Misoppfatninger i matematikk blant elever i Namibia og Norge

En komparativ undersøkelse

Hovedfagsoppgave i realfagdidaktikk

av

Ole Harald Johansen

Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling
Universitetet i Oslo
Juni 2001

Forord

Jeg har gjennom denne oppgaven undersøkt misoppfatninger i matematikk blant en gruppe elever fra Namibia og gjort sammenligninger med funn fra Norge. Det har vært et spennende og interessant arbeid, der jeg har fått muligheten til å lære mer om matematikkdidaktikk og forskning. Matematikkdidaktikk er et felt som er beslektet med vitenskapsfagene matematikk, pedagogikk og psykologi, der elevenes læring av matematikk står sentralt.

Interessen for hovedfag ble vekket etter PPU i 1998, og etter samråd med rektor Trygve Lindsjørn på Hersleb ungdomsskole ble det gitt anledning til å gjennomføre dette arbeidet. Jeg vil også takke inspektør Berit Bakke som har tilrettelagt timeplanen etter mine forelesninger på Universitetet i Oslo. Det didaktiske redskapet fra PPU og hovedfag vil bli tatt med tilbake til skolen til glede for matematikkseksjonen, og forhåpentligvis også til dem dette arbeidet retter seg mot, nemlig elevene.

Professor Gunnar Gjone ved ILS har vært en støtte og en god veileder gjennom hele perioden med mange konstruktive innspill, og videre vil jeg spesielt rette en takk til Noag Gaoseb fra Namibia som per i dag arbeider med sin doktorgrad. Han har vært en sentral person i forbindelse med samarbeidet om utvelgelsen av oppgavene, administrasjonen av utsendelse og innsamling av undersøkelsen i Namibia, samt utarbeidelsen av kodeboken i samarbeid med professor Gunnar Gjone.

Jeg vil også rette en takk til Namibiaforeningen i Norge for hjelp til å knytte kontakter med tidligere og nåværende lærere i Namibia. Disse kontaktene har gitt meg en større bredde og en bedre innsikt i undervisningssituasjonen i landet. Takk til Gard Brekke, Telemarksforskningen – Notodden, som har administrert arbeidet med å legge inn over 16.000 koder inn i SPSS. Jeg vil også takke medstudenter som har brukt av sin tid til koding og faglige diskusjoner, spesielt hovedfagsstudent Nina E. Arnesen som har tatt seg tid til å lese korrektur. Det har vært interessant å treffe mange forelesere og studenter på ILS som på hvert sitt område har bidratt med stor faglig kompetanse.

Til slutt vil jeg takke en trofast gjeng i forbindelse med dette arbeidet, og det er min familie. Spesielt takk til min kone Wenche som har støttet og hjulpet meg gjennom den nesten 2 år lange studieperioden, samt alle barna, Christian, Tracy, Gustav, Tore Magnus, Thomas, Steffi, Mathias og Daniel for all tålmodighet og samarbeid, spesielt Steffi og Mathias som hjalp til med innføring av koder. Takk også til mine foreldre Margit og Arvid, som gjennom mange helger har vært barnevakt, og på den måten også har vært med på å gi meg tid til å gjennomføre denne oppgaven.

Blindern, juni 2001

Ole Harald Johansen

Innhold

6 Diskusjon av resultatene og konklusjoner …..... 109

Vedlegg

1 Innledning

I dette kapitlet vil jeg vise hvordan oppgaven er bygget opp, samt gi en kort bakgrunn til hvordan oppgaven ble valgt.

1.1 Oppgavens struktur

Jeg har delt oppgaven inn i 6 hovedkapitler. Det første kapitlet forteller litt om min bakgrunn og om valg av oppgaven, med mål og problemstilling. Det andre kapitlet er en utfyllende del om utdanningssystemet i Namibia og Norge, med størst vekt på Namibia, som for meg var et ukjent land.

Det tredje og fjerde kapitlet inneholder henholdsvis teori og metode som er brukt i undersøkelsen. I det femte kapitlet har jeg presentert de innkomne besvarelsene fra Namibia og sammenlignet med resultatene fra undersøkelsene fra Norge. I det sjette kapitlet har jeg diskutert resultatene fra presentasjonen, og gjort en oppsummering fra diskusjonen. Til slutt følger et vedlegg med referanser, aktuelle internettadresser, e-postadresser og en kopi av testen.

1.2 Min bakgrunn

Jeg startet som lærer høsten 1997 på en ungdomsskole i Oslo indre øst og har som utdanningsbakgrunn cand. mag. fra universitetet i Oslo, med vekt på fagene matematikk, fysikk og informatikk. I denne oppstartsperioden som lærer ble jeg av rektor oppfordret til å skaffe meg formell undervisningskompetanse, og våren 1998 startet jeg derfor på praktisk pedagogisk utdannelse (PPU) som ble avsluttet høsten 1998. Matematikk og informatikk var mine didaktiske fag, og her fikk jeg for første gang høre om begrepene fagdidaktikk og misoppfatninger i matematikk. Interessen ble vakt, og under kurset MNDID 202 i realfagdidaktikk, utviklet jeg et ønske om å ta hovedfag innen realfagdidaktikk, noe som ble påbegynt høsten 1999.

1.3 Bakgrunn for valg av oppgaven

Gjennom min veileder Gunnar Gjone, ansatt ved Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling (ILS), ble jeg engasjert i et prosjekt tilknyttet Det norske universitetsråds utvalg for utviklingsrelatert forskning og utdanning (NUFU) (se kapittel 2.1). I forbindelse med dette prosjektet ville Noag Gaoseb, doktorgradsstudent fra Namibia, undersøke sammenhengen mellom misoppfatninger i matematikk og språk blant namibiske fjerdeklassinger. Dette området er interessant fordi namibiske elever skifter undervisningsspråk fra morsmål til engelsk i fjerde klasse, og dette forholdet kan være en faktor som påvirker oppbyggingen av elevenes begreper. Spesielt er de matematiske begrepene interessante i denne undersøkelsen.

Delvis i samarbeid med Noag Gaoseb, blant annet i valg av testoppgaver, skulle min oppgave i dette prosjektet gå ut på å undersøke misoppfatninger i matematikk blant en gruppe elever i niende-klasse fra Namibia. Det foreligger mye data fra Norge i forbindelse med KIM-prosjektet (Kvalitet I Matematikkundervisningen) for norske niende-klassinger, og det ble derfor bestemt at det skulle gjøres en sammenligning mellom disse elevgruppene med hensyn til misoppfatninger i matematikk.

1.4 Mål

Fordi undersøkelsen var knyttet opp mot KIM-prosjektet, var det naturlig å velge mål og problemstilling som ble knyttet mot misoppfatninger i matematikk. I samarbeid med Noag Gaoseb ble det lagt vekt på fire emner i matematikk som skulle testes ut. Dette var *tall, tallregning, geometri* og *målinger og enheter*.

Målet for min hovedoppgave var å undersøke eventuelle forskjeller og likheter innen misoppfatninger i matematikk blant 9. trinn elever fra den utvalgte elevgruppen fra Namibia med elever fra Norge, ved å bruke KIM-testene og resultatene fra disse. Jeg har også villet søke å knytte misoppfatningene i matematikk til ulike utdanningstradisjoner i landene.

1.5 Problemstilling

Ut fra ovennevnte mål var det naturlig å ta utgangspunkt i følgende problemstillinger:

- **Hvilke misoppfatninger i matematikk finner vi i et utvalg av elever fra Namibia, sett i forhold til elever fra Norge?**
- **Kan misoppfatningene knyttes til ulike utdanningstradisjoner?**

Begrepet *misoppfatninger* blir omtalt i kapittel 3 vedrørende KIM-prosjektet, mens med begrepet *utdanningstradisjon* mener jeg forhold som det er rimelig å anta kan påvirke elevene i en utdanningssituasjon, både direkte og indirekte. Dette kan være læreren, lærernes utdanningsbakgrunn, lærebøker, læreplan, foreldre, medelever, rammebetingelser for skolen - herunder fysiske forhold ved skolen, tilgang på læremateriell og administrasjon av undervisningen. Disse forholdene er blitt beskrevet under de namibiske og norske utdanningssystememene i kapittel 2.

Det har blitt lagt noen begrensninger i diskusjonen av resultatene i denne oppgaven, fordi det innenfor rammen av denne hovedoppgaven ville blitt for omfattende å gå i dybden for å undersøke alle forhold som kan påvirke elevenes misoppfatninger i matematikk.

2 Sammenligning mellom Namibia og Norge

Jeg vil i dette kapitlet beskrive hvordan samarbeidsprosjektet mellom Namibia og Norge har kommet i gang, samt se på de to lands utdanningstradisjoner. En del av informasjonen er hentet fra nettsiden Norge, som er en felles inngang til all offentlig informasjon på Internett, men også spesielt fra Utenriksdepartementets (UD) nettsider.

2.1 NUFU

2.1.1 Norsk hjelp til forskning og utdannelse i utviklingsland

Universitetet i Oslo (UIO) har gjennom Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling (ILS), innledet et samarbeid med Departement of Science and Mathematics Education, University of Namibia (UNAM). Dette samarbeidet startet i 1998, og programmet kalles "*Research in Teaching and Learning Processes in Mathematics and Science Education*" og er planlagt å vare i tre år (1999 - 2001).

Dette samarbeidet har kommet i gang ved hjelp av NUFU som forvaltes av Universitetsrådet (UR) ved Senter for internasjonalt universitetssamarbeid (SIU). UD og UR inngikk i 1991 en avtale om kompetanseoppbygging ved forskningsinstitusjoner i utviklingsland (NUFU-programmet). Programmet omfatter forskningssamarbeid med land i sør, deriblant i Afrika sør for Sahara.

SIU er NUFU’s sekretariat og daglige administrasjon, og avtalen omfatter langsiktig forskningssamarbeid og utdanning på master- og doktorgradsnivå. UD forvalter midler til dette langsiktige forskningssamarbeidet mellom norske forskningsinstitusjoner og forskningsinstitusjoner i utviklingsland.

Med bakgrunn i dette samarbeidet mellom ILS og UNAM ble det utviklet et program der ILS skulle legge forholdene til rette slik at studenter fra Namibia kunne komme til Norge i kortere perioder for å forberede og arbeide med doktorgradsstudier innen realfagdidaktikk. Det ble samtidig gitt muligheten for at jeg kunne skrive en hovedoppgave basert på en undersøkelse blant en elevgruppe fra Namibia, for deretter å sammenligne med funn gjort i Norge. Undersøkelsen i Namibia ble sendt ut i perioden juli - september 2000, mens undersøkelsene i Norge har vært gjennomført tidligere.

2.1.2 Formålet med samarbeidet

Målet med norsk forskningsbistand og støtte i sør, er å bidra til og styrke utviklingslandenes evne til å drive forskning og høyere utdanning med utgangspunkt i landenes egne behov, samt å nyttiggjøre seg foreliggende forskningsresultater. Videre er formålet med samarbeidet mellom forskningsinstitusjonene i Norge og tilsvarende organisasjoner i sør å:

- bidra til oppbygging av forskningskompetanse i utviklingsland.
- bidra til å fremme sør/sør-samarbeid.
- bidra til å fremme dialog med forskningsmiljøer i sør som en del av en integrert norsk sør-politikk.

Når det gjelder NUFU-programmet, skal det blant annet legges vekt på langsiktig samarbeid basert på prinsippet om likeverdighet. Samarbeidet skal være forankret i institusjoner i Norge og i utviklingsland, fortrinnsvis universiteter. Man skal samordne norsk utviklingsforskning i regi av Forskningsrådet og Direktoratet for utviklingshjelp (NORAD), samt fremme norsk engasjement for tverrkulturelt samarbeid. Det overordnede målet til norsk utviklingsforskning er å bidra til langsiktig kunnskapsutvikling som kan en integrert norsk sør-politikk.

2.2 Namibia og Norge

2.2.1 Noen sammenligninger mellom Namibia og Norge

Siden det er rimelig å anta at Namibia er et ukjent land for mange, har jeg i de følgende tatt med noen faktaopplysninger om landet, samt noen sammenligninger med Norge. Gjennom disse opplysningene kan man danne seg et lite inntrykk av de to landene. I kapitlene 2.3 og 2.4 vil jeg gå nærmere inn på utdanningstradisjonene i de respektive land.

Tabell 2.1: *Fakta om Namibia og Norge*

Populasjon	Namibia	Norge
Total populasjon	1.660.000	4.478.497
Areal i km^2	824.290	324.000
Befolkningstetthet per km^2	2,0	13,8
Populasjon under 5 år	261.000	295.000
Populasjon under 18 år	801.000	1.020.000
Årlig vekstrate	3%	0,5%
BNP per pers. i US $ 1)	2.110	36.100
BNP brukt til utdanning	10,6%	9,2%
Arbeidsløshet	40%	3,6%

1) BNP er Brutto Nasjonalt Produkt uttrykt i US dollar.
(Aetat, SSB, UN, UNICEF, USAID & World Bank)

Ut fra tabell 2.1 ser man at det er ca. 2,6 ganger så mange innbyggere i Norge sett i forhold til Namibia. Selv om vekstraten i Namibia er stor, har de en lav gjennomsnittsalder, noe som holder folketallet nede. Årsaken til dette er at Namibia er et av de hardest rammede land i verden, ved siden av Botswana, når det gjelder HIV-smitte og utvikling av aids.

Tabell 2.2: Tilgang på vann og sanitær, elektrisitet og telefon på skolene i de aktuelle regionene i Namibia. Oppgitt i prosent.

Regionene og beliggenhet		Vann og sanitær	Elektrisitet	Telefon
1	Erongo – vest	94	90	92
2	Khomas – sentralt	100	89	96
3	Kunene – nordvest	78	47	44
4	Oshana – nord	77	23	13
5	Oshikoto – nord	52	24	13
6	Otjozondjupa – sentralt	98	81	79

(Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1999)

Den diagnostiske testen har blitt distribuert til 14 skoler i 6 politiske regioner, og jeg har blant annet derfor sett på noen av de fysiske fasilitetene på skolene i disse distriktene. Man ser ut fra tabell 2.2 ovenfor, at Namibia har en del utfordringer, spesielt på landsbygda i de nordlige strøk (region 3,4 og 5, se også kart - kapittel 2.2.3) med hensyn til tilgang på vann og sanitære forhold, og det sier seg selv at det er vanskelig å gjennomføre en full skoledag uten disse fasilitetene. Tallene for skolene i de sentrale strøk av landet (region 1, 2 og 6), viser betydelig bedre forhold. I Norge har vi til sammenligning 100% dekning på skolene vedrørende ovennevnte fasiliteter (UNICEF & WHO).

2.2.2 Forskjeller innen utdannelse

Det er ca. en femtedel av innbyggerne i Namibia som ikke kan lese og skrive, og dette er stort sett eldre mennesker og små etniske grupper. Namibia legger stor vekt på utdannelse for alle etter selvstendigheten i 1990, og spesielt etterutdanning for den voksne befolkningen. Likevel ser man ut fra tabell 2.3 se at en stor del av elevene dropper ut av skolesystemet.

Tabell 2.3: Elever i skolesystemet. Oppgitt i prosent.

Elever i skolesystemet	Namibia		Norge	
	Menn	Kvinner	Menn	Kvinner
15 år og eldre som kan lese og skrive	80	77	99	99
Innmeldte i 1. - 7. klasse [1]	86	93	99	99
Innmeldte i ungdomsskolen 8. - 10. klasse	74	79	- [2]	- [2]

1) Antall elever innmeldt i «primary school» eller 1. - 7. klasse, uttrykt som prosent av totalt antall individer som tilhører denne aldersgruppen (UNESCO).
2) Ikke tilgjengelige data, men det er grunn til å anta at denne verdien er opp mot 100% (Sjøberg, 1995).

Namibia vektlegger undervisningstiden av matematikk i større grad enn Norge i de syv første årene på skolen (tabell 2.4), men på ungdomstrinnet er forskjellen omtrent jamnet ut.

Tabell 2.4: Undervisningstid i matematikk sett i forhold til total undervisningstid per uke. Oppgitt i prosent..

Trinn	Namibia	Norge
1. – 4.	22	17,5
5. – 7.	21	14,2
8. – 10.	12,5	12,2

(Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1996)
(Kirke-, utdannings- og forskningsdepartement, 1996)

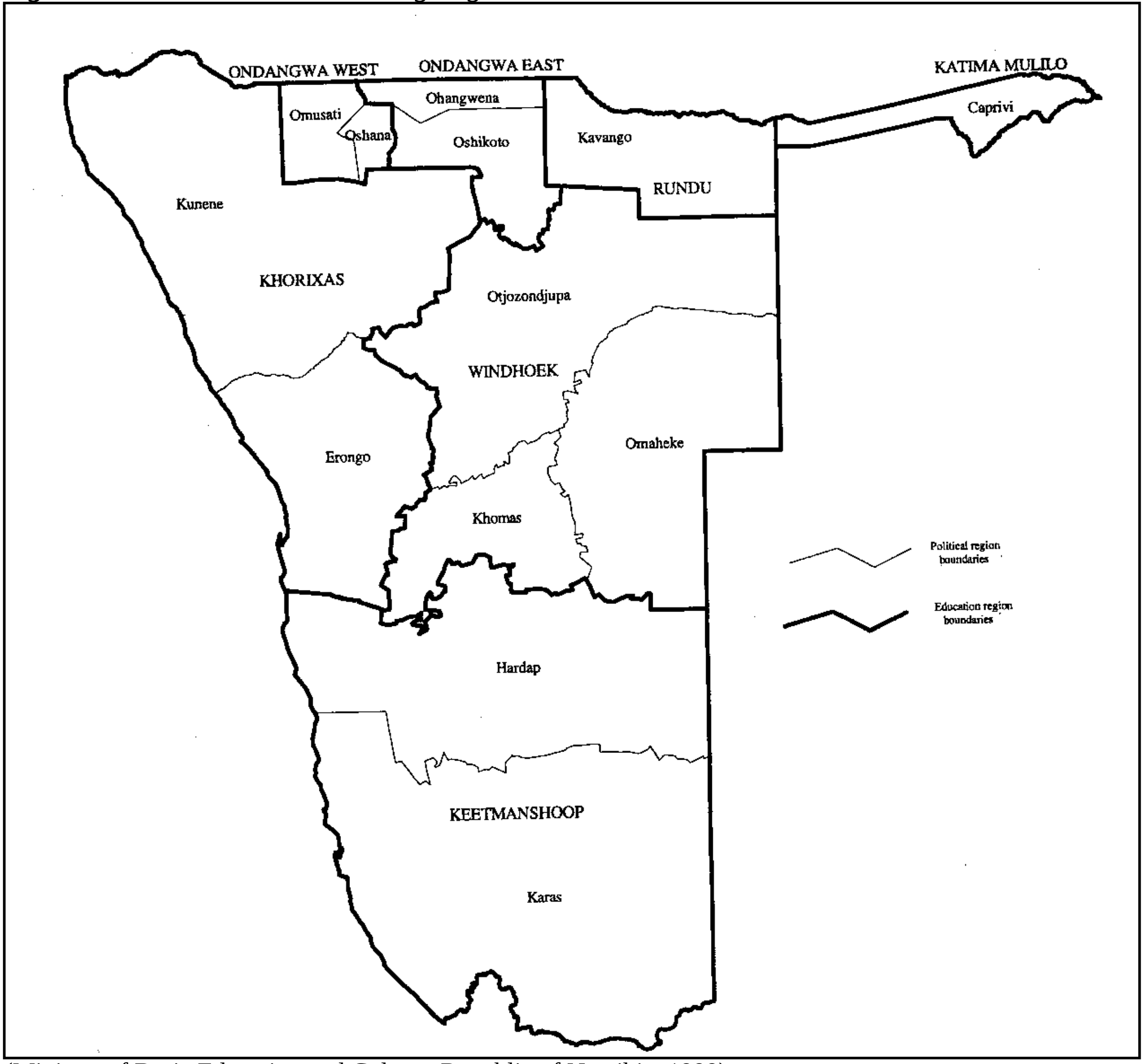
De av elevene som følger undervisningen ut 10. klasse i Namibia skulle ut fra ovennevnte forhold fått styrket sin grunnleggende matematikkunnskap, men på en annen side har de namibiske elevene utfordringer gjennom språket som de norske elevene ikke har, fordi undervisningsspråket ikke er på morsmålet fra og med 4. klasse.

I følge Education Statistics 1998 (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1999), er det interessant å merke seg at det ikke er alle som gjennomfører den skolegangen de har krav på. Det er omtrent 8% som slutter skolen etter 7.klasse, og 46% som slutter etter ungdomsskolen (se tabell 2.8). Spesielt er det mange som slutter skolen i de nordlige regionene.

En av årsaken til at så mange slutter, ifølge Noag Gaoseb, kan være at elevene må hjelpe til med å dyrke jorda for å fø familien. Dette gjelder spesielt i de nordlige regionene i Namibia. Andre årsaker kan være at skoletilbudet ikke alltid er godt nok utbygget, og spesielt gjelder dette senior secondary school. Dette betyr at elevene kan få lang reise til skolen, eller må flytte hjemmefra, hvis de skal gå på senior secondary school. Videre kan det være at noen elever har blitt alvorlig syke (utviklet aids), eller at jenter har blitt tidlig gravide. Det er også 10% flere jenter enn gutter som slutter tiende-klasse (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1999). Til sammenligning er det ingen (eller svært få) som slutter grunnskolen i Norge.

2.2.3 Kart over Namibia

Figur 2.1: *Kart over undervisningsregionene i Namibia*



(Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1999)

Kartet viser utdanningsregionene (tykk strek), og de politiske regionene (tynn strek). Det finnes til sammen 7 utdanningsregioner som hver igjen er delt inn i 1 – 3 politiske regioner, til sammen 13 politiske regioner. I tabell 4.1 (kapittel 4), finner man hvilke distrikter de utvalgte skolene befinner seg, samt de tilhørende språkgruppene. Denne hovedoppgaven har blitt administrert til et begrenset utvalg av elever fra de sentrale, vestlige og nordlige strøk i Namibia, dvs. 14 skoler i 4 undervisningsregioner og til sammen 6 politiske regioner.

2.3 Det namibiske utdanningssystem

2.3.1 Innledning

Jeg vil i det følgende gi en noe fyldigere bakgrunn med hensyn til forholdene i Namibia. Det vil både være et historisk tilbakeblikk, samt et overblikk over utdanningstradisjonen i landet.

2.3.1.1 Et kort historisk sammendrag fra Namibia

Namibia ligger sydvest i Afrika, med Angola i nord, Sør-Afrika i sør og Botswana i øst som sine naboland. I vest har Namibia en lang kyststripe mot Atlanterhavet. Namibia er et land som har vært okkupert gjennom store deler av sin senere historie, med de ulemper dette har medført. Landet var i tidsperioden 1884 til 1914 okkupert av tyske kolonimakter (Brock-Utne, 2000) og senere okkupert av Sør-Afrika i 1915 i forbindelse med den 1. verdenskrig. Før Namibia ble frigjort fra Sør-Afrika i 1990 ble landet kalt Sørvest-Afrika (Africa dot com).

I 1977 startet et samarbeid i sikkerhetsrådet i FN mellom England, Frankrike, USA, Canada og Vest-Tyskland for å planlegge Namibias uavhengighet. De startet forhandlinger direkte med Sør-Afrika og South West Africa People's Organisation (SWAPO).

Etter 12 år med forhandlinger og geriljakrig mot Sør-Afrika grep en fredsbevarende styrke, UNTAG, inn i Namibia, og det første frie valget ble holdt i november 1989. På den samme tiden kom 43.000 namibiere hjem fra eksil, og mange av dem hadde levet i eksil opptil 27 år. Namibia oppnådde uavhengighet og ble en republikk den 21. mars 1990 (USAID).

2.3.1.2 Folk og språk

Namibia har som nevnt i kapittel 2.2.1 omtrent 1,6 millioner innbyggere, og er et av de minst befolkede områder per kvadratkilometer i verden (2 per kvadratkilometer). De har en årlig vekstrate på 3%, og befolkningen er fordelt med 60% i den nordlige delen av landet og 33% i distriktene. Sammenlignet med Norge har Namibia omtrent tre ganger så stort flateinnhold, men har bare en tredjedel av befolkningen.

Variasjonen i etniske grupper er stor, og det er undervisning av 13 offisielle språk i de tre første skoleårene. Hvis vi ser på alle undergruppene av språk har man minst 28 forskjellige språk i Namibia (Ethnologue Namibia). Av de tretten undervisningsspråkene er det 3 europeiske og 10 afrikanske. Blant de europeiske språkene har vi tysk og africaans (utviklet fra gammel-hollandsk) som var knyttet til koloniseringen av landet. Tysk er fortsatt det viktigste handelsspråket, og er det som høres mest i hovedstaden Windhoek. Da landet var kolonisert av Syd-Afrika var africaans landets offisielle språk og også undervisningsspråk fra og med 4. klasse i skolen. Etter uavhengigheten i 1990 ble engelsk innført som det offisielle språket, men blir ikke forstått av de enkelte minoritetene eller blant eldre. Innføringen av engelsk som offisielt språk ble støttet av blant annet USAID (Brock-Utne, 2000).

Tabell 2.5: Fordelingen av namibiske språk i utdannelsessystemet

Språk	Fag i skolen opp til klassetrinn	Fag på universitetet	Fag på lærerhøyskolen
Oshikwanyama	12	ja, fra 1996	ja, i Ongwediva
Oshidonga [1)]	12	ja	ja, i Ongwediva
Rukwangali	12	nei	ja, i Rundu
Otjiherero [1)]	12	ja	ja, i Windhoek
Rugciriku	0	nei	nei
Silozi	12	noe fra 1996	ja, i Caprivi
Setswana	7	nei	nei
Thimbukushu	8	nei	nei
Khoekhoegowab [1)]	10	ja	ja, i Windhoek
Ju'hoan	3	nei	nei

1) Språkgruppene som testen er distribuert ut til.
(Brock-Utne, 1995)

I tabell 2.5 finner vi en fordeling av de 10 afrikanske undervisningsspråkene som finnes i Namibia. Av øvrige afrikanske språk har vi Nama, Damara og Bushmen som er vanskelige språk med klikkelyder. Andre språkgrupper er Ovambo, Tswana, Kavango og Herero.

Windhoek er som nevnt hovedstaden i Namibia og ligger sentralt midt i landet. Den er en moderne by med de fleste fasiliteter som man kan vente i storbyer, og arkitekturen fra den tyske kolonitiden er typisk for byen. Keetmanshoop er den uoffisielle hovedstaden i den sydlige delen av Namibia, og denne delen av landet er kjent for kjøttproduksjon, sauedrift og gruvedrift. Andre store byer er Swakopmund, Walvis Bay og Luderitz som alle ligger langs kysten mot Atlanterhavet. Ongwediva, Caprivi, Rundu og Katima Mulilo er byer som ligger i nord mot Angola (Africa dot com & National Geographic).

Før uavhengigheten var folket delt i forskjellige språkgrupper som hadde vanskeligheter med å samarbeide med hverandre, eller de motsatte seg den politikken som ble ført. For at hele folket skulle ta del i den demokratiske prosessen var det nødvendig med ett nasjonalt språk. Samtidig med at man valgte ett nasjonalt språk var det også viktig å legge vekt på å bevare de lokale språkene for å bevare landets kultur. En av årsaken til at man valgte engelsk som det offisielle språket i Namibia, var at det var et internasjonalt språk, og at namibiere på sikt kunne kommunisere på tvers av landegrensene. Engelsk ble innført i læreplanen som et eget fag i alle klassetrinn på skolen, men blir først benyttet som undervisningsspråk fra og med fjerde-klasse. De tre første årene blir elevenes eget morsmål brukt som undervisningsspråk.

Det har vært mye diskusjon rundt språk i Namibia, og det som har interesse for denne oppgaven er hvordan namibiske niende-klassinger har utviklet sine begrepsstrukturer, og hvordan eventuelle misoppfatninger har oppstått. Det er klart at elever best utvikler sine begreper på sitt morsmål som de bruker i sin dagligtale. Det er et faktum at barn som ikke har et velutviklet morsmål, vil ha problemer med å tenke, forstå og argumentere på et fremmed språk. Til tross for dette er det mange foreldre som ønsker en ren engelsk læreplan, fordi de mener at dette vil gavne barna, og de mener også at små barn lærer språk bedre, enn når de blir eldre. (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999, kap. 7)

2.3.1.3 En beskrivelse av tilstandene i Namibia

Namibia har større forskjeller i velstand enn mange andre land i verden. På den ene siden har de mennesker som lever i overflod med all den bekvemmeligheten man finner i vestlige samfunn, og på den andre siden av rangstigen finner man absolutt fattigdom med hva det medfører av lidelser slik som sult, sykdommer og mangel på husvære.

Barna fra den første gruppen går på skoler som tilsvarer gode skoler i den vestlige verden, mens barna fra den siste gruppen går på skoler med store mangler. Det er ikke toaletter, elektrisitet, telefon, lærebøker eller elevmateriell, og samtidig er mange av lærerne uten kvalifisert utdannelse. Det sier seg selv at dette skaper store forskjeller og urettferdigheter i det namibiske skolesystem. Blant annet er det naturlig at de fysiske fasilitetene på en skole, slik som innlagt vann, sanitæranlegg og elektrisitet er nødvendige faktorer for trivselen på en skole.

Folket i Namibia ønsker en bedre utdannelse for sine barn enn de selv hadde, og de forstår at dette ikke bare er nyttig for hvert enkelt barn, men også for hele nasjonen. Det er nødvendig at de voksne som ikke har fått noen fullgod utdannelse, også blir gitt muligheten til å videreutdanne seg i den nye tidsalderen, slik at de også kan være med å løfte nasjonen fremover. I kolonitiden var svarte namibiere avhengig av de begrensede midlene til misjonærstasjonene, og utdannelse på ungdomsskolenivå ble først tilgjengelig for dem i 1950, mens hvite namibiere hadde dette tilbudet fra 1920. Først i 1960 ble det gitt betydelige midler fra regjeringen for å utdanne svarte namibiere.

Det er ikke så rart at menn og kvinner fra Namibia er sterkt bekymret for utdanningssituasjonen. Situasjonen man har i dag er uakseptabel, og ingen av de utfordringene som man har i dag, kan løses uten at man har et godt utdanningssystem. De utfordringene og kravene som fremtiden vil bringe vil også være med på å forsterke de problemene som er i dagens utdanningssystem. Dette skjer til tross for at Namibia årlig siden uavhengigheten i 1990 har investert en fjerdedel av nasjonalbudsjettet i utdanningssystemet.

I 1997 hadde Namibia 548.000 arbeidsføre, hvorav 191.000, eller 35%, som arbeidsledige. Av de arbeidsledige var det 38% i aldersgruppen 15 - 24 år. Omtrent 49% av menn over 15 år hadde arbeid, mens 37% av kvinnene var i arbeid. Det er 10% av de rikeste som mottar 65% av inntektene, mens de øvrige av befolkningen må dele det resterende. Det er klart at disse forholdene er med på å skape ulike kår i landet.

Det er mange elever som forlater skolen på et eller annet tidspunkt og går ut i arbeidsløshet. Det er derfor foreslått at det skal opprettes yrkesopplæringssentre omkring i landet for å hjelpe ungdommene. Spesielt vil man prioritere området rundt Walvis Bay (på vestkysten) der det er en voksende industri.

Fremtidsutsiktene ser ikke lyse ut, da prognosene tilsier at i år 2010 vil over 200.000 elever som kommer ut fra videreutdanning (12 års skolegang) gå ut i arbeidsløshet. Dette betyr at 3.000 av 12.000 elever hvert år vil gå ut etter 12 års skolegang, uten et tilbud om jobb eller videre studier. Det er foreslått at regjeringen må sette i gang en rekke tiltak for å dempe arbeidsledigheten blant de unge, og det viktigste området er å styrke den yrkesrettede utdanningen. (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999, kap. 3)

2.3.1.4 Begrunnelser for utdanning

Globalisering og raske skiftninger innen teknologi og informasjonsteknologi medfører at et samfunn må legge vekt på utdanning. Arbeidsmarkedet er i forandring og mange unge går arbeidsledige, derfor må det legges vekt på å hjelpe de unge slik at de kan møte arbeidsmarkedet. Det må også tilrettelegges for yrkesutdanning for de som måtte ønske dette. Namibias ledere legger vekt på utdanning, og dette ser man i de nasjonale planene og i budsjettene, som tidligere nevnt. Det er også arrangert en internasjonal utdanningsdag for lærere, som bidrar til å fokusere på viktigheten av utdannelse.

2.3.2 Utdanningssystemet

Før uavhengigheten i 1990 var det apartheid-politikken som styrte utdannelsessystemet, og den formelle utdanning var diskriminerende og ikke obligatorisk. Det var heller ikke fri tilgang på utdannelse for den svarte delen av befolkningen, og det var bare 1% av svarte namibiere som fullførte secondary school (USAID).

Grunnskolen i Namibia kalles Basic Education og går over 10 år og inneholder 3 faser. Basic Education er gratis og obligatorisk og går fra 6 årsalderen til 16 årsalderen. I tillegg har de 2 år som er en videreutdanning (tabell 2.6).

Tabell 2.6: *Nivåer i utdanningen*

Trinn	Klasse	Aldersintervall
Lower Primary	1. - 4.	6 - 10
Upper Primary	5. - 7.	10 - 13
Junior Secondary	8. - 10.	13 - 16
Senior Secondary	11. - 12.	16 - 18

(Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1998a)

Tabellen viser det ideelle aldersintervallet på trinnet. I Namibia er det en tendens til at elevene er en del eldre enn det klassetrinnet skulle tilsi. Det er over 20.000 elever som er over 17 år, og fortsatt går i primary school. I 9. klasse er det totalt 28.000 elever, og det er bare 26% eller ca. 7.300 elever som er 14 – 15 år gamle. Resten er aldersmessig spredt fra 16 til omtrent 21 år, men det finnes også elever som er eldre enn 25 år i klassene. Denne tendensen holder seg også i de øvrige klassetrinn (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1999, tabell 31). Grunnen til dette, utover grunner nevnt i kapittel 2.2.2, er at det var mange som ikke fikk gå på skolen før frigjøringen i 1990. Mange var også med i forskjellige krigshandlinger på denne tiden, slik at de heller ikke hadde noen mulighet til utdannelse.

National Institute for Educational Development (NIED) er en underavdeling av utdanningsdepartementet (Ministry of Basic Education and Culture), som har ansvaret for skole og utdanning i Namibia. Det vil si at de blant annet har ansvar for lærerutdanning, læreplanutvikling og forskning innen utdanning (National Institute for Educational Development, 1998).

Det har blitt opprettet, på oppdrag fra regjeringen, en Kommisjon (Presidential Commission on Education, Culture and Training), for blant annet å se på hvordan situasjonen innen skolen er i dag, samt gi en evaluering av hele skole- og utdanningssystemet i landet. De vil se på både elevenes og de voksnes utdanningsbehov, lærerutdannelse og skolenes administrasjon. Denne kommisjonen består av 14 personer og blir ledet av professor John D. Turner fra Universitetet i Manchester, England. (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999)

Ministry of Basic Education and Culture satte i 1993 en visjon for utdannelsessektoren med slagordet: ***Mot utdannelse for alle***, der de fokuserer på fem hovedmål:

Tilgang - Likhet - Kvalitet - Demokrati - Effektivitet

Det er foreslått et nytt ministerråd, National Inspectorate, som er underlagt utdanningsministeren, som har ansvar for å evaluere hver skole og utdanningsprogrammene minst en gang hvert tredje år. Denne rapporten skal offentliggjøres, og inspektører vil bli trenet for å gjennomføre disse oppgavene. Ministry of Basic Education and Culture vil utvikle standardiserte tester innen fire fag for 7. klasse fra år 2000. Det er også foreslått en tilsvarende kvalitetskontroll for 4. klasse.

2.3.3 Lærere

Det finnes mange lærere som gjør et meget godt arbeid i skolen. Det generelle inntrykket som Kommisjonen sitter igjen med etter å ha besøkt mange skoler i landet, er at flesteparten av lærerne er motiverte og gjør et samvittighetsfullt arbeid under meget vanskelige forhold. De tar godt vare på elevene og tjener til samfunnets beste.

Lærerne trenger å bli oppmuntret til å fortsette dette gode arbeidet, men dessverre er det slik at mange skoler sjelden eller aldri blir besøkt av en inspektør eller en rådgivende lærer, som har til oppgave å evaluere skolen, og det arbeidet som gjøres der. Manglende besøk medfører at mye av det gode arbeidet som blir gjort i skolen ikke blir verdsatt eller gjenkjent. Lærerne mister muligheten til å utvikle seg eller å få noe å strebe mot, og det er derfor ønskelig at hver skole blir evaluert minst en gang i året.

2.3.3.1 Matematikklærere

Antall lærere har i tidsrommet 1990 til 1998, økt fra 13.000 til 17.000. Det er 60% kvinnelige lærere, og ca 80% som har formell lærerutdanning. Det finnes 1044 matematikklærere på ungdomstrinnet per 1998, og 85% eller 888 av lærere har formell lærerutdannelse.

Tabell 2.7: *Matematikklærernes utdanningsnivå i junior secondary school. Oppgitt i prosent.*

Matematikklærere	Mindre enn 12 års skolegang	12 års skolegang eller 1-2 år videreutdanning	Mer enn 2 års videreutdanning
Ikke formell lærerutdannelse	1,7	9,0	4,2
Formell lærerutdannelse	7,3	58,5	19,3

(Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1998a, tabell 51)

Ut fra tabell 2.7, er det kun 19% av matematikklærerne med lærerutdannelse i junior secondary school som har mer enn 2 års studier bak seg utover 12 års skolegang. Det har derfor vært lagt vekt på å forbedre utdannelsen for å øke dyktighet og kvalifikasjoner blant lærere. Blant annet har også lærerenes lønn blitt forbedret.

Kommisjonen foreslår en utvidet lærerutdanning, og at lærere skulle bli testet for å inneha et tilstrekkelig nivå i engelsk og matematikk. Det skulle være et krav at lærerne skulle nå dette nivået innen en 5 års periode, avhengig av hvilket nivå de skulle undervise på. Det er også blitt foreslått at alle lærere skulle være på skolen fra 7 til 16, dvs. åtte timer pluss en time til lunsj. Det skulle også avsettes tid etter lunsj for elevsentrerte aktiviteter. Dette skulle være sport, leksehjelp, støtteundervisning eller spesiell hjelp til enkeltelever. Lærerne kunne også bruke noe av tiden til forberedelser til neste dags arbeid.

I tillegg til grunnutdanningen ønsker Kommisjonen at aspirantlærere skulle anbefales å studere et eller to emner knyttet til skolen, opp til diplomnivå. Dette skulle studeres i tillegg til vanlig pensum. Lærerutdannere skulle sette av 6 sammenhengende uker for å undervise i vanlig skole hvert tredje år for å få en større forståelse av hvordan situasjonen er i skolen. I forbindelse med lønn foreslår Kommisjonen at man skulle definere en nedre og øvre grense for kvalifisert utdannelse for lærere, avhengig av nivået læreren underviser på. De som måtte ønske videreutdanning utover maksimumsgrensen, vil ikke kunne motta mer lønn enn på det nivået de underviser, men ville være avhengig av forfremmelse til et høyere nivå for å kunne få høyere lønn (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999).

2.3.3.2 Lærerutdanningen

Mange nyutdannede lærere møter vanskeligheter som tidligere nevnt, når de skal praktisere undervisningen i følge den nye læreplanen med elevsentrert undervisning. Blant annet møter de eldre lærere som ikke er interessert i å forandre sine metoder. På den annen side er det mange som er bekymret over det dårlige arbeidet som utføres i mange av grunnskolene, der de skylder på den nye måten å undervise på, samt de nyutdannede lærerne. Men det kan også være mangel på lærebøker, utdanningsmateriell og dårlige klasserom rundt om i landet som kan være medvirkende årsaker til de dårlige resultatene. Det er også inkonsekvent å ha innført elevsentrert undervisning, når man fortsatt i stor grad vektlegger den tradisjonelle formen for eksamen (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999).

Grunnutdanningen for lærere fra 1. til 7. klasse (primary), er fire år på lærerhøyskolen (Colleges of Education), mens lærere til 8. til 12. klasse (secondary) tar sin utdannelse på universitetet (Faculty of Education of the University of Namibia). Det kan også nevnes at Universitetet i Namibia ble etablert i 1993 og har omtrent 4.000 studenter.

Det er mange lærerstillinger som er besatt av ukvalifiserte og underkvalifiserte lærere (se tabell 2.7), og dette kan være en av hovedgrunnene til at det er så store regionale forskjeller i prestasjonene til elevene. Ministry of Basic Education and Culture har iverksatt et "*Ten-year Programme on Theacher Support and Development*" som på sikt vil videreutdanne mange av de ukvalifiserte lærerne, slik at de skal få sin formelle utdannelse. Samtidig vil man, for ytterligere å styrke undervisningen, sette inn nyutdannede lærere i ledige stillinger, slik at andelen av ukvalifiserte lærere vil gå ned.

Parallelt med dette er Kommisjonen bekymret for utviklingen av HIV/aids epidemien, og ser på bakgrunn av dette, nødvendigheten for en overproduksjon av nye lærere, fordi et stort antall lærere dør, og vil komme til å dø, i denne epidemien. Man vet i dag at 70% av alle hivsmittede i verden bor i Afrika sør for Sahara, til tross for at disse landene bare har 10% av verdens befolkning. Til sammen utgjør antall hivsmittede sør for Sahara 23,3 millioner mennesker. Fra 1950-årene til begynnelsen av 1990-årene økte den gjennomsnittlige levealderen i den sørlige delen av Afrika fra 44 til 59 år, men prognosene viser nå at den vil være tilbake på 45 år før utgangen av dette tiåret, på grunn av ovennevnte epidemi.

Både lærerhøyskolene og utdanningsfakultetet på universitetet har problemer med å få ansatt nok lærerutdannere. De som nå er ansatt i lærerutdanningen har for det meste ingen erfaring fra primary school, og de eldre lærerutdannerne har ikke undervist i skolen på mange år, og de har følgelig vanskeligheter med å praktisere de nye undervisningsmetodene etter den nye læreplanen. Det er derfor en god del ikke-namibiere som underviser på ovennevnte utdanningssteder.

Kommisjonen foreslår for det første, som tidligere nevnt, at ansatte på lærerhøyskolene som driver med læreropplæring i både teori og praksis, skal gjennomgå en 6 ukers undervisningsperiode i primary school hvert tredje år, slik at de blir oppdatert på situasjonen i skolen. For det andre foreslår de at det skal opprettes en primary education avdeling, underlagt utdanningsfakultetet på universitetet, som skulle ha ansvar for utdanningen av lærere til lærerhøyskolen.

Namibia har også en utfordring når det gjelder nivået til kommende lærere i fagene engelsk og matematikk. Mange lærere er fortsatt ikke kompetente til å bruke engelsk som undervisningsspråk, til tross for gjentatte språkkurs. Kommisjonen foreslår å sette som et krav at ingen skal få begynne på en lærerutdanning, verken lærerhøyskolen eller universitetet, før de har bestått en kunnskapstest i engelsk og matematikk (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999).

2.3.4 Lærebøker

I Namibia er det forskjellige lærebøker i matematikk som blir brukt for hvert av klassetrinnene. Eksempelvis er det for 8. - 10. klasse en serie på tre bøker, *Mathematics in context* (Westhuizen, 2000) som bygger på den nye læreplanen og som vil dekke pensum i matematikk. I følge forfatterene av ovennevnte lærebokserie, er lærebøkene skrevet for å hjelpe elevene til å forstå grunnleggende matematikk for å møte samfunnet. Det har vært lagt vekt på introdusere nye begrep gjennom gruppearbeid, slik at elevene på denne måten kan blir mer aktive i en undervisningssammenheng.

I følge forfatteren av lærebokserien *Namibian Mathematics Textbook 8 - 10*, er disse lærebøkene skrevet for å vektlegge elevenes forståelse av hva de har lært i klasserommet. Matematikk skulle ikke bare være et sett av regler og triks som elevene skulle bruke uten å forstå hva de driver med. Ingen ting i lærebøkene er tatt med uten at det er en forklaring på stoffet (Suffolk, 1993). I en artikkel skrevet av Miriam Katonyala (1999), hevder hun at lærerne i Namibia er sterkt lærebokavhengig, noe som kan henge igjen fra undervisningssystemet fra kolonitiden. Lærerne finner det vanskelig å bytte ut eller supplere fagstoff i tråd med elevenes behov og interesse, og de har manglende dyktighet i å tolke læreplanens mål og tilpasse stoffet til elevene.

I følge Berit Tvedt [1)], hadde hun en annen erfaring med hvordan lærebøkene ble brukt. På skoler i de nordlige distriktene ble lærebøkene stablet opp i dertil egnede rom, og ble ikke brukt. Dette på grunn av at lærerne ville være suverene, og stå over lærebøkene i en undervisningssituasjon.

2.3.5 Læreplan

En komplett ny læreplan ble introdusert i 1998 fra 1. klasse til 12. klasse, og læreplanen er elevsentrert og ble utviklet av National Institute for Educational Development. Den er blitt godt mottatt og er også blitt anerkjent utenfor landets grenser. Det er gjort store fremskritt i forbindelse med at engelsk både har blitt det nye offisielle språket samt blitt undervisningsspråket. De afrikanske språkene har også en plass i læreplanen for å ivareta den namibiske kulturen.

Læreplanen er utformet slik at den skal gi lik mulighet til vekst og utvikling til alle elevene, uavhengig av deres morsmål og bosted. Den introduserer også en annen undervisningsmetode som er elevsentrert og er ment å støtte hver elev uavhengig av hvilket nivå eleven er på. Læreplanen legger også opp til å utvikle individuell tenkning hos elevene gjennom gruppeaktiviteter og diskusjoner. I følge læreplanen fra 1998 er matematikk et av hovedområdene for læring, og betydningen av å knytte matematikk opp mot dagliglivet og andre fagområder, kommer frem i følgende sitat fra læreplanen (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1998a):

In the Mathematical area of learning, learners understand and master a variety of mathematical skills, knowledge, concepts and processes, in order to investigate and interpret numerical and spatial relationships and patterns that exist in the world. It helps learners develop conciseness and logical and analytical thinking, and to apply them to other areas of learning and real life.

Faget matematikk har en sentral plass i det moderne samfunn og har en nytteverdi, spesielt knyttet mot matematikk i hverdagen. Matematikk støtter den generelle utviklingen til eleven og bestreber å utvikle logiske tanker, systematikk, nøyaktighet, effektivitet og strukturerte arbeidsmetoder. Matematikk er også et kraftfullt verktøy for å løse problemer, samt å gi innsikt i naturen og i den menneskebygde delen av verden.

Ved enkelte skoler har den nye måten å undervise på møtt motstand når skolens rektor ikke har forstått prinsippene i den nye læreplanen. For å styrke læreplanens innpass i skolene er det foreslått at rektorene skal undervises i de nye metodene, slik at de igjen kan støtte og inspirere sine lærere.

Det blir undervist i faget matematikk 5 skoletimer (tilsvarer 12,5%) per uke for 8., 9. og 10. klasse, mens i Norge er det gjennomsnittlig 12,2%, eller 4 timer i 8. og 10. klasse, og 3 timer i 9. klasse. Elevene i Namibia har en 40 timers uke, mot 30 timer i Norge. Det kan også nevnes at elevene har 8 timer matematikk per uke fra 2. til 7. klasse, og 7 timer matematikk i 1. klasse, noe som er betydelig mer enn i Norge (se for øvrig tabell 2.4) (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1998a).

[1)] Berit Tvedt er lærer med 25 års erfaring fra norsk skole. Hun var tidligere engasjert av namibiaforeningen i Norge, og arbeidet som lærer i to år i Namibia i perioden 1993 - 1995. Undervisningsfaget var matematikk i grade 10. Skolen hun var engasjert ved, heter Ruacana og ligger nord i Namibia.

