

Diagnostisk undervisning i matematikk

Innhaldsanalyse av læreverkk i matematikk frå L97 og LK06

Linda Madocs Moen



Masteroppgåve i tilpassa opplæring
Det utdanningsvitenskapelige fakultet
Institutt for spesialpedagogikk

UNIVERSITETET I OSLO

Vår 2009

Samandrag

Litteraturstudien viser at undervisning basert på kognitive konflikter i matematikk gjev auka langtidslæring, sett i forhold til ”tradisjonell” undervisning. Denne undervisningsmetoden har som siktemål å kartleggje delvise utvikla omgrep og misoppfatningar, og ved hjelp av å skape kognitive konflikter er metoden med på å sikre solide omgrep i matematikkinnlæringa. Denne metoden å undervise på har blitt kalla diagnostisk undervisning. Litteraturstudien viser også at det er vanskeleg å unngå at misoppfatningar i matematikken oppstår.

Litteraturen viser også at kateterundervisning og gruppearbeid er den mest vanlege undervisningsforma i skulen. Det er læreboka som dominerer som læremiddel under desse seansane. Det blir nytta mykje tid til at elevane arbeider med oppgåver og at læraren går rundt og hjelp elevane. Læreboka dominerer også i desse situasjonane. Konklusjonen er ganske klar: Læremidla sin plass og funksjon viser at læreboka har ein dominerande posisjon i norsk skule.

Problemstillinga for denne studien er todelt: Korleis blir oppgåver om vinklar framstilt i lærebøker for 6. klasse med utgangspunkt i diagnostisk undervisning? Kva seier lærarrettleiingane knytt til L97 og LK06 med utgangspunkt i diagnostisk undervisning? Hovudsiktemålet var å finne ut om læreverka har fokus på diagnostisk undervisning, og om eg fann igjen oppgåver som baserer seg på metoden.

Teorigrunnlaget har fleire greiner. Frå konstruktivistiske læringsteoriar som fundament, til meir konkrete teoriar som skildringar av læreplanane og diagnostisk undervisning som undervisningsmetode. Teorigrunnlaget blir så utvida til geometri, omgrepsdanning i geometri, vinkelomgrepet og diagnostiske oppgåver kring vinkelomgrepet.

Studien er ein kvalitativ innhaldsanalyse av lærarrettleiingar og grunnbøker til ti læreverk for 6. klasse i matematikk, seks knytt til L97, og fire knytt til LK06. For å gjennomføre analysen vart det nytta kriterium basert på litteraturstudien som reiskap

for å kategorisere ulike funn i analyseprosessen og som reiskap for drøftinga av datamaterialet.

Denne studien viser at det er fleire av læreverka som inneheld oppgåver med diagnostisk preg, utan at dette blir nærare omtalt i lærarretteiingane. Nokre av læreverka har fokus på misoppfatningar, og kjem med eksempel på typiske misoppfatningar kring vinkelomgrepet, utan å ha generell fokus på diagnostisk undervisning.

Det er to læreverk som har eit klart fokus på diagnostisk undervisning. Det kjem fyrst og fremst fram i lærarretteiingane gjennom tydelege definisjonar på kva diagnostisk undervisning er, og korleis ein kan jobbe med å sikre solide omgrep i matematikken. Også i desse grunnbøkene er det oppgåver som er forma med tanke på at misoppfatningar skal kome til syne.

Føreord

Arbeidet med denne masteroppgåva kan karakteriserast som ein intens arbeidsprosess med søkjelys på diagnostisk undervisning og læreverk i matematikk. Prosessen har nokre gonger vore svært engasjerande og interessant, medan den andre gonger har vore meir prega av krevjande systematisk arbeid. Eg har opplevd diagnostisk undervisning som eit spanande felt. Eg har fått mykje innsikt i arbeidet med masteroppgåva, innsikt av både diagnostisk undervisning og innsikt av læreverk i matematikk.

For meg blir arbeidet med denne masteroppgåva, og lærdom eg har fått gjennom dette arbeidet heilt klart nyttig i undervisningssamanheng. Både ved god lærdom og ved stor interesse for diagnostisk undervisning, vil denne i mi tid som matematikklærer vere til stor glede og nytte. Det å kunne bruke denne metoden som ein del av det å kunne tilpasse undervisninga, og samtidig førebyggje at elevar får misoppfatningar i matematikkfaget, kjem til å bli viktig for meg som lærar.

Eg vil takke:

Bibliotekarane ved ALI på Høgskulen i Sogn og Fjordane for god hjelp og for at dei heldt ut med meg den tida eg ”busette” med på biblioteket.

Anne Norstein ved Høgskulen i Sogn og Fjordane for god rettleiing.

Leif Harald Rebni ved Høgskulen i Sogn og Fjordane for korrekturlesing.

Familien min for støtte, motivasjon og hjelp i denne arbeidsame prosessen.

Sogndal, mai 2009

Linda Madocs Moen

Innhald

SAMANDRAG	2
FØREORD	4
INNHALD	5
1. INNLEIING	8
1.1 BAKGRUNN.....	8
1.2 PROBLEMSTILLING.....	10
2. TEORETISK UTGANGSPUNKT	12
2.1 RELEVANT FORSKING.....	12
2.2 KONSTRUKTIVISTISK LÆRINGSSYN OG DIAGNOSTISK UNDERVISNING.....	13
2.3 KOMPETANSE I MATEMATIKK.....	14
2.4 OMGREPSDANNING OG OMGREPSSTRUKTURAR I MATEMATIKKEN.....	17
2.5 GENERALISERING OG MISOPPFATNINGAR.....	18
2.6 DIAGNOSTISK UNDERVISNING.....	20
2.7 LÆREPLANANE.....	26
2.7.1 Læreplanverket for den 10 - årige grunnskulen - L97.....	26
2.7.2 Læreplanverket for Kunnskapsløftet - LK06.....	28
2.8 LÆREVERKA OG LÆRAREN.....	29
3. INNSNEVRING AV PROBLEMSTILLING	31
4. GEOMETRI, OMGREPSDANNING, VINKLAR OG MISOPPFATNINGAR	33
4.1 LITT OM GEOMETRI.....	33
4.2 GEOMETRIEN I GRUNNSKULEN.....	34
4.3 OMGREPSUTVIKLING I GEOMETRI.....	35
4.3.1 Stadieteorien til Piaget.....	35
4.3.2 Van Hieles sine utviklingsnivå.....	36
4.4 VINKELOMGREPET.....	38
4.5 TYPISKE MISOPPFATNINGAR KRING VINKELOMGREPET.....	40
4.6 VINKLAR OG DIAGNOSTISKE OPPGÅVER.....	42
4.7 LÆREPLANANE.....	44
4.7.1 Læreplanverket for den 10- årige grunnskulen - L97.....	44
4.7.2 Læreplanverket for kunnskapsløftet - LK06.....	45

