i avsnitt 4.8 for den den første svingeperioden. $F_{bx,0}$ er en

øvre grense på den maksimale seismiske belastningen. Dersom det antas at byggets første svingeperiode er den som ble bestemt ved metode 3 der $T_{1x} = 0.421s$ og $T_{1y} = 0.266s$ kan en øvre grense for den samlede seismiske lasten bestemmes som i likning (6.24) der m_{total} er sengebygg del H 's totale masse som gitt i tabell 4.14.

$$\begin{aligned} F_{bx,0} &= S_d(T_{1x})m_{total} = 1.0522 \frac{m}{s^2} \times 3662933kg = 3854.1kN \\ F_{by,0} &= S_d(T_{1y})m_{total} = 1.2657 \frac{m}{s^2} \times 3662933kg = 4636.2kN \end{aligned} \quad (6.24)$$

I henhold til NS-EN 1998-1 punkt 4.3.3.2.2(1)P er den samlede seismiske lasten F_b som bygget skal analyseres for gitt i likning (6.25) der $\tilde{\lambda}$ er en korreksjonsfaktor som enten er 0.85 dersom $T_1 \leq 2T_c$ og bygget har flere enn 2 etasjer eller 1.0. Regelverket [24] opplyser at $\tilde{\lambda}$ medtas for å ta hensyn til at massen i den første svingemoden for bygninger med minst tre etasjer som har frihetsgrader i hver av hovedretningene gjennomsnittlig er mindre enn 15%.

$$F_b = S_d(T_1)m_{total}\tilde{\lambda} \quad (6.25)$$

For sengebygg del H er $\tilde{\lambda} = 0.85$ som gir skjærkraften ved fundamentnivå for de to retningene som angitt i likning (6.26).

$$\begin{aligned} F_{bx} &= S_d(T_{1x})m_{total} = 1.0522 \frac{m}{s^2} \times 3662933kg \times 0.85 = 3276.0kN \\ F_{by} &= S_d(T_{1y})m_{total} = 1.2657 \frac{m}{s^2} \times 3662933kg \times 0.85 = 3941.0kN \end{aligned} \quad (6.26)$$

Fordeling av krefter

Den samlede skjærkraften ved fundamentet som bestemt i likning (6.26) skal fordeles ut-over konstruksjonens bæresystem ved å anta at kreftene, som fordeles over byggets høyde, overføres til de avstivende konstruksjonselementene gjennom dekkene når disse antas å være uendelig stive i deres eget plan. Kreftene som skal fordeles over byggets høyde kan i tverrkraftmetoden bestemmes fra likning (6.27) eller (6.28). z_i er høyden over fundamentet. I tabell 6.9 er nøkkelverdier for beregning av fordelingen av de seismiske lastene presentert når en lineær fordeling av lastene benyttes. Kreftene som fordeles må være en tilnærmet representasjon av treghetskreftene i konstruksjonen.

Tabell 6.9: Nøkkelverdier for lineær fordeling av de seismiske lastene i tverrkraftmetoden

Etasje i	z_i (m)	m_i (kg)	$m_i \times z_i$ (kg \times m)	$F_{x,i}$ (kN)	$F_{y,i}$ (kN)	$M_{ax,i}$ (kNm)	$M_{ay,i}$ (kNm)
4	22.05	559249	123.31×10^5	866.0	1041.8	± 597.5	± 2323.2
3	17.70	777811	137.67×10^5	966.8	1163.1	± 667.1	± 2593.7
2	13.20	771816	101.88×10^5	715.5	860.7	± 493.7	± 1919.4
1	8.85	774304	68.53×10^5	481.2	579.0	± 332.0	± 1291.2
u1	4.50	779753	35.09×10^5	246.5	296.4	± 170.1	± 661.0
Total	-	3662933	466.48×10^5	3276.0	3941.0	± 2260.4	± 8788.5

$$F_i = F_b \frac{z_i m_i}{\sum_{i=1}^4 z_i m_i} \quad (6.27)$$

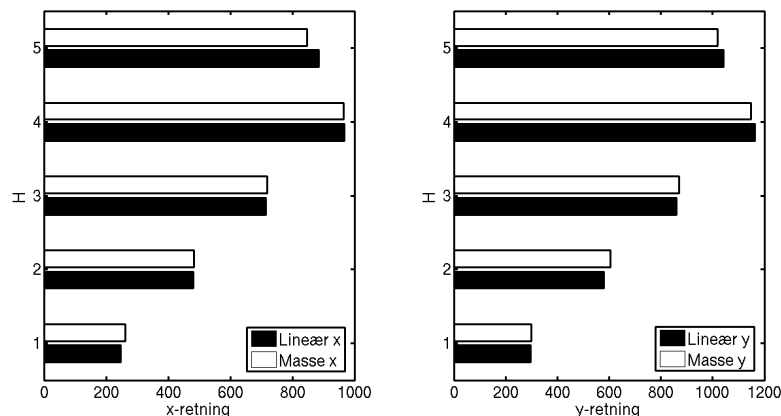
NS-EN 1998-1 tillater også at en annen metode for fordeling av lastene kan benyttes. I likning (6.28) er uttrykket for fordelingen av lastene gitt. s_i er forskyvningen av masse m_i i den første svingeformen. I tabell 6.10 er nøkkelverdier for fordelingen av de seismiske lastene presentert når forskyvningen av massen ligger til grunn.

$$F_i = F_b \frac{s_i m_i}{\sum_{i=1}^4 s_i m_i} \quad (6.28)$$

Tabell 6.10: Nøkkelverdier for fordelingen av de seismiske lastene i tverrkraftmetoden etter masseforskyvning

Etasje i	m_i (kg)	$u_{0x,i} = s_{x,i}$ (m)	$u_{0y,i} = s_{y,i}$ (m)	$m_i \times s_{xi}$ (kg \times m)	$m_i \times s_{yi}$ (kg \times m)	$F_{x,i}$ (kN)	$F_{y,i}$ (kN)
4	559249	0.062	0.025	34.56×10^3	13.81×10^3	846.5	1018.7
3	777811	0.051	0.020	39.44×10^3	15.56×10^3	965.9	1147.2
2	771816	0.038	0.015	29.33×10^3	11.81×10^3	718.4	870.8
1	774304	0.026	0.011	19.75×10^3	8.21×10^3	483.6	605.3
u1	779753	0.014	0.005	10.68×10^3	4.05×10^3	261.6	299.0
Total	3662933	-	-	133.75×10^3	53.44×10^3	3276.0	3941.0

Som det fremkommer av en sammenligning mellom tabell 6.9 og 6.10 som også er grafisk fremstilt i figur 6.4, gir de to fordelingene noe forskjellige utslag på kreftene i hver etasje, men denne differansen er å anse som neglisjerbar og den lineære fordelingen benyttes i det videre. Det bemerkes at kreftene er noe større i tredje etasje enn i fjerde. Dette skyldes at massen til den fjerde etasjen bare er 15% av den totale vekten til konstruksjonen mens de andre etasjene 21%.



Figur 6.4: Grafisk fremstilling av de horisontale kreftene i tverrkraftmetoden

Utsiktede torsjonsvirkninger

I henhold til NS-EN 1998-1 punkt 4.3.2(1)P skal det tas hensyn til usikkerheter knyttet til plasseringen av massen. Når en romlig modell må foreligge tar regelverket hensyn til at massene i hver etasje er forskjøvet med 5%. Dersom bygget hadde vært regulært i planet kan en forenklet metode benyttes for å ta hensyn til de utsiktede eksentrisitetene. Den forenklete metoden tar hensyn til de tilleggskrefter som kan oppstå ved å multiplisere lastvirkningene som ble bestemt ved tverrkraftanalysen med en konstant $\delta > 1.0$. Den forenklete metoden for estimering av torsjonsvirkninger omtales ikke videre i denne avhandling.

Når en romlig modell må benyttes skal det ansees at massesenteret i etasje i er forskjøvet en avstand e_{ai} som angitt i likning (6.29). L_i er lengden eller bredde av bygget for etasje i , vinkelrett den retningen som betraktes. For sengebygg del H er da $e_{ax,i} = 0.69m$ og $e_{ay,i} = 2.23m$ fordi L_i er lik over alle etasjene.

$$e_{a,i} = \pm 0.05L_i \quad (6.29)$$

e_{ai} for hver etasje gir opphav til torsjonsmomentet gitt i likning (6.29). Momentet virker om byggets massesenter. Verdiene for M_{ai} er gitt i tabell 6.9. En statistisk analyse av disse lastene på den aktuelle konstruksjonen vil gi de tilleggskreftene som kommer fra den utsiktede eksentrisiteten. Da det er verdiene for $|M_{ay,i}|$ som er størst, benyttes disse i den statistiske analysen.

$$M_{ai} = e_{ai}F_i \quad (6.30)$$

Den dimensjonerende seismiske lastvirkningen

Den dimensjonerende seismiske lastvirkningen E_d er gitt av likning (6.31). A_{Ek} er verdien av de horisontale lastene $F_{x,i}$ og $F_{y,i}$ og det torsjonsmomentet $\pm M_{a,i}$ som måtte gi den ugunstigste virkningen. Øvrige verdier i likning (6.31) er tidligere definert. Det kan bemerkes at regelverket ikke tillater at torsjonsmomentet påføres med forskjellige fortegn i forskjellige etasjer, men må ha likt fortegn over alle etasjer. Det er verdien av E_d med den ugunstigste torsjonslasten som ligger til grunn når det kontrolleres for om det er nødvendig å medta andre-ordens lastvirkninger.

$$E_d = \sum G_{k,i} \gamma_1 A_{Ek} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (6.31)$$

Da konstruksjonen ikke tilfredstilte kravet til regularitet i planet og en romlig modell må foreligge, skal de seismiske lastvirkningene for de to hovedaksene forutsettes å virke simultant i henhold til NS-EN 1998-1 punkt 4.3.2. Regelverket angir to spesifikke metoder for å representere kombinasjonen av de to lastvirkningene A_{Edx} og A_{Edy} , men tillater også at andre mer nøyaktige metoder kan benyttes. Regelverket anser at en addering av lastvirkningene vil være for konservativt da de maksimale lastvirkningene ikke vil ha sin maksimale respons simultant. I likning (6.32) kan den lasten som skal påføres modellen bestemmes fra kvadratrotten av summen av kvadrater. Den andre metoden sier at lasten A_{Edx} som virker i x -retning har maksimalverdi og et bidrag på 30% fra lasten i y -retning

(A_{Edy}). Dette gir to lasttilfeller som det må kontrolleres for. Da jordskjelvlasten kan virke uavhengig av fortegn må det tas høyde for dette og det må kontrolleres for åtte lasttilfeller.

$$\sqrt{A_{Edy}^2 + A_{Edx}^2} \quad (6.32)$$

For det aktuelle tilfellet som betraktes ved tverrkraftmetoden gir dette 16 lasttilfeller da torsjonsmomentet kan ha forskjellig fortegn. Det er det torsjonsmoment som følge av den utilsiktede eksetrisiteten som vil være det dimensjonerende lasttilfellet. For å kontrollere om andre-ordens lastvirkninger er av betydning, benyttes ikke kvadratroten av summen av kvadrater. Lasttilfellene som virker i hver av hovedretningene uavhengig av fortegnet til torsjonsmomentet kalles henholdsvis Case 1 og Case 2 for x - og y -retning når de betraktede kreftene virker i positiv retning.

$$\begin{aligned} \sum G_{k,i} \psi_{2,i} Q_{k,i} (1.0) A_{Edx} (0.3) A_{Edy} \pm M_{ay,i} & \quad \text{Case 1} \\ \sum G_{k,i} \psi_{2,i} Q_{k,i} (0.3) A_{Edx} (1.0) A_{Edy} \pm M_{ay,i} & \quad \text{Case 2} \end{aligned} \quad (6.33)$$

Andre-ordens effekter

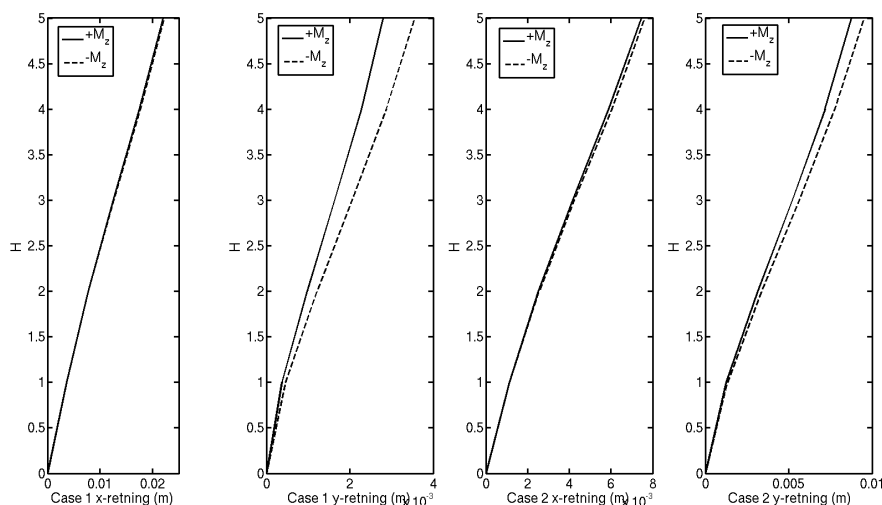
Som tidligere omtalt i avsnitt 2.6 er det ikke alltid nødvendig å ta hensyn til tilleggskrefter som fremkommer når konstruksjonen får store forskyvninger, såkalte P- Δ effekter. Disse effektene er andre-ordens effekter. I henhold til NS-EN 1998-1 punkt 4.4.2.1(2) er det ikke nødvendig å ta hensyn til P- Δ effekter dersom likning (6.34) kan tilfredstilles. $P_{total,i}$ er den totale gravitasjonslasten i og over den betraktede etasjen. $V_{total,i}$ er den totale skjærkraften i etasje i . $d_{r,i}$ er den dimensjonerende forskyvningen mellom etasjene. h_{si} er høyden av etasje i og θ_i kalles sensitivitetsfaktoren og er ubenevnt.

$$\theta_i = \frac{P_{total,i} d_{r,i}}{V_{total,i} h_{si}} \leq 0.10 \quad (6.34)$$

I likning (6.34) er den dimensjonerende forskyvningen mellom etasjene gitt og beregnes som $d_{r,i} = d_{s,i} - d_{s,i-1}$. Verdien av $d_{s,i}$ er den elastiske forskyvningen $d_{e,i}$ multiplisert med konstruksjonsfaktoren for forskyvning slik at det tas hensyn til den uelastiske oppførselen til systemet når konstruksjonen belastes med den dimensjonerende seismiske lasten fra likning (6.31). Verdien for q_d blir presentert som konstruksjonsfaktoren for forskyvning som settes lik q i det videre. Dersom forskyvningene beregnes fra en ikke-lineær analyse der det tas hensyn til konstruksjonens ikke-lineæritet, vil det ikke være nødvendig å ta hensyn til likning (6.35), men da konstruksjonen beregnes som elastisk tas det hensyn til konstruksjonens evne til å deformere seg utover det elastiske området gjennom konstruksjonsfaktoren i responsspektrumet. Som det fremkommer av første del av likningen er det tatt utgangspunkt i definisjonen av duktilitetsfaktoren som angitt i likning (1.48)

$$q = \frac{u_{maks}}{u_y} \quad \rightarrow \quad q_d = \frac{d_s}{d_e} \quad (6.35)$$

I figur 6.5 er forskyvningen av konstruksjonens etasjer vist for de to lasttilfellene, med positivt og negativt torsjonsmoment. Det kan bemerkes at forskyvningen er multiplisert med



Figur 6.5: Forskyvingen av etasjer under dimensjonerende seismisk belastning fra tverrkraftmetoden (Case 1 og Case 2)

konstruksjonsfaktoren. Som det fremkommer av figuren er det klart at at forskyvningen som følge av det positive torsjonsmomentet vil føre til mindre forskyvninger enn de som stammer fra de negative torsjonsmomentene. Det kan også sees at forskyvningen i x -retning er større for Case 1 enn for Case 2, men derimot er forskyvningen større i y -retning for Case 2 enn for Case 1. Med dette konkluderes det med at det positive torsjonsmomentet utelattes fra analysen i det videre samt at de største forskyvningene er å finne for Case 1 i x -retning og Case 2 i y -retning.

I tabell 6.11 er verdiene for $d_{e,i}$ presentert. Verdiene er hentet fra Robot og er forskyvningen av etasjen som beskrevet i avsnitt 4.6. Verdien av $d_{s,i}$ er beregnet i henhold til likning (6.35).

Tabell 6.11: Verdier for dimensjonerende forskyvning ved tverrkraftmetoden

Etasje	Case 1 ($d_{ex,i}$) (m)	Case 2 ($d_{ey,i}$) (m)	Case 1 ($d_{sx,i}$) (m)	Case 2 ($d_{sy,i}$) (m)
4	0.008	0.003	0.024	0.009
3	0.006	0.003	0.018	0.008
2	0.004	0.002	0.012	0.006
1	0.003	0.001	0.009	0.003
u1	0.001	0.000	0.003	0.000

I tabell 6.12 er verdiene for beregning av sensitivitetsfaktoren i henhold til likning (6.34) gitt. Som det fremkommer av tabellen er det ikke nødvendig å kontrollere for andre-ordens virkninger da forskyvningene er små. Det kan merkes at verdien av $\theta_{y,u1}$ ikke er 0, men verdien er å anse som neglisjerbar.

6.5 Oppsummering og diskusjon

I det over ble en seismisk analyse av sengebygg del H utført. Metoden er en forenkelt responspektrum analyse som kalles tverrkraftmetoden i NS-EN 1998-1. Med dette menes

Tabell 6.12: Verdier for sensitivitetsfaktoren ved tverrkraftmetoden for Case 1

Etasje	$P_{total,i}$ (kN)	$V_{total,xi}$ (kN)	$V_{total,yi}$ (kN)	Case 1 ($d_{rx,i}$) (m)	Case 2 ($d_{ry,i}$) (m)	$\theta_{x,i}$	$\theta_{y,i}$
4	5383.4	866.0	1041.8	0.006	0.001	0.0086	0.0012
3	12979.1	1832.8	2204.9	0.006	0.002	0.0094	0.0026
2	20567.1	2548.3	3065.6	0.003	0.003	0.0094	0.0046
1	28142.7	3029.5	3644.6	0.006	0.003	0.0128	0.0053
u1	35921.1	3276.0	3941.0	0.003	0.000	0.0073	0.0000

at kun de karakteristiske verdiene til den første svingeperioden benyttes i responspektrumanalysen og i prinsippet har bygget kun en forskyvningsform der det antas at hele, eller 85% av byggets totale masse er representert. For at metoden skal gi tilfredstillende resultater stilles det krav til konstruksjonens geometri og lastbilde. En kontroll av sengebygg del H 's regularitet ble gjennomført og kontrollen konkluderte med at bygget var regulært i oppriss, men ikke regulært i planet. Med disse kriteriene tillates det i regelverket [24] at tverrkraftmetoden vil gi tilfredstillende resultater dersom en rommelig modell foreligger i analysen. Metoden er en forenklet metode som i tilstrekkelig grad kan gjennomføres ved tradisjonelt statistisk beregningsverktøy eller håndberegninger. Generelt er dimensjonene til bygget i første omgang ikke fastsatt da det ikke er bygget. Forenklete metoder for estimering av den første svingeperioden til bygget vil da kunne være nødvendige. Fem metoder ble benyttet for å estimere byggets svingeperiode der to forskjellige lastfordelinger ble benyttet i metode 5 og en diskusjon foreligger. Den svingeperioden som ga den konservative lasten ble benyttet for å estimere den samlede skjærkraften ved fundamentet og fordelingen av denne lasten over byggets høyde til massesenteret i hver etasje ble utført på to forskjellige måter. Den dimensjonerende seismiske belastningen ble bestemt for to av hovedretningene i den romlige modellen og lastsituasjonen som ga den ugunstigste forskyvningen av bygget ble bestemt. Avslutningsvis ble en kontroll av sensitivitetsfaktoren [24] utført for å undersøke om det var nødvendig å ta hensyn til andre-ordens lastvirkninger under den dimensjonerte seismiske belastningen.

Som konkludert i avsnitt 6.2 var ikke etasje $u1$ å anse som regulær i planet for den gitte belastningen, men dette kunne vært tilfredstilt dersom K_{FYi} i likning (6.4) var redusert. Når byggets sideveis stivhet og rotasjonsstivhet ble bestemt ble det antatt at dekkene i bygget var uendelig stive slik at all kraft ble overført til de vertikale konstruksjonselementene. Det virkelige bygget vil ha en stivhet som er mindre enn den beregnede stivheten som kan føre til at bygget tilfredstiller kravene til regularitet i planet. Dette under forutsetningen at rotasjonsstivheten ikke reduseres tilsvarende eller mer. En annen mulighet ville vært å benytte samme analysemodell, men å redusere stivheten i y -retningen i etasje $u1$.

Det ble konkludert at bygget var regulært i oppriss gjennom en sammenligning av forholdet mellom stivheten til etasjen og den underliggende etasjens stivhet. Tilsvarende ble gjort for massene i bygget. Analysen ga tilfredstillende resultater slik at bygget er å anse som regulært i oppriss, men massen i fjerde etasje er relativt liten slik at en lineær fordeling av de representative treghetskreftene ikke oppstår. Dersom massen hadde vært lik i alle etasjer ville en tilnærmet lineær fordeling av kreftene være å forvente.

Byggets svingeperioder ble bestemt ved forenklete metoder og et overaskende resultat ble konklusjonen. De forenklete metodene som er gitt i NS-EN 1998-1 ga krefter som var lavere enn de beregnet ut fra mer tidkrevende metoder. Med tidkrevende metoder menes her at de gir bedre nøyaktigheten. Da de mer presise metodene er å anse som en

mer korrekt representasjon av svingeperioden er det ikke entydig at forenklete metoder gir konservative laster. En vanlig tolkning av forenklete metoder er at de som oftest vil gi konservative resultater som beskrevet i litteraturen [49]. Analysen som er gjennomført viser at konservative resultater ikke oppstår når likning (6.7) benyttes. I litteraturen [32] konkluderes det med at likning (6.7) vil kunne gi laster som ikke er konservative og at byggets høyde ikke er tilstrekkelig for å estimere byggets første svingeperiode.

Lastene ble fordelt til massesenter i hver etasje der den lineære fordelingen ble valgt da det ikke var nevneverdig differanse mellom de to lastfordelingene. De dimensjonerende lastvirkningene ble bestemt og en kontroll av andre-ordens effekter ble utført. Som det fremkom av analysen var ikke belastningen større enn at bygget fikk en forskyvning på $24mm$ i fjerde etasje. Når bygninger kontrolleres for vindlaster er en normal begrensning at byggets takplan ikke får forskyve seg mere enn $\frac{H}{1500}$ som for det aktuelle bygget er $15mm$.

For at tverrkraftmetoden skal gi tilfredstilte resultater er det intuitivt at bygget bør være så regulært som mulig, massen og stivheten fordelt så jevnt som mulig etasjevis samt at et estimat på den første svingeperioden bør ha en tilfredstillende nøyaktighet. En sammenligning av tverrkraftmetoden og en responspekter analyse på sengebygg del H er av interesse og i avsnitt 7.1 foreligger en analyse og sammenligning.

Kapittel 7

Modal responspektrum analyse av sengebygg del H

7.1 Innledning

I kapittel 5 ble en egenverdianalyse og responspektrum analyse utført på en forenklet modell av sengebygg del H . I kapittel 6 ble lastene som oppstår i sengebygg del H på grunn av jordskjelvet bestemt ved den forenklede responspektrum analysen som kalles tverrkraftmetoden. I dette kapitlet utføres en egenverdianalyse og responspektrum analyse på sengebygg del H der den belastningen det må kontrolleres for i gitte snitt i konstruksjonen bestemmes. I NS-EN 1998-1 er de to analysene betegnet som analysen; modal responspektrum analyse.

I avsnitt 7.2 utføres en egenverdianalyse av sengebygg del H . En diskusjon vedrørende byggets oppførsel foreligger og belastningen bestemmes ved en responspektrum analyse. I kapittel 6 ble det tatt hensyn til en eventuell utilsiktet eksentrissitet av massen og i avsnitt 7.3 implementeres dette i egenverdianalysen. Oppførselen til modellen med en utilsiktet eksentrissitet av massen diskuteres og innvirkning dette har på den seismiske belastningen blir bestemt. I det videre tas det hensyn til en redusert stivhet i enkelte deler av modellen da NS-EN 1998-1 tillater at dette bør gjøres der betongen vil risse som følge av den seismiske belastningen. En diskusjon om den reduserte stivhetens innvirkning på de seismiske lastene foreligger.

Avslutningsvis innhentes de dimensjonerende belastningene i skivene som følge av 48 mulige lastkombinasjoner.

7.2 Responspektrum analyse uten eksentrissitet av massen

Aktiv masse i x -retning

I tabell 7.1 er resultatet fra en egenverdianalyse utført i Robot på sengebygg del H presentert. Analysen er utført på tilsvarende måte som for den forenklede modellen i avsnitt 5.3 der massen i x -retning er satt til å være aktiv. Som det fremkommer av tabellen er svingeperiodene lengere for sengebygg del H enn de som ble bestemt i tabell 5.7. Da massen til

de to systemene har en differanse under 5% som det fremkommer ved en sammenligning av likning (5.36) og (4.34) er det klart at stivheten til de to systemene er forskjellige. Dette fremkommer også ved en sammenligning av stivhetsmatrisene gitt i likning (5.5) og (5.24) og stivhetene bestemt i tabell 6.2. Selv om antagelsene som ligger til grunn i beregningene av disse stivhetene er ganske forskjellige er det klart at utsparingene bidrar til den reduserte stivheten i modellen.