Siden alle elevene skal ha matematikk i grunnskolen, er målene i læreplanen de samme for alle. Målene er også gyldige for de som skal studere matematikk videre og skal i følge læreplanen sette elevene i stand til å:

1. utvikle deres matematiske kunnskaper, både gjennom muntlig, skriftlig og praktisk dyktighet, som gir tilfredstillelse og glede.
2. lese matematikk, samt skrive og snakke om emnet på en variert måte.
3. utvikle en følelse for tall, gjøre beregninger, og forstå betydningen av de oppnådde resultatene.
4. anvende matematikk i hverdagssituasjoner og utvikle en forståelse for hvilken rolle matematikken har i den verden som er knyttet til elevene.
5. løse problemer, presentere klare løsninger, sjekke og tolke resultatene.
6. utvikle en forståelse av matematiske prinsipper.
7. gjenkjenne når og hvordan en situasjon kan bli representert matematisk, identifisere og tolke relevante faktorer, samt velge en passende matematisk metode for å løse et problem.
8. bruke matematikk som et kommunikasjonsmiddel med vektlegging på å uttrykke seg klart.
9. utvikle en mulighet til å anvende matematikk innen andre emner, spesielt i naturfag og teknologi.
10. utvikle muligheten til å resonnere logisk, til å klassifisere og generalisere.
11. anerkjenne mønster og forhold i matematikken.
12. produsere og anerkjenne kreativt arbeid oppstått fra matematiske ideer.
13. utvikle deres matematiske dyktighet, ved å lede individuelle og samarbeidende undersøkelser, samt eksperimenter, herunder praktisk og undersøkende arbeid.
14. se sammenhengen mellom de forskjellige emnene innen matematikken.
15. skaffe seg et passende grunnlag for et videre studium i matematikk og andre fag.
    (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1998a)

Pensum i matematikk for 8 - 10 trinn er lagt opp etter spiralprinsippet, så det er viktig å dekke alle emnene i læreboken for hvert klassetrinn. Emner som er introdusert i 8. klasse vil man derfor gå dypere inn i på de neste klassetrinnene. Det er lagt vekt på å bruke illustrasjoner og eksempler fra elevenes nærmiljø, samt å lede elevene inn i en oppdagende undervisningssituasjon, der det er elevene som oppdager den matematiske kunnskapen. Elevene vil bli oppfordret til på forhånd å gjøre et overslag og deretter sjekke om utregningene svarer til forventningene.

Det blir lagt vekt på problemoppgaver og gruppearbeid, fordi dette vil stimulere til økt kommunikasjon og bedre elevdeltagelse. Det skal brukes varierte undervisningsmetoder for å stimulere til økt læring, og det er her nevnt:

- Individuell undervisning
- Gruppe- og klasseundervisning
- Aktivisertbasert læring (eller deltagende læring)
- Diskusjon mellom lærer og elev, og mellom elevene
- Problemløsing
- Åpne oppgaver
- Praktisk matematikk som eleven erfarer som relevant og verdifull

Læreren og elevene skal ha, i følge læreplanen, hjelpemidler slik som kalkulator, konstruksjonsutstyr og modeller av figurer i både to og tre dimensjoner. Læreren blir her oppfordret til å tenke økonomisk og blir bedt om å lage modeller selv (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1995).

2.3.6 Vurderinger

I lower primary vil det kun være uformelle vurderinger, mens i upper primary vil man ha både uformell og formell vurdering av elevene. I slutten av året i 5. og 6. klasse vil det være en lokal test, som sammen med vurderingen gjennom året, vil danne grunnlaget for vurderingen av eleven. I slutten av 7. klasse vil det være en ekstern eksamen (teller 50%), som sammen med en kontinuerlig formell vurdering (teller 50%), vil danne grunnlaget for å komme inn på junior secondary.

Karakterene som benyttes i skolen i Namibia er rangert fra A (best) til E (dårligst). I slutten av 8. og 9. klasse vil det være en lokal test i hvert av eksamensfagene, som vil danne grunnlaget for om elevene kan flyttes opp et klassetrinn. Elevene må ikke ha dårligere enn karakteren D i noen av fagene, dvs. at de må ha oppnådd mer enn 30% av målene i faget i læreplanen, for å kunne bli flyttet opp et klassetrinn. I 10. klasse vil det være en ekstern eksamen som danner grunnlaget for å komme inn i 11. klasse (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1998a).

2.3.7 Skolene

Det finnes 1489 skoler i Namibia (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1999, tabell 1), og det er mange saker som opptar Kommisjonen i dagens skolesituasjon i Namibia. De viktigste sakene er (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999, kap. 7):

- De fysiske forholdene ved skolene
- Mangel på lærebøker, materiell, papir, utstyr og transport
- Elev/lærer forhold
- Finansiering og administrasjon av utdannelsen
- Ulikhet
- Lønnet opplæring av lærere
- Språkpolitikk
- Disiplin i skolen
- Skolekalender

Det er et faktum at lærerne ikke får den støtte og de ressurser som de skulle ha hatt i følge læreplanen, for å få til en god undervisning. På mange skoler er det store mangler, og typiske observasjoner som er gjort av Kommisjonen på de forskjellige skolene er at:

- Elevene må gå 20 km eller mer for å komme på skolen. Dette betyr at elevene ofte kommer for sent til skolen og dermed forstyrrer undervisningen.
- Personalet må gå 12 km for å få vann, og det kan være vanskelig å holde elevene på skolen pga. mangel på vann. Det hadde vært muligheter for voksenundervisning på kvelden hvis det hadde vært tilgang på elektrisitet.
- Det kan være overfylte klasser uten pulter og stoler til alle.
- Lærere må organisere elevene i grupper fordi de kun har en lærebok til disposisjon per gruppe, og noen skoler må bruke gamle lærebøker fra Sør-Afrika.
- Det finnes ikke telefon, lagerrom eller kontor for rektor.
- Skolene er ikke beskyttet mot regn, og de må bygge egne latriner som ofte blir ødelagt i regntiden.
- Det er ikke blitt rengjort på mange skoler på mange tiår, og bygninger er i meget dårlig forfatning. Klasserom har brent ned uten at det er bygget opp nye.
- Det finnes ingen helsestasjon.
- Det forekommer ofte tyverier.

Det er foreslått flere løsninger for å forbedre tilstandene på skolene. Det første er å opprette små lokale skoler med flere klassetrinn i samme klasse. Det er ønskelig at man på disse lokale skolene hadde hatt minst tre lærere med forskjellig fagbakgrunn.

Et annet forslag er å lage en gruppe ("*cluster"*) av en stor skole og flere lokale små skoleenheter, der gruppen skulle kunne samarbeide og dermed berike de små skoleenhetene. Nord i Namibia er det satt i gang et pilotprosjekt der de har organisert en gruppe skoler under *en* administrasjon. En sentral skole er blitt valgt ut som lederskole, og denne gruppen blir brukt som basis for distribusjon av materiell og informasjon, utveksling av undervisningspraksis og statistiske resultater. Kontakten mellom det regionale utdanningskontoret (Regional Education Office) og skolene blir mye enklere fordi mesteparten av kommunikasjonen foregår mellom lederskolen og utdanningskontoret, og ikke direkte til alle småskolene.

Et tredje alternativ er at man kunne organisere transport til skoler som ligger langt unna, fremfor å opprette internatskoler der elevene må bo i skoleåret. Internatskoler vil falle mye dyrere ut, samt at det er bedre for elevene å bo hjemme i grunnskoletiden.

2.3.8 Klasserom

Det er 15 188 klasserom i Namibia, og det kan ofte være overfylte klasserom uten nok pulter og stoler til alle. En god del av bygningene som blir brukt som klasserom, er bygget opp av foreldrene på tradisjonelt vis, det vil si bygget opp med påler, leire og strå. Disse bygningene utgjør omtrent 19% av alle klasserommene (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1999, s.102). Det er også bygget over 2.700 nye klasserom siden 1990, og 400 klasserom er nyoppusset. Det er planlagt å bygge ytterligere 867 klasserom i dette skoleåret, hovedsakelig basert på økonomisk støtte fra donorer og fra regjeringen.

Undervisningsmetoden er ifølge både Berit Tvedt og Noag Gaoseb, ofte tavleundervisning med enveiskommunikasjon fra lærer til elev. Ut fra læreplanens intensjoner betyr dette at lærerne ikke tilrettelegger læringsmiljøet på en optimal måte med hensyn til læringsaktiviteter. Janeen Carrigan (2000) viser til i sine case studier at mange lærere mangler lærerutdanningsbakgrunn og er ofte lite forberedt til timene, samt at de bruker lite hjelpemidler i undervisningen, men under veiledning viser de lokale lærerne stor fremgang, og forbedrer undervisningen radikalt. Case studiene er gjennomført nord i Namibia.

2.3.9 Elevene

Skolestart er når barna er 6 år gamle, og antall elever i skolen har vokst fra 382.000 i 1990 til 497.000 i 1998, med en årlig vekst på 2,5% eller en total vekst på 30%. Det er 50,6% av elevene som er jenter. Det har vært en sterk vekst av innmeldte skolebarn i enkelte nordlige regioner, slik som i Ohangwena, Oshikoto og Kavango i de siste 10 årene (se kart, figur 2.1). Det er forøvrig satt i gang programmer for å hjelpe fattigstilte elever, deriblant er det skaffet skolemat til over 90.000 elever.

I mange afrikanske land er oppdragelsen knyttet til kulturen de vokser opp i. Hvordan forventer man at elevene skal oppføre seg, og da spesielt overfor voksne? Hvordan er disiplinen? Flere kulturelle grupper oppdrar barna sine på en barnesentrert og moderne måte. Fysisk straff forekommer sjelden, selv om man kan lese om tilfeller av fysiske avstraffelser, der lærerne slår elevene, og at også foreldrene oppfordrer til dette i skolesituasjonen (Carrigan, 2000).

Elev - lærerforhold på svarte skoler er typisk 60:1, og i gjennomsnitt for alle skolene er forholdet 32:1. Omtrent 82% av barna som er innmeldt i skolen, slutter eller må repetere et eller flere år i løpet av primary school (USAID). Det er muligheter for elevene å kunne ta et år om igjen i hver av periodene:

- 1. - 4. klasse (lower primary)
- 5. - 7. klasse (upper primary)
- 8. - 9. klasse (junior secondary)

I 10. klasse er det vanligvis ikke mulig å gå om igjen, fordi dette klassetrinnet danner grunnlag for utvelgelse til videregående. Det vil derfor ikke være rettferdig ovenfor de av elevene som bruker et år i 10. klasse, sett i forhold til de som bruker to år for å forbedre sine karakterer.

Tabell 2.8: *Elever som repeterer et år, eller slutter på skolen. Oppgitt i prosent.*

	Klassetrinn											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Repeterer	15	12	12	17	13	9	11	12	11	8	1	0
Slutter	4	0	3	5	6	6	8	10	9	46	5	0

(Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1999, tabell 43).

Disse tallene er hentet fra 1997, og prosentene i tabellen viser hvor stor andel av elevene som må gå om igjen et klassetrinn eller velger å slutte av forskjellige årsaker. Det er bekymringsverdig at det er så mange som velger å slutte etter ti år på skolen, når vi vet at det er en stor arbeidsledighet i landet, og følgelig vanskelig å få arbeid med så kort utdannelse.

Det er også interessant å legge merke til at det er nesten 10% flere jenter enn gutter som slutter skolen etter 10. klasse (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1999, tabell 30), mens det er flere gutter enn jenter som slutter i løpet av primary school.

Namibia var ikke med i undersøkelsen Third International Mathematics and Science Study (TIMSS), men resultatene viste blant annet at nabolandet Sør-Afrika skåret desidert dårligst av samtlige nasjoner i matematikk. Det må nevnes at Namibia tidligere har brukt både læreplan og lærebøker fra Sør-Afrika (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999). Skoleåret i Namibia er delt i 3 semestre (oppgitt med ca. datoer):

- 12. januar - 26. april
- 26. mai - 26. august
- 9. september - 3. desember

Dette betyr at namibias skoleelever har sin sommerferie fra begynnelsen av desember til midten av januar, og at skoleåret følger kalenderåret.

2.3.9.1 Disiplin i skolen

Det er forskjellige typer disiplinproblemer i skolen. Det kan være elever som ikke er villig til å følge instruksjonene til læreren, men kan være uregjerlige, drikke alkohol eller røyke. Elevene tar ikke skolen alvorlig og konsekvensene er at flere av elevene dropper ut av skolen.

Det kan også være lærere som gjennom sin væremåte setter et dårlig eksempel for sine elever. Det kan være lærere som ikke er på skolen i hele arbeidstiden, eller at elevene opplever at lærerne i fritiden er påvirket av alkohol, noe som ikke bare gir et dårlig eksempel, men gjør at elevene mister respekten for sine lærere.

Både lærere, lærerstudenter og elever kunne lagt ned et betydelig mer arbeid utover minstekravet for å øke kvaliteten på sitt arbeid i skolen. Man kan også klandre foreldrene for at de ikke følger opp sine barn, men stilltiende aksepterer forholdene som råder i skolen.
For å øke respekten for lærerne, både i og utenfor skolen, er det viktig at det reageres strengt, når de overtrer de reglene som finnes i skolen (Carrigan, 2000).

En tredje grunn til mangel på disiplin i skolen er mangel på engasjement fra skolestyret. Medlemmene bør sammen med rektor ta initiativ til å forsikre seg om at lærerne er et godt eksempel for elevene på skolen. Skolestyret burde gjennom rektor ta ansvar for å opprettholde disiplinen ved skolen (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999, kap. 7).

2.4 Det norske utdanningssystemet

2.4.1 Innledning

Det norske undervisningssystemet er godt kjent, men jeg vil ta med en del momenter for å sammenligne med forholdene i Namibia.

Det er to offisielle skriftspråk i Norge, bokmål og nynorsk, med bokmål som det dominerende. Samisk er også et skriftspråk, men er lite utbredt og brukes kun av den samiske befolkningen i Norge. Det mest utbredte undervisningsspråket er bokmål, men det blir brukt forskjellige dialekter avhengig av hvor du er i Norge. Sammenlignet med Namibia og språkgruppene der, er de forskjellige dialektene i Norge lette å forstå. Samisk blir brukt som undervisningsspråk av samene.

2.4.2 Utdanningssystemet

I Norge er det en lov om grunnskolen og i formålsparagraf 1 står det (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartement, 1996):

Grunnskolen skal i forståing og samarbeid med heimen hjelpe til med å gje elevane ei kristen og moralsk oppseding, utvikle deira evnar, åndeleg og kroppsleg, og gje dei god allmennkunnskap så dei kan bli gagnlege og sjølvstendige menneske i heim og samfunn.

Skolen skal fremje åndsfridom og toleranse, og leggje vinn på å skape gode samarbeidsformer mellom lærarar og elevar og mellom skole og heim.

Kirke-, utdannings- og forskningsdepartement (KUF) har det administrative ansvaret for utdanningen og gjennomføringen av den nasjonale læreplanen (L97) i grunnskolen i Norge. KUF er underlagt regjeringen og Stortinget, som henholdsvis gir og vedtar lovene som skal gjelde innen utdanning i Norge. Fra og med 1997 ble det iverksatt en tiårig obligatorisk skole. Barna skal nå starte på skolen når de er 6 år gamle, og de har rett til ytterligere 3 år på videregående skole, allmennfag eller yrkesrettet, etter endt tiårig grunnskole. Det er fire nivåer i det norske utdannelsessystemet (tabell 2.9).

Tabell 2.9: *Nivåer i utdanningen*

Trinn	**Klasse**	**Aldersintervall**
Småskoletrinnet	1. – 4.	6 – 10
Mellomtrinnet	5. – 7.	10 – 13
Ungdomsskolen	8. – 10.	13 – 16
Videregående skole	1. – 3.	16 – 19

(Kirke-, utdannings- og forskningsdepartement, 1996)

Elevene blir automatisk flyttet opp fra år til år i grunnskolen, og det er ikke noe system for å gå en klasse om igjen. Det er ingen som slutter i grunnskolen i Norge, og analfabetisme eksisterer heller ikke i Norge (Sjøberg, 1995).

2.4.3 Lærere

Det er i dag en mangel på kvalifiserte lærere i den norske skolen, og det er derfor en utstrakt bruk av vikarer og ukvalifiserte lærere. Faktorer som kan spille inn i denne sammenhengen, kan være lærerens status, lønn og/eller arbeidssituasjon.

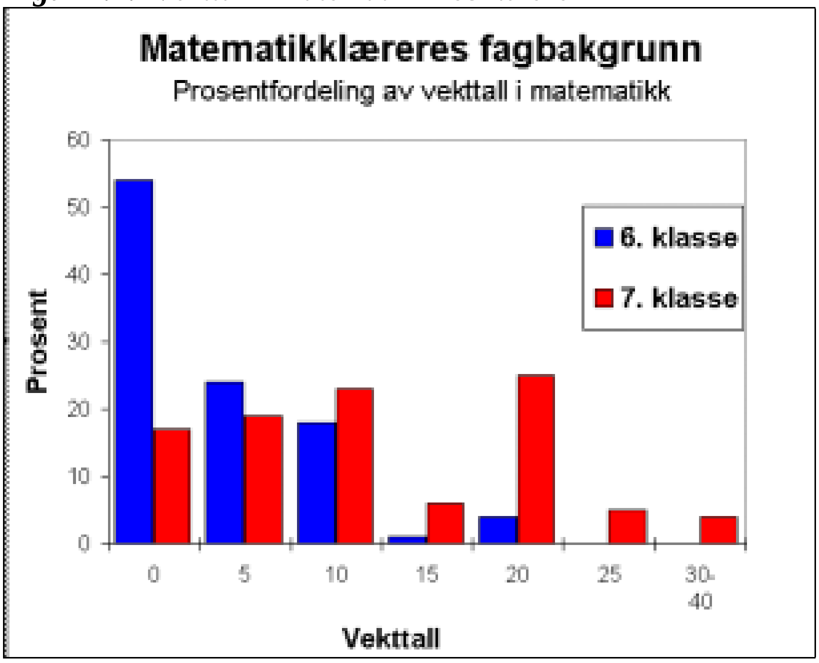
2.4.3.1 Matematikklærere

TIMSS var et prosjekt som ble utviklet og gjennomført i perioden 1991 til 1998, og ble administrert av International Council for Scientific Unions (IEA). Undersøkelsen ble delt i 3 populasjoner og viser klassene før reform 97:

- Populasjon 1: 9 åringer som tilsvarte 2. og 3. klasse.
- Populasjon 2: 13 åringer som tilsvarte 6. og 7. klasse.
  (7. klasse var det første året på ungdomsskolen før reform 97).
- Populasjon 3: 18 åringer som gikk siste året på videregående.

Norge var et av de over 50 land som deltok i undersøkelsen, og blant annet ble lærerne spurt om sin generelle utdanning og spesielt om sin bakgrunn i realfagene, og hvor mange timer de underviste i matematikk. I det følgende skal vi se på disse resultatene. Noen av resultatene fra undersøkelsen kan vi se i figur 2.2, som er hentet fra populasjon 2, der elevene var 13 år gamle. (Dette tilsvarer 7. og 8. klasse etter reform 97).

Figur 2.2: *Vekttall i matematikk hos lærere*



(Kjærnsli & Lie, 1997).

Figuren viser fordelingen av antall vekttall matematikklærerne svarer at de har i matematikk (rundet av til nærmeste 5 vekttall). Lærerne fra lærerhøyskolen ble bedt om å regne om 1 årsenhet til 20 vekttall, 1/2 årsenhet til 10 vekttall og 1/4 årsenhet til 5 vekttall.

Som det framgår, er det stor forskjell mellom de to klassetrinnene. Over halvparten av matematikklærerne i 6. klasse har ikke ett eneste vekttall, og bare litt over 20% av dem har 10 vekttall (1/2 årsenhet) eller mer. I tillegg er det få av disse lærerne som har noen særlig fordypning i matematikk fra videregående skole. Grunnen til dette er at mange av studentene som har valgt å gå inn på en lærerutdanning, valgte bort matematikk ved første anledning, det vil si i VK1 (2. klasse videregående). Situasjonen er nå i dag bedret, ved at det er innført et obligatorisk 10 vekttallskurs i matematikk på lærerhøyskolen.

Situasjonen er derimot en helt annen i 7. klasse (8. klasse etter L97) og sannsynligvis på hele ungdomstrinnet. Der er det "bare" 17% av lærerne uten vekttall og omtrent 67% som har 10 vekttall eller mer, og omtrent 33% har 20 vekttall eller mer. Disse siste tallene stemmer bra med offentlig tilgjengelig statistikk gjengitt i NOU 1996: 22 (Kjærnsli & Lie, 1997).

Vi ser at det er stor forskjell mellom ungdoms- og barnetrinnet når det gjelder lærernes matematikkbakgrunn. Dette henger selvsagt sammen med at klasselærersystemet er mye mer utbredt på barneskolen, det vil si at lærerne underviser i mange fag. Nesten ingen underviser bare i realfagene. På ungdomstrinnet er det også mange realfaglærere som underviser i andre fag enn realfagene.

I følge TIMSS rapport nr. 23 (Kjærnsli & Lie, 1997) ble lærerne spurt om hvor mange timer på timeplanen de underviser i matematikk, naturfag, andre fag og timer til diverse andre gjøremål (administrasjon, inspeksjon etc). Spørsmålet har trolig fungert litt ulikt i forskjellige land siden spørsmålet dreide seg om timeplanlagt tid. Hvilke plikter som timeplanlegges er litt ulikt fra land til land og kanskje også fra skole til skole. Likevel ser man en hovedtendens der Norge markerer seg sammen med de andre nordiske land med liten spesialisering, det vil si målt etter hvor mange prosent av hele undervisningstiden som er viet til matematikk. Internasjonalt sett er graden av spesialisering av undervisning i matematikk lav på ungdomstrinnet.

For 6. klasse (nå 7. klasse) er situasjonen i vårt land ekstrem. Ingen land i TIMSS-undersøkelsen har et så lavt innslag av "realfaglærere" (målt for eksempel som andel av lærere som har 75% eller mer av sin undervisningstid knyttet til realfagene) på dette alderstrinnet (Kjærnsli & Lie, 1997).

2.4.3.2 Lærerutdanningen

Lærerne i grunnskolen har vanligvis sin utdannelse fra en fireårig lærerhøyskole eller fra universitetet, som er et studium på fire år og eventuelt opp til hovedfagsnivå. Lærere utdannet fra lærerhøyskolen blir utdannet i å undervise i alle fag, mens lærere i matematikk utdannet fra universitetet, ofte har valgt matematikk i kombinasjon med et eller flere fag. I tillegg må studentene fra universitetet ta et år med praktisk pedagogisk utdanning for å få en godkjent lærerutdanning.

2.4.4 Lærebøker

Det er utgitt en rekke lærebøker i matematikk fra forskjellige forlag i Norge. De er stort sett bygget opp etter de samme prinsippene, men med forskjellige måter å presentere lærestoffet på. Eksempelvis vil jeg trekke fram lærebokserien *ORIGO* fra Cappelen (Martinsen & Pedersen, 1988), som ble brukt på ungdomstrinnet, 8. til 10. klasse under M87. Denne serien består av en grunnbok og en oppgavesamling.

Hvert kapittel bygger på det foregående, slik at elevene får en naturlig progresjon i lærestoffet. Stoffet blir i disse bøkene presentert for elevene som teori og regler, deretter eksempler og oppgaver. Andre lærerbøker legger større vekt på oppbyggingen av de matematiske begrepene, der det er lagt opp til at elevene skal diskutere problemstillinger og løsninger, for selv å trekke ut matematiske sammenhenger (regler) fra stoffet.

2.4.5 Læreplan

Siden min oppgave går ut på å analysere resultatene sett i lys av utdanningstradisjoner, vil jeg til en viss grad se på de ulike aspektene av læreplanen i matematikk. Hva er det som gir matematisk kompetanse slik som begreper, fakta, ferdigheter, strategier og holdninger, og kan eventuelt misoppfatninger i matematikk knyttes til disse komponentene. Jeg vil kun bruke læreplaner og lærebøker eksempelvis i analysen av de forskjellige oppgavene, fordi det vil gå utenfor denne oppgavens rammer å analysere læreplaner og lærebøker. Læreplanen kan man se på tre forskjellige nivåer (Kleve, 1994):

1. Systemet: "*Intended Currriculum*", eller den *intenderte* (tilsiktede) *læreplanen.* Dette nivået legges til rette av myndighetene, og kommer til uttrykk gjennom fagplaner og lærebøker. Temaer på dette nivået er:

- analyse av systemets rammefaktorer, dvs. spørsmål om strukturen i skolesystemet
- elevers mulighet for valg av skole og fag
- hvor stor plass matematikken har i obligatorisk skole
- hvordan vektleggingen av matematikken varierer med klassetrinn og mellom landene
- utdannelsen til matematikklærere

For å få informasjon på dette området må det gjøres analyser av læreplaner og lærebøker.

2. Klasserommet: "*Implemented Curriculum*", eller den *implementerte* (iverksatte) *læreplanen*. Dette nivået handler om selve undervisningen og læringsmiljøet i klassen. Spørsmålet er hvordan den intenderte læreplan blir iverksatt. Elevenes og lærernes holdninger til faget er viktige faktorer på dette nivået. Hva skjer i klasserommet? Det er spørsmål om lærernes utdanning, undervisningsmetoder, arbeidssituasjonen, samarbeid mellom lærerne og hva slags utstyr som brukes. Det dreier seg om hvor mye lekser elevene får, og hva slags prøver elevene får. Man ser på elevenes bakgrunn slik som hjemmeforhold, hva de gjør i fritiden og hvor mye tid de bruker på lekser.

3. Elevene: "*Attained Curriculum*", eller den *resulterte* (eller oppnådde) *læreplanen***.** Dette nivået dreier seg om elevene, og hva de faktisk har oppnådd i form av kunnskaper og holdninger. Spørsmål her kan være:

- Hvilke holdninger har elevene utviklet, og varierer disse med kjønn, alder og nasjonalitet?
- Hva har elevene lært? Er det forskjeller mellom kjønn, skoler og land?
- Hvilke faglige misoppfatninger er utbredt?

2.4.5.1 Læreplanen for grunnskolen, M87

Siden alle testene i norsk skole (*Tall I, Tallregning I, Geometri I* og *Målinger og enheter I*), ble gjennomført før reform 97, vil jeg ta med et kort utdrag fra Mønsterplanen av 1987 som var læreplan i Norge i 10 år før reform 97. Mønsterplanen var samfunnets styringsdokument for grunnskolen, og det var her nedfelt mål som matematikkundervisningen skulle ta sikte på å nå. Dette var å (Kirke og undervisningsdepartementet, 1987):

- gi elevene innsikt i grunnleggende emner og metoder i matematikk i samsvar med deres forutsetninger.
- utvikle elevenes kunnskaper og ferdigheter slik at de ser på matematikk som et redskap når de skal løse problemer i dagliglivet og i yrkessammenheng.
- oppøve elevenes evne til logisk tenkning og til å arbeide systematisk og nøyaktig.
- sette elevene i stand til selv å bearbeide data og til å vurdere informasjon slik at de kan ta ansvarlige avgjørelser.
- ta vare på og utvikle elevenes fantasi og skaperglede.
- stimulere elevene til å hjelpe og respektere hverandre og til å gå sammen om å løse oppgaver.

M87 legger spesielt vekt på:

- problemløsning
- matematikk som redskapsfag
- bearbeiding av data og vurdering av informasjon
- kreativitet

I en undersøkelse gjort av Grunnskolerådet vises det til at matematikklærere var sterkt bundet til lærebøkene når de underviste. Samtidig hevdet Kobberstad (1991) i sin hovedoppgave at det var et godt samsvar mellom Mønsterplanen og den offentlige eksamen i matematikk. Dette burde derfor tilsi at undervisningsmålene i matematikk var nådd.

2.4.6 Vurderinger

Det blir ikke gitt karakterer i grunnskolen før elevene er kommet opp i ungdomsskolen. Foreldrene vil i grunnskolen bli informert om elevenes utvikling gjennom to konferansetimer per år. I ungdomsskolen vil foreldrene i tillegg til konferansetimene, motta en karakterutskrift over elevenes utvikling etter hvert halvår. I 10. klasse vil elevene ha en avsluttende skriftlig eksamen i et av fagene norsk, matematikk eller engelsk, og de har også muligheten til å bli trukket ut til en muntlig eksamen i et av seks fag.

Avgangskarakterene vil sammen med eksamenskarakterene i 10. klasse danne grunnlaget for konkurransen om å komme inn på de forskjellige linjene på videregående skole i mange kommuner. Det er en tendens i Norge at elever som kommer fra familier med lengre utdannelse vil fortsette sin utdannelse sett i forhold til elever fra familier med mindre utdannelse. Dette til tross for at alle elever har de samme rettigheter (Sjøberg, 1995).

2.4.7 Skolene

Totalt er det 3352 grunnskoler i Norge, og med 4,4 millioner innbyggere bosatt på 324.000 km^2 har Norge en lav befolkningstetthet (13 innbyggere per km^2). På grunn av norsk desentraliseringspolitikk har man administrert skolene slik at halvparten av skolene har mindre enn 100 elever og 12% mindre enn 20 elever. Bare 3% av skolene har mer enn 400 elever (Sjøberg, 1995).

2.4.8 Klasserom

I Norge er det vanlig med maksimum 28 elever i klasserommet i by og tettsteder, mens utenfor by og tettsteder er elevtallet mindre, både i klasserommet og på skolene.

Gunn Imsen (1996) spurte elevene hva slags undervisning de likte best, og fikk som svar at jentene likte bedre enn guttene å arbeide i grupper, men at guttene likte alle andre undervisningsmetoder bedre enn jentene. De likte bedre enn jentene å presentere stoff for klassen, ha skriftlige prøver og konkurrere. Guttene var generelt mer støyende i klasserommet og fikk dermed større oppmerksomhet fra læreren og var også mer aktive i diskusjonene.

2.4.9 Elevene

I følge TIMSS er norske elevers prestasjoner i matematikk i 6. klasse (7. klasse i dag) desidert lavere enn gjennomsnittet, og de skårer omtrent middels (litt under) i 7. klasse (8.klasse i dag). Norge er et av de landene som har størst fremgang fra barneskolen til ungdomsskolen, og det er mye som tyder på at elevene lærer vesentlig mer i matematikk når de går over på ungdomstrinnet. En faktor som kan bidra til dette, kan være lærernes sterkere fagbakgrunn (Kjærnsli & Lie, 1997).

2.4.9.1 Disiplin i skolen

Den norske skolen har også en del utfordringer når det gjelder disiplinen til elevene, og man ser en negativ utvikling gjennom de siste årene når det gjelder elevenes holdninger til skolen, lærere og medelever. Det har vært mange tilfeller der både lærere og medelever har blitt truet av enkelte elever, både fysisk og verbalt, samt laget uro og dårlig læringsmiljø i klassene. I Norge har man på flere skoler som en konsekvens av dette, satt i gang tiltak for å bedre disse forholdene. Spesielt er det satt inn miljøarbeidere som kan hjelpe til med aktivisering av utagerende elever. Det viktigste tiltaket som er i ferd med å bli gjennomført, er å styrke forholdet skole - hjem. Dette innebærer at skolen vil få et sterkere samarbeid med foreldrene, og på den måten bringe foreldrene mer aktivt inn i skolen, noe som igjen kan være med på å styrke læringsmiljøet i klassen.

2.5 Oppsummering av sammenligningen mellom Namibia og Norge

I Namibia er det bare 19% (tabell 2.7) av lærerne som har mer enn 2 års utdannelse utover 12 års skolegang, og som underviser på ungdomstrinnet i matematikk (junior secondary school). Hvis vi ser på de norske matematikklærerne på ungdomstrinnet, har 67% av dem 10 vekttall eller mer i matematikk. Det er også innført et obligatorisk 10 vekttallskurs i matematikk på lærerhøyskolen, noe som vil være med på å heve matematikkunnskapene hos lærerne. Ut fra disse fakta, og sammen med de norske resultatene fra TIMMS der de norske elevene har stor fremgang fra barneskolen til ungdomsskolen, kan man forsiktig trekke den slutningen at kunnskapsnivået hos norske matematikklærere kan være noe høyere, spesielt på ungdomsskolenivå.

I Norge er det vanlig at hver elev har lærebøker i alle fag. I dagens situasjon er lærebøkene nye og oppdaterte på grunn av reformen i 1997. I følge Berit Tvedt er det i Namibia ikke opplagt at alle elevene har lærebøker, enten på grunn av manglende økonomi, eller at lærerne har holdt lærebøkene tilbake.

Begge land har i dag det til felles at de har nye læreplaner, henholdsvis fra 1998 og 1997, og som er i ferd med å bli innarbeidet i de to lands utdanningssystemer. Dette betyr at begge land i dag har obligatorisk skolegang fra 1. til 10. klasse, med skolestart når barna er 6 år gamle. Grupperingene av trinnene er også lik, se tabell 2.6 og 2.9. Namibia har to års videregående skolegang (upper secondary school) mot tre år i Norge. Begge land prøver å tilrettelegge utdanningen slik at de av elevene som ønsker det, kan få en praktisk rettet utdanning i videregående skole. Situasjonen i Norge under M87 var at elevene startet på skolen 7 år gamle og at skolegangen varte i 9 år. Dette betyr at elevene fra Norge hadde ett år mindre skolegang enn elevgruppen fra Namibia, når man sammenligner resultatene fra undersøkelsene.

En av forskjellene man har i skolesystemet, er at det i Namibia stilles krav til prestasjonsnivået hos elevene for å bli flyttet opp en klasse, og dette gjelder spesielt når man skal vurdere å flytte elevene opp til 8. – 12. klasse. I 7. klasse vil derfor elevene bli vurdert etter en eksamen og etter prestasjonen gjennom året i fagene engelsk og matematikk. Disse to vurderingene teller hver 50%, og danner grunnlaget for å komme inn i 8. klasse. Tilsvarende system har vi ikke i Norge, der alle elevene (med noen få unntak) automatisk flyttes opp en klasse. Man kan ut fra den ovennevnte faktoren trekke den slutningen at elevene i niende-klasse fra Namibia har oppnådd minst 30% av målene i læreplanen, og burde i utgangspunktet inneha et brukbart grunnlag i matematikk før gjennomføringen av testen. I tillegg har også elevene fra Namibia vesentlig mer undervisningstid i matematikk de syv første skoleårene.

På grunn av at mange elever går et klassetrinn om igjen i Namibia, finner man et høyere aldersgjennomsnitt i klassene enn det som skulle vært normalt. Andre grunner til dette er at elevene har begynt sent på skolen, eller droppet ut av skolen, for senere å begynne igjen (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1999). Mange av elevene har også deltatt i krigshandlingene før 1990, og har av den grunn mistet noen år i skolesystemet, som de i følge Berit Tvedt må ta igjen. I Norge er elevene aldershomogene i forhold til klassetrinnet. Generelt kan man si at de fysiske forholdene ved skolene i Norge er bedre enn det som er blitt beskrevet i Namibia, og dette kan ha betydning for trivselen for elevene og lærerne i en undervisningssituasjon.

Språket er også en faktor som spiller inn, fordi elevene fra Namibia fra og med 4. klasse ikke kan uttrykke seg på morsmålet i en undervisningssammenheng. Det kan også være en utfordring for elevene at det kan være mange ulike språk som er representert på skolene, og spesielt gjelder dette skolene i de store byene på grunn av innflyttingen fra regionene.

Norske elever og lærere bruker morsmålet eller dialekten sin, som lett blir forstått i en undervisningssituasjon. Det kan derfor være en grunn til å anta at norske elevers begrepsapparat i matematikk kan være sterkere enn for elever fra Namibia.

3 Teoretisk utgangspunkt

3.1 Innledning

En læringsteori prøver å identifisere faktorer som påvirker hvordan individet lærer, men det er ikke lett å vite hvilken læring som skjer under en undervisningssekvens, fordi det ikke er mulig å måle læring direkte. Det vi kan gjøre er å registrere hva individet gjør, skriver eller sier.

I dag er det mange som har et syn på at matematisk kunnskap utvikles ved en prosess hvor individet selv bygger opp eller konstruerer sin egen kunnskap. Det er flere psykologer og forskere innen matematikkdidaktikk som har utviklet teorier for å forklare hvordan læring skjer, og disse teoriene kan brukes til å gi en type forklaring av misoppfatninger i matematikk. Jeg vil i det følgende presentere KIM-prosjektet fordi oppgavene som ble valgt ut har hatt tilknytning til dette prosjektet, og deretter vil jeg presentere læringsteorien.

3.2 KIM-prosjektet

KIM-prosjektet er et nasjonalt prosjekt i samarbeid med Telemarksforskningen, Notodden, finansiert av KUF, der det har blitt utviklet oppgaver innen forskjellige emner som kartlegger matematikkforståelse og holdninger i matematikk blant elever på ulike trinn. Formål er å forebygge og avhjelpe matematikkvansker hos elevene, og hovedmålene for prosjektet kan formuleres i følgende momenter (Brekke, 1995a):

- Utvikle en integrert prøve- og etterutdanningspakke som kan brukes av lærere som ledd i en intern vurdering.
- Utvikle prøvemateriell av diagnostisk karakter som kan danne utgangspunkt for undervisningstiltak innenfor ulike emner innen matematikk.
- Kartlegge holdninger og forestillinger elever har til matematikk og undervisningen i faget.
- Beskrive hele spekteret av elevprestasjoner innefor ulike emner i faget.

Denne hovedoppgaven har brukt oppgavemateriell fra KIM-prosjektet, som allerede er blitt utviklet og testet i Norge, på en utvalgt elevgruppe fra Namibia. Ved hjelp av dette materiellet har jeg kartlagt misoppfatninger i matematikk i denne elevgruppen.

3.2.1 Kompetanse i matematikk

Man kan stille seg spørsmålet "hva er kunnskap, og hvordan utvikler elevenes ideer og begreper seg?" Hvis man skal svare på disse spørsmålene, er det viktig å diskutere og vurdere forskjellige arbeidsmåter i matematikkfaget. Arbeidsmåten har til hensikt å legge til rette aktiviteter der elevene kan få erfaringer, samt å gi elevene muligheter til å reflektere over det de har arbeidet med.

En løsning kan være at klasserommet er et matematisk samfunn der elevene i grupper kan diskutere seg frem til løsninger. Dette kan være et verdifullt middel for å utvikle elevenes matematiske begreper, der elevene kan diskutere, forhandle, utfordre, samarbeide og reflektere over løsningsforslag. Lærerens rolle blir her å veilede og hjelpe elevene til å strukturere forståelsen av læringsstoffet. En annen løsning kan være at elevene kan arbeide med utforskende aktiviteter som medfører at elevene konstruerer matematiske ideer for dem selv.

Det blir derfor viktig ut fra disse synspunktene at lærerne prøver å tilrettelegge læringsmiljøet slik at elevene kan diskutere, eksperimentere, utforske, oppdage, organisere og reflektere over læringsaktivitetene. Kunnskap kan da konstrueres av eleven i vekselvirkning med miljøet og kan bli elevens egen matematiske forståelse av matematikken (Brekke, 1991), og i følge Piaget (1992) vil denne prosessen utvikle elevenes kognitive strukturer (se kapittel 3.3). Følgende modell kan beskrive dette synspunktet:

Figur 3.1: *Konstruksjon av kunnskap*

(Brekke, 1995a)

English & Halford (1995) hevder at aktiv deltagelse i en meningsfylt kontekst ikke nødvendigvis er en garanti for at elevene skal tilegne seg kunnskap, eller at elevenes forståelse heller ikke nødvendigvis er basert på erfaringer med fysiske modeller.

Det er i følge Brekke (1995a) fem komponenter som utgjør det man kan kalle matematisk kompetanse, eller det å kunne matematikk, og jeg vil kort beskrive disse komponentene:

1) **Faktakunnskap:** Det menes her informasjon som kan være usammenhengende eller tilfeldig, for eksempel at 1000 kg er definert som et tonn, eller notasjoner som 15 = 1•10 + 5 og 5a = 5•a (og ikke 5•10 + a). Det å undervise fakta er enkelt, fordi det går ut på å overlevere konvensjoner, navn og notasjoner til elevene.

2) **Ferdigheter:** Ferdigheter er definert som veletablerte prosedyrer i flere steg. For eksempel å vite hvordan man skal gå frem for å finne svaret på multiplikasjonsstykket 19•23. Det er viktig å ha gode ferdigheter innen mange områder, for å kunne fokusere på andre sider innen matematikken. Men det er også viktig at man ikke lar ferdighetsaktivitetene dominere undervisningen, fordi dette gir et feil inntrykk av matematikken som fag overfor elevene.

3) **Begrepsstrukturer:** De matematiske begrepene vokser ikke frem isolert, men eksisterer i et nettverk av enkelte ideer, som kalles begrepsstrukturer. Strukturene gjør matematikken meningsfull og støtter opp under ferdighetene. Det at slike strukturer eksisterer, viser at man kan overføre noe en har lært i en sammenheng, til nye situasjoner.

   Når elevene skal utvide tallsystemet fra naturlige tall til også å omfatte brøk og desimaltall, møter de en kritisk fase når det gjelder å forstå hva som for eksempel ligger i begrepet multiplikasjon. De må her utvide det begrepet de allerede har dannet seg med de naturlige tallene, samt at de også må bygge opp nye tankemodeller. Det er her viktig at elevene på forhånd har fått erfaringer utover det at multiplikasjon ikke bare knytter seg til gjentatt addisjon av like store addender, men for eksempel også erfaringer innen omregninger, forhold mellom tall, areal, permutasjoner etc.

4) **Generelle strategier:** Med generelle strategier mener man at elever kan velge en passende fremgangsmåte for å løse et problem fra en ukjent situasjon fra matematikk eller dagliglivet. Dette omfatter blant annet å:

- Representere, abstrahere og generalisere
- Teste hypoteser og gjennomføre bevis
- Kontrollere
- Stille spørsmål
- Bruke matematisk språk
- Tolke matematiske resultater

5) **Holdninger:** Det synet som både lærer og elever har på hva matematikk er, vil bestemme hvorledes læreren underviser i faget, og hvorledes elevene møter lærestoffet. Lærere som kun vil formidle fakta og ferdigheter, legger ofte vekt på en eksempel – regelmetode, og lærere som vil utvikle en begrepsmessig struktur hos elevene, vil inkludere mer praktisk arbeid og reflekterende diskusjoner.

3.2.2 Misoppfatninger

Med misoppfatninger mener jeg ufullstendige tanker som er knyttet til et begrep. Det ligger i misoppfatningen en bestemt tenkning som blir brukt konsekvent, men som er ufullstendig. Elevene har kun gjort erfaringer innen en del av et emne, og begrepene er derfor sjelden fullstendig utviklet. Elevenes begreper er heller ikke alltid gyldig i nye situasjoner, og det kan være flere årsaker til hvordan misoppfatninger kan oppstå. Det kan være hvordan matematikken er organisert i skolen gjennom lærebøker, undervisningsmetoder og læreplaner, og spesielt er misoppfatninger relatert til *overgeneralisering* og *overspesialisering* knyttet til hvordan man underviser i matematikk.

Med overgeneralisering mener jeg bruk av tidligere kunnskap innen nye områder der disse kunnskapene ikke har full gyldighet, for eksempel når man utvider tallbegrepet fra heltall til desimaltall og utfører operasjoner på desimaltallene. Misoppfatningene om at divisjon gjør mindre og multiplikasjon gjør større er her eksempler på at elever utvider gyldigheten i en klasse til en annen klasse, uten at dette har allmenn gyldighet, for eksempel ved multiplikasjonen 8 • 0,7, der eleven mener at svaret blir større enn 8. Elever kan også overgeneralisere observasjoner fra heltall, der tallet er større jo flere sifre det er, til desimaltall. For eksempel at 0,123 > 0,3 (Graeber, 1991).

Misoppfatninger kan også oppstå når elevene har utviklet en snever tankemodell for hva som ligger i hele begrepet, fordi de har erfaring kun innen et avgrenset felt av begrepet. For eksempel når elevene har en delvis begrepsforståelse av desimaltall og leser 3,658 som tre komma sekshundreogfemtiåtte, og som konsekvens oppfatter desimaltallet som par av to heltall, nemlig 3 og 658 (Graeber, 1991).

Med overspesialisering sikter jeg til hvordan elevene bruker regler fra et underområde på et helt område, eller tillegger restriksjoner til et begrep som ikke er karakteristisk for hele området. For eksempel når elever mener at høyden i en trekant bare kan være inne i trekanten (Graeber, 1991).

3.2.3 Diagnostisk undervisning

Diagnostisk undervisning baserer seg på at det er mulig å identifisere hvilke tanker elevene har gjort seg om lærestoffet, og deretter identifisere hvilke misoppfatninger og hindringer elevene møter når de utvikler begreper i matematikk. Skjematisk kan man trekke frem forskjellige faser i diagnostisk undervisning (Brekke, 1995a):

- Identifisere misoppfatninger og delvis utviklede begreper hos elevene.
- Tilrettelegge undervisningen slik at eventuelle misoppfatninger eller delvise begreper blir fremhevet. Dette kalles å skape en kognitiv konflikt.
- Løse den kognitive konflikten gjennom diskusjoner og refleksjoner i undervisningen.
- Bruke det utvidede (eller nye) begrepet i andre sammenhenger.

Diagnostisk undervisning tar sikte på å bygge opp solide begreper og begrepsstrukturer hos elevene.

3.2.4 Diagnostiske oppgaver

Diagnostiske oppgaver kan avsløre om klassen eller enkeltelever kan ha utviklet misoppfatninger eller spesielle vansker. Disse kan skyldes tidligere undervisning eller andre erfaringer. Oppgavene er laget slik at feilsvarene kan gi informasjon om den enkeltes elevs tanker, misoppfatning, delvis begrep og strategier innenfor det området som prøven dekker.

Brekke (1995a) skriver at diagnostiske oppgaver både kan komme før og/eller etter en undervisningssekvens og kan bli brukt til å:

- identifisere og fremheve misoppfatninger som elevene har utviklet, også uten at det trenger å ha vært noen formell undervisning i det en vil undersøke.
- gi læreren informasjon om løsningsstrategier elevene bruker for ulike typer av oppgaver.
- rette undervisningen mot å fremheve misoppfatningene, for på den måten å overvinne dem og de delvise begrepene.
- utvikle elevenes eksisterende løsningsstrategier.
- måle hvordan undervisningen har hjulpet elevene til å overvinne misoppfatningene ved å bruke de samme oppgavene både før og etter en undervisningssekvens.

Han mener videre at elevene ofte kan løse oppgaver eller finne løsningsstrategier, selv om de ikke tidligere har arbeidet med denne type oppgaver eller emner. I noen av oppgavene vil elevene bli utfordret til å vise hvordan de kom frem til svarene sine.

Det er klart at denne type oppgaver ikke er ment å vurdere elevene med hensyn til rangering, men kun for å oppdage hvilke tanker elevene har om de forskjellige begrepene, og eventuelt de vanskelighetene de måtte ha. Oppgavene kan også brukes til å hjelpe læreren til å få informasjon om læremiddel, arbeidsmåter og læringsmiljø.

En diagnostisk prøve vil fungere på en slik måte at vanlige elever vil ha vanskeligheter med å gi riktige svar. Man vil prøve å unngå å stille spørsmål der elevene kan svare riktig selv med feil eller delvis utviklede begreper. Det er derfor mulig å skille mellom oppgaver ut fra den diagnostiske informasjonen de gir, og ut fra de tanker elevene gjør seg om et bestemt begrep.

3.3 Læringsteori

Jeg vil ta utgangspunkt i den kognitive utviklingsteorien som prøver å forklare tankeprosessen, og om hvordan tenkning utvikles. Jean Piaget (1896 - 1980), epistemologist (kunnskapsteoretiker) fra Sveits, utarbeidet denne teorien gjennom kliniske eksperimenter og observasjoner. Teorien inneholder en stadieavhengig og en ikke-stadieavhengig komponent, og Piaget (1965), (1972), (1977) og (1992) forklarer læring som en vekselvirkning mellom en biologisk utvikling og miljøet rundt eleven. Han prøvde å forstå hvordan mennesket skaffer seg kunnskap, der han så på individet som en aktiv deltager i læringsprosessen og ikke som en passiv tilhører.

Den ikke-stadieavhengige komponenten inneholder mentale handlinger og tankemønstre som inntreffer på tvers av stadiene. Et sentralt begrep hos Piaget (1977) er *kognitive strukturer*, som inneholder deler av de erfaringer og den kunnskap som et individ tilegner seg, og som forandres og utvikles gjennom individets modning og i samspill med miljøet rundt eleven. Vi sier at eleven selv konstruerer de kognitive strukturene, der de kognitive strukturene er bygget opp av *skjemaer*, hvor hvert skjema er en grunnleggende tankeenhet. Når individet samhandler med miljøet vil individet strebe etter en likevekt med omgivelsene for å mestre omgivelsenes krav og problemer, og Piaget kaller denne streben etter likevekt for *adaptasjon*, og anser at den består av to aspekter, nemlig *assimilasjon* og *akkommodasjon*.

Individet prøver gjennom assimilasjonsprosessen å forstå ytre påvirkninger i allerede eksisterende skjemaer ved at påvirkningen skal forklares ved det som tidligere er kjent. Hvis de gamle skjemaene ikke kan assimilere inn en ny påvirkning, vil individet modifisere eksisterende skjemaer og utvide disse. Denne prosessen kaller Piaget for akkommodasjon og er den prosessen som fører til utvikling og ny læring (Piaget, 1992). Det som setter akkommodasjonsprosessen i gang er at det er blitt ubalanse mellom individets tolkning og den forståelse det har. Slik ubalanse kan oppstå spontant som et resultat av alder og biologisk modning, men kan også oppstå som følge av erfaring, slik at den første assimilasjonen må revurderes.