5. METODE	47
5.1 KVALITATIV INNHALDSANALYSE	47
5.2 PRESENTASJON AV FORSKINGSOPPLEGGET	49
5.2.1 Kriterium for lærarretteiingane/ læreverka	50
5.2.2 Kriterium for oppgåvene om vinklar i grunnbøkene.....	51
5.2.3 Utval.....	52
5.3 KVALITETSVURDERING.....	54
6. PRESENTASJON AV DATAGRUNNLAGET	56
6.1 LÆREVERK TILKNYTT L97	56
6.1.1 Abakus.....	56
6.1.2 Delta.....	57
6.1.3 Matematikktakk	58
6.1.4 Pluss	59
6.1.5 Reknereisa	60
6.1.6 Tusen Millionar	62
6.2 LÆREVERK TILKNYTT LK06	64
6.2.1 Abakus.....	64
6.2.2 Grunntal	65
6.2.3 Multi.....	66
6.2.4 Tusen Millionar	66
6.3 OPPSUMMERING.....	67
7. DRØFTING AV DATAMATERIALET	71
7.1 LÆREVERK TILKNYTT L97	71
7.1.1 Abakus.....	71
7.1.2 Delta.....	72
7.1.3 Matematikktakk	73
7.1.4 Pluss	74
7.1.5 Reknereisa	74
7.1.6 Tusen Millionar	76
7.2 LÆREVERK TILKNYTT LK06	77
7.2.1 Abakus.....	78
7.2.2 Grunntal	78
7.2.3 Multi.....	79
7.2.4 Tusen Millionar	79
7.3 OPPSUMMERING.....	80

8. AVSLUTNING	83
8.1 LÆREVERKA OG FOKUS PÅ DIAGNOSTISK UNDERVISNING	83
8.2 LÆRAREN SI ROLLE I DIAGNOSTISK UNDERVISNING	85
8.3 VEGEN VIDARE	87
9. LITTERATUR	89

1. Innleiing

I dette kapitlet kjem det litt om bakgrunnen for mitt val av tema for studien. I tillegg blir problemstillinga presentert og litt om korleis den har blitt utforma.

1.1 Bakgrunn

Undervegs i lærarutdanninga mi, og i løpet av den perioden eg tok fordjuping i matematikk, hadde vi *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*, av Gard Brekke (2002) som ein del av pensum. Heftet *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk* er ein del av eit større prosjekt som vart gjennomført frå 1995-2002 av Telemarkforskning Notodden og Senter for lærerutdanning og skoletjeneste ved Universitetet i Oslo, på oppdrag for den gong Kyrkje-, utdannings-, og forskingsdepartementet. Prosjektet vart kalla Kvalitet i matematikkundervisninga (KIM). Prosjektet er ein del av departementet sitt opplegg for vurdering i skulen, og har fleire siktemål.

- *Utvikle en integrert prøve- og etterutdanningspakke som kan brukes av lærere som ledd i intern vurdering.*
- *Utvikle prøvemateriell av diagnostisk karakter som kan danne utgangspunkt for konkrete undervisningstiltak innenfor ulike deler av faget.*
- *Kartlegge holdninger og forestillinger som elever har til matematikk og undervisningen i faget.*
- *Gjøre greie for hele spekteret av elevprestasjoner innenfor ulike områder av faget, ikke bare minimum kompetanse.*

I tillegg til det generelle introduksjonsheftet om diagnostisk undervisning, er det av KIM – prosjektet utvikla kartleggingsprøvar og skrive rettleiingshefte for dei fleste områda innanfor matematikken, både for grunnskulen og den vidaregåande skulen.

Dette er undervisningsmaterieell og rettleiing som kan nyttast av lærarar i undervisninga, og det er Utdanningsdirektoratet som står bak publiseringa av materiellet.

I strategiplanen *Et felles løft for realfagene* (2006) frå Kunnskapsdepartementet er eit av tiltaka å vidareføre KIM – prosjektet, ved å digitalisere oppgåvene. Dette dataprogrammet blir gjort tilgjengeleg med alle oppgåvene frå prosjektet. Programmet er foreløpig ikkje offisielt lansert, men det er tilgjengeleg på heimesidene til telemarkforskning, til utprøving for alle skular.

Det er komme fram i tidlegare forskning at omgrepsdanning blant elevar er mykje meir komplekst enn det ein tidlegare har trudd. Blant anna har britiske Alan Bell (1993a) og hans medarbeidarar gjennomført ei rekkje undervisningseksperiment, og det var dei som ut i frå dette utvikla ein arbeidsmetode som vart kalla diagnostisk undervisning. Gjennom testing av elevar før, under og etter diagnostiske undervisningsopplegg, kom det fram at diagnostisk undervisning samanlikna med meir tradisjonelle undervisningsopplegg gav auka langtidslæring.

KIM – prosjektet tek utgangspunkt i denne forskinga rundt diagnostisk undervisning. Diagnostisk undervisning er ein arbeidsmåte i matematikken som i utgangspunktet byggjer på idear som fører til at elevar får høve til å danne solide omgrep i matematikken. Elevar med misoppfatningar og ufullstendige omgrep i matematikk skal få hjelp til å rette opp i desse. Eit viktig krav til arbeidsmåten er at den skal sikte mot å byggje opp solide omgrep som skal gje eit godt grunnlag for langtidslæring.

Diagnostisk undervisning som metode gjorde meg svært nyfiken på om det blir nytta i skulen, og i kor stor grad det blir nytta. Ein undervisningsmetode som resulterer i auka langtidslæring er vel kjend for skular og lærarar tenkte eg. Eg tok kontakt med Håvard Johnsbråten på Telemarkforskning, for å blant anna få svar på kor utbreidd denne metoden er i skulen. Eg fikk til svar at sjølv om det var utarbeidd rettleiingshefte som lærarar og skular kan få tak i, er ikkje metoden nytta så mykje som det dei hadde ynskja.

Eg fann fort ut at det er vanskeleg å få kartlagt bruken av diagnostisk undervisning i dagens skule og eventuelt at eit slikt arbeid ville bli alt for omfattande. Så då såg eg på moglegheita til å sjå på andre element der diagnostisk undervisning når skulen.

Bachmann (2004) med bakgrunn i ei landsomfattande spørjeundersøking presenterer i artikkelen *Læreboka i reformtider – et verktøy for endring?*, at 87 % av lærarane seier dei nyttar elevane sine lærebøker i planlegging og undervisning. Når det gjeld bruken av læreboka i matematikkfaget, seier Bachmann at tidlegare forskning peikar på at lærebøkene spelar ei avgjerande rolle i matematikkfaget, og i hennar undersøking er det berre naturfagslærarar og engelsklærarar som nyttar læreboka oftare enn matematikklærarane.