Tabell 7.1: Svingeperioder og effektive modale masser til sengebygg del H for aktiv masse i x -retning

Mode	T_n (s)	$M_{nx\%}^*$ (%)	$\sum M_{nx\%}^*$ (%)	$\frac{T_{n+1}}{T_n}$
1_x	0.411	77.429	77.429	0.30
2_x	0.123	18.650	96.079	0.58
3_x	0.071	0.384	96.463	0.97
4_x	0.069	1.739	98.202	0.82
5_x	0.057	0.390	98.592	0.90
6_x	0.051	0.060	98.652	0.76
7_x	0.039	0.013	98.665	0.97
8_x	0.038	0.033	98.698	1.00
9_x	0.038	0.021	98.719	0.95
10_x	0.036	0.000	98.719	-

I tabell 7.1 sees også at 96% av modellens masse er representert ved de to første svingeformene. Sammenlignet med tverrkraftmetoden der det ble antatt at 85% av byggets totale masse var representert ved den første svingeformen, er det her bare 77%. Som det fremkommer av tabellen og av modene 3_x , 5_x , 6_x , 7_x , 8_x og 9_x er de i henhold til NS-EN 1998-1 ikke uavhengige og dersom disse skal kombineres må det benyttes en mer nøyaktig kombinasjons metode enn kvadratrotten av summen av kvadrater. Det overnevnte er ikke helt presist da det kun er de modale responsene som virker i en retning (eksempelvis x -retning) som skal kombineres og da konstruksjonen ikke har et sammenfallende stivhet og masse-senter vil moder i den ortogonale retningen ha en innvirkning. Det er kun nødvendig å medta de to første svingeformene i henhold til NS-EN 1998-1 og kvadratrotten av summen av kvadrater er da tilfredstillende som kombinasjonsmetode for de modale responsene.

Aktiv masse i y -retning

Tilsvarende som for modellen i avsnitt 5.3 settes massen i y -retning til å være aktiv og resultatet fra den egenverdianalysen er vist i tabell 7.2. Som det fremkommer av tabellen er 76% av byggets totale masse representert ved de to første svingeformene og det er nødvendig å medta de fire første svingeformene for at regelverket skal være tilfredstilt. Også her er ikke alle modene uavhengig av hverandre. Dette gjelder for 7_y , 8_y og 9_y og tilsvarende konklusjoner gjøres som for analysen med aktiv masse i x -retning.

Aktiv masse i x - og y -retning

I tabell 7.3 er en egenverdianalyse utført i Robot der både massen i x - og y -retning er aktive. Som det fremkommer av tabellen og en sammenligning med tabell 7.1 og 7.2 er det noen forskjeller. For mode 1 gjenkjennes verdiene for 1_x i tabell 7.1, for mode 2 er

Tabell 7.2: Svingeperioder og effektive modale masser til sengebygg del H for aktiv masse i y -retning

Mode	T_n (s)	M_{ny}^* (%)	$\sum M_{ny}^*$ (%)	$\frac{T_{n+1}}{T_n}$
1_y	0.258	58.069	58.069	0.80
2_y	0.205	17.914	75.983	0.38
3_y	0.079	13.889	89.872	0.82
4_y	0.064	2.271	92.143	0.86
5_y	0.055	0.225	92.367	0.90
6_y	0.050	3.787	96.154	0.89
7_y	0.044	0.137	96.291	0.97
8_y	0.043	0.918	97.209	0.95
9_y	0.041	0.012	97.221	0.96
10_y	0.039	0.121	97.342	-

det intuitivt at dette skal være 1_y som i tabell 7.2, men en differanse er å merke i den effektive modale massen i prosent og i svingeperioden. Årsaken til at det er en forandring når massene for de to retningene er aktive må være at bygget ikke beveger seg kun i den retningen som den aktive massen er påsatt. Da bygget vil oppleve vridninger når det svinger fritt vil forskyvninger av masse som ikke er parallellt med den aktive massens retning ikke bli medtatt i beregningen. Når massen for begge retningene medtas vil slike effekter fanges opp som vil føre til en økning i andel masse og av den grunn forlenge svingeperioden som for enkelte moder i tabell 7.3.

Det er den mest nøyaktige representasjonen av virkeligheten som etterstrebes og av den grunn velges det å benytte at massen virker i begge retninger. Det kan bemerkes at Robot tillater å ta hensyn til massen i z -retning slik at de vertikale svingemodene kan inngå i beregningen. Det sees bort ifra den vertikale komponenten av den seismiske påvirkningen i denne avhandlingen. Det kan imidlertid bemerkes at i henhold til NS-EN 1998-1 punkt 4.3.3.5.2(1) anbefales det at det tas hensyn til den vertikale komponenten av den seismiske belastningen når $a_{vg} > 2.5 \frac{m}{s^2}$. For den aktuelle plasseringen av bygget gir dette $a_{vg} = 0.6a_g = 0.53 \frac{m}{s^2}$. Koeffisienten 0.6 er gitt i det nasjonale tillegget i NS-EN 1998-1.

Tabell 7.3: Svingeperioder og effektive modale masser til sengebygg del H for aktiv masse i x - og y -retning

Mode	T_n (s)	M_{nx}^* (%)	$\sum M_{nx}^*$ (%)	M_{ny}^* (%)	$\sum M_{ny}^*$ (%)
1	0.411	77.297	77.297	0.035	0.035
2	0.261	0.135	77.432	51.530	51.566
3	0.212	0.030	77.462	24.412	75.978
4	0.123	18.546	96.008	0.030	76.009
5	0.079	0.153	96.162	12.626	88.635
6	0.070	1.883	98.045	1.249	89.883
7	0.066	0.098	98.143	1.900	91.783
8	0.061	0.009	98.151	0.456	92.240
9	0.057	0.378	98.530	0.024	92.263
10	0.052	0.062	98.591	0.031	92.295

I figurene 7.1-7.5 er de tilhørende svingeformene til tabell 7.3 vist. Det vises både mo-

den i perspektiv og tilhørende oppriss, sideriss eller plan. Den lengste svingeperioden har en dominerende svingende masse i x -retning på 77% av den totale massen i bygget. Den tilhørende svingeformen er dominerende i x -retning som fremkommer av de øverste rammene i figur 7.1. Den andre svingeformen har en effektiv modal masse som er dominerende i y -retning. Av disse grunner er det naturlig å kommentere den første svingeperioden i henholdsvis x - og y -retning med de tilsvarende svingeperiodene som var bestemt ved de forenklede metodene i avsnitt 6.3.

Som det fremkommer av en sammenligning av de to første svingeperiodene i tabell 7.1 og 6.8 er det klart at estimatet for svingeperiodene er ganske like de som ble estimert ved metode 3. Det er en differanse mellom de to periodene på 0.01s i x -retning og 0.005s i y -retning. Dersom all masse var representert ved disse svingeperiodene som er den konservative antagelsen som ble ansett som en øvre grense av kreftene i likning (6.24), kan et tilsvarende estimat gjøres og en sammenligning kan foreligge. I likning (7.1) er øvre grense på kreftene vist. Differansen i krefter er henholdsvis 17% og 0% for x - og y -retning. Grunnen til at det ikke er en differanse mellom kreftene i den ene retningen er at svingeperioden for denne moden ligger i området for konstant spektralakselerasjon. Dette viser også graden av feilestimat på den første svingeperioden som oppstår når likning (6.7) blir benyttet for å estimere den første svingeperioden.

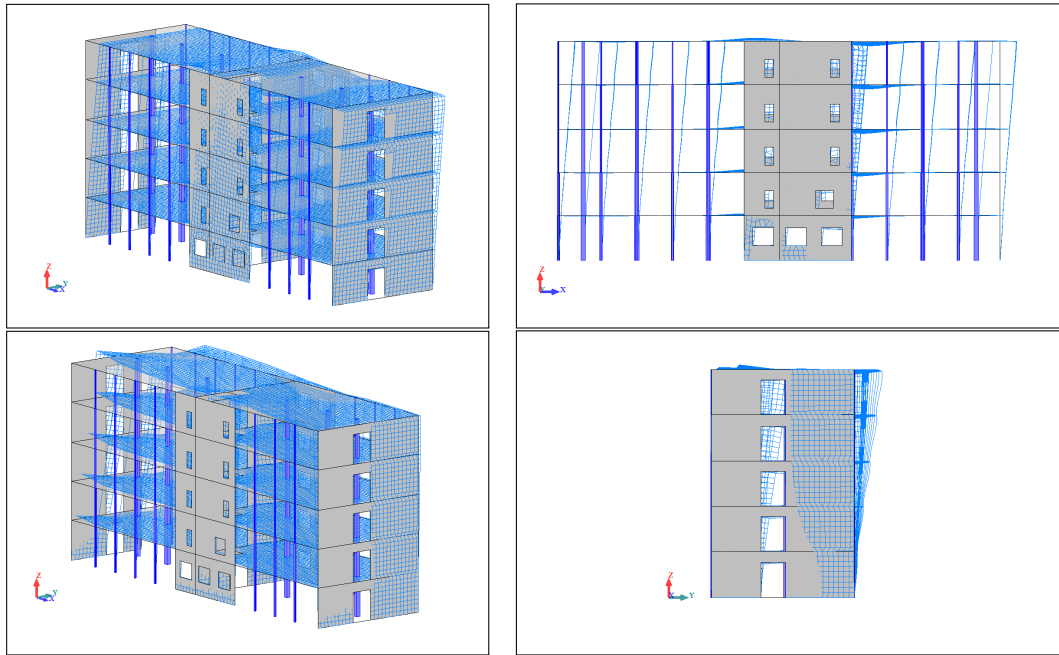
$$\begin{aligned} F_{bx,0} &= Sd(0.411s)m_{total} = 1.0778 \frac{m}{s^2} \times 3662933kg = 3947.9kN \\ F_{by,0} &= Sd(0.261s)m_{total} = 1.2657 \frac{m}{s^2} \times 3662933kg = 4636.1kN \end{aligned} \quad (7.1)$$

Den andre svingeformen er vist i de to nederste modellene i figur 7.1. Den effektive modale massen i prosent er dominerende i y -retning, men det er ikke en uniform forskyvning over byggets lengde som det fremkommer av figuren. Forskyvningen er større ved akse 1 da bygget er mindre stivt i dette området noe som fører til en torsjonsvridning. Omtrent 51% av massen til bygget er representert ved denne svingeformen.

I figur 7.2 er den tredje svingemoden vist. Mode 3 har en dominerende effektiv modal masse i prosent i y -retning. Tilsvarende som for mode 2 er gir dette opphav til vridninger da den horisontale forskyvningen i deler av bygget er forskjellig. Svingeformen er dominerende i y -retningen. Som det fremkommer utgjør geometrien og fordelingen av stivheten til konstruksjoner en betydelig del av kompleksiteten ved dynamisk oppførsel. Eksempelvis vil et bygg som danner en vinkel sett i planet generelt gi opphav til torsjonsvirkninger da stivhetssenteret ikke sammenfaller med massesenteret. En løsning på dette problemet vil kunne være å dele bygningene i vinkelen med en ekspanderende fuge slik at de kan bevege seg uavhengig av hverandre og av den grunn kunne beregnes som to separate konstruksjonsdeler. Dersom bygget hadde vært dobbeltsymmetrisk og massen hovedsakelig plassert i dekkene er det enklere å gjenkjenne de globale svingeformene.

Den fjerde svingeformen er vist i figur 7.2 og er representert med 18% av den totale massen i x -retning. Denne svarer til den andre svingeformen i x -retning. Svingemode 5 og 6 er vist i figur 7.3. Mode 5 som det fremkommer av tabell 7.1 har en dominerende masse i y -retning. Mode 6 har nesten lik masse i de to retningene og vil da være og anse som en torsjonsmode.

I avsnitt 5.3 ble en tolkning av svingemodene for den forenklede modellen av sengebygg del *H* presentert. Som det fremkommer av det over er ikke svingemodene tilsvarende dominerende i sengebygg del *H*. Årsaken til dette må være byggets fordelig av stivhet. Da

Figur 7.1: Svingemode 1 og 2 til sengebygg del H

modellen som betraktes i denne analysen helt klart ikke er symmetrisk vil vridninger i større grad inntreffe. Selv om en viss vridning inntreffer innefor de to første svingeformene vil ikke disse være torsjonsmoder og torsjonsradien for de to retningne vil være større eller lik gulvmassens treghetsradius som angitt i litteraturen [18] som også ble kontrollert i avsnitt 6.2.

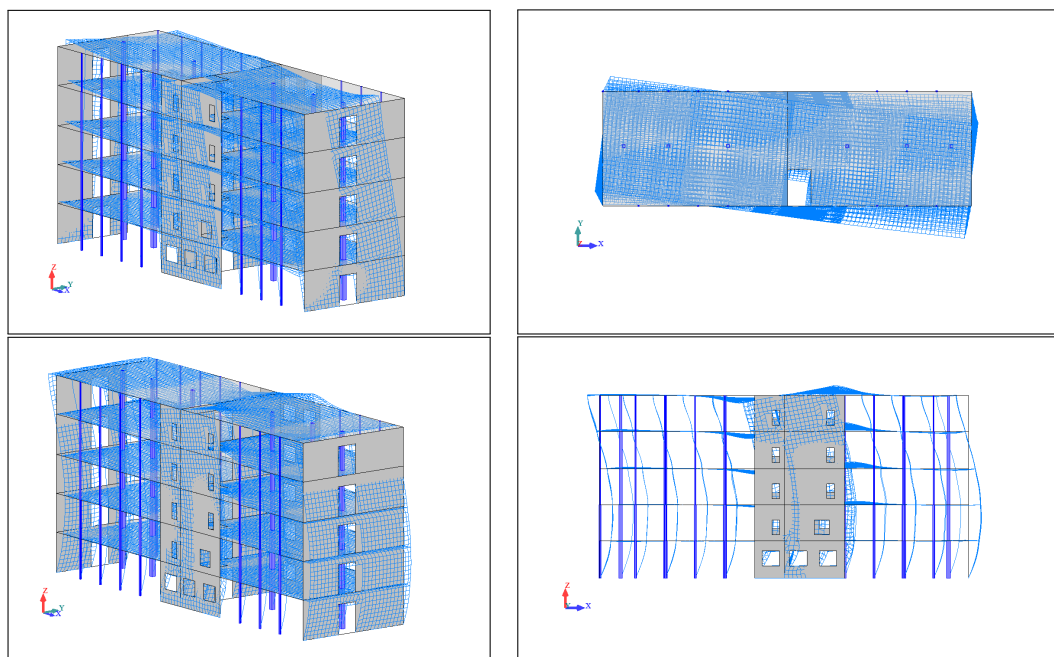
Kombinasjon ved fullstendig kvadratisk kombinasjon

I det videre benyttes verdiene i tabell 7.3 for beregning av de maksimale responsene. Som omtalt avsnitt 1.16 må det tas hensyn til virkningen mellom node n og s når de ikke kan ansees som uavhengig av hverandre. Når modene er avhengig av hverandre kan kombinasjonen av de modale responsmengdene gjøres ved fullstendig kvadratisk kombinasjon. I likning (1.101) ble den maksimale responsen r_0 gitt og likningen er gjengitt i likning (7.2) for ordens skyld. ρ_{sn} er korrelasjonskoeffisienten.

$$r_0 \simeq \sqrt{\sum_{s=1}^N \sum_{n=1}^N \rho_{sn} r_{s0} r_{n0}} \quad , \quad \rho_{sn} \in [0, 1] \quad (7.2)$$

I henhold til litteraturen [5] benyttes korrelasjonskoeffisienten som svarer til Armen Der Kiureghian's korrelasjonskoeffisient [3] som gitt i likning (7.3) når de modale dempningsforholdene er like, som i beregningene i Robot for det aktuelle tilfellet er $\zeta = 5\%$ eller $\eta = 1$. Verdien av Ω som angitt i litteraturen [5] er gitt som den minste verdien av forholdet mellom svingeperiodene til mode n og s eller s og n som angitt i likning (7.4).

$$\rho_{sn} = \frac{8\zeta^2(1 + \Omega)\Omega^{\frac{3}{2}}}{(1 - \Omega^2)^2 + 4\zeta^2\Omega(1 + \Omega)^2} \quad \in [0, 1] \quad (7.3)$$



Figur 7.2: Svingemode 3 og 4 til sengebygg del H

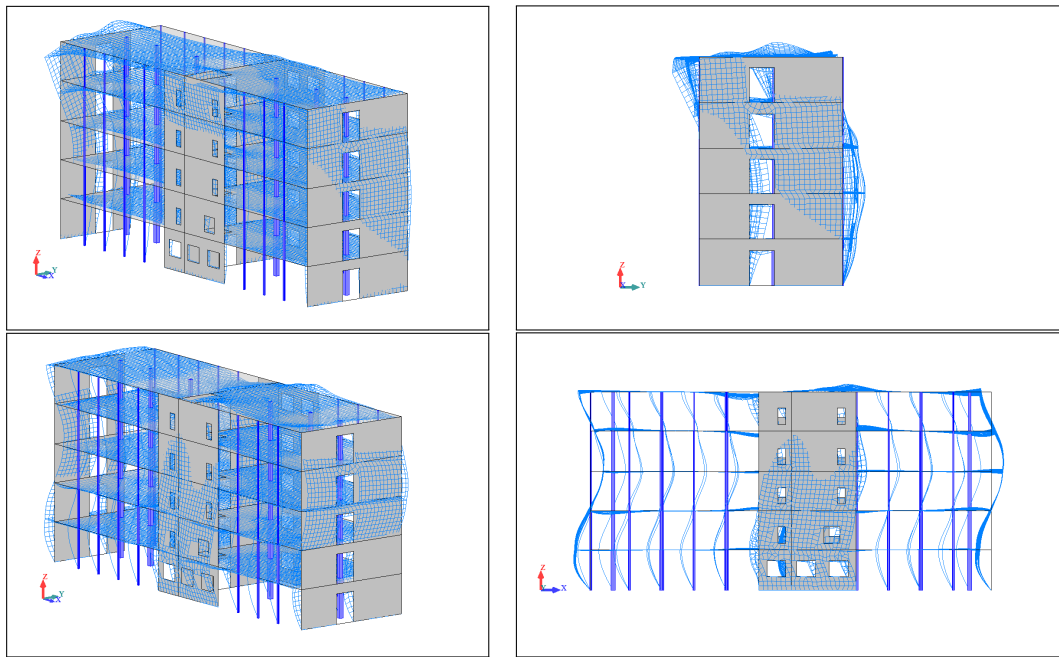
$$\Omega = \min \left\{ \frac{T_s}{T_n}; \frac{T_n}{T_s} \right\} \quad (7.4)$$

Kombinasjonen av de maksimale responsene i analysen kan utføres ved kvadratroten av summen av kvadrater, men det velges å benytte kombinasjonsmetoden som presentert over. Årsaken til dette er at Robot tillater at man enkelt kan bytte mellom de forskjellige kombinasjonsmetodene og da fullstendig kvadratisk kombinasjon gir en lavere samlet lastvirkning ved fundamentet benyttes denne.

Seismisk belastning

I likning (7.5) og (7.6) er den samlede skjærkraften og momentet ved fundamentet presentert. Belastningen fremkommer når mode 1 – 7 i tabell 7.3 benyttes. For å bestemme den seismiske belastningen i hver av hovedretningene gjennom responsspekteranalysen som utføres, er det strengt nødvendig kun å medta mode 1 og 4 for x -retning samt 2, 3, 5, 6 og 7 for y -retning for å tilfredstille regelverket, men det velges i denne analysen å benytte alle modene som tidligere beskrevet for å bestemme kreftene. Differansen ved å gjøre dette er ikke av stor betydning da bidraget til den samlede kraften vil være liten for de modene med liten effektiv modal masse. Kreftene er bestemt på tilsvarende måte som for den forenklede modellen i avsnitt 5.3, men med en annen kombinasjonsmetode.

$$\begin{aligned} V_{fundament,x} &= 3180.3kN \\ M_{fundament,y} &= 47595.1kN \end{aligned} \quad (7.5)$$

Figur 7.3: Svingemode 5 og 6 til sengebygg del H

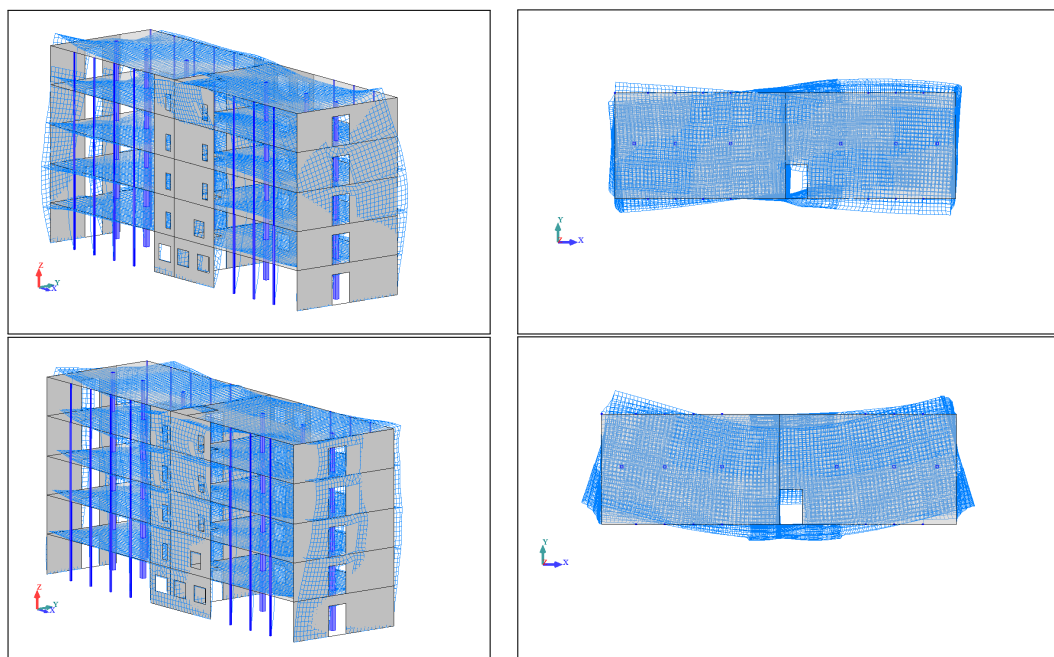
$$\begin{aligned} V_{fundament,y} &= 2903.3kN \\ M_{fundament,x} &= 44482.5kN \end{aligned} \quad (7.6)$$

Diskusjon

I det over ble en responspektrum analyse utført på sengebygg del H i Robot. Først ble massens bidrag i hver av retningene betraktet i to egenver dianalyser. I det videre ble det tatt hensyn til massens forskyvning i både x - og y -retning simultant. En diskusjon og presentasjon av de tilhørende svingeformene ble utført. De modale responsene ble kombinert ved en fullstendig kvadratisk kombinasjon i Robot. Skjærkraften og momentet ved fundamentet ble innhentet fra beregningsprogrammet og presentert.

En sammenligning av skjærkraften ved fundamentet bestemt ved tverrkraftmetoden som gitt i likning (6.26) og skjærkraften bestemt for den responspekteranalysen som gjennomført foreligger. Som det fremkommer av sammenligningen er den samlede reaksjonskraften i x -retning redusert med 3%. I y -retning derimot er reduksjonen på 26%. Det bemerkes at det er en differanse i summen av den effektive modale massen i prosent. Dersom ikke alle de syv modale responsen hadde vært medtatt i x -retning ville differansen vært større. Det må allikevel påpekes at en betydelig reduksjon ikke tillates da de effektive modale massene for x -retningen er for to av svingeformene store.

En annen sammenligning kan også utføres ved å sammenligne kreftene i likning (7.5) og (7.6) med de bestemt for den analytiske modellen i avsnitt 5.2. Det vises at differansen er 25% for skjærkraften i x -retning og 31% for y -retningen. For momentene er differansen på henholdsvis 23% og 28%. Årsaken til at det er interessant å sammenligne stavmodellen med sengebygg del H er at dimensjonene til de to modellene ikke er for ulike. Differansen i masse er heller ikke av stor betydning. Differansen i krefter for de to modellene ligger

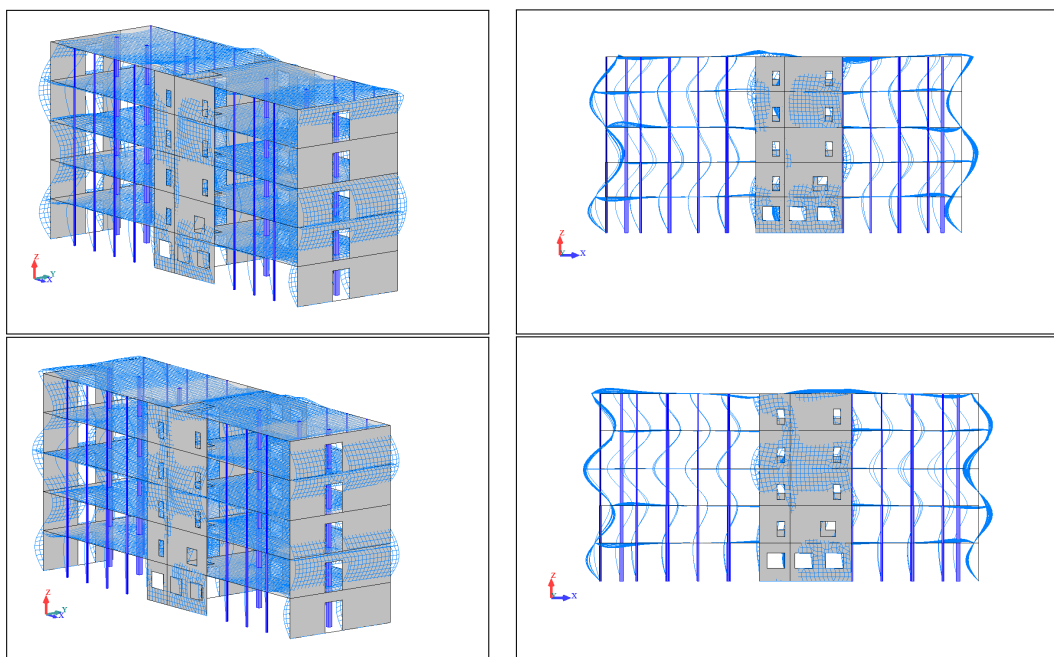

 Figur 7.4: Svingemode 7 og 8 til sengebygg del H

tilnærmet under 30% som forøvrig vil være i overkant av hva som kan ansees som et tilfredsstillende overslag. Modellenes stivhet er såpass forskjellig at en annen modell er å foretrekke da de to modellene egentlig representerer forskjellige konstruksjoner med forskjellige antagelser. Tverrkraftmetoden må av de sammenligninger som gjennomført i det over være å foretrekke om en alternativ metode for bestemmelse av de seismiske lastene skal benyttes. Det må igjen bemerkes at konstruksjonen ikke var regulær i planet og en romlig modell måtte benyttes. Da tilgjengelig programvare foreligger vil en responspekteranalyse gi den mer korrekte beskrivelsen av de maksimale responser bygget får.