Hvert individ tilpasser nye inntrykk avhengig av tidligere kunnskap og erfaringer. Kunnskapen individene utvikler på et senere tidspunkt i livet, vil være forskjellig fra tidligere tilegnet kunnskap og vil variere fra individ til individ. I løpet av denne prosessen kan det skje at enkelte individer kan utvikle ufullstendige tanker knyttet til begrepene, eller utvikle snevre tankemodeller for hva som ligger i begrepene. Det er dette som fører til misoppfatninger eller delvise/uferdige begrep i matematikken. Piaget anbefaler at de nye inntrykkene bare må kreve små endringer i de eksisterende skjema, fordi store avvik mellom etablerte oppfatninger og nye inntrykk kan føre til at de nye inntrykkene ikke kan assimileres inn i kunnskapsstrukturen (Driver, 1983).

Hvis vi ser på den stadieavhengige komponenten så delte Piaget (1972) den kognitive utviklingen hos barn i fire hovedstadier, men også hvert hovedstadie i flere understadier. Jeg vil se på hovedstadiene som er:

I: Sensomotoriske 0 - 2 år,
II: Preoperasjonelle 2 - 7 år,
III: Konkret operasjonelle 7 - 11
IV: Formelt operasjonelle over 11 år.

Barnet prøver i de første leveårene (det sensomotoriske stadiet), å bruke sansene og motorikken for å utforske omgivelsene. En viktig oppdagelse er at barnet utvikler en mental representasjon av objekter, der barnet realiserer at et objekt eksisterer selv om det blir skjult eller gjemt. Barnet vil i begrenset omfang begynne å lete etter objektet.

I det preoperasjonelle stadiet lærer barnet å bruke språket og til å representere objekter ved bilder og ord. Ord kan som symboler representere ting eller grupper av ting, mens et objekt kan symbolisere eller representere noe annet. Piaget (1972) kaller dette stadiet for preoperasjonelt, fordi barnet enda ikke har utviklet mentale rutiner for å separere, kombinere og overføre informasjon på en logisk måte. For eksempel Piagets forsøk med vannglassene, der vann helles fra et høyt smalt glass til et bredt lavt glass, vil en voksen person forstå at mengden av vann er det samme, fordi personen kan reversere handlingen på det mentale planet. Et barn på det preoperasjonelle stadiet vil kun i begrenset grad kunne reversere handlingen mentalt, og følgelig konkludere med at det var mer vann i det høye smale glasset, fordi barnet vil kun bedømme mengden med vann etter vannstanden (kun en dimensjon).

I følge Piaget (1972) har ikke barnet på dette nivået enda utviklet evnen til *konservasjon*, der man forstår at egenskapene til et objekt er bevart eller konstant, selv om objektet omdannes, for eksempel i forsøket med vannglassene. En annen evne som heller ikke er utviklet på dette stadiet, er *transitivitet*. Dette betyr at legemet beholder sine egenskaper selv om det blir flyttet. For eksempel vil ikke et barn som kun bedømmer volumet av et rett firkantet prisme på grunnlag av en av sideflatene, kunne bedømme om to rette firkantede prismer har samme volum hvis det ene prismet står på høykant (Piaget, Inhelder & Szeminska, 1966).

I det konkret operasjonelle stadiet, som i følge Piaget går fra omkring 7-årsalderen til omkring 11 - 12 årsalderen, utvikler barnet evnen til logisk tenkning, herunder evnen til konservasjon av for eksempel tall, høyde, volum og vekt. Barnet kan klassifisere objekter og sortere dem i serier langs en dimensjon, for eksempel størrelse. Barn i det konkret operasjonelle stadiet vil uttrykke logiske tanker, det vil si at de resonnerer ut fra tidligere erfaringer, eller ut fra hva som er konkret i deres verden (Piaget, 1972).

De har i denne perioden utviklet tenkningen til å være *operasjonell* som betyr at handlingene på det indre mentale planet kan reverseres og organiseres i strukturer der man setter kunnskapen i sammenheng med kunnskaper man har fra tidligere. Det vil si at de har logiske tankeoperasjoner som kan beskrives i et logisk-matematisk språk (Piaget, 1992). Et annet begrep hos Piaget er *figurativ kunnskap*, som er kunnskap som kun lagres i hukommelsen uten å være relatert til noen kognitive strukturer, for eksempel pugg av matematiske formler. Nilssen (1993) skrev i sin hovedoppgave at Hundeide (1973) skilte mellom operativ og figurativ kunnskap som fremhevet forskjellen mellom *forståelse* og *gjengivelse av korrekt svar*. Det er det operative aspektet som må utvikles hos elevene (forståelsen), og ikke det figurative aspektet (symbolene, ordene og setningene).

I følge Piaget (1972) inntrer det formelt operasjonelle stadiet når individet er i stand til å behandle hypoteser og ikke bare objekter, og er den grunnleggende forandringen som inntreffer rundt 11 årsalderen. Individet er nå i stand til å se sammenhengen mellom kunnskaper, der kunnskapen hele tiden har vært knyttet sammen i strukturer (skjemaer), men det er først i dette stadiet at individet er i stand til betrakte disse sammenhengene uavhengig av kunnskapens konkrete innhold. Det vil si at individet er i stand til å resonnere abstrakt, og slik tenkning er nødvendig innen generalisering og bevisføring, samt blant annet å forstå begrepene innen funksjoner, geometri og proposjonalitet (Graeber, 1991).

3.3.1 Hvordan den kognitive utviklingsteorien anvendes innen læring og undervisning av matematikk

Piagets teori fokuserer mye på matematikk og matematisk læring. Han hevder at en ungdom i det formelt operasjonelle stadiet skulle kunne betrakte alle logiske kombinasjoner, som har innvirkning på løsningen i et matematiske problem. De kognitive teoriene er opptatt av selve tankeprosessen til individet i en læringsprosess, og ser på kunnskap som kan omsettes til symboler, bilder, språk, begreper og abstraksjoner, og er derfor aktuell i en skolesammenheng. Man kan her definere læring som en økning i evnen til å løse en oppgave, og læring blir derfor en tilegnelse av kunnskaper, ferdigheter eller holdninger, der individet er aktiv i læringsprosessen.

Nesten alle misoppfatningene kan bli tolket ut fra et kognitivt utviklingsteoretisk perspektiv, fordi mange av misoppfatningene oppstår fordi elevene feiler, enten ved å isolere eller samordne variabler. Mange elever resonnerer ut fra den måten ting ser ut eller overgeneraliserer fra kjente eksempler, eller de kan begrense gyldigheten av kjente begreper, prinsipper og prosedyrer.

I følge Piagets stadieteori kan man hevde at elever kan utvikle delvise eller uferdige begreper og misoppfatninger i matematikk, fordi stoffet i lærebøkene og læreplanen kommer for tidlig, sett i forhold til elevenes utvikling. Det vil si at elevene ikke har kommet tilsvarende langt i sin biologiske modning. For eksempel når ungdommer argumenterer med at multiplikasjon alltid blir større og divisjon alltid blir mindre, kan dette tolkes som om eleven ikke har en moden forståelse av operasjonene multiplikasjon og divisjon (Graeber, 1991).

Det er reist kritikk av den aldersrelaterte stadieteorien av flere årsaker. Blant annet har Case (1985) diskutert om barns utvikling er kontrollert av logisk strukturerte oppgaver. Han hevder at forskningen viser at oppgaver med samme logiske struktur, blir løst av barn på forskjellige alderstrinn. Videre ble det funnet liten sammenheng mellom individenes alder og de aldersrelaterte oppgavene (Graeber, 1991).

4 Metode

4.1 Innledning

Denne undersøkelsen er en del av NUFU-programmet (se kapittel 2.1) som omfatter kompetanseoppbygging ved forskningsinstitusjoner i utviklingsland, deriblant Namibia. Undersøkelsen er også tilknyttet resultatene fra KIM-prosjektet (se kapittel 3.2), og jeg vil i det følgende beskrive metoden som skal benyttes for å besvare problemstillingen i undersøkelsen.

4.2 Valg av metode

Det har vært et mål for undersøkelsen å sammenligne data fra elevgruppen fra Namibia med et utvalg av elever fra Norge, for eventuelt å finne likheter og ulikheter innen misoppfatninger i matematikk, for deretter å undersøke om eventuelle misoppfatninger kan knyttes til utdanningstradisjonen i de respektive land. Bruk av tester eller spørreskjemaer er en av de vanligste og mest effektive metoder for å samle inn store mengder kvantitative data, og denne metoden har også blitt brukt i denne undersøkelsen.

Denne metoden har i dette tilfellet vært den mest hensiktsmessige å bruke for å undersøke misoppfatninger i matematikk, blant annet fordi jeg ved Noags hjelp, har kunnet nå ut til en stor gruppe elever innen det aktuelle klassetrinn for å samle inn data, til tross for store avstander mellom Norge og Namibia. En annen fordel ved denne metoden er at man ofte får en høy deltagelsesprosent på testen, i og med at testene blir distribuert direkte til klassene, samt at forskeren (i dette tilfellet representert ved Noag) i mange tilfeller kan være tilstede for å oppklare misforståelser samt å samle inn testen.

På den annen side har det for meg ikke vært mulig å observere undervisningssituasjoner eller kommunisere med respondentene i denne undersøkelsen, noe som kunne ha vært med på å gi et sikrere og mer utfyllende bilde av hvordan misoppfatningene i matematikk oppstår. Jeg har derfor måtte søke andre kilder for å undersøke om misoppfatningene har sitt utspring fra utdanningstradisjonen, herunder spesielt lærerkreftene. Alternativt kunne jeg ha utarbeidet et spørreskjema for lærerkreftene og lærerutdannerne, og gjennom denne informasjonen kunne danne meg et bedre bilde av situasjonen.

Blant annet har jeg også gjennomført et intervju med Noag Gaoseb for å få en noe bedre forståelse av utdanningstradisjonen, herunder spesielt lærerens bakgrunn, både utdanningsmessig og undervisningsmessig. Dette intervjuet ble gjennomført fordi det viste seg at elevene gjennom den utsendte testen hadde en forsterket misoppfatning som *kunne* ha et utspring fra lærerkreftene. Intervjuet ble gjennomført i forbindelse med Noag Gaosebs besøk i Norge i oktober 2000.

Det har som tidligere nevnt blitt utviklet diagnostiske tester (KIM-prosjektet) for å kartlegge misoppfatninger i matematikk, og med utgangspunkt i disse undersøkelsene har jeg brukt dette materialet som grunnlag for å undersøke og kartlegge misoppfatninger i matematikk blant elevgruppen fra Namibia. Flere av oppgavene var også interessante med hensyn til utbredelsen av misoppfatninger blant elevene fra Norge. Det ble tidlig i prosessen fastslått å velge ut diagnostiske oppgaver fra de fire emnene *tall, tallregning, geometri* og *målinger og enheter* og bruke oppgavene fra disse emnene som redskap for å samle inn data.

Grunnen til at disse emnene ble valgt var at jeg gjennom resultatene fra de tidligere undersøkelsene ville få et sammenligningsgrunnlag med de innkomne data fra elevgruppen fra Namibia. Det ble i undersøkelsen lagt størst vekt på emnet *tall* fordi det var interessant å undersøke de grunnleggende tallbegrepene, spesielt innen desimaltall. Det har i hovedsak vært en kvalitativ undersøkelse, der de innkomne data er blitt presentert og sammenlignet i frekvenstabeller.

4.3 Elevgruppen og utvalgene

Testmateriellet for 9. trinn elevene fra KIM-prosjektet ble utviklet under M87, og emnene som ble brukt i denne undersøkelsen var: *Tall I, Tallregning I, Geometri I* og *Målinger og Enheter I.* De to første emnene ble undersøkt i januar 1995 og var for 8. klasse, dvs. tilsvarende 9.klasse i dag, og de to siste ble undersøkt i desember 1997 og var for 9. klasse. Reform 97 var i dette skoleåret i ferd med å bli innført i skolen, men ikke for 9. klasse, som fortsatt fulgte M87. Hver av elevutvalgene fra de 4 forskjellige undersøkelsene fra Norge vil jeg i denne oppgaven definere og omtale som *populasjonen No.*

SPSS filene fra KIM-prosjektet har jeg fått oversendt fra Høgskolen i Telemark, Notodden. Jeg har tatt ut alle uaktuelle data fra tidligere undersøkelser, samt rekodet enkelte kategorier der det har vært nødvendig, slik at kategoriene har blitt sammenfallende med kategoriene fra den spesielle elevgruppen fra Namibia, definert som *populasjonen Na*. Data fra populasjonen Na har jeg delt inn i emnene *tall*, *tallregning*, *geometri* samt *målinger og enheter* som tilsvarer emnene i undersøkelsene fra Norge.

Jeg har deretter satt de redigerte datafilene fra hvert emne fra KIM-prosjektet sammen med kopier av datafilen fra populasjonen Na, slik at hvert emne har en datafil med data fra begge populasjonene. Det har følgelig blitt opprettet en ny variabel *Populasjon,* slik at man kan skille data fra populasjonen Na, og data fra utvalgene fra Norge (populasjonen No).

Jeg har deretter presentert de aktuelle oppgavene, der svarfrekvensene er representert i tabeller og figurer, ved hjelp av SPSS. Videre har jeg sett på enkelte elevtekster kvalitativt for å få et bedre innblikk i elevenes løsningsstrategier. Det var til sammen 8 oppgaver der elevene kunne forklare hvordan de kom frem til svaret, og av disse har jeg valgt ut 4 oppgaver fra emnet *tall*, og 1 oppgave fra emnet *målinger og enheter.*

4.3.1 Elevgruppen fra Namibia

I min undersøkelse ble det lagt begrensinger på hvordan klassene i Namibia ble plukket ut, fordi skolene primært ble valgt ut med hensyn til hvilke språkgrupper som skulle studeres av Noag Gaoseb, samt at det også har vært begrensninger i hvilke regioner testen har blitt utdelt. Dette betyr at slutningene basert på diskusjonen, ikke har allmenn gyldighet for alle 9. trinn elevene fra Namibia, men kun gyldighet for populasjonen Na.

Gjennom intervjuet med Noag Gaoseb ble jeg informert om utvalgsprosessen i Namibia. I denne oppgaven var det på grunn av forskjellige begrensninger med hensyn til forholdene i Namibia, slik som transportproblemer, postgang, store avstander etc., kun blitt valgt ut 14 skoler. Noag Gaoseb administrerte både sin pilottest (4. klasse), og min test samtidig. Han valgte ut 3 språkgrupper som han ville studere, og ut fra disse språkgruppene ble det valgt ut 6 forskjellige regioner i Namibia der disse språkgruppene var dominerende. Deretter ble det trukket ut 14 skoler tilfeldig, på en slik måte at alle skolene innen de forskjellige distriktene hadde en mulighet til å bli trukket ut. De uttrukne skolene var både fra bydistriktene (urbane) og landdistriktene (rurale), samt både junior og senior secondary schools. Tabell 4.1 viser sammenhengen mellom regionene, beliggenhet, antall skoler og språkgruppene.

Tabell 4.1: *Skolenes beliggenhet og tilhørende språkgrupper*

Regioner		Beliggenhet	Antall skoler	Språkgrupper
1	Erongo	Vest	3	Khoekhoegowab og Otjiherero
2	Khomas	Sentralt	3	Miks av språkgrupper
3	Kunene	Nord - Vest	2	Khoekhoegowab
4	Oshana	Nord	3	Oshidonga
5	Oshikoto	Nord	1	Oshidonga
6	Otjozondjupa	Sentralt	2	Otjiherero

Alle skolene som ble trukket ut, ble tilskrevet av Noag Gaoseb med informasjon om prosjektet. Alle rektorene var meget positive til tiltaket, og det ble lagt opp en plan der Noag Gaoseb, eller noen av hans medarbeidere, skulle besøke en klasse på hver av de 14 skolene. Noag Gaoseb besøkte selv 7 av skolene fra region 1, 2 og 3. Alle de utvalgte klassene fra de 14 skolene gjennomførte testen, men resultatene fra skole nummer 10 har uteblitt, så denne er ikke med i diskusjonen. Det var i overkant av 30 elever i klassene og til sammen 417 elever som ble testet. På grunn av forskjellige forhold var alderssammensetningen blant niende-klasse elevene fra 13 til 21 år.

4.3.2 Utvalgene fra Norge

Etter at KIM-testene var ferdig utarbeidet, ble et tilstrekkelig antall skoler og klasser i Norge valgt ut probabilistisk. Dette vil si tilfeldig slik at alle klassene i landet hadde en mulighet til å bli trukket ut. Skolene var tilfeldig utvalgt blant alle norske grunnskoler, og det var også tatt hensyn til en balansert fordeling på regioner og skoler med ulike størrelser (Brekke, 1995b). Det har vist seg, gjennom resultatene fra TIMSS, at det er liten forskjell mellom de forskjellige regionene i Norge, også mellom urbane og rurale områder med hensyn til elevprestasjoner (Programme for International Student Assessment, 1999).

For emnene *tall* og *tallregning* var det med 92 åttende-klasser (tilsvarer niende-klasse etter L97), noe som utgjorde ca. 1900 elever. De ble deretter trukket ut etter fødselsdato: 519 elever innen emnet *tall,* og 516 elever innen emnet *tallregning*. Etter tilsvarende fremgangsmåte ble 523 niende-klassinger innen emnet *geometri* trukket ut, og 439 elever innen emnet *målinger og enheter*.

4.4 Instrumentet for datainnsamlingen

Testene fra KIM-prosjektet har jeg tidligere oversatt til engelsk som en forberedelse til å teste elevgruppen fra Namibia. Ut fra de fire aktuelle emnene i matematikk som skulle brukes i testen, arbeidet Noag Gaoseb og jeg i flere møter der vi valgte ut oppgaver som kunne være aktuelle for både namibiske 4. og 9. klasseelever. De valgte oppgavene ble tilpasset namibiske forhold, slik at for eksempel navn i oppgavene ble byttet til lokale brukte navn i Namibia.

For å ha den riktige bakgrunnskunnskapen for utvelgelsen av oppgavene, var det nødvendig at vi først satte oss inn i det undervisningsmateriell, pensum og læreplanverk som blir benyttet i Namibia. Vi gikk derfor igjennom aktuelle og tilgjengelige lærebøker fra lærebokseriene *Namibian Mathematics* (Suffolk, 1993) og *Mathematics in context* (Westhuizen, 2000) for å kartlegge hvilket undervisningsstoff som er i lærebøkene innen emnene *tall, tallregning, geometri* og *målinger og enheter*.

Pensumlisten i matematikk ble også gjennomgått (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1998b). Det var også kommet ny læreplan i Namibia i 1998 (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1998a), og vi satte oss inn i de mål som elevene skulle oppnå i følge denne planen. I følge lærebøkene og planene, samt supplert med Noag Gaosebs erfaring som lærer i matematikk, fikk vi på denne måten en oversikt over hvilken bredde og hvilket kunnskapsnivå elevene fra Namibia skulle inneha i de ovennevnte trinn innen de fire utvalgte emnene. Denne prosessen har vært nødvendig sett i lys av hvilke type oppgaver vi skulle velge ut til testen.

4.4.1 Utvelgelse av oppgavene

Det var til sammen 25 oppgaver som ble valgt ut, og elevene fikk bruke 60 minutter på disse oppgavene. Til sammenligning fikk de norske elevene bruke 45 minutter på KIM-testen, men hadde noe færre oppgaver. Det var på forhånd vanskelig å si hvilke type problemer som kunne dukke opp, samt å vurdere hvilke oppgaver som kunne brukes til å gi best mulig informasjon om elevenes misoppfatninger, tatt i betraktning at elevgruppen fra Namibia kommer fra en helt annen kultur.

De av oppgavene som ble testet på elevgruppen fra Namibia ble stort sett valgt ut, med noen få unntak, på grunnlag av at elevene fra Norge viste tydelige misoppfatninger. Det var også tatt hensyn til aktuelle planer og lærebøker som er i bruk i Namibia, slik at elevene skulle ha forutsetning for å kunne forstå oppgavene. Videre har vi tatt hensyn til vanskelighetsgraden og arbeidsmengden sett i forhold til klassetrinn.

Sett i ettertid viste det seg at majoriteten hadde rukket å komme gjennom de fleste oppgavene, men det var også oppgaver som tydelig falt vanskelig ut. Dette gjaldt spesielt oppgaver som inneholdt mye tekst, der en av årsakene kan være at elever kan ha hatt vanskeligheter med å lese og forstå oppgaveteksten på engelsk. Det var også stor spredning i kvaliteten på besvarelsene mellom regionene og språkgruppene.

Det ble i utvelgelsen av spørsmålene, som tidligere nevnt, lagt vekt på å undersøke den grunnleggende begrepsforståelsen av desimaltall, og de fleste oppgavene var følgelig hentet fra dette området (hele testen finnes i vedlegg 1). Innen emnet *tall* ble det valgt ut 12 oppgaver fra KIM-testen *Tall I*:

Oppgaver	Begrepsforståelse av:
1 og 2	Posisjonssystemet - heltall
3 og 4	Posisjonssystemet - desimaltall
10 og 22	Desimaltall som symbol for del av en hel
11	Sammenligning av brøk og desimaltall
12	Desimaltall på tallinjen
13 og 14	Addisjon med desimaltall
17 og 21	Sammenligning av desimaltall

Innen emnet *tallregning* ble det valgt ut 2 oppgaver fra KIM-testen *Tallregning I*:

Oppgaver	Begrepsforståelse av:
23	Valg av regneuttrykk til tekstoppgaver
24	Regnefortelling til regneuttrykk

Innen emnet *geometri* ble det valgt ut 6 oppgaver fra KIM-testen *Geometri I*:

Oppgaver	Begrepsforståelse av:
8	Høyde i trekant
9	Rektangler
15	Areal av trekanter
18 og 19	Areal og omkrets av sirkler
25	Areal av kvadrat

Til slutt innen emnet *målinger og enheter* ble det valgt 5 oppgaver fra KIM-testen *Måling og enheter I*, versjon A:

Oppgaver	Begrepsforståelse av:
5 og 16	Lengde
6 og 7	Volum
20	Analog og digital klokke

4.4.2 Pilotering

Testene fra KIM-prosjektet i Norge har alle tidligere blitt pilotert, og de av oppgavene som gav for liten informasjon om elevenes misoppfatninger ble tatt ut. I denne undersøkelsen har det ikke vært anledning til å prøve ut et sett med oppgaver i en pilottest på grunn av tidsbegrensninger, samt forhold nevnt i kapittel 4.3.1. Det har derfor ikke vært mulig å forandre eller ta ut oppgaver som har vært av liten diagnostisk interesse, eller av andre årsaker ikke har passet.

4.4.3 Koding

Arbeidet med å lage koder for de ulike svaralternativene elevene kom frem til, har tidligere blitt utviklet gjennom arbeid i grupper i KIM-prosjektet, der elevsvarene fra testene har blitt kodet og plassert i forskjellige svarkategorier. Kodene har også blitt evaluert, og om nødvendig blitt forandret. Alle kodene er blitt samlet i en kodebok for hver av emnene som har blitt testet ut. De forskjellige kategoriene har fått en en- eller to sifret kode, slik at de har kunnet blitt behandlet statistisk.

Riktig svar har fått kode 1, og varianter av riktig svar har fått koder mellom 2 og 9. Varianter av misoppfatninger har blitt kodet i intervallet 10 - 90, mens ubesvarte oppgaver har fått koden 0. Svar man ikke kan plassere i noen av de oppsatte svarkategoriene har fått kode 99. Dette var enten svar som var uleselige, eller inneholdt feil som ble oppfattet som usystematiske og som ikke var direkte misoppfatninger. Denne type feil var følgelig ikke av interesse for undersøkelsen.

Kodingen av svaralternativene ble utarbeidet av Gunnar Gjone og Noag Gaoseb i Namibia. Det ble tatt utgangspunkt i kodebøkene som tidligere var blitt utviklet i Norge, men disse kunne ikke brukes i sin helhet på grunn av mangfoldet av svaralternativer. Det ble derfor i følge Gunnar Gjone opprettet flere svarkategorier for å ivareta dette mangfoldet av svar. Kodeboken ble delvis ferdig utviklet i august 2000.

På et arbeidsmøte på UIO der Gunnar Gjone, Noag Gaoseb, Kjell-Eirik Johannessen og undertegnede var tilstede, gikk vi gjennom kodene, og spesielt kodene for tekstbesvarelsene. Det viste seg at det var en del utfordringer ved å kode tekstsvar på grunn av flere forhold. For det første kunne det være vanskelig å forstå enkelte av svarene i seg selv på grunn av at noen av elevene hadde hatt vanskeligheter med å uttrykke seg skriftlig på engelsk, samt at det var utfordringer i forbindelse med å tolke de avgitte svarene. Det var også for mange svarkategorier innen enkelte oppgaver, slik at svarkategorier måtte slås sammen. Etter disse justeringene i kodeboken på ovennevnte arbeidsmøte, ble det foretatt en prøvekoding (kapittel 4.4.3.2), og deretter ble kodingen gjennomført av samtlige mottatte elevsvar fra testen i oktober 2000. Kodene ble sendt til Høgskolen på Notodden for å bli lagt inn i statistikkprogrammet SPSS for senere å bli bearbeidet av meg.

4.4.3.1 Reliabilitet av kodingen

Hvis vi skal ha høy reliabilitet på kodingen, må kategoriene og selve arbeidet med å kode besvarelsene være konsistente og pålitelige. Når det er gode kategorier, vil ikke de forskjellige kategoriene overlappe hverandre, men være gjensidig utelukkende. Dette betyr at hvis to eller flere personer koder en test, skal man få den samme koden. Den samme koden skal man også få, hvis den samme personen koder den samme testen flere ganger. Reliabiliteten blir oppgitt som et desimaltall i området 0 til 1, der 1 er optimalt og vil for eksempel si at 2 personer har identiske koder. Graden av reliabilitet som er akseptabelt for et instrument er avhengig av hva undersøkelsen og resultatet skal brukes til. Ary & Jacobs & Razavieh (1996) skriver at hvis resultatene skal brukes for å ta avgjørelser på individplanet er en reliabilitet på 0,90 et minimum. I andre tilfeller kan man akseptere en lavere reliabilitet, men jo større reliabilitet, jo bedre kvalitet har man på resultatene.

4.4.3.2 Reliabilitet av kodingen når flere koder

Det var viktig å prøve ut reliabiliteten av kodingen, og jeg kodet et sett med besvarelser som Gunnar Gjone tidligere hadde kodet, for å kontrollere om kodekategoriene var gode nok. Jeg valgte ut på en tilfeldig måte 10 tester for koding. Oppgaver som inneholdt flervalgsoppgaver var ikke interessante, fordi det gir tilnærmet reliabilitetsverdi på 1 når flere koder. Jeg har derfor sett på oppgaver som kunne være vanskelige å tolke, slik som belteoppgaven (nr. 5), høyden i trekanten (nr. 8), klokkene (nr. 20), samt oppgaver der elevene kunne avgi tekstsvar. Dette utgjorde 17 oppgaver i hver test og følgelig 170 oppgaver til sammen. Resultatet kan sees i tabell 4.2.

Tabell 4.2: Reliabiliteten når to personer koder

Antall oppgaver	Antall avvik	Prosentvis avvik	Reliabilitet
170	28	16,5	0,835

Ut fra ovennevnte reliabilitetstest viste det seg at det var oppgavene med tekstbesvarelser som var vanskelig å tolke, og som gav et avvik i kodingen. I arbeidsgruppen ble det enighet om kun å teste reliabiliteten av tekstoppgavene, fordi det var helt klart at det var her utfordringene lå. Etter gjennomgangen av kategoriene i kodeboken i arbeidsgruppen, valgte vi ut 3 tester fra en klasse fra 3 forskjellige regioner, det vil si 9 tester til sammen. Noag Gaoseb, Kjell-Eirik Johannessen og undertegnede kodet deretter de 17 utvalgte oppgavene fra 9 forskjellige tester, til sammen 153 koder for hver deltager. Disse kodene ble gjennomgått, og vi diskuterte oss frem til en kode for hver oppgave. Resultatet av reliabiliteten når tre koder, kan sees i tabell 4.3.

Tabell 4.3: Reliabiliteten når tre personer koder

Antall oppgaver	Antall avvik med ett avvik per oppgave	Antall avvik med to avvik per oppgave	Sum antall avvik	Prosentvis avvik	Reliabilitet
153	49	22	71	46,4	0,536

Isolert sett er reliabiliteten på 0,536 lav, og en grunn var at Kjell-Eirik Johannessen ikke hadde sett testen eller kodeboken før, noe som medførte usikkerhet vedrørende kodingen. Dette fremgår av tabell 4.4 der jeg spesifiserte resultatet av kodingen fra tabell 4.3. Det er på den annen side ikke urimelig å anta at reliabiliteten vil øke etter en slik arbeidsøkt, fordi man i en større grad har diskutert seg frem til hvordan elevsvarene skal tolkes inn i de avgrensede svarkategoriene.

Tabell 4.4: Reliabiliteten når to og to personer koder

Personer som koder	Antall oppgaver	Antall avvik	Prosentvis avvik	Reliabilitet
Noag G. – Ole H. J.	153	39	25,5	0,745
Kjell-Eirik J. – Ole H. J.	153	49	32,0	0,680
Kjell-Eirik J. – Noag G.	153	60	39,2	0,608

Hvis vi ser på tabellen har Noag Gaoseb og Ole H. Johansen den høyeste reliabiliteten, noe som kan være naturlig fordi de begge har arbeidet mest med kodebøkene og testene. Selve kodingen av testene fra de 13 klassene ble fordelt på følgende måte:

Ole H. Johansen	8 klasser
Noag Gaoseb	2 klasser
Gunnar Gjone	1 klasse
Kjell-Eirik Johannessen	1 klasse
Guri A. Nortvedt	1 klasse

Hvis vi ser på reliabiliteten når Ole H. Johansen kodet mot henholdsvis Gunnar Gjone (0,835) og Noag Gaoseb (0,745), ga dette en gjennomsnittlig verdi på 0,79. Dette er en noe lav verdi, men tatt i betraktning at jeg kodet 8 av 13 klasser er det rimelig å anta at reliabiliteten i forbindelse med kodingen faktisk kan være noe høyere enn 0,79. Siden kvaliteten på kodingen ikke er den beste bør man ta hensyn til dette under diskusjonen av resultatene og være forsiktig med å trekke konklusjoner når det er små frekvenser av misoppfatninger.

4.4.4 Validitet av måleinstrumentet

Hvor høy validiteten til en test er, vil si noe om hvor godt den måler det den skal måle. Validiteten vil derfor referere seg til noe annet enn testen selv, som for eksempel i denne oppgaven der jeg vil undersøke begrepsforståelse og misoppfatninger hos elever innen forskjellige matematiske emner. Validitet kan ikke måles direkte, men indirekte ved vurdering av testens kriterier og innhold. Det finnes forskjellige typer validitet, og i det følgende vil jeg se på *Construct validitet* og *innholdsvaliditet*, som jeg mener er viktig for å undersøke om oppgavene er egnet til å måle det jeg er ute etter (Ary, Jacobs & Razavieh, 1996).

Construct validitet er en type validitet der man ser på om det er overensstemmelse mellom begrepet og målingen av begrepsforståelsen. I denne undersøkelsen er misoppfatninger i matematikk det underliggende "*construct*" som vi ønsker å måle, og Construkt validitet er da en indikasjon på om våre oppgaver virkelig måler dette underliggende "*construct*", og om vi på bakgrunn av resultatene fra denne testen kan trekke slutninger om elevenes misoppfatninger. Oppgavene fra KIM-prosjektet, som oppgavene i denne testen er hentet fra, er spesielt konstruert med henblikk på å avdekke elevenes misoppfatninger, og følgelig vil man også rimeligvis kunne trekke slutninger om elevenes misoppfatninger fra populasjonen Na. Et unntak er noen av oppgavene med lang tekst, der jeg i ettertid ser at spørsmålene i testen er utformet slik at det kan diskuteres om det er elevenes misoppfatninger som blir testet, eller elevenes skrive- og leseferdighet. Dette kan ha oppstått på grunn av at testen ikke har blitt utformet på elevenes morsmål, men på engelsk.

Innholdsvaliditeten indikerer om innholdet i testen representerer området som skal testes. I denne testen mener jeg at vi har en tilstrekkelig høy innholdsvaliditet, fordi vi har utarbeidet testen på grunnlag av lærebøker, pensum og læreplan innen de aktuelle klassetrinnene i Namibia. Noag Gaoseb har også undervisningspraksis i faget, og som lærer er egne observasjoner, refleksjoner og slutninger for elevenes forståelse og prestasjoner, viktige erfaringer for å kunne velge ut oppgaver til testen. Jeg mener at de utvalgte oppgavene har vært tilpasset elevenes kunnskapsnivå i følge det ovennevnte, og dessuten har testen blitt valgt ut på grunnlag av tidligere KIM-tester, som nøye har blitt vurdert av matematisk kompetent personell.

Noag Gaoseb var tilstede i 7 av de 14 klasserommene testen ble gjennomført for å observere og hjelpe til med å klare opp misforståelser, og i følge intervjuet med ham var elevene ivrige til å løse oppgavene, og de ville gjerne ha en tilbakemelding på utfallet av testen. De ble gjennom denne testen utfordret på en ny måte som de tidligere ikke var vant til, blant annet utfordret til å tenke på en annen måte. Man kan på grunnlag av dette anta at testen hadde en viss betydning for elevene. Ut fra de elevsvarene jeg har fått tilbake, virker det som om mange av elevene har svart seriøst på oppgavene, fordi man kan finne igjen de samme svarstrukturer i flere av oppgavebesvarelsene hos de samme elevene. Jeg vil som konklusjon trekke den slutningen ut fra det ovennevnte, at validiteten av måleinstrumentet er god nok.

4.5 Datainnsamlingen

Testen ble direkte administrert til de fleste av de 14 skolene, og som medførte at det var enkelt å få samlet inn alle testene etter endt besvarelse, med unntak av en klasse (skole nr. 10). Fordelen med direkte administrasjon er at man vanligvis får 100% respons på de utdelte testene. Andre fordeler er lave kostnader (hvis det ikke er for mye reising), og at forskeren er tilstede i klasserommet for å besvare spørsmål, samt forklare bakgrunnen for undersøkelsen. Ulempen kan være, som i dette tilfellet, at forskeren er begrenset av når og hvor testene kan administreres. En annen begrensning kan ligge i at generalisering av funn, er begrenset til populasjonen som utvalget representerer (Ary, Jacobs & Razavieh, 1996).

4.6 Bearbeiding og presentasjon av resultatene

For å kunne behandle større mengder datamateriell, er det nødvendig med et redskap som gjør dette oversiktlig. Bearbeiding av materialet ble derfor gjort ved hjelp av statistikkprogrammet SPSS (The Statistical Package for the Social Sciences). SPSS er et omfattende statistisk dataprogram til bruk for analyse og bearbeiding av statistiske data. (Lie & Caspersen, 1999).

Programmet er fleksibelt med muligheter for å behandle store datamengder med enkle, klare og strukturerte svaralternativer. Programmet er ikke så egnet til å behandle åpne og mindre strukturerte svaralternativer, og det er derfor viktig at testen i undersøkelsen har enkle og strukturerte svaralternativer. Gjennom utviklingen av kodeboken har det som tidligere nevnt i kapittel 4.4.3 blitt opprettet tosifrede koder. Disse kodene er blitt brukt til å opprette kategorier i SPSS, slik at man kan behandle data statistisk. De åpne oppgavene har også fått koder, der man har gitt de forskjellige elevsvarkategoriene koder, slik at også data fra disse oppgavene kan behandles ved hjelp av SPSS. Svarkategoriene i de åpne oppgavene har ikke vært 100% gjensidig utelukkende, slik det har gått frem av kapitlet om reliabilitet av kodingen. Det er derfor nødvendig å være forsiktig, som tidligere nevnt, med å trekke konklusjoner ved små frekvenser fra de åpne oppgavene.

Data har blitt presentert som tabeller og grafer med utgangspunkt i elevenes svarfrekvenser, og ut fra et kvalitativt synspunkt har jeg hatt som et mål å finne strukturen i hvordan elevene har tenkt. Det har det blitt gitt muligheten til gjennom de åpne oppgavene, der elevene har beskrevet hvordan de har gått frem for å finne løsninger.

4.7 Noen statistiske begreper

4.7.1 Deskriptiv statistikk

Deskriptiv statistikk er beskrivende statistikk som fremstiller data for å beskrive svarene eller observasjonene systematisk, blant annet ved å vise forskjeller mellom grupper. Fordelingen av svarene kan fremstilles i frekvenstabeller eller som søylediagram. Hvis to grupper av elevsvar skal sammenlignes, kan det brukes krysstabeller, der frekvensene er oppgitt som prosenter fordi de forskjellige utvalgene ikke er like store i antall. Frekvensfordeling kan brukes på alle typer skalaer.

4.7.2 Måleskalaer

Det finnes 4 forskjellige måleskalaer som blir brukt. Det er nominal-, ordinal-, intervall- og forholds-skala (Ary, & Jacobs & Razavieh, 1996). Forholds-skala blir lite brukt, og de 3 vanligste er:

- Nominal skala er det laveste nivået, og det eneste kravet er at objektene er forskjellige fra hverandre. For eksempel kan tallet 0 representere menn og tallet 1 representere kvinner.
- Ordinal skala er det neste nivået og plasserer objektene i rekkefølge uten å si noe om avstanden mellom dem. For eksempel 1 = liker ikke, 2 = liker litt og 3 = liker godt. Her har vi navn på tallene og også retningen, men ikke avstanden mellom disse. En variabel med ordinal skala kan i noen sammenhenger bruke et gjennomsnitt, og kan tolkes som et mål på en tendens i et materiale. Vi må være forsiktige med hvordan vi tolker resultatet.
- Intervall skala har i tillegg til de to første egenskapene også en enhet, avstanden mellom objektene er like (Lie & Caspersen 1999).

Frekvenstabeller er en grei måte å oppgi resultater på når vi bruker måleskalaer.

4.7.3 Korrelasjon

Korrelasjonskoeffisienten for ordinaldata kalles *Spearman's rho* og regner ut korrelasjonen for 2 variable. Spearman rho blir brukt for å se i hvilken grad variablene henger sammen, og korrelasjonskoeffisienten kan variere fra -1 til +1, der verdier over +0,7 regnes som en høy positiv korrelasjon. Kvadratet av korrelasjonskoeffisienten forteller oss hvor stor del av variansen som er felles for de 2 variablene. For en verdi på 0,7 så er 49% av variansen felles (variansen er et uttrykk for hvor stort avviket er fra middelverdien, det vil si et spredningsmål). Det kan være forskjellige grunner til at korrelasjonskoeffisienten er høy, og man må derfor være forsiktig med å trekke konklusjoner, fordi man nødvendigvis ikke har en enkel årsak - virkning forhold (Lie & Caspersen, 1999).

4.8 Oppsummering

Datamaterialet fra de utvalgte oppgavene er presentert i frekvenstabeller, der frekvensene fra populasjonene blir sammenlignet. Jeg har også i enkelte oppgaver sett på korrelasjonen mellom variabler, for å se i hvilken grad elevene er konsekvente i sine besvarelser. Det er i stor grad blitt benyttet en kvalitativ gjennomgang av mange oppgaver for å bedre komme inn på hvilke resonnementer elevene legger til grunn for sine svar.

Det har som nevnt vært begrensede muligheter til å komme i kontakt med elever og lærere fra Namibia på grunn av store avstander, og dette vil sannsynligvis medføre redusert kvalitet på diskusjonen av resultatene. Det er heller ingen mulighet til å trekke generelle konklusjoner basert på elevgruppen fra Namibia for alle elevene fra 9. trinn, fordi elevgruppen ikke har vært tilfeldig sammensatt. Sammenligningen vil derfor bare gjelde mellom den sammensatte elevgruppen fra Namibia og elevene fra Norge. Det må også tillegges at det har vært markerte forskjeller i prestasjoner og misoppfatninger mellom klassene fra de forskjellig regionene fra Namibia, uten at jeg har gått inn i denne diskusjonen.

5 Presentasjon av data

5.1 Innledning

Et av målene med undersøkelsen er å undersøke hvilke misoppfatninger i matematikk vi kan finne i den spesielle elevgruppen fra Namibia, som er definert som populasjonen Na, for deretter å sammenligne med funn fra populasjonen No. I kapittel 6 vil jeg i større grad diskutere funnene, og om misoppfatningene kan knyttes til ulike utdanningstradisjoner.

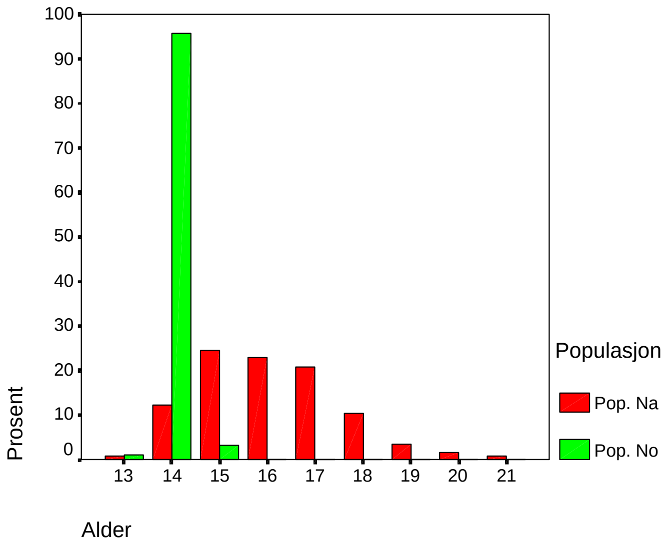
Det har vært naturlig ut fra problemstillingen å undersøke følgende spørsmål:

- Hvilke misoppfatninger og løsningsstrategier finner vi blant elevene fra populasjonen Na?
- Hvilke misoppfatninger er det tidligere funnet blant elevene fra populasjonen No?
- Kan misoppfatningene knyttes mot lærerkreftene, lærebøkene eller eventuelt andre forhold?

Det er interessant å merke seg at gjennomsnittsalderen for elevene fra populasjonen Na i grade 9, er vesentlig høyere enn for de norske elevene. For eksempel ble undersøkelsen i Norge innen emnet *tall* gjennomført i januar 1995, der 96% av elevene var 14 år. Tilsvarende gjennomsnittsalder ble funnet i de andre undersøkelsene fra Norge innen de andre emnene.

Undersøkelsen i Namibia ble gjennomført i august 2000, og vi finner aldersfordelingen i figuren nedenfor. I følge læreplanen fra Namibia, skulle gjennomsnittsalderen være omtrent 14 - 15 år, det samme som i Norge, men vi ser at elevene i alderen fra 16 opp til 18 år er godt representert og godt over idealet som finnes i læreplanen. Grunnene til dette har blitt diskutert i kapitlene 2.2.2 og 2.3.2.

Figur 5.1: *Aldersfordelingen blant elevene i 9. klasse i populasjonen Na fra Namibia og populasjonen No fra Norge.*



5.2 TALL

Dette emnet har blitt mest vektlagt fordi jeg ville spesielt undersøke desimalbegrepet og utgjorde omtrent halvparten av oppgavene i hele testen. Det var 417 elever fra populasjonen Na med i undersøkelsen, og 519 elever som ble trukket ut i et utvalg på en probabilistisk måte fra undersøkelsen fra Norge innen dette emnet. Jeg har sett på følgende oppgaver innen emnet *tall*:

Oppgave	Tall
1	Ring rundt tallet som er lik 8 hundre, 2 tiere og 4 enere.
3	Hva betyr 7 i 0,573?
4	Hvilket tall står på hundredelsplassen i 6,423?
10a	Hvor stor del av rektanglet er skravert?
10b	Hvor stor del av rektanglet er skravert? Begrunnelse.
11a	Forskjell mellom 1/3 og 0,33.
11b	Forskjell mellom 1/3 og 0,33. Begrunnelse.
12	Hvor mange tall er det mellom 0,47 og 0,48?
13	Finn de to neste tallene: 0,3 - 0,6 - 0,9.
14	Finn de to neste tallene: 0,95 - 0,97 - 0,99.
17a	Finn det største tallet: 0,649 - 0,87 - 0,7.
17b	Finn det største tallet: 0,649 - 0,87 - 0,7. Begrunnelse.
22a	Skravert areal av rektangel som desimaltall.
22b	Skravert areal av rektangel som desimaltall. Begrunnelse.

I det følgende har jeg presentert de enkelte oppgavene, men det har også vært naturlig å se på flere av oppgavene i sammenheng med hverandre. Det har vært hensiktsmessig å bruke krysstabeller, fordi man kan sammenligne svarfrekvensene direkte fra de forskjellige populasjonene innen de forskjellige svarkategoriene. Oppgavene 2 og 21 innen emnet *tall* har jeg ikke presentert fordi jeg har fått tilstrekkelig informasjon om elevenes misoppfatninger fra henholdsvis oppgave 1 og 17.

5.3 Presentasjon av oppgavene 1, 3 og 4, posisjonssystemet

Det undersøkes i oppgave 1 om elevene kjenner til posisjonssystemet for hele tall, og posisjonssystemet for desimaltall i oppgavene 3 og 4.

5.3.1 Oppgave 1, heltall

Oppgavetekst 1: *Oppgave 1*

1. Circle the numbers that equals 8 hundreds, 2 tens and 4 ones:

800204 824 14 None of them

I denne oppgaven ser vi se på om elevene kjenner til posisjonssystemet for hele tall. Denne oppgaven er ikke interessant med hensyn til misoppfatninger i populasjonen No, fordi nesten alle elevene svarer riktig, men grunnen til at jeg allikevel har tatt med denne oppgaven er at elevene fra populasjonen Na viser en tydelig misoppfatning.

Tabell 5.1: *Responser fra oppgave 1*

1: Ring rundt tallet som er lik 8 hundre, 2 tiere og 4 enere.			Populasjon	
			Pop. Na	Pop. No
	ubesvart	Count	20	5
		% within Populasjon	4,8%	1,0%
	824 = riktig	Count	264	472
		% within Populasjon	63,3%	90,9%
	800204	Count	73	27
		% within Populasjon	17,5%	5,2%
	14	Count	17	3
		% within Populasjon	4,1%	,6%
	ingen av dem	Count	31	
		% within Populasjon	7,4%	
	andre svar	Count	12	12
		% within Populasjon	2,9%	2,3%

En fremtredende misoppfatning i denne oppgaven er at 18% av elevene fra populasjonen Na skriver *åttehundre og tjuefire* som 800204. Årsaken til denne misoppfatningen kan være at elevene ikke kjenner til forholdet mellom tallets navn og posisjonen til tallet, der 8 skal stå på hundrerplassen, 2 på tierplassen og 4 på enerplassen. Man må også ta hensyn til at det har sneket seg inn en oversettelsesfeil i denne oppgaven, der det står *numbers*, og ikke *number* i entall. Dette kan ha vært en kilde til at 800204 blir sett på som tre tall, nemlig 800, 20 og 4, det vil si *numbers* (flertall).

Jones og Thornton (1996), henviser til tidligere undersøkelser, gjennomført blant annet av English og Halford (1995), om tallforståelse blant unge elever:

Understanding place value requires knowlege both of relational mappings (e.g., the relation between number names and objects being counted) and of part-whole relationships at a system mapping level (e.g., understanding that 12 can be represented as 1 ten and 2 units) (Jones & Thornton, 1996).

Det kan virke som om begrepsforståelsen av titallsystemet kan være en grunnleggende mangel hos mange av disse elevene, men det bør også sees i sammenheng med forståelsen av språket. Noen av elevene fra populasjonen Na (4%), har muligens misforstått oppgaven eller har manglende forståelse for posisjonssystemet, der de kun ser på tallene i oppgaven og adderer disse for å få tallet 14. Det er også en del elever (7%), som mener at ingen av de foreslåtte løsningene er aktuelle, og som også viser manglende begrepsforståelse av posisjonssystemet.

5.3.2 Oppgavene 3 og 4, desimaltall

Oppgavetekst 2: *Oppgavene 3 og 4*

3. What does the digit 7 mean in 0,573? (Circle the right answer)

A: 70 B: 7 C: 0,7 D: 0,07

4. Which digit is in the hundredth's place in 6,423? (Circle the right answer)

A: 6 B: 4 C: 2 D: 3

Vi kan se, både i oppgave 3 (tabell 5.2) og oppgave 4 (tabell 5.3), at elevene fra populasjonen Na har forsterkede misoppfatninger innen posisjonssystemet i forhold til elevene fra populasjonen No innen desimaltall. Fra oppgave 3 ser man at det er 51% av elevene fra populasjonen Na, og 73% av elevene fra populasjonen No som svarer riktig, mens det er prosentvis færre elever som svarer riktig på oppgave 4.