Høgskulen i Vestfold utarbeidde i 2005, på oppdrag frå Utdanningsdirektoratet ei kartlegging av læremiddel og læremiddelpraksis i den norske skulen (Skjelbred, 2005). Ei av problemstillingane for kartlegginga var at dei skulle finne ut av kva som var rolla til læremiddel i skulen, og kva slag læremiddel som vart nytta i den norske grunnskulen og i den vidaregåande opplæringa. Eit av hovudfunna var at kateterundervisning og gruppearbeid var den mest vanlege undervisningsforma, og at det var læreboka som dominerte som læremiddel under desse seansane. Dei kunne òg gjennom studentobservasjonar dokumentere den sentrale plassen til læreboka i skulen, og det var mest vanleg å nytte ei lærebok til kvart fag. Det vart nytta mykje tid til at elevane arbeidde med oppgåver, og at læraren gjekk rundt og hjelpte elevane. Her var det òg læreboka som dominerte. Så konklusjonen var ganske klar. Læremidla sin plass og funksjon viser den dominerande posisjonen læreboka har i norsk skule (Skjelbred, 2005).

1.2 Problemstilling

På den eine sida blir det gjennom forskning hevda at diagnostisk undervisning fører til auka langtidslæring, og at den diagnostiske undervisninga gjev betre resultat enn vanleg ”tradisjonell” klasseromundervisning. På den andre sida blir det også gjennom forskning og kartlegging vist til at lærebøker og lærarstyrt undervisning dominerer

undervisninga i den norske skulen. Har diagnostisk undervisning då blitt gjenspegla i norske læreverk i matematikk? Når lærarar som regel nyttar matematikkboka, ville det ha gitt dei ein stor fordel dersom oppgåvene i boka har fokus på diagnostisk undervisning, der oppgåvene er laga for å kunne avdekkje ulike misoppfatningar. Er den diagnostiske undervisningsmetoden kjend for lærebokforfattarar? Finnes det oppgåver i dei norske lærebøkene med diagnostiske preg? Eg har lyst til å sjå nærare på samanhengen, eller om det er noko samanheng mellom diagnostisk undervisning/oppgåver og norske læreverk i matematikk.

Korleis nyttar læreverk i matematikk frå L97 og LK06 diagnostisk undervisning som undervisningsprinsipp?

- *Er den diagnostiske undervisningsmetoden kjend for lærebokforfattarar, og kjem dette fram i læreverka?*
- *Finst det oppgåver i norske lærebøker i matematikk med diagnostisk preg?*

For å svare på problemstillinga blir forskingsmetoden for denne studien innhaldsanalyse av læreverk. Meir om dette kjem i eit eige metodekapittel seinare i avhandlinga.

Det vil bli tatt utgangspunkt i læreverk både frå Læreplanverket for den 10 – årige grunnskulen (1997) og Læreplanverket for Kunnskapsløftet (2006) og omtalar desse to i denne avhandlinga for det meste som høvesvis L97 og LK06. Sjølv om L97 ikkje er gjeldande som læreplan i dag, er det likevel aktuelt å ta føre seg bøker med utgangspunkt i denne planen. Dette er hovudsakleg fordi diagnostisk undervisning i Noreg fekk stor merksemd i forbindelse med KIM – prosjektet, som kom i gang på midten av 90 talet. Derfor kan den diagnostiske undervisninga ha fått innpass hjå lærebokforfattarar og kome til syne i læreverk knytt til L97.

2. Teoretisk utgangspunkt

Det vil i denne studien vere KIM – prosjektet sitt arbeide og teori som vil vere mitt hovudsaklege utgangspunkt. For å vidareføre det eg har teke føre meg i innleiinga, vil det i dette kapitlet fyrst kome litt meir om tidlegare forskning på diagnostisk undervisning. Det er naturleg å seie noko om tidlegare forskning på diagnostisk undervisning, som også KIM – prosjektet har teke utgangspunkt i.

Vidare så vil eg ta føre meg kva diagnostisk undervisning pedagogisk sett byggjer på. For å få best mogleg forståing av diagnostisk undervisning og at den byggjer på misoppfatningar i matematikken, er det også relevant å trekkje inn kva det vil seie å ha kompetanse i matematikk. Før ein større del om diagnostisk undervisning, kjem det litt om misoppfatningar og kvifor desse oppstår.

Sidan problemstillinga tek høgde for det og metoden i denne studien er innhaldsanalyse av læreverk i matematikk, vel eg til slutt i dette kapitlet også å ha litt fokus på læreplanane som er knytt til denne studien, L97 og LK06, og få fram kva desse seier om matematikkundervisninga og det å ha kompetanse i matematikk.

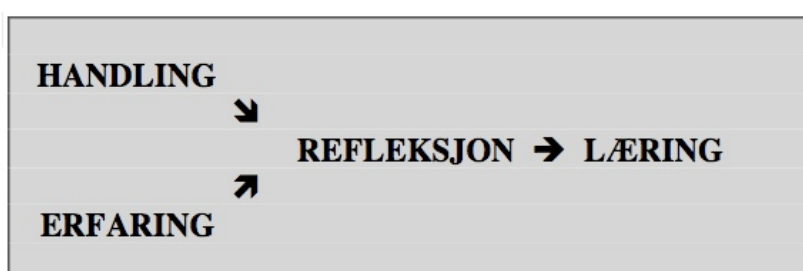
2.1 Relevant forskning

I tillegg til Alan Bell og han sine medarbeidarar sine undervisningseksperiment, som nemnt innleiingsvis, er det også andre som har gjort liknande undersøkingar. I ei undersøking gjort av Birks (1987), *A Diagnostic Teaching Experiment*, kom det fram at diagnostisk undervisningsmetode gav auka langtidslæring, sett i forhold til den tradisjonelle undervisninga i klasserommet. Studien hadde som føremål å sjå på effektiviteten av diagnostisk undervisningsmetode der dei arbeider med at elevane skal få reflektere over eigne handlingar og erfaringar. Det vart utført eit eksperiment med to forskjellige klassar, der det i den eine klassen vart gjennomført diagnostisk undervisning, medan i den andre klassen vart det gjennomført tradisjonell undervisning, med vekt på å jobbe ut i frå læreboka. Begge klassane hadde hatt temaet tidlegare, og dei vart testa med ein prøve før, under og ei stund etter undervisningsperioden. Det var tydeleg at den diagnostiske arbeidsmåten synte seg å vere velegna til å byggje solide omgrep i faget, og karakteristiske trekk ved funna i eksperimentet var at diagnostisk undervisning førte til auka langtidslæring.

Bassford (1988) referert i Brekke (2002) gjennomførte ei liknande undersøking, og kom fram til det same resultatet som Birks (1987). Det var ei heilt klar auka langtidslæring i den diagnostiske gruppa, i forhold til lærebokgruppa.