7.3 Responsspektrum analyse med eksentrisitet av massen og redusert stivhet

Utsiktet eksentrisitet

I avsnitt 7.2 ble en responspektrum analyse utført på sengebygg del H . I analysen var det to faktorer som ble utelatt fra analysen. Den første av de to var neglisjeringen av den utsiktete eksentrisiteten av massen til bygget. En egenverdianalyse utført i Robot der det tas hensyn til den utsiktete eksentrisiteten i analysen gjennom en relativ forskyving på 5% av massen kan utføres. Robot kan ta hensyn til masseforskyvningen i analysen ved å definere tilleggsmasser i nodene som modellerer den relative eksentrisiteten [5]. Dette ansees som den mest nøyaktige beskrivelsen av massens utsiktete eksentrisitet som er tilgjengelig i Robot. Da det foreskrives en relativ masseforskyvning kan forskyvningen ha fortegn. Det etableres en egenverdianalyse for hver av de utsiktete eksentrisitetene. Det vil si at det utføres åtte egenverdianalyser, en for hver av tilleggsmassene e_x , $-e_x$, e_y , $-e_y$, $(-e_x - e_y)$, $(-e_x + e_y)$, $(e_x - e_y)$ og $(e_x + e_y)$. Det utføres så responspektrum analyser som gir 16 seismiske belastninger, to for hver av hovedretningene. Tilsvarende som for tverrkraftmetoden genereres tilhørende fire lasttilfeller som følge av antagelsen om

Figur 7.5: Svingemode 9 og 10 til sengebygg del H

at den seismiske belastningen virker simultant i den romlige modellen. Dette svarer til 32 lasttilfeller i tillegg til de 16 fra full belastning i den ene av hovedretningene.

I tabell 7.4 er den samlede skjærkraften ved fundamentet for sengebygg del H vist når forskjellige utilsiktede eksentrisiteter av massen benyttes. Den samlede skjærkraften ved fundamentet i tabellen resulterer fra kreftene som kommer når den seismiske belastningen virker alene i hver av hovedretningene. Det bemerkes at kreftene som resulterer fra hver av hovedretningene følgelig vil gi en liten kraft i den ortogonale retningen, men denne er ikke av betydning. Det er også benyttet 10 moder og fullstendig kvadratisk kombinasjon i responspekteranalysen. Det vil si at minimumskravene i regelverket ikke er lagt til grunn, men et tilsterkelig antall moder foreligger for bestemmelse av den masseeksentrisitet som vil gi den lastkombinasjonen det må dimensjoneres for. Som det fremkommer av tabell 7.4 er den utilsiktede eksentrisiteter av massen som gir den største samlede skjærkraften ved fundamentet ($e_x - e_y$) for skjærkraften i x -retning og ($e_x + e_y$) for y -retning. For enkelhetens skyld og da det differerer bare $5kN$ i y -retning mellom de to resulterende kreftene, velges det å benytte den utilsiktede eksentrisiteten av massen der relativ forskyvning i positiv x -retning og relativ forskyvning i negativ y -retning på 5% foreligger.

I tabell 7.5 er nøkkelverdiene av en egenverdianalyse med aktiv masse i x -retning og y -retning med ($e_x - e_y$) som utilsiktet eksentrisitet av massen presentert. Som det fremkommer av en sammenligning mellom tabell 7.3 og tabell 7.5 sees at 90% av den totale massen er representert ved de fem første modene for y -retning i motsetning til 7 moder der det ikke var påsatt eksentrisitet på massen. Det vil si at for å tilfredstille regelverket må mode 1 og 4 medtas i responspektrum analysen for å beregne den maksimale seismiske responsen i x -retning. For responsen i y -retning er det nødvendig å ta med mode 2, 3 og 5. I det videre velges å benytte mode 1 – 5 når responsene i konstruksjonen skal bestemmes på bakgrunn av verdiene i tabell 7.5 og fullstendig kvadratisk kombinasjon. Med dette innføres unøyaktigheter i beregningen, men dette er ikke av betydning som beskrevet tidligere.

Kreftene fra responspektrum analysen som følge av mode 1 – 5 i tabell 7.5 kombinert

Tabell 7.4: Samlet skjærkraft ved fundamentet som følge av forskjellige utilsiktede eksentrisiteter av massen

Eksentrisitet av massen	$V_{fundament,x}$ (kN)	$V_{fundament,y}$ (kN)
$-e_x$	3179.3	2812.2
e_x	3181.1	3101.6
$-e_y$	3185.2	2902.0
e_y	3174.1	2906.0
$(-e_x - e_y)$	3184.7	2811.8
$(-e_x + e_y)$	3172.6	2814.0
$(e_x - e_y)$	3185.8	3099.7
$(e_x + e_y)$	3175.3	3105.4

 Tabell 7.5: Svingeperioder og effektive modale masser til sengebygg del H for aktiv masse i x -retning og y -retning med $(e_x - e_y)$ som utilsiktet eksentrisitet av massen

Mode	T_n (s)	M_{nx}^* (%)	$\sum M_{nx}^*$ (%)	M_{ny}^* (%)	$\sum M_{ny}^*$ (%)
1	0.411	77.377	77.377	0.019	0.019
2	0.253	0.070	77.447	55.410	55.429
3	0.219	0.018	77.465	20.510	75.939
4	0.123	18.580	96.045	0.026	75.965
5	0.078	0.114	96.158	14.271	90.235
6	0.070	1.759	97.917	1.112	91.347
7	0.067	0.228	98.145	0.531	91.878
8	0.061	0.008	98.153	0.333	92.211
9	0.057	0.365	98.519	0.038	92.248
10	0.052	0.067	98.586	0.098	92.347

med fullstendig kvadratisk kombinasjon er gitt i likning (7.7) og (7.8). Dersom en sammenlikning med de maksimale responsene i likning (7.5) og (7.6) utføres sees at belastningen ikke nevneverdig påvirkes av eksentrisiteten $(e_x - e_y)$ i x -retning. I y -retning er differansen omtrent 6% for både skjærkraften og momentet. Når det tas hensyn til den utilsiktede eksentrisiteten kan ikke enkelte eksentrisiteter av massen enkelt utelukkes, slik at lastifellene som det må kontrolleres for reduseres.

$$\begin{aligned} V_{fundament,(e_x-e_y),x} &= 3183.6kN \\ M_{fundament,(e_x-e_y),y} &= 47670.2kN \end{aligned} \quad (7.7)$$

$$\begin{aligned} V_{fundament,(e_x-e_y),y} &= 3091.5kN \\ M_{fundament,(e_x-e_y),x} &= 47472.1kN \end{aligned} \quad (7.8)$$

Redusert stivhet

Den andre av de to faktorene omhandler materialets stivhet. I henhold til NS-EN 1998-1 punkt 4.3.1(6) bør det tas hensyn til virkningen rissdannelse i betongen. Det er ikke

nødvendig å ta hensyn til den reduserte stivheten når de seismiske lastene bestemmes, men en redusisjon kan oppnås. Punkt 4.3.1(7) gir rom for tolkning av hva regelverket mener.

Med mindre det utføres en mer nøyaktig beregning av de opprissede bygningsdelene, kan de elastiske bøy- og skjærstivhetsegenskapene til betong- og murbygningsdeler settes lik halvparten av den tilhørende stivheten for de uopprissede bygningsdelene. NS-EN 1998-1 punkt 4.3.1(7)

I denne avhandlingen og for sengebygg del H tolkes punkt 4.3.1(7) som; om ikke mere detaljerte beregninger foreligger, kan bøy- og skjærstivheten til de konstruksjonsdeler som risser settes lik halvparten av stivheten til det tilsvarende uopprissede tverrsnittet. Stivheten som skal reduseres er den stivheten betongen har når flyt initieres i armeringen. Dersom betongtverrsnittet er normal- eller underarmert [42] vil armeringen begynne å flyte når betongens kapasitet i strekk er overskredet som omtalt i avnitt 1.7. Dersom den dimensjonerende seismiske belastningen bestemt ved responsspektrum analysen forårsaker at middelverdien av betongens strekkfasthet f_{ctm} overskrides i områder av bæresystemet, er det disse områdene av konstruksjonen som armeringen vil kunne begynne å flyte og betongen risse. Det må da kontrolleres om strekkfastheten er overskredet i områder under den seismiske dimensjonerende belastningen.

Generelt vil stivheten til betongtverrsnitt som har risset være redusert. Konstruksjonen kan ha risset av forskjellige årsaker før den seismiske belastningen inntreffer. Dersom større opprissing forekommer som følge av horisontale krefter, eksempelvis vindlaster, betyr dette at den seismiske belastningen ikke er den dimensjonerende belastningen, men dette neglisjeres i denne avhandlingen. Da stivheten kan reduseres med 50% antas det at dette er et konservativt estimat for stivheten til de opprissede delene av sengebygg del H som følge av den seismiske belastningen. Da en redusert stivhet vil i det betraktede tilfellet føre til en reduksjon av lastene, er det konservativt at stivheten ikke reduseres til den virkelige stivheten til det opprissede tverrsnittet da dette ville gitt reduserte laster. Det bør forøvrig bemerkes at i den seismiske analysen er det kun det primære hovedbæresystemet som motstår den seismiske belastningen som bidrar til stivheten i systemet (sett bort ifra søylene). I det virkelige bygget vil alle komponenter, eksempelvis en skillevegg bidra til en økt stivhet og følgelig en økt masse, men disse bidragene neglisjeres i den seismiske analysen. Det er påpekt i litteraturen [49] at det bør vises forsiktighet når stivheten halveres da det kan gi et ikke-konservativt bilde av stivheten til bygget. Middelveidien for betongens strekkfasthet er gitt tabell 4.2.

$$\begin{aligned}
 & \sum G_{k,i} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} A_{Edx,(e_x-e_y)} && \text{Case 3} \\
 & \sum G_{k,i} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} A_{Edy,(e_x-e_y)} && \text{Case 4} \\
 & \sum G_{k,i} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} (1.0) A_{Edx,(e_x-e_y)} + (0.3) A_{Edy,(e_x-e_y)} && \text{Case 5} \\
 & \sum G_{k,i} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} (1.0) A_{Edx,(e_x-e_y)} + (-0.3) A_{Edy,(e_x-e_y)} && \text{Case 6} \\
 & \sum G_{k,i} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} (0.3) A_{Edx,(e_x-e_y)} + (1.0) A_{Edy,(e_x-e_y)} && \text{Case 7} \\
 & \sum G_{k,i} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} (0.3) A_{Edx,(e_x-e_y)} + (-1.0) A_{Edy,(e_x-e_y)} && \text{Case 8}
 \end{aligned} \tag{7.9}$$

Som tidligere beskrevet i avsnitt 6.4 må det antas at de seismiske lastene kan virke simultant, men at belastningen i hver hovedretning ikke opptrer med maksimalverdi likt. Det tas hensyn til dette på tilsvarende måte som for tverrkraftmetoden i avsnitt 6.4. I likning

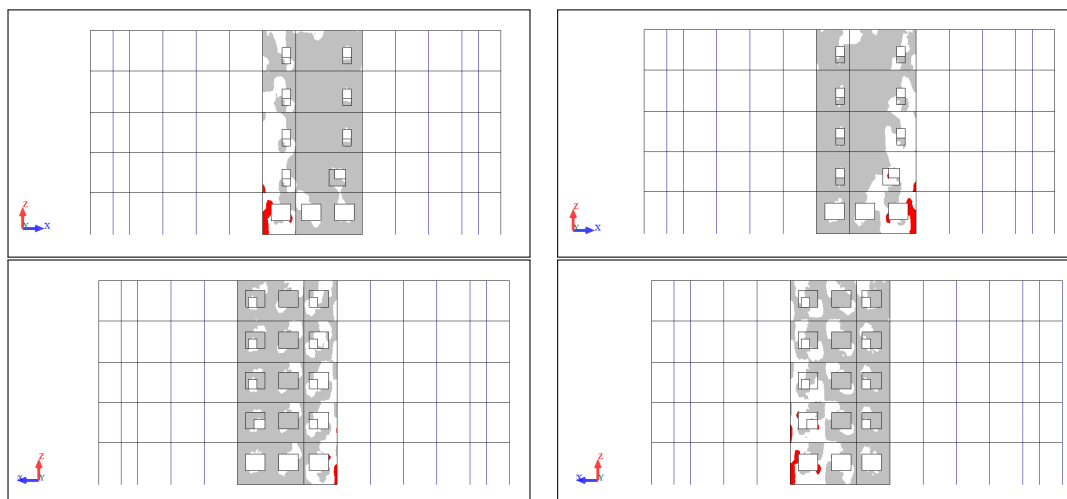
(7.9) er de lasttilfeller som er aktuelle for bestemmelse av den ugunstigste belastningen når den utilsiktede eksentrisiteten ($e_x - e_y$) av massen medtas. I det videre undersøkes det hvilken av lasttilfellene Case 5 – 8 som forårsaker at betongens strekkfasthet er overskredet i størst område. Det kan bemerkes at det strengt talt er nødvendig å utføre tilsvarende analyse for alle de åtte eksentrisitetene, men i denne avhandlingen betraktes kun ($e_x - e_y$) for bestemmelse av redusert stivhet.

I det forgående har det ikke vært nødvendig å ta hensyn til retningen på den maksimale responsen som opptrer i konstruksjonen. Det vil si de ukjente algebraiske fortegnene som ble borte når de modale responsene ble kombinert. Dette er ikke av betydning når de samlede kreftene ved fundamentet bestemmes og når deres fortegn ikke er av interesse. Men når kreftene i konstruksjonsdeler skal bestemmes er det viktig at dette tas høyde for. Som det fremkommer av tabell 7.1, 7.2, 7.3 og 7.5 har sengebygg del H en mode i x -retning og en mode i y -retning som har betydelig mer effektiv modal masse enn de øvrige modene og det er disse forskyvningsformene som gir den dominerende responsen på konstruksjonen. Dersom en sammenligning utføres med analysen i avsnitt 5.2 der de n 'te modes statiske bidrag ble vist, sees at bidraget til den totale responsen er betydelig større for den dominerende moden. Det er i den sammenheng fornuftig å anta at de maksimale responsene som virker på de enkelte konstruksjonsdeler vil ha de samme fortegnene som responsene forårsaket av de statiske kreftene til den dominerende moden. Dette gjelder selvfølgelig for de respektive retningene. Robot kan ta hensyn til dette ved å spesifisere den moden som fortegnene skal innhentes fra. Da det er klart fra tabell 7.5 at mode 1 bør velges for x -retning, er dette ikke nødvendigvis tilfellet dersom den dominerende moden ikke klart kan defineres. For y -retning er den dominerende moden mode 2. Det kan bemerkes at fortegnene til kreftene i konstruksjonsdeler også kan bestemmes på bakgrunn av fortegnene som ble bestemt etter tverrkraftmetoden som angitt i litteraturen [28].

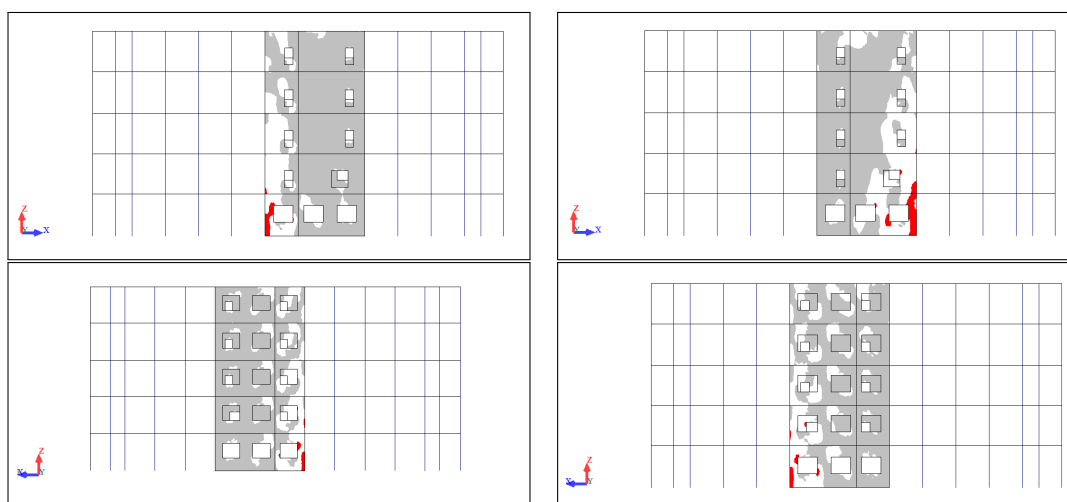
I figur 7.6-7.9 er normalkraften pr. meter N_{zz} i betongen vist grafisk under de gitte lasttilfellene (Case 5-8). Bildene til venstre og høyre viser henholdsvis den seismiske belastningen med positivt og negatitivt fortegn. For enkelhetens skyld er verdien av N_{zz} angitt med farger. $0 < N_{zz} < 250mmf_{ctm} = 800\frac{kN}{m}$ er markert som hvitt. $N_{zz} < 0$ er markert med grått og $N_{zz} > 250mmf_{ctm}$ er markert med rødt. Det betyr at i områder som er hvite eller røde er betongen utsatt for strekk mens i de grå områdene er betongen utsatt for trykk. I områder som er markert med rødt vil middelverdien til betongens strekkfasthet være overskredet og det er i disse områdene skivene er mest utsatt. Det bør bemerkes at i de områdene hvor betongens strekkfasthet ikke overskrides vil betongen ikke risse og det er heller ikke nødvendig å armere betongen med annet en minimumsarmeringen. Figurene viser de områdene i den romlige modellen som vil ha en overskredet strekkfasthet. Som tidligere omtalt antas det at søylene ikke motstår de horisontale lastene og av den grunn anses som elastiske.

Som det fremkommer av figurene 7.6 - 7.9 er det Case 5 og 6 som gir de største arealene der betongens strekkfasthet er overskredet. Da en reduksjon av betongstivheten i bygget som analyseres vil føre til en forlengelse av svingeperiodene, vil det i dette tilfelle føre til mindre laster. Det er da ikke nødvendigvis riktig å halvere stivheten i alle konstruksjonsdeler der strekkfastheten er overskredet, men en modifisering av stivheten i enkelte deler vil føre til en annen presentasjon av normalkraften i skivene. Det bør bemerkes at skiven i akse 8 ikke er presentert, men tilsvarende som skivene i akse 1 og 15 viser skiven lite eller ingen opprissing.

I de fire bildene i figur 7.6 og 7.7 er responsen fra henholdsvis Case 5 og 6 vist. Som det



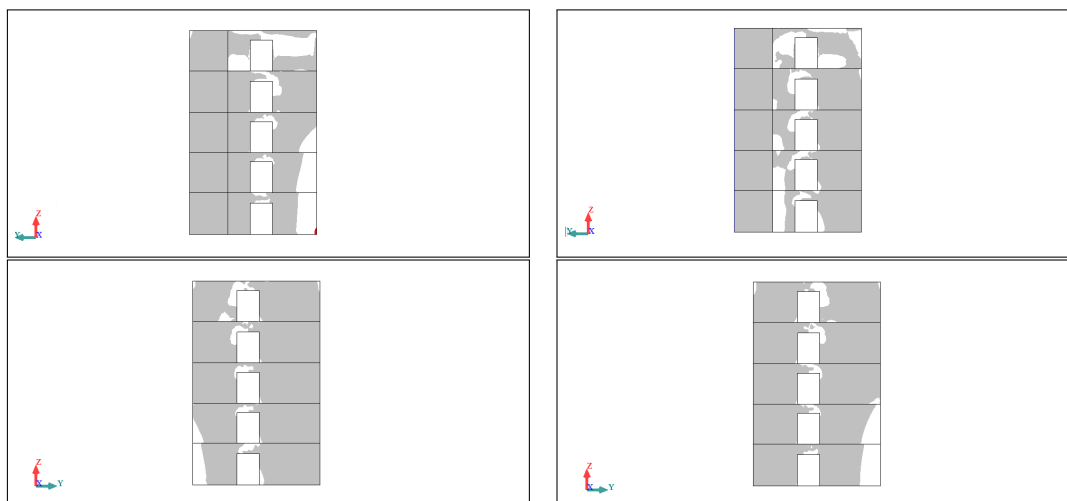
Figur 7.6: Grafisk presentasjon av normalkraft i skiver under belastningen Case 5. Skive akse A (øverst) og skive akse C (nederst)



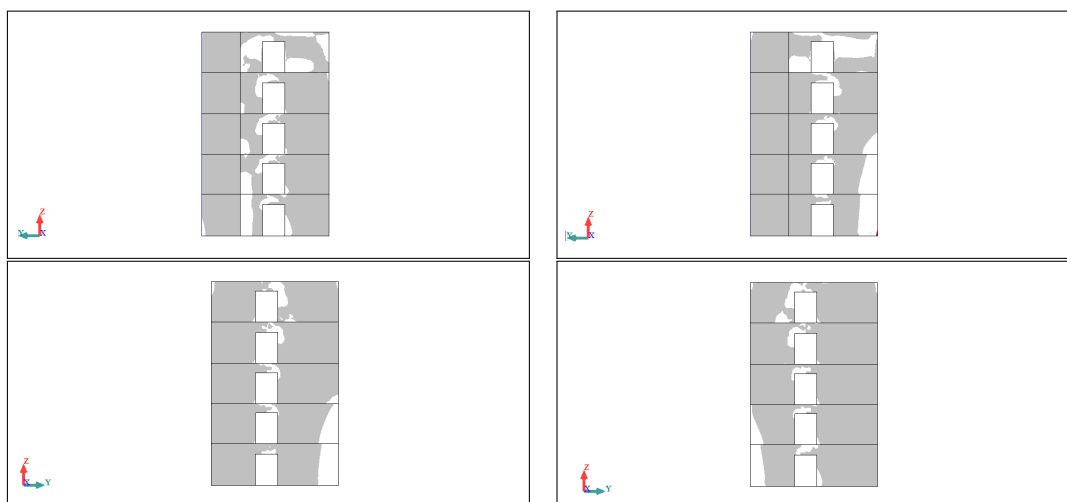
Figur 7.7: Grafisk presentasjon av normalkraft i skiver under belastningen Case 6. Skive akse A (øverst) og skive akse C (nederst)

fremkommer vil betongen risse i ytterkant av skivene i akse A og C , men hovedsakelig i etasje $u1$ og overgangen til 1 etasje. Det velges å redusere betongens elastisitetsmodul og skjærmodul med 50% for disse områdene. Normalkreftene som resulterer fra Case 5 når betongens stivhet er redusert i akse A og C i etasje $u1$ er vist i figur 7.10. Som det fremkommer av figuren er det en reduksjon av områder hvor betongens strekfasthet er overskredet, men det er fortsatt områder i etasje 1 som er røde. Det velges allikevel og ikke redusere stivheten i disse områdene.