***Tabell 5.2:** Responser fra oppgave 3*

3: Hva betyr 7 i 0,573?		Populasjon Pop. Na	Populasjon Pop. No
ubesvart	Count	12	15
	% within Populasjon	2,9%	2,9%
0,07 = riktig	Count	213	379
	% within Populasjon	51,1%	73,0%
70	Count	87	49
	% within Populasjon	20,9%	9,4%
7	Count	31	23
	% within Populasjon	7,4%	4,4%
0,7	Count	71	51
	% within Populasjon	17,0%	9,8%
andre svar	Count	3	2
	% within Populasjon	,7%	,4%

***Tabell 5.3:** Responser fra oppgave 4*

4: Hvilket tall er på hundredelsplassen i 6,423?		Populasjon Pop. Na	Populasjon Pop. No
ubesvart	Count	10	7
	% within Populasjon	2,4%	1,3%
2 = riktig	Count	48	246
	% within Populasjon	11,5%	47,4%
6	Count	55	22
	% within Populasjon	13,2%	4,2%
4	Count	275	201
	% within Populasjon	65,9%	38,7%
3	Count	23	42
	% within Populasjon	5,5%	8,1%
andre svar	Count	6	1
	% within Populasjon	1,4%	,2%

Det er henholdsvis 21% og 9% som svarer at sifferet 7 betyr 70, og sannsynligvis viser misoppfatningen at desimaltall er par av hele tall. Misoppfatningen er forsterket i populasjonen Na. I følge Graeber (1991) vil elevene når de leser desimaltall høyt, sannsynligvis lese desimaltallet feil, for eksempel desimaltallet 0,573 kan bli lest som *null komma fem hundre og syttitre,* istedenfor *null komma fem hundre og syttitre tusendeler,* eller *null komma fem syv tre.* Dette forholdet kan være med på å forsterke denne type misoppfatning.

Videre hevder hun at en del elever vil tendere mot å ignorere plassverdiene og lese desimaltall som et heltall, eller som to heltall adskilt med et komma. Andre elever kan vise manglende forståelse av desimaltall ved å lese desimaldelen som en rest fra et divisjonsstykke eller som en brøk der divisor er desimaldelen. I oppgavene 3 og 4 begrunner elevene svaret sitt, og man kan ikke kategorisk si at elevene ser på 0,573 eller 6,423 som par av hele tall eller leser desimaltall som et heltall.

Det er også en stor gruppe elever fra begge populasjonene, henholdsvis 17% og 10% som svarer at tallet 7 betyr 0,7. Disse kan ha en delvis forståelse av desimaltall, men ikke ha en fullt ut utviklet forståelsen av posisjonssystemet for desimaltall.

I oppgave 4 (tabell 5.3) finner vi at det er henholdsvis 66% og 39% av elevene fra populasjonene som mener at sifferet 4 står på hundredelsplassen. Her kan det i tillegg til mulige ovennevnte misoppfatninger være en mulighet for at enkelte elever (spesielt fra populasjonen Na), oppfatter desimaltallet som et heltall på grunn av usikkerhet rundt desimaltegn-notasjonen, og leser tallet som *sekstusen firehundre og tjuetre,* og ser sifferet 4 på hundrerplassen istedenfor hundredelsplassen.

Ved å se nærmere på svarene finner vi i krysstabellene mellom oppgavene 3 og 4 at 18% av elevene fra populasjonen Na og 7% av elevene fra populasjonen No, sannsynligvis viser misoppfatningen der desimaltall blir sett på som par av hele tall eller eventuelt andre misoppfatninger som Graeber (1991) nevner. Samtidig ser vi at kun 7% av elevene fra populasjonen Na svarer riktig på begge oppgavene (tabell 5.4), mot 42% fra populasjonen No (tabell 5.5).

*Tabell 5.4: Krysstabell over responser fra oppgavene 3 og 4.
Oppgitt som prosent av hele Populasjonen Na.*

4: Hvilket tall er på hundredelsplassen i 6,423?		3: Hva betyr 7 i 0,573? ubesvart	0,07 = riktig	70	7	0,7	andre svar
ubesvart	Count	5	2	1		1	1
	% of Total	1,2%	,5%	,2%		,2%	,2%
2 = riktig	Count	1	28	2	5	11	1
	% of Total	,2%	6,7%	,5%	1,2%	2,6%	,2%
6	Count	2	25	7	5	16	
	% of Total	,5%	6,0%	1,7%	1,2%	3,8%	
4	Count	4	138	74	21	38	
	% of Total	1,0%	33,1%	17,7%	5,0%	9,1%	
3	Count		18	2		3	
	% of Total		4,3%	,5%		,7%	
andre svar	Count		2	1		2	1
	% of Total		,5%	,2%		,5%	,2%

*Tabell 5.5: Krysstabell over responser fra oppgavene 3 og 4.
Oppgitt som prosent av hele Populasjonen No.*

4: Hvilket tall er på hundredelsplassen i 6,423?		3: Hva betyr 7 i 0,573? ubesvart	0,07 = riktig	70	7	0,7	andre svar
ubesvart	Count	3	3		1		
	% of Total	,6%	,6%		,2%		
2 = riktig	Count	5	216	9	3	12	1
	% of Total	1,0%	41,6%	1,7%	,6%	2,3%	,2%
6	Count		8	1	5	8	
	% of Total		1,5%	,2%	1,0%	1,5%	
4	Count	6	118	35	13	28	1
	% of Total	1,2%	22,7%	6,7%	2,5%	5,4%	,2%
3	Count		34	4	1	3	
	% of Total		6,6%	,8%	,2%	,6%	
andre svar	Count	1					
	% of Total	,2%					

5.4 Oppsummering fra oppgavene 1, 3 og 4

Vi ser ut fra tabellene at det er forskjeller i begrepsforståelsen av posisjonssystemet mellom populasjonene. Spesielt ser man fra oppgave 1 at en del elever fra populasjonen Na har misoppfatning innen posisjonssystemet for heltall.

Fra læreboken *Mathematics in context, grade 8* (Westhuizen, 2000), finnes det et kapittel om tallsystemet, der det i innledningen er lagt vekt på plassverdibegrepet. Forklaringene og eksemplene som er brukt i boken ($1^1/_2$ side) er av typen:
2 507 = 2 000 + 500 + 7, men ikke skrevet på utvidet form med 10 som grunntall. I læreplanen fra Namibia finner vi at elevene skal være i stand til å vise forståelse av plassverdiene, samt kunne multiplisere og dividere med enheter av 10. Elevene skulle derfor ut fra læreplanen hatt forutsetninger for å løse oppgave 1. Det er også et spørsmål i hvilken grad lærerne har vektlagt denne type oppgaver, og følgelig at problemstillingen kan være ukjent for elevene.

Ser man på oppgavene 1, 3 og 4 under ett, har elevene fra populasjonen Na en forsterket misoppfatning innen posisjonssystemet, både innen heltall og desimaltall, sett i forhold til populasjonen No. I lærebøkene jeg har hatt til disposisjon fra Namibia, er vanlig desimaltegn-notasjon "," og ikke ".", noe som også har blitt bekreftet av Noag. Det betyr at elevene skulle kunne lese tallet 6,423 som desimaltall og ikke som et heltall. Fra læreboken *Mathematics in context, grade 8,* side 61, finner vi i tillegg til avsnittet om plassverdibegrepet for heltall, også et mer fyldig kapittel om *decimal fractions* der overgangen mellom brøk og desimaltall blir nøye gjennomgått, samt at også plassverdiene til desimaltallene blir uttrykt ved brøk, for eksempel:

Write down: a) the place value and
b) the real value of each digit in the number 0,24.

Answer: a) The place value of the 2 is 1/10, the place value of 4 is 1/100
b) The value of 2 is 2/10, the value of the 4 is 4/100 (Westhuizen, 2000).

Elevene fra populasjonen Na kan ha hatt noen utfordringer i oppgave 4 med å tolke *hundredth's place* på grunn av språkproblemer og ikke sett sammenhengen med 1/100.

Jeg har vært i kontakt med lærere fra Norge og USA, som tidligere har virket som lærere i de nordlige distriktene i Namibia. En av disse er Becki Newburn[2)] fra USA, som forteller at det er lite undervisning innen begrepet desimaltall. En av grunnene til dette er at desimaltall ikke blir så mye brukt i det praktiske liv, bortsett i forbindelse med penger.

Videre nevner hun spesielt oppgave 4 *"which digit is in the hundreth's place in 6,423?"*, som lett kan forvirre elevene, fordi de bruker engelsk som undervisningsspråk, og ikke sitt eget morsmål. De kan derfor ha vanskeligheter med å forstå forskjellen mellom det engelske *hundreds* og *hundredths.* De kan derfor som tidligere nevnt ha tolket 6,423 som *sekstusen firehundre og tjuetre*, og svarer derfor 4.

Hvis vi ser på lærerkreftene, underviste lærerne i Namibia for 10 år siden på et annet språk, africaans, og i forbindelse med overgangen til engelsk vet vi at mange lærere har hatt vanskeligheter med å komme opp på et tilstrekkelig nivå i engelsk for å undervise i matematikk (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999), (se også kapittel 2.3.3.1). Det kan derfor være rimelig å tro at en av grunnene til at misoppfatningene oppstår, kan være gjennom undervisningsspråket.

[2)] Becki Newburn er lærer fra California, USA (k-12), og hun var engasjert som lærer i Namibia i perioden 1993 - 1996. Undervisningsfaget var matematikk, der hun underviste i grade 10. Skolen hun var engasjert ved, heter Ruacana, og ligger nord i Namibia.

5.5 Presentasjon av oppgave 11, forskjellen mellom 1/3 og 0,33

Oppgavetekst 3: *Oppgave 11*

11. As an answer to an exercise in mathematics Bernadette got 1/3 and Mbeumuna 0,33.
a) Is there any difference between the answers? (Circle the right answer)

A Bernadettes answer is biggest
B Mbeumunas answer is biggest
C The answers are equal

b) Explain how you find the answer in a)

I denne oppgaven skal elevene svare på om det er forskjell mellom brøken 1/3 og desimaltallet 0,33. Svarfrekvensene fra oppgave 11a er blitt presentert i to frekvenstabeller, henholdsvis for populasjonen Na og populasjonen No. Dette er blitt gjort fordi svarkategoriene fra disse landene ikke kunne sammenlignes direkte. Fra oppgave 11b velger jeg å sammenligne kategoriene fra begge populasjonene i den samme tabellen, fordi de mest interessante svarkategoriene er her sammenfallende.

5.5.1 Elevene svarer at 1/3 er størst

Man ser kanskje noe overraskende fra tabellene 5.6 og 5.7, at en stor del av elevene fra populasjonen Na (41%) svarer riktig 1/3 > 0,33, sett i forhold til populasjonen No (26%). Går man derimot inn og ser på forklaringene som ligger i tabell 5.8, så er bildet snudd på hodet. Det viser seg at det er kun 2% av elevene fra populasjonen Na som gir en korrekt begrunnelse for at brøken 1/3 er større enn desimaltallet 0,33, mens det er 12% fra populasjonen No som kunne gi en korrekt begrunnelse.

Tabell 5.6: *Frekvenstabell. Populasjonen Na*

11a: Forskjell mellom 1/3 og 0,33	Frekvens	Prosent
ubesvart	26	6,2
A: 1/3 > 0,33	172	41,2
B: 1/3 < 0,33	97	23,3
C: 1/3 = 0,33	120	28,8
andre svar	2	,5
Total	417	100,0

Tabell 5.7: *Frekvenstabell. Populasjonen No*

17a*: Forskjell mellom 1/3 og 0,33	Frekvens	Prosent
ubesvart	35	6,7
Forskjell	136	26,2
1/3 = 0,33	341	65,7
andre svar	7	1,3
Total	519	100,0

*) Nummereringen henviser til testen TALL I, 1995

Tabell 5.8: *Responser fra oppgave 11b*

11b: Forskjellen mellom 1/3 og 0,33. Begrunnelse		Populasjon: Pop. Na	Populasjon: Pop. No
ubesvart	Count	64	91
	% within Populasjon	15,3%	17,5%
riktig	Count	7	61
	% within Populasjon	1,7%	11,8%
0,33*3 = 0,99	Count		10
	% within Populasjon		1,9%
A eller B: 1/3 brøk - 0,33 desimal	Count	3	24
	% within Populasjon	,7%	4,6%
C: 1/3 = 0,33	Count	72	103
	% within Populasjon	17,3%	19,8%
A eller B: annet	Count	64	
	% within Populasjon	15,3%	
1/3 = 0,3	Count		110
	% within Populasjon		21,2%
A (1/3): 0,33(=)0/33<1/3(=1,3)	Count	46	
	% within Populasjon	11,0%	
B (0,33): 0,33 = 3/3	Count	14	
	% within Populasjon	3,4%	
påstand uten forklaring	Count	100	
	% within Populasjon	24,0%	
andre svar	Count	47	120
	% within Populasjon	11,3%	23,1%

Hva som menes med kategorien *riktig* (begrunnelse) i tabellene 5.8 og 5.9, vil jeg henvise til kapittel 5.6.1.1 og 5.6.1.1.1. Setter man opp en krysstabell (tabell 5.9) mellom oppgavene 11a og 11b for populasjonen Na, kan man se hvordan begrunnelsene sammenfaller med svarene i 11a. Her kommer det frem at 10% av elevene fra populasjonen Na svarer at 1/3 > 0,33, og begrunner dette med at 0,33 = 0/33 < 1/3 = 1,3. Disse har en misoppfatning der de bruker komma som skilletegn mellom teller og nevner, eller brøkstrek som komma.

Tabell 5.9: *Krysstabell over responser fra oppgavene 11a og 11b.*
Oppgitt som prosent av hele Populasjonen Na.

11b: Forskjell mellom 1/3 og 0,33. Begrunnelse		11a: Forskjell mellom 1/3 og 0,33: ubesvart	A = riktig	B	C	andre svar
ubesvart	Count	19	18	11	15	1
	% of Total	4,6%	4,3%	2,6%	3,6%	,2%
riktig	Count		7			
	% of Total		1,7%			
A eller B: 1/3 brøk - 0,33 desimal	Count		2	1		
	% of Total		,5%	,2%		
C: 1/3 = 0,33	Count		1		71	
	% of Total		,2%		17,0%	
A eller B: annet	Count	1	33	27	3	
	% of Total	,2%	7,9%	6,5%	,7%	
A (1/3): 0,33(=)0/33<1/3(=1,3)	Count	2	43	1		
	% of Total	,5%	10,3%	,2%		
B (0,33): 0,33 = 3/3	Count			14		
	% of Total			3,4%		
påstand uten forklaring	Count		55	28	16	1
	% of Total		13,2%	6,7%	3,8%	,2%
andre svar	Count	4	13	15	15	
	% of Total	1,0%	3,1%	3,6%	3,6%	

I tilsvarende oppgave (17b) innen *Tall I* fra Norge i 1995, kom ikke denne typen misoppfatning klart frem i elevenes begrunnelser, og jeg har derfor sett på frekvenstabellen fra oppgave 15f, *Tall I,* 8. klasse: *Skriv som desimaltall: En tredel*, i kartleggingsprøven fra 1995 (Brekke, 1995b). Der viste det seg at 12% av norske elever tolket komma som brøkstrek, noe som viser at denne misoppfatningen også er utbredt blant norske skoleelever.

5.5.2 Elevene svarer at 0,33 er størst

Det var 23% av elevene fra populasjonen Na som svarte at 0,33 er større enn 1/3 (tabell 5.6). Mange av disse elevene har hatt vanskeligheter med å forklare hvorfor det er slik, og under arbeidet med kodingen var det kun en svarkategori som skilte seg ut i denne gruppen. Disse hadde en forstilling om at 0,33 var størst, fordi 0,33 = 3/3, som igjen er større enn 1/3. Dette var ikke en tydelig forestilling, fordi det var bare noe over 3% av samtlige elever fra populasjonen Na som viste denne. Det kan også diskuteres om dette kan kalles en misoppfatningen og om den er reell på grunn av utfordringene med å tolke tekstsvarene under kodearbeidet.

5.5.3 Elevene svarer at 1/3 = 0,33

Fra populasjonen Na ser vi at det er omtrent 29% (tabell 5.6) som svarer at tallene er like, og videre hvis vi går inn i tabell 5.9, ser vi at det er 17% som gir en begrunnelse på at 1/3 er lik 0,33. I populasjonen No var det så mange som 66% (tabell 5.7) som svarer at 1/3 er lik 0,33, og i tabell 5.8 ser man at det er 20% som forklarer at 1/3 = 0,33, samt at 21% forklarer at 1/3 = 0,3. Misoppfatningen der 1/3 blir sett på som 0,33 (eller 0,3) er tydelig sterk i begge populasjonene. Årsakene til dette vil bli diskutert senere.

5.6 Presentasjon av elevenes begrunnelser fra oppgave 11b

I denne delen har jeg sett på tekstsvarene som elevene har avgitt i sine begrunnelser fra populasjonen Na. Tekstene elevene har skrevet har variert sterkt, og det har ikke alltid vært lett å forstå logikken i svaret, eller forstå betydningen av ordene. Setningene har til tider vært mangelfulle eller ufullstendige og har gjort arbeidet med å kategorisere svaralternativene vanskelig, noe som ble uttrykt under utarbeidelsen av reliabiliteten av kodingen.

5.6.1 Begrunnelser for at 1/3 er størst

Det er her to begrunnelser som er interessante, og det er når elevene har riktig begrunnelse, og når de viser misoppfatningen der de bruker komma som brøkstrek. Jeg vil i det følgende se på de aktuelle elevbesvarelsene.

5.6.1.1 Elevene har riktige begrunnelser

Elevtekst 1: *Oppgave 11b*

> b) Explain how you find the answer in a)
> first we change $\frac{1}{3}$ to decimal and it give us the an
> swer in decimal 0.3333333 which is more than 0.33
> because here we having 7 threes behind the zero while here
> we having 2 threes behind the zero means behind those 2
> three the is zeros

Det var bare 7 elever (i underkant av 2%), som hadde kjennskap til hvordan man skal sammenligne brøk og desimaltall. Det viste seg at noen av disse elevene brukte prosentregning for å begrunne svaret sitt.

Elevtekst 1 ovenfor er skrevet av en gutt fra et av de nordlige distriktene. Eleven viser at han til en viss grad behersker ferdigheten å sammenligne brøk og desimaltall. Et poeng er at han har tatt med syv 3-tall etter desimalkommaet, og ikke skrevet desimaltallet som 0,333…, som betyr at rekken med 3-tall fortsetter. Det kan derfor være en mulighet for at han har gjort en utregning på kalkulator med plass til 8 sifre, siden han påstår at 1/3 gir som svar desimaltallet 0,3333333.

Videre forklarer han at det ene tallet har syv 3-tall bak nullen, mens det andre har to 3-tall, etterfulgt av nuller. Siden han fyller på med nuller bak 0,33 for å sammenligne tallene, kan det virke som om eleven forstår posisjonssystemet, og at han heller ikke har misoppfatningen der man behandler desimaltallene som par av to tall. Det er også interessant å legge merke til at eleven har brukt desimalpunktum og ikke desimalkomma som er brukt i oppgaven, og dette kan være en indikasjon på at eleven har brukt kalkulator (såfremt kalkulatoren skriver punktum som desimaltegn). Jeg vil også nevne at i læreboken *Mathematics in context, grade 8*, s 70, der notasjonen:

0,333… = $0,\dot{3}$ (tretall med en prikk over) blir brukt, men som ikke er brukt i elevenes besvarelser.

5.6.1.1.1 Elevene bruker prosent

Elevtekst 2: *Oppgave 11b*

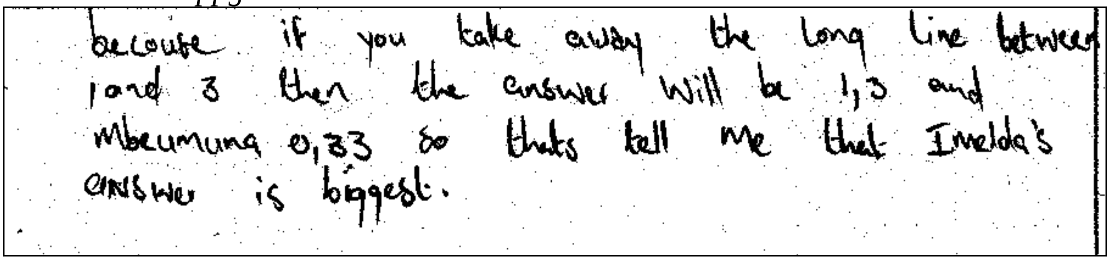
> We find the percentage for both of the learners
> Imelda = $\frac{1}{3}$ x100 = 33.33% while
> Mbeumuma = 0,33 x 100 = 33%

Det er noen av elevtekstene som er blitt plassert i kategorien riktig begrunnelse, som regner brøken og desimaltallet om til prosent for å sammenligne. I elevtekst 2 er det en jente fra de nordlige regioner som bruker denne metoden. Det er for begge omregningene en unøyaktighet med hensyn til likhetstegnet, der hun har glemt å dele med 100 på venstre side av likhetstegnet. Men resultatet der 33,33% er større enn 33% kommer klart frem. Hun har heller ikke brukt at 1/3 = 0,333…, men bruker fire 3-tall i omregningen til prosent. Det kan være flere grunner til dette, og en av dem kan være at hun ikke fant det nødvendig å bruke flere 3-tall for å få frem forskjellen mellom tallene, eller at det kan være en vanlig notasjon med to desimaler bak kommaet. Man kan også legge merke til at både desimalkomma og punktum er blitt brukt.

Tilsvarende forklaringer som fra elevtekst 1 og 2 finner vi i de riktige begrunnelsene, og det er tydelig at disse elevene har et styrket begrepsapparat innen brøk og desimaltall i forhold til de andre elevene fra populasjonen Na.

5.6.1.2 Begrunnelser der komma blir brukt som brøkstrek

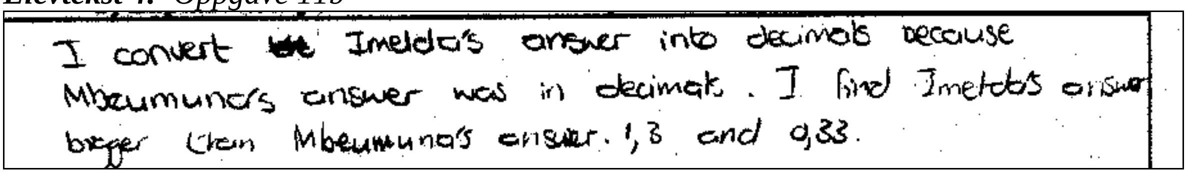
Elevtekst 3: *Oppgave 11b*


becouse if you take away the long line between 1 and 3 then the answer will be 1,3 and Mbeumuna 0,33 so thats tell me that Imelda's answer is biggest.

Elevtekst 3 er skrevet av en gutt fra en av de vestlige regionene, og det kommer frem hvordan han tenker for å kunne sammenligne resultatene. Han har forstått at tallene ikke kan sammenlignes direkte, men må omregnes til desimaltall. Forestillingen han har er at *"the long line"* kan fjernes fra brøken, og bytte denne ut med et desimalkomma. Han konkluderer derfor med at 1,3 er større enn 0,33. Det kan virke litt uklart hvordan denne eleven *tolker "the long line"*. Notasjoner for divisjonstegnet som blir brukt i lærebøkene er ":", "–" eller "÷", og i følge Noag Gaoseb skulle også elevene ha kunnskap til notasjonen "/" for brøkstrek, men dette er avhengig av hva læreren har praktisert i undervisningen. Det kan derfor virke som om denne eleven har en misoppfatningen der han tolker brøkstreken som desimalkomma.

Ovennevnte misoppfatning er det mange elever som har, og elevtekst 4 viser en typisk begrunnelse. Den er skrevet av en jente fra de sentrale strøk rundt Windhoek, og viser at hun konverterer brøken 1/3 til desimaltallet 1,3.

Elevtekst 4: *Oppgave 11b*


I convert ~~the~~ Imelda's answer into decimals because Mbeumuna's answer was in decimals. I find Imelda's answer bigger than Mbeumuna's answer. 1,3 and 0,33.

Noen få elever omregner 0,33 til brøk for å sammenligne, og viser den samme misoppfatningen der de sier at 0,33 = 0/33. Deretter sammenligner de 0/33 med 1/3, og finner at 1/3 er størst.

5.6.1.3 Andre begrunnelser for at 1/3 er størst

Noen har kort begrunnelse og skriver: *"I find it 1/3 because one is bigger than zero."*

Denne eleven som er en jente fra nord, kan enten ha ovennevnte misoppfatning, eller så sammenligner hun telleren i brøken med tallet før kommaet i desimaltallet. Hvordan hun har tenkt kommer ikke klart frem av teksten, og det blir vanskelig å kategorisere denne begrunnelsen.

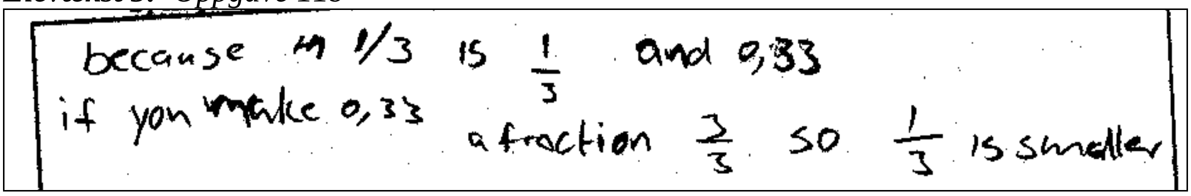
Andre kommer med en påstand om at man kan se at det er forskjell uten at de begrunner svaret, slik som denne eleven (jente) skriver: *"The answer y find it when y look to the numbers y see that 1/3 is bigger than 0,33."*

Det finnes mange forskjellige begrunnelser innen denne kategorien, uten at man kan vise til sikre strategier for hvordan elevene tenker. Svarene er korte eller inneholder kun en påstand, og gir følgelig for liten informasjon om elevenes tankeprosess.

5.6.2 Begrunnelser for at 0,33 er størst

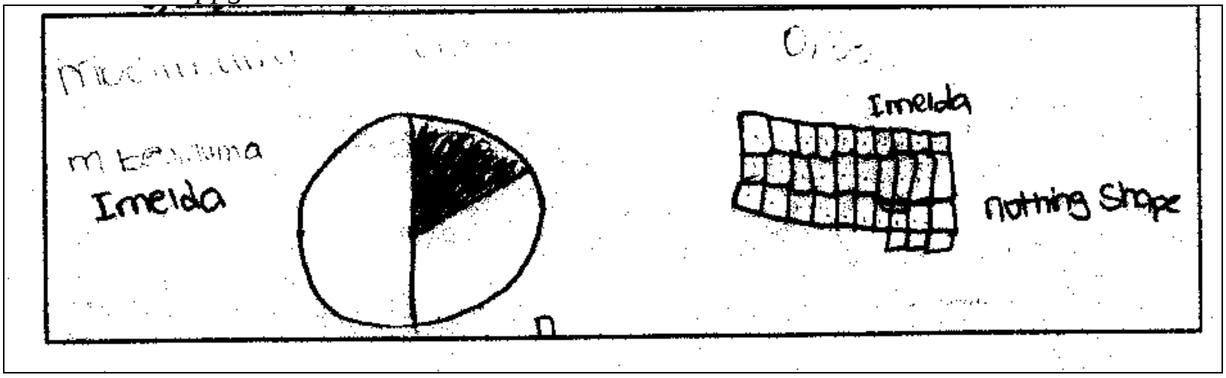
Det er interessant å se at elevene som har valgt svaralternativ B (0,33 er størst) har vanskeligheter med å begrunne svaret sitt. Det er mange forskjellig forklaringer innen denne kategorien, men som ikke har latt seg kategorisere. Men en type elevsvar har til en viss grad pekt seg ut, og det er de av elevene som skriver at 0,33 = 3/3. Dette utgjør 14 elever, eller bare 3% av samtlige elever fra populasjonen Na. Dette er ikke en forestilling som klart har pekt seg ut i populasjonen Na, og vi må også ta i betraktning at det har vært en del usikkerhet rundt kodingen av de åpne oppgavene.

Elevtekst 5: *Oppgave 11b*


because 1/3 is $\frac{1}{3}$ and 0,33 if you make 0,33 a fraction $\frac{3}{3}$ so $\frac{1}{3}$ is smaller

Elevtekst 5 som er skrevet av en gutt fra en vestlig region, viser forestillingen der han skriver desimaltallet 0,33 som brøken 3/3. Det kommer ikke klart frem fra hverken denne eller andre elevers besvarelser hvordan de tenker, bortsett fra en elev (gutt fra vest), som omregner 1/3 til 1,3 og 0,33 til 3,3, og sammenligner desimaltallene. Det at 0,33 blir til 3,3 har jeg ikke sett direkte forklart hos noen andre elever, men hvis vi skal prøve å tenke hvordan elevene har kommet frem til at 0,33 er størst, så kan det være en kombinasjon av en faktisk feil som elevene gjør (0,33 = 3,3), og misoppfatningen der de tolker komma som brøkstrek. Det er selvfølgelig vanskelig å trekke noen generelle konklusjoner rundt denne tankegangen, fordi det er for lite materiale å støtte seg på.

Elevtekst 6: *Oppgave 11b*



Elevtekst 6 er fra en jente fra en skole i vest. Hun illustrerer både brøken og desimaltallet og konkluderer med at 0,33 er større enn 1/3. Dette blir gjort uten å tenke over hvilke plassverdier sifrene i tallene representerer. Hun tegner opp 1/3, og betegner den skraverte delen som 1 del (liten del nederst på tegningen), antageligvis ut fra tankegangen: 1 av 3. Desimaltallet 0,33 blir tegnet opp som 33 deler, der det ikke blir tatt hensyn til at det er 33 hundredeler. Det er grunn til å tro at eleven overgeneraliserer kunnskaper fra heltall, siden hun behandler tallet bak desimalkommaet (33) som et heltall og finner at 33 > 1.

Man kan også se i andre elevers besvarelser at de har en forestilling om at de kan se bort fra tallet null før desimalkommaet. For eksempel blir 1/3 tolket som 1,3 og 0,33 som 33. Her blir nullen strøket, og eleven finner ut at 33 er større enn 1, og derfor er 0,33 større enn 1/3. Det er sannsynlig at elevene overgeneraliserer kunnskap fra heltall til desimaltall, der man kan legge til eller ta bort en null foran et heltall uten å forandre tallets verdi. Det er vanskelig å se ut fra tekstene om tallet null bare blir strøket, eller om elevene underforstått multipliserer 0,33 med 100.

Det kan se ut som om flere elever prøver å lage seg et uttrykk der de kan sammenligne tallene på heltallsform fremfor desimalform. Gjennom oppgavene innen posisjonssystemet, fikk vi bekreftet at elevenes forståelse av posisjonssystemet for heltall er sterkere enn for posisjonssystemet for desimaltall.

Elevtekst 7: *Oppgave 11b*

beccouse mbeumuna's answar is out of 100 and Imelda's
anwar is out of 10

Elevtekst 7 er fra en gutt fra den nordlige regionen, og det kan se ut som om han prøver å sammenligne 33/100 med 3/10. Dette betyr at han kan ha misoppfatningen at 1/3 kan skrives som 0,3 (eller 1,3 og ser bort fra 1-tallet), og at han sammenligner verdiene av tallene uten å skrive dem på en sammenlignbar form, slik som brøk med felles nevner eller på desimalform.

I begrunnelsen kan det kan virke som han har den forestillingen at 33 av 100 er større enn 3 av 10, fordi 100 er større enn 10, og ikke fordi 33/100 er større enn 30/100, eller 0,33 er større enn 0,3. Han kan også ha den misoppfatningen at 100-deler er større enn 10-deler, fordi 100 er større enn 10. Dette kan være fordi han overgeneraliserer kunnskap fra heltall til desimaltall.

Andre begrunnelser fra kategorien Mbeumunas svar er størst, kan være fra elever som har misoppfatningen at 1/3 = 0,3, som for eksempel fra en jente fra Windhoekregionen:

"Imelda got 1/3 which equals 0,3. Her decimal is only one while Mbeumuna is two."

Denne type misoppfatning er ikke så utbredt i denne undersøkelsen, og har derfor blitt kodet under kategorien andre forklaringer. Det kan også ligge i forklaringen en annen misoppfatning der hun ser på desimaltallene som par av hele tall, og sammenligner tallene etter desimalkommaet som heltall, fordi hun underforstått mener at *to* desimaler er større enn *en* desimal. Men det kan også være opplagt for eleven at 0,33 > 0,3, men at eleven har vanskeligheter med å uttrykke seg presist.

5.6.3 Begrunnelser for at 1/3 = 0,33

Elevtekst 8: *Oppgave 11b*

~~There is not~~
Imelda = $\frac{1}{3}$ = 0.33 (1÷3=0.33)
Mbeumuna = 0.33 = $\frac{33}{100}$ (33÷100=0.33)

Elevtekst 8 er tekst skrevet av en jente nord i Namibia, og viser klart misoppfatningen at 1/3 er lik 0,33. Eleven viser at hun behersker overgangene mellom brøk og desimaltall, samt kjenner til forskjellige typer notasjoner for brøktegn og divisjonstegn, inkludert divisjonstegnet "/". Læreboken *Mathematics in context, grade 8,* (side 69 - 70), har flere eksempler med brøker som regnes ut med flere desimaler, også brøken 1/3 som er oppgitt til å være lik 0,333…, der 3-tallet gjentar seg selv. Det kan derfor være grunn til å tro at denne misoppfatningen ikke kommer fra denne lærebokserien.

Elevtekst 9: *Oppgave 11b*

Because you divide it like 1÷3
then you will get 0,333333333
then you must take the first two
numbers after the zero then it
will be 0,33 and it is equal.

Denne begrunnelsen er fra en gutt fra Windhoekregionen, og han viser at 1/3 kan skrives som et desimaltall med mange desimaler. Han mener at han bare kan bruke 2 av desimalene i 0,333333333 for å sammenligne med 0,33. Årsaken til dette kan være at han i undervisningen har lært å avrunde desimaltall ned til to desimaler, fordi han sier i teksten at han *må* bruke to desimaler etter null.

5.7 Oppsummering fra oppgave 11

Det er svært få elever fra populasjonen Na som fullt ut behersker begrepene rundt brøken 1/3, og det er kun henholdsvis 2% og 12% fra populasjonen Na og populasjonen No som begrunner sine svar korrekt, mens andre har misoppfatninger eller begrunnelser som ikke er systematiske.

En tydelig misoppfatning som kommer frem fra populasjonen Na, der elevene (11%) begrunner at 1/3 er større enn 0,33, er at de tolker brøktegnet som desimalkomma, dvs. 1/3 = 1,3 og forklarer at 1 er større enn 0, fordi de sammenligner sifrene på enerplassen i 1,3 og 0,33. Fra en tidligere kartleggingsprøve (oppgave 15f, Tall I, 1995), kom det frem at denne type misoppfatning også er utbredt i Norge, der 12% av norske elever skriver *en tredel* som *1,3*.

Svarkategorien 1/3 < 0,33 kommer bare frem i populasjonen Na, og elevene har her rimeligvis vanskelig for å forklare hvorfor det er slik, bortsett fra noen få elever som skriver at 0,33 = 3/3. Spesielt er det interessant å se at misoppfatningen 1/3 = 0,33 virker mer utbredt i populasjonen No (65%), enn i populasjonen Na (29%).

5.7.1 Mulige årsaker til misoppfatningene

Når det gjelder prestasjoner og misoppfatninger i matematikk for elevene fra populasjonen Na sett i forhold til elevene fra populasjonen No, så er det mange faktorer som kan ha vært med på å påvirke disse resultatene. En faktor kan, som tidligere nevnt, være undervisningsspråket som blir brukt.

I en artikkel skrevet av Brian Harlech-Jones (1998), diskuterer han viktigheten av språk i utdanningen, og spesielt morsmålet i utdanningen. Han hevder at morsmålet letter tilpasningen mellom hjemmet og skolen, blant annet ved at oppbyggingen av elevenes begreper blir styrket, slik at elevenes uttrykksmåte blir styrket, samt at elevene er mer følelsesmessig involvert i morsmålet. På den annen side hevder han at når man ikke bruker morsmål, men for eksempel engelsk, fremmer dette en følelse av mindreverdighet, samt en fremmedgjøring av elevenes familie. De nye begreper er også vanskelig å internalisere på et fremmed språk.

Dette forholdet kan derfor være en underliggende og medvirkende faktor for at misoppfatninger oppstår, fordi elevene ikke får bygget opp begrepsforståelse innen desimaltall på morsmålet. Dette kan medføre at de kan få begrenset kunnskap om å knytte begreper innen posisjonssystemet, heltall og brøk, sammen til det nye begrepet desimaltall. (Bortsett fra misoppfatningene, viser det seg fra elevenes forklaringer, at det er henholdsvis 65% og 40% av elevene fra populasjonen Na og populasjonen No som enten ikke greier å begrunne svaret sitt, eller har svar som ikke kan systematiseres). Flere forskere, Grossman (1983), Rees og Barr (1984), har i følge Graeber (1991) funnet at manglende forståelse av posisjonssystemet vil bidra til elevenes manglende forståelse av desimaltall.

Videre kan misoppfatningene oppstå fra andre faktorer innen undervisningen, der man prøver å bygge forståelse av desimaltall opp med kunnskap fra brøk. Dette betyr at man bruker et abstrakt begrep for å bygge opp et annet abstrakt begrep, uten å ha begrepsforståelsen innen brøk (eller andre begreper) på plass (Graeber, 1991).

For eksempel fra læreboken *Mathematics in context, grade 8,* har man i de første kapitlene tatt for seg tallsystemet, heltall, brøk, desimaltall og prosent. Dette er en grei oppbygging, men det er få eksempler som knytter begrepene opp mot dagliglivet. Hvis elevene i tillegg mangler erfaringer med fysiske modeller i forbindelse med oppbygging av begrepet desimaltall, slik som målinger av konkreter, eller arbeid med tideler og hundredeler fra tidtaking og lengdemåling, kan det være vanskelig for elevene å bygge opp dette begrepet. Hvis elevene har liten erfaring med å arbeide med desimaltall, kan de også få vanskeligheter med å kontrollere om svarene er rimelige.

Videre vil regler som blir pugget av elevene, uten at de vet hvorfor, hvordan eller om reglene virker, danne et dårlig grunnlag for begrepsforståelsen, fordi kunnskapen blir stående som løsrevet faktakunnskap. Elevene har da få muligheter til å resonnere seg frem til kunnskapen igjen når fakta blir glemt.

Hvis vi ser på hva elevene skal kunne, kan vi ut fra pensum innen emnet desimaltall se at elevene skal kunne *"Understand notation and know how to work with decimal fractions"* (Westhuizen, 2000). Videre skal elevene:

- *Identify place value.*
- *Order decimal fractions with up to 3 decimal places.*
- *Convert common fractions to decimal fractions and vice versa.*
- *Perform four basic operations on decimal fractions.*

I følge pensum som er i overensstemmelse med læreplanen fra 1998, skal elevene kjenne til overgangen mellom brøk og desimaltall, og det kan virke som at elevene ikke her har nådd målene så langt i undervisningsåret. I den forbindelse har jeg vært i kontakt med noen lærere som både har undervist, og underviser på skoler i Namibia, og som på forespørsel har sendt meg noen kommentarer vedrørende noen av resultatene fra undersøkelsen.

I følge Namibiaforeningen i Norge, er det engasjert norske lærere i de nordlige regionene, samt at også lærere fra Finland og USA er stasjonert i disse områdene, noe som kan ha vært med på å gi et positivt tilskudd til undervisningen. For eksempel overtok Berit Tvedt en klasse (grade 10) i 1993, der det var 95% stryk. Etter et år var det 95% som bestod eksamen. I følge Berit Tvedt var de viktigste metodiske grepene først å motivere elevene, deretter å bruke konkreter i undervisningen for å styrke begrepene. Jeg vil også gjengi en kommentar fra Becki Newburn, der hun skriver (per e-post) om misoppfatningen 1/3 = 1,3:

This was a fairly universal belief amongts my 10th grade students. When I asked them how they figured that these were equivalent. <u>They responded that their teachers had taught them so</u>. It was a difficult place to be in for me because I wanted to respect their former teachers yet I had to correct this serious flaw in their mathematical understanding. Even after drawing pictures and having them reason "Is this more than a whole or less than a whole?" and "Can 1/3 which is less than a whole be equal to 1.3, which is more than a whole?", some students struggled with correcting this misconception.

Becki Newburn skriver at denne misoppfatningen er innlært, og dette blir også bekreftet av Berit Tvedt, der hun forklarer at denne misoppfatningen ble bevisst undervist av de hvite lærerne før 1990 (før selvstendigheten), fordi de hvite skulle få styrket sin konkurranse på arbeidsmarkedet, spesielt i forbindelse med arbeid som ingeniører i gruvene.

Denne feillæringen sitter så godt, at selv når elevene fra den gang selv har blitt lærere, så blir denne misoppfatningen fastholdt. Berit Tvedt sier også at lærebøkene blir lite brukt av de innfødte lærerne, fordi de er for stolte til å bruke lærebøkene. Lærebøkene blir derfor ikke delt ut til elevene, men blir stablet opp i egne rom. Lærerne har mye makt i Namibia, og hun sammenligner Namibia med forholdene som rådet i Norge opp til midten av 1900-tallet. Disse observasjonene har blitt gjort i de nordlige regionene, der Berit Tvedt arbeidet. Hun forteller videre om store klasser, vanligvis 50 elever i klassen, samt 32 timer i uken for lærerne. Jeg vil presisere at disse observasjonene er begrenset til noen få skoler i de nordlige områdene.

Jeg har også observert forskjellig bruk av desimaltegn i elevbesvarelsene. Det forekom mest bruk av desimalkomma, men også noen tilfeller av desimalpunktum, og det bringer meg inn på et brev jeg har fått fra Steinar Rustad[3)]. Han skriver følgende:

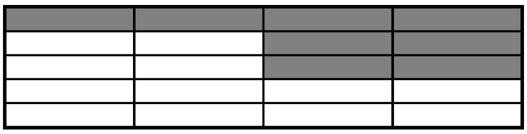
Elevene kjenner (skal kjenne) skrivemåten 1/3, men det er ikke den vanligst brukte. At 1/3 blir til 1,3 må skyldes manglende opplæring i bruk av lommeregner, i hvert fall er det min hypotese. 1/3 matet inn via brøkknappen blir til 1,3 i displayet på vanlig brukte lommeregnere (, her er brøktegnet på lommeregneren). På den lommeregneren som mange bruker her på skolen blir 1,3 stående som brøk. Det holder ikke å trykke =knappen for å få svaret desimalt.

Her har vi en ny variant av hvorfor 1/3 blir til 1,3. Det er tydelig at det er forskjellige erfaringer ved de forskjellige skolene. Men elevene bør kjenne til de vanligste formene for notasjoner både innen brøk og desimaltegn, for å ha en fyldig forståelse innen disse begrepene. Jeg kjenner ikke til desimaltegnet på denne type kalkulator, men det skulle være rimelig å anta at desimaltegnet er representert med et punktum (eller et komma), og at brøktegnet er representert med en liten hake "⌟". Dette brøktegnet kan sannsynligvis minne om et desimalkomma, og tegnene kan kanskje være vanskelig å skille fra hverandre, noe som kan ha medført at 1/3 blir til 1⌟3 som videre blir tolket til 1,3 av elevene.

5.8 Presentasjon av oppgavene 10 og 22, uttrykke et desimaltall som en del av en hel del

Oppgavetekst 4: *Oppgave 10*

10a) Tell with a decimal number how much of the rectangle is coloured.



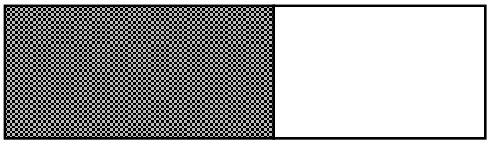
Circle the right answer: 8,12 0,4 8,20 0,8

b) Why is that the right answer?

[3)] Steinar Rustad er per januar 2001, engasjert av Namibiaforeningen, og arbeider med skoleutviklingsprosjekter nord i Namibia ved David Sheehama Senior Secondary School. Han underviser/arbeider med matematikklærere på ungdomskolene som avgir elever til ovennevnte skole.

Oppgavetekst 5: *Oppgave 22*

22a) Tell with a decimal number how much of the rectangle is coloured.



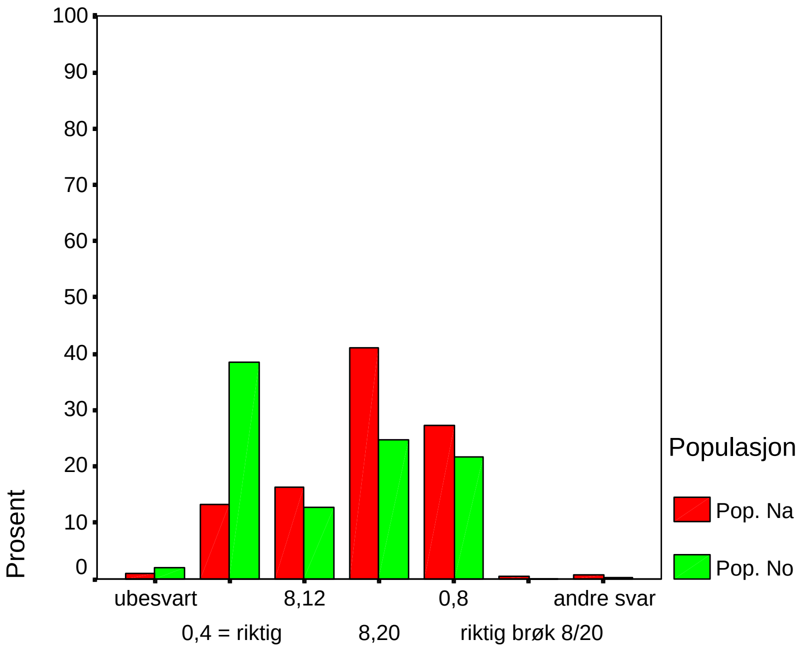
Answer: ________________

b) Why is that the right answer?

I begge oppgavene skal elevene finne hvor stor del av rektanglene som er skravert, uttrykt ved et desimaltall som en del av en hel. I oppgave 10 er det store rektanglet delt opp i 20 mindre ruter, hvorav 8 er skravert. Det skulle være naturlig for elevene i oppgave 10 å telle opp de skraverte rutene (8) og sammenligne med totalt antall ruter. Denne presentasjonsformen er vanlig i undervisningen av brøk.

I oppgave 22 skal elevene finne hvor stor del av et større rektangel som er skravert, uttrykt ved et desimaltall. Her skal elevene anslå et desimaltall som er i området 0,6 - 0,7. Elevene har muligheten i begge oppgavene til å forklare hvordan de har tenkt, noe jeg vil komme inn på senere. Jeg vil ikke gå inn på disse oppgavene så utførlig, men bruke dem som en bekreftelse på noen av misoppfatningene som ble funnet i oppgave 11.

Figur 5.2: *Responser fra oppgave 10a*



Tabell 5.10: *Responser fra oppgave 10a*

10a: Hvor stor del av rektanglet er skravert?			Populasjon	
			Pop. Na	Pop. No
	ubesvart	Count	4	11
		% within Populasjon	1,0%	2,1%
	0,4 = riktig	Count	55	200
		% within Populasjon	13,2%	38,5%
	8,12	Count	68	66
		% within Populasjon	16,3%	12,7%
	8,20	Count	171	129
		% within Populasjon	41,0%	24,9%
	0,8	Count	114	112
		% within Populasjon	27,3%	21,6%
	riktig brøk 8/20	Count	2	
		% within Populasjon	,5%	
	andre svar	Count	3	1
		% within Populasjon	,7%	,2%

Man kan ut fra tabell 5.10 se at det er prosentvis 3 ganger så mange elever fra populasjonen No har løst oppgaven riktig sett i forhold til elevene fra populasjonen Na. Videre ser vi at misoppfatningen der komma blir brukt som brøkstrek eller skilletegn er sterkt utbredt i begge populasjonene, dog mer utbredt i populasjonen Na. Innen svarkategoriene 8,12 og 8,20 utgjør denne misoppfatningen til sammen henholdsvis 57% og 37% i populasjonene. Svarkategorien 0,8 er også utbredt.