2.2 Konstruktivistisk læringssyn og diagnostisk undervisning

Diagnostisk undervisning byggjer på dei handlingar eller refleksjonar den enkelte person gjer som dannar grunnlag for læring (Brekke, 2002). Refleksjonane eller tankane ein gjer seg rundt erfaringar er avgjerande for utviklinga av den aktuelle kunnskapen. Dette er kunnskap som finst i menneske sine hovud, og kunnskap som ein som tenkjande vesen konstruerar sjølv utifrå egne erfaringar. Kunnskapen er noko som berre finst i menneske sine hovud. Eit slikt syn på læring er sentralt i konstruktivistiske læringsteoriar. Konstruktivistisk læringsteori er både ein teori om kva kunnskap er, og ein teori om korleis læring skjer. Ein kan i hovudtrekk dele det konstruktivistiske læringssynet inn i to delar. Nokre legg vekt på den *individuelle utforskinga* born gjer i høve til dei fysiske omgjevningane, medan andre legg mest vekt på *læring gjennom sosial samhandling*. På den eine sida så har ein den såkalla *kognitive konstruktivismen*, der kjenneteikna er at læringa er individuell, der læring skjer gjennom samspel med borna og den fysiske verda. Læring blir ein sak mellom det enkelte individet og verda rundt. Sjølve læringa, eller konstruksjonen skjer i ”hovudet” på den som lærer. Borna konstruerer sin eigen kunnskap ut i frå miljøet og dei moglegheitene for aktiv utforsking som blir framstilt (Imsen, 2005). På den andre sida har ein den *sosiale konstruktivismen*, som tek utgangspunkt i at både læring og kunnskap må sjåast i lys av språket, kulturen og det fellesskapet individet er ein del av (Imsen, 2005).



Figur 1 - Konstruktivistisk læringsteori (Brekke, 2000, s. 5)

Det som kjem fram er at diagnostisk undervisning pedagogisk sett er ein konsekvens av det konstruktivistiske synet på læring. Den høver også inn med konstruktivismen sin grunntanke om at elevane sjølv organiserar si eiga erfaringsverd og konstruerer kunnskap. Arbeidsmåten går ut på å leggje til rette for aktivitetar der elevane kan vinne erfaringar som dei kan byggje kunnskapen på.

Diagnostisk undervisning samsvarar med læringsprosessen til ein av dei mest sentrale personane innanfor konstruktivistisk læringsteori, Piaget. Når dei kognitive strukturane forandrar, seg skjer det ei utvikling. Den utviklinga skjer gjennom dei to medfødde læringsprosessane assimilasjon og akkomodasjon. Den fyrste delprosessen assimilasjon trer i funksjon når ein står ovanfor nye og ukjende situasjonar eller fenomen ved at ein prøver å tolke eller forstå det ein sansar. Desse tolkingane gjer ein ved hjelp av den kunnskapen ein sit inne med frå før. Det som er nytt blir gjort til noko kjent ved at ein forklarar det nye ved hjelp av det ein kunne frå før. Den andre delprosessen akkomodasjon trer inn når ein elev merkar at det ein kunne frå før ikkje høver inn med det nye ein lærer, og den gamle kunnskapen ikkje tilstrekkeleg. Då skjer det ei reorganisering og utviding av kunnskapen. Akkomodasjon vil seie å justere og forandre dei kognitive strukturane slik at dei kan ta inn nye sider ved for eksempel matematikken. Akkomodasjon kan også innebere å lage seg ei heilt ny tolking (Imsen, 2005).

Diagnostisk undervisning kan også vere med på å bidra til å heve metakognitive aktivitetar, slik at evna til refleksjon over eiga læring blir betra (Breiteig & Venheim, 2005).

2.3 Kompetanse i matematikk

Konstruktivistisk læringsteori seier at å ha kunnskap er parallelt med å eige sin eigen kunnskap. Ein kunnskap er personleg eige, og er resultat av mogning sett saman av biologiske prosessar og refleksjonar over eigne erfaringar ein person har tileigna seg. Ved innlæringa av matematikk er det ein del kunnskapar som gjer seg framtrødande. Når ein skal tale om å utvikle grunnleggjande kunnskap hjå elevane, er det viktig å

vite kva slags typar ferdigheiter det er viktig å få med. Så kva vil det då seie å kunne matematikk? Svaret på dette spørsmålet dannar nok grunnlag for å diskutere og vurdere meininga og formålet med ulike delar av lærestoffet i matematikk, og ikkje minst kva slag arbeidsmåtar ein bør jobbe med i faget (Brekke, 1998).

På den eine sida skal elevane lære seg bestemte faktakunnskapar og ferdigheiter i faget. På den andre sida er det viktig at elevane forstår dei ulike omgrepa, og korleis ein skal nytte dei i matematikken. Det å kunne forstå omgrepa er ganske avgjerande når ein skal nytte faktakunnskapar og ulike ferdigheiter i praktiske samanhengar. For eksempel når det gjeld multiplikasjon, kan det på den eine sida vere kunnskap å kunne gangetabellen og gjennomføre ulike utrekningsmetodar for multiplikasjon, medan ein på den andre sida må vite når ein skal nytte multiplikasjonen i praktiske samanhengar. Dette illustrerar to sider av det å ha matematisk kompetanse. Faktakunnskapar og ferdigheiter på den eine sida og problemløysing på den andre (Brekke, 1998).

Når ein elev har tileigna seg fakta, vil det seie at eleven kjenner til ulike definisjonar og formlar, namn, symbol og anna matematisk informasjon. Ein skal som lærar jobbe med å lære elevane konvensjonar i matematikken. Eksempel på fakta kan vere at 10 dl. er definert som ein liter. I arbeid med geometri kan det vere at elevane har lært seg fakta, som for eksempel namn på ulike geometriske figurar, som trekant, rektangel, sirkel, kvadrat og prisme. I tillegg kan dei lære seg ulike eigenskapar ved figurane som lengde, kant og vinkel. Vidare så kan også formlar for areal og omkrins lærast inn som fakta, der elevane lærer seg formlane for dei ulike figurane, og kjenner desse igjen (Brekke, 2002) og (Breiteig & Venheim, 2005). Brekke (2002) skriv i heftet *Introduksjon til diagnostisk undervisning* at for læraren er det ei relativt enkel oppgåve å undervise i fakta, som går på å overlevere konvensjonar, namn og notasjonar til elevane. Likevel kan ein ikkje trekkje den konklusjonen at fakta er lett å lære eller hugse for eleven.

Det å ha ferdigheiter i matematikk, vil seie å kunne gjere noko, utføre noko. Eleven har danna seg veletablerte prosedyrar i fleire steg, der han nyttar ein formel eller ein framgangsmåte som leidar fram til løysinga av ei oppgåve. Når eleven veit korleis ein skal rekne ut $25 \cdot 12$, og kva slags framgangsmåte ein skal nytte for å rekne ut dette, har han matematisk ferdigheit til å multiplisere to tosifra tal. Det er viktig at ein har gode ferdigheiter på mange område i matematikken dersom ein skal få nytte av den. Det er viktig at elevane lærer seg å automatisere dei ulike prosedyrane dei blir presentert for. Dette fører til at elevane blir tryggare og meir solide i matematikken (Brekke, 2002).

Det å ha problemløysingskompetanse inneber både omgrepsforståing og erfaring i det å velje meiningsfulle løysingsstrategiar. Når eleven har evne til å velje passande strategi for å løyse eit problem ut i frå ein ukjend situasjon, både i matematikken og i dagleglivet, har han problemløysingskompetanse. I nokre land, som for eksempel USA blir denne delen av det å ha matematikkompetanse omtala som *Higher Order Thinking Skills*, som omfattar å blant anna kunne:

- representere, abstrahere og generalisere,
- teste hypotesar og bevise,
- kontrollere,
- stille spørsmål,
- bruke matematisk språk (formelt og uformelt) som er passande for å løyse eit problem,
- tolke matematiske resultat i den konteksten der problemet har sitt utspring

(henta frå Brekke, 2002).