Reduksjonen i stivhet vil følgelig gi opphav til nye svingeperioder, moder og effektive modale masser. Nøkkelveidene for disse er innhentet og presentert i tabell 7.6 og det er disse verdiene som ligger til grunn når den seismiske lastvirkningen ga opphav til responsen i figur 7.10. I det over ble en reduksjonen på 50% av stivheten antatt som en konservativ antagelse da lastene vil være større for den antatte reduksjonen enn den virkelige stivheten i det rissede tverrsnittet. Dette kan ikke alltid være tilfellet da en reduksjon i stivheten vil føre til en økning i deformasjonene. Områdene som er størst belastet er normalt de



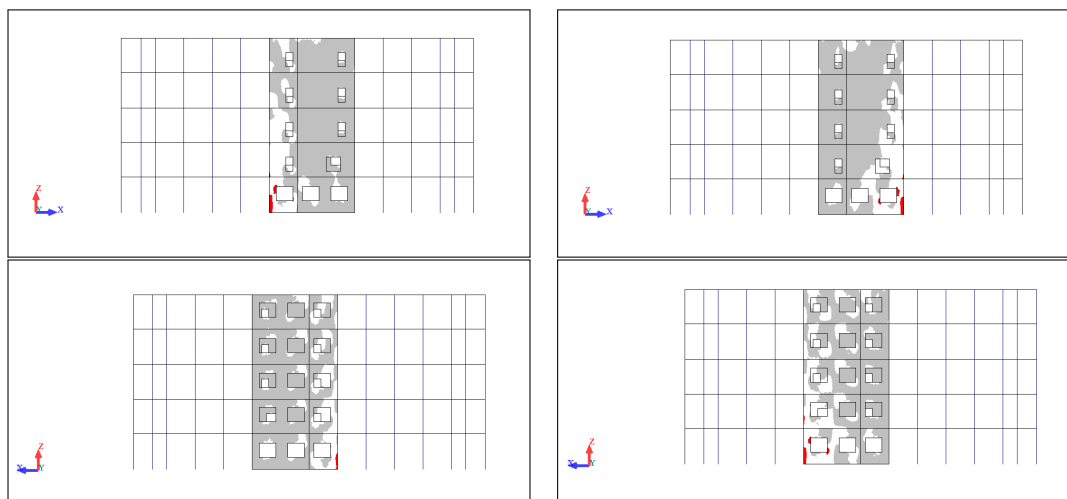
Figur 7.8: Grafisk presentasjon av normalkraft i skiver under belastningen Case 7. Skive akse 1 (øverst) og skive akse 15 (nederst)



Figur 7.9: Grafisk presentasjon av normalkraft i skiver under belastningen Case 8. Skive akse 1 (øverst) og skive akse 15 (nederst)

områdene som ligger nær fundamentet eller over stiv kjeller. Når stivheten reduseres i disse områdene vil dette føre til en økning av forskyvningene i bygget. Dersom det ikke var nødvendig å ta hensyn til andre-ordens effekter når stivheten ikke var redusert eller redusert med den antagelsen som regelverket legger til grunn, kan virkningen av andre-ordens effekter være betydelig økt når den virkelige stivheten betraktes. En underestimert av stivheten som det antas at NS-EN 1998-1 punkt 4.3.1(7) legger til grunn vil kunne gi et ukonservativt bilde av de forskyvningene som virkelig vil inntreffe. Dette er også påpekt i litteraturen [18]. I tillegg vil den økte forskyvningen gi ytterligere krav til de konstruksjonselementer som forblir elastiske. Det bør bemerkes at dersom stivheten ikke reduseres likt vil dette medføre ytterligere rotasjoner i konstruksjonen.

$$\begin{aligned} V_{fundament,(e_x-e_y),red,x} &= 2743.2kN \\ M_{fundament,(e_x-e_y),red,y} &= 40022.9kN \end{aligned} \quad (7.10)$$



Figur 7.10: Grafisk presentasjon av normalkraft i skiver med 50% redusert stivhet i $u1$ under belastningen Case 5. Skive akse A (øverst) og skive akse C (nederst)

Tabell 7.6: Svingeperioder og effektive modale masser til sengebygg del H for aktiv masse i x - og y -retning med $(e_x - e_y)$ som utilsiktet eksentrisitet av massen og redusert stivhet i skivene i akse A og C i etasje $u1$

Mode	T_n (s)	M_{nx}^* (%)	$\sum M_{nx}^*$ (%)	M_{ny}^* (%)	$\sum M_{ny}^*$ (%)
1	0.502	81.483	81.483	0.004	0.004
2	0.262	0.016	81.499	57.536	57.539
3	0.221	0.004	81.504	18.334	75.874
4	0.145	16.176	97.680	0.013	75.887
5	0.078	0.077	97.756	13.687	89.574
6	0.073	0.728	98.485	1.510	91.084
7	0.068	0.026	98.510	0.888	91.972
8	0.061	0.002	98.512	0.381	92.353
9	0.058	0.117	98.630	0.027	92.381
10	0.052	0.027	98.656	0.294	92.674

$$\begin{aligned}
 V_{fundament,(e_x-e_y),red,y} &= 3083.2kN \\
 M_{fundament,(e_x-e_y),red,x} &= 47293.5kN
 \end{aligned}
 \tag{7.11}$$

I det over er ble stivheten redusert for de to skivene i etasje $u1$ ved akse A og C . I likning (7.10) og (7.11) er den samlede maksimale responsen ved fundamentet gitt. Verdiene er bestemt på tilsvarende måte som for likning (7.5) og (7.6), men her er det nøkkelverdiene i tabell 7.6 som ligger til grunn. Det er også benyttet de seks første modene i responsen slik at kravet på 90% er tilfredstilt. Dette utgjør 98% og 91% av de effektive modale massene for henholdsvis x - og y -retning. Ved sammelikning av de samlede kreftene før og etter reduksjonen av stivhet sees at en reduksjon som forventet oppstår. For skjærkraften i x -retning er reduksjonen på 13% og for momentet om y -aksen er reduksjonen på 16%.

Belastningen på de primære seismiske konstruksjonsdelene

Det er av interesse å bestemme den mest ugunstige belastningen som påfaller bæresystemet i bygget som analyseres. Det vil si de vertikale skivene i sengebygg del H. I det over ble det konkludert med at den utilsiktede eksentrisiteten av massen ($m_x - m_y$) ga den største summen av skjærkrefter ved fundamentet, men at de andre eksentrisitetene ikke ga store fravik fra dette. Det ble sett at lastsituasjonen Case 5 og 6 førte til at betongen risset i to av skivene. De rissede skivenes stivhet ble redusert og de resulterende kreftene fra den seismiske lasten i hver av hovedretningene ble presentert i likning (7.10) og (7.11).

For å bestemme de lastene som gir den ugunstigste virkningen tas det utgangspunkt i modellen der stivheten i skivene er redusert. Det utføres så åtte nye egenver dianalyser for alle de tidligere eksentrisitetene der de seismiske lastene for de ortogonale retningene bestemmes gjennom en responspektrum analyse der fullstendig kvadratisk kombinasjon benyttes på ti moder. Det etableres så 48 lastkombinasjoner tilsvarende som i likning (7.9), men for de forskjellige utilsiktede eksentrisitetene av massen.

Som det fremkom i avsnitt 5.2 er det de maksimale modale responsene som kombineres og av den grunn forsvinner fortegnene til responsene. Det er da ikke tilstrekkelig å se på det maksimale momentet ved fundamentet for så å avlede skjærkraften fra disse. Alle de primære seismiske konstruksjonsdelene må da kontrolleres for den ugunstigste responsen. Den dimensjonerende lastkombinasjonen som gir den største maksimale responsen i skiven kan bestemmes og når disse dimensjonerende lastkombinasjonene er bestemt kan responsen reduseres noe ved å kun ta med de nødvendige modene som regelverket krever, men i denne avhandlingen benyttes alle de ti svingemodene som ble beregnet ut fra de individuelle responspektrum analysene da reduksjonen i dimensjonerings sammenheng er ubetydelig.

Ved å undersøke hvilken kombinasjon som gir de største maksimale responsene i hver av konstruksjonsdelene vil det sikre at byggets konstruksjonsdeler ikke kollapser. Det vil si at i hovedbæresystemet vil alle konstruksjonsdeler være dimensjonert for sin maksimale respons, men bare en av dem vil ha den mest belastetede respons. I likning (7.12)-(7.16) er de dimensjonerende seismiske belastningene som gir den maksimale responsen i form av maksimalt moment ved fundemanetet til skivene i sengebygg del H gitt.

Den dimensjonerende lastkombinasjonen som gir det maksimale momentet for skiven i akse 1 er gitt i likning (7.12)

$$\sum G_{k,i} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} (0.3) A_{Edx,(-e_x+e_y)} (1.0) A_{Edy,(-e_x+e_y)} \quad (7.12)$$

Den dimensjonerende lastkombinasjonen som gir det maksimale momentet for skiven i akse 8 er gitt i likning (7.13)

$$\sum G_{k,i} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} (0.3) A_{Edx,(e_x+e_y)} (1.0) A_{Edy,(e_x+e_y)} \quad (7.13)$$

Den dimensjonerende lastkombinasjonen som gir det maksimale momentet for skiven i akse 15 er gitt i likning (7.14)

$$\sum G_{k,i} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} (0.3) A_{Edx,(e_y)} (1.0) A_{Edy,(e_y)} \quad (7.14)$$

Den dimensjonerende lastkombinasjonen som gir det maksimale momentet for skiven i akse A er gitt i likning (7.15)

$$\sum G_{k,i} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} (1.0) A_{Edx,(-e_x-e_y)} (0.3) A_{Edy,(-e_x-e_y)} \quad (7.15)$$

Den dimensjonerende lastkombinasjonen som gir det maksimale momentet for skiven i akse C er gitt i likning (7.16)

$$\sum G_{k,i} \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} (1.0) A_{Edx,(-e_x+e_y)} (0.3) A_{Edy,(-e_x+e_y)} \quad (7.16)$$

Som sees av indeksene i likning (7.12)-(7.16) vil den største responsen som er det maksimale momentet M_{Ed} oppstå ved forskjellige utilsiktede eksentrisiteter av massen for ulike konstruksjonsdeler. I tabell 7.7 - 7.11 er verdier innhentet fra analysene utført i Robot når forskjellige lastkombinasjoner med utilsiktet eksentrisitet av massen er benyttet. Verdiene av de maksimale responsene er resultanterkraftene fra snitt a og b bestemt ved sumasjon av den betraktede responsen i nodene over snittet som angitt i litteraturen [5]. Statistiske analyser utført i Robot på enkle modeller som også er beregnet analytisk viser imidlertid at den virkelige skjærkraften V'_{Ed} som opptrer i snittene ikke vil være den som er angitt i snitt a og b , men midellverdien av dem. Det er da knyttet usikkerhet til de resultanterkraftene som er angitt i tabell (7.12)-(7.16), men i denne avhandlingen velges det å benytte kreftene som Robot bestemmer. Den maksimale aksialkraften som virker i skivene er N_{Ed} . Verdien av V_{Ed} blir beskrevet i avsnitt 8.2.

Tabell 7.7: De maksimale responsene for skiven i akse 1

Etasje i		$V'_{Ed,i}$ (kN)	$V_{Ed,i}$ (kN)	$M_{Ed,i}$ (kNm)	$N_{Ed,i}$ (kN)
4	a	252.1	-498.0	-49.8	147.7
	b	223.9	-442.1	922.3	462.0
3	a	478.0	-944.1	833.3	852.2
	b	479.2	-946.4	2971.9	1072.5
2	a	679.1	-1341.3	2953.7	1274.2
	b	674.2	-1331.5	5861.8	1648.0
1	a	848.2	-1675.3	5605.6	1752.8
	b	818.8	-1617.1	9340.0	2134.3
u1	a	995.5	-1966.0	8698.4	2261.4
	b	872.4	-1722.9	13043.1	2423.7

Tabell 7.8: De maksimale responsene for skiven i akse 8

Etasje i		$V'_{Ed,i}$ (kN)	$V_{Ed,i}$ (kN)	$M_{Ed,i}$ (kNm)	$N_{Ed,i}$ (kN)
4	a	-549.1	-1084.5	238.3	596.4
	b	-583.7	-1152.9	1306.9	842.8
3	a	-1160.7	-2292.4	1947.9	1684.1
	b	-1138.3	-2248.2	2933.4	2033.1
2	a	-1531.0	-3023.8	3621.8	2934.5
	b	-1445.0	-2853.8	3826.8	3282.9
1	a	-1750.4	-3457.1	4917.8	4227.6
	b	-1638.2	-3235.4	5292.9	4836.9
u1	a	-1775.5	-3506.7	7522.8	5921.0
	b	-1926.2	-3804.3	9576.7	6348.9

Tabell 7.9: De maksimale responsene for skiven i akse 15

Etasje i		$V'_{Ed,i}$ (kN)	$V_{Ed,i}$ (kN)	$M_{Ed,i}$ (kNm)	$N_{Ed,i}$ (kN)
4	a	215.1	-424.8	53.6	308.1
	b	232.8	-459.8	-930.7	586.4
3	a	505.6	-998.5	-959.9	1068.7
	b	499.5	-986.5	-3228.8	1371.5
2	a	711.7	-1405.6	-3140.0	1845.6
	b	678.5	-1340.1	-6262.9	2122.2
1	a	851.8	-1682.3	-6148.1	2574.3
	b	794.5	-1569.0	-9872.9	2846.2
u1	a	893.0	-1763.6	-9770.3	3303.9
	b	827.7	-1634.7	-14223.7	3566.0

 Tabell 7.10: De maksimale responsene for skiven i akse A

Etasje i		$V'_{Ed,i}$ (kN)	$V_{Ed,i}$ (kN)	$M_{Ed,i}$ (kNm)	$N_{Ed,i}$ (kN)
4	a	-201.9	-398.7	-42.6	320.0
	b	-284.1	-561.0	-870.7	652.0
3	a	-700.3	-1383.0	-1176.2	1138.0
	b	-767.0	-1514.8	-3900.9	1673.7
2	a	-1066.3	-2105.8	-4132.1	2142.6
	b	-1116.4	-2204.9	-8208.5	2733.5
1	a	-1268.8	-2505.9	-8429.5	3147.1
	b	-1340.5	-2647.4	-13535.4	3583.9
u1	a	-1433.4	-2830.9	-13346.4	3829.4
	b	-1239.8	-2448.5	-19870.6	4325.5

7.4 Oppsummering og diskusjon

Oppsummering

I det over har flere responspektrum analyser blitt utført på sengebygg del H . I første omgang ble det sett på responsen gjennom en egenverdianalyse av sengebygg del H dersom det ble tatt hensyn til at massen i hver av hovedretningene virket separat. Det vil si at responsen beregnes som to separate modeller der massen som bidrar til responsen er kun den massen som virker i den betraktede retningen. Dette ble gjort for de to retningene, henholdsvis x - og y -retning. I det videre ble det sett på responsen dersom massen var aktiv for begge retninger simultant. En evaluering av modene og de karakteristiske trekk ble gjenkjent samt en sammenligning med de forenklete metodene for estimering av den lengste svingeperioden til sengebygg del H fra avsnitt 6.3 ble utført. Da moder ikke alltid kan anses som uavhengige ble den korrelasjonskoeffesienten som Robot benytter presentert. NS-EN 1998-1 tillater at dette kan gjøres. En diskusjon og sammeligning av de samlede kreftene ved fundamentet som ble bestemt ved responspektrum analysen og tverrkarftmetoden ble utført. I det videre ble det tatt hensyn til den utilsiktede eksentrisiteten av massen gjennom en relativ forskyvning av massen i nodene og den utilsiktede eksentrisiteten som ga den største samlede skjærkraften ved fundamentet ble bestemt for

Tabell 7.11: De maksimale responsene for skiven i akse C

Etasje i		$V'_{Ed,i}$ (kN)	$V_{Ed,i}$ (kN)	$M_{Ed,i}$ (kNm)	$N_{Ed,i}$ (kN)
4	a	-267.6	-528.6	175.6	333.7
	b	-252.3	-498.3	-1001.4	590.1
3	a	-609.1	-1202.9	-1460.1	1021.2
	b	-619.2	-1222.8	-3472.3	1506.4
2	a	-836.3	-1651.7	-3540.5	2013.3
	b	-783.8	-1547.9	-6784.2	2491.3
1	a	-1019.8	-2014.0	-6695.2	3018.2
	b	-965.6	-1907.1	-10731.3	3388.5
u1	a	-1415.6	-2795.9	-10567.4	3703.3
	b	-1324.3	-2615.5	-16828.0	4285.1

et gitt antall moder. Den samlede responsen ved fundamentet for et tilfredstillende og valgt antall moder ga opphav til resulterende krefter som ble sammenlignet med tilsvarende uten eksentrisiteter. Opprissede konstruksjonselementer ble bestemt på bakgrunn av normalkrefter som forårsaker en overskridelse av middelverdien til betongens strekkfasthet under lasttilfeller der en av åtte eksentrisiteter ble valgt. En halvering av stivheten på grunn av virkningen av rissdannelse i skivene ble utført. En tolkning av analysen og en diskusjon av metodens konservativitet ble utført. I tillegg ble de samlede kreftene ved fundamentet bestemt når deler av konstruksjonen ble foreskrevet en redusert stivhet.

For å bestemme de største belastningene som virker på skivene ble det utført åtte egenverdianalyser og 48 mulige lastkombinasjoner ble analysert som følge av responspektrum analysene. De maksimale responsene som påfallt de forskjellige konstruksjonsdelene som motstår jordskjelvet ble presentert og lastkombinasjonene som ga det maksimale momentet ved fundamentet ble presentert. I det videre ble det påpekt at det er knyttet usikkerheter til påliteligheten av resultatkreftene innhentet fra programvaren, men det ble allikevel valgt å benytte de resultatene det er knyttet usikkerhet til.

Diskusjon

Det er av interesse å sammenlikne og kommentere de samlede maksimale kreftene som tidligere bestemt i likning (7.6), (7.5), (7.7), (7.8), (7.10), (7.11) og tabell 6.9. Da de innhentede responsene er beregnet for et ulikt antall moder, som i seg selv bidrar forskjellig, er en nøyaktig sammenligning ikke interessant. Det er allikevel av interesse å sammenlikne disse responsene da de vil kunne vise innflytelsen av de effektene som var tatt hensyn til under modelleringen. For ordens skyld er de maksimale responsene ved fundamentet gitt i tabell 7.12. Da diskusjoner av de bestemte responsene allerede foreligger vil en overordnet diskusjon utføres her.

Fra tabell 7.12 sees det at variasjonen i de utførte analysene der de resulterende kreftene ved fundamentet ble bestemt har en gevinst på 22% eller mindre. Det fremkommer også at tverrkraftmetoden gir den største skjærkraften. Faktisk er belastningen henholdsvis 3% og 22% større for henholdsvis x - og y -retning enn den som ble bestemt ved responspektrum analysen der det kun ble tatt hensyn til at massene var aktive i både x - og y -retning. Dette var som forventet da antagelsene som ligger til grunn i tverrkraftmetoden er nokså grov som tidligere beskrevet. En ytterligere reduksjon på 13% av den samlede skjærkraften ved

fundamentet i x -retning ble oppnådd ved å redusere stivheten til to av skivene i etasje $u1$, men denne reduksjonen var ikke av betydning for skjærkraften i y -retning.

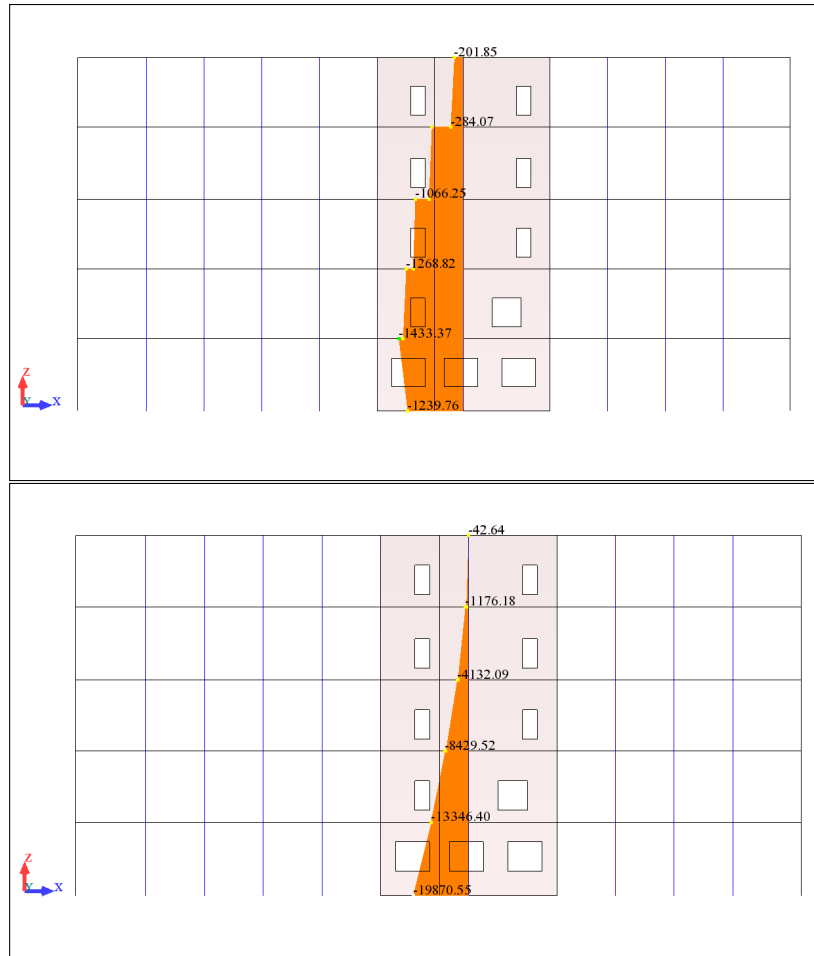
Tabell 7.12: Sammenligning og oversikt av de samlede maksimale responsene ved fundamentet for sengebygg del H

Beskrivelse	Skjær (kN)	Moment (kNm)	Skjær (kN)	Moment (kNm)
$V_{total,xu1}$	3276.0	-	-	-
$V_{fundament,x}$	3180.3	-	-	-
$V_{fundament,(e_x-e_y),x}$	3183.6	-	-	-
$V_{fundament,(e_x-e_y),red,x}$	2743.2	-	-	-
$V_{total,yu1}$	-	-	3941.0	-
$V_{fundament,y}$	-	-	2903.3	-
$V_{fundament,(e_x-e_y),y}$	-	-	3091.5	-
$V_{fundament,(e_x-e_y),red,y}$	-	-	3083.2	-
$M_{fundament,y}$	-	47595.1	-	-
$M_{fundament,(e_x-e_y),y}$	-	47670.2	-	-
$M_{fundament,(e_x-e_y),red,y}$	-	40022.9	-	-
$M_{fundament,x}$	-	-	-	44482.5
$M_{fundament,(e_x-e_y),x}$	-	-	-	47472.1
$M_{fundament,(e_x-e_y),red,x}$	-	-	-	47293.5

Som tidligere beskrevet ble de maksimale responsen for systemet som motstår jordskjelvet bestemt som resultantkrefter i snitt som krysser elementnettet på to steder i hver etasje for alle skivene. Det ble påpekt at det var knyttet usikkerhet til påliteligheten av disse kreftene da analyser utført på enkle modeller som enkelt lar seg løse for hånd ga de resultantkrefter som er middelveien av de to snittene i en etasje. Det er kjent i fagmiljøet at påliteligheten til kreftene innhentet fra disse snittene i Robot fraviker noe i de enkle analysene, men hvor vidt de er fravikende for sengebygg del H er uvisst. Utifra tabellene (7.12)-(7.16) er de responsene som sengebygg del H må kunne motså presentert. I tillegg til usikkerheten rundt snittene kan en kommentar gjøres vedrørende verdiene som er innhentet.

I figur 7.11 er skjærkraft- og momentdiagrammet for skiven i akse A under lastkombinasjonen $\sum G_{k,i} + \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} + (1.0)A_{Edx,(-e_x-e_y)} + (0.3)A_{Edy,(-e_x-e_y)}$ vist. Verdiene i figuren gjenkjennes fra tabell 7.10 og det er klart at de maksimale responsene kommer fra det samme lasttilfellet. Dette vil ikke alltid være tilfellet. Ved å betrakte momentdiagrammet i figuren sees en økning av momentene ned til skivenes fundamentet som forventet. Momentet ved toppen av skiven vil kunne oppstå da modellen ble foreskrevet fast innspent i overgangen mellom dekke og skive som tidligere omtalt.

Skjærkraftdiagrammet for skiven i akse A er vist i den øverste rammen i figur 7.11. Som det fremkommer av diagrammet er det en økning av skjærkreftene i bygget ved dekkene i etasje $4-1$ som følge av massen i dekkene i hver etasje. Det sees også en økning av skjærkreftene i mellom etasjene da massen ikke kun er konsentrert i dekket, men massen fra skivene vil også bidra. De overnevnte egenskapene er som forventet. I etasje $u1$ er det en reduksjon av skjærkreftene. Denne reduksjonen er ikke som forventet og betyr at de modale responsene som ble kombinert er redusert. Denne reduksjonen må oppstå som følge av fortegnene til de pusedostatiske kreftene til modene som responsene som kombineres, beregnes ut fra.



Figur 7.11: Skjærkraft- og momentdiagram for skiven i akse A under lastkombinasjonen $\sum G_{k,i} + \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} + (1.0) A_{Edx,(-e_x-e_y)} + (0.3) A_{Edy,(-e_x-e_y)}$

Kapittel 8

Dimensjonering av konstruksjonselementer

8.1 Innledning

I avsnitt 7.3 ble de dimensjonerende lastvirkningene som virker i bæresystemet som skal motså jordskjelvet bestemt. Dette ble gjort ved en egenverdianalyse og påfølgende responspektrum analyse (eller modal responspektrum analyse). Det er av interesse å kontrollere om enkelte konstruksjonsdeler innehar den teoretiske motstanden som kreves. Det finnes flere metoder for å påvise tilstrekkelig kapasitet av den seismiske belastningen da NS-EN 1998-1 henviser til NS-EN 1992-1 for store lettarmerte vegger. I det videre bestemmes den nødvendige armeringsmengden for veggskiven i akse A for en gitt teori. Skiven modelleres i to dimensjoner i et elementmetode program og belastes med tilsvarende statiske laster som ble innhentet fra analysene i Robot. Lastene som påfaller skiven og programvaren blir presentert i avsnitt 8.2. Den nødvendige armeringsmengden blir bestemt i avsnitt 8.3 ved å ta utgangspunkt i et lite betongelement med ortogonal armering. Denne metoden ble presentert i avsnitt 3.6. Betongens kapasitet under trykk kontrolleres og en diskusjon av resultatene foreligger. Metoden som benyttes er kjent fra regelverket NS-EN 1992-1 og modifiseres for å ta hensyn til prinsippet om kapasitetsdimensjonering som omtalt i avsnitt 3.3.

8.2 Grunnlag for dimensjonering

Krav til kapasitet

I tabell 7.10 ble de maksimale verdiene av momentet M_{Ed} , skjærkraften V'_{Ed} og aksiallasten N_{Ed} som ble innhentet fra Robot presentert. De dimensjonerende lastene fremkom når det ble foreskrevet en eksentrisitet av massen i sengebygg del H . Verdiene av de maksimale responsene i skiven som er plassert i akse A er de kreftene som vil oppstå i skiven under den akselerasjonen som er foreskrevet av responspektrumet. De maksimale responsene i tabellen er de som vil oppstå uavhengig av tiden. Det virker fornuftig å anta at alle konstruksjonsdelene i bygget må motstå lastvirkningen fra jordskjelvet ved at konstruksjonselementene må ha en kapasitet som er større enn den responsen som kan inntreffe. For

bygget som analyseres kan bæresystemet dimensjoneres slik at det motstår de bestemte responsene. Sekundære konstruksjonselementer som skal forbli elastiske under påkjenningen dimensjoneres for de krefter som opptrer i elementet under den maksimale forskyvningen, det vil si den maksimale elastiske forskyvningen multiplisert med verdien av q .

I vanlig dimensjonering er materialfaktorene en sikkerhet som tar hensyn til en redusert karakteristisk fasthet i materialet. Materialfaktorene som skal benyttes i duktilitetsklasse middels er gitt i det nasjonale tillegget til NS-EN 1998-1 og er $\gamma_c = 1.5$ for betong og $\gamma_s = 1.15$ for armeringsstål. Disse faktorene er tilsvarende de som angis i NS-EN 1992-1 for bruddgrensetilstander når den dimensjonerende situasjonen er vedvarende og forbigående.