Tabell 5.11: *Responser fra oppgave 10b. Begrunnelse*

10b: Hvor stor del av rektanglet er skravert? Begrunnelse			Populasjon	
			Pop. Na	Pop. No
	ubesvart	Count	17	102
		% within Populasjon	4,1%	19,7%
	riktig	Count	44	114
		% within Populasjon	10,6%	22,0%
	litt mindre enn 1/2	Count		31
		% within Populasjon		6,0%
	8,12 - 8 skravert - 12 ikke	Count	59	23
		% within Populasjon	14,1%	4,4%
	8,20 - 8 av 20 skravert	Count	150	79
		% within Populasjon	36,0%	15,2%
	0,8 - 8 skravert	Count	82	45
		% within Populasjon	19,7%	8,7%
	andre svar	Count	65	125
		% within Populasjon	15,6%	24,1%

Med hva som menes med kategorien *riktig* (begrunnelse) i tabell 5.11, vil jeg henvise til kapittel 5.9.1. Videre ser vi i tabell 5.11 at frekvensene for begrunnelsene stort sett er i overensstemmelse med svarfrekvensene avgitt i oppgave 10a. For å gå nærmere inn på hvordan elevenes begrunnelser korrelerer med svarene avgitt i oppgave 10a fra svarkategoriene *riktig svar* og *8,20* (tabell 5.12), har jeg i en kopiert SPSS-fil beholdt koden *1 - en* i svarkategoriene *riktig svar* fra oppgavene 10a og 10b, og deretter gitt alle andre koder innen disse to oppgavene verdien *0 - null*, og i en annen SPSS-fil gitt koden *1 - en* for svarkategorien *8,20* fra oppgavene 10a og 10b, og alle andre koder verdien *0 – null.*

På denne måten kan en finne ut ved hjelp av korrelasjonstabellen i hvilken grad elevsvarene korrelerer med hensyn til svar og begrunnelse. Jeg har valgt å se på korrelasjonen mellom oppgavene 10a og b for svarkategorien *8,20,* fordi denne misoppfatningen har høyest frekvens i begge populasjonene.

Det viser seg fra oppgave 10 (tabell 5.12) at det er en høy korrelasjon mellom elevenes riktige svar *0,4* og begrunnelsen for dette svaret, i begge populasjonene (henholdsvis 0,881 og 0,742). Dette kan bety at det er et godt samsvar mellom svarene elevene har avgitt i oppgave 10a, og den begrunnelse de avgir i oppgave 10b innen denne svarkategorien. (En korrelasjon høyere enn 0,7 betegnes som høy).

Tabell 5.12: *Korrelasjon mellom elevsvarene fra oppgavene 10a og 10b for kategoriene [0,4 - Riktig svar] og begrunnelse, samt for kategoriene [8,20] og begrunnelse fra begge populasjonene.*

			10b: Skravert rektangel. Begrunnelse. Pop. Na	10b: Skravert rektangel. Begrunnelse. Pop. No
Spearman's rho	10a: Hvor stor del av rektanglet er skravert? Kategorien [0,4 - Riktig svar]	Correlation Coefficient	,881**	,742 **
		Sig. (2-tailed)	,000	,000
		N	417	519
	10a: Hvor stor del av rektanglet er skravert? Kategorien [8,20]	Correlation Coefficient	,879 **	,662**
		Sig. (2-tailed)	,000	,000
		N	417	519

**. Correlation is significant at the .01 level (2-tailed).

Videre ut fra tabell 5.12 viser det seg at det er en høy korrelasjon (0,879) mellom elevenes svar innen kategorien *8,20* og begrunnelsen for dette svaret fra elevene i populasjonen Na. Dette kan tyde på at misoppfatningen der brøkstrek blir oppfattet som desimalkomma eller skilletegn blant elevene i populasjonen Na er godt innarbeidet. Det viser seg for elevene fra populasjonen No at det er en moderat positiv korrelasjon (0,662), noe som kan tyde på at disse elevene ikke i like stor grad har kunnet begrunne sine misoppfatninger. Dette funnet kan være en indikasjon på at denne type misoppfatning er sterkere i populasjonen Na.

Tabell 5.13: *Responser fra oppgave 22b. Begrunnelse*

22b: Skravert rektangel. Begrunnelse			Populasjon	
			Pop. Na	Pop. No
	ubesvart	Count	82	126
		% within Populasjon	19,7%	24,3%
	desimaltall = riktig (mellom 0,55-0,74)	Count	19	220
		% within Populasjon	4,6%	42,4%
	0,5 eller brøk lik 0,5	Count	43	
		% within Populasjon	10,3%	
	ca. 4,6 - måling	Count	18	
		% within Populasjon	4,3%	
	brøk eller desimal: 1/2-1,2 etc.	Count	66	
		% within Populasjon	15,8%	
	1-1/1-0,1-2/1-0,2 hele rektanglet	Count	27	
		% within Populasjon	6,5%	
	Forhold, ikke riktig forklaring	Count		42
		% within Populasjon		8,1%
	andre svar	Count	162	131
		% within Populasjon	38,8%	25,2%

Med hva som menes med kategorien *riktig* (begrunnelse) i tabell 5.13, vil jeg henvise til kapittel 5.10.1. Med hensyn til oppgave 22 kan det virke som om elevene fra populasjonen Na ikke har arbeidet så mye med denne type oppgaver før. Det var i utgangspunktet mange svarkategorier, og jeg har slått sammen en del av dem på grunn av små frekvenser. Spesielt kan vi se fra populasjonen Na at elevene ofte bruker brøk eller målinger for å forklare størrelsen på den skraverte delen i rektanglet. De norske elevene fra populasjonen No bruker ikke dette i sine begrunnelser, selv om det er noen av dem som svarer med brøk og prosent (13%), eller målinger (2%) i oppgave 22a. Det er 42% fra populasjonen No som har riktig begrunnelse (enten med en eller to desimaler), mot 5% av elevene fra populasjonen Na.

Omtrent 10% av elevene fra populasjonen Na ser på den skraverte delen som en halvpart, og gir svaret 0,5 (eller 1/2) som desimaltall eller brøk. Videre er det 4% som måler lengden av den skraverte delen (4,6 cm). Misoppfatningen at desimalkomma blir brukt som skilletegn mellom to hele tall, kommer også frem her, der 16% av elevene fra populasjonen Na tolker den skraverte delen som 1 ut av 2 deler, og skriver 1,2. Disse svaralternativene er ikke brukt som forklaringsmodeller blant de norske elevene, men kun til en viss grad som svar i oppgave 22a.

5.9 Presentasjon av elevenes begrunnelser fra oppgave 10

Jeg skal her se på noen utvalgte elevtekster fra populasjonen Na fra oppgave 10.

5.9.1 Elevene har riktig begrunnelser

Elevtekst 10: *Oppgave 10b*

Because there are 20 rectangles and 8 of them are shaded, so is $\frac{8}{20} \rightarrow$ decimal $= \frac{8 \times 5}{20 \times 5} = \frac{40}{100} = 0{,}4$

Elevtekst 10 er skrevet av en gutt fra Khomas, sentralt i landet. Han viser god forståelse av overgangen mellom brøk og desimaltall, der han utvider brøken til hundredeler slik at han lettere kan skrive det på desimalform.

De fleste innen denne svarkategorien svarer at 8 av 20 ruter er skravert, som blir 8/20 som igjen er lik desimaltallet 0,4. De har ikke vist utregningen i besvarelsen, så det er en mulighet for at de også har omregnet nevneren til 100-deler for lettere å finne desimaltallet. Det kommer også frem i noen elevtekster at elevene bruker prosent for å finne svaret.

5.9.2 Begrunnelser for svaret 8,12

Elevtekst 11: *Oppgave 10b*

Because eight is coloured and twelve are not.

Elevtekst 11 kommer fra en gutt vest i Namibia, og er typisk for denne svarkategorien.

Disse elevene teller opp antall skraverte ruter, og antall ikke skraverte ruter, og sammenligner disse tallene ved å bruke komma som skilletegn.

5.9.3 Begrunnelser for svaret 8,20

Elevtekst 12: *Oppgave 10b*

> Because out of twenty only eight are coloured
> and you will write in frictions like this
> $\frac{8}{20}$ and then write in decimal.

Fra elevtekst 12 kommer misoppfatningen 8/20 = 8,20 klart frem i elevens forklaring. I andre besvarelser innen denne kategorien blir det for eksempel skrevet: *"It's written in the decimal if it was on fraction it will be 8/20."*

Misoppfatningene der elevene skriver 8,12 (16%) og 8,20 (41%), kommer tydeligere frem i denne oppgaven, fremfor i oppgave 11, der elevene skriver 1/3 = 1,3 (11%). Denne misoppfatningen kommer mye sterkere frem i populasjonen Na enn i populasjonen No. Grunner til dette kan være at elevene har liten praktisk erfaring med denne type oppgaver, sammenlignet med oppgaver der brøken 1/3 blir brukt. Elevene vil derfor i større grad gjenkjenne brøken 1/3 som lik desimaltallet 0,33 (eller 0,3) fra undervisningen.

Det er mulig at usikkerheten kommer frem i ukjente oppgaver, og at elevene ikke har nok kunnskap til å regne brøken om til desimaltall, men bare bruker tallene som de finner og som passer med distraktorene. Det korrekte desimaltallet 0,4 greier ikke elevene å kjenne igjen og blir derfor ikke valgt.

5.9.4 Begrunnelser for svaret 0,8

Elevtekst 13: *Oppgave 10b*

> 0,8 is the right answer because colam which
> is coloured is 8 then you put it in
> decimal number

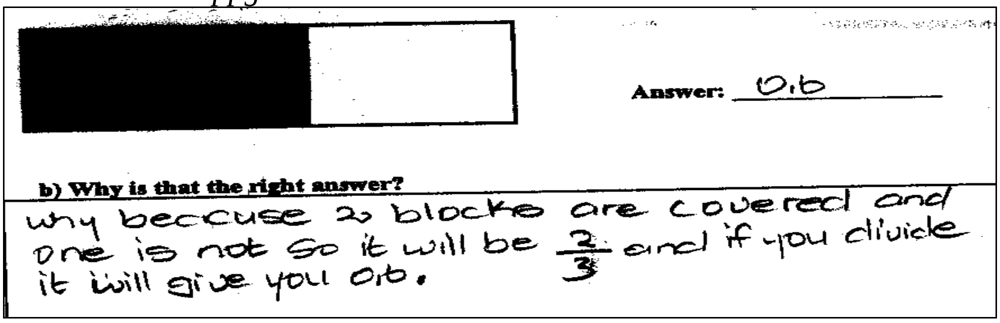
Denne eleven (jente, elevtekst 13) har den misoppfatningen at tallet 8 er antall skraverte ruter, og er også desimalen i desimaltallet. Denne misoppfatningen er utbredt både i populasjonen Na (27%) og populasjonen No (21%), og disse elevene kan ha en forståelse av at løsningen må være mindre enn 1, fordi de kjenner til at 8 av 20, eller 8/20, må være mindre enn 1. Dette kan være en grunn til at de ikke velger 8,12 og 8,20 som løsning. Tallet 0,4 kjenner de ikke igjen, muligens fordi de ikke kan regne ut brøken 8/20. Derfor er det bare et svaralternativ igjen, der de lager seg en forklaring om at 8 skraverte ruter er desimaldelen i desimaltallet 0,8.

5.10 Presentasjon av elevenes begrunnelser fra

oppgave 22

5.10.1 Elevene har riktige begrunnelser

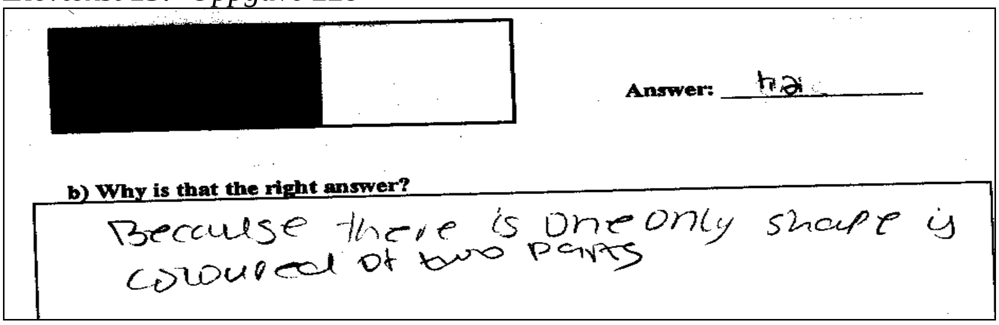
Elevtekst 14: *Oppgave 22b*



Denne eleven (jente) fra en sentral region (elevtekst 14), deler rektanglet opp i 3 deler, der 2 er skravert og 1 er ikke skravert. Hun ser sammenhengen mellom brøk og desimaltall, og bruker ett desimal som angitt i oppgaveteksten.

5.10.2 Begrunnelser for at 1 av 2 er lik 1,2

Elevtekst 15: *Oppgave 22b*



Elevtekst 15 er skrevet av en jente nord i Namibia, og hun deler også rektanglet opp i deler, men kun 2 deler. Hun sier at 1 av 2 deler er skravert og svarer 1,2. Selv om det ikke kommer direkte frem av forklaringen, er det nærliggende å tro at hun tenker at 1/2 = 1,2 som igjen bekrefter misoppfatningen at desimaltegnet blir brukt som brøkstrek eller skilletegn.

5.11 Oppsummering fra oppgavene 10 og 22

I 1986 ble det i følge Graeber (1991) gjennomført en tilsvarende test som i oppgave 10, der 9. klassinger fra USA skulle uttrykke den skraverte delen av en figurer ved et desimaltall. Resultatet var at maksimum 50% av elevene svarte riktig, og at 15% hadde den misoppfatningen at de brukte brøkstreken som et desimaltegn. Til sammenligning svarte 13% av elevene fra populasjonen Na riktig, og 38% av elevene fra populasjonen No. Misoppfatningen der brøkstreken ble brukt som desimaltegn ble brukt av henholdsvis 57% og 37%, noe som er svakere enn resultatene fra den amerikanske undersøkelsen.

I en kommentar fra Becki Newburn, mente hun at denne type oppgaver kunne være for vanskelig for de fleste elevene, fordi de hadde liten erfaring med denne type oppgaver. Det må også kommenteres at i læreboken *Mathematics in context grade 8* (Westhuizen, 2000), finnes det i kapitlet om brøk, skraverte figurer der det skal brukes brøk. Det kan kanskje tyde på, slik som Berit Tvedt nevnte, at læreboken ved enkelte skoler i Namibia ikke alltid blir brukt.

Ovennevnte uttalelse fra Becki Newburn kan bekreftes gjennom oppgave 22b, der det før sammenslåing av kategoriene var så mange som 14 svarkategorier, noe som kan tyde på usikkerhet hos elevene. De norske elevene fra populasjonen No har tydelig behersket denne oppgaven bedre med 42% riktig svar, mot 5% fra populasjonen Na. Elevene fra populasjonen Na bruker ofte brøk i sine begrunnelser, noe som kan tyde på at forståelsen av brøkbegrepet er sterkere enn desimalbegrepet hos noen av disse elevene. Det var også noen elever fra populasjonen Na (4%), som målte den skraverte delen, og oppgav svaret i centimeter. Misoppfatningen der brøkstreken blir brukt som desimaltegn kommer også frem i denne oppgaven med 16% fra populasjonen Na. Denne svarkategorien er ikke med fra populasjonen No.

Årsakene til dette kan være at mange av elevene fra populasjonen Na for det første har hatt vanskelig for å forstå oppgaven, og for det andre at de ikke har begrepene innen desimaltall og brøk ferdig utviklet.

Som vist i korrelasjonstabellene var det for begge populasjonene en høy positiv korrelasjon mellom kategorisvarene fra oppgavene 10a og 10b, bortsett fra populasjonen No innen svarkategorien *8,20* og begrunnelsen for dette svaret. Dette kan bety at elevenes begrunnelser harmonerer med svarene avgitt i oppgave 10a, men ikke i så stor grad for populasjonen No innen denne svarkategorien. Ut fra disse funnene er det sannsynlig at elevene har misoppfatningen at desimaltegnet blir brukt som brøkstrek eller skilletegn.

Andre elever har også misoppfatninger der delen som er skravert, er desimalen i desimaltallet (svaret 0,8 i oppgave 10). Det kommer frem at misoppfatningene i disse oppgavene er forsterket i populasjonen Na, sett i forhold til populasjonen Na.

5.12 Presentasjon av oppgavene 12, 13, 14 og 17 innen begrepet desimaltall

Jeg vil i dette kapitlet ta for meg tre typer oppgaver innen begrepet desimaltall. Oppgave 12 går på forståelsen av desimaltall på tallinjen, mens oppgavene 13 og 14 ser på en rekke av desimaltall, der de skal finne de to neste desimaltallene i rekken. I oppgave 17 skal elevene sammenligne tre desimaltall og finne det største.

5.12.1 Oppgave 12, tallparene 0,47 og 0,48

Oppgavetekst 6: *Oppgave 12*

12. How many numbers are there between 0,47 and 0,48? Answer: ______________

Det er ikke mange elever som kjenner til at det er uendelig mange desimaltall mellom to tallpar. Dette kommer klart frem i tabell 5.14, og det er grunn til å anta at elevene fra populasjonen Na ikke har arbeidet så mye med tallinjen i undervisningen, fordi *ingen* av elevene fikk riktig svar. Den vanlige misoppfatningen er at det ikke finnes noen tall mellom tallparene 0,47 og 0,48 og er i denne oppgaven forsterket i populasjonen Na, sett i forhold til populasjonen No. Det er grunn til å anta at disse elevene har denne misoppfatningen fordi de ser på desimaltall som par av hele tall, det vil si at de betrakter tallparene 47 og 48. Grunnen til dette kan være at elevene overgeneraliserer tidligere kunnskap fra heltall til desimaltall, der disse kunnskapene ikke gjelder.

Andre grunner til at denne misoppfatningen fremkommer, kan være at elevene høyst sannsynlig bare har erfaringer med desimaltall med to desimaler, for eksempel ved bruk av penger. For disse elevene finnes det derfor ikke flere tall mellom 0,47 og 0,48.

Tabell 5.14: *Responser fra oppgave 12*

12: Hvor mange tall er det mellom 0,47 og 0,48?		Populasjon	
		Pop. Na	Pop. No
ubesvart	Count	40	31
	% within Populasjon	9,6%	6,0%
uendelig mange = riktig	Count		94
	% within Populasjon		18,1%
ingen	Count	176	119
	% within Populasjon	42,2%	22,9%
1	Count	101	65
	% within Populasjon	24,2%	12,5%
2 - 8	Count	24	12
	% within Populasjon	5,8%	2,3%
9	Count	3	53
	% within Populasjon	,7%	10,2%
10,100,1000 osv.	Count	5	44
	% within Populasjon	1,2%	8,5%
0,01 eller1/100	Count	33	76
	% within Populasjon	7,9%	14,6%
andre svar	Count	35	25
	% within Populasjon	8,4%	4,8%

Omtrent 1/4 av elevene fra populasjonen Na og 1/8 fra populasjonen No, mener at det er ett tall mellom tallparene. I undersøkelser fra Norge, der man har intervjuet elevene, mener elevene at dette tallet ligger midt mellom 0,47 og 0,48 (Brekke, 1996).

Andre elever har delvis utviklet begrepet innen systemet for desimaltall og skriver at det er flere tall mellom tallparene 0,47 og 0,48. De av elevene som svarer 9, har den forståelsen at de deler tallinjen inn i ti deler, og får dermed 9 desimaltall mellom tallparene. Disse elevene begynner å forstå prinsippet for desimaltall på tallinjen.

5.12.2 Oppgavene 13 og 14, finn de to neste tallene

Oppgavetekst 7: *Oppgavene 13 og 14*

13. Write down the next two numbers.
0,3   0,6   0,9   ________   ________
14. Write down the next two numbers.
0,95   0,97   0,99   ________   ________

I disse oppgavene skal elevene finne de to neste tallene, og i begge oppgavene ser vi at misoppfatningen der desimaltall blir sett på som par av to naturlige tall er fremtredende, spesielt i populasjonen Na. Det vil si løsninger der elevene finner at 0,9 + 0,3 = 0,12 (tabell 5.15) og 0,99 + 0,02 = 0,101 (tabell 5.16). Det er også store forskjeller i kategorien for riktig svar, der elevene fra populasjonen No skårer bedre enn elevene fra populasjonen Na.

Tabell 5.15: *Responser fra oppgave 13*

13: Finn de to neste tallene: 0,3 - 0,6 - 0,9		Populasjon	
		Pop. Na	Pop. No
ubesvart	Count	5	3
	% within Populasjon	1,2%	,6%
1,2 og 1,5 = riktig	Count	51	299
	% within Populasjon	12,2%	57,6%
0,12 - 0,15	Count	248	137
	% within Populasjon	59,5%	26,4%
12 - 15	Count	24	20
	% within Populasjon	5,8%	3,9%
1,1 - 1,2	Count		25
	% within Populasjon		4,8%
0,12 - 0,14	Count	22	25
	% within Populasjon	5,3%	4,8%
andre svar	Count	67	10
	% within Populasjon	16,1%	1,9%

Tabell 5.16: *Responser fra oppgave 14*

14: Finn de neste to tallene: 0,95 - 0,97 - 0,99		Populasjon	
		Pop. Na	Pop. No
ubesvart	Count	12	11
	% within Populasjon	2,9%	2,1%
1,01 og 1,03 - riktig	Count	68	224
	% within Populasjon	16,3%	43,2%
0,101 - 0,103	Count	122	33
	% within Populasjon	29,3%	6,4%
1,1 - 1,3 eller 0,11 - 0,13	Count	33	148
	% within Populasjon	7,9%	28,5%
1,01 - 1,02	Count	2	67
	% within Populasjon	,5%	12,9%
0,100 - 0,101 (0,102) eller tilsv.	Count	28	12
	% within Populasjon	6,7%	2,3%
andre svar	Count	152	24
	% within Populasjon	36,5%	4,6%

Fra oppgave 14 i tabell 5.16 har jeg slått sammen 5 svarkategorier som hadde ubetydelige frekvenser fra populasjonen Na og lagt disse inn i kategorien *andre svar*. Svarkategorien der elevene svarer 1,1 - 1,3 eller 0,11 - 0,13 interessant. Det er så mange som 29% fra populasjonen No som har denne misoppfatningen, mot 8% fra populasjonen Na.

En mulig forklaring kan være at elevene kun ser på en desimal, det vil si at de legger sammen 0,9 + 0,2, isteden for 0,99 + 0,02. Elevene får da svarene 0,11 og 0,13 eller 1,1 og 1,3, avhengig om de har misoppfatningen der de leser desimaltallene som par av hele tall, eller ikke.

5.12.3 Oppgave 17, finn det største tallet

Oppgavetekst 8: *Oppgavene 17*

17a) Circle the largest number:

0,649 0,87 0,7

b) Why is it the largest?

I denne oppgaven skal elevene sammenligne desimaltall for å finne hvilket som er størst, samt begrunne svaret sitt.

Tabell 5.17: *Responser fra oppgave 17a*

17a: Finn det største tallet: 0,649 - 0,87 - 0,7		Populasjon Pop. Na	Populasjon Pop. No
ubesvart	Count	13	5
	% within Populasjon	3,1%	1,0%
0,87 = riktig	Count	96	430
	% within Populasjon	23,0%	82,9%
0,649	Count	216	34
	% within Populasjon	51,8%	6,6%
0,7	Count	91	49
	% within Populasjon	21,8%	9,4%
andre svar	Count	1	1
	% within Populasjon	,2%	,2%

Tabell 5.18: *Responser fra oppgave 17b*

17b: Finn det største tallet. Begrunnelse		Populasjon Pop. Na	Populasjon Pop. No
ubesvart	Count	54	60
	% within Populasjon	12,9%	11,6%
0,87 = riktig	Count	50	279
	% within Populasjon	12,0%	53,8%
riktig multiplisert med 10	Count	14	12
	% within Populasjon	3,4%	2,3%
0,649 - størst er lengst	Count	137	12
	% within Populasjon	32,9%	2,3%
0,7 - kortest er størst	Count	23	19
	% within Populasjon	5,5%	3,7%
0,7 - ser på 1/10, 1/100 etc	Count	14	
	% within Populasjon	3,4%	
påstand uten begrunnelse	Count	37	2
	% within Populasjon	8,9%	,4%
andre svar	Count	88	135
	% within Populasjon	21,1%	26,0%

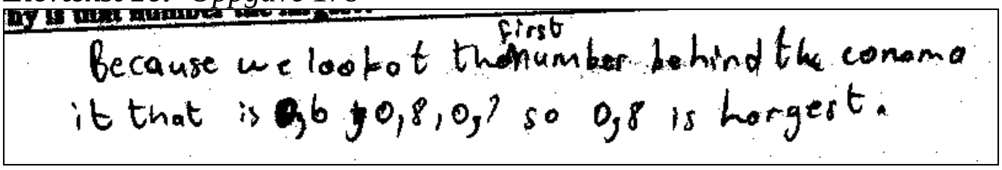
Begrunnelser for kategorien *0,87 = riktig* fra tabell 5.18, finnes i kapittel 5.13.1. Vi kan lese av tabellene 5.17 og 5.18, at det er store forskjeller mellom populasjonene, og misoppfatningen at det lengste tallet er det største, er mest fremtredende blant elevene fra populasjonen Na. Dette kan vi som tidligere nevnt, forklare med at elevene ser på tallet bak desimalkommaet som et helt tall. Omtrent hver femte elev fra populasjonen Na velger svaralternativet *0,7*, men har vanskeligheter med å begrunne dette valget.

5.13 Presentasjon av elevenes begrunnelser fra oppgave 17

Jeg skal i det følgende se på noen utvalgte elevtekster innen aktuelle svarkategorier fra oppgave 17b.

5.13.1 Elevene har riktige begrunnelser

Elevtekst 16: *Oppgave 17b*

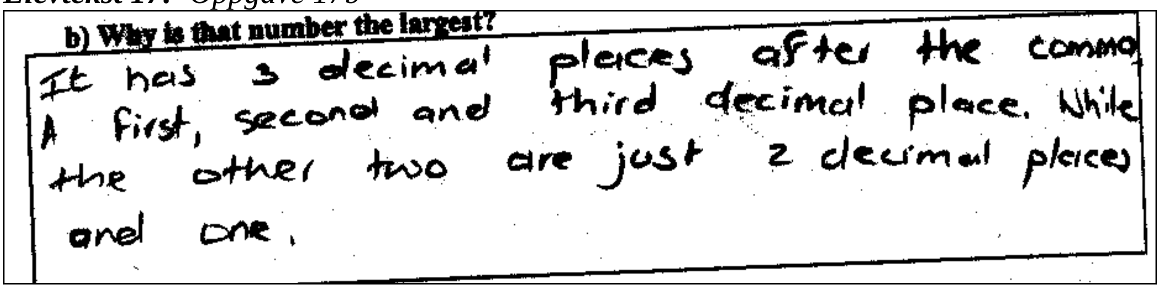


Denne gutten med elevtekst 16, ser på tidelsplassen til desimaltallene for å sammenligne tallene, og han viser gjennom denne måten å tenke på en forståelse av hvordan desimaltallene er bygget opp.

Andre elever regner om tallene til prosent for å sammenligne dem, og for eksempel finner en gutt fra en vestlig region henholdsvis 65%, 87% og 70%, der han konkluderer med at 87% eller 0,87 er størst.

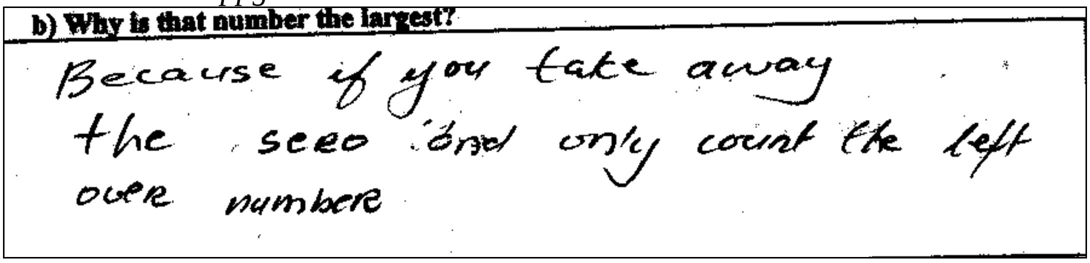
5.13.2 Begrunnelser for at det lengste tallet er det største

Elevtekst 17: *Oppgave 17b*



Denne eleven som er en jente fra en sentral region, ser på antall desimalplasser for å bedømme størrelsen på desimaltallet. Det er nærliggende å tro at denne eleven overgeneraliserer kunnskap fra de naturlige tallene, selv om hun bruker utrykk som desimalplasser. Derfor er det rimelig å anta at hun har misoppfatningen at det lengste tallet er det største.

Elevtekst 18: *Oppgave 17b*

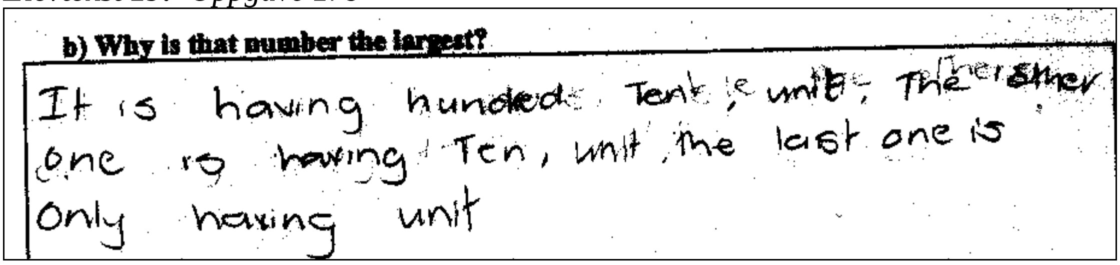


b) Why is that number the largest?

Because if you take away the seeo and only count the left over numbere

Denne eleven, som er en jente fra vest, har en forestilling der hun kan ta bort nullen foran desimalkommaet, for deretter å kunne sammenligne de naturlige tallene. Denne forestillingen har dukket opp av og til under kodingen, men er ikke skilt ut som en egen kategori, men er lagt inn i kategorien der det lengste tallet er det største, fordi elevene her betrakter kun tallet bak desimalkommaet og har følgelig misoppfatningen der de ser på desimaltallene som par av hele tall.

Elevtekst 19: *Oppgave 17b*



b) Why is that number the largest?

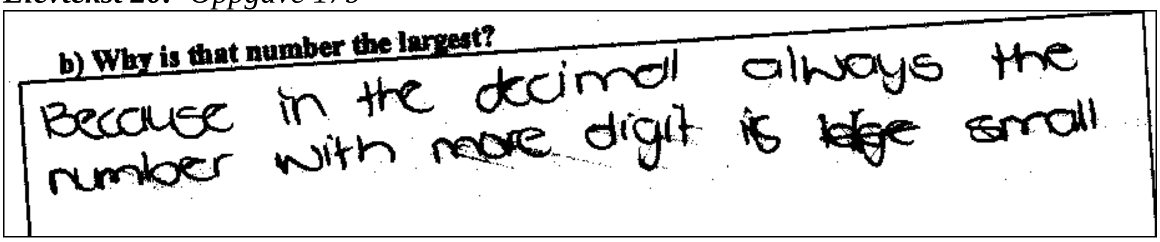
It is having hundeds Tens unit, The other one is having Ten, unit, the last one is only having unit

Denne eleven som er en jente fra en region i vest, har en misoppfatning der hun ser på tallene bak desimalkommaet som naturlige tall. Grunnen til dette kan skje, er fordi hun mulig leser tallene som *sekshundre og førtini*, *åttisyv* og *syv*, og viser til hundrerplassen, tierplassen og enerplassen.

Disse elevtekstene bekrefter at det er misoppfatninger blant elevene, og i følge Brekke (1996), er misoppfatningene også typiske for elever fra Norge, men ikke så utbredt.

5.13.3 Begrunnelser for at det korteste tallet er det største

Elevtekst 20: *Oppgave 17b*

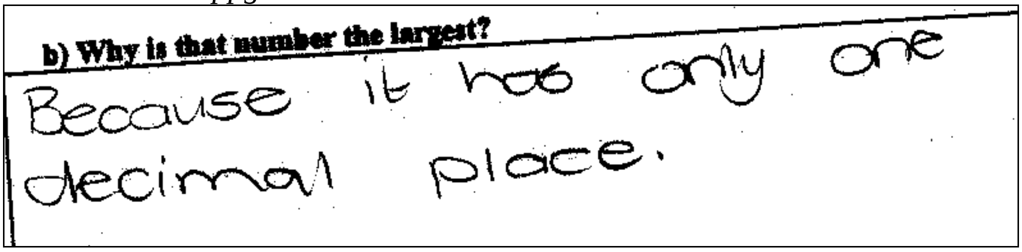


b) Why is that number the largest?

Because in the decimal always the number with more digit is ~~large~~ small

Denne eleven (jente fra vest), begrunner i elevtekst 20, at desimaltall med de lengste desimalene er de korteste. Det kommer ikke frem hvordan eleven har tenkt, men en forklaring kan være at hun ser på 0,625 som tusendeler, og 0,7 som tideler, og følgelig at tideler er større enn tusendeler.

__Elevtekst 21:__ Oppgave 17b


b) Why is that number the largest?

Because it has only one decimal place.

Fra elevtekst 21, som også er skrevet av en jente fra vest, kan vi bruke samme forklaringsmodell, der man kan anta at hun tenker på 0,7 som tideler, som igjen må være større enn 0,625 som er tusendeler. Siden teksten er knapp, må man også være forsiktig med å trekke noen konklusjoner med hensyn til hvordan eleven har tenkt.

Øvrige forklaringer innen denne kategorien tenderer mot den samme tankegangen, så man kan forsiktig trekke en konklusjon om at disse elevene kan ha en misoppfatning om at det korteste desimaltallet er det største, der de kun betrakter plassverdien til tallet, uten å se på verdien av tallet.

5.14 Oppsummering fra oppgavene 12, 13, 14 og 17

Det kommer klart frem i presentasjonen for disse oppgavene at elevene fra populasjonen Na har forsterkede misoppfatninger sett i forhold til elevene fra populasjonen No. I oppgave 12, der man skal finne hvor mange tall det er mellom to tallpar, har tydeligvis ikke elevene arbeidet så mye med desimaltall og tettheten av desimaltallene på tallinjen. Hvis vi ser på læreboken i matematikk for grade 8, er det heller ikke noen eksempler med tallinjen der, men kun i oppgavesamlingen og kun med heltall. (Nå kjenner jeg ikke til alle de lærebøkene som blir brukt i Namibia, men har kun brukt to bøker som eksempler). Hvis læreren heller ikke har arbeidet med tallinjen i undervisningen, kan det være vanskeligere for elevene å bygge opp begrepene rundt desimaltall og posisjonssystemet. Denne oppgaven (12), er med på å bekrefte de funn som ble gjort i oppgavene 1, 3 og 4.

Når det gjelder oppgavene 13 og 14, finn de neste to tallene, og oppgavene 17, finn det største tallet, er det også her store forskjeller mellom populasjonene. Som en overordnet misoppfatning i populasjonen Na i disse oppgavene, har vi at desimaltall blir sett på som par av hele tall.

Kevin Moloney og Kaye Stacey (1997) skriver i en artikkel om elevenes begreper innen sortering av desimaltall, der de gjennomførte to undersøkelser blant australske elever, og den første ble gjennomført blant 50 ungdomsskoleelever over 12 måneder. Resultatet av den undersøkelsen viste små forandringer i elevenes misoppfatninger i denne tidsperioden. Dette viser at misoppfatningene er stabile og godt innarbeidet hos elevene, og følgelig kan være vanskelig å avlære.

Den andre undersøkelsen ble gjennomført blant 379 elever fra og med 4. klasse til og med 10. klasse. Resultatet her var at misoppfatninger innen heltall var tydelig i de første årene, men forsvant gradvis. Misoppfatninger innen brøk vedvarte oppover i klassene, og 20% av elevene hadde fortsatt misoppfatninger i 10. klasse.

Manglende begrepsforståelse av posisjonssystemet (oppgavene 1, 3 og 4) er også i denne undersøkelsen blitt funnet blant elevene fra populasjonen Na, men også i noen grad blant elevene fra populasjonen No. Man kan derfor ha grunn til å tro at misoppfatningene som er funnet hos elevene, kan være basert på manglende forståelse av posisjonssystemet, som en av flere mulige årsaker. Det har videre vist seg i flere av oppgavene at elevene fra populasjonen Na har forsterkede misoppfatninger innen desimaltall, sett i forhold til populasjonen No.

5.15 TALLREGNING

Innen emnet tallregning var det 516 elever som ble trukket ut på en probabilistisk måte fra undersøkelsen i Norge og som også her defineres som populasjonen No. Jeg har valgt å se på en av oppgavene fra undersøkelsen, og dette er oppgave 23. Oppgave 24 var vanskelig å kode, med mange svarkategorier, og med bakgrunn i at reliabiliteten for kodingen ikke var den beste, har jeg valgt å ikke presentere denne oppgaven.

Oppgave	Tallregning
23a	For 7 biletter må du betale 35£. Hvor mye må du betale for 1 billett?
23b	Det er 25 halsbånd i en eske. Hvis 25 halsbånd veier 3 kg, hvor mye veier 1 halsbånd.

5.16 Presentasjon av oppgave 23, divisjonsbegrepet

Oppgavetekst 9: *Oppgave 23a og b*

23a) For 7 tickets you have to pay 35£. How much do you have to pay for 1 ticket? (Circle all the arithmetic expressions that are equal to the mathematics questions).

$35 \cdot 7$ $\quad$ $35 : 7$ $\quad$ $7 : 35$ $\quad$ $7 \cdot 35$ $\quad$ $35 - 7$ $\quad$ $7 + 35$

b) There are 25 necklaces in a box. If 25 necklaces weigh 3 kg, how much does 1 necklace weigh?

$25 \cdot 3$ $\quad$ $25 : 3$ $\quad$ $3 : 25$ $\quad$ $3 \cdot 25$ $\quad$ $25 - 3$ $\quad$ $3 + 25$

I disse tekstoppgavene skal elevene velge et regneuttrykk blant flere uttrykk, og oppgaver av denne typen gir en god informasjon om hvordan elevene forstår regneoperasjonene. Oppgave 23a er en divisjonsoppgave, der man kan bruke både delingsdivisjon og målingsdivisjon som tankemodell (tabell 5.19). I oppgave 23b er det mest naturlig å bruke målingsdivisjon, der elevene må dividere et lite tall på et stort (tabell 5.20).

I følge tilgjengelige lærebøker fra Namibia er vanlige notasjoner for divisjonstegnet ":" eller "÷". Notasjonen for multiplikasjon er "x". Fra de forskjellige elevtekstene går det frem at elevene bruker tegnene "÷" for divisjon og "x" for multiplikasjon. Det kan være rimelig å tro at elevene har forstått oppgavene, også der løsningsforslaget bruker multiplikasjonstegnet "·". Som tidligere nevnt var Noag til stede i halvparten av klassene der testen ble delt ut, og han kunne svare på spørsmål hvis det var noen uklarheter i forbindelse med oppgaveteksten. Mange elever har misoppfatninger innen multiplikasjon og divisjon, og de vanlige misoppfatninger innen disse operasjonene kan være: *multiplikasjon gjør større, en kan bare dividere med hele tall, divisjon gjør mindre, divisjon er kommutativ* og *divisor må være mindre enn dividenden* (Brekke, 1994). Det er de to siste misoppfatningen som har kommet til syne i oppgave 23.

Det er prosentvis flest elever fra populasjonen No som i oppgave 23a (tabell 5.19), har kommet frem til at man må bruke divisjon for å finne det riktige svaret, men det er noe overraskende at det bare er 41% av elevene fra populasjonen Na som har riktig svar. Det er et spørsmål om denne oppgaveteksten er relevant til elevenes dagligliv, eller om teksten kan ha vært vanskelig å forstå.

Vi kan også se at det er så mange som 10% av elevene fra populasjonen Na som inverterer operasjonen. Disse elevene forstår at de må utføre en divisjon, men gjør den feilen at de tar det første tallet og dividerer med det andre tallet fra teksten. Grunnen til dette kan være at de fra undervisningen er vant med at dividenden kommer først i en tekstoppgave, noe som kan være vanlig under innføring av heltallsdivisjon. Videre ser vi at det er omtrent 10% fra begge populasjonene som svarer både 35/7 og 7/35 og viser sannsynligvis misoppfatningen at divisjon er kommutativ.

Tabell 5.19: *Responser fra oppgave 23a*

23a: For 7 billetter må du betale 35£. Hvor mye må du betale for 1 billett?		Populasjon	
		Pop. Na	Pop. No
ubesvart	Count	33	4
	% within Populasjon	7,9%	,8%
35/7 = riktig	Count	171	388
	% within Populasjon	41,0%	75,2%
35*7	Count	13	2
	% within Populasjon	3,1%	,4%
7/35	Count	40	12
	% within Populasjon	9,6%	2,3%
7*35	Count	10	3
	% within Populasjon	2,4%	,6%
35 - 7	Count	26	2
	% within Populasjon	6,2%	,4%
7 + 35	Count	21	1
	% within Populasjon	5,0%	,2%
35/7 og 7/35	Count	39	52
	% within Populasjon	9,4%	10,1%
35*7 og 7*35	Count	25	44
	% within Populasjon	6,0%	8,5%
andre svar	Count	39	8
	% within Populasjon	9,4%	1,6%

Tabell 5.20: *Responser fra oppgave 23b*

23b: 25 halsbånd veier 3kg. Hvor mye veier 1 halsbånd?		Populasjon	
		Pop. Na	Pop. No
ubesvart	Count	46	7
	% within Populasjon	11,0%	1,4%
3/25 = riktig	Count	65	143
	% within Populasjon	15,6%	27,7%
25*3	Count	20	11
	% within Populasjon	4,8%	2,1%
25/3	Count	136	274
	% within Populasjon	32,6%	53,1%
3*25	Count	12	
	% within Populasjon	2,9%	
25 - 3	Count	37	
	% within Populasjon	8,9%	
3 + 25	Count	9	
	% within Populasjon	2,2%	
25/3 og 3/25	Count	43	58
	% within Populasjon	10,3%	11,2%
25*3 og 3*25	Count	18	18
	% within Populasjon	4,3%	3,5%
andre svar	Count	31	5
	% within Populasjon	7,4%	1,0%

Det er færre riktige svar i oppgave 23b (tabell 5.20), sett i forhold til oppgave 23a. Grunnen til dette er at mange elever fra begge populasjonene inverterer operasjonen. Disse kan blant annet ha den misoppfatningen at et lite tall ikke kan deles på et stort tall, og de bytter derfor om på dividend og divisor og svarer 25/3. Det kan også her være en mulighet for at de har erfaring med at dividenden kommer først i en divisjonsoppgave og velger 25/3.

Elevene som viser at de har misoppfatningen at divisjon er kommutativ, er stabil sett i forhold til responssene fra oppgave 23a. I tabell 5.21 kommer det frem at korrelasjonskoeffisienten innen begge populasjonene høy og omtrent lik innen denne svarkategorien. Denne misoppfatningen kan være basert på en overføring fra tekstoppgave 23's eksempel innen addisjon, der man kan bruke den kommutative lov, fordi leddenes orden er likegyldig, eller fra undervisningen der man bruker den kommutative loven innen addisjon og multiplikasjon. Elevene har da overført den kommutative loven også til å gjelde divisjon.

Tabell 5.21: *Korrelasjon mellom elevsvarene fra oppgavene 23a og 23b for kategoriene [35/7og 7/35] og [25/3og 3/25] fra begge populasjonene.*

			23b: 25 halsbånd veier 3kg. Pop. Na	23b: 25 halsbånd veier 3kg. Pop. No
Spearman's rho	23a: For 7 billetter må du betale 35£. Hvor mye må du betale for 1 bilett?	Correlation Coefficient	,758**	,757**
		Sig. (2-tailed)	,000	,000
		N	417	516

**. Correlation is significant at the .01 level (2-tailed).

5.17 Oppsummering fra oppgave 23

Hvis vi ser på oppgave 23b kan det være sannsynlig for elevene å tenke at siden 25 halsbånd veier 3kg, så må 1 halsbånd veie mindre og følgelig må operasjonen være divisjon. Dette er kunnskap som elevene naturlig kan ha hatt med seg fra heltallsdivisjon, og det viser seg at det er omtrent 92% fra populasjonen No og 58% fra populasjonen Na som har valgt riktig type operasjon (omtrent tilsvarende tall for oppgave 23a).

Videre fra oppgave 23b er det svært få som har svart riktig til tross for valg av riktig operasjon, og det kan være flere grunner til dette. Som vist i korrelasjonstabellen var misoppfatningen at divisjon er kommutativ, stabil i begge populasjonene for begge oppgavene. Elevene har kommet frem til at det skal utføres en divisjon, men viser usikkerhet med hvordan de plasserer dividend og divisor. Det er sannsynlig at elevene bringer med seg en overgeneralisering fra kunnskapen om den kommutative loven innen addisjon og multiplikasjon. Elevene kan også ha misforstått og brukt eksemplet i oppgave 23 som en mal for løsningen av oppgavene, uten at de har vært bevisst på at den kommutative loven ikke har gyldighet for divisjon.

I svarkategorien 25/3 fra oppgave 23b, som har de høyeste svarfrekvensene for begge populasjonene, er det mulig at elevene viser at de har misoppfatningen at de ikke kan dele et lite tall med et stort, mulig fordi de kun har erfaringer med heltallsdivisjon. Hvis elevene i undervisningen ikke har hatt erfaringer med målingsdivisjon, har sannsynligvis heller ikke uttrykket 3/25 mening for dem. En annen faktor kan være at de fra lærebøkene eller undervisningen, har vært vant med at dividenden kommer først i tekstoppgavene, og dette viser seg også i oppgave 23a der det nesten er 10% fra populasjonen Na som velger 7/35, muligens fordi tallet 7 kommer først i oppgaven.

Elevene fra populasjonen Na har problemer med å velge riktig operator, fordi svarene er fordelt på flere svarkategorier. Spesielt er det en betydelig gruppe som i oppgavene enten velger 35-7 eller 25-3. Denne varianten, samt andre svarkategorier, kan kanskje tolkes dithen at elevene har et språkproblem, og ikke forstår problemet i tekstoppgaven. Grunnen til dette kan være som tidligere nevnt, at engelsk er undervisningsspråket.

Graeber og Baker (1991) skriver at Graeber og Tirosh (1988) fant at 4. og 5. klassinger kan gjenkjenne tekstoppgaver med divisjon, og beregne svar når divisor er større enn dividend, men at muligheten for å eksemplifisere slik divisjon er svak. Disse elevene har lært om brøk slik som 1/3 eller 3/4, men de klarer ikke å gjenkjenne denne notasjonen som divisjon.

Ut fra resultatene kan det være grunn til å anta at det har vært liten undervisningsaktivitet innen begge populasjonene knyttet opp mot å la elevene få erfaringer med målingsdivisjon, eller erfaringer innen valuta. For eksempel kan man be elevene å finne 2 : 0,25 - hvor mange quarters er det i 2$? (Eller tilsvarende eksempler i kroner og øre i Norge). Det kan nevnes at det er rikelig med eksempler i læreboken *Mathematics in context, grade 8* vedrørende målingsdivisjon.

5.18 GEOMETRI

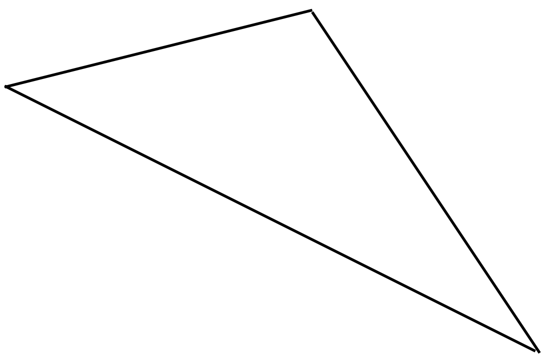
Innen emnet geometri var det 523 elever som ble trukket ut på en probabilistisk måte fra undersøkelsen i Norge og som også her defineres som populasjonen No. Jeg har valgt å se på en av oppgavene fra undersøkelsen, og dette gjelder oppgave 8, høydebegrepet i trekanter.

Oppgave	Geometri
8	Tegn høyden i trekanten.