Når det gjeld omgrepsforståing som er ein del av det å ha problemløysingskompetanse i matematikken, så føler eg at den treng større merksemd på grunn av at det er dette området som er viktig når det gjeld

misoppfatningar og overgeneraliseringar i matematikken, så eg vil ta for meg dette i eit større omfang i neste kapittel.

Når det kjem til definisjonar av og kva det vil seie å ha kompetanse i matematikk, så finnes det fleire som har jobba med akkurat dette. Spesielt vil eg trekkje fram den danske fagdidaktikaren Mogens Niss (2002), som står bak det velkjende teoretiske arbeidet der han kategoriserer matematisk kompetanse i åtte forskjellige kategoriar.

Det å ha matematisk kompetanse har i ei stund vore interessant å måle. Blant mange forskjellige undersøkingar har Pisa sine internasjonale undersøkingar hatt som siktemål å kartlegge elevane sin kompetanse i blant anna matematikk. Nasjonalt sett så har også dei nasjonale prøvane vore svært aktuelle med tanke på å måle norske elevar sin kompetanse i ulike fag. Både Pisa og dei nasjonale prøvane sine matematikktestar har teke utgangspunkt i Mogens Niss sine kompetansar i matematikkopplæringa (Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen, 2009).

2.4 Omgrepsdanning og omgrepsstrukturar i matematikken

Omgrepsdanning i matematikken, er ein del av det å ha matematisk kompetanse. Matematisk tenking blir utvikla gjennom erfaringar på mange område. Når eg no skal ta for meg problemstillingar knytt til omgrepsdanning og omgrepsstrukturar i matematikken, tek eg utgangspunkt i det konstruktivistiske læringssynet der dei handlingar og erfaringar ein person dannar seg som gjev grunnlaget for læring.

Når elevane nyttar den kunnskapen dei har danna tidlegare, vil dei kunna konstruere nye operative omgrep under arbeid med nye problemstillingar. ”Et karakteristisk trekk ved matematiske begreper er at de ikke har vokst fram isolert, men eksisterer i et nettverk av enkelte ideer. Vi kaller slike nettverk av ideer for *begrepsstrukturer*” (Brekke, 1998, s. 116). Det er desse omgrepsstrukturane som gjer matematikken så meningsfull. Ein veit at slike strukturar eksisterer når ein elev har evne til å rette opp i noko når han har hugsa feil. I tillegg får ein evne til å overføre eller tilpasse prosedyrane ein har lært i ein samanheng, til nye situasjonar.

Til ein viss grad er omgrepa også situasjonsbestemte. Den spesielle omgrepskunnskapen ein bestemt person får, vil vere avhengig av den situasjonen denne kunnskapen vert teken i bruk i. ”Eit omgrep er såleis subjektivt og avhengig av den konteksten der det vert utvikla og brukt ved at ein reflekterer over dei handlingar (fysiske og mentale) ein har gjort” (Brekke, 2000a, s. 6). Heile tida og så lenge ein lever gjer ein nye erfaringar, som i mange tilfelle fører til at ein må revidere oppfatningar. Det er dette som er omgrepsutvikling (Brekke, 2000a).

I følge Brekke (2002) eksisterer det no ein mengde forskingsresultat om undervisning og læring av matematikk som syner at for å forstå eit matematisk omgrep er det betre å arbeide grundig med eit fåtal velvalde aktivitetar, enn å gjennomføre ei lang rekkje med øvingar. Dei aktivitetane ein vel å arbeide med må innehalde noko av dei sentrale ideane eit omgrep er sett saman av på en naturleg måte. Det skal også vere mogleg å diskutere og takle desse på eit djupare nivå. Dette fører til at elevane sine alternative strategiar og tankar rundt omgrepet skal koma fram i lyset og på den måten knytast til det faglege innhaldet i omgrepet (Brekke, 2002).

2.5 Generalisering og misoppfatningar

Når ein elev reknar systematisk feil på enkelte oppgåvetypar, hjelper det sjeldan eller aldri å forklare det same enda høgare og tydelegare. Ein må som lærar analysere og finne ut kva det er elevane eigentleg tenkjer, slik at ein finn ut kva det er elevane tenkjer feil. Diverre så kan det ofte vere slik at lærarar berre gir elevane beskjed om at dei må følgje betre med og gjere akkurat det læraren seier og viser på tavla. Dersom eleven ikkje forstår korleis, vil han ikkje kome noko særleg lenger. Det betyr nødvendigvis ikkje at eleven har matematikkvanskar, men det er tydeleg at han kan ha ei misoppfatning. Dette er eit resultat av at han har utført tidlegare generaliseringar slik at det nye han blir presentert for, ikkje høver saman med det han kunne før (Nordberg, 2002).

Brekke (2002) skriv at å få elevane til å innsjå at dei idear og omgrep dei har danna, ikkje alltid gjeld i nye situasjonar er eit sentralt problem i skulematematikken. Eit omgrep er sjeldan fullstendig utvikla ved at ein gjer ulike erfaringar innanfor eit emne. Vidare så definerer han: ”Vi kaller ufullstendige tanker knyttet til et begrep for *misoppfatningar*” (Brekke, 2002, s. 10). Det er viktig at ein forstår forskjellen mellom dei *feil* elevane gjer, og dei *misoppfatningar* elevane har. Ein feil kan vere eit resultat av at ein elev til dømes les oppgåveteksten feil, eller er litt uoppmerksom i det han løyser ei oppgåve eller liknande. Misoppfatningar derimot, er ikkje tilfeldige. Bak dei ligg det ei bestemt tenking eller ein idé som eleven nyttar prinsippfast utan å i det heile tatt vite at det er feil. Det at elevar danner seg misoppfatningar og ufullstendige omgrep er ein del av den naturlege utviklinga til born. ”Ugyldige slutningar blir ofte trukket – og generaliseringar blir gjort – på sviktende grunnlag. Oppfatningar av dette slaget finner en innenfor alle felt av matematikken” (Brekke, 1998, s. 118). Det at elevane overgeneraliserer er ei stor utfordring for den som lærar. Som lærar står ein ovanfor ei viktig rolle med å prøve å få fatt på ulike misoppfatningar elevane har. Ein svært vanleg misoppfatning er at elevar trur at i multiplikasjon blir svaret alltid større, og i divisjon blir svaret alltid mindre. Ein kan som lærar ikkje då fortelje elevane at det er rett at når dei multipliserer to tal, så vil alltid svaret bli større. Slike overgeneraliseringar vil alltid halde seg skjulte dersom ein som lærar ikkje tek tak i det, og gjer eit bevisst arbeid på å avdekkje misoppfatningane når det blir aktuelt i undervisninga (Botten, 2003).