Belastningen for kontroll av kapasitet

Bæresystemet som motstår de horisontale belastningene til sengebygg del H ble bestemt til å være et system av store lettarmerte vegger som beskrevet i avsnitt 4.8. For å sikre at armeringen begynner å flyte på grunn av bøyning, angir NS-EN 1998-1 punkt 5.4.2.5(2) at dette kan tilfredstilles i veggene dersom skjærkraften V'_{Ed} økes til V_{Ed} som angitt i likning (3.53). Verdien av V_{Ed} er gitt i tabell (7.12)-(7.16) for alle skivene i bygget.

Da oppførselen til store lettarmerte vegger er annerledes enn duktile veggskiver ved at et område for uelastisk deformasjon ikke er definert ved fundamentet som beskrevet i avsnitt 3.6, angir NS-EN 1998-1 punkt 5.4.2.5(4) at aksiallasten som følge av $\sum G_{k,i} + \sum \psi_{2,i} Q_{k,i}$ skal adderes med en dynamisk aksiallast $N_{Ed,dyn}$ som kan settes lik halve verdien til aksiallasten $N_{grav,A}$ som kommer fra de overnevnte gravitasjonslastene i konstruksjonen. Verdien for gravitasjonsbelastningen i skiven i akse A er innhentet fra Robot presentert i tabell 8.1. Det er den halve verdien av $N_{grav,A}$ som utgjør den dynamiske aksiallasten som det skal tas hensyn til når det påvises tilstrekkelig kapasitet mot bøyning med aksiallast i skiven. Som det fremkommer av tabell 8.1 er det en reduksjon i aksiallasten i snitt b i etasje 1. Dette virker rart og problematikken kan skyldes den som tidligere er omtalt for skjærkreftene, eller at reduksjonen i stivheten for de to nederste skivene fører til at den midterste skiven vil bære en høyere andel av lasten. For enkelthentens skyld benyttes de innhentede verdiene av $N_{grav,A}$ fra Robot.

Tabell 8.1: Verdier for aksiallast $N_{grav,Ai}$ på grunn av gravitasjonslastene $\sum G_{k,i} + \sum \psi_{2,i} Q_{k,i}$ for skiven i akse A beregnet i Robot og den dynamiske aksiallasten $N_{dyn,Ai}$ i hver etasje

Etasje i		$N_{grav,Ai}$ (kN)	$N_{dyn,Ai}$ ($\frac{kN}{m}$)
4	a	304.6	± 152.3
	b	522.0	± 261.0
3	a	992.0	± 496.0
	b	1196.9	± 598.3
2	a	1627.2	± 813.6
	b	1758.6	± 879.3
1	a	2138.8	± 1069.4
	b	2074.0	± 1037.0
u1	a	2375.5	± 1187.8
	b	2441.2	± 1220.6

For å analysere skiven i akse A benyttes programvaren FEM-design Wall versjon 11.01 [41]. Programmet er et elementmetode program med et grafisk brukergrensesnitt som er

mye brukt i fagmiljøet. I likhet med Robot er de gjeldene regelverkene implimentert i programvaren slik at påvisning av tilstrekkelig strekkarmering, for en gitt geometri og belastning, kan utføres hurtig. Derimot er armeringskravene som omfatter DCM i NS-EN 1998-1 ikke implementert. Det er ikke uvanlig å innhente krefter fra et analyseprogram for så å etterbehandle disse i et uavhengig program. De seismiske responsene som benyttes påføres den aktuelle modellen og en statisk analyse utføres.

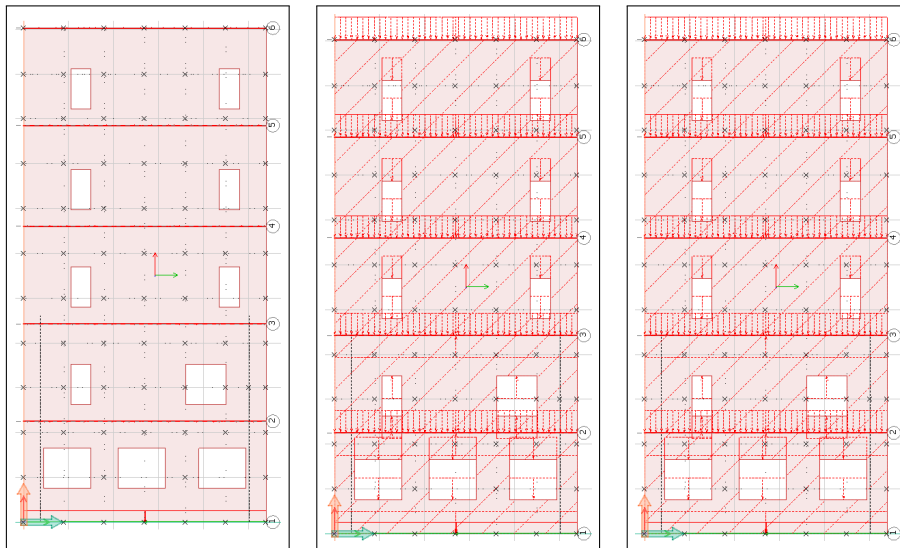
Skiven som tilhører en tre-dimensjonal modell i Robot modelleres i FEM-Design Wall som en to-dimensjonal modell. Når konstruksjoner modelleres som plane modeller vil generelt viktig informasjon om modellens oppførsel bli utelat (Eksempelvis ut av planet deformasjoner og fastholdingen til skiven i akse 8). I henhold til litteraturen [40] benytter FEM-design Wall serendipity elementer for å beskrive oppførselen til den plane modellen. Det benyttes både trekant og firkant elementer der sistnevnte har åtte noder og 16 frihetsgrader. Frihetsgradene i hver node er forskyvningen i de to retningene som danner planet til veggen. Programvarens automatiske elementinndeling benyttes som beskevet i litteraturen [40]. Det antas at tilfredstillende konvergens oppnås ved dette.

Tabell 8.2: Verdier for skjærkraften V'_{Ed} fra tabell 7.10 og gravitasjonslasten fra tabell 8.1 i hver etasje som andel linjelast og flatelast

Etasje i	$V'_{q,i}$ ($\frac{kN}{m}$)	$N_{q,i}$ (kNm)	$N_{flate,i}$ ($\frac{kN}{m}$)
4	26.30	28.22	4.97
3	44.71	43.52	4.51
2	32.36	39.84	3.00
1	20.75	35.20	-1.53
u1	8.61	27.92	1.76

Skiven som er modellert i FEM-design Wall belastes med skjærkraften V'_{Ed} fra tabell 7.10. Resultantkreftene modifiseres og verdien for belastningen er gitt i tabell 8.2 der $V'_{q,i}$ er en linjelast med plassering i dekket over hver etasje. Det vil si at de fem linjelastene har plassering 4.5m, 8.85m, 13.2m, 17.7m og 22.05m fra fundamentet. Da det er knyttet usikkerheter rundt resultatene innhentet fra Robot benyttes de konservative verdiene av skjærkraften i alle etasjer. Med den konservative antagelsen som benyttes fås et trinnvis konstant skjærkraftdiagram tilsvarende det som ville eksistert dersom massen mellom hver etasje var neglisjert. Belastningene på veggskiven er vist i figur 8.1. Det skal ikke overdimensjoneres for bøyning da det er ønskelig at armeringen skal flyte som følge av bøyning før eventuelle skjærbrudd oppstår. Da sammenhengen mellom M_{Ed} og V'_{Ed} ikke er kjent fra tabell 7.10 på grunn av kombinasjonsmetoden vil momentet bli overestimert. En statisk analyse av veggskiven med V'_{Ed} som belastning gir et samlet moment ved fundamentet på 21784.6kNm som er en økning på 8.8%. Dette anses som akseptabelt i dette tilfellet. I avsnitt 5.2 ble det beskrevet at avledning av en responsmengde fra en annen ville gi et feilestimat. For den enkle staven var denne utledningen neglisjerbar og den tilsvarende konklusjonen blir også gjort her. Som det fremkommer er andelen av feilestimat større her enn for staven, men dette kan også skyldes avrundingsfeil.

Skiven belastes så med aksiallasten $N_{grav,Ai}$ og $N_{dyn,Ai}$ fra tabell 8.1. Verdiene av disse er omgjort til linje og flatelaster på tilsvarende måte som for skjærkraften. Verdier for $N_{q,i}$ og $N_{flate,i}$ er gitt i tabell 8.2. Lastene er presentert på modellen i figur 8.1.



Figur 8.1: Belastningen på veggskiven i akse A i FEM-Design Wall for påvisning av tilstrekkelig kapasitet. Fra venstre $V_{q,i}$, $N_{Ed,dyn,Ai}$ og $N_{q,i}$

8.3 Dimensjonering av skiven i akse A

Overdekningen til armeringen

Betongoverdekningen er avstanden mellom overflaten til betongen og armeringen. I henhold til det nasjonale tillegget i NS-EN 1992-1 punkt 4.4.1 skal den minste overdekningen på skiven i akse A være $c_{min} = 25\text{mm}$ når eksponeringsklasse XC2-XC4 ligger til grunn. Δ_{dev} tar hensyn til avvik under utførelse og settes lik 10mm . Overdekningen på C_{nom} som må være på skiven er gitt i likning (8.1).

$$C_{nom} = c_{min} + \Delta_{dev} = 25\text{mm} + 10\text{mm} = 35\text{mm} \quad (8.1)$$

Minste areal av armering

I henhold til NS-EN 1992-1 punkt 9.7 i det nasjonale tillegget bør armeringsarealet til armeringen i skiver som beregnes etter elastisitetsteorien for krefter i planet som presentert i avsnitt 3.6 ikke ha et armeringsareal $A_{s,h} = A_{s,v}$ som er mindre enn $A_{s,hmin} = A_{s,vmin}$. For det aktuelle tilfellet gir reglverket $A_{s,hmin}$ som i likning (8.2). Avstanden s mellom armeringsstengene som er målt i senteravstand bør være mindre enn $3b_w$ eller 400mm i henhold til NS-EN 1992-1 punkt 9.6.2 og 9.6.3. For geometrien av vegg i akse A gir dette $s \leq 400\text{mm}$ i begge retninger.

$$\begin{aligned} A_{s,hmin} = A_{s,vmin} &= \frac{0.3A_c f_{ctm}}{f_{yk}} = 0.3 \times 250\text{mm} \times 1000\text{mm} \times \frac{3.2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \\ &= 480\text{mm}^2 \quad \text{per meter vegg} \end{aligned} \quad (8.2)$$

Beregningsmessig behov for skjærarmering

I henhold til NS-EN 1998-1 punkt 5.4.3.5.2(1) er det kun nødvendig med minimumsarmering dersom tilstrekkelig kapasitet for skjær er gitt av betongen. NS-EN 1992-1 punkt 6.2.2(1) angir at det ikke er behov for skjærarmering dersom den dimensjonerende skjærkraften V_{Ed} i et snitt er mindre enn den dimensjonerende kapasiteten for skjærkraft $V_{Rd,c}$ som gitt i likning (8.3). $V_{Rd,c}$ beregnes for det nedeste snittet i etasje $u1$. Det påløper følgende antagelser og forutsetninger som beskrevet under.

$$V_{Rd,c} = \left[\frac{k_2}{\gamma_c} \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \left(100 \frac{A_{sl}}{b_w d} f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} + k_1 \frac{N_{Ed}}{A_c} \right] b_w d = 887.4 kN \quad (8.3)$$

Verdiene som er benyttet i beregning av $V_{Rd,c}$ i likning (8.3) er gitt i det følgende.

- $k_2 = 0.18$ dersom tilslagsklasse D benyttes [31].
- $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{10050mm}} = 1.14 < 2.0$ der verdien av d er avstanden fra tyngdepunktet til en antatt strekkarmeringsmengde i skivens ytterkant i strekk til den motsatte enden av skiven i trykk. Randsonen som strekkarmeringen plasseres i er beregnet som den ugunstigste i henhold til NS-EN 1998-1 punkt 5.4.3.5.3(2). Dersom det antas at $\sigma_{cm} = f_{cd}$ gir dette $l_c = 750mm$.
- $\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{8\pi(20mm)^2}{4(250mm \times 10050mm)} = 0.001 < 0.02$ med antatt mengde strekkarmering A_{sl} i randsonen.
- f_{ck} som angitt i tabell 4.2
- $k_1 = 0.15$ som anbefalt i det nasjonale tillegget til NS-EN 1992-1 punkt 6.2.2
- $\frac{N_{grav,Au1b}}{A_c} = \frac{2441.17 \times 10^3 N}{250mm \times 10050mm} = 0.97 \frac{N}{mm^2} < 0.2 f_{cd} = 3.96 \frac{N}{mm^2}$

Som det fremkommer av likning (8.3) under de antagelsene som er tatt er det beregningsmessig behov for skjærarmering i enkelte snitt da verdien av $V_{Rd,c} > V_{Ed}$ som det fremkommer av en sammenligning med verdiene i tabell 7.10. Dersom skjærkraften ikke hadde vært økt i tråd med prinsippet om kapasitetsdimensjonering ville det også vært beregningsmessig behov for skjærarmering da $V_{Rd,c} > V'_{Ed}$ i enkelte snitt.

Nødvendig armering

Over ble det konkludert med at det er beregningsmessig behov for skjærarmering. For å bestemme den nødvendige armeringsmengden både for skjærkraft, moment og aksialkraft i skiven benyttes metoden presentert i avsnitt 3.6. Metoden er som tidligere omtalt benyttet i NS-EN 1992-1 (Tillegg F) og kan da benyttes for å bestemme kapasiteten til alle de store lettarmerte veggene i sengebygg del H . I avsnitt 3.6 ble kraften i armeringen og betongen bestemt dersom de ytre normal- og skjærkreftene samt rissvinkelen for et lite element var kjent. Dersom armeringsspenningen settes til å ha den største verdien f_{yd} og skjærkraften N_{xy} økes med skalaren $\left(\frac{q+1}{2}\right)$ tilsvarende som for V'_{Ed} og $\theta = \frac{\pi}{4}$ må følgende tre relasjoner være oppfylt for at skivens kapasitet skal være ivaretatt.

$$\begin{aligned}
A_{sx} &\geq \frac{N_x + \left(\frac{q+1}{2}\right) |N_{xy}|}{f_{yd}} \\
A_{sy} &\geq \frac{N_y + \left(\frac{q+1}{2}\right) |N_{xy}|}{f_{yd}} \\
1 &\geq \frac{(q+1) |N_{xy}|}{0.6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] f_{cd} b_w}
\end{aligned} \tag{8.4}$$

Det utføres en statisk analyse av skiven i FEM-Design Wall og verdiene for kreftene N_x , N_y og N_{xy} innhentes. Det utføres fire lastkombinasjoner der skjærkraften kan ha positivt eller negativt fortegn og den dynamiske aksiallasten kan ha positivt eller negativt fortegn. Det kan bemerkes at egyptyngden til skiven er utelatt da det tas hensyn til denne gjennom de påførte lastene. De maksimale verdiene i 78 bestemte punkter, uavhengig av hvilken lastkombinasjon de stammer fra, innhentes som vist i figur 8.2. I FEM-Design Wall er x -aksen parallell med veggens lengde og y -aksen er parallell med veggens høyde. Det benyttes tilsvarende fortegnskonvensjon som metoden presentert i avsnitt 3.6.

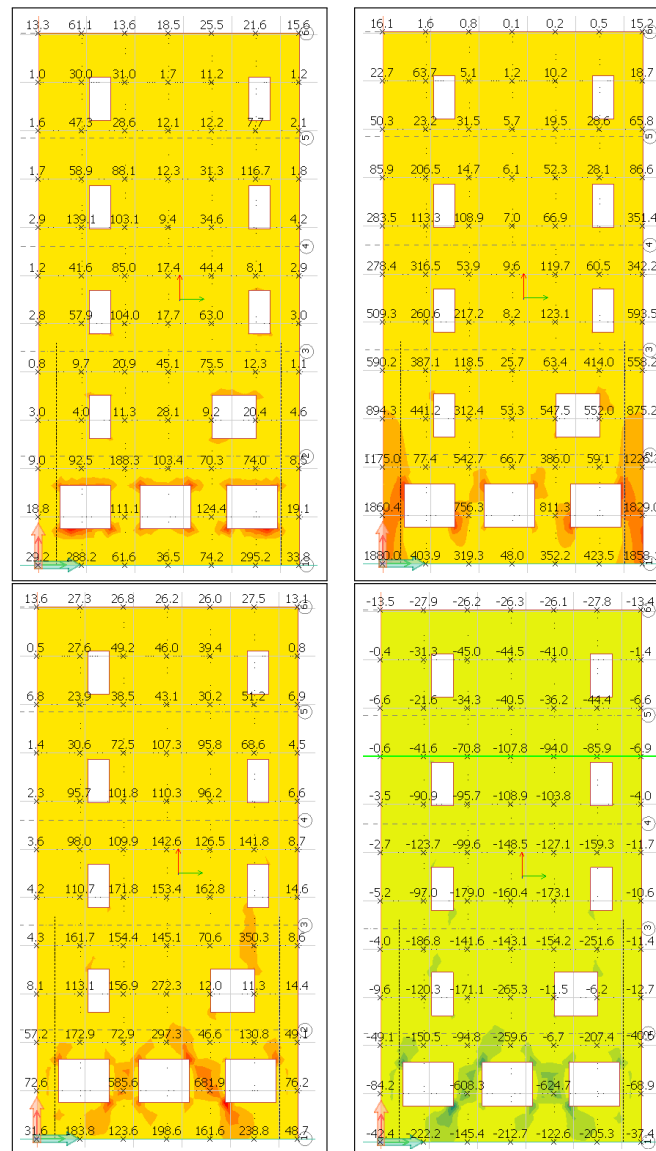
Horisontal armering

I tabell 8.3 er verdier for A_{sx} vist etter utregning med likning (8.4) der de maksimale verdiene i figur 8.2 er benyttet. Verdiene for A_{sx} korresponderer med det tilsvarende punktet i figur 8.2. Eksempelvis er den øverste verdien til venstre i tabell 8.3 verdien av A_{sx} i punktet øverst til venstre i figur 8.2. Som det fremkommer er det enkelte steder der armeringsmengden ikke overskrider $A_{s,hmin} = 480mm^2$ og det er da $A_{s,hmin}$ som er gjeldene. Når tverrsnittet armeres med en økt armeringsmengde utover det som er strengt nødvendig vil ikke armeringen være fullt utnyttet og det kan være hensiktsmessig å endre vinkelen θ slik at armeringen utnyttes i større grad. En endring av rissvinkelen vil gi en økning i trykkfeltet som beskrevet i avsnitt 3.6. En fullstendig utregning er gitt i B.4.

Som det fremkommer av tabell 8.3 påfaller det relative store armeringsbehov mellom utsparingene i etasje $u1$. Det bemerkes at det er normal "praksis" å plassere halve det nødvendige armeringsarealet i en avstand C_{nom} eller større fra veggens overflate og det finnes da to ortogonale armeringssjikt. Det er teoretisk sett kun nødvendig å plassere armeringen i midten av skiven da skiver per definisjon kun tar krefter i sitt eget plan. Allikevel må det tas høyde for at andre effekter gir strekk i skivens plan. Den nødvendige armeringen for x -retning for et av sjiktene er da $\frac{1}{2}A_{sx}$.

Vertikal armering

I tabell 8.4 er verdier av A_{sy} vist etter utregning med likning (8.4). Verdiene korresponderer med det tilsvarende punktet som i figur 8.2 som tidligere beskrevet. Som det fremkommer av tabellen er det også her en relativ stor armeringsmengde som er nødvendig mellom utsparingene i etasje $u1$. Årsaken til det store behovet for armering i disse punktene er økningen i N_{xy} . Beregninger viser at for de fire beregningspunktene som svarer til den nest nederste raden i tabell 8.4 (markert med kursiv) er økningen i armeringsmengde som følge av økningen av skjærkraften henholdsvis 4%, 30%, 31% og 4% fra venstre. Det kan



Figur 8.2: Maksimale normal- og skjærkrefter innhentet fra FEM-Design Wall for skive akse A. Fra venstre N_x , N_y , $(+N_{xy})$ og $(-N_{xy})$ i $\frac{kN}{m}$

bemerkes at dersom N_{xy} ikke var økt med $(\frac{q+1}{2})$ ville den nødvendige armeringsmengden som FEM-Design Wall beregner gi tilfredsstillende samsvar med de analytiske, men dette omtales ikke i det videre.

Betongens trykkfeltkapasitet

I tabell 8.5 er betongens kapasitet i trykkfeltet vist etter utregning av likning (8.4). Som det fremkommer av tabellen er betongens kapasitet i skiven hovedsaklig lite utnyttet. I beregningspunktene som er mellom utsparingene i etasje u1 er trykkfeltet i større grad utnyttet og faktisk er kapasiteten overskredet i et punkt. For å redusere trykket i betongen kan skivens bredde b_w økes, betongens trykkfasthet f_{ck} økes eller utsparingens geometri kan endres. En endring av rissvinkelen vil ikke kunne gi lavere trykk i diagonalen da likning (3.55) gir et minimum for F_c ved $\theta = \frac{\pi}{4}$ som beskrevet i avsnitt 3.6. En endring av tverr-

Tabell 8.3: Nødvendig armering A_{sx} horisontalt i senter skive i mm^2 per meter

92	267	153	162.0	177	176	97
5	211	295	212.9	212	-	9
35	217	241	223.6	193	250	36
10	324	524	518.0	507	659	36
23	755	700	522.7	551	-	40
19	658	695	714.6	680	824	60
30	636	1052	769.3	931	-	73
21	871	749	762.8	874	1171	54
51	556	803	1301.6	77	98	76
281	998	864	1588.3	373	1112	261
423	-	3019	-	3384	-	390
260	1672	802	1050.1	905	1764	299

Tabell 8.4: Nødvendig armering A_{sy} vertikalt i senter skive i mm^2 per meter

100	130	124	120	119.0	127	96
55	289	235	212	210	-	49
147	162	247	209	209	298	183
204	664	363	504	547	455	231
668	695	713	517	625	-	838
657	1173	623	697	853	945	841
1196	1040	1313	748	1069	-	1431
1377	1739	974	718	846	2543	1336
2101	1561	1496	1360	1314	1321	2078
2962	963	1679	1504	1100	1078	3062
4661	-	4503	-	4964	-	4553
4468	1938	1395	1077	1544	2059	4495

snittsbredden til for eksempel 300mm vil kunne gi tilstrekkelig reduksjon i N_{xy} samtidig som kapasiteten økes, men det vil være nødvendig å utføre nye analyser for bestemmelse av de seismiske lastene som følge av økt masse og stivhet i konstruksjonen.

8.4 Oppsummering og diskusjon

I dette kapittelet ble belastningene på skiven i akse A innhentet fra Robot og bearbeidet før de ble påført en to-dimensjonal modell av den tilsvarende veggskiven. De største aksial- og skjærkreftene fra fire lastkombinasjoner ble innhentet fra 78 bestemte punkter på skiven og presentert i avsnitt 8.2. En kontroll av betongens motstand mot skjærkraften ble utført og de minste nødvendige armeringsarealene i skiven for både vertikal- og horisontal armering ble bestemt. Den nødvendige armeringen ble bestemt ved metoden presentert i avsnitt 3.6 og en kontroll av kapasiteten til betongens kapasitet i de 78 punktene ble utført.