5.19 Presentasjon av oppgave 8, høydebegrepet i trekanter

Oppgavetekst 10: *Oppgave 8*

8. Draw the height of the triangle.



Tabell 5.22: *Responser fra oppgave 8*

8: Tegn høyden i trekanten		Land: Namibia	Land: Norge
ubesvart	Count	80	91
	% within Land	19,2%	17,4%
innsiden riktig	Count	133	254
	% within Land	31,9%	48,6%
utsiden - riktig	Count	1	6
	% within Land	,2%	1,1%
innsiden - feil	Count	28	60
	% within Land	6,7%	11,5%
normal til horisontal linje	Count	8	58
	% within Land	1,9%	11,1%
parallell til en eller flere sider	Count	25	
	% within Land	6,0%	
tegner en annen trekant	Count	69	
	% within Land	16,5%	
andre svar	Count	73	54
	% within Land	17,5%	10,3%

Vi ser fra tabell 5.22 at det er prosentvis flere elever fra populasjonen No, enn fra populasjonen Na som har tegnet den riktige høyden inne i trekanten. Det er et svært få som har tegnet riktig høyde på utsiden av trekanten, og dette har sammenheng med at det enten er naturlig å tegne høyden inne i trekanten, eller at elevene har overspesialisert høydebegrepet for trekanter, ved å tillegge restriksjoner til høyden i trekanter, der de påstår at høyden kun kan tegnes inne i trekanter.

En misoppfatning som vises tydeligst i populasjonen No (11%), er at de tegner en normal til en horisontal linje. Årsaken til dette kan være at elevene i undervisningen har erfart at trekantens grunnlinje har blitt tegnet som en horisontal linje, og at høyden har blitt tegnet vinkelrett på denne linjen. Jeg har sett i noen lærebøker fra Norge, blant annet ORIGO serien (Martinsen & Pedersen, 1988), der samtlige illustrasjoner av trekanter er tegnet med en horisontal sidekant. Det kan derfor oppstå, hvis ikke lærerne har variasjon i undervisningsstoffet ved for eksempel å vise roterte trekanter, at elevene kan utvikle misoppfatningen at høyden i trekanter alltid skal tegnes vinkelrett på en horisontal linje.

Det er prosentvis flere av elevene fra populasjonen Na som på sin side tegner høyden som en parallell linje til en eller flere sider til trekanten (6%), eller tegner en helt ny trekant (17%). Den første svarkategorien kan ha oppstått på grunn av at elevene har forholdt seg kun til rettvinklete trekanter, og tegnet høyden parallelt til siden som står vertikalt på grunnlinjen.

Trekanten i oppgaven kan kanskje mistolkes til å være en rettvinklet trekant av enkelte elever, og for eksempel i læreboken *Namibian Mathematics, grade 10* (Suffolk, 1993), er det for det meste illustrasjoner av rettvinklete trekanter, samt flest eksempler der høyden er tegnet inn vertikalt på en horisontal grunnlinje. På den annen side er læreboken *Mathematics in context, grade 8,* illustrert med roterte trekanter med høyden inntegnet både innvendig og utvendig. Den siste læreboken ble først utgitt i år 2000, mens lærebokserien forfattet av Suffolk har vært i bruk siden 1993.

Det er prosentvis flere elever fra populasjonen No (12%) som tegner feil høyde innvendig i trekanten, sett i forhold til elevene fra populasjonen Na (7%). Det er grunn til å tro at disse elevene har et mangelfullt utviklet høydebegrep. Det har vært elever fra populasjonen Na som har tegnet en helt ny trekant, og det er ikke lett å forklare, men kan bero på en mistolkning av oppgaveteksten på grunn av forholdet mellom morsmål og engelsk.

5.20 Oppsummering fra oppgave 8

Vi ser at populasjonen No skårer bedre i oppgave 8, der elevene skal tegne høyden i trekanten, men vi ser også at misoppfatningen der elevene tegner en normal til en horisontal linje er mer utbredt i populasjonen No (11%) i forhold til populasjonen Na (2%). På den annen side har elevene fra populasjonen Na andre typer misoppfatninger, der de tegner en parallell linje til en av sidene, eller kanskje misforstår oppgaven og tegner en ny trekant.

Grunnen til misoppfatningen der elevene tegner en normal til en horisontal linje, kan være at elevenes erfaringer ofte er begrenset til ensformige figurer i lærebøkene og i undervisningen. Disse figurene er ofte presentert i en horisontal - vertikal retning i lærebøkene eller på tavlen. Under disse betingelsene, vil elevenes geometriske begreper ofte bli begrenset. Dette medfører at elevene ikke gjenkjenner en rotert figur, og vil derfor tegne en horisontal støttelinje med høyden vinkelrett på denne linjen (Graeber, 1991).

Fuys, Geddes og Tischler (1988) skriver om van Hieles geometrisk utviklingsmodell der elevenes nivåer kan utvikles gjennom 5 nivåer, og på det første nivået, nivå 0, blir geometriske figurer sett på som et hele uten at elevene ser figurenes egenskaper, det vil si at de sortere figurer kun ut fra utseende. For eksempel skriver Graeber (1991) at hvis elevene ser på et kvadrat, samt et kvadrat som er rotert 45°, vil elevene ikke se at figurene har de samme egenskapene. På nivå 1 kan elevene sortere geometriske figurer ut fra egenskapene, mens på nivå 2 kan elevene sette sammen tidligere oppdagede egenskaper og lage nye regler. På nivå 3 kan elevene bevise teoremer deduktivt, mens på nivå 4 kan de etablere teoremer i ulike postulatsystemer.

Tilsvarende kan vi anta at en del elever i denne oppgaven ikke vil gjenkjenne den roterte trekantens egenskaper, fordi ingen av sidene i trekanten er parallelle til en horisontal eller en vertikal linje, og følgelig "ser" ikke elevene hvordan høyden kan tegnes inn.

Dette kan være en type forklaring på at 6% av elevene fra populasjonen Na tegner høyden som en parallell linje til en av sidene til trekanten. De kan ha begrenset erfaring fra undervisningen, der de har erfart at den ene siden i trekanten er tegnet som en vertikal linje, vinkelrett på grunnlinjen, og som også er markert som høyden i trekanten.

De fleste av elevene som har tegnet den innvendige høyden feil, har ikke tegnet høyden vinkelrett på grunnlinjen, og kan ha den misoppfatningen at høyden kun kan være inne i trekanten, eller at det ikke er nødvendig at høyden står vinkelrett på grunnlinjen. Graeber (1991) viser til en undersøkelse gjennomført av Fisher (1983), der elevene ser på trekanter som en ramme, der høyden *skal* være innvendig. I en undersøkelse der elevene får presentert trekanter der høyden skal tegnes inn i forhold til en gitt grunnlinje og høyden ikke er på innsiden av trekanten, vil antall korrekte svar falle dramatisk ned mot 30%.

Det er så mange som 17% av elevene fra populasjonen Na som tegner en annen trekant. Årsaken til dette kan som tidligere nevnt være en misforståelse på grunn av teksten i oppgaven, der de tror at de skal tegne en ny trekant.

5.21 MÅLINGER og ENHETER

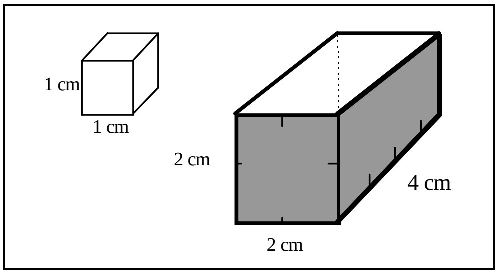
Innen emnet geometri var det 439 elever som ble trukket ut på en probabilistisk måte fra undersøkelsen i Norge, og disse defineres som populasjonen No. Jeg har valgt å se på en av oppgavene fra undersøkelsen, og dette gjelder oppgave 6, fordi denne oppgaven gir gode nok data vedrørende misoppfatninger hos elevene.

Oppgave	Målinger og enheter
6a1	Hvor mange kuber er det plass til i esken?
6a2	Enhet
6b	Forklar hvordan du tenkte.

5.22 Presentasjon av oppgave 6a, volumbegrepet

Oppgavetekst 11: *Oppgave 6*

6.



a) How many of these cubes are there space for in the big box. **Answer**: __________

b) Explain how you are thinking:

I denne oppgaven skal elevene fylle opp en eske med enhetsterninger, og jeg vil her se på elevenes volumbegrep, og eventuelle misoppfatninger i populasjonen Na og populasjonen No. Under arbeidet med kodingen fant vi at det var en del elever fra populasjonen Na som brukte enhetene for lengde, areal og volum i svarene, og for å finne hvor utbredt dette var, ble det opprettet en ny variabel der de forskjellige enhetene ble kategorisert.

Elevene ble også bedt om å forklare hvordan de kom frem til svaret i 6a, og jeg har sett på tekstsvarene for å prøve å finne elevenes tankestrukturer innen begrepet volum. Disse strukturene kan være interessante, fordi man her kan se hvilke kunnskaper og ferdigheter som ligger til grunn for elevenes forståelse av volumbegrepet, samt se hvilke misoppfatninger elevene har.

Tabell 5.23: *Korrelasjon mellom elevsvarene fra oppgavene 6a1 og 6b for kategoriene [16 - Riktig svar] og begrunnelse fra begge populasjonene.*

			6b: Esken. Begrunnelse. Pop. Na	6b: Esken. Begrunnelse. Pop. No
Spearman's rho	6a1: Esken. Kategorien [16-Riktig svar]	Correlation Coefficient	,768**	,471**
		Sig. (2-tailed)	,000	,000
		N	417	439

**. Correlation is significant at the .01 level (2-tailed).

Etter at jeg rekodet kategorikodene slik at alle kodene fikk verdien *0 - null*, bortsett fra svarkategoriene *riktig svar* (oppave 6a1) og *riktig begrunnelse* (oppgave 6b) som fikk verdien *1 - en* (kategorien *riktig begrunnelse* fra oppgave 6b fikk koden *1* når elevene hadde riktig begrunnelse, enten de hadde horisontale, vertikale eller geometriske betraktninger av esken). Deretter så jeg på korrelasjonen mellom elevsvarene i disse kategoriene.

Fra tabell 5.23 ser vi at det er en høy korrelasjon mellom kategoriene i oppgavene 6a1 og 6b for populasjonen Na, mens det er en moderat positiv korrelasjon for populasjonen No. Dette kan tyde på at elevene fra populasjonen Na prosentvis i større grad har greid å begrunne hvordan de kom frem til at det er plass til 16 terninger i esken.

Tabell 5.24: *Responser fra oppgave 6a1*

6a1: Hvor mange terninger er det plass til i esken?			Populasjon	
			Pop. Na	Pop. No
	ubesvart	Count	14	34
		% within Populasjon	3,4%	7,7%
	16 = riktig	Count	135	286
		% within Populasjon	32,4%	64,9%
	4	Count	61	8
		% within Populasjon	14,6%	1,8%
	8	Count	80	38
		% within Populasjon	19,2%	8,6%
	12	Count	12	11
		% within Populasjon	2,9%	2,5%
	20	Count	10	12
		% within Populasjon	2,4%	2,7%
	24	Count	8	14
		% within Populasjon	1,9%	3,2%
	2	Count	32	
		% within Populasjon	7,7%	
	andre svar	Count	65	38
		% within Populasjon	15,6%	8,6%

Jeg har slått sammen noen av svarkategoriene fordi det var små frekvenser, samt at disse kategoriene ikke var så interessante. Vi ser fra tabell 5.24 at det er 32% av elevene fra populasjonen Na, og 65% fra populasjonen No som har riktig svar. Det er også store forskjeller mellom populasjonene innen svarkategoriene for 2, 4 og 8 terninger.

***Tabell 5.25:** Responser fra oppgave 6a2-enhet, populasjonen Na*

6a1: Hvor mange terninger er det plass til i esken? Enhet.		Populasjon
		Pop. Na
ubesvart	Count	15
	% within Populasjon	3,6%
antall = riktig	Count	322
	% within Populasjon	77,2%
cm	Count	59
	% within Populasjon	14,1%
cm2	Count	9
	% within Populasjon	2,2%
cm3	Count	10
	% within Populasjon	2,4%
andre enheter	Count	2
	% within Populasjon	,5%

Jeg har sett på frekvensene av bruken av de forskjellige enhetene fra populasjonen Na, og som vi kan forstå ut fra tabell 5.25 er det 77% som hadde riktig benevning, det vil si at de svarte med *cubes, boxes* eller hadde ubenevnt svar. Det var så mange som 14% som svarte med enheten for lengde (cm) og litt over 2% som enten brukte enheten for areal (cm^2) eller volum (cm^3).

Dette betyr at omtrent 23% av elevene fra populasjonen Na har manglende forståelse av bruk av enheter. Mange av elevene blander enhetene under utregningen, og de av elevene som har oppgitt svaret i cm^3, har beregnet volumet av esken, fremfor å beregne hvor mange terninger det er plass til i esken. Det kan også ligge i svaret at siden esken rommer 16 cm^3, så vil esken underforstått også romme 16 enhetsterninger. Hvilke enheter elevene fra Norge har brukt, har ikke vært tilgjengelig.

***Tabell 5.26:** Responser fra oppgave 6b*

6b: Hvor mange terninger er det plass til i esken? Begrunnelse		Populasjon	
		Pop. Na	Pop. No
ubesvart	Count	48	40
	% within Populasjon	11,5%	9,1%
16 = riktig	Count	81	98
	% within Populasjon	19,4%	22,3%
16 - horisontalt	Count	2	26
	% within Populasjon	,5%	5,9%
16 - vertikalt	Count	8	32
	% within Populasjon	1,9%	7,3%
16 - geometrien til esken	Count	14	54
	% within Populasjon	3,4%	12,3%
16 - feil forklaring	Count	19	72
	% within Populasjon	4,6%	16,4%
20	Count	4	6
	% within Populasjon	1,0%	1,4%
4,12,24 - overflate	Count	30	14
	% within Populasjon	7,2%	3,2%
8 - overflate/lengde	Count	42	8
	% within Populasjon	10,1%	1,8%
2 - lengde 2/1	Count	6	4
	% within Populasjon	1,4%	,9%
annet	Count	163	85
	% within Populasjon	39,1%	19,4%

5.22.1 Elevene bygger opp et volum i esken

Elevene fra populasjonen Na hadde mange forskjellige forklaringer som under utarbeidelsen av kodeboken ble kategorisert. Det viste seg senere at mange av disse svarkategoriene var uinteressante og ble derfor rekodet til kode 99 - andre svar. Dette er en av grunnene til at denne svarkategorien, for populasjonen Na, har en så høy frekvens (39%), men her ligger også elevsvar som har vært vanskelig å kategorisere eller lese.

Fra tabell 5.26 kan vi se at det er 5 forskjellige kategorier der elevene har gitt begrunnelse for at det er 16 terninger i esken. Dette viser at elevene bruker forskjellig løsningsstrategier for å komme frem til antall terninger som det er plass til i esken. I kategorien *16 = riktig*, er det elevtekster der elevene har vist formelstrukturert tankegang, det vil si at de bruker formel, eller begreper som lengde, bredde og høyde i sine forklaringer for å beregne volumet av esken. Denne tankegangen forekommer oftere blant de norske elevene, men forskjellen er ikke så stor.

Derimot er forskjellene mellom populasjonene større i de øvrige kategoriene der elevene har svart 16 terninger. Spesielt har det vært flere elever fra populasjonen No som har sett andre måter å fylle opp esken på. Noen elever fyller opp lag av terninger i esken, der lagene kan være horisontale eller vertikale, for på den måten å bygge opp volumet. Andre elever ser på geometrien til esken, det vil si at de for eksempel ser en rekke av terninger på langsiden av esken, og teller opp hvor mange slike rekker det er plass til i esken. Elevene fra populasjonen No har prosentvis i større grad avgitt feil forklaring for at esken inneholder 16 terninger, sett i forhold til populasjonen Na (16% mot 5%).

5.22.2 Elevene ser på sideflatene av objektene

Det er flere elever fra populasjonen Na enn fra populasjonen No som ser på overflaten til objektene. Disse elevene beregner overflaten til en eller flere sider for å beregne hvor mange terninger esken kan romme. Det er grunn til å tro at disse elevene kun ser i to dimensjoner, og ikke har utviklet forståelse for tre dimensjoner.

5.22.3 Elevene ser på sidekantene av objektene

Disse elevene fokuserer på lengdemålene på figurene, der de gjennom forskjellige strategier summerer disse for å finne antall terninger i esken. De forskjellige strategiene kan være at de summerer måltallene på esken, eller ser på måltallene på objektene i forhold til hverandre. Dette kan for eksempel være 8/2 = 4, eller 2/1 = 2. Det er ut fra tabell 5.26 flere elever fra populasjonen Na som benytter seg av disse strategiene, sett i forhold til elevene fra populasjonen No.

5.23 Presentasjon av elevenes begrunnelser fra oppgave 6b

Jeg vil her se på en del utvalgte elevtekster fra populasjonen Na som er å finne i oppgave 6b. Elevenes tekster kan være ustrukturerte og noen ganger vanskelig å forstå. Det er også forskjell på besvarelsene om det er brukt formelt eller uformelt matematisk språk, og elevene varierer også i sine forklaringer på hvilken måte de betrakter objektene. Jeg har delt besvarelsene inn i tre hoveddeler, avhengig av om elevene har sett på volumet, sideflaten eller lengden av esken for å beregne antall enhetsterninger i esken.

5.23.1 Begrunnelser der elevene bygger opp et volum i esken

Mange elever viser at de bygger opp et volum, selv om de har kommet frem til at esken har færre enn 16 terninger. For eksempel der elevene svarer 8 terninger og fyller opp ett lag med terninger, men ikke ser at det kan gå flere lag med terninger i esken. For å se hvordan disse elevene har tenkt må man gå inn på elevtekstene kvalitativt.

Det er mange av elevene fra populasjonen Na som i sin forklaring viser at de bygger opp et volum, men det er også elever i denne gruppen som har misoppfatninger der de forklarer at esken har plass til 8 eller 4 terninger. Disse misoppfatningene kan man lese ut av elevtekstene.

5.23.1.1 Begrunnelser som er bygget på kjennskap til formel

Det er så mange som 19% av elevene som finner at esken rommer 16 klosser ved bruk av formelen for volumet av esken. Noen elever bruker begrepene som lengde, bredde og høyde i sine forklaringer, og andre innen denne kategorien bruker kun formel uten fyldige forklaringer. Elevtekst 22 er skrevet av en jente fra nord, og viser et eksempel der det virker naturlig for henne å bruke en formelstruktur, for å finne antall terninger det er plass til i esken.

Elevtekst 22: *Oppgave 6b*

b) Explain how you thought:

Because you times 2x2x4 = 16
and than is answer

Elevtekst 23: *Oppgave 6b*

b) Explain how you thought:

Length 1cm goes in 4cm = 4 times
haight 1cm goes in 2cm = x 2 times
bwidth 1cm goes in 2cm = x 2 times
16

I elevtekst 23, som er skrevet av en gutt fra vest, skriver i sin forklaring at det går 4 terninger (av 1 cm) på 4 cm i lengden, og tilsvarende 2 i høyden og 2 i bredden. Deretter multipliserer han 4x2x2 og får 16, som viser at han også har en formelstrukturert tankegang.

Elevtekst 24: *Oppgave 6b*

b) Explain how you thought:

If you thought it one cube is 1 by 1 that I will be able to put 2 in one column of 2cm in the ~~bree~~ length and breadth side. Calculation: 2×2×4 = Volume = 16 ÷ (1×1×1)
= 16

Enkelte elever har beregnet volumet for esken, for deretter dividert dette tallet med volumet av enhetsterningen. Dette krever noe mer utregning og krever noe større forståelse av begrepet volum.

For eksempel i elevtekst 24, der en gutt fra et sentralt strøk i Namibia viser gjennom sin forklarer at han "ser" 2 terninger i høyden ("*column"*), som utgjør 2 cm, og deretter fyller på med denne kolonnen av 2 terninger både i lengden og bredden. Deretter setter han opp formelen for volumet og finner 16. For å komme frem til antall terninger det er plass til i esken (16), deler han 16 (volumet av esken) på volumet av enhetsterningen. Eleven har ikke regnet med enheten for volum, og har ikke vist at volumene har samme måleenhet, men tatt dette for gitt. Det er også upresis bruk av likhetstegn i denne besvarelsen.

5.23.1.2 Begrunnelser der elevene fyller esken med et lag av terninger

Noen få elever fra populasjonen Na, viser at de bygger opp terningene i esken enten i horisontale lag, eller i vertikale lag. Disse begrunnelsene er mindre brukt i populasjonen Na i forhold til populasjonen No, men jeg vil ta med noen eksempler for å vise elevenes måte å tenke på.

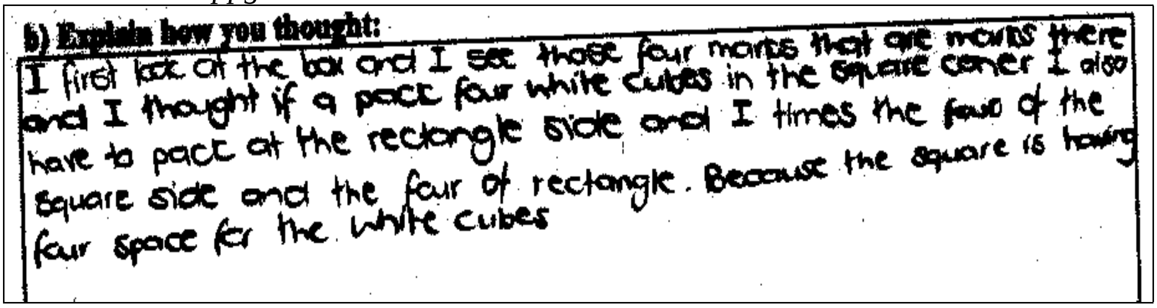
Elevtekst 25: *Oppgave 6b*

b) Explain how you thought:

Because if you divide the big box into ~~two~~ 8 little white parts each part will hold cubes-, so if you add together 8 cubes to the other 8 cubes, it will give you 16 little white cubes.

Denne eleven (jente) fra nord i landet (elevtekst 25), deler esken i to horisontale lag, der hvert lag inneholder 8 terninger. Deretter adderer hun de to lagene og finner at esken inneholder 16 terninger. Det kommer ikke frem av teksten hvordan hun finner 8 terninger.

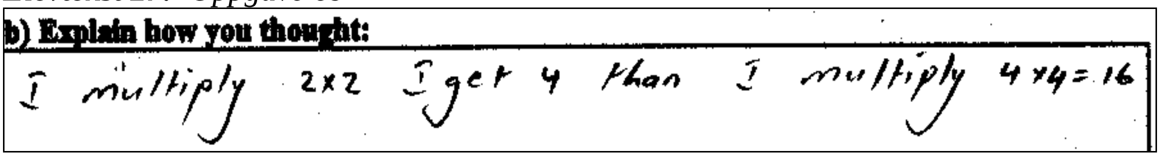
Elevtekst 26: *Oppgave 6b*


b) Explain how you thought:
I first look at the box and I see those four marks that are marks there
and I thought if a pact four white cubes in the square coner I also
have to pact at the rectangle side and I times the four of the
square side and the four of rectangle. Because the square is having
four space for the white cubes

Elevtekst 26 er skrevet av en jente fra vest, og teksten viser at hun ser på kvadratet i fronten av esken som rommer 4 terninger (2x2). Videre ser hun på langsiden av esken ("*rectangle side*"), og viser til 4 merker på denne siden, der det går 4 terninger, og multipliserer det vertikale laget (4 terninger) med 4 som er lengden av "*rectangle side*". Forklaringen er noe forvansket, også med upresise matematiske uttrykk, og forenklet kan det sies at hun tenker frontflaten x lengde for å finne hvor mange terninger det er plass til.

Gutten fra vest i Namibia (elevtekst 27), bygger også opp volumet ev esken vertikalt, men har en enklere tekst, basert på formelstrukturert tankegang, for å forklare hvordan han kom frem til svaret.

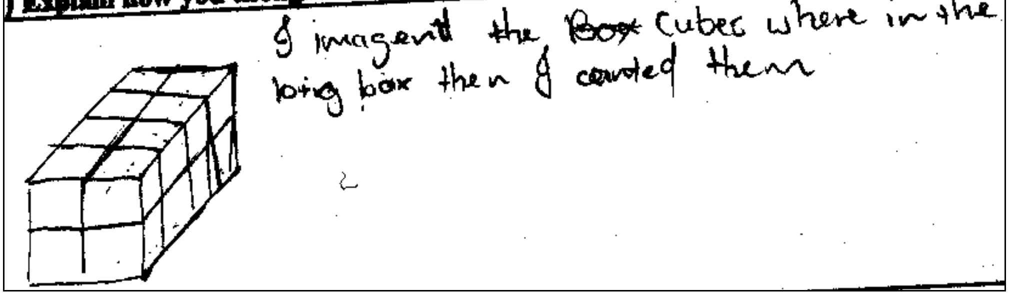
Elevtekst 27: *Oppgave 6b*


b) Explain how you thought:
I multiply 2x2 I get 4 than I multiply 4x4=16

5.23.1.3 Begrunnelser der elevene ser på geometrien til esken

Det er noen elever som ser på eskens geometri når de skal finne ut hvor mange terninger det går i esken. Denne gutten fra et sentralt strøk i Namibia (elevtekst 28), skriver at han kan tenke seg terningene i esken, og vi kan se at han har rutet opp esken i forhold til måltallene i oppgaven. Han har kommet frem til det korrekte svaret 16 terninger, og han har tydeligvis også talt opp terningene i bakkant av esken, som vi ikke kan se, og han viser derfor en god visuell forståelse av hvordan terningene er bygget opp i esken. Han skriver at han talte opp terningene, og viser følgelig ikke formelstrukturert tankegang.

Elevtekst 28: *Oppgave 6b*



Elevtekst 29: *Oppgave 6b*

Because it is 1cm and 4cm has also another equal part and so does 2cm and 2cm. A rectangle consist of two equal sides. Like these. This side was 4cm

which means that the other side will also be 4cm because it is an rectangle and the sidesare equal.

Denne jenta fra vest, i oppgavetekst 29, har også kommet frem til at det er plass til 16 terninger. Hun prøver å beskrive esken som et rett firkantet prisme (som hun kaller et rektangel), og sier at den lange siden av esken er 4cm, underforstått 4 terninger, og at det er likt på den andre siden på grunn av eskens utforming. Det er tilsvarende for 2cm og 2cm, som er lik på begge sider, og det er grunn til å tro at det siktes til både høyden og bredden. Det kommer ikke helt klart frem av teksten hvordan hun videre har tenkt, men det er mulig å tro at hun bygger opp volumet av esken med grupper av 4 klosser. Mulige varianter kan være grupper av 4 terninger i rekker slik som 4+4+4+4. Andre løsninger kan være at hun multipliserer rekkene med 4 terninger med 4 (4x4), eller at hun ser terningene gruppert i kolonner av 2 terninger, og tenker 2x4 + 2x4 = 16.

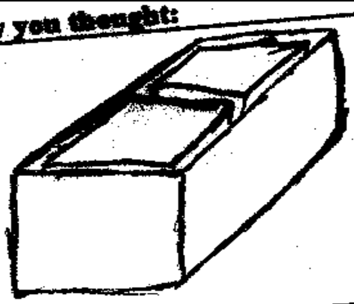
Elevtekst 30: *Oppgave 6b*

at One side there is 4 Cm and a Cube has 1 cm in each 4 side at one Side the Cube will fet 4 and otter is 4 and there will be a Side again 4 of them fit one Side and 4 of them one Side it gave you 16

Denne eleven (elevtekst 30), som er en gutt fra nord, tenker helt klart på terningene som rekker av 4 som går langs siden av esken. Han ser for seg 4 rekker av 4 terninger og får derfor 4+4+4+4 = 16 terninger til sammen.

Elevtekst 31: *Oppgave 6b*

ow you thought:



TWO CUBES WILL FIT INTO THE BIG BOX

Denne eleven (elevtekst 31), som er en gutt fra et sentralt strøk, kommer frem til at det kun er plass til 2 terninger i esken. Det kan være grunn til å tro at han har en visuell løsning og ikke har godt nok utviklet volumbegrep. Det er tydelig at han ikke har brukt målene på objektene, men kun sett på de faktiske størrelsene til objektene for å finne antall terninger i esken.

5.23.1.4 Begrunnelser der elevene ser ett lag med terninger

Elevtekst 32: *Oppgave 6b*

> I thought that 8 because 2 as length time 4 breth.

Denne eleven (jente) fra nord fyller ett lag med terninger i esken, og det er rimelig å anta at det er i bunnen av esken (horisontalt lag), fordi hun skriver lengde ganger bredde (2x4) og ikke nevner høyden. En forklaring kan være at hun ikke ser eskens høyde (den tredje dimensjonen).

Elevtekst 33: *Oppgave 6b*

> **b) Explain how you thought:**
> I culculate the shape and the size and I measue the cube and I saw tha as 1cm length going 2 times and in base 4 ~~add~~ to gether get 8 box.

I elevtekst 33 finner vi også en jente fra nord i Namibia som fyller ett lag i esken. Hun trekker inn både form, størrelse og måling av esken, og man kan se at hun angriper problemet ved å se på eskens geometri, dog uten å se på høyden. Hun finner at det går to terninger i lengden ("*2 times*"), hvoretter hun legger sammen ("*ad to gether*") disse terningene fire ganger for å få 8 terninger.

Elevtekst 34: *Oppgave 6b*

> **b) Explain how you thought:**
> I times 1cm x 2 b
> 1cm x 2 h and I again times 2 x 2 so I get
> 4 cm

Denne jenta fra vest (elevtekst 34) viser gjennom sin forklaring at hun fyller opp ett lag vertikalt i fronten av esken. Det vil si at hun ser 2 dimensjoner, der hun indikerer at det går 2 terninger (av 1cm) både i bredden og i høyden. Deretter multipliserer 2x2 for å komme frem til svaret 4cm. Hun glemmer den siste dimensjonen, og man kan ikke ut fra teksten finne ut hvorfor lengden har uteblitt. Eleven bruker også cm som enhet, noe som 14% av alle elevene brukte. Det er grunn til å tro at denne eleven har delvis utviklede begreper innen volum.

Elevtekst 35: *Oppgave 6b*

> The big boxes is 4 cm already and the small is one 4 smalls can feed in 4cm big one

Denne eleven (jente) fra sentrale strøk (elevtekst 35) viser til at esken er 4cm lang og at terningen er 1(cm). Hun konsentrerer seg kun om lengderetningen, og sier at 4 små (terninger) kan plasseres ("*feed*") i lengden av esken som er 4cm. Selve svaret blir oppgitt til "*4 cubes*", slik at hun bruker lengdeenheten i sin forklaring, men har riktig benevning i svaret.

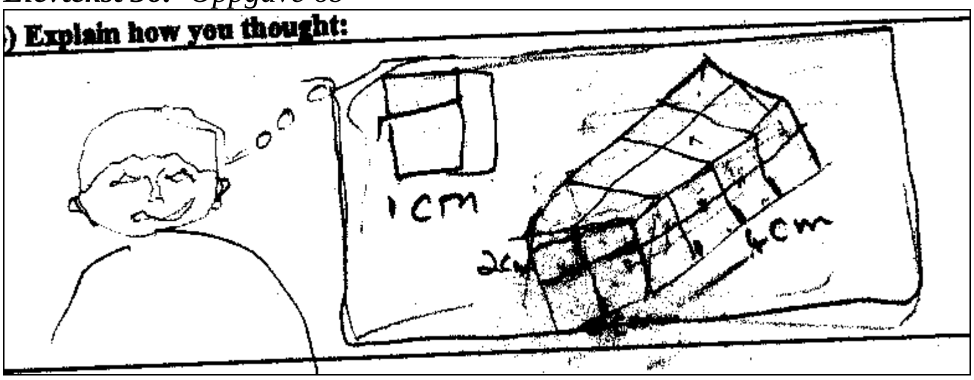
Det kommer heller ikke frem av teksten hvorfor hun ikke har sett bredde og høydedimensjonene. En forklaring kan være, slik som vi har sett fra elevtekst 31 (2 terninger), at terningen blir sammenlignet visuelt i forhold til esken, og følgelig ser ikke eleven at det er plass til så mange terninger i esken. Dette kan bli blandet sammen med lengdedimensjonen til både terningen og esken på en slik måte at hun finner ut at det går 4 terninger på 4cm langs den ene siden av esken, men at det ikke er plass til flere terninger i bredden og høyden.

5.23.2 Begrunnelser der elevene ser på sideflatene

Det viser seg at det er noen elever som har den misoppfatningen at de bruker sideflatene på objektene når de skal beregne hvor mange enhetsterninger det kan fylles opp i esken.

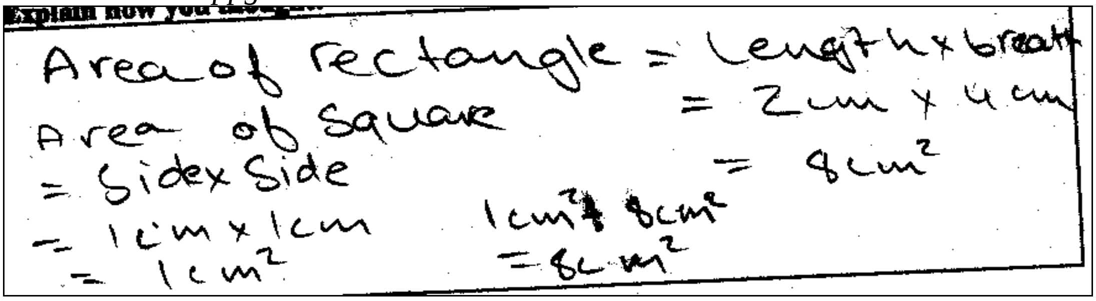
Enkelte elever er tydeligvis sterkere visuelt, og tegner opp esken, for å danne seg et bilde av hvor mange enhetsterninger det er plass til. Disse elevene ser ikke på volumet av esken, men betrakter kun den synlige overflaten av esken. Den mest hyppige løsningsstrukturen innen denne gruppen, er de elevene som ser på forholdet mellom en sideflate av esken i forhold til en eller to sideflater av enhetsterningen. Det finnes mange forskjellige tankemodeller, og jeg har tatt med noen eksempler på hvordan tre elever har valgt å begrunne svarene sine.

Elevtekst 36: *Oppgave 6b*



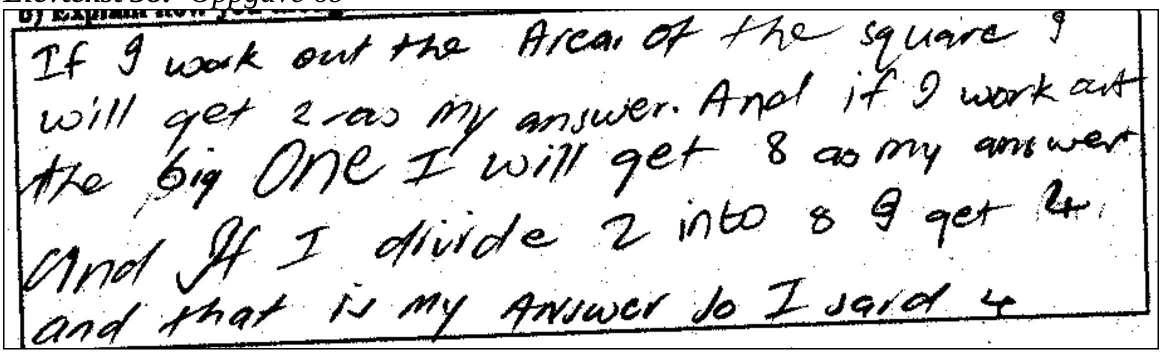
Denne gutten fra et sentralt strøk (elevtekst 36) har rutet opp esken slik at han har fått et visuelt bilde av problemet. Gutten har fått med alle tre dimensjonene, samt at esken også er korrekt delt opp horisontalt, slik at han har fått et bilde av hvor mange terninger det er plass til i esken, med de målene som er oppgitt. Eleven teller alle de synlige flatene til terningene i fronten, på høyre side og på toppen og finner til sammen 20 terninger. Dette betyr at det er noen terninger (hjørnene) som blir talt både to og tre ganger, mens de skjulte terningene ikke blir talt.

Elevtekst 37: *Oppgave 6b*


Area of rectangle = Length x breath
= 2cm x 4cm
= 8cm²
Area of square
= side x side
= 1cm x 1cm
= 1cm²
1cm² ÷ 8cm²
= 8cm²

Denne gutten fra vest (elevtekst 37) regner ut arealet av rektanglet, det vil si at han regner ut den ene sideflaten av esken, der han bruker lengde x bredde, fremfor lengde x høyde. Tilsvarende finner han arealet av terningen (side x side), for deretter å dividere arealene på hverandre. Bortsett fra at han bytter om dividend og divisor i regneoperasjonen, bruker han også enheten cm^2 i svaret. Eleven ser på forholdet mellom sideflatene til objektene for å beregne antall terninger som går i esken, og det er rimelig å anta at han har et mangelfullt utviklet volumbegrep.

Elevtekst 38: *Oppgave 6b*


If I work out the Area of the square I
will get 2 as my answer. And if I work out
the big One I will get 8 as my answer
And If I divide 2 into 8 I get 4.
and that is my Answer so I said 4

Dette er også en gutt fra vest (elevtekst 38), og han ser på arealet av terningen, men legger sammen måltallene på sidene av terningen (1+1) og får 2. Han beregner også arealet av siden av esken til å være 8 og finner deretter antall terninger til å bli 8/2 = 4. Denne gutten har også et mangelfullt utviklet volumbegrep og blander sammen areal- og lengdebegrepet.

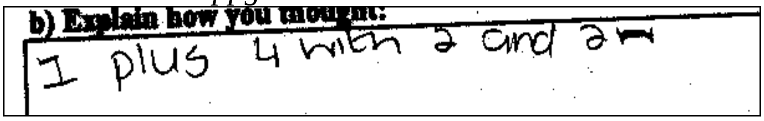
5.23.3 Begrunnelser der elevene ser på sidekantene av objektene

Det er noen flere elever fra populasjonen Na, og noen færre elever fra populasjonen No som gjør operasjoner på sidelengdene av objektene for å beregne antall enhetsterninger i esken. Disse elevene forholder seg kun til en dimensjon og greier ikke å se alle de tre dimensjonene på figurene.

Det også her en god del forskjellige tankemodeller som kommer frem, og jeg har valgt å dele hovedtypene av disse strukturene inn i tre forskjellige delkapitler. Dette kan være elever som ser på måltallene av esken og adderer disse, eller det kan være elever som ser på forholdet mellom måltallene på esken og enhetsterningen. Den siste varianten er der elevene kun ser på den ene sidelengden av esken, og mulig tenker seg terningene plassert langs denne siden.

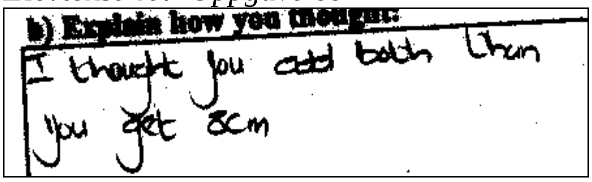
5.23.3.1 Begrunnelser der elevene summerer sidene på esken

Elevtekst 39: *Oppgave 6b*


b) Explain how you thought:
I plus 4 with 2 and 2

Denne eleven som er en jente fra vest (elevtekst 39) adderer måltallene på esken, og viser følgelig ikke et riktig volumbegrep. Dette i motsetning til de av elevene som bygger opp et volum i esken, enten ved bruk av formel, eller ved å betrakte terningene i forskjellige lag i esken.

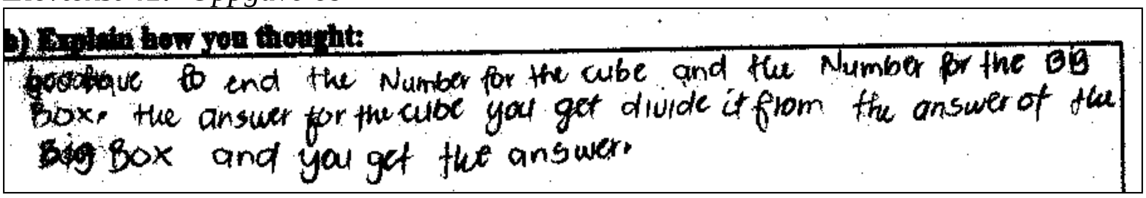
Elevtekst 40: *Oppgave 6b*


b) Explain how you thought:
I thought you add both than you get 8cm

Denne eleven (jente) fra et sentralt område i Namibia (elevtekst 40) skriver at hun adderer begge for å få 8cm. Det er uklart hva hun adderer, men det er mest sannsynlig at hun adderer lengden av esken som er 4cm. Det vil si 4cm + 4cm = 8cm. Det kan være grunn til å tro at hun tenker seg 4 terninger på begge sider av esken og adderer disse tallene. Hun viser også manglende forståelse av volumbegrepet, og bruker i tillegg også enheten cm i svaret som kan vise at hun tenker lengdeenhet og ikke volum.

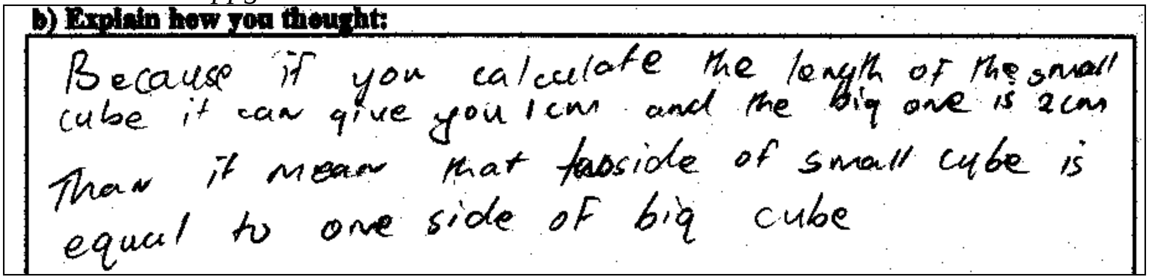
5.23.3.2 Begrunnelser der elevene ser på sidemålene på esken i forhold til sidemålene på terningen

Elevtekst 41: *Oppgave 6b*


b) Explain how you thought:
you have to end the Number for the cube and the Number for the BB box. the answer for the cube you get divide it from the answer of the Big Box and you get the answer.

Elevtekst 41 som er skrevet av en gutt fra nord, svarer 4 terninger (fra oppgave 6a) og bruker uttrykket "*to end the number*". Med det forstår jeg at han adderer de oppgitte måltallene på terningen og esken. Deretter dividerer han summen av måltallene for esken med summen av måltallene for terningen og får 4 (dvs. 8/2 = 4). Eleven er inkonsekvent i bruk av måltallene, fordi han bruker tre måltall på esken, og kun to på terningen i beregningen sin. Han ser esken i forhold til terningen, men ser kun en dimensjon og har følgelig ikke fullt utviklet volumbegrep.

Elevtekst 42: *Oppgave 6b*

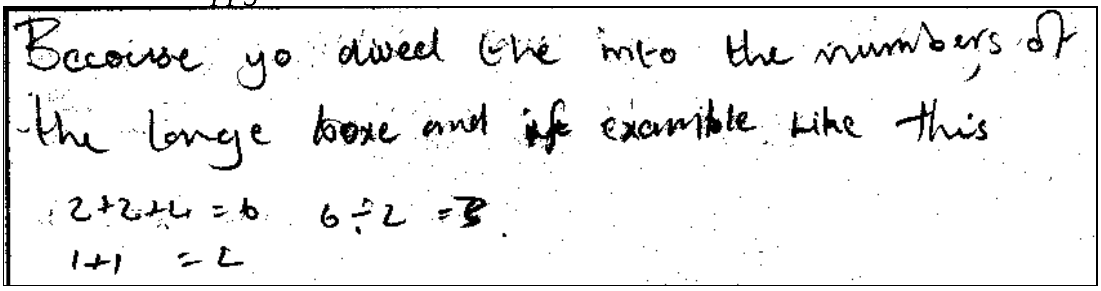

b) Explain how you thought:

Because if you calculate the length of the small cube it can give you 1cm and the big one is 2cm

Than it mean that ~~fa~~side of small cube is equal to one side of big cube

Denne teksten (elevtekst 42) er skrevet av en gutt fra vest, og han ser på lengden av esken (2cm) i forhold til lengden av terningen (1cm), og han finner at det går 2 sider av terningen på en side av esken, dvs. 2/1 = 2. Han ser heller ikke dimensjonene i esken og ser følgelig ikke forholdet mellom volumet av esken, sett i forhold til volumet til terningen.

Elevtekst 43: *Oppgave 6b*


Becouse yo dweed the into the numbers of the longe boxe and if example like this

2+2+2 = 6 6÷2 = 3

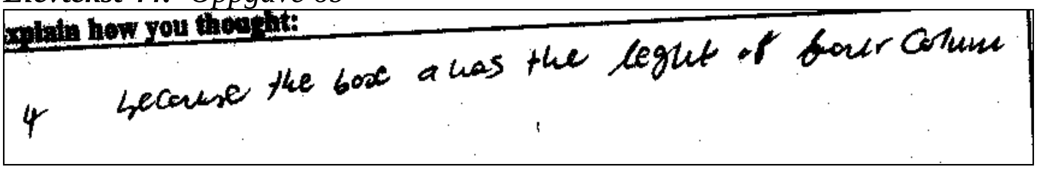
1+1 = 2

Denne gutten fra vest (elevtekst 43) ser også summen av måltallene i forhold til hverandre, men bruker her måltallene 2+2+2 for esken. Hvor det siste 2-tallet kommer fra er ikke lett å forstå, men kan være en feil, eller så adderer han tre av sidene i fronten av esken. På samme måte finner han "*the number*" for terningen som er 1+1 = 2. Han finner derfor at 6/2 = 3 terninger i esken. Han viser en måte å tenke på, der det er mangler i begrepsforståelsen av volum.

5.23.3.3 Begrunnelser der elevene plasserer terningene langs siden av esken

Noen elever ser kun på lengden (4cm) av den ene siden av esken, og på lengden av terningen. Disse elevene ser ikke på de andre målene på figurene.

Elevtekst 44: *Oppgave 6b*


xplain how you thought:

4 because the box a was the legth of four Colum

For eksempel denne gutten fra nord (elevtekst 44), som kun ser på lengden av esken og svarer at den har lengde 4. Det kommer ikke frem av teksten, men man kan anta at denne gutten ser 4 terninger som får plass på den ene siden av esken fordi lengden av terningen er 1cm.

5.24 Oppsummering fra oppgave 6

I hovedsak kan man si at det er til dels store forskjeller mellom populasjonene. Generelt sett har elevene fra populasjonen No i noe større grad et bedre utviklet volumbegrep, enten elevene har brukt formel, lagvis oppbygging av terningene, eller ved at de har sett på geometrien til esken (tabell 5.26). Videre kan man i den samme tabellen se at misoppfatningene der elevene fokuserer på areal eller sidelengdene for å beregne antall terninger som går i esken, er betydelig mer utbredt i populasjonen Na.

For å komme nærmere inn på hvordan elevene tenker, er det nødvendig å se på elevtekstene kvalitativt. Det viser seg at elevene tenker på mange ulike måter for å beregne antall terninger i esken, der det er tre hovedstrukturer som peker seg ut, nemlig volum-, areal-, og sidebetraktninger av objektene. Videre er det mange interessante understrukturer som kommer frem.

Michael Battista og Douglas Clements (1996) har publisert en undersøkelse om elevers løsningsstrategier og feil, der elevene skulle bestemme antall terninger i en tredimensjonal kloss. Problemet er her noe forskjellig fra oppgave 6 - esken, der man skal finne ut hvor mange enhetsterninger man kan fylle opp i en eske, men prinsippet for volumtenking er det samme. De kom frem til at elevene i hovedsak hadde 4 løsningsstrukturer, inkludert flere undergrupper. Disse løsningsstrukturene er i utdrag:

1. Elevene ordner terningene opp i organiserte lag.
   a. Beregner terningene i ett lag og multipliserer med antall lag. Dette kan være både horisontale og vertikale lag.
   b. Beregner terningene i ett lag, og adderer lagene. Dette kan være både horisontale og vertikale lag.

2. Elevene ser på terningene som om man fyller opp et volum, men ikke i lag.
   a. Teller terningene systematisk, også de man ikke ser, både innvendige og bakenforliggende.
   b. Teller opp usystematisk, ofte feil telling.

3. Elevene ser på overflaten.
   a. Teller undergrupper av synlige terninger, både i fronten, høyre siden og toppen. Det vil si alle synlige delflater.
   b. Teller alle terningene på de 6 sidene.
   c. Teller terningene i frontlagene.

4. Elevene bruker formel.

Det er 25% av elevene fra populasjonen Na og 48% fra populasjonen No (tabell 5.26), som kom frem til at det er plass til 16 terninger i esken og som har en rimelig forklaring på hvordan de kom frem til resultatet. Gjennom sine forklaringer tar mange av elevene utgangspunkt i bruk av formel (punkt 4 ovenfor), eller bruker andre forklaringsmodeller for å bygge opp et volum i esken (punkt 1 og 2a ovenfor). I tillegg til disse elevene, er det elever som ikke ser de tre dimensjonene i esken, men allikevel viser at de tenker volum. Det er sannsynlig at disse elevene har den misoppfatningen at de kun ser ett lag med terninger i esken, enten som et horisontalt eller et vertikal lag.