Det er mest truleg ikkje mogleg å unngå at misoppfatningar og delvise omgrep blir danna. Dei er ein del av born sin naturlege utvikling. Likevel kan det vere mange faktorar som spelar inn når det gjeld årsaka til at elevar har misoppfatningar og delvise utvikla omgrep. Læreboka blir nemnd når det gjeld dette med å framstille geometriske figurar på ein alt for tradisjonell måte. Figurar blir presenterte på ein einssidig måte, og ikkje på ein slik måte at alle eigenskapane til figurane kjem fram (Gjone & Nortvedt, 2001).

2.6 Diagnostisk Undervisning

Fyrst og fremst kan ein byrje med det viktige spørsmålet: ”Kva meiner ein med diagnose?”. Omgrepet diagnose er velkjent og velbrukt innanfor medisinen. Faguttrykket nyttast når det er snakk om å bestemme kva slags sjukdom pasienten har, og i tillegg finn ut kva som er årsaka til at pasienten er sjuk. Innanfor pedagogikken er termen diagnose prinsipielt den same, der ein nyttar diagnose i samband med å samle inn alt det ein kan om elevane, slik at ein kan forbetre undervisninga (Melbye, 1995).

Det er viktig å få fram at diagnostisering i matematikken kan sjåast frå forskjellige sider. Bortsett frå den diagnostiske undervisninga eg tek utgangspunkt i, så er diagnostisering i matematikken som regel nytta på elevar som er svake, eller har generelle vanskar i matematikkfaget. Her er siktemålet å finne ut av kva som er problemet, kva slag årsaker som ligg bak svakheitene og kva slag tiltak som kan settast i verk for å hjelpe desse elevane.

Den diagnostiske undervisninga eg tek utgangspunkt i kan ikkje definerast på same måte. Denne diagnostisering er med tanke på å sikre seg at elevar tilegner seg gode omgrep, og for å få fram ulike misoppfatningar og overgeneraliseringar i matematikkfaget. Dette er ein metode med fleire aktivitetar, og er lagt opp til at alle elevar, uansett fagleg ståstad kan ta del i.

Alan Bell (1993b) presenterar i artikkelen *Principles for the Design of Teaching*, fem prinsipp for god læring som ein bør vurdere når ein står ovanfor val av undervisningsmetodar. Stikkordmessig så kan ein karakterisere prinsippa på denne måten:

1. *Samanheng mellom kunnskap*

Kunnskapsdelar som er godt samanbunde er varige kunnskapar, medan isolert kunnskap blir fort gløymt. Elevane bør så ofte som mogleg bli utfordra på å ”strekke” kunnskapane sine så langt som mogleg.

2. Struktur og kontekst

Det er vanleg å tru at så snart ein har forstått ein idé, så har ein ikkje vanskar med å kjenne denne igjen i nye samanhengar. Forsking viser at strukturell kunnskap, for eksempel eit omgrep, er knytt til den konteksten det er innlært i og at denne kunnskapen vanskeleg blir overført til nye samanhengar.

3. Tilbakemelding

Eleven bør så raskt som mogleg få vite at han har løyst eit problem på rett måte. Dette er spesielt viktig når eleven arbeidar med omgrepsdanning der misoppfatningar vanlegvis førekjem.

4. Refleksjon og tilbakeblikk

Det å utforske samanhengar og å løyse tankemessige konflikter der det er misoppfatningar inne i biletet, stimulerar elevane til reflekterande aktivitetar. Ein snakkar om ein meir generell refleksjon som gjev elevane evne til å bli klar over korleis den nye kunnskapen høver inn i deira eksisterande kunnskapar. Denne medviten om ein eigen kunnskap er viktig for framtidig bruk av kunnskapen.

5. Intensitet

Repetisjon er eit viktig element i læringsprosessen. Ein må tolke denne intensiteten med utgangspunkt i dei ulike prinsippa ovanfor. Bell (1993b) seier også at studiar har vist at dei kraftigaste og mest intense faglege diskusjonane har gjeve det beste læringsutbyttet, og at det ikkje alltid er omfattande repetisjon aleine som fører til det beste læringsutbyttet.

Diagnostisk undervisning prøver å ta utgangspunkt i alle desse prinsippa (Brekke, 1998). Eit viktig krav til denne arbeidsmetoden er at den skal sikte mot å byggje opp solide omgrep som kan gje eit godt grunnlag for langtidslæring. Gard Brekke (2002) understrekar at når det gjeld innlæringa av faktakunnskap og ferdigheiter så er det andre arbeidsmetodar som er meir tenlege enn diagnostisk undervisning.

Diagnostisk undervisning er i følge KIM – prosjektet ein arbeidsmåte der ein sett søkelyset på – og arbeider med – vanlege feil og misoppfatningar som elevane har. Ein snakkar om å diagnostisere tankar den enkelte elev har utvikla rundt eit bestemt omgrep, som for eksempel det matematiske innhaldet i lærestoffet. For å byggje opp det aktuelle omgrepet kan ein gjennom diagnostisering finne fram til kva slag erfaringar eleven treng å gjere gjennom undervisninga. Det baserar seg på at det er mogleg å identifisere kva slag tankar elevane har gjort seg om det komande lærestoffet, og kva slag misoppfatningar og tenkelege hindringar elevane kan møte på når dei utviklar ulike omgrep i matematikken (Brekke, 2002).

For å få kartlagt moglege misoppfatningar, er det som ein del av den diagnostiske undervisninga vanleg å starte ein undervisningsperiode med ein diagnostisk prøve. Brekke seier i heftet *Introduksjon til diagnostisk undervisning* (2002) at ein skjematisk kan trekkje fram følgjande fasar når det gjeld diagnostiske prøvar og oppgåver, og kva som er siktemålet med desse:

1. Identifisere og framheve misoppfatningar som elevane har utvikla, også *utan* at det treng å ha vore noko formell undervisning i det ein vil undersøkje.
2. Gje læraren informasjon om løysingsstrategiar elevane brukar for ulike typar oppgåver.
3. Rette undervisninga mot å framheve misoppfatningane, slik at ein på den måten overvinn dei, og dei delvise omgrepa.
4. Utvikle elevane sine eksisterande løysingsstrategiar.
5. Måle korleis undervisninga har bidrege til at elevane har overvunne misoppfatningane ved å nytte dei same oppgåvene både før og etter undervisningssekvensen.

Siktemålet med denne prøven eller desse oppgåvene er at det skal bli mogleg å framheve ulike misoppfatningar som kan ha oppstått, samtidig som det gir god hjelp til læraren som får informasjon om kva slag løysingstrategiar eleven nyttar for ulike

typar oppgåver. Når læraren blir klar over kva slag misoppfatningar og delvise utvikla omgrep elevar kan ha, kan han planleggje undervisninga utifrå den informasjonen han har fått tak i.

”Utrekninger og diagrammer sammen med forklaringar knyttet til løsningen gir oss verdifull informasjon om hvordan elevene tenker” (Brekke, 2002, s. 16). Slik som det står her, så seier Brekke at det er viktig at elevane forklarar korleis dei tenkjer når dei skal løyse ei bestemt oppgåve. Dette er med på å avdekkje tankemønsteret hjå elevane. Då blir det for læraren lettare å ta tak i eventuelle misoppfatningar, og hjelpe elevane med rette dei opp. Vidare så presiserar han at di meir skriftleg materiale ein har, di meir informasjon kan ein få om ideane knytt til omgrepa og misoppfatningane, og strategiane deira.