Som det fremkommer av analysene over påfalt det relative store armeringsbehov i mellom utsparingene i etasje $u1$ og det opptredende trykket var større enn betongens kapasitet i dette området. De store utsparingene i den aktuelle skiven vil være ugunstig for skivens oppførsel og en annen løsning vil være å foretrekke. I avsnitt 3.6 ble det påpekt at utsparinger bør unngås i det området der flyt tillates. Skiven som er analysert viser kjennetegn

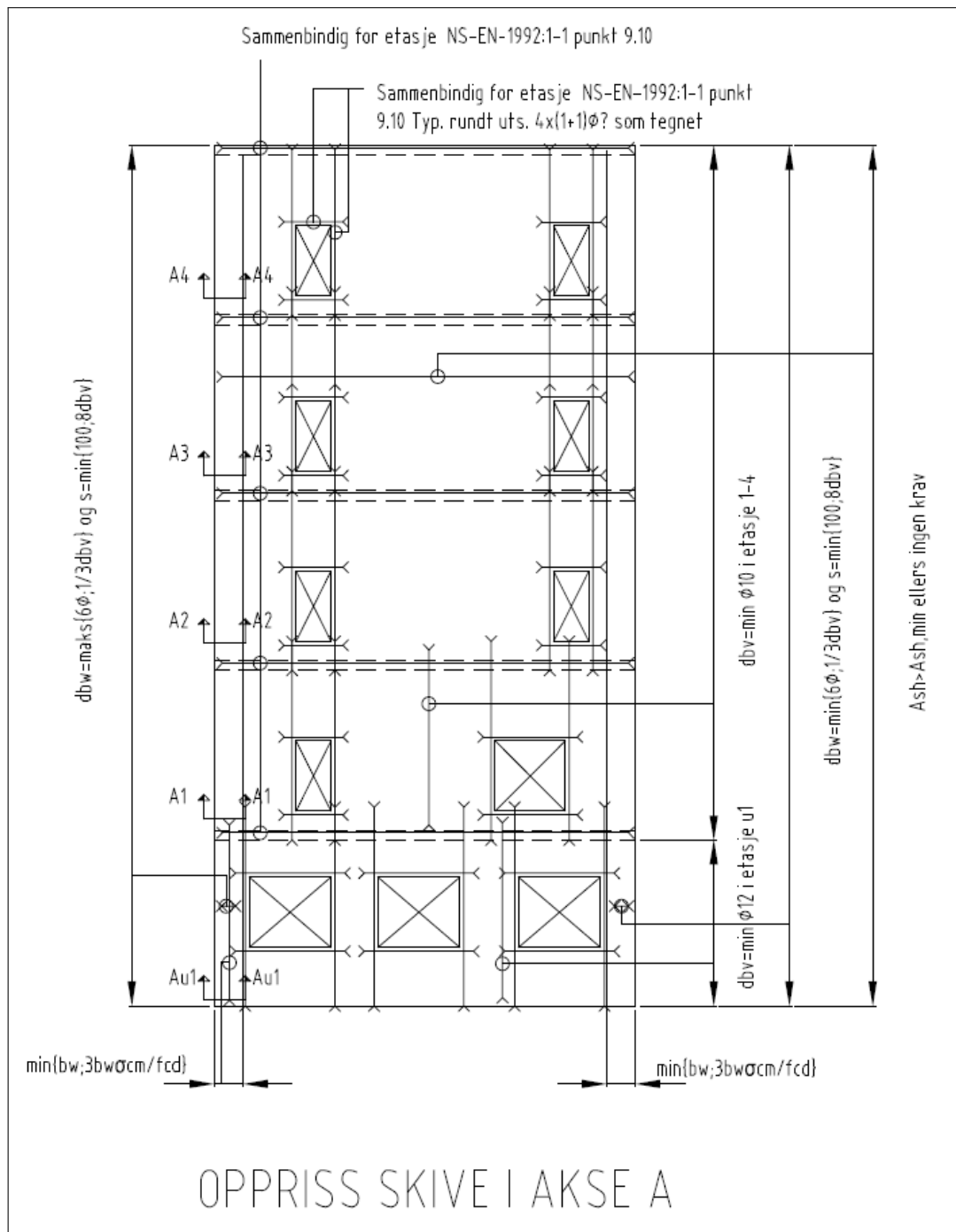
Tabell 8.5: Graden av utnyttelse i betongens tykkfelt F_c for $\theta = \frac{\pi}{4}$

0.021	0.043	0.041	0.041	0.040	0.043	0.021
0.001	0.048	0.076	0.071	0.063	-	0.002
0.011	0.037	0.059	0.067	0.056	0.079	0.011
0.002	0.064	0.112	0.166	0.148	0.133	0.011
0.005	0.148	0.157	0.170	0.160	-	0.010
0.006	0.191	0.170	0.229	0.196	0.274	0.018
0.008	0.171	0.276	0.248	0.267	-	0.023
0.007	0.288	0.238	0.224	0.238	0.541	0.018
0.015	0.186	0.264	0.420	0.019	0.017	0.022
0.088	0.267	0.146	0.459	0.072	0.320	0.082
0.130	-	0.939	-	1.053	-	0.118
0.066	0.343	0.225	0.328	0.250	0.369	0.075

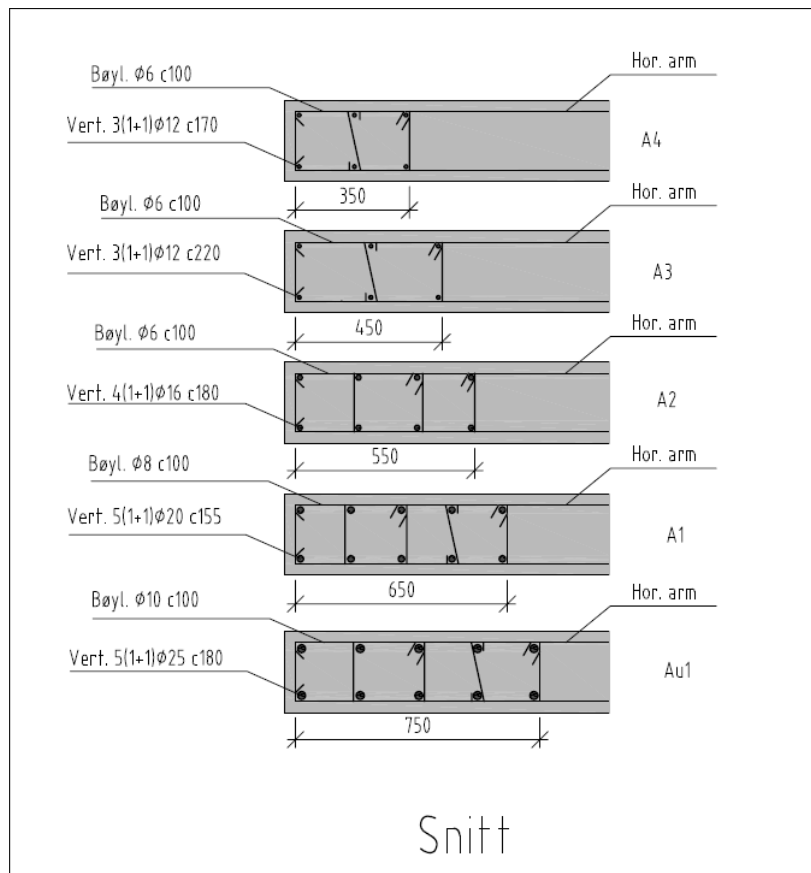
som en bjelke ved at trykk og strekk tilordnes endene av skiven og at skjær overføres i steget mellom. Deformasjoner av søylene mellom utsparingene er vist å være utslagsgivende og dette ble også diskutert i avsnitt 3.6 til å være ugunstig. Sett i sammenheng med belastningen vil utsparinger av skiven kunne gi en reduksjon i belastningen for det aktuelle bygget, men virke ugunstig for det duktile området i en slank skive.

Generelt er store utsparinger uønsket i de nedre etasjene da blant annet prinsippet som omtales som en svak etasje kan oppstå. Skiven i akse A er koblet sammen med skiven i akse 8 og det er ikke gitt at en slik ugunstig mekanisme vil oppstå her, men øvrige analyser bør gjennomføres. Som det fremkommer av figur C.1 er det gjenværende arealet av veggen rundt utsparingene i etasje *u1* lite samtidig som det oppstår relativt store aksiallaster i dette området. En kontroll av deformasjoner ut av planet bør foreligge for det foregående området. Dersom det viser seg at dette vil være kritisk kan løsninger som i figur 3.14 være aktuelle.

I figur 8.3 er det vist en prinsippskisse av de nødvendige regler gitt av NS-EN 1998-1 og NS-EN 1992-1 for armeringen som påfaller skiven i akse A. I figur 8.4 er snittene *Au1*, *A1*, *A2*, *A3* og *A4* fra figur 8.3 vist med innlagt armering innenfor den omsluttete armeringen. Den innlagte armeringen er den beregnet fra tabell 8.4 for de viste snittene. Utbredelsen av de omsluttete områdene ble for enkelhetens skyld gitt som største mulige verdi i *Au1* til minste mulige i *A4* med en lineær reduksjon. Det vises også prinsippet med tverrbindere og bøylere som kan benyttes.



Figur 8.3: Nødvendige armeringsprinsipper skiven i akse A i henhold til NS-EN 1998-1 og NS-EN 1992-1



Figur 8.4: Snitt Au1, A1, A2, A3 og A4 i figur 8.3 med innlagt vertikal armering og bøyler i omsluttet område

Kapittel 9

Diskusjon og konklusjon

Dynamiske analyser er å anse som relativt kompliserte. Dersom konstruksjoner som analyseres i tillegg har en material oppførsel som er ikke-lineær og eller geometrisk ikke-lineæritet oppstår, vil analysene bli mer komplekse. For konstruksjoner som analyseres etter NS-EN 1998-1 tas det hensyn til ikke-lineæriteten og den dynamiske analysen gjennom responspektre. Konstruksjonens evne til å deformere seg utover det elastiske området omtales som duktilitet. De energikrevde prosessene som oppstår som følge av konstruksjonens duktilitet, fører til en reduksjon av massens akselerasjon og følgelig reduseres lastene som det må dimensjoneres for.

Da konstruksjoner i betong normalt ikke innehar en stor duktilitet er det samvirket mellom armeringen og betongen som tillater at områder i konstruksjonen kan defineres duktile. Dersom en konstruksjon har spesifikke områder som er duktile og det samtidig påføres en belastning som er representativt for treghetskreftene til konstruksjonen, vil en mekanisme kunne påvises. Denne mekanismen skal da svare til den som vil oppstå når det antatte jordskjelvet inntreffer. Konstruksjonen vil få varige deformasjoner i de definerte områdene, samtidig som den forblir elastisk i andre. Mekanismen og dens dimensjoner fremkommer av det som kalles kapasitets dimensjonering. Forskyvningen som konstruksjonen opplever kan knyttes til duktilitetskrav i enkelte konstruksjonsdeler gjennom blant annet krumningen. Det er kapasitets dimensjonering som er grunnlaget for de spesifikke detaljeringskravene som påfaller konstruksjoner som analyseres i DCM. Det er viktig at konstruktøren har kontroll på hvor de varige deformasjonene finner sted og dette kan blant annet påvises gjennom ikke-lineære metoder som viser konstruksjonens respons som en funksjon av tiden. Eller ved en statisk ikke-lineær metode også kalt pushoveranalyse.

Enkle modeller som er egnet for analytiske beregninger vil kunne gi tilfredstillende beskrivelser av oppførselen til enkle konstruksjoner. For mer kompliserte konstruksjoner eller analyser vil det være nødvendig med dataprogrammer. Det ble i avhandlingen vist at resultatene fra de aktuelle programvarene kunne knyttes tilbake til grunnleggende teori. Det er svært viktig at konstruktøren har en forståelse om hvordan programvaren utfører de seismiske beregningene og de antagelsene som ligger bak. Eksempelvis er det feil å avlede en responsstørrelse fra en annen responsstørrelse. Hvor stort feilestimat dette medfører vil variere fra konstruksjon til konstruksjon og med antall moder som medtas i analysen. I avhandlingen ble konstruksjonenes svingeperioder og moder funnet og et responspektrum ble benyttet for å bestemme hver modes maksimale respons. Responsene ble kombinert med en kombinasjonsmetode da det var ukjent når de maksimale responsene inntraff, samtidig som det var for konservativt å anta at de var fortegnsløse og virket simultant. For

konstruksjonen i denne avhandling var det moder med lange svingeperioder som bidro mest til kreftene i konstruksjonen.

I vanlig dimensjonering er belastningen en ytre kraft. I de dynamiske analysene er det massen i et hvert punkt i konstruksjonen som akselererer å forårsaker krefter som konstruksjonen må dimensjoneres for. Å dimensjonere en konstruksjon for et antatt jordskjelv er en iterativ prosess. I første omgang må det antas at konstruksjonen har en gitt dimensjon slik at konstruksjonens masse og stivhet kan bestemmes. Dersom den antatte belastningen blir for stor, slik at dimensjonene må endres, må analysen utføres på nytt. I denne avhandlingen er det utført en fullstendig dynamisk analyse av en konstruksjon i henhold til NS-EN 1998-1 og andre relevante regelverk som inngår i samlingen av Eurokoder, når DCM benyttes. Bygget som ble analysert var en del av sengebygget på det nye Østfold-sykehuset. Konstruksjonen ble analysert ved hjelp av forenklete metoder som alle er tillatt i NS-EN 1998-1. Forenklete metoder i gjeldene regelverk blir ofte sett på som konservative og tanken om; jo mer vi regner på det, desto lavere laster får vi, er kjent i fagmiljøet. Denne avhandling viser blant annet at dette ikke alltid er tilfellet. I tverrkraftmetoden var det tillatt at enkle uttrykk kunne benyttes for å estimere den første svingeperioden. Analyser som ble utført viste imidlertid at en konservatisme ikke var tilfellet da enkle uttrykk ga laster som var 31% lavere enn de mer presise uttrykkene. I motsetning til det forenevnte har analyser vist at en reduksjon på 22% av den samlede skjærkraften ved fundamentet var å oppnå, dersom en responspektrum analyse ble utført i motsetning til en analyse ved tverrkraftmetoden.

Det ble i øvrige analyser konkludert med at konstruksjonen ikke tilfredstillte kravene om regularitet i planet og en romlig modell måtte benyttes. For dynamiske analyser av konstruksjoner generelt, er det viktig at de i størst mulig grad har et massesenter som sammenfaller med stivhetssenteret. Årsaken til dette er at de relativt kompliserte analysene blir enklere å forstå, samtidig som den duktile deformasjonsmekanismen blir enklere å gjøre rede for da konstruksjonen kan analyseres som to plane modeller. Ideelle konstruksjoner vil sjelden være reelle bygg og da det er den virkelige oppførselen til konstruksjonen som den idealiserte modellen etterstreber, vil en romlig analyse være å foretrekke. Kompleksiteten av disse analysene vil da øke. Formålet til konstruksjonen i dens livsløp er av interesse da massefordelingen i konstruksjonen bør i størst grad være kartlagt da massens posisjon i konstruksjonen er avgjørende for de treghetskrefter som oppstår.

I alle modellene som er analysert i denne avhandlingen bør en kommentar vedrøre de horisontale skivene foreligge. For betongkonstruksjoner er dekkene normalt meget stive i planet de spenner ut. Denne antagelsen er å anse som god når en analyserer modeller for akselerasjoner parallellt med dekkets plan. Derimot er antagelsen om at dekket er stivt ut av sitt eget plan ikke nødvendigvis en god antagelse da hovedsakelig bøyedeformasjoner i dekket kan inntreffe dersom de spenner over relative store spenn. Slike deformasjoner sees på mange av figurene av modellene som analyseres, men da det ikke er knyttet noen akselerasjon i dens retning er deres treghetskrefter heller ikke av stor interesse. Vertikale svingninger og selvfølgelig krefter som oppstår når massen i dekket akselererer vertikalt kan være av interesse, men neglisjeres i denne avhandling da det ikke er nødvendig å ta hensyn til den vertikale akselerasjonen etter NS-EN 1998-1.

En av motivatorene for å benytte en mer avansert konstruksjonstype enn den som er tillatt når duktilitetsklasse lav ligger til grunn, er reduksjonen i akselerasjon. Det ble avslutningsvis i avhandlingen konkludert med at betongens kapasitet i trykk ikke var tilfredsstillende i enkelte områder i skiven som ble analysert. Belastningen som beregnes fra responspekru-

met kommer hovedsaklig fra områder der det elastiske spekteret divideres med verdien av konstruksjonsfaktoren. I den sammenheng vil det grovt sett kunne anslås at en konstruksjonsfaktor $q_{DCM} \approx 3$ i duktilitetsklasse middels vil gi en belastning som er 50% lavere enn dersom konstruksjonen var gitt en konstruksjonsfaktor $q_{DCL} = 1.5$. Dersom den sistnevnte konstruksjonsfaktoren benyttes kan de krav som stilles i duktilitetsklasse lav foreligge. Da konstruksjonen som analyseres har en geometri som tilsier at oppførselen hovedsakelig er styrt av skjær vil en reduksjon av akselerasjonen ikke nødvendigvis føre til en gevinst i form av konstruksjonens skjærarmering. I tråd med regelverket skulle skjærkraften økes med en verdi $\frac{q_{DCM}+1}{2} \approx 2$. Dette betyr at skjærkraften vil ha en dimensjonerende verdi som er 50% større enn tilsvarende konstruksjon analysert etter duktilitetsklasse lav.

Det er forfatterens oppfatning at konstruksjoner i Norge stort sett klassifiseres som DCL konstruksjoner og kontrolleres deretter. Når konstruksjoner tillates en oppførsel som svarer til DCM, pålegges det ytterligere krav til materialkvalitet, detaljering, analyser,..etc. Det finnes tilgjengelig programvare på markedet der Eurokodene er implementert slik at en raskere påvisning kan foreligge, men dette forutsetter at brukeren er kjent med hvordan programmet utfører beregningene.

Konstruksjonens bæresystem består av et sett med store lettarmerte vegger som ikke vil ha en duktil oppførsel ved at det dannes et definert duktilt område ved fundamentet. For bæresystemer av denne typen påfaller det også krav til armeringsføringer og betongkvalitet, men det er ikke eksplisitt gitt en metode for hvordan konstruksjonens duktilitet kan vertifiseres. Det må i den sammenheng konkluderes med at det er uvisst om NS-EN 1998-1 er konservativ i sine antagelser.

I dette kapitlet har overordnede aspekter ved avhandlingen blitt diskutert og konkludert. Øvrige diskusjoner vedrørende de utførte analysene er gitt i avsnittene 5.4, 6.5, 7.4 og 8.4.

Kapittel 10

Videre arbeid

En analyse av den dynamiske oppførselen til sengebygg del *H* med de detaljeringskrav som NS-EN 1998-1 pålegger konstruksjonen for den søkte oppførselen er ikke utført i denne avhandling. Regelverket spessifiserer at det skal påvises en duktil deformasjonsmekanisme dersom en duktilitetsklasse høyere enn DCL benyttes. Dersom det dokumenteres at detaljeringskravene i NS-EN 1998-1 er benyttet er det ikke nødvendig med analyser av konstruksjonens oppførsel når den innehar de påfallende detaljeringskravene. Regelverket angir imidlertid en metode for å påvise den duktile deformasjonsmekanismen. Da store lettarmerte vegger ikke vil ha en tilsvarende oppførsel som en duktil vegg, angir ikke regelverket eksplisitt en metode for å påvise de energikrevende prosessene som slike systemer innehar. Konstruktører må da stole på at regelverkets detaljeringskrav vil gi den søkte oppførselen, slik at konstruksjonen ikke kollapser dersom et jordskjelv skulle inntreffe. Det søkes etter en eksplisitt metode for å påvise oppførselen til store lettarmerte vegger.

Det nasjonale tillegget i NS-EN 1998-1 angir at det ikke er nødvendig å begrense skadene på konstruksjoner som følge av jordskjelv. Dette er ikke i stor grad omtalt i avhandlingen, men en kommentar foreligger. I land der hyppige jordskjelv inntreffer er skadebegrensning et mer aktuelt tema da reparasjon av konstruksjoner som innehar en stor duktilitet vil kunne være kostbart. I tilknytning til de jordskjelv som vil kunne oppstå i Norge er sikringen av fast inventar av betydning. Når et jordskjelv har inntruffet og konstruksjonen har fått en varig deformasjon er det viktig at mennesker som oppholder seg i konstruksjonen har anledning til å evakuere. I den sammenheng er det ikke ønskelig at for eksempel himlinger har falt ned eller dører er kilt fast. Regelverket angir ikke eksplisitt at dette bør unngås og det søkes en analyse for de krav som bør stilles til blant annet fast innredning.

Analyser utført i denne avhandling viser at de forenklete metodene i NS-EN 1998-1 vil kunne gi en belastning som ikke er konservativ. Dette vil i verste fall kunne føre til en kollaps av bærekonstruksjonen når et jordskjelv inntreffer. Det søkes etter ytterligere analyser og redegjørelser vedrørende den ukonservative beskrivelsen av konstruksjonens respons gjennom dens første naturlige vinkelfrekvens i NS-EN 1998-1.

Litteraturliste

- [1] Ibrahimbegovic A. og Wilson E.L. A unified formulation for triangular and quadrilateral flat shell finite elements with six nodal degrees of freedom. *Communications in Applied Numerical Methods*, 7:1–9, 1991.
- [2] Kheyroddin Ali og Naderpour Hosein. Plastic hinge rotation capacity of reinforced concrete beams. *International Journal of Civil Engineering*, 5:30–47, 2007.
- [3] K. Chopra Anil. *Dynamics of Structures*. Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, tredje utgave, 2007.
- [4] K. Chopra Anil og K. Goel Rakesh. A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31:561–582, 2002.
- [5] Online Autodesk. *Autodesk Robot Structural Analysis Professional-User's Guide*. <http://docs.autodesk.com/RSA/2013/ENU/index.html>. Lest 02.01.2013.
- [6] Betongelementforeningen. *Betongelementboken bind B, Avstivninger og kraftoverføringer*. Betongelementforeningen, tredje utgave, 2005.
- [7] Betongelementforeningen. *Betongelementboken bind H, Dimensjonering for jordskjelv*. Betongelementforeningen, første utgave, 2011.
- [8] Cowi og Norges geotekniske innstetutt. Geoteknikk grunnlag for jordskjelvdessign, nytt Østfoldsykehus. *ØK-0202-G-NO-0006*, side 1–13, 2011.
- [9] J. Dowrick David. *Earthquake Resistant Design*. John Wiley and Sons, første utgave, 1977.
- [10] University of California at Berkley National Information Service for Earthquake Engineering (NISEE). *El Centro, 1940 Ground Motion Data*. http://nisee.berkeley.edu/data/strong_motion/a.k.chopra/index.html. Lest 22.10.2012.
- [11] Bjørhei Evind. *Beregning av plastiske ledd og overstyrke i betongskiver ved dimensjonering for jordskjelv i DCM*. Hovedfagsoppgave, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Juni 2012.
- [12] Naeim Farzad. *The Seismic Design Handbook*. Van Nostrand Reinhold, New York, 1989.
- [13] G. Penelis Georg og J. Kappos Andreas. *Earthquake-Resistant Concrete Structures*. E and FN Spon Chapman and Hall, første utgave, 1997.
- [14] Katili I. A new discrete kirchoff - mindlin element based on mindlin - reissner plate theory and assumed shear strain fields -part i: An extended dkt element for thick

- plate bending analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 36:1859–1883, 1993.
- [15] Katili I. A new discrete kirchoff - mindlin element based on mindlin -reissner plate theory and assumed shear strain fields -part ii: An extended dkq element for thick -plate bending analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 36:1885–1908, 1993.
- [16] P. Giannopoulos Ioannis. *Seismic Assessment of RC Building According to FEMA 356 and Eurocode 8*, 2009. Paper, University of Cambridge, UK.
- [17] Bell Kolbein. *Matrise statikk*. Tapir forlag, andre utgave, 1994.
- [18] N. Fardis Michael, Carvalho Eduardo, Elnashai Amr, Faccioli Ezio, Pinto Paolo og Plumier Andre. *Designers' Guide to EN 1998-1 and EN 1998-5 Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance. General Rules, Seismic Actions, Design Rules for Buildings, Foundations and Retaining Structures*. Thomas Telford Publishing, 2005.
- [19] M. Newmark Nathan og Rosenblueth Emilio. *Fundamentals of Earthquake Engineering*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1971.
- [20] Øystad Larsen Nina. *Dimensjonering for jordskjelv-Teorigrunnlag, regelverk og beregninger*. Hovedfagsoppgave, Det matematiske- naturvitenskapelige fakultetet Universitetet i Oslo, 2010.
- [21] Standard Norge. *NS-EN 1990:2002+NA:2008 Eurokode 0: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner*. Standard Norge, April 2002.
- [22] Standard Norge. *NS-EN 1991-1-3:2003+NA:2008 Eurokode 1: Laster på konstruksjoner Del 1-3: Allmenne laster snølaster*. Standard Norge, April 2003.
- [23] Standard Norge. *NS-EN 1992-1:2004+NA:2008 Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*. Standard Norge, Desember 2004.
- [24] Standard Norge. *NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning Del 1: Allmenne regler, seismiske laster og regler for bygninger*. Standard Norge, Desember 2004.
- [25] Standard Norge. *NS-EN 1998-3:2005 Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning Del 3: Vurdering og forsterkning av eksisterende bygninger*. Standard Norge, Oktober 2005.
- [26] Online NORSAR. <http://www.jordskjelv.no/jordskjelv/tektonikk.html>. Lest 22.08.2012.
- [27] Online NORSAR. <http://www.jordskjelv.no/jordskjelv/jordskjelv.html>. Lest 22.08.2012.
- [28] Bisch P., Carvalho E., Degee H., Fajfar P., Fardis M., Franchin P., Kreslin M., Pecker A., Pinto P., Plumier A., Somja H. og Tsionis G. *Eurocode 8: Seismic Design of Buildings Worked Examples*. JCR, første utgave.
- [29] Fajfar Peter. A nonlinear analysis method for performance based seismic design. *Earthquake Spectra*, 16:573–592, 2000.

- [30] G. Bergan Pål og G. Syvertsen Tor. *Knekkning av søyler og rammer*. Tapir Forlag, andre utgave, 1989.
- [31] Gjerp Pål, Opsahl Morten og Smeplass Sverre. *Grunnleggende betongteknologi*. Byggingens forlag, andre utgave, 2008.
- [32] Goel Rakesh K. og Chopra Anil K. Period formulas for concrete shear wall buildings. *Journal of Structural Engineering*, 124:426–433, 1998.
- [33] W. Clough Ray og Penzien Joseph. *Dynamics of Structures*. McGraw-hill, Inc., andre utgave, 1993.
- [34] Sægrov Roald, H. Lang Dominik, Shahrokhi Farzin, Ziotopoulos Alexander, Milan Loo Max, Udahl Geir, Gjørven Anton, Ngan Nguyen Thanh og Bølviken Røberg Arild. *Kompendium ved seminar i jordskjelvteknikk: Praktisk dimensjonering av konstruksjoner og fundamenter for seismiske påvirkninger*. Norsk jordskjelvteknisk forening ved Tekna.
- [35] D. Cook Robert, S. Malkus David, E. Plesha Michael og J. Witt Robert. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. John Wiley & Sons, Inc., fjerde utgave, 2002.
- [36] Park Robert og Paulay Thomas. *Reinforced Concrete Structures*. John Wiley and Sons, Inc., første utgave, 1975.
- [37] Online SeismoSignal. *Software for analysis and processing of strong-motion data*. <http://www.seismosoft.com>. Lest 17.10.2012.
- [38] Oguz Sermin. *Evaluation of Pushover Analysis Procedures for Frame Structures*. Hovedfagsoppgave, Middle East Technical University, 2005.
- [39] Chandrasekarn Srinivasan, Nunziante Luciano, Serino Giorgio og Carannante Federico. *Seismic Design Aids for Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures*. Taylor and Francis, første utgave, 2010.
- [40] Online StruSoft Company. *Applied Theory and Design, FEM-Design*. <http://www.strusoft.com>. Lest 20.03.2013.
- [41] Online StruSoft Company. *User Manual, FEM-Design*. <http://www.strusoft.com>. Lest 20.03.2013.
- [42] Ivar Sørensen Svein. *Betongkonstruksjoner, beregning og dimensjonering etter Eurokode 2*. Tapir Akademiske forlag, tredje utgave, 2010.
- [43] Sørensen Svein Ivar og Øverli Jan Arve. *Compendium TKT4222 Concrete structures 3 Autumn 2011*. Department of Structural Engineering ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet.
- [44] Paulay Thomas og Nigel Priestley M.J. *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*. John Wiley and Sons, Inc., første utgave, 1992.
- [45] Erik Hals Tor. *Konstruksjons mekanikk - Enkel statikk og dynamikk*. Tapir forlag, andre utgave, 1990.
- [46] Online Ukjent. *Geometric Stiffnes and P-Delta effects*. <http://www.google.no/url?sa=t&rct=j&q=geometric%20stiffness%20and%20p-delta%20effects&source=>

web&cd=1&cad=rja&ved=0CCgQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.csiberkeley.com%2Fsystem%2Ffiles%2Ftechnic. Lest 22.10.2012.