Elevene som bruker formel tenker i hovedsak på to måter. Den ene varianten er at de har utfyllende kommentarer der de argumenterer med hvor mange terninger det går i lengden, bredden og høyden i esken, før de multipliserer tallene (punkt 4 ovenfor). Den andre varianten er at de regner ut volumet av esken, for deretter å dividere med volumet av enhetsterningen for å finne antall terninger i esken. Enkelte beregner bare volumet av esken og oppgir svaret i cm^3. En mulig forklaringen på dette, kan være at elevene ser det som opplagt at det blir 16 terninger, siden enhetsterningen blir brukt.

En annen undergruppe av elever, bygger opp volumet enten som et horisontalt eller vertikalt lag i esken og får 16 terninger (punkt 1 ovenfor). Andre elever ser ikke den tredje dimensjonen, og fyller opp bunnen av esken med 8 terninger (2x4), eller det kan være varianter der elevene fyller opp ett vertikalt lag i fronten av esken, og finner 4 terninger (2x2). Hvorfor elevene kun fyller opp ett lag med terninger er ikke lett å forklare, men det er grunn til å tro at de ikke har utviklet et fullstendig begrep innen volum (delvis tilpasset under punkt 1).

De av elevene som ser på geometrien til esken bruker av og til tegninger for å illustrere hvordan de tenker. Det er grunn til å tro at disse elevene er sterkere visuelt. For eksempel den eleven som skriver i sin forklaring (elevtekst 30) hvordan han "ser" rader med 4 terninger på hver (lang)side, og hvordan disse radene fyller opp esken (punkt 1b ovenfor - addisjonsstrategi). Noen få elever ser ikke de oppgitte måltallene, men betrakter kun størrelsen på objektene bokstavelig (elevtekst 31), for å se hvor mange terninger som går i esken. Det er her sannsynlig at disse elevene ikke har fullt utbygget volumbegrep.

De av elevene som kun gjør beregninger på sideflatene på objektene, er det grunn til å tro har et delvis utviklet begrep innen volum. Disse elevene ser ikke den tredje dimensjonen i esken. En annen variant er elever som bare ser på hele overflaten av esken, for eksempel eleven som tegner opp esken, ruter den opp og teller alle synlige flater av terningene. Elevtekst 36 er et eksempel på punkt 3a, der eleven kommer frem til 20 terninger. Andre varianter kan være at elevene ser på forholdet mellom sideflatene på objektene.

Til slutt er det elevene som kun ser på lengden, eller betrakter sidene på objektene. Noen summerer de oppgitte måltallene på esken, andre ser hvor mange ganger siden av terningen går opp i en av sidene på esken for å finne antall terninger i esken. Disse elevene viser også en ufullstendig begrepsforståelse av volum.

En årsak til at elevene ikke har utviklet et godt nok volumbegrep, kan komme fra undervisningen, der det kan ha vært lite bruk av konkreter, bilder og figurer. Disse hjelpemidlene er viktige for å trene elevene til å se i 3 dimensjoner. Fra læreboken *Mathematics in context, grade 8,* er det kun arbeidet med geometri i planet, og ikke volumbetraktninger av romfigurer. Læreboken for grade 9, har ikke vært tilgjengelig.

6 Diskusjon av resultatene og konklusjoner

I dette kapitlet vil jeg se på resultatene fra de forskjellige emnene i lys av teorien, samt gi en konklusjon.

6.1 Innledning

Jeg har i større grad testet ut desimalbegrepet innen emnet *Tall* blant elevene fra populasjonen Na i denne undersøkelsen. Innenfor dette begrepet har jeg blant annet sett på posisjonssystemet, sammenhengen mellom brøk og desimaltall, desimaltall som en del av en hel, desimaltall på tallinjen, samt addisjon og sammenligning av desimaltall. I tillegg har jeg sett på divisjonsbegrepet innen emnet *tallregning*, høydebegrepet innen emnet *geometri* og til slutt volumbegrepet innen emnet *målinger og enheter*. Det har vært flere misoppfatninger som har vært fremtredende blant elevene fra populasjonene fra begge land, og som jeg vil diskutere idet følgende.

Det har vært forskjeller innen prestasjoner og misoppfatninger blant elevene, både innen regionene og språkgruppene fra populasjonen Na, der det blant annet viste seg at regionene Khomas (sentralt, med blanding av flere språkgrupper) og Oshana (i nord med tilhørende språkgruppe oshidonga) viste sterkere resultater og færre misoppfatninger, sett i forhold til de andre regionene og språkgruppene. Jeg har ikke sett på hvorfor disse lokale forskjellene har oppstått, fordi jeg har manglet utfyllende data og informasjon, men en faktor som allikevel kan være interessant, er at det i følge Namibiaforeningen i Norge er satt inn mange hjelpetiltak i skolen nord i Namibia, blant annet fra USA, Finland og Norge, noe som kan ha hatt betydning for de gode resultatene i nord. I diskusjonen rundt resultatene fra undersøkelsen har jeg behandlet elevgruppen fra Namibia som en gruppe (populasjonen Na).

6.2 Diskusjon av resultatene fra emnet TALL

Fra emnet *tall*, som var det mest omfattende emnet i denne undersøkelsen, har jeg sett på 10 oppgaver, hvorav elevene ble bedt om å begrunne svarene i 4 av dem.

6.2.1 Posisjonssystemet

Vårt tallsystem er bygget opp av et posisjonssystem, og dette betyr at det bidrag et siffer gjør til tallet bestemmes av sifferets plass, det vil si sifferets posisjon i tallet. For eksempel betyr sifferene 3 og 5 i tallet 35, 3 tiere og 5 enere. Alle posisjonssystemer har en bestemt basis, eller et bestemt grunntall, og i vår kultur har vi fra gammelt av brukt 10 som basis (dekadisk). Dette betyr for eksempel at $205 = 2 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$. (Andre posisjonssystemer kan være det binære (2), oktale (8), duodesimale (12), heksadesimale (16) eller det seksadesimale (60)).

Når elevene møter desimaltallene i undervisningen, må de nødvendigvis også utvide tallbegrepet som de har innen heltall, samt gjøre en utvidelse av posisjonssystemet. Elevene har ofte kunnskaper om skrivemåten til desimaltallene, men ikke meningsinnholdet knyttet til desimaltallene (Brekke, 1995b). I følge Piaget vil derfor elevene her måtte gå gjennom en akkommodasjonsprosess, og i denne prosessen kan det skje at elevene utvikler ufullstendige tanker knyttet til begrepene som kan føre til misoppfatninger.

I oppgave 1 har jeg har sett på forståelsen av posisjonssystemet innen heltall, fordi jeg ville undersøke hvor godt begrepsgrunnlag elevene hadde. Resultatene fra denne oppgaven viste at det var store forskjeller i prestasjonene mellom populasjonen Na og populasjonen No. Ut fra tabell 5.1 viste det seg at det var kun 63% av elevene fra populasjonen Na som svarte riktig på oppgave 1, mens det var hele 91% fra populasjonen No som viste at de forsto posisjonssystemet for heltall. Det var allerede her grunn til å tro at det ville bli store forskjeller mellom populasjonene innen begrepsforståelsen av desimaltall, selv om enkelte elever kan ha misforstått oppgaven på grunn av en oversettelsesfeil.

6.2.2 Diskusjon av resultatene der elevene ser på desimaltall som et par av naturlige tall

Den mest fremtredende misoppfatningen var der desimaltall blir sett på som par av to naturlige tall. I tabell 6.1 er det satt opp en oversikt over oppgavene fra emnet desimaltall, der denne misoppfatningen kom frem.

Tabell 6.1: *Sammenligning av responser fra begge populasjonene i %*

Oppgavene	Riktige besvarelser		Misoppfatningen der desimaltall blir sett på som par av to naturlige tall	
	Pop. Na	Pop. No	Pop. Na	Pop. No
3 - posisjonssystemet	51	73	21	9
4 - posisjonssystemet	12	47	66	39
12 - tallinjen	0	18	42	23
13 - addisjon	12	58	60	26
14 - addisjon	16	43	29	6
17 - sammenligning	23	83	52	7

Ut fra tabellen kan man se at det er prosentvis flere elever fra populasjonen No som har svart riktig på oppgavene innen desimaltall, samt at misoppfatningen er betydelig sterkere i populasjonen Na.

Det er viktig å se på hvordan misoppfatningen, der desimaltall blir sett på som et par av to naturlige tall, oppstår. Det er rimelig å tro at elevene møter desimaltallbegrepet i dagliglivet i begge kulturene fra Namibia og Norge, lenge før de møter begrepet i skolen, men det kan også diskuteres i hvilken grad elevene fra populasjonen Na har erfaringer med desimaltall. Dette kan være innen bruk av penger, eller ved målinger innen lengde, areal, volum eller masse. Elevene kan for eksempel erfare at det et helt antall kroner (eller $ i Namibia) på den ene siden av desimalkommaet, og et helt antall øre (eller cent) på den andre siden av kommaet. Andre erfaringer kan være at det er et helt antall meter og et helt antall centimeter, på hver sin side av kommaet når en gjør målinger.

Når desimaltall innføres er det ufamiliært stoff for mange elever, fordi de i skolen lærer om desimaltallet som *ett* tall som kan inneholde tideler, hundredeler osv., og ikke som par av to tall som de har en forestilling om. Elevene må nå utvide den grunnleggende talloperasjonen fra telling til måling. Tallområdet må utvides fra naturlige tall, til tall som ligger mellom de naturlige tallene, og dette betyr at addisjon ikke lenger er å telle videre på tallinjen, og at multiplikasjon ikke lenger er gjentatt addisjon. Måten man i dagliglivet leser desimaltallene på kan være med på å forsterke denne misoppfatningen, og for eksempel uttaler vi kr. 10,50 som *ti kroner og femti øre*, der sifrene etter desimalkommaet blir uttalt som et heltall.

Spesielt kan vi se på resultatene fra oppgave 12 - *desimaltall på tallinjen*, se at elevene fra populasjonen Na lite trolig har arbeidet med tallinjen i undervisningen. Det var så mange som 42% av disse elevene som mente at det ikke var noen tall mellom 0,47 og 0,48, og som tydelig viste at de enten betraktet 47 og 48 som heltallspar, eller at de har et desimaltallbegrep som kun inneholder 2 desimaler på grunn av erfaringer med penger. Det følger derfor ut fra denne tankegangen at det ikke er plass til flere tall mellom 0,47 og 0,48. Til sammenligning var 23% av elevene fra populasjonen No som hadde samme misoppfatning.

Elevene må her gjennom en akkommodasjonsprosess for å bygge opp en operasjonell kunnskap om de nye tallene, fordi når desimaltall innføres er dette et brudd på elevenes tidligere tallbegrep. Hvis dette stoffet undervises som om det var familiært, har ikke elevene annen utvei enn å prøve å plassere desimaltallene innenfor forståelsen av de naturlige tallene.

Hvis elevene viser en svak begrepsforståelse av posisjonssystemet for heltall, slik som elevene fra populasjonen Na viste i oppgave 1, vil det følgelig være vanskelig for disse elevene å forstå det utvidede posisjonssystemet. Dette viste seg i oppgavene 3 og 4 der prosentdelen av antall riktig svar gikk ned, men også i oppgavene 12, 13, 14 og 17. Disse resultatene stemmer godt med funn fra tidligere undersøkelser, blant annet gjennomført av Grossman (1983) og Rees og Barr (1984), at manglende forståelse av posisjonssystemet har vært en utslagsgivende faktor for at elevene skulle utvikle misoppfatninger innen desimaltall (Graeber, 1991).

Misoppfatningene kan oppstå på grunn av hvordan matematikken er organisert i skolen, og hvis man for eksempel i undervisningen innfører desimaltallene som kroner og øre (eller $ og cent), vil det være en mulighet for at elevene overgeneraliserer kunnskap fra heltall og oppfatter desimaltallene som par av hele tall. Misoppfatningene kan også forsterkes ved at læreren unngår å gi oppgaver der misoppfatningene leder til feil. For eksempel unngå multiplikasjonsstykker av typen 0,3•0,3, der mange elever med ovennevnte misoppfatning vil tro at svaret blir 0,9 fordi 3•3 = 9. Denne misoppfatningen vil ikke bli avslørt av oppgaver av typen 0,8•0,9 = 0,72.

Moloney og Stacey (1997) skriver om flere undersøkelser som ble gjennomførte blant elever fra Israel, Frankrike og USA, og som viste at elevene konstruerte feilaktige regler når de prøvde å assimilere ny kunnskap om desimaltall inn i hva de allerede visste om heltall, plassverdi og brøker. De brukte dette som eksempel for å forklare hvordan overgeneralisering av begreper innen heltall, posisjonssystemet og brøk kunne være årsaken til systematiske feil eller misoppfatninger.

Moloney og Stacey (1997) kategoriserte misoppfatningene i to aktuelle grupper: Innen *whole-number* regelen var det elever som systematisk valgte tallet med flest sifre etter desimalkommaet, som det største. Dette var elever som sa at 4,125 > 4,7, fordi 125 er større enn 7 (tilsvarende i oppgave 17). Desimaltegnet ble registrert, men kun som et tegn mellom to tall, og desimaldelen ble ofte lest som et heltall. Disse elevene resonnerte vanligvis med at lengre betyr større, og overgeneraliserte kunnskap fra heltall. Tilsvarende tankegang er det grunn til å tro ble brukt i oppgavene 13 og 14, der elevene skulle finne de to neste tallene, og viste misoppfatningen at de behandlet desimaldelen av tallet som heltall.

En av grunnene til at *whole-number* reglen oppstår, kan være at elevene har følgende forståelse av desimaltallene på tallinjen (figur 6.1, desimaltallene på tallinjen mellom 1 og 2):

Figur 6.1: *Tallinjen for elever som bruker **whole-number** reglen*

1 1,1 1,2 1,3 … 1,9 1,10 1,11 1,12 ………… 1,99 1,100 1,101 …..…. 1,999 1,1000 …..…. 2

Det kan være en mulighet at denne type tallinje oppstår i elevenes forklaringsmodell på grunnlag av hvordan desimaltall blir forstått av elevene i dagliglivet, eller fra skolen gjennom lærebøker og/eller undervisningen. Det er derfor grunn til å tro at elevene fra populasjonene Na og No, som viste misoppfatningen at desimaltall blir sett på som par av naturlige tall, brukte denne forklaringsmodellen slik som det kom frem fra analysen av de ovennevnte oppgavene. Disse elevene har følgelig ikke utviklet en operasjonell forståelse av posisjonssystemet innen desimaltall.

Ut fra *fraction* regelen valgte elevene tallet med færrest desimalplasser som det største. Disse elevene kunne relatere tallet etter desimaltegnet til brøker, men kunne ikke se alle de logiske konsekvensene av sine ideer, og kunne heller ikke se at ideene var logisk inkonsekvente. Grunnen til at elevene bruker *fraction* regelen, kan i følge Moloney og Stacey (1997) være at elevene har følgende forståelse av desimaltallene på tallinjen (figur 6.2, desimaltallene på tallinjen mellom 1 og 2):

Figur 6.2: *Tallinjen for elever som bruker **fraction** reglen*

1…..1,99999 1,0001 ……..1,9999 1,001 .. thousandths .. 1,999 1,01 .. hundredths .. 1,99 1,1 .. tenhts .. 1,9 2

De kan sammenligne tusendelsplassen med tidelsplassen, og deretter resonnere at tideler er større enn tusendeler. Det er mange lærere i følge Graeber (1991) som prøver å bygge forståelsen av desimaltall på forståelsen av brøk, og dette blir annet gjort i læreboken *Mathematics in context, grade 8*. Dette kan ha som konsekvens at et abstrakt begrep blir brukt for å tolke et annet abstrakt begrep, uten at elevene har utviklet brøkbegrepet i tilstrekkelig grad. Tallinjen i figur 6.2 kan da bli disse elevenes forståelse av tallinjen.

Denne forståelsen av tallinjen kan kanskje stemme med de funn som ble gjort i populasjonene Na og No. Noen av elevene hadde vanskeligheter med å forklare hvorfor 0,7 var det største tallet i oppgave 17 (se tabellene 5.17 og 5.18), men de av elevene som hadde en forklaring, så sannsynligvis på desimaltallene 0,649, 0,87 og 0,7 som brøkene 1/649, 1/87 og 1/7. Denne forklaringen kom ikke direkte frem i noen av tekstene, men kan ligge der underforstått fordi elevene kan sammenligne tusendelsplassen med tidelsplassen, og deretter resonnere at tideler er større enn tusendeler.

Gjennom andre undersøkelser, blant annet av Hiebert og Lefevre (1986), fant man at på grunn av studentenes manglende erfaringer med fysiske modeller innen posisjonssystemet, var reglene blitt memorert og isolert som egne prosedyrer, der elevene ikke visste hvorfor og hvordan reglene virket, og siden de ikke kunne knytte desimaltall opp mot noen praktiske eksempler, hadde de vanskeligheter for å kontrollere om svarene var logiske (Graeber, 1991).

Jeg vil henvise til Berit Tvedt som påpekte at det var viktig for lærerne å bruke praktisk undervisning, det vil si bruk av konkreter i undervisningen, slik at elevene kunne få hjelp til å bygge opp begrepene innen desimaltall ved hjelp av denne representasjonsformen for kunnskap. Det som det her siktes til, er praktiske målinger innen begrepene lengde, areal, volum, masse, tid etc. Hun har som tidligere nevnt hatt stor suksess med sitt undervisningsopplegg på en skole nord i Namibia.

For eksempel innen oppgave 5 (som ikke er blitt analysert), skulle elevene markere lengden av et belte (1 meter og 4cm) på en linjal med lengde 2 meter. Det var i underkant av 7% av elevene fra populasjonen Na som markerte riktig på linjalen (mot 67% fra populasjonen No), og dette kan være en indikasjon på at elevene ikke har arbeidet så mye med praktiske oppgaver. (Det må nevnes at teksten til oppgaven inneholdt mange ord, slik at elever med svake engelskkunnskaper kunne ha vanskeligheter med å forstå problemstillingen).

Piaget ser på læring som en prosess der elevene lærer gjennom en aktiv samhandling med andre individer og miljøet rundt eleven. Yngre barn bruker i større grad praktiske skjema for å koordinere ytre handlinger, og de lærer gjennom å manipulere og eksperimentere med objekter. Eldre barn bruker operative skjema for å generalisere rundt erfaringene, og språket får her en tilsynelatende større rolle i læringsprosessen. Gjennom utviklingsprosessen til elevene, er aktiv deltagelse nødvendig for å utvikle de kognitive strukturene der erfaringene blir organisert.

Ut fra Piagets teori kan det se ut som om misoppfatningene som har oppstått kan forklares gjennom hvordan matematikken er organisert i skolen, blant annet gjennom undervisningen og lærebøkene. Elevene kan ha fått begrenset mulighet til å samhandle med andre elever på grunn av undervisningsmetoden som vanligvis er blitt benyttet. Det kan også ha vært begrenset i hvilken grad elevene har hatt erfaringer med modeller som beskriver desimaltallene, og at elevene på denne måten har utviklet ufullstendige tanker knyttet til begrepene.

Hvis vi ser på hvorfor misoppfatningene er mer utbredt i populasjonen Na i forhold til populasjonen No, kan det her være flere årsakssammenhenger. En forklaring kan være at lærerne i Namibia mangler lærerutdanning slik som Carrigan (2000) hevder i sin undersøkelse, og som også blir bekreftet av Ministry of Basic Education and Culture (tabell 2.7). Generelt sett mangler det en god oppfølgingsrutine for motivasjon av lærerne i følge den regjeringsoppnevnte Kommisjonen, for eksempel innen etterutdanning. Til sammenligning er matematikklærernes fagbakgrunn i Norge sterkere på ungdomstrinnet (figur 2.2), samt at vi har et bedre utbygget etterutdanningstilbud.

Andre forklaringer kan I følge Carrigan (2000), være at lærerne i Namibia i svært liten grad bruker hjelpemidler eller konkreter i undervisningen. En årsak til dette kan være at mange skoler i de fattige strøkene mangler nødvendig utstyr for å drive en god undervisning. I tillegg hevder både Berit Tvedt og Noag Gaoseb at undervisningsmetoden ofte er tavleundervisning med enveiskommunikasjon fra lærer til elev, noe som medfører at elevene mister diskusjonsaspektet i undervisningen. Hvis vi også tenker på at mange av lærerne i Namibia heller ikke er godt nok kvalifisert i engelsk, er det rimelig å anta at det kan oppstå et kommunikasjonsproblem i klasserommet. Videre har Becki Newburn erfart gjennom sin praksis på en skole i nord i Namibia, at det var lite undervisning innen begrepet desimaltall, der en av grunnene til dette var at desimaltall ikke blir så mye brukt i det praktiske liv, bortsett fra ved bruk av penger. Det kan derfor generelt stilles et spørsmål i hvilken grad elevene fra populasjonen Na har erfaringer med desimaltall.

Hvis de ovennevnte forholdene kan være med på å danne et bilde av situasjonen i undervisningen, er det ikke urimelig å anta at elever fra populasjonen Na utvikler misoppfatninger innen begrepet desimaltall (eller innen matematiske emner generelt), og som kan være en forklaring på de utbredte misoppfatningene sett i forhold til populasjonen No.

Siden elevene ikke bruker morsmålet i undervisningen kan dette også være en faktor som bidrar til at elevene utvikler misoppfatninger. I hvilken grad engelsk som undervisningsspråk direkte eller indirekte kan bidra til at misoppfatninger utvikles, er vanskelig å uttale seg om på grunn av manglende data innen dette området. Min observasjon under gjennomgangen av oppgavebesvarelsene, var som tidligere nevnt, at elevene generelt hadde vanskelig å uttrykke seg skriftlig. Piaget hevder at kilden til tankene ikke er å finne i språket, men benekter ikke at språktilegnelse er viktig, fordi språket tillater barnet å få en dypere forståelse (Schwebel & Raph, 1974).

Hvordan elevene forstår muntlig engelsk har jeg ikke noe grunnlag for å uttale meg om, men vil nevne at lærernes engelskkunnskaper er i fokus, og er foreslått styrket gjennom lærerutdanningen og obligatoriske kurs i Namibia, blant annet som tidligere nevnt har Presidential Commission on Education, Culture and Training (1999) foreslått en utvidet lærerutdanning, samt at lærerne skulle bli testet for å inneha et tilstrekkelig nivå i engelsk og matematikk. Kommisjonen foreslår å sette som et krav at ingen skal få begynne på en lærerutdanning, verken lærerhøyskolen eller universitetet, før de har bestått en kunnskapstest i engelsk og matematikk.

6.2.3 Diskusjon av resultatene der elevene ser på desimalkomma som brøkstrek eller skilletegn

Ut fra elevenes begrunnelser fra oppgavene 10, 11 og 22, kan man se at det ligger mange tankemodeller bak svarene. Det har derfor vært nødvendig i noe større grad å se på besvarelsene kvalitativt, for å finne frem til de forskjellige tankemodellene som ligger bak elevenes begrunnelser.

I disse oppgavene er det nødvendig å ha kunnskap om brøkbegrepet og desimalbegrepet, og spesielt kunne forstå sammenhengen mellom brøk og desimaltall. I noen av oppgavene må elevene gjøre om brøk til desimaltall, og i denne prosessen er det nødvendig at elevene har en utvidet forståelse av de to begrepssystemene som er knyttet til hverandre. Brøk er ikke et isolert fenomen i matematikken, men forbundet med andre begreper innen heltall, desimaltall, prosent, sannsynlighetsregning osv. For å ha et fullverdig brøkbegrep er det derfor nødvendig å knytte de ulike begrepene sammen i en begrepsstruktur. Videre er begrepet brøk delt opp i flere underbegreper, og noen av dem er:

- kvotient
- del av en hel

Brøk som kvotient er et tall som fremkommer ved divisjon. Det kan for eksempel være aktuelt i oppgave 11 å se på brøken 1/3 for å finne kvotienten, for deretter å sammenligne denne med 0,33. Brøk som del av en hel beskriver seg fra et bestemt antall av en hel, der delene er like store.

I undervisningen skal elevene utvide sin tallforståelse fra heltallsystemet til rasjonale tall, og de skal lære om nye regnemetoder som gjelder for brøkregning. Elevene må i følge Piaget gjennom en akkommodasjonsprosess der de utvider sine eksisterende kunnskapsstrukturer eller skjema. I denne prosessen kan det oppstå misoppfatninger, fordi noen elever legger til grunn egne tolkninger basert på kunnskap fra heltall og danner derfor uferdige begreper. For eksempel vil noen elever se på brøk som et par med to tall og ikke som et forhold mellom to tall. Dette kan tyde på at elevene enda ikke har en operasjonell forståelse av brøk.

For å ha en operasjonell forståelse av brøk som en del av en hel er det nødvendig å forstå at (Indresæter, 1998):

- den hele delen kan sees på som delbar.
- den hele delen kan deles opp i et hvilket som helst antall deler.
- delene må fylle opp det hele.
- antall deler må nødvendigvis ikke passe til antall oppdelinger.
- delene må være like store.
- det hele er like stort som antall deler til sammen (evnen til konservasjon).

Den symbolske representasjonen med brøkstrek kunne kanskje for noen av elevene være vanskelig å forstå, fordi det i denne oppgaven har blitt brukt tegnet "/" og ikke den tradisjonelle brøkstreken "–", eller tegnene ":" eller " ÷ " som blir brukt i lærbokseriene. Dette kan ha skapt usikkerhet hos noen av elevene, samt ha medført at noen ikke har svart på oppgavene, selv om tegnet "/" skulle være kjent gjennom undervisningen i følge Noag.

Tabell 6.2: *Sammenligning av responser fra begge populasjonene i %*

Oppgavene	**Riktige besvarelser**		**Misoppfatninger der desimalkomma blir tolket som brøkstrek, eller skilletegn mellom teller og nevner**	
	Pop. Na	Pop. No	Pop. Na	Pop. No
10b - del av en hel	11	22	50	20
11b - brøk og desimaltall	2	12	11	12 [1)]
22b - del av en hel	5	42	16	0

1) Dette tallet har blitt hentet fra oppgave 15f Tall I. Se kapittel 5.5.1

Ut fra tabell 6.2, er det prosentvis svært få elever fra begge populasjonene som har en akseptabel forklaring på hvordan de kommer frem til riktig svar på disse oppgavene. Vi ser også at misoppfatningen der desimalkomma blir tolket som brøkstrek eller som skilletegn mellom teller og nevner, er prosentvis mer utbredt i populasjonen Na, bortsett fra i oppgave 11b.

Ser man på begrunnelsene for svarene 8,12 og 8,20 i oppgave 10b, samt svaret 1,2 i oppgave 22b fra populasjonen Na, ser man at en gruppe av elever bruker desimalkommaet som et skilletegn mellom teller og nevner, uten at de i begrunnelsen nevner brøk eller brøkstrek. En vanlig forklaring blant disse elevene er at de teller opp antall skraverte ruter og ikke-skraverte ruter (eller totalt antall ruter) og ser på tallene som et par av hele tall, der de bruker desimalkommaet som et skilletegn. Elevene som for eksempel svarer 8,12 kan vi si har en misoppfatning der teller står for antall skraverte deler, og nevner står for antall ikke-skraverte deler.

En annen gruppe med elever skriver for eksempel opp det riktige brøkuttrykket 8/20, og forklarer at når man skal skrive brøken som desimaltall blir dette 8,20. Tilsvarende finner vi fra oppgave 11b, der en gruppe elever skriver i sin begrunnelse at brøken 1/3 = 1,3. Fra elevtekstene ser denne sammenhengen naturlig ut for mange av elevene, der disse elevene tolker desimalkommaet som en brøkstrek, eller brøkstreken som et desimalkomma.

Kunnskap om brøk som en del av en hel er grunnleggende brøkkunnskap fra undervisningen, og mange elever forklarer riktig i elevtekstene at det er 8 av 20 ruter som er skravert (36% fra populasjonen Na) og skriver dette som brøken 8/20. Så langt har de begrepet "brøk som en del av en hel" riktig. Deretter er det flere av elevene som ikke regner ut kvotienten for å finne desimaltallet, men ser på teller og nevner i brøken som et par av hele tall, der brøkstreken blir tolket som et desimalkomma.

Hvis vi ser på Spearmans korrelasjonskoeffisient fra tabell 5.12 viser denne en høy korrelasjonen mellom elevenes riktige svar *0,4* og begrunnelsen for dette svaret i begge populasjonene (henholdsvis 0,881 (Na) og 0,742 (No)). Tilsvarende for svarkategorien *8,20* og begrunnelsen for dette svaret, men her var korrelasjonen noe lavere for populasjonen No (henholdsvis 0,879 (Na) og 0,662 (No)). Dette kan være en indikasjon på at det er et bedre samsvar mellom elevenes svar og begrunnelser fra populasjonen Na, og kan følgelig tyde på at misoppfatningen 8/20 = 8,20 i noe større grad er bedre innarbeidet for elevene fra populasjonen Na.

Det kan derfor tyde på at elevene med ovennevnte misoppfatning ikke har en operasjonell forståelse av sammenhengen mellom begrepene brøk og desimaltall, og i følge Piaget kan det derfor tyde på at elevene ikke fullstendig har utviklet begrepene innen disse emnene. Dette kan forklares ved at elevene mangler solide begreper for å ha en forståelse av desimaltall, og at elevene har begrensninger i muligheten av å knytte kunnskap de har innen heltall og brøk til forståelsen av desimaltall. Det kan derfor i følge Piaget virke som om elevene ikke fullt ut er utviklet innen det konkret operasjonelle stadiet.

Hvis vi ser på årsaken til misoppfatningene i Norge, vil jeg henvise til Kobberstad (1991) som i sin hovedoppgave hevder at misoppfatninger i matematikk konstrueres i stor grad gjennom undervisningen elevene får på skolen. Indresæter (1998) skriver i sin hovedoppgave at Kaarstein (1997) hevder at lærerne kan være grunnen til at misoppfatningene hos elevene oppstår, fordi lærerne selv har misoppfatninger. Man kan her trekke paralleller til den observasjonen som Becki Newburn og Berit Tvedt beskriver i de nordlige skolene i Namibia, der de hevder at lærerne har misoppfatninger og viderefører disse til elevene.

Andre forhold som kan spille inn, kan være at læreboken ikke blir brukt i undervisningen, slik som Berit Tvedt hevder skjer på enkelte skoler nord i Namibia. Hvis dette er tilfelle, kan dette være en av forklaringene på hvorfor enkelte misoppfatninger er sterkere blant enkelte elevgrupper fra populasjonen Na. Dette kan bety at lærere og elever har mindre muligheter for å avdekke misoppfatningene. På den annen side hevder Katonyala (1999) at lærerne i Namibia er sterkt lærebokavhengig, samt at de finner det vanskelig å tolke læreplanen som søker å legge vekt på å utvikle individuell tenkning hos elevene gjennom gruppeaktiviteter og diskusjoner. Dette kan bety, som også Ministry of Basic Education and Culture hevder, at det ligger en del utfordringer i å styrke lærerkreftene i Namibia.

Det er tidligere nevnt av Steinar Rustad, som nå arbeider med lærerutdannelse i faget matematikk nord i Namibia, at brøken 1/3 matet inn via brøkknappen i en type lommeregnere blir til 1⌟3 i displayet, som sannsynligvis blir tolket som 1,3 av elevene. Jeg har forelagt problemet til en av mine medstudenter, Aleksandr Rødsten [4)], og han hevder at det finnes en type kalkulator som ble produsert i Sovjetunionen i 1987 og som ble gitt til mange afrikanske land. Denne typen har betegnelsen ELORG-71 og er basert på solcellebatterier. Rødsten nevner at ELORG-71 har definert brøkstreken som liten hake "⌟" i displayet, og det kan være grunn til å tro at dette forholdet også kan være en av kildene til at misoppfatningen 1/3 = 1,3 har oppstått.

6.2.4 Andre misoppfatninger fra emnet TALL

En vanlig misoppfatning er der elevene sier at 1/3 = 0,33. Det kan være grunn til å tro at denne misoppfatningen er mye brukt i undervisningen, siden det var så mange elever fra begge populasjonene som valgte dette svaralternativet. Det kan være flere grunner til at denne misoppfatningen kommer frem, for eksempel hvis man i undervisningen har arbeidet med desimaltall representert ved kroner og øre, eller meter og centimeter og brukt to desimaler. Elevene kan da få den forestillingen at desimaltall har to desimaler.

En annen grunn kan være at læreren konsekvent bruker to desimaler på operasjoner innen desimaltall. Hvis vi ser på elevtekstene fra Namibia, så kommer det frem at de av elevene som regner ut 1/3 • 100 (i regneprosessen gjør om begge tallene til prosenttall for å sammenligne dem), skriver svaret som 33,33. Tilsvarende for de som regner ut 1/3 og tar med flere desimaler (0,33333333), men skriver at de bare kan bruke to desimaler og finner at 1/3 = 0,33. Andre igjen er påståelige og konstaterer at 1/3 = 0,33.

Det er til en viss grad naturlig å finne de samme type misoppfatningene fra de forskjellige populasjonene når vi ser på flervalgsoppgavene, men hvis vi ser på de åpne oppgavene er det flere misoppfatninger som kommer frem fra populasjonen Na, og som ikke viser seg blant elevene fra populasjonen No. Det er hele 37% av elevene fra populasjonen Na i oppgave 22b som gir begrunnelser i de kategoriene der de norske elever ikke avgir svar (tabell 5.13).

Hvis vi ser på disse forholdene fra oppgave 22b, er det mange av elevene fra populasjonen Na som utrykker den skraverte delen av rektanglet som en brøk. Den mest vanlige oppfatningen er at de ser på den som en halvpart og forklarer at den skraverte delen er lik en 1/2. Andre uttrykker brøken 1/2 som et desimaltall, men forklarer at det blir lik 1,2

[4)] Aleksandr Rødsten tar per i dag (våren 2001) hovedfag i realfagdidaktikk. Han underviser i matematikk i kursene 2MX og 3MX. Tidligere har han arbeidet som reiseleder i Sovjetunionen, og ble der oppmerksom på ELORG-71.

fordi det er 1 av 2 deler som er skravert. De som svarer 2/1 sier at rektanglet består av 2 deler, derav 1 del som er skravert. Til slutt er det en gruppe elever som mener at de skal utføre en måling og finner at den skraverte delen er 4,6cm. Noen svarer med desimaltallet 0,75 eller brøken 3/4, og disse elevene deler rektanglet opp i 4 deler.

Andre svar kan være brøken 1/1, der elevene begrunner at 1 del er skravert og 1 del som ikke er skravert. Dette kan sammenlignes med de som har den misoppfatningen at teller står for antall skraverte deler, og nevner står for antall ikke-skraverte deler.

Det kan tyde på at disse elevene er svært usikre på hvordan man skal uttrykke den skraverte delen som en del av en hel som desimaltall, og har tydeligvis ikke utviklet en operasjonell forståelse av desimaltall som symbol for del av en hel. Mange av elevene i denne kategorien som svarer med et desimaltall, viser misoppfatningen der brøkstreken blir tolket som et desimalkomma eller som et skilletegn mellom teller og nevner. Andre utfører en måling eller kan misforstå oppgaven, mens andre igjen svarer med en brøk, men ikke med den riktige brøken 2/3. Jeg vil vise til det Becki Newburn skriver:

I don't remember teaching much about decimals. I believe that they didn't have much, if any practice, in shading to represent a quantity. This task would be difficult for most students who had no prior exposure.

Dette kan være en av forklaringene på at det var så få elever fra populasjonen Na som ga en riktig begrunnelse på oppgave 22b (kun 5%). Oppgaven kan ha vært for vanskelig i forhold til den erfaringen de har hatt, fordi det var så mange som 37% av elevene som brukte brøk eller målinger, samt at det var nesten 58% som ikke svarte eller hadde svar som ikke kunne kategoriseres. Tilsvarende tall for populasjonen No var 42% med riktig svar, og 50% som ikke svarte eller hadde svar som ikke kunne kategoriseres.

6.3 Diskusjon av resultatene fra emnet TALLREGNING

Oppgave 23 ble valgt for å teste elevenes forståelse av regneoperasjonene, og det kom frem at det er mange elever som inverterer operasjonen i oppgave 23b og svarer 25/3. Disse elevene viser den misoppfatningen at et lite tall ikke kan deles på et stort tall, og denne misoppfatningen er prosentvis sterkere i populasjonen No enn i populasjonen Na (se tabell 6.3). Det er grunn til å tro at årsaken til at elevene inverterer 3/25 er at de overgeneraliserer kunnskap fra heltallsdivisjon.

Det er flere elever fra begge populasjonene som bruker den kommutative loven på divisjon, og grunnen til dette kan være at de overfører kunnskap om den kommutative loven innen addisjon og multiplikasjon til divisjon. Denne misoppfatningen er omtrent like utbredt i begge populasjonene. Videre ser vi fra tabell 6.3 at elevene fra populasjonen No skårer prosentvis bedre innen kategorien riktig svar. Elevene fra populasjonen Na har prosentvis færre misoppfatninger innen disse 2 typer misoppfatninger, men har på den annen side forestillinger som blant annet viser ufullstendige begreper rundt bruk av regneoperasjonene, for eksempel er det så mange som 11% (tabellene 5.19 og 5.20) som enten adderer eller subtraherer tallene. Det er ingen fra populasjonen No som velger disse svaralternativene.

Hvis vi ser på Spearmans korrelasjonskoeffisient i tabell 5.21 viser den en høy korrelasjonen (0,758 (Na) og 0,757 (No)) mellom svarkategoriene i oppgavene 23a og b, der elevene viser misoppfatningen at divisjon er kommutativ. Dette betyr at misoppfatningen i stor grad blir brukt konsekvent av elevene fra begge populasjonene.

Tabell 6.3: *Sammenligning av responser fra begge populasjonene i %*

Oppgavene	**Riktige besvarelser**		**Misoppfatningen der et lite tall ikke kan deles på et stort tall**		**Misoppfatningen der den kommutative loven blir brukt innen divisjon**	
	Pop. Na	Pop. No	Pop. Na	Pop. No	Pop. Na	Pop. No
23a - 7 biletter for 35£	41	75	-	-	9	10
23b - 25 halsbånd veier 3 kg	16	28	32	53	10	11

Når det gjelder kunnskap om divisjon, kan man si at en side er å kunne utregningsmetoder for divisjon, mens det å vite når en skal dividere i en praktisk situasjon er en annen side av den matematiske kompetansen. Gard Brekke (1998) deler den matematiske kompetansen i to:

Figur 6.3: *Matematisk kompetanse*

Begge sidene er nødvendig for å ha divisjonskunnskap, og med problemløsningskompetanse menes både begrepsforståelse og erfaring i å finne løsningsstrategier. Elevene bygger vanligvis forståelsen av divisjon på erfaringer med rettferdig deling mellom et antall personer, og denne operasjonen er følgelig introdusert ved hjelp av enkle tankemodeller. Når elevene møter problemoppgaver som skiller seg ut fra oppgavene som kan løses ved hjelp av enkle tankemodeller, er det nødvendig at elevene utvider og tilpasser de allerede eksisterende skjema til den nye situasjonen. Det er da nødvendig at undervisningen retter seg inn mot den prosessen der elevene må utvide sitt begrep. Det kan derfor tyde på at elevene fra begge populasjonene ikke i tilstrekkelig grad har vært gjennom denne prosessen, og har derfor utviklet ufullstendige tanker til begrepet divisjon.

Det kan være grunn til å tro at problemløsning er blitt noe mindre vektlagt i undervisningen av de to kompetansene, siden det var prosentvis få elever med riktig svar fra begge populasjonene i oppgave 23b. Det er mulig at elevene prøver å bruke de enkle tankemodellene fra erfaringene de har med heltallsdivisjon, og viser blant annet misoppfatningen at et lite tall ikke kan deles på et stort tall. Andre elever kan av forskjellige grunner mene at rekkefølgen på tallene i divisjonen ikke har noen betydning.

De av elevene som bruker den kommutative loven på divisjon, kan kanskje trekke med seg kunnskap fra operasjonene innen addisjon og multiplikasjon. Den første oppgaven (23a), er av en type som man oftere møter i dagliglivet og faller derfor lettere ut. Hvis lærebøkene inneholder få tekstoppgaver med divisjon, der divisor er større enn dividenden, er det mulig at elevene vil møte på en utfordring når de skal velge rekkefølgen på tallene i en divisjonsoppgave av den typen som de gjør her. Lærebøkene kan også presentere oppgaver der dividenden står først i en tekstoppgave, og ut fra denne erfaringen kan elevene ha utviklet forestillingen at dividenden kommer først i tekstoppgaver.

6.4 Diskusjon av resultatene fra emnet GEOMETRI

Fra emnet *geometri* har jeg valgt oppgave 8, der elevene skulle tegne høyden i trekanten, og jeg har i tabell 6.4 presentert noen aktuelle svarfrekvenser fra oppgaven.

Tabell 6.4: *Sammenligning av responser fra begge populasjonene i %*

Oppgave	**Riktig besvarelse**		**Misoppfatningen der høyden er tegnet normalt på en horisontal linje**	
	Pop. Na	Pop. No	Pop. Na	Pop. No
8 - høyden i trekanten	32	50	2	11

Det var også i denne oppgaven prosentvis flere fra populasjonen No med riktig besvarelse. En type misoppfatning som kom frem, og som var tydeligst i populasjonen No, var der elevene tegnet høyden normalt på en horisontal linje. Elevene fra populasjonen Na hadde andre typer forestillinger der de tegnet en eller flere linjer parallelt til en eller flere av sidene i trekanten, eller at de tegnet en helt ny trekant.

En forklaring for at ovennevnte misoppfatningen kan oppstå er at elevene har en begrenset visuell erfaring med figurer fra lærebøkene og undervisningen. Disse figurene er ofte presentert med en av sidekantene horisontalt, der høyden er tegnet vinkelrett på denne linjen, noe som kan bety at elevene får et mangelfullt utbygd høydebegrep. For eksempel fra lærebokserien *Origo* (Martinsen & Pedersen, 1988) er dette en typisk presentasjon, mens fra lærebokseriene *Mathematics in context* (Westhuizen, 2000) og i noen grad fra *Namibian mathematics* (Suffolk, 1993), har man rotert trekantene i presentasjonene.

Det kan være mulig i følge Piaget, at elevene ikke har utviklet fullstendige tanker knyttet til høydebegrepet i trekanter på grunn av at de i utilstrekkelig grad har vært aktive i læringsprosessen. Det kan derfor i for liten grad ha blitt tilrettelagt læringsaktiviteter der elevene kunne eksperimentere, utforske og oppdage løsninger for at de selv skulle kunne utvide sine kognitive strukturer. Hvis vi ser på stadieteorien er det grunn til å tro at elevene ikke fullt ut har utviklet evnen til transitivitet i det konkret operasjonelle stadiet, som betyr at elevene ikke gjenkjenner trekantens egenskaper selv om trekanten blir rotert.

Disse betraktningene gjelder også elevene fra populasjonen Na, der elevene hadde en misoppfatning om at høyden i trekanten var en eller flere linjer parallell til en av sidene (6%), eller der de tegnet en helt ny trekant (17%). Det kan også ha vært vanskelig for mange av elevene å forstå oppgaveteksten, eller at de som tidligere nevnt, ikke har gjenkjent den roterte trekantens egenskaper, siden det var så mange som 37% fra populasjonen Na, og 28% fra populasjonen No som ikke svarte, eller hadde svar som ikke kunne kategoriseres.

6.5 Diskusjon av resultatene fra emnet

MÅLINGER og ENHETER

Fra *målinger og enheter* har jeg sett på oppgave 6, og det er her tre overordnede forhold som peker seg ut som alle er knyttet til hvordan elevene fyller opp terningene i esken. Det kan enten være formelbaserte forklaringer, eller forklaringer der elevene ser på sideflatene av objektene, eller der elevene ser på sidekantene av objektene. Dette er forklaringer som blir hyppig brukt i begge populasjonene. Det er også prosentvis store grupper som ikke har svart, eller har avgitt forklaringer som ikke lot seg kategorisere.

For å få et oversiktsbilde har jeg også sett på de forskjellige svarfrekvensene fra oppgave 6b, der elevene begrunner svarene i oppgave 6a. Det viser seg at elevene fra populasjonen No skårer 48% i kategorien riktig svar, mot 30% fra populasjonen Na. Dette gjelder enten elevene har brukt formel, lagvis oppbygging av terningene (horisontalt eller vertikalt), eller sett på geometrien til esken (tabell 6.5).

Hvis vi ser på Spearmans korrelasjonskoeffisient i tabell 5.23 viser den en høy korrelasjonen mellom elevsvarene fra kategorien *riktig svar* i oppgave 6a1 og riktig begrunnelsen for dette svaret i oppgave 6b for populasjonen Na (0,768), men ikke for populasjonen No (0,471). Dette kan bety at elevene fra populasjonen Na i større grad har greid å begrunne hvordan de har kommet frem til 16 terninger i esken.

Tabell 6.5: *Sammenligning av responser fra begge populasjonene i %*

Oppgave	**Riktig besvarelse**		**Misoppfatningen der elevene utfører operasjoner på sideflatene av objektene for å beregne volumet**		**Misoppfatningen der elevene utfører operasjoner på sidekantene av objektene for å beregne volumet**	
	Pop. Na	Pop. No	Pop. Na	Pop. No	Pop. Na	Pop. No
6b - esken	30	48	8	5	12	3

Videre ser vi fra tabellen at det er prosentvis flere elever fra populasjonen Na som har misoppfatninger når de skal beregne hvor mange terninger det er plass til i esken. En av grunnene til at disse misoppfatningene oppstår, kan være fra undervisningen. Hvis man presenterer de tredimensjonale objektene som figurer på tavlen, eller som oppgaver fra læreboken, kan det være vanskelig for noen av elevene å se alle de tre dimensjonene. Disse vil kun betrakte to dimensjoner, og som en følge utføre operasjoner på sideflatene for å beregne volumet av objektet. Det kan være grunn til å tro at elevene lettere bygger opp begrepet volum ved å betrakte eller arbeide med fysiske modeller i undervisningen.

For å forstå begrepet volum, er det nødvendig å forstå at volum er et mål for hvor mye et legeme rommer, og hvis man bygger opp esken av enhetsterninger, så er eskens volum lik volumet av enhetsterningene. Når elevene er kommet til det konkret operasjonelle stadiet, utvikler elevene evnen til reversibel tenkning som nevnt i kapittel 3.3. De kan nå få evnen til konservasjon, der han eller hun forstår at et volum er bygget opp av enhetsterninger tilsvarende volumet av terningene til sammen. Guri Nortvedt (1998) diskuterer dette i sin hovedoppgave, der hun blant annet reiser spørsmålet om det er nødvendig med fullt utviklet forståelse av konservering og transitivitet for å ha et godt utbygget volumbegrep.

Hvis vi ser på elevene som har fått riktig svar, men som har bygget opp volumet i esken lagvis, eller ser på geometrien til esken, så er det grunn til å tro at disse bruker en eller annen form for telling eller multiplikasjonsstrategi for å komme frem til 16 enhetsterninger i esken. Når man ser på disse elevenes volumbegrep i forhold til Piagets stadier, er det grunn til å tro at disse elevene er på det konkret operasjonelle stadiet og er i ferd med å utvikle evnene konservasjon og transitivitet. De av elevene som har beregnet volumet av esken ved hjelp av formler, er det grunn til å tro har kommet lengre i sin forståelse av volumbegrepet.

Et forhold som ikke er tatt med i tabell 6.5, er elevene som bare ser *ett* lag med terninger og som kommer frem til at det går 8 eller 4 terninger i esken. Det kommer frem at noen av disse elevene fyller opp bunnen av esken med 8 terninger ved hjelp av forskjellige tankemodeller. De som får 4 terninger velger å betrakte fronten av esken (2x2). Disse elevene ser ikke den siste dimensjonen, det vil si høyden eller lengden av esken. Det er grunn til å tro at disse elevene viser et delvis utviklet volumbegrep, der de er i ferd med å utvikle volumbegrepet og kan følgelig ha en delvis utviklet evne til reversibel tenkning.