Nokre lærarar kan føle at det er feil eller urettferdig å teste elevane på førehand av oppstart av eit nytt tema i matematikken. Derfor det er viktig at læraren informerar elevane at oppgåvene skal bli nytta til noko anna enn det elevane er vande med. Når lærarar får informasjon om elevane sine idear i eit spesifikt emne, er det ofte at dei opptre meir sensitivt, effektivt og tek meir omsyn til desse i undervisninga (Brekke, 2002).

Tanken bak diagnostiske oppgåver er at ein skal unngå å stille spørsmål som er forma slik at elevane kan få rett svar sjølv om dei har feilaktige idear knytt til omgrepet. Brekke (2002) kjem med eksempel på oppgåver som gir liten diagnostisk informasjon, og oppgåver som gjev god diagnostisk informasjon. For eksempel er $0,24 : 2$ ei oppgåve som gir liten diagnostisk informasjon. Her kan eleven klare å gje rett svar, sjølv om han har den misoppfatninga at desimaltal er par av heile tal. Samanlikna med $0,12 : 2$, som er ei god diagnostisk oppgåve. Denne oppgåva ”avslører” dei elevane som trur at desimaltal er par av heile tal, som mest truleg vil svare at det er 0,6.

Skal ein stille spørsmål om kva slag tal som er størst av 0,25, 0,38 og 0,67, vil ein på same måte som ovanfor, tillate elevar som har misoppfatningar i omgrep rundt arbeid med desimaltal til å svare rett. Dersom ein derimot stiller det same spørsmålet med

tala 0,67, 0,3 og 0,251, så har ein ei god diagnostisk oppgåve. Her vil elevar med misoppfatninga av at desimaltal er par av heile tal, seie at 0,251 er det største talet. Mange elevar tenkjer også at det er det ”lengste” talet som er det største talet, og vil dermed også få feil. Så berre ved hjelp av små detaljar, kan ein hjelpe elevar som har misoppfatningar og delvise utvikla omgrep til å utvikle omgrepa og unngå misoppfatningane (Brekke, 2002).

Prøvane eller oppgåvene ein gjennomfører i klassen skal danne eit grunnlag for vidare arbeid med diagnostisk undervisning. Diagnostisk undervisning som arbeidsmåte gjev ein høve til å diagnostisere tankar som einskilde elevar treng å gjere gjennom undervisninga for å byggje opp det aktuelle omgrepet. ”Diagnostisk undervisning baserer seg såleis på at det i prinsippet er mogleg å identifisere kva tankar elevane har gjort seg om det komande lærestoffet, og kva misoppfatningar og hindringar elevane vanlegvis møter når dei utviklar ulike omgrep i matematikken” (Brekke, 2002, s. 19). På same måte som med dei diagnostiske oppgåvene og prøvane, kan ein skjematisk trekkje fram følgjande fasar i diagnostisk undervisning:

1. Identifisere misoppfatningar og delvis utvikla omgrep hjå elevane.
2. Legge til rette undervisninga slik at eventuelle misoppfatningar eller delvise omgrep blir framheva. Ein kallar dette å skape ein *kognitiv konflikt*.
3. Løyse den kognitive konflikten gjennom diskusjonar og refleksjonar i undervisninga.
4. Nytte det utvida eller det nye omgrepet i andre samanhengar.

(Brekke, 2002).

Grunnlaget for det fyrste punktet er dei diagnostiske oppgåvene som er utvikla, og som vert grundig gjennomgått i den fyrste delen i rettleiingshefta som KIM – prosjektet har utarbeidd. Der kjem strategiane til elevane grundig fram, i tillegg til dei misoppfatningar og delvise omgrep som viser seg å ha stor utbreiing. Dei neste punkta er hovudtema for den andre delen i rettleiingshefta, som er forslag til korleis

ein kan leggje opp til diagnostisk undervisning. Det er viktig at det i denne arbeidsmåten er ein spesiell del av undervisninga som er intensiv. Målet med dette er å skape ei reflekterande tenking på høgt nivå, rundt det som til kvart høve er det sentrale ved eit omgrep.

I ein rapport av Gard Brekke (2000b) skriv han:

The teaching activities are often designed to create a cognitive conflict that should be resolved through discussions and reflections amongst the pupils. Teachers are encouraged to give children the opportunity to stop and reflect on their actions and experiences in their process of developing a certain concept. The aim is that the children should become aware of their own learning process (s. 5).

Elevar som har utvikla delvise omgrep eller misoppfatningar må få oppleve det å få ein kognitiv konflikt. Dei vil føle at ting ikkje passar saman. Eleven vil få eit behov for å opprette ein ny balanse mellom informasjonar utanfrå og egne tenkar og idear. Diskusjonar og refleksjonar rundt den kognitive konflikten, det at ting ikkje passar saman, skal vere med på å rydde misoppfatninga av vegen. ”På tilsvarande vis er refleksjon over korleis nye idear eller utviding av eit omgrep er bunde saman med dei erfaringar ein har på feltet frå før, eit sentralt punkt i denne delen av arbeidet” (Brekke, 2002, s. 19). Eit godt eksempel på dette er korleis multiplikasjon og divisjon endrar innhald når ein går over frå å arbeide med naturlege tal til også å arbeide med desimaltal og brøk (Brekke, 2002).

Teorien til Piaget om dei to læringsprosessane assimilasjon og akkomodasjon av kunnskap gjenspeglar det å oppleve ein kognitiv konflikt. Når eleven då utviklar ein kognitiv konflikt som for eksempel ved at han finn ut at desimaltal ikkje er par av heile tal, er det den andre delprosessen, akkomodasjon som kjem til hjelp. Den gamle kunnskapen er ikkje tilstrekkeleg, og det skjer ein reorganisering og utviding av kunnskapen.

Når elevane har løyst dei kognitive konfliktane og retta opp i misoppfatningar eller delvise utvikla omgrep, er det viktig at dei får øve seg og forstå omgrepa ennå betre ved å jobbe med oppgåver der det utvida eller nye omgrepet blir nytta (Brekke, 2002).

Heilt til slutt vel eg å trekkje fram bruken av datamaskin i samband med diagnostisk undervisning. Datamaskiner kan nemleg vere eit godt hjelpemiddel i diagnostisk undervisning. Dersom eleven har misoppfatningar, kan desse bli avslørt under arbeid med dataprogram. Elevane får også moglegheita til å eksperimentere vidare for å utforske samanhengar. ”Muligheten for rask respons utnyttes til å utfordre elevenes feiloppfatningar, skape kognitive konflikter og diskusjoner” (Fuglestad, 2003). Dette fører til at elevane kan arbeide vidare med oppgåver, utan å måtte vente på rettingar frå læraren (Fuglestad, 2003).