- [47] Petangelo V., Magliulo G. og Cosenza E. *European Conference on Earthquake Engineering: Analysis of buildings with lightly reinforced walls*. Department of structural Engineering, University of Naples Federico II.
- [48] Firat Alemdar Zeynep. *Plastic hinging of Reinforced concrete Bridge columns*. Doktorgradsoppgave, University of Kansas, 2010.
- [49] Løset Øystein, Milan Loo Max, L. Døssland Åse, Gjestvang Morten, M. Kaynia Air og Bråten Christian. *Dimensjonering for jordskjelv, Veileder til NS-EN 1998-1:2004+NA:2008*. Rådgivende Ingeniørers Forening, første utgave, 2010.

Vedlegg A

Håndberegninger

A.1 Masseberegning av sengebygg del H

Arealer

Verdien av arealet til den enkelte skiven sett i oppriss er gitt i tabell A.1 -A.5 der i betegner aksene gjennom skivens plan. Det kan bemerkes at verdiene er aproksimerte da størrelsen på utsparingene og etasjehøyden er varierende. I tillegg er det geometrien til elementene som ligger til grunn i det følgende.

Tabell A.1: Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver i oppriss for etasje $u1$

Akse j	$A_{skive,u1j}$ (m^2)	h_{sj} (m)
1	5.04	4.50
8	53.94	4.50
15	53.94	4.50
A	37.26	4.50
C	37.26	4.50
$A_{skive,u1} = \sum_j A_{skive,u1j}$	217.44	-

En tilnærmet verdi av arealene til de vertikale skivene i hver etasje som angitt i tabell A.1 -A.5 er beregnet som gitt av likning (A.1) som $A_{skive,etasje}$

$$\begin{aligned} A_{skive,u1} = \\ \sum_j A_{skive,u1j} = A_{skive,u11} + A_{skive,u18} + A_{skive,u117} \\ + A_{skive,u1A} + A_{skive,u1C} = 217.44m^2 \end{aligned} \quad (A.1)$$

Verdien av arealet til det enkelte dekke er gitt i tabell A.6 der i betegner etasjen som dekkets plan ligger under, sett i oppriss.

Tabell A.2: Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver i oppriss for etasje 1

Akse j	$A_{skive,1j}$ (m^2)	h_{sj} (m)
1	33.72	4.35
8	51.99	4.35
15	51.99	4.35
A	42.12	4.35
C	35.64	4.35
$A_{skive,1} = \sum_j A_{skive,1j}$	215.46	-

Tabell A.3: Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver i oppriss for etasje 2

Akse j	$A_{skive,2j}$ (m^2)	h_{sj} (m)
1	33.72	4.35
8	51.99	4.35
15	51.99	4.35
A	43.74	4.35
C	35.64	4.35
$A_{skive,2} = \sum_j A_{skive,2j}$	217.08	-

Egenlast

Likning (A.2) angir resultanten av egenlasten på grunn av betongens egenlast i hver etasje når halve skivens areal i etasjen og under medtas.

$$\begin{aligned}
 G_{k,u11} &= \left[A_{dekke,u1} + \frac{1}{2}A_{skive,u1} + \frac{1}{2}A_{skive,1} \right] \rho_{betong}b_w = 5112.81kN \\
 G_{k,11} &= \left[A_{dekke,1} + \frac{1}{2}A_{skive,1} + \frac{1}{2}A_{skive,2} \right] \rho_{betong}b_w = 5111.69kN \\
 G_{k,21} &= \left[A_{dekke,2} + \frac{1}{2}A_{skive,2} + \frac{1}{2}A_{skive,3} \right] \rho_{betong}b_w = 5144.31kN \\
 G_{k,31} &= \left[A_{dekke,3} + \frac{1}{2}A_{skive,3} + \frac{1}{2}A_{skive,4} \right] \rho_{betong}b_w = 5144.31kN \\
 G_{k,41} &= \left[A_{dekke,4} + \frac{1}{2}A_{skive,4} \right] \rho_{betong}b_w = 4438.38kN
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Tabell A.4: Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver i oppriss for etasje 3

Akse j	$A_{skive,3j}$ (m^2)	h_{sj} (m)
1	35.16	4.50
8	54.06	4.50
15	54.06	4.50
A	45.36	4.50
C	37.26	4.50
$A_{skive,3} = \sum_j A_{skive,3j}$	225.90	-

Tabell A.5: Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver i oppriss for etasje 4

Akse j	$A_{skive,4j}$ (m^2)	h_{sj} (m)
1	33.72	4.35
8	51.99	4.35
15	51.99	4.35
A	43.74	4.35
C	35.64	4.35
$A_{skive,4} = \sum_j A_{skive,4j}$	217.08	-

Tabell A.6: Tilnærmede arealer av dekker over etasje

Etasje i	$A_{dekke,i}$ (m^2)
4	601.60
3	601.60
2	601.60
1	601.60
u1	601.60

Likning (A.3) angir resultatanten av egenlasten til hver etasje på grunn av påført egenlast.

$$\begin{aligned}
 G_{k,u12} &= G_{k,pafort} A_{dekke,u1} = 902.40kN \\
 G_{k,12} &= G_{k,pafort} A_{dekke,1} = 902.40kN \\
 G_{k,22} &= G_{k,pafort} A_{dekke,2} = 902.40kN \\
 G_{k,32} &= G_{k,pafort} A_{dekke,3} = 902.40kN
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

Nyttelast

Likning (A.4) angir den tilnærmede permanente resultatanten av nyttelasten til hver etasje.

$$\begin{aligned}
 Q_{k,u11} &= \varphi_{u1} \psi_{2,nytte} Q_{k,nytte} A_{dekke,u1} = 1443.84kN \\
 Q_{k,11} &= \varphi_1 \psi_{2,nytte} Q_{k,nytte} A_{dekke,1} = 1443.84kN \\
 Q_{k,21} &= \varphi_2 \psi_{2,nytte} Q_{k,nytte} A_{dekke,2} = 1443.84kN \\
 Q_{k,31} &= \varphi_3 \psi_{2,nytte} Q_{k,nytte} A_{dekke,3} = 1443.84kN
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

Snølast

Likning (A.5) angir den tilnærmede permanente resultatanten av snølasten på taket.

$$Q_{k,42} = \varphi_4 \psi_{2,sno} Q_{k,sno} A_{dekke,4} = 288.80kN \tag{A.5}$$

Tabell A.7: Masser av betongsøyler

Etasje i	Antall	Dimensjon ($mm \times mm$)	h_{si} (m)	Vekt m_i (kg)
$u1$	6	450×450	4,50	13938.00
1	6	400×400	4,35	10646.00
2/3	12	350×350	4,35/4,50	16582.00
4	6	300×300	4,35	5988.00
$m_{betongsoyle} = \sum m_i$	-	-	-	47155.00

Tabell A.8: Masser av stålsøyler

Etasje i	Antall	Dimensjon ($mm \times mm$)	h_{si} (m)	Vekt m_i (kg)
$u1$	15	$CFFR250 \times 150 \times 12,5$	4,50	4614.00
1	15	$CFFR250 \times 150 \times 10$	4,35	3718.00
2/3	30	$CFFR150 \times 150 \times 10$	4,35/4,50	5480.00
4	15	$CFFR120 \times 120 \times 10$	4,35	15891.00
$m_{stasoyle} = \sum m_i$	-	-	-	15891.00

Masse av søyler fra Robot

A.2 Masseberegning av forenklet modell av sengebygg del H

I det følgende er beregningen for massene i bygget vist på tilsvarende måte som vist i A.1.

Tabell A.9: Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver uten utsparinger i oppriss for etasje $u1$

Akse j	$A_{skive,u1j}$ (m^2)	h_{sj} (m)
1	62.10	4.50
8	62.10	4.50
17	62.10	4.50
A	48.60	4.50
C	48.60	4.50
$\tilde{A}_{skive,u1} = \sum_j \tilde{A}_{skive,u1j}$	283.50	-

Da $\tilde{A}_{skive,u1} = \tilde{A}_{skive,3}$ og $\tilde{A}_{skive,1} = \tilde{A}_{skive,2} = \tilde{A}_{skive,4}$ er resultantkraften på grunn av betongens vekt gitt i likning (A.6).

Tabell A.10: Tilnærmede arealer av vertikale veggskiver uten utsparinger i oppriss for etasje 1

Akse j	$A_{skive,1j}$ (m^2)	h_{sj} (m)
1	60.30	4.35
8	60.30	4.35
17	60.30	4.35
A	46.98	4.35
C	46.98	4.35
$\tilde{A}_{skive,1} = \sum_j \tilde{A}_{skive,1j}$	274.86	-

$$\begin{aligned}
G_{k,u11} &= \left[\tilde{A}_{dekke,u1} + \frac{1}{2} \tilde{A}_{skive,u1} + \frac{1}{2} \tilde{A}_{skive,1} \right] \rho_{betong} b_w = 5583.00kN \\
G_{k,11} &= \left[\tilde{A}_{dekke,1} + \frac{1}{2} \tilde{A}_{skive,1} + \frac{1}{2} \tilde{A}_{skive,2} \right] \rho_{betong} b_w = 5556.00kN \\
G_{k,21} &= \left[\tilde{A}_{dekke,2} + \frac{1}{2} \tilde{A}_{skive,2} + \frac{1}{2} \tilde{A}_{skive,3} \right] \rho_{betong} b_w = 5583.00kN \\
G_{k,31} &= \left[\tilde{A}_{dekke,3} + \frac{1}{2} \tilde{A}_{skive,3} + \frac{1}{2} \tilde{A}_{skive,4} \right] \rho_{betong} b_w = 5583.00kN \\
G_{k,41} &= \left[\tilde{A}_{dekke,4} + \frac{1}{2} \tilde{A}_{skive,4} \right] \rho_{betong} b_w = 4697.00kN
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Tabell A.11: Tilnærmede arealer av dekker uten utsparinger over etasje i

Etasje i	$A_{dekke,i}$ (m^2)
4	614.10
3	614.10
2	614.10
1	614.10
$u1$	614.10

Likning (A.7) angir resultanten av egenlasten til hver etasje på grunn av påført egenlast.

$$\begin{aligned}
G_{k,u12} &= G_{k,pafort} A_{dekke,u1} = 921.20kN \\
G_{k,12} &= G_{k,pafort} A_{dekke,1} = 921.20kN \\
G_{k,22} &= G_{k,pafort} A_{dekke,2} = 921.20kN \\
G_{k,32} &= G_{k,pafort} A_{dekke,3} = 921.20kN
\end{aligned} \tag{A.7}$$

Nyttelast

Likning (A.8) angir den tilnærmede permanente resultanten av nyttelasten til hver etasje.

$$\begin{aligned}
 Q_{k,u11} &= \varphi_{u1}\psi_{2,nytte}Q_{k,nytte}\tilde{A}_{dekke,u1} = 1473.80kN \\
 Q_{k,11} &= \varphi_1\psi_{2,nytte}Q_{k,nytte}\tilde{A}_{dekke,1} = 1473.80kN \\
 Q_{k,21} &= \varphi_2\psi_{2,nytte}Q_{k,nytte}\tilde{A}_{dekke,2} = 1473.80kN \\
 Q_{k,31} &= \varphi_3\psi_{2,nytte}Q_{k,nytte}\tilde{A}_{dekke,3} = 1473.80kN
 \end{aligned}
 \tag{A.8}$$

Snølast

Likning (A.5) angir den tilnærmede permanente resultatanten av snølasten på taket.

$$Q_{k,42} = \varphi_4\psi_{2,sno}Q_{k,sno}\tilde{A}_{dekke,4} = 294.80kN \tag{A.9}$$

A.3 Svingeperioder

Arealer

Tabell A.12: Tverrsnittsarealer av de vertikale skivene inkludert utsparinger

Akse j	b_w (m)	l_{wj} (m)	Utsparing (m)	$A_{skivesnitt,j}$ (m ²)	Retning
1	0.25	9.60	2.40	1.88	y
15	0.25	13.80	2.40	2.85	y
8	0.25	13.80	2.40	2.85	y
A	0.25	10.80	-	2.70	x
C	0.25	10.80	-	2.70	x

For x -retning

$$\begin{aligned}
 A_c &= A_{skivesnitt,A} \left[0.2 + \left(\frac{10.80m}{22.05m} \right) \right]^2 \\
 &+ A_{skivesnitt,C} \left[0.2 + \left(\frac{10.80m}{22.05m} \right) \right]^2 = 2.57m^2
 \end{aligned}
 \tag{A.10}$$

For y -retning

$$\begin{aligned}
 A_c &= A_{skivesnitt,1} \left[0.2 + \left(\frac{9,60m}{22.05m} \right) \right]^2 \\
 &+ A_{skivesnitt,15} \left[0.2 + \left(\frac{13.80m}{22.05m} \right) \right]^2 \\
 &+ A_{skivesnitt,8} \left[0.2 + \left(\frac{13.80m}{22.05m} \right) \right]^2 = 4.64m^2
 \end{aligned}
 \tag{A.11}$$

Vedlegg B

Matlab

B.1 Programvare og kontroll

```
1 %----- En sammenligning av Robot og differensiallikningen -----
2 clear all %Matlab versjon R2012a
3 clc
4 %Bjelkens dimensjoner
5 b=0.45; %i m
6 h=0.45; %i m
7 L=4.5; %i m
8
9 %Material data
10 E=3.4e+10; %i N/m2
11 I=(b*(h^3))/12; %i m4
12 m=((25000*b*h*L)/9.81)/L; %i kg/m
13
14 x=(0:0.0001:L);
15 l=(0:0.225:L);
16
17
18 %Svingemoder bestemt analytisk
19 phi_1=cos((1*pi*x)/(2*L));
20 phi_2=cos((3*pi*x)/(2*L));
21
22 %Tilhørende egenfrekvens bestemt analytisk
23 omega_1=((pi/(2*L))^2)*sqrt(E*I/m);
24 omega_2=(((3*pi)/(2*L))^2)*sqrt(E*I/m);
25
26 %Tilhørende svingeperiode bestemt analytisk
27 T1=(2*pi)/omega_1
28 T2=(2*pi)/omega_2
29
30 % Svingemode 1 innhentet fra Robot 2013
31 phi_robot=[1
32 0.996917337
33 0.98768835
34 0.972369912
35 0.951056523
36 0.923879531
37 0.891006513
38 0.852640155
39 0.809017016
40 0.760405967
```

```
41 0.707106784
42 0.649448041
43 0.587785261
44 0.522498565
45 0.453990491
46 0.382683429
47 0.309016999
48 0.233445356
49 0.156434456
50 0.078459094
51 0]';
52
53 % Svingemode 2 innhentet fra Robot 2013
54 phi2_robot=[1
55 0.972364601
56 0.89098637
57 0.760364779
58 0.587721568
59 0.382601192
60 0.156342672
61 -0.078547628
62 -0.309087715
63 -0.522537504
64 -0.707102875
65 -0.852587211
66 -0.950954389
67 -0.99677242
68 -0.987512931
69 -0.92369038
70 -0.808833375
71 -0.649289397
72 -0.453873944
73 -0.23338369
74 0]';
75
76 %Plotter resultater
77 subplot(3,1,1);
78 plot(x,phi_1,'k--');
79 legend('\phi_1')
80 xlabel('Bjelkeaksen')
81 ylabel('\phi')
82
83 subplot(3,1,2);
84 plot(l,phi1_robot,'o');
85 legend('\phi_R1')
86 xlabel('Bjelkeaksen')
87 ylabel('\phi')
88
89 subplot(3,1,3);
90 plot(x,phi_1,'k--',l,phi1_robot,'o');
91 legend('\phi_1','\phi_R1')
92 xlabel('Bjelkeaksen')
93 ylabel('\phi')
94
95 figure
96
97 subplot(3,1,1);
98 plot(x,phi_2,'k--');
99 legend('\phi_2')
100 xlabel('Bjelkeaksen')
101 ylabel('\phi')
```

```

102
103 subplot(3,1,2);
104 plot(1,phi2_robot,'o');
105 legend('\phi_R2')
106 xlabel('Bjelkeaksen')
107 ylabel('\phi')
108
109 subplot(3,1,3);
110 plot(x,phi_2,'k--',1,phi2_robot,'o');
111 legend('\phi_2','\phi_R2')
112 xlabel('Bjelkeaksen')
113 ylabel('\phi')

```

B.2 Dimensjonerende spektrum for elastisk analyse

```

1 % ----- Dimensjonerende responsspektrum -----
2 clear all %Matlab versjon R2012a
3 clc
4 % ----- Parametere -----
5 % Tabell NA.4(901) Seismisk klasse IV -> 2.0
6 gamma_1 = 2.0;
7 % Berggrunnens aksellerasjon fra sone akrt i NA
8 ag_R40hz=0.8*(0.5+0.05);
9 % Den dimensjonerende grunnakselerasjonen
10 ag = ag_R40hz*gamma_1;
11 % Konstruksjonsfaktoren
12 q = 2.0;
13 % Forsterkningsfaktor som avhenger av grunnforholdene etter NA.3.3
14 S = 1.7;
15 % Faktoren for den nedre grenseverdien for det horisontale dimensjonerende
16 %spekteret NA.3.2.2.5(4)
17 beta = 0.2;
18 % Nedre grenseverdi av område med konstant spektralakselerasjon
19 TB = 0.1; %Tabell NA.3.3
20 % Øvre grenseverdi av område med konstant spektralakselerasjon
21 TC = 0.35; %Tabell NA.3.3
22 % Verdien som definerer begynnelsen på området med konstant forskyvning
23 TD = 1.5; %Tabell NA.3.3
24
25 n=0.01;
26 T=0:n:20;
27 Sd = zeros(1,size(T,1));
28
29 for i = 1:size(T,2)
30 Sd(i) = Dim_Sd(ag,T(i),TB,TC,TD,q,beta,S);
31 end
32
33 %Plotter dimensjonerende responsspektrum
34 plot(T,Sd/ag,'-b')
35 axis([0 20 0 2.5])
36 %legend('q=2.0')
37 title(['Det dimensjonerende spektrum for elastisk analyse']);
38 xlabel('Svingeperioden [T] i sekunder')
39 ylabel('S_{d}/a_{g}')
40 hold on
41 grid on
42
43 q = 2.5;
44 for i = 1:size(T,2)
45 Sd(i) = Dim_Sd(ag,T(i),TB,TC,TD,q,beta,S);

```

```
46 end
47 plot(T,Sd/ag,'-r')
48 hold on
49
50 q = 3;
51 for i = 1:size(T,2)
52 Sd(i) = Dim_Sd(ag,T(i),TB,TC,TD,q,beta,S);
53 end
54 plot(T,Sd/ag,'-y')
55 hold on
56
57 q = 3.5;
58 for i = 1:size(T,2)
59 Sd(i) = Dim_Sd(ag,T(i),TB,TC,TD,q,beta,S);
60 end
61 plot(T,Sd/ag,'-k')
62 hold on
63
64 q = 4;
65 for i = 1:size(T,2)
66 Sd(i) = Dim_Sd(ag,T(i),TB,TC,TD,q,beta,S);
67 end
68 plot(T,Sd/ag,'-m')
69 legend('q=2.0','q=2.5','q=3.0','q=3.5','q=4.0')
70 hold on

1 clear all %Matlab versjon R2012a
2 clc
3 %-----
4 function Sdh = Dim_Sd(ag,T,TB,TC,TD,q,beta,S)
5
6 if T>=0 & T<=TB
7 Sdh = ag*S*(2/3+(T/TB)*(2.5/q-2/3));
8
9 elseif T>TB & T<=TC
10 Sdh = ag*S*2.5/q;
11
12 elseif T>TC & T<=TD
13 Sdh = max(ag*S*(2.5/q)*(TC/T), beta*ag);
14
15 else
16 Sdh = max(ag*S*2.5/q*(TC*TD/T^2), beta*ag);
17 end
```

B.3 Analytisk sammenligning

```
1 %----- Responsspektrum analyse x-retning -----
2 clear all %Matlab versjon R2012a
3 close all
4
5 %Masser uten utsparing
6 m1=813251.8;
7 m2=810417.9;
8 m3=813251.8;
9 m4=813251.8;
10 m5=508848.1;
11
12 %Stivheter uten utsparinger med E=36000
13 K1x= 1.2856e+10; %Stivhet U1
14 K2x= 1.3347e+10; %Stivhet 1
```

```

15 K3x= 1.3347e+10; %Stivhet 2
16 K4x= 1.2856e+10; %Stivhet 3
17 K5x= 1.3347e+10; %Stivhet 4
18
19 %Massematrisen
20 M=[m5 0 0 0 0;
21     0 m4 0 0 0;
22     0 0 m3 0 0;
23     0 0 0 m2 0;
24     0 0 0 0 m1];
25
26 %Stivhetsmatrisen X-retning
27 Kx=[K5x -K5x 0 0 0;
28     -K5x (K5x +K4x) -K4x 0 0;
29     0 -K4x (K4x+K3x) -K3x 0;
30     0 0 -K3x (K3x+K2x) -K2x;
31     0 0 0 -K2x (K2x+K1x) ];
32
33 %Innflytelsesvektoren
34 iona=[1; 1; 1; 1 ;1];
35
36 %Egenverdier- egenvektorene i Y er normalisert til 1 i Matlab
37 % og beregnes ved innsettning i Kx-lambda(x(i,i))*M
38
39 A = inv(M)*Kx;
40 [Y,lambda] = eig(A);
41
42 Z1=Kx-lambda(4,4)*M;
43 [U1 S1 V1] = svd(Z1);
44 x1 = V1(:,end);
45 Analytisk_mode_x1=x1/x1(1,1)
46
47 Z2=Kx-lambda(5,5)*M;
48 [U2 S2 V2] = svd(Z2);
49 x2 = V2(:,end);
50 Analytisk_mode_x2=x2/x2(1,1)
51
52 Z3=Kx-lambda(3,3)*M;
53 [U3 S3 V3] = svd(Z3);
54 x3 = V3(:,end);
55 Analytisk_mode_x3=x3/x3(1,1)
56
57 Z4=Kx-lambda(2,2)*M;
58 [U4 S4 V4] = svd(Z4);
59 x4 = V4(:,end);
60 Analytisk_mode_x4=x4/x4(1,1)
61
62 Z5=Kx-lambda(1,1)*M;
63 [U5 S5 V5] = svd(Z5);
64 x5 = V5(:,end);
65 Analytisk_mode_x5=x5/x5(1,1)
66
67 %Svingeperioder
68 Omega=sqrt(lambda)
69 T1x=2*pi/Omega(4,4)
70 T2x=2*pi/Omega(5,5)
71 T3x=2*pi/Omega(3,3)
72 T4x=2*pi/Omega(2,2)
73 T5x=2*pi/Omega(1,1)
74
75 %Modale masser