De av elevene som ser på sideflatene av esken bruker en strategi der de tegner esken, ruter den opp, for så å telle opp antall ruter som de ser på overflaten av esken. Andre elever ser på forholdet mellom arealene av sideflatene på esken og enhetsterningen, for å komme frem til svaret. Noen av elevene ser bare på måltallene på esken, eller ser på forholdet mellom sidekanten(e) av eskene og sidekanten(e) av enhetsterningen. Det er grunn til å tro at elevene som ser på sideflatene og sidekantene, eller forholdet mellom disse, viser et delvis utviklet volumbegrep. Det kan virke som om disse elevene ikke har utviklet evnen til transitivitet, eller evnen til reversibel tenkning, og sett i forhold til Piagets stadieteori er det grunn til å tro at undervisningsstoffet har kommet for tidlig i forhold til disse elevenes utvikling.

Battista og Clements (1996) (se også kapittel 5.24), mener at elevene går gjennom forskjellige utviklingsnivåer der de først ser på overflaten av romfigurer for å beregne volumet. De sammenligner elevene med barn som skal tegne en tredimensjonal figur, men kun tegner den i planet fordi barnet på dette tidspunktet ikke har utviklet evnen til å se i tre dimensjoner. Deretter beveger elevene seg mot strategier der de fyller opp et volum ved hjelp av å telle enhetsterningene, men også de terningene man ikke ser. Disse elevene har nådd et nivå der de viser en visuell realisme, det vil si at de kan tegne og tenke i tre dimensjoner. Deretter vil elevene nå et nivå i utviklingen der de ordner enhetsterningene i systematiske lag, for til slutt å nå nivået der de bruker formel for å finne volumet av esken og viser derfor et utviklet begrep innen volum.

Hvis man knytter diskusjonen opp mot Piagets stadieteori, er det derfor grunn til å tro at elevene er på forskjellige stadier, eller på forskjellig nivåer innen enkelte stadier, og jeg skal i det følgende se mer detaljert på Battista og Clements modell. De trekker frem forklaringsmodeller for elevenes oppbygging av tredimensjonale objekter som harmonerer med Piagets ideer. De skriver at når elevene i en undervisningssammenheng møter tredimensjonale objekter for første gang, sanser de formen, men uten å få et overblikk over flatene. Det vil si at de oppfatter formen til objektet som et sett av ukoordinerte bilder.

Denne forklaringsmodellen passer til de av elevene som betrakter sidekantene eller sideflatene til objektene. Hvis man i undervisningen introduserer stoffet om tredimensjonale objekter som familiært når det for elevene er ufamiliært, kan dette medføre at det bare er kunnskapens ytre form som læres. Elevene vil forholde seg til sideflatene eller sidekantene i objektene som de kjenner til gjennom tidligere kunnskap og utøve operasjoner på disse. Det er grunn til å tro, etter Battista og Clements forklaringsmodell, at elevene i denne kategorien kan være i en overgangsfase mellom det preoperasjonelle og det konkret operasjonelle stadiet, fordi elevene ikke har utviklet evnen til reversibel tenkning.

Senere i utviklingen, i følge Battista og Clements, vil elevene konstruere begreper om enkeltflater, og deretter vil de bli i stand til å samordne eller koordinere flatene for å bygge opp begreper innen volum. Dette kan være elever som bygger opp ett lag med enhetsterninger, enten i fronten, sideflaten eller bunnen. Disse elevene ser ikke den tredje dimensjonen, men er i ferd med å bygge opp et begrep innen volum. Det er grunn til å tro at disse elevene tenderer mot det konkret operasjonelle stadiet, fordi det virker som om de er i ferd med å utvikle evnen til konservasjon.

Det neste nivået til Battista og Clements vil være der elevene ordner terningene opp i organiserte lag, og ved forskjellige strategier kommer frem til et riktig antall terninger. Det kan være grunn til å tro at disse elevene er på det konkret operasjonelle stadiet, fordi de har evnen til å organisere enhetsterningene i lag, for deretter gjennom multiplikasjons- eller addisjonsstrategier å fylle esken med disse lagene.

6.6 Utdanningstradisjonen, intervju med Noag Gaoseb

Når det gjelder lærernes utdanningsbakgrunn i Namibia, skulle lærerne i Junior Secondary ha 12 års skolegang, samt 3 år lærerhøyskole, mens lærerne i Senior Secondary skulle ha sin utdannelse fra universitet. Situasjonen er midlertidig den at det er kun 19% av matematikklærerne som har mer enn 2 års utdannelse, utover 12 års skolegang (Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia, 1999). Noag Gaoseb hevder at en av grunnene til at det ikke er nok kvalifiserte matematikklærere i Namibia er Aids-epidemien, der mange lærere blir syke og dør, samtidig med at det er vanskelig å rekruttere studenter til matematikk- og naturfagstudiene. Flesteparten av de lærerne som er ferdig utdannet har sin fagbakgrunn innen religion, samfunnsfagene og språk, og følgen blir at netto antall matematikklærer i Namibia går ned.

I dag blir det brukt tradisjonell undervisning slik som klasseromsundervisning i Namibia, der læreren står for det meste av "konversasjonen". Etter Noags observasjoner følger læreren i stor grad læreboken, og dette kan være en faktor som bidrar til at elevene ikke får variert begrepsoppbyggelsen. Noags uttalelser blir støttet av Katonyala (1999), der hun hevder at lærerne i Namibia er sterkt lærebokavhengig.

Det kan være forskjell i synet på hvordan lærebøkene blir anvendt på de forskjellige skolene, og ovennevnte uttalelser kan sees i sammenheng med hva Berit Tvedt har observert, der lærebøkene blir stuet bort på enkelte skoler, fordi lærerne er for stolte til å bruke lærebøkene og har holdninger som henger igjen fra kolonitiden.

Noag kommer inn på en annen faktor som har betydning for begrepsdannelsen hos elevene, og det er språket. Undervisningsspråket er engelsk, men elevene bruker morsmålet i friminuttene, fritiden og hjemmet. Engelsk blir derfor bare brukt av læreren i undervisningen, og når elevene skal svare i timen. Det er derfor i følge Noag store utfordringer for elevene når de skal bygge opp begrepene i matematikk.

6.7 Misoppfatninger knyttet opp mot

utdanningstradisjonen

Jeg har til en viss grad sett på om misoppfatningene kan knyttes opp mot ulike faktorer i utdanningstradisjonen, der det er grunn til å tro at viktige faktorene i denne sammenhengen kan være lærerkreftene og fra undervisningen. Jeg har blant annet hentet inn erfaringer fra tidligere og nåværende lærere fra Namibia, men også i noe mindre grad eksempelvis sett på et par lærebøker, i hovedsak *Mathematics in context, grade 8,* (Westhuizen, 2000), og i mindre grad *Namibian Mathematics Textbook, grade 10* (Suffolk, 1993), samt læreplanen.

Ut fra de eksemplarene av lærebøkene jeg har hatt til rådighet, har jeg sett i læreboken fra *grade 8* at forfatterene kunne ha vektlagt plassverdibegrepet i noe større grad, blant annet ved å bruke eksempler der man kunne skrive tallene på utvidet form med 10 som grunntall. Læreboken fra *grade 8* inneholder også til en viss grad eksempler der man knytter matematikk opp mot dagligdagse situasjoner. Denne læreboken innbyr også elevene til å være aktive i undervisningssituasjonen, blant annet gjennom prosjekter og gruppearbeid. Det blir opp til lærerne å utnytte forslagene i læreboken for at elevene skal få bygge opp solide begreper. Det kan virke som om denne læreboken i større grad har tatt hensyn til målene i læreplanen (kapittel 2.3.5).

Dette i motsetning til læreboken fra *grade 10*, som for det meste inneholder ferdig oppstilte oppgaver, der det er grunn til å tro at lærebokforfatteren legger vekt på eksempel-regelmetoden og kan ha som konsekvens, hvis denne metoden blir benyttet av lærerne, at elevene i noe større grad vil tilegne seg figurativ kunnskap. Det må også nevnes at denne læreboken var skrevet før den nye læreplanen ble tatt i bruk, men var fortsatt i bruk i undervisningen i år 2000.

Når det gjelder introduksjon av desimaltall i undervisningen, har jeg har tidligere diskutert hvordan stoffet i lærebøkene er organisert, og hvis elevene ikke har utviklet grunnleggende begreper innen brøk, kan det være fare for at elevene utvikler misoppfatninger når man i undervisningen av desimaler bygger på brøkbegrepet.

Begge lærebøkene kunne i større grad tatt med flere godt gjennomtenkte eksempler som knytter matematikk opp mot det praktiske livet. I læreplanens mål kan vi se at det er satt fokus på å sette elevene i stand til å anvende matematikk i hverdagssituasjoner, samt utvikle en forståelse for hvilken rolle matematikk har i den verden som er knyttet til eleven (kapittel 2.3.5). Elevene vil også i følge læreplanen bli oppfordret til å gjøre et overslag for å se om utregningene stemmer med forventningene. Dette kan bety at elevene i større grad vil kunne se nytten av matematikk i sitt eget liv, samt kunne utvikle en bedre innsikt i naturen og den menneskebygde delen av verden.

Det ligger også noen utfordring i hvordan lærebøkene blir brukt i undervisningen. Katonyala (1999) hevder, som tidligere nevnt, at lærerne er sterkt lærebokavhengig, noe som kan medføre at elevene kan utvikle misoppfatninger, fordi lærebøkene alene sannsynligvis ikke kan gi elevene en god nok variasjon for å bygge opp nye tankemodeller som kan knyttes til det samme begrepet. I andre tilfeller kan det være at lærebøkene ikke blir brukt, og at elevene kan utvikle misoppfatninger på grunn av lærernes egne misoppfatninger. Elevene har da ingen mulighet til å sammenligne lærernes undervisning med hva som står i lærebøkene. Ut fra rapporten til Kommisjonen (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999), er det observert at klasser kun har en lærebok til disposisjon, eller at det må brukes gamle lærebøker fra Sør-Afrika. I tillegg rapporteres det at det er kummerlige forhold på flere skoler, og dette kan ha som konsekvens at det er vanskelig for elevene å konsentrere seg i en undervisningssituasjon.

Jeg har for lite grunnlag til å trekke noen sikker konklusjon om at misoppfatningene kan ha sitt utspring fra lærebøkene, men kan forsiktig antyde at hvis lærebokserien som John Suffolk med flere har forfattet, er basert på tilsvarende presentasjoner av lærestoffet som for læreboken i *grade 10*, kan lærebøkene være en medvirkende årsak til at elevene ikke har utviklet et godt nok begrepsapparat.

Godt gjennomtenkte eksempler i undervisningen kan åpne for at elevene innser at de begrepene de allerede har bygget opp, ikke alltid gjelder i alle nye situasjoner. Det vil for eksempel være en nyttig erfaring for elevene hvis de kan knytte forståelsen av posisjonssystemet og tallenes plassering på tallinjen inn mot praktiske målinger. For eksempel hvis elevene får erfare at 3,7 meter er lengre enn 3,45 meter, eller at 0,5 kg veier mer enn 0,25kg. Poenget er å knytte tallene opp mot en kontekst elevene kjenner igjen, samtidig som man også bruker oppgaver av diagnostisk natur. Dette betyr at hvis lærebøkene ikke inneholder oppgaver av diagnostisk type, vil det bli en utfordring for lærerne i matematikk å utvikle slike typer oppgaver. De vil på denne måten hjelpe elevene til å styrke sitt begrepsapparat, noe som igjen krever at lærerne har en kvalifisert lærerutdannelse.

Wearne og Hiebert (1988) skriver at misoppfatninger oppstår innen begrepet desimaltall, fordi elevene mangler det grunnleggende begrepsfundamentet. De argumenterer med at elevene må forholde seg til regler og symboler innen desimaltall *før* de har arbeidet med sammenhengen mellom symboler og fysiske modeller. Mange elever mangler erfaringer med målinger på fysiske modeller, og de får derfor vanskeligheter med å kontrollere rimeligheten av sine svar (Graeber, 1991).

Jeg vil trekke inn en artikkel om matematikk skrevet av Gard Brekke og Gunnar Gjone (2001), der de skriver at praktisk arbeid med matematikk *kan* danne basis for tankemodeller som kan hjelpe elevene med å kontekstualisere matematiske ideer. Det er vist gjennom forskning at barn kan operere med små tall knyttet til objekter, men det er nødvendig at slike kontekster må velges med omtanke for å hjelpe elevene til å etablere forholdet mellom matematikk i skolen og dagligdagse problemer. Det er også vist gjennom forskning, i følge ovennevnte forfattere, at det er vanskelig for elevene å knytte tall presentert i en abstrakt form opp mot en praktisk sammenheng. Det er derfor nødvendig at man fokuserer på enkle matematiske problemer knyttet opp mot elevenes hverdag.

Hvis man ser på lærernes utdanningsbakgrunn, er det som nevnt kun 19% av matematikklærerne som har mer enn 2 års utdannelse ut over 12 års skolegang i Namibia. I Norge er det 2/3 av matematikklærerne som har 10 vekttall eller mer i matematikk, og 1/3 som har 20 vekttall eller mer av lærerne i ungdomsskolen (figur 2.2). Hvis man ser på utdanningsbakgrunnen til lærerne, uten at denne bakgrunnen kan sammenlignes direkte mellom landene, kan man ut fra rapporten fra Kommisjonen (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999), samt uttalelser fra Noag, virke som om Namibia har et større problem enn Norge med å utdanne, beholde, samt skaffe kvalifiserte matematikklærere til skolen. Det er derfor ikke urimelig at mangelen på kvalifiserte lærere kan ha en betydning for utvikling av misoppfatninger hos elevene fra Namibia.

Den regjeringsoppnevnte Kommisjonen i Namibia ser også store utfordringer innen dette området, og vil legge vekt på en overproduksjon av lærere for å dekke landets lærerbehov, spesielt innen realfagene. Det er ikke bare her Kommisjonen er bekymret, både lærerhøyskolene og utdanningsfakultetet på universitetet har problemer med å få ansatt nok lærerutdannere. De som nå er ansatt i lærerutdanningen, har for det meste ingen erfaringer fra skolen, og det er følgelig vanskelig for dem å praktisere de nye undervisningsmetodene etter den nye læreplanen (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999).

Hvis det er en mangel på kvalifiserte matematikklærere i Namibia, samt mangel på lærerutdannere, kan dette forholdet i stor grad være med på å påvirke undervisningen. Det er grunn til å tro at en lærer uten matematikkbakgrunn i større grad vil legge opp undervisningen etter læreboken. Hvis denne læreboken er av en type som legger vekt på de figurative kunnskapene, slik som gjennom memorering eller pugg, er det større muligheter for at elevene utvikler misoppfatninger, og forholdene er nødvendigvis ikke bedre hvis elevene skulle mangle lærebøker, fordi ufaglærte lærere vet sannsynligvis svært lite eller ingenting om misoppfatninger.

Kommisjonen er også bekymret for rapporter som er kommet inn, der det viser seg at mange av de nyutdannede lærerne ikke blir støttet av ledelsen på skolen i de nye organisasjonsformene for undervisning som er vektlagt i den nye læreplanen. Enkelte rektorer vil fortsatt at det skal drives klasseundervisning, og ikke gruppearbeid eller prosjektarbeid (Presidential Commission on Education, Culture and Training, 1999). Læreplanen legger som tidligere nevnt vekt på aktivisertbasert læring, samt diskusjoner i klassen, og det er ut fra Piagets tanker viktig for elevene å være aktive i læringsprosessen for i større grad å bygge opp og styrke sine begreper.

Språket er også en viktig faktor i undervisningen som sannsynligvis i vesentlig grad spiller inn for dannelsen av elevenes begreper og/eller utvikling av misoppfatninger. Det er også her grunn til å tro at de norske elevenes begrepsdannelser er styrket, sett i forhold til den elevgruppen som jeg har undersøkt i Namibia, uten at jeg har data som kan bekrefte denne påstanden.

Jerome Mutumba (1999) argumenterer med at innføringen av engelsk som undervisningsspråk ble innført for raskt. Innføringen skjedde kun 2 år etter frigjøringen, før nødvendige ressurser slik som lærere, lærebøker og annet relevant materiell var på plass. Han hevder videre at vektlegging av engelsk som det eneste offisielle språket vil begrense deltagelsen og involveringen for flesteparten av folket innen økonomi, politikk og sosial utvikling.

6.8 Oppsummering og konklusjoner

Jeg har i denne oppgaven sett på prestasjoner og misoppfatninger i matematikk blant 9. klasseelever, både fra en spesiell utvalgt elevgruppe fra Namibia (populasjonen Na) og fra Norge (populasjonen No). Namibia var for meg et ukjent land, og jeg har gjennom dette arbeidet til en viss grad blitt kjent med landet, og spesielt med prestasjoner i matematikk blant en gruppe elever. Jeg har prøvd å beskrive situasjonen i Namibia ut fra den informasjonen som har vært tilgjengelig for meg, og selv om ikke all beskrivelse har vært direkte relatert til problemstillingen i denne oppgaven, har jeg allikevel tatt med dette stoffet, for å på den måten kunne danne meg et helhetsbilde av forholdene i Namibia.

Spesielt har jeg fått bakgrunnskunnskap om undervisningssituasjonen i Namibia fra Noag Gaoseb, samt lærere utsendt fra Namibiaforeningen i Norge, eller andre lærere tilknyttet forskjellige hjelpeorganisasjoner. Jeg har funnet et vell av stoff gjennom Internett, slik som forskningsartikler relatert til matematikkundervisningen, offisielle rapporter om tilstandene i Namibia, læreplaner fra NIED (tilsvarende KUF i Norge), samt fått tilsendt observasjoner gjort av både tidligere og nåværende lærere i Namibia per e-post, etc. Jeg mener derfor at jeg har hatt tilgang til et bredt grunnlagsmateriell i tillegg til den utsendte testen, for å skrive denne oppgaven. Det jeg har savnet var et fyldigere utvalg av lærebøker i matematikk fra Namibia.

Problemstillingen i oppgaven min kunne deles opp i en hovedproblemstilling, og en underordnet problemstilling:

- **Hvilke misoppfatninger i matematikk finner vi i et utvalg av elever fra Namibia, sett i forhold til elever fra Norge?**
- **Kan misoppfatningene knyttes til ulike utdanningstradisjoner?**

I denne hovedoppgaven har jeg analysert flere oppgaver innen fire forskjellige emner i matematikk. Det har vist seg gjennom analysen at man finner stort sett de samme misoppfatningene i begge kulturene representert ved populasjonene Na og No. Hvis man ser på flervalgsoppgavene, er det ikke så urimelig at de samme misoppfatningene har vist seg i begge populasjonene, fordi valgene av distraktorene har vært begrenset, men også utvalgt i Norge. Det kunne kanskje vært avdekket andre typer misoppfatninger fra populasjonen Na med andre typer distraktorer. I de åpne oppgavene har det i en viss grad kommet frem forskjellige misoppfatninger, men også her har det vært tydelige misoppfatninger som har vist seg i begge populasjonene.

Misoppfatninger som har blitt funnet, og som har vist seg i begge populasjonene er:

- Desimaltall blir sett på som par av to naturlige tall.
- Desimalkomma blir tolket som brøkstrek,
  eller som skilletegn mellom teller og nevner.
- 1/3 blir skrevet som 0,33.
- Et lite tall kan ikke deles på et stort tall.
- Den kommutative loven blir brukt i divisjon.
- Høyden i en trekant blir tegnet normalt på en horisontal linje.
- Operasjoner på sideflatene for å beregne volumet av et tredimensjonalt objekt.
- Operasjoner på sidekantene for å beregne volumet av et tredimensjonalt objekt.

Fra de åpne oppgavene har det også kommet frem misoppfatninger som ikke har vært så utbredt og som bare har vist seg i populasjonen Na. Et eksempel som jeg kan trekke frem er der elevene begrunner at 0,33 > 1/3, fordi 0,33 = 3/3 og følgelig at 3/3 > 1/3. Et annet eksempel er der elevene skal finne den skraverte delen av rektanglet i oppgave 22b. Elevene har uttrykt svaret i brøker som 1/1, og kan ha misoppfatningen der teller står for antall skraverte deler, og nevner står for antall ikke-skraverte deler. Videre har jeg sett i oppgave 8, der elevene skulle tegne inn høyden i en trekant, at elevene fra populasjonen Na tegnet en eller flere linjer parallelt med en eller flere av sidene på trekanten. Disse elevene kan ha den misoppfatningen at det er siden i trekanten som er høyden, og en grunn til dette kan være at de har hatt en begrenset erfaring fra undervisningen, slik som tidligere beskrevet. En annen variant var at de tegnet en helt ny trekant, som jeg ikke har en fullgod forklaring på.

Det er et faktum at det er store forskjeller mellom populasjonene Na og No, til tross for at det har vært usikkerhet knyttet til denne undersøkelsen. Usikkerheten kan ligge i hvilken grad elevene fra populasjonen Na har forstått oppgaveteksten på grunn av språksituasjonen, og i hvilken grad elevene har hatt forutsetning til å løse og besvare oppgavene. Dette har vært faktorer som blant annet har hatt betydning for kvaliteten av kodingen av de åpne oppgavene. Jeg har også sett at det har vært regionale og språklige forskjeller innen prestasjonene mellom klassene, der et viktig moment har vært at de forskjellige klassene ikke har blitt valgt ut tilfeldig, noe som sannsynligvis har hatt betydning for resultatene.

Hvis jeg ser på den underordnede problemstillingen vil jeg si at jeg har for lite grunnlag til å kunne påstå at misoppfatningene skriver seg fra lærebøkene, og det er også et spørsmål i hvilken grad lærebøkene i matematikk blir brukt ved alle skolene eller har vært tilgjengelige. Det kan ut fra diskusjonen av resultatene være grunn til å tro at flere av misoppfatningene har oppstått i undervisningen. Et moment har vært at det er et stort frafall av matematikklærere, samtidig med at det har vært for liten rekruttering av lærere med matematikk som fagbakgrunn i Namibia. Sett i forhold til Norge ser det derfor ut som om Namibia har mange ukvalifiserte og underkvalifiserte lærere i matematikk. Spesielt er det kommet frem at enkelte lærere fra Namibia har misoppfatninger som de gjennom undervisningen bringer videre til elevene.

I følge flere kilder er undervisningsmetoden ofte tavleundervisning med enveiskommunikasjon fra lærer til elev, noe som blant annet kan medføre at elevene mister diskusjonsaspektet. Dette kan tyde på at undervisningsmetodene er begrenset, og ikke etter intensjonen fra læreplanen, der læreren skal tilrettelegge læringsmiljøet på en slik måte at elevene skal kunne eksperimentere, utforske og oppdage sammenhenger. Elevene kan da følgelig i større eller mindre grad miste muligheten til å bygge opp kunnskap i vekselvirkning med omgivelsene i tråd med Piagets tanker, der han ser på individet som en aktiv deltager i læringsprosessen, og ikke som en passiv mottaker. Det kan derfor virke som om de ovennevnte forhold kan være med på å begrense elevenes muligheter til selv å bygge opp og utvikle sine kognitive strukturer.

Det kan som en oppsummering skrives at vi stort sett finner de samme misoppfatningene i begge populasjonene ut fra de analyser som har blitt gjort, men at misoppfatningene er forsterket i elevgruppen fra Namibia. Det kan antydes med bakgrunn i diskusjonen at elevenes misoppfatninger kan ha sitt utspring fra undervisningssituasjonen, der det kan virke som om ukvalifiserte lærerkrefter eller mangel på lærerkrefter står sentralt i denne sammenhengen, som en av flere årsaker.

Det kan på den annen side virke som om det er vanskelig å unngå at misoppfatninger blir dannet fordi dette er en del av barns normale biologiske utvikling, sett i forhold til Piagets stadieteori. Elevene kan utvikle misoppfatninger fordi de ikke har kommet langt nok i sin modningsprosess, sett i forhold til undervisningsstoffet. Det kan også være naturlig å tro at elevene har tatt med seg enkelte misoppfatninger fra dagliglivet, men at det også kan være mulig at det kan dannes misoppfatninger i en undervisningssituasjon, når elevene skal utvide sine allerede eksisterende begrepsstrukturer. Hvis man gjennom godt kvalifisert lærerpersonell tilrettelegger læringsmiljøet på en slik måte at elevene blir aktivt med i læringsprosessen, slik at de får muligheten til å reflektere over læringsaktivitetene, kan man sannsynligvis hjelpe elevene til å lære seg matematikk, og ikke lære elevene matematikk.

Referanser

Ary, D. & Jacobs, L.C. & Razavieh, A. (1996). *Introduction to Research in Education*. Fifth Edition. Forth Worth, TX: Harcourt Brace College Publisher.

Battista, M. & Clements, D.H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education,* **27** (3), 258-292.

Brekke, G. (1991). *Multiplicative structures at ages seven to eleven. Studies of children's conceptual development and diagnostic teaching experiments.* Part A. (Thesis for the degree of Doctor of Philosophy). Notabile nr. 5-91. Notodden: Telemark lærarhøgskole.

Brekke, G. (1994). KIM - Kvalitet i matematikkundervisningen. *Tangenten* 1.

Brekke, G. (1995a). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk.* Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Brekke, G. (1995b). *Kartlegging av matematikkforståelse.* Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Brekke, G. (1996). Eksempel på korleis norske elevar tenkjer om desimaltal. *Tangenten* 2.

Brekke, G. (1998). Noen didaktiske emner. I Tufteland, G. (red.), *Matematikk 1 for allmennlærerutdanningen.* Bind 1. Oslo: Universitetsforlaget.

Brekke, G. & Gjone, G. (2001). Matematikk. I Sjøberg, S. (red.), *Fagdebatikk.* Oslo: Gyldendal.

Brock-Utne, B. (1995). *The teaching of Namibian Languages in the Formal Education System of Namibia*. (A consultancy report requested by the Ministry of Basic Education and Culture in Namibia through the National Institute for Educational). Windhoek, NA: Ministry of Basic Education and Culture.

Brock-Utne, B. (2000). *Whose Education For All.* New York & London: Falmer Press.

Carrigan, J. (2000). Changing views about classroom management: Some case studies. *Reform Forum*, 11. Windhoek, NA: Ministry of Basic Education and Culture.

Case, R. (1985). *Intellectual development, birth to adulthood.* Orlando: Academic Press.

Driver, R. (1983). *The Pupil as Scientist?* London: The Open University Press.

English, L.D. & Halford, G.S. (1995). *Mathematics education: Models and processes.* Mahwah, NJ: Erlbaum.

Fisher, N. (1983). Some perceptual influences in learning geometry. I Hershkowitz, R. (red.), *Proceedings of the Seventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. (218-222). Rehovat, Israel: Weizman Institute of Science.

Fuys, D. & Geddes, D. & Tischler, R. (1988*). The van Hiele Model of Thinking in Geometry Among Adolescents*. Journal for Research in Mathematics Education Monograph. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Graeber, A.O. (red.) (1991). *Insights into secondary School Students' Understanding of Mathematics.* College Park, MD: University of Maryland.

Graeber, A.O. & Baker, K. (1991). Curriculum Materials and Misconceptions Concerning Multiplication and Division*. Focus on Learning Problems in Mathematics,* **13** (3).

Graeber, A.O. & Tirosh, D. (1988). Extending multiplication and division to decimals: Insight fourth and fifth graders bring to the task. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Assosciation, New Orleans, LA.

Grossman, A. (1983). Decimal notation: An importent research finding. *Arithmetic Teacher,* **30** (9), 32-33.

Harlech-Jones, B. (1998). Viva English! Or is it time to review language policy in education? *Reform Forum*, 6. Windhoek, NA: Ministry of Basic Education and Culture.

Hershkowitz, R. (red.) (1983). *Proceedings of the Seventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. (218-222). Rehovat, Israel: Weizman Institute of Science.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: The case of mathematics. I Hiebert, J. (red.), *Conceptual and procedural knowledge in mathematics: The case of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Hundeide, K. (1973). *Piaget i skolen.* Oslo: Cappelen.

Imsen, G. (1996). *Mot økt likestilling?* Skriftserie fra pedagogisk institutt. Rapport nr.11. Trondheim: Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet.

Indresæter, G. (1998). *Hvorfor er brøk og brøkregning vanskelig å forstå?* Hovedfagsoppgave i realfagdidaktikk. Oslo: Universitetet i Oslo, ILS.

Jahr, E. (1998). Piaget og Vygotskij. I Tufteland, G. (red.), *Matematikk 1 for allmennlærerutdanningen.* Bind 1. Oslo: Universitetsforlaget.

Jones, G.A. & Thonton, C. (1996). Multidigit number sense: A framework for instruction and assessment. *Journal for Research in Mathematics Education,* **27 (**3), 310 - 336.

Katonyala, M. (1999). Textbooks in Namibia: Comparing past dependency with a vision of future autonomy. *Reform Forum,* 9. Windhoek, NA: Ministry of Basic Education and Culture.

Kirke og undervisningsdepartementet (1987). *Mønsterplan for grunnskolen*. M-87. Oslo: Kirke og undervisningsdepartementet & Aschehoug.

Kirke-, utdannings- og forskningsdepartement (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. L-97. Oslo: Kirke-, utdannings- og forskningsdepartement.

Kjærnsli, M. & Lie, S. (1997). 13-åringers kunnskaper og holdninger i realfag i et internasjonalt perspektiv. *Third International Mathematics and Science Study, Rapport nr. 23.* Oslo: Universitetet i Oslo, ILS.

Kleve, B. (1994). *En testteoretisk og diagnostisk analyse av flervalgsoppgaver i matematikk fra TIMSS' pilottest.* Oslo: Universitetet i Oslo, ILS.

Kobberstad, T. (1991). *Sims-ala-Bærum*. Hovedfagsoppgave i realfagdidaktikk. Oslo: Universitetet i Oslo, ILS.

Kaarstein, H. (1997). *Kjønnsforskjeller i Kims diagnostiske tester*. Hovedfagsoppgave i realfagdidaktikk. Oslo: Universitetet i Oslo, ILS.

Lie, S. & Caspersen, M.L. (1999). *Innføring i SPSS. Mange gode råd og vink for nybegynnere*. Oslo: Universitetet i Oslo, ILS.

Martinsen, R. & Pedersen, J.E. (1988). *Origo*. Oslo: Cappelen.

Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia (1995). *Junior Secondary Phase Syllabus.* Windhoek, NA: Ministry of Basic Education and Culture.

Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia (1996). *Curriculum Guide For Formal Basic Education*. Windhoek, NA: Ministry of Basic Education and Culture.

Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia (1998a). *Curriculum Guide For Formal Basic Education.* Windhoek, NA: Ministry of Basic Education and Culture.

Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia (1998b). *Junior Secondary Phase Syllabus.* Windhoek, NA: Ministry of Basic Education and Culture.

Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia (1999). *Education Statistics, 1998*. Windhoek, NA: Ministry of Basic Education and Culture.

Moloney, K. & Stacey, K. (1997). Changes with Age in Students' Conceptions of Decimal Notation. *Mathematics Education Research Journal,* **9** (1), 25-37.

Mutumba, J. (1999). Language policy in Namibia. *Reform Forum,* 9. Windhoek, NA: Ministry of Basic Education and Culture.

National Institute for Educational Development (1998). *Reform Forum.* Windhoek, NA: Ministry of Basic Education and Culture.

Nilssen, T. (1993). *Konstruktivisme i klasserommet.* Hovedfagsoppgave i realfagdidaktikk. Oslo: Universitetet i Oslo, ILS.

Nortvedt, G. (1998). *Hva kan teksten fortelle. Tekstskriving som diagnostisk redskap for å kartlegge sjette og niendeklassingers volumbegrep.* Hovedfagsoppgave i realfagdidaktikk. Oslo: Universitetet i Oslo, ILS.

Piaget, J. (1965). *The child's conceptions of number.* London: Routledge & Kegan Paul.

Piaget, J. (1972). *The principles of genetic epistemology.* London: Routledge & Kegan Paul.

Piaget, J. (1977). *The development of thought.* New York: The Viking Press.

Piaget, J. (1992). *Barnets psykiske udvikling.* København: Hans Reitzels Forlag.

Piaget, J. & Inhelder, B. & Szeminska, A. (1966). *The child's conception of geometry.* London: Routledge & Kegan Paul.

Presidential Commission on Education, Culture and Training (1999). Draft Report: Conference Edition. *Edcom Report*. Windhoek, NA: Presidential Commission on Education, Culture and Training.

Programme for International Student Assessment (1999). *Rapport nr. 3.* Oslo: Universitetet i Oslo, ILS.

Rees, R. & Barr, G. (1984). Small numbers: Decimal fractions. *Diagnosis and prescription: Some common math problems* (41-58). London: Harper & Row.

Schwebel, M. & Raph, J. (1974). *Piaget in the classroom.* London: Routledge & Kegan Paul.

Sjøberg, S. (1995). *Science in School and the Future of Scientific Culture in Europe*. National Report Norway. Oslo: Universitetet i Oslo.

Sjøberg, S. (red.) (2001). *Fagdebatikk.* Oslo: Gyldendal.

Suffolk, J. (1993). *Namibian Mathematics, grade 10.* Windhoek, NA: Gamsberg Macmillan.

Tufteland, G. (red.) (1998): *Matematikk 1 for allmennlærerutdanningen.* Bind 1. Oslo: Universitetsforlaget.

Wearne, D. & Hiebert, J. (1988): Constructing and using meaning for mathematical symbols: The case of decimal fractions. In Hiebert, J. & Behr, M. (red.), *Number concepts and operations in the middle grades.* (Research Agenda for Mathematics Education, **2,** 220-235). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

(van der) Westhuizen, G. (red.) (2000). *Mathematics in context, grade 8*. Windhoek, NA: Longman.

Organisasjoner
med aktuelle internettadresser

Aetat. Landets informasjonsbase. http://www.aetat.no/arbeidsmarkedet/index.html

Africa dot com. Nettside med informasjon til afrikanske land http://www.africa.com/namibia

Ethnologue Namibia. hhttp://www.christusrex.org/www3/ethno/Nami.html

National Geographic. http://www.nationalgeographic.com/

NIED. National Institute for Educational Development, Ministry of Basic Education and Culture, Republic of Namibia. http://www.nied.edu.na

NLS. Nasjonalt læremiddelsenter. http://skolenettet.nls.no

Norge - Felles inngang til all offentlig informasjon på Internett. http://www.norge.no

NUFU. Norwegian Universities Committee for Development Research and Education, December 1999. http://www.siu.no/vev.nsf/start/nufu

Presidential Commission on Education, Culture and Training. Draft Report: Conference Edition, 11 - 13 Aug. 1999. Edcom Report. http://www.edcom.org.na

SSB. Statistisk sentralbyrå http://ssb.no

TIMSS. Third International Mathematics and Science Study.
http://timss.bc.edu (Internasjonalt teststed, Boston)
http://www.ils.uio.no/timss/rapport23.html (Rapporter fra ILS)

UD. Utenriksdepartementet http://odin.dep.no/ud/

UIO. Universitetet i Oslo http://www.uio.no/

UN. United Nations. http://un.org

UNDP. Human Development Report, 1998. http://www.unicef.org/programme/education/costs_ed.htm

UNESCO. United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. http://www.unesco.org

UNICEF. Unitd Nations Childrens Fare, UNICEF - Education Programme, Country Statistics, 1999. http://www.unicef.org/statis/

USAID. Basic Education Programs in Africa. http:/www.info.usaid.gov/regions/sfr/basiced/namibia.html

WHO. World Health Oganization. http://www.who.org

World Bank. The World Bank Group. http://www.worldbank.org/

Privatpersoner
med aktuelle e-postadresser

Brekke, Gard. *brekke@himing.hit.no*

Gaoseb, Noag. "Noag !Gaoseb" *ougaoseb@homestead.com*

Gjone, Gunnar. *gunnar.gjone@ils.uio.no*

Johansen, Ole. *olej@hersleb.gs.oslo.no*

Namibiaforeningen ved Kristin Stevik. *namas@online.no*

Newburn, Becki. *bnewburn@marin.k12.ca.us*

Rustad, Steinar. *norvik@mweb.com.no*

Tvedt, Berit. *btvedt@online.no*

Date of birth: .... **Vedlegg 1**

Sex (Put a cross): ☐ **Girl** ☐ **Boy**

Mathematics

Diagnostic test

9th grade

KIM project
Namibia - Norway
2000

Information to the pupil.

Read the exercises carefully before you give your answer.

- You have to calculate some of the answers. If you want to make notes, you can do so in the margin.
- In some of the exercises, as an answer, you have to write down a cross in a square. If you think there are more than one answers, you write down more crosses.
- We also ask you to explain how you are thinking. Write it in a way so that the person who reads the explanation, understands the meaning.
- Sometimes you can show the answer with a drawing.

The exercise book contains a lot of exercises. We do not think every pupil will have finished all the exercises after the 40 minutes.

Do not skip any exercises even if you are in doubt on how to give an answer. It is better if you give an answer that is not correct, than to blank the exercises.

It is very important not to cooperate with others. Rather discuss the exercises when everybody has finished. The persons who correct the answers will not know your name.

Good luck.

1. Circle the numbers that equals 8 hundreds, 2 tens and 4 ones:

800204 824 14 None of them

2. Write down the right number in the square:

$574 = 5 \cdot 100 + \boxed{} \cdot 10 + 4 \cdot 1$

3. What does the digit 7 mean in 0,573? (Circle the right answer)

A 70

B 7

C 0,7

D 0,07

4. Which digit is in the hundredth's place in 6,423? (Circle the right answer)

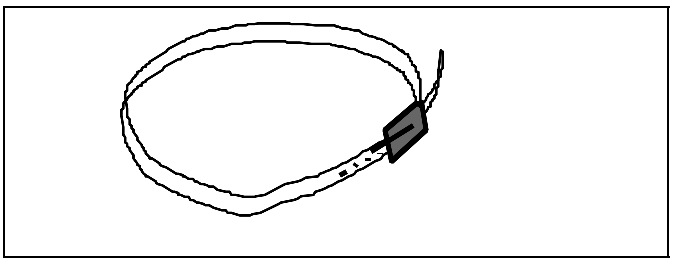
A 6

B 4

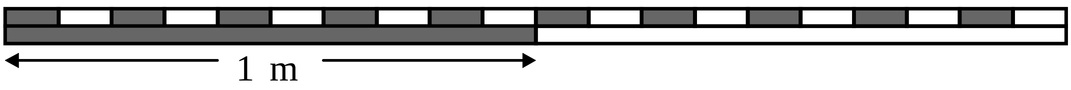
C 2

D 3

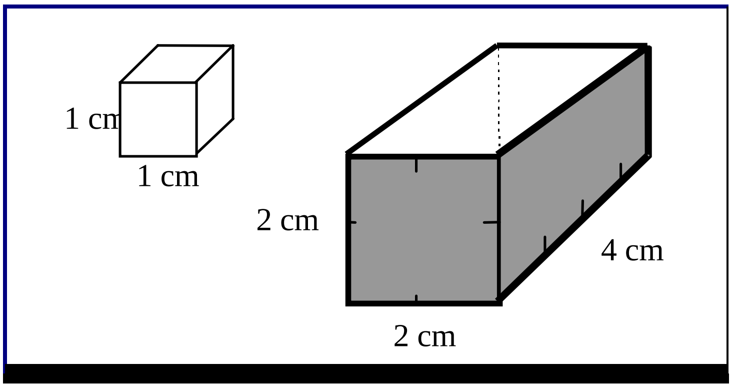
5.



The length of Noags belt is 1m and 4 cm. Make a draw which shows the length, if we stretch the belt along the ruler below.



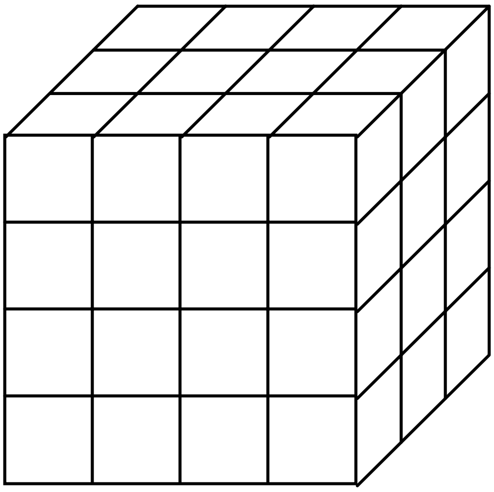
6.



a) How many of these cubes are there space for in the big box. **Answer**: _________

b) Explain how you are thinking:

7a)

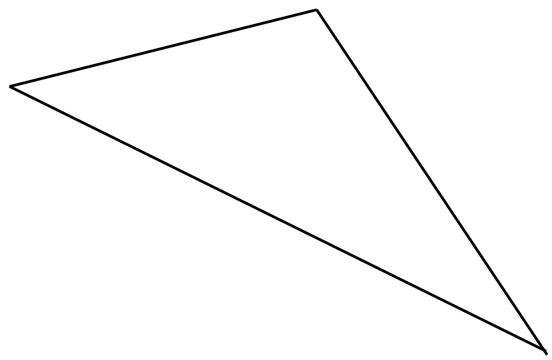


Bernadette has built this large cube out of small cubes. How many small cubes has she used?

Answer: _____________

b) Explain how you are thinking:

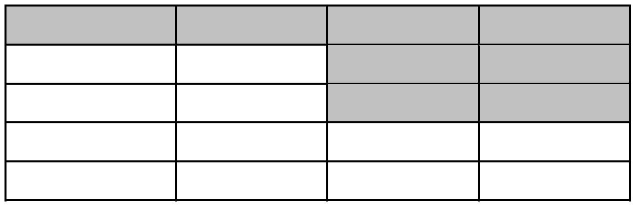
8. Draw the height of the triangle.



9. How many rectangles do you find in the figure below?

Answer: ____________

10a) Tell with a decimal number how much of the rectangle is coloured.



Circle the right answer:

A 8,12

B 0,4

C 8,20

D 0,8

b) Why is that the right answer?

11. As an answer to an exercise in mathematics Bernadette got 1/3 and Mbeumuna 0,33.

a) Is there any difference between the answers? (Circle the right answer)

A Bernadettes answer is biggest
B Mbeumunas answer is biggest
C The answers are equal

b) Explain how you find the answer in a)

12. **How many numbers are there between 0,47 and 0,48? Answer: ______________**

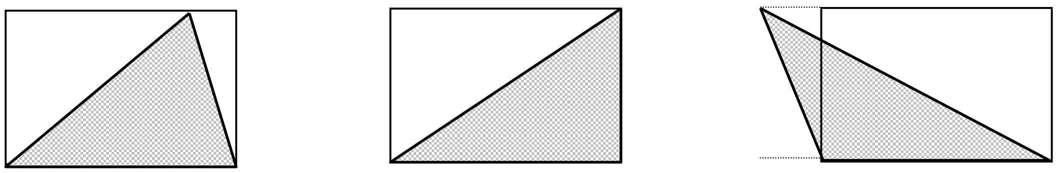
13. Write down the next two numbers.

0,3   0,6   0,9   ________   ________

14. Write down the next two numbers.

0,95   0,97   0,99   ________   ________

15. The rectangles below are equal



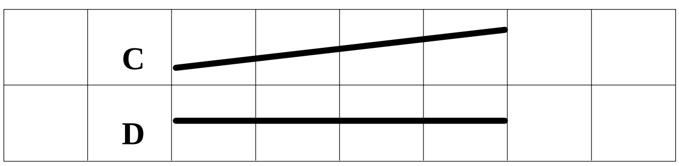
A   B   C

a) What can you tell about the area of the triangles A, B and C?

- ☐ A has the largest area
- ☐ B has the largest area
- ☐ C has the largest area
- ☐ The areas of A, B and C are equal
- ☐ There is no possibility to make a decision.

b) Explain how you thought.

16.



You will see two lines above, C and D. Put a cross.

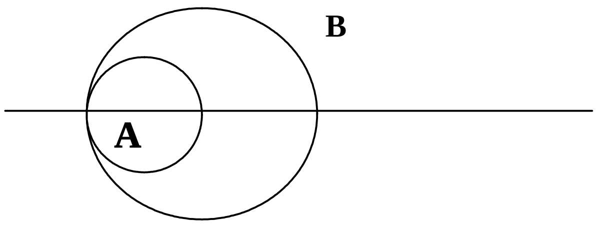
C is longer than D
D is longer than C
The length of C and D is equal
We can not tell which line is the longest

17a) Circle the largest number:

0,649 0,87 0,7

b) Why is it the largest?

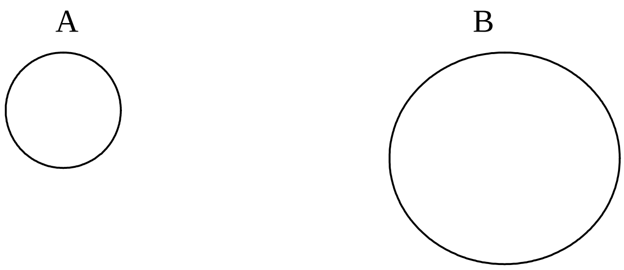
18. Below there are two circles A and B. The diameter in A is equal to the radius in B.



The circumference of B is larger than the circumference of A. What can you tell about the proportion between the circumference of B and the circumference of A.

It is twice the length
It is tree times the length
It is four times the length
It is longer, but I can not exactly tell how longer the circumference is.
I do not know

19. Below there are two circles A and B. The circumference of B is twice the length than the circumference of A.

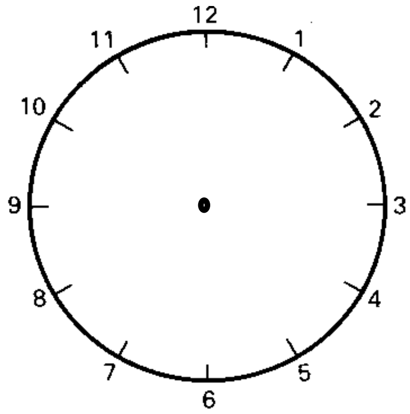


What can you tell about the proportion between the area of B and the area of A.

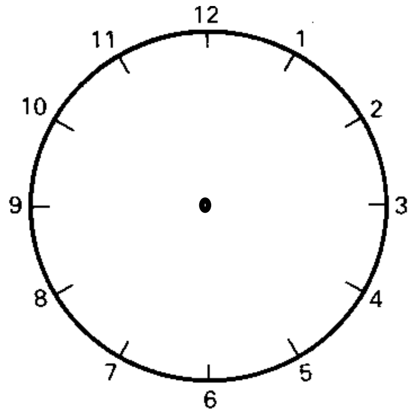
It is twice the area
It is tree times the area
It is four times the area
It is larger, but I can not exactly tell how larger the area is.
I do not know

20. Draw the hands, such as the clocks will show the right time.

a) The time is half past seven.



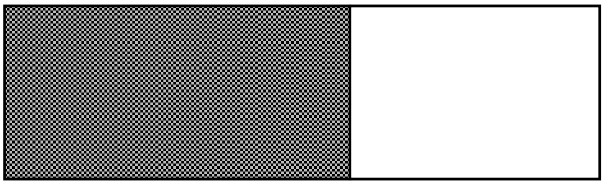
b) The time is 17:07.



21. Circle the largest number.

3,521 3,6 3,75

22a) Tell with a decimal number how much of the rectangle is coloured.



Answer: ________________

b) Why is that the right answer?

23. Circle all the arithmetic expressions that are equal to the mathematics questions.

Example: Imelda had 3 books. She got another 4 books from her mother on her birthday. Then she had 7 books.

$3 \cdot 4$ $4 + 3$ $4 : 3$ $4 \cdot 3$ $4 - 3$ $3 + 4$

a) For 7 tickets you have to pay 35£. How much do you have to pay for 1 ticket?

$35 \cdot 7$ $35 : 7$ $7 : 35$ $7 \cdot 35$ $35 - 7$ $7 + 35$

b) There are 25 necklaces in a box. If 25 necklaces weigh 3 kg, how much does 1 necklace weigh?

$25 \cdot 3$ $25 : 3$ $3 : 25$ $3 \cdot 25$ $25 - 3$ $3 + 25$

24. **Write your own story to the arithmetic expressions:**

Example: $3 + 4 = 7$

Following story will be true to the arithmetic expressions:

Petrina has 3 books. She got another 4 books by her mother on her birthday. Then she had 7 books.

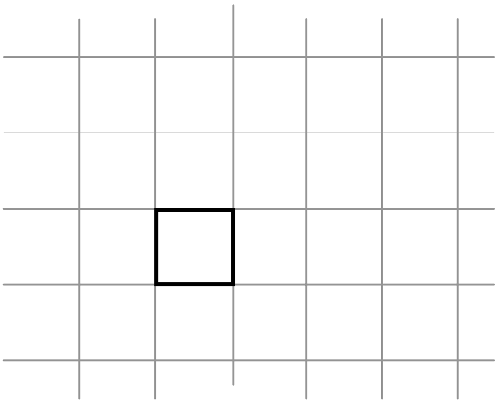
$5{,}6 + 4{,}3 = 9{,}9$

Your story: ______________________________

____

____

25. In the figure below, there has been drawn a square.



a) Draw a square, which is twice the area of the square in the net.
b) Explain why the area is twice as large.