2.7 Læreplanane

Når eg i min studie skal gjennomføre innhaldsanalyse av læreverk i matematikk, er det ein føremon at eg har kjennskap til kva dei to læreplanverka eg tek utgangspunkt i seier om matematikken i skulen. Det er aktuelt å få fram kva dei generelt seier om matematikken i skulen og kva som kjem fram når det gjeld matematisk kompetanse i matematikk. Både i L97 og LK06 er det presisert at det er viktig at ein knyter matematikken opp mot dagleglivet og det praktiske. Dette bidreg til at det at det for lærarane er viktig at ein stimulerar elevane til å få nok kompetanse på både faktakunnskap og ferdigheitsdelen, men også at dei får nok kunnskap og kompetanse på problemløysingsdelen.

2.7.1 Læreplanverket for den 10 – årige grunnskulen – L97

Under den generelle matematikkdelen av L97 legg dei vekt på at matematikken utfordrar både kreativiteten, kritiske sansar og analytiske evner til elevane. Faget skal også gjennom eksperimentering, oppleving, undring og refleksjon medverke til å auke elevane sin interesse og trong til utforsking. Samtidig er det viktig at elevane

opplever læringa i matematikken som ein prosess. Det er viktig for læring i matematikk at elevane kan språket og symbola, i tillegg er det viktig at elevane forstår omgrep godt.

L97 framhevar mange punkt på korleis arbeidsmåtar det skal vere i faget og at læring kan skje på mange måtar. Elevane konstruerar sjølv sine eigne matematiske omgrep, og det er viktig å skape samtale og ettertanke rundt denne omgrepsdanninga. Elevar kan ha uferdige omgrep, gjere feil og vise ulike misoppfatningar, og dette skal nyttast som utgangspunkt for vidare læring og djupare innsikt.

Det at L97 seier at elevane konstruerar sine eigne matematiske omgrep, og at det viktig å skape samtale og ettertanke rundt denne omgrepsdanninga, går på mykje av det same som eg har presentert tidlegare i dette kapitlet. Konstruktivistisk læringsteori seier at kunnskap er noko som ein konstruerar sjølv utifrå eigne erfaringar, og L97 inneheld mykje av dei same elementa som konstruktivistisk læringsteori. L97 legg også opp til at ein kan nytta ufullstendige omgrep og misoppfatningar som grunnlag for planlegging av undervisning, som også er typisk i undervisning der ein tek sikte på å sikre seg solide omgrep i matematikken.

Når det gjeld å ha matematisk kompetanse så står det i L97: ”Læreplanen legger vekt på å knytte en nær forbindelse mellom matematikken på skolen og matematikken i verden utenfor skolen. Fra dagliglivets erfaringer, lek og eksperimentering bygges det opp og videreutvikles begreper og fagspråk” (L97, s. 153).

I L97 kjem det også fram at det er viktigare at elevane har forståing av det dei held på med, enn at dei kan noko hundre prosent. Dei gir oss eit eksempel med det å kunne multiplikasjonstabellen: ”Elever som strever med multiplikasjonstabellen, må likevel få arbeide vidare med begreper og oppgaver som bygger på ideer om multiplikasjon. Meir vesentlig enn å pugge tabellen er det å forstå selve begrepet og kunne bruke det” (L97, s. 155). Det å fokusere på at elevane skal pugge gongetabellen og automatisere denne, er med andre ord ikkje så viktig som det å kunne forstå multiplikasjon, og når ein skal nytte seg av den type matematisk tilnærming.

2.7.2 Læreplanverket for Kunnskapsløftet – LK06

Føremålet med matematikkfaget i LK06 legg vekt på at for å utvikle den matematiske kunnskapen som samfunnet og den einskilde treng, må elevane få høve til å arbeide både praktisk og teoretisk. Opplæringa skal ha aktivitetar og ferdigheitstrening som skal veksle mellom å vere utforskande, leikande, kreative og problemløysande. Det å kunne løyse problem høyrer med til den matematiske kompetansen, der ein analyserer og omformar eit problem til matematisk form, løyser det og vurderar kor gyldig det er. LK06 legg også vekt på det språklege aspektet i faget, som å resonnerer og kommunisere idear.

I LK06 er det også viktig at alle elevar skal kunne uttrykkje seg munnleg og skriftleg, å kunne lese, å kunne rekne og kunne nytte digitale verktøy i matematikkfaget. Dette er dei fem grunnleggjande ferdigheitene som er gjennomgåande for alle fag i læreplanen, og er integrerte i dei ulike kompetansemåla i læreplanen slik dei er med på å medverke til å utvikle fagkompetansen.

Når det gjeld LK06 og matematisk kompetanse, inneheld LK06 mange av dei same elementa i den introduserande delen av læreplanen i matematikk som i L97. I LK06 kjem det konkrete uttrykket *matematisk kompetanse* tydelegare fram, og det blir nemnt i fleire høve i delen der læreplanen presenterar føremålet med faget. Det kjem fram at sidan matematikk grip inn i mange viktige samfunnsområde, er det ein føresetnad med solid matematisk kompetanse for å kunne utvikle samfunnet. ”Problemløysing i matematikk høyrer med til den matematiske kompetansen. Det er å analysere og omforme eit problem til matematisk form, løyse det og vurdere kor gyldig det er. (...) Kompetanse i matematikk er ein viktig reiskap for den einskilde” (LK06, s. 57).

Det å ha eller å tileigne seg matematisk kompetanse, spelar ei viktig rolle i LK06, og som eg har nemnt tidlegare, spelar dette med å knyte matematikken opp mot dagleglivet og det praktiske ei stor rolle, også i LK06. Vidare så blir det presisert at det er viktig at elevane får høve til å arbeide både praktisk og teoretisk for å kunne utvikle den matematiske kompetansen den einskilde treng.

2.8 Læreverka og læraren

Matematikkbøker fungerer i mange tilfelle forskjellig frå lærebøker i andre fag. Matematikkbøker blir ofte skildra som vanskelege og fulle av oppgåver. Fagstoffet i norske læreverk er stort sett danna med utgangspunkt i gjeldande læreplanar. Ein bør kunne forvente å finne igjen læreplanane sin pedagogiske profil i lærebøkene. Sjølv om læreboka er danna med utgangspunkt i gjeldande læreplanar, så er det likevel rom for at kvart læreverk har sitt eige særpreg og spesielle fokus. Ei lærebok har mange funksjonar, og det er ikkje sikkert at ei lærebok høver like godt for alle brukarane. Det er mest sannsynleg ikkje mogleg å finne ei lærebok som passar like godt for alle (Herbjørnsen, 1999).

Herbjørnsen (2006) seier at mange elevar meiner nok at matematikkboka er skriven for læraren, og ikkje for dei. Elevane får rett og slett ikkje tak i innhaldet utan læraren eller ein mellommann. Det verkar som innhaldet i matematikkbøkene berre er kjent for dei som kjenner det faglege innhaldet på førehand.

Som eg nemnde innleiingsvis, så var bruken av lærebøker i norske klasserom svært stor, og det var tydeleg at lærebøkene