```

```
76 M1x=(Analytisk_mode_x1')*M*Analytisk_mode_x1;
77 M2x=(Analytisk_mode_x2')*M*Analytisk_mode_x2;
78 M3x=(Analytisk_mode_x3')*M*Analytisk_mode_x3;
79 M4x=(Analytisk_mode_x4')*M*Analytisk_mode_x4;
80 M5x=(Analytisk_mode_x5')*M*Analytisk_mode_x5;
81
82 L1x=(Analytisk_mode_x1')*M*(iona);
83 L2x=(Analytisk_mode_x2')*M*(iona);
84 L3x=(Analytisk_mode_x3')*M*(iona);
85 L4x=(Analytisk_mode_x4')*M*(iona);
86 L5x=(Analytisk_mode_x5')*M*(iona);
87
88 %Effektive Modale masser
89 M_eff_1=vpa(((L1x)^2)/M1x)
90 M_eff_2=vpa(((L2x)^2)/M2x)
91 M_eff_3=vpa(((L3x)^2)/M3x)
92 M_eff_4=vpa(((L4x)^2)/M4x)
93 M_eff_5=vpa(((L5x)^2)/M5x)
94
95 %Total masse
96 M_tot=(iona')*M*iona;
97
98 %Prosentvis modal masse
99 M_prosnet_1=100*M_eff_1/M_tot
100 M_prosnet_2=100*M_eff_2/M_tot
101 M_prosnet_3=100*M_eff_3/M_tot
102 M_prosnet_4=100*M_eff_4/M_tot
103 M_prosnet_5=100*M_eff_5/M_tot
104 M_total_modal=M_eff_1+M_eff_2+M_eff_3+M_eff_4+M_eff_5
105
106 %Økning i masse (Feilen)
107 Okning_i_masse=M_tot/M_total_modal;
108
109
110 %Plotter moder
111 Analytisk_mode_x1(6)=0;
112 Analytisk_mode_x2(6)=0;
113 Analytisk_mode_x3(6)=0;
114 Analytisk_mode_x4(6)=0;
115 Analytisk_mode_x5(6)=0;
116
117 l=0:0.2:5;
118 l=l';
119 l=sort(l,'descend');
120
121 l2=0:1:5;
122 l2=l2';
123 l2=sort(l2,'descend');
124
125 %Svingemoder fra Robot midt i dekket med E=34000
126 Mode_Robot_rigid_x1=[1
127 0.942675832
128 0.793833193
129 0.577302065
130 0.308046705
131 0]';
132
133 Mode_Robot_rigid_x2=[1
134 0.521098973
135 -0.387905193
136 -0.969294704
```

```
137 -0.808802762
138 0 ]';
139
140 Mode_Robot_rigid_x3=[1
141 -0.165556944
142 -1.035852694
143 0.081209811
144 1.045780871
145 0 ]';
146
147 Mode_Robot_rigid_x4=[1
148 -0.821901115
149 -0.085655078
150 0.960754363
151 -0.868105198
152 0]';
153
154 Mode_Robot_rigid_x5=[1
155 -1.145305397
156 1.162641082
157 -0.654720418
158 -0.069767242
159 0 ]';
160
161 subplot(1,5,1);
162 plot(Analytisk_mode_x1,l2,'k--');
163 xlabel('Svingemode\Phi_x1'), ylabel('H');
164 legend('Analytisk');
165
166 subplot(1,5,2);
167 plot(Analytisk_mode_x2,l2,'k--');
168 xlabel('Svingemode\Phi_x2'), ylabel('H');
169 legend('Analytisk');
170
171 subplot(1,5,3);
172 plot(Analytisk_mode_x3,l2,'k--');
173 xlabel('Svingemode\Phi_x3'), ylabel('H');
174 legend('Analytisk');
175
176 subplot(1,5,4);
177 plot(Analytisk_mode_x4,l2,'k--');
178 xlabel('Svingemode\Phi_x4'), ylabel('H');
179 legend('Analytisk');
180
181 subplot(1,5,5);
182 plot(Analytisk_mode_x5,l2,'k--');
183 xlabel('Svingemode\Phi_x5'), ylabel('H');
184 legend('Analytisk');
185
186 figure
187
188 subplot(1,5,1);
189 plot(Mode_Robot_rigid_x1,l2,'o-');
190 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
191 legend('Robot_mode_1_x');
192
193 subplot(1,5,2);
194 plot(Mode_Robot_rigid_x2,l2,'o-');
195 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
196 legend('Robot_mode_2_x');
197
```

```
198 subplot(1,5,3);
199 plot(Mode_Robot_rigid_x3,l2,'o-');
200 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
201 legend('Robot_mode_3_x');
202
203 subplot(1,5,4);
204 plot(Mode_Robot_rigid_x4,l2,'o-');
205 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
206 legend('Robot_mode_4_x');
207
208 subplot(1,5,5);
209 plot(Mode_Robot_rigid_x5,l2,'o-');
210 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
211 legend('Robot_mode_7_x');
212
213 figure
214
215 subplot(1,5,1);
216 plot>Analytisk_mode_x1,l2,'k--',Mode_Robot_rigid_x1,l2,'o-');
217 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
218 legend('Analytisk', 'Robot_mode_1_x');
219
220 subplot(1,5,2);
221 plot>Analytisk_mode_x2,l2,'k--',Mode_Robot_rigid_x2,l2,'o-');
222 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
223 legend('Analytisk', 'Robot_mode_2_x');
224
225 subplot(1,5,3);
226 plot>Analytisk_mode_x3,l2,'k--',Mode_Robot_rigid_x3,l2,'o-');
227 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
228 legend('Analytisk', 'Robot_mode_3_x');
229
230 subplot(1,5,4);
231 plot>Analytisk_mode_x4,l2,'k--',Mode_Robot_rigid_x4,l2,'o-');
232 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
233 legend('Analytisk', 'Robot_mode_4_x');
234
235 subplot(1,5,5);
236 plot>Analytisk_mode_x5,l2,'k--',Mode_Robot_rigid_x5,l2,'o-');
237 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
238 legend('Analytisk', 'Robot_mode_7_x');
239
240 %De statiske lastene
241 gamma_1 = 2.0;
242 ag_R40hz=0.8*(0.5+0.05);
243 ag = ag_R40hz*gamma_1;
244 q = 2.955;
245 S = 1.7;
246 beta = 0.2;
247 TB = 0.1;
248 TC = 0.35;
249 TD = 1.5;
250
251 n=0.0001;
252 T=0:n:20;
253 Sd = zeros(1,size(T,1));
254
255 for i = 1:size(T,2)
256 Sd(i) = Dim_Sd(ag,T(i),TB,TC,TD,q,beta,S);
257 end
258
```



```

259 %Bestemmer verdier av Sd ved gitt Tn
260 %Verdier fra responsspekteret
261 Sd_1x = interp1(T,Sd/ag,T1x,'cubic')*ag;
262 Sd_2x = interp1(T,Sd/ag,T2x,'cubic')*ag;
263 Sd_3x = interp1(T,Sd/ag,T3x,'cubic')*ag;
264 Sd_4x = interp1(T,Sd/ag,T4x,'cubic')*ag;
265 Sd_5x = interp1(T,Sd/ag,T5x,'cubic')*ag;
266
267 % De statiske modale lastene
268 f1x=M*(Analytisk_mode_x1(1:5))*(L1x/M1x)*Sd_1x/1.0e+3 %kN
269 f2x=M*(Analytisk_mode_x2(1:5))*(L2x/M2x)*Sd_2x/1.0e+3 %kN
270 f3x=M*(Analytisk_mode_x3(1:5))*(L3x/M3x)*Sd_3x/1.0e+3 %kN
271 f4x=M*(Analytisk_mode_x4(1:5))*(L4x/M4x)*Sd_4x/1.0e+3 %kN
272 f5x=M*(Analytisk_mode_x5(1:5))*(L5x/M5x)*Sd_5x/1.0e+3 %kN

1 %----- Responsspektrum analyse y-retning -----
2 clear all %Matlab versjon R2012a
3 close all
4 clc
5
6 %Masser uten utsparing
7 m1=813251.8;
8 m2=810417.9;
9 m3=813251.8;
10 m4=813251.8;
11 m5=508848.1;
12
13 %Stivheter uten utsparinger m/ E=36000
14 K1y=2.5174e+10;
15 K2y=2.6101e+10;
16 K3y=2.6101e+10;
17 K4y=2.5174e+10;
18 K5y=2.6101e+10;
19
20 %Massematrisen
21 M=[m5 0 0 0 0;
22     0 m4 0 0 0;
23     0 0 m3 0 0;
24     0 0 0 m2 0;
25     0 0 0 0 m1];
26
27 %Stivhetsmatrisen Y-retning
28 Ky=[K5y -K5y 0 0 0;
29     -K5y (K5y +K4y) -K4y 0 0;
30     0 -K4y (K4y+K3y) -K3y 0;
31     0 0 -K3y (K3y+K2y) -K2y;
32     0 0 0 -K2y (K2y+K1y)];
33
34 B = inv(M)*Ky;
35 [Y,lambday] = eig(B);
36
37 %Innflytelsesvektoren
38 iona=[1; 1; 1; 1 ;1];
39
40 %Egenverdier- egenvektorene i Y er normalisert til 1 i Matlab
41 % og beregnes ved innsettning i Kx-lambda*(i,i)*M
42
43 %Svingemoder
44 Z1=Ky-lambday(4,4)*M;
45 [U1 S1 V1] = svd(Z1);
46 y1 = V1(:,end);

```

```
47 Analytisk_mode_y1=y1/y1(1,1)
48
49 Z2=Ky-lambday(5,5)*M;
50 [U2 S2 V2] = svd(Z2);
51 y2 = V2(:,end);
52 Analytisk_mode_y2=y2/y2(1,1)
53
54 Z3=Ky-lambday(3,3)*M;
55 [U3 S3 V3] = svd(Z3);
56 y3 = V3(:,end);
57 Analytisk_mode_y3=y3/y3(1,1)
58
59 Z4=Ky-lambday(2,2)*M;
60 [U4 S4 V4] = svd(Z4);
61 y4 = V4(:,end);
62 Analytisk_mode_y4=y4/y4(1,1)
63
64 Z5=Ky-lambday(1,1)*M;
65 [U5 S5 V5] = svd(Z5);
66 y5 = V5(:,end);
67 Analytisk_mode_y5=y5/y5(1,1)
68
69 %Svingeperioder
70 Omega=sqrt(lambday);
71 T1y=2*pi/Omega(4,4)
72 T2y=2*pi/Omega(5,5)
73 T3y=2*pi/Omega(3,3)
74 T4y=2*pi/Omega(2,2)
75 T5y=2*pi/Omega(1,1)
76
77 %Modale masser
78 M1y=(Analytisk_mode_y1')*M*Analytisk_mode_y1;
79 M2y=(Analytisk_mode_y2')*M*Analytisk_mode_y2;
80 M3y=(Analytisk_mode_y3')*M*Analytisk_mode_y3;
81 M4y=(Analytisk_mode_y4')*M*Analytisk_mode_y4;
82 M5y=(Analytisk_mode_y5')*M*Analytisk_mode_y5;
83
84 L1y=(Analytisk_mode_y1')*M*(iona);
85 L2y=(Analytisk_mode_y2')*M*(iona);
86 L3y=(Analytisk_mode_y3')*M*(iona);
87 L4y=(Analytisk_mode_y4')*M*(iona);
88 L5y=(Analytisk_mode_y5')*M*(iona);
89
90
91 %Effektive Modale masser
92 M_eff_1=vpa(((L1y)^2)/M1y)
93 M_eff_2=vpa(((L2y)^2)/M2y)
94 M_eff_3=vpa(((L3y)^2)/M3y)
95 M_eff_4=vpa(((L4y)^2)/M4y)
96 M_eff_5=vpa(((L5y)^2)/M5y)
97
98 %Total masse
99 M_tot=(iona')*M*iona
100
101 %Prosentvis modal masse
102 M_pro_1=100*M_eff_1/M_tot
103 M_pro_2=100*M_eff_2/M_tot
104 M_pro_3=100*M_eff_3/M_tot
105 M_pro_4=100*M_eff_4/M_tot
106 M_pro_5=100*M_eff_5/M_tot
107
```

```

108 M_tot2=M_eff_1+M_eff_2+M_eff_3+M_eff_4+M_eff_5
109
110 %Økning i masse (Feilen)
111 Okning_i_masse=M_tot/M_tot2;
112
113 %Plotter moder
114 Analytisk_mode_y1(6)=0;
115 Analytisk_mode_y2(6)=0;
116 Analytisk_mode_y3(6)=0;
117 Analytisk_mode_y4(6)=0;
118 Analytisk_mode_y5(6)=0;
119
120 l=0:0.2:5;
121 l=l';
122 l=sort(l,'descend');
123
124 l2=0:1:5;
125 l2=l2';
126 l2=sort(l2,'descend');
127
128 %Svingemoder fra Robot i Y-retning med E=34000
129
130 Mode_Robot_rigid_y1=[1
131 0.942636194
132 0.793846972
133 0.5772279
134 0.307868176
135 0]';
136
137 Mode_Robot_rigid_y2=[1
138 0.520144663
139 -0.388387597
140 -0.969546681
141 -0.808291786
142 0]';
143
144 Mode_Robot_rigid_y3=[1
145 -0.173903018
146 -1.042198862
147 0.085030707
148 1.052267812
149 0]';
150 c
151 Mode_Robot_rigid_y4=[1
152 -0.867134354
153 -0.076004907
154 0.936182509
155 -0.877660411
156 0]';
157
158 Mode_Robot_rigid_y5=[1
159 -1.285393061
160 1.31822259
161 -1.096533574
162 0.599583311
163 0]';
164
165 subplot(1,5,1);
166 plot(Analytisk_mode_y1,l2,'k--');
167 xlabel('Svingemode\Phi_y1'), ylabel('H');
168 legend('Analytisk');

```

```
169
170 subplot(1,5,2);
171 plot(Analytisk_mode_y2,l2,'k--');
172 xlabel('Svingemode\Phi_y2'), ylabel('H');
173 legend('Analytisk');
174
175 subplot(1,5,3);
176 plot(Analytisk_mode_y3,l2,'k--');
177 xlabel('Svingemode\Phi_y3'), ylabel('H');
178 legend('Analytisk');
179
180 subplot(1,5,4);
181 plot(Analytisk_mode_y4,l2,'k--');
182 xlabel('Svingemode\Phi_y4'), ylabel('H');
183 legend('Analytisk');
184
185 subplot(1,5,5);
186 plot(Analytisk_mode_y5,l2,'k--');
187 xlabel('Svingemode\Phi_y5'), ylabel('H');
188 legend('Analytisk');
189
190 figure
191
192 subplot(1,5,1);
193 plot(Mode_Robot_rigid_y1,l2,'o-');
194 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
195 legend('Robot_1_y');
196
197 subplot(1,5,2);
198 plot(Mode_Robot_rigid_y2,l2,'o-');
199 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
200 legend('Robot_2_y');
201
202 subplot(1,5,3);
203 plot(Mode_Robot_rigid_y3,l2,'o-');
204 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
205 legend('Robot_3_y');
206
207 subplot(1,5,4);
208 plot(Mode_Robot_rigid_y4,l2,'o-');
209 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
210 legend('Robot_5_y');
211
212 subplot(1,5,5);
213 plot(Mode_Robot_rigid_y5,l2,'o-');
214 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
215 legend('Robot_6_y');
216
217 figure
218
219 subplot(1,5,1);
220 plot(Analytisk_mode_y1,l2,'k--',Mode_Robot_rigid_y1,l2,'o-');
221 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
222 legend('Analytisk','Robot_1_y');
223
224 subplot(1,5,2);
225 plot(Analytisk_mode_y2,l2,'k--',Mode_Robot_rigid_y2,l2,'o-');
226 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
227 legend('Analytisk','Robot_2_y');
228
229 subplot(1,5,3);
```

```

230 plot(Analytisk_mode_y3,l2,'k--',Mode_Robot_rigid_y3,l2,'o-');
231 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
232 legend('Analytisk','Robot_3_y');
233
234 subplot(1,5,4);
235 plot(Analytisk_mode_y4,l2,'k--',Mode_Robot_rigid_y4,l2,'o-');
236 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
237 legend('Analytisk','Robot_5_y');
238
239 subplot(1,5,5);
240 plot(Analytisk_mode_y5,l2,'k--',Mode_Robot_rigid_y5,l2,'o-');
241 xlabel('Svingemode'), ylabel('H');
242 legend('Analytisk','Robot_6_y');
243
244 %De statistiske lastene
245 gamma_1=2;
246 ag_R40hz=0.8*(0.5+0.05);
247 ag = ag_R40hz*gamma_1;
248 q = 2.955;
249 S = 1.7;
250 beta = 0.2;
251 TB = 0.1;
252 TC = 0.35;
253 TD = 1.5;
254
255 n=0.0001;
256 T=0:n:20;
257 Sd = zeros(1,size(T,1));
258
259 for i = 1:size(T,2)
260 Sd(i) = Dim_Sd(ag,T(i),TB,TC,TD,q,beta,S);
261 end
262
263 %Bestemmer verdier av Sd ved gitt Tn
264 %Verdier fra responspekteret
265 Sd_1y = interp1(T,Sd/ag,T1y,'cubic')*ag;
266 Sd_2y = interp1(T,Sd/ag,T2y,'cubic')*ag;
267 Sd_3y = interp1(T,Sd/ag,T3y,'cubic')*ag;
268 Sd_4y = interp1(T,Sd/ag,T4y,'cubic')*ag;
269 Sd_5y = interp1(T,Sd/ag,T5y,'cubic')*ag;
270
271 % De statistiske modale lastene
272 f1y=M*(Analytisk_mode_y1(1:5))*(L1y/M1y)*Sd_1y/1.0e+3 %kN
273 f2y=M*(Analytisk_mode_y2(1:5))*(L2y/M2y)*Sd_2y/1.0e+3 %kN
274 f3y=M*(Analytisk_mode_y3(1:5))*(L3y/M3y)*Sd_3y/1.0e+3 %kN
275 f4y=M*(Analytisk_mode_y4(1:5))*(L4y/M4y)*Sd_4y/1.0e+3 %kN
276 f5y=M*(Analytisk_mode_y5(1:5))*(L5y/M5y)*Sd_5y/1.0e+3 %kN

1 %Matlab versjon R2012a
2 %-----
3 function Sdh = Dim_Sd(ag,T,TB,TC,TD,q,beta,S)
4
5 if T>=0 & T<=TB
6 Sdh = ag*S*(2/3+(T/TB)*(2.5/q-2/3));
7
8 elseif T>TB & T<=TC
9 Sdh = ag*S*2.5/q;
10
11 elseif T>TC & T<=TD
12 Sdh = max(ag*S*(2.5/q)*(TC/T), beta*ag);
13

```

```
14 else
15 Sdh = max(ag*S*2.5/q*(TC*TD/T^2), beta*ag);
16 end
```

B.4 Dimensjonering av skiven i akse A

```
1 %-----Nødvendig armering i skiven i akse A-----
2 close all %Matlab versjon R2012a
3 clear all
4 clc
5
6 q=2.95;
7 fyk=500;
8 fck=35;
9 gamma_s=1.15;
10 gamma_c=1.5;
11 alpha_cc=0.85;
12 fyd=fyk/gamma_s;
13 fcd=alpha_cc*fck/gamma_c;
14
15 %Øker skjærspenningen
16 %For sammenligning med FEM-design kan skalar=1;
17 skalar=((q+1)/2);
18
19 % Normalspenninger i y-retning;
20 Nyy=[16.1 1.6 0.8 0.1 0.2 0.5 15.2;
21      22.7 63.7 5.1 1.2 10.2 0 18.7;
22      50.3 23.2 31.5 5.7 19.5 28.6 65.8;
23      85.9 206.5 14.7 6.1 52.3 28.1 86.6;
24      283.5 113.3 108.9 7.0 66.9 0 351.4;
25      278.4 316.5 53.9 9.6 119.7 60.5 342.4;
26      509.3 260.6 217.2 8.2 123.1 0 593.5;
27      590.2 387.1 118.5 25.7 63.4 414.0 558.2;
28      894.3 441.2 312.4 53.3 547.5 552.0 875.2;
29      1175.0 77.4 542.7 66.7 386.0 59.1 1226.3;
30      1860.4 0 756.3 0 811.3 0 1829.0;
31      1880.0 403.9 319.3 48.0 352.2 423.5 1858.1];
32
33 % Normalspenninger i x-retning;
34 Nxx=[13.3 61.1 13.6 18.5 25.5 21.6 15.6;
35      1.0 30.0 31.0 1.7 11.2 0 1.2;
36      1.6 47.3 28.6 12.1 12.2 7.7 2.1;
37      1.7 58.9 88.1 12.3 31.3 116.7 1.8;
38      2.9 139.1 103.1 9.4 34.6 0 4.2;
39      1.2 41.6 85.0 17.4 44.4 8.1 2.9;
40      2.8 57.9 104.0 17.7 63.0 0 3.0;
41      0.8 9.7 20.9 45.1 75.5 12.3 1.1;
42      3.0 4.0 11.3 28.1 9.2 20.4 4.6;
43      9.0 92.5 188.3 103.4 70.3 74.0 8.5;
44      18.8 0 111.1 0 124.4 0 19.1;
45      29.2 288.2 61.6 36.5 74.2 295.2 33.8];
46
47 % Positiv skjærspenninger i xy=yx-retning;
48 Nxy_pos=skalar*abs([13.6 27.3 26.8 26.2 26.0 27.5 13.1;
49      0.5 27.6 49.2 46.0 39.4 0 0.8;
50      6.8 23.9 38.5 43.1 30.2 51.2 6.9;
51      1.4 30.6 72.5 107.3 95.8 68.6 4.5;
52      2.3 95.7 101.8 110.3 96.2 0 6.6;
53      3.6 98.0 109.9 142.6 126.5 141.8 8.7;
54      4.2 110.7 171.8 153.4 162.8 0 14.6;
```

```

55     4.3 161.7 154.4 145.1 70.6 350.3 8.6;
56     8.1 113.1 156.9 272.3 12.0 11.3 14.4;
57     57.2 172.9 72.9 297.3 46.6 130.8 49.1;
58     72.6 0 585.6 0 681.9 0 76.2;
59     31.6 183.8 123.6 198.6 161.6 238.8 48.7]);
60
61 %Negativ skjærspenninger i xy=ya-retning;
62 Nxy_neg=skalar*abs([-12.6 -27.9 -26.2 26.3 -26.1 -27.8 -13.4;
63     -0.4 -31.3 -45.0 -44.5 -41.0 0 -1.4;
64     -6.6 -21.6 -34.3 -40.5 -36.2 -44.4 -6.6;
65     -0.6 -41.6 -70.8 -107.8 -94.0 -85.9 -6.9;
66     -3.5 -90.9 -95.7 -108.9 -103.8 0 -4.0;
67     -2.7 -123.7 -99.6 -148.5 -127.1 -177.3 -11.7;
68     -5.2 -97.0 -179.0 -160.4 -173.1 0 -10.6;
69     -4.0 -186.8 -141.6 -143.1 -154.2 -251.6 -11.4;
70     -9.6 -120.3 -171.1 -265.3 -11.5 -6.2 -12.7;
71     -49.1 -150.5 -94.8 -259.6 -6.7 -207.4 -53.1;
72     -84.2 0 -608.3 0 -624.7 0 -68.9 ;
73     -42.4 -222.2 -145.4 -212.7 -122.6 -205.3 -37.4]);
74
75 %For theta rissvinkel pi/4 er:
76
77 %Nødvendig armering i y-retning
78 Fsy_pos=Nyy+Nxy_pos;
79 Asy_pos=1000*Fsy_pos/fyd
80 Fsy_neg=Nyy+Nxy_neg;
81 Asy_neg=1000*Fsy_neg/fyd
82
83 %Nødvendig armering i x-retning
84 Fsx_pos=Nxx+Nxy_pos;
85 Asx_pos=1000*Fsx_pos/fyd
86 Fsx_neg=Nxx+Nxy_neg;
87 Asx_neg=1000*Fsx_neg/fyd
88
89 %Betong trykkfeltaes kapasitet;
90 Fc_maks=0.6*(1-(fck/250))*fcd*250 %NS-EN 1992:1-1 punkt 6.5.2(2)
91 Nc_pos=2*Nxy_pos;
92 Nc_neg=2*Nxy_neg;
93 Betong_ok_pos=(1/Fc_maks)*Nc_pos
94 Betong_ok_neg=(1/Fc_maks)*Nc_neg

```

Vedlegg C

Geometri

C.1 Aksesystem

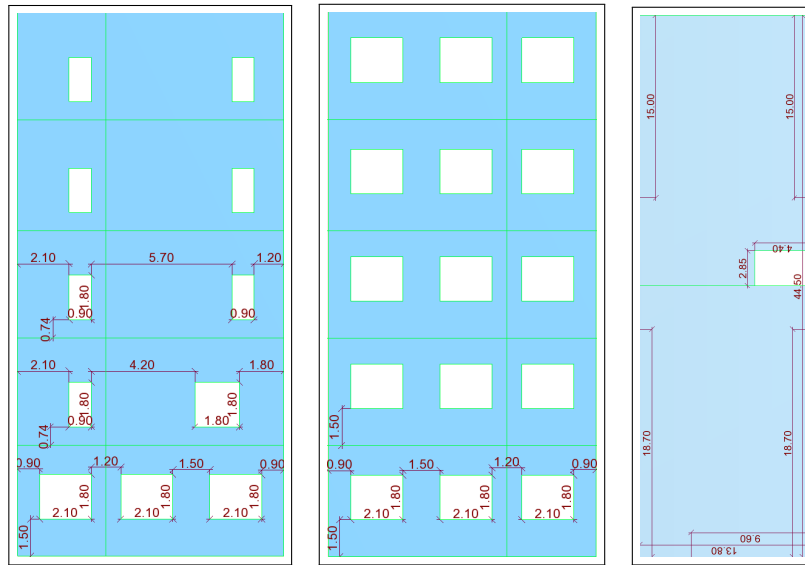
Tabell C.1: Aksesystemet til sengebygg del H

Akse	x (m)	Akse	y (m)	Akse	z (m)
1	0.00	A	0.00	Base	0.00
2	2.50	B	7.20	u1	4.50
3	4.30	C	13.80	1	8.85
4	7.90	-	-	2	13.20
5	11.50	-	-	3	17.70
6	15.10	-	-	4	22.05
7	18.70	-	-	-	-
8	22.30	-	-	-	-
9	25.90	-	-	-	-
10	29.50	-	-	-	-
11	33.10	-	-	-	-
12	36.70	-	-	-	-
13	40.30	-	-	-	-
14	42.10	-	-	-	-
15	44.50	-	-	-	-

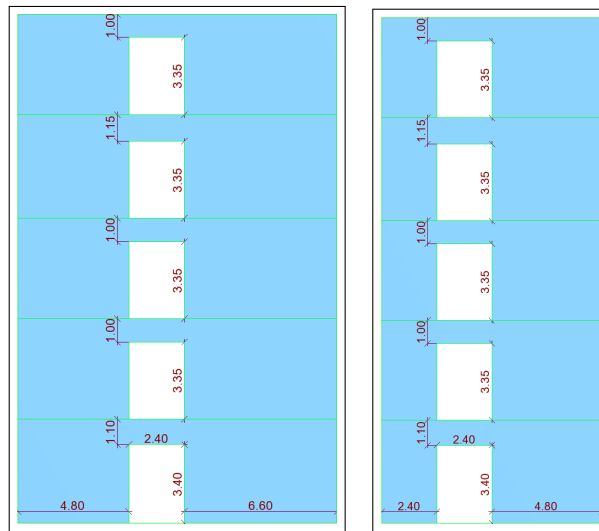
Tabell C.2: Aksesystemet til den forenklete modellen av sengebygg del H

Akse	x (m)	Akse	y (m)	Akse	z (m)
1	0.00	A	0.00	Base	0.00
2	22.25	B	13.80	u1	4.50
3	44.50	-	-	1	8.85
-	-	-	-	2	13.20
-	-	-	-	3	17.70
-	-	-	-	4	22.05

C.2 Veggskiver i sengebygg del *H* i Robot



Figur C.1: Oppriss av skiven i akse *A* (til venstre) og akse *C* (til høyre) i sengebygg del *H*



Figur C.2: Oppriss av skiven i akse 15 (til venstre) og akse 1 (til høyre) i sengebygg del *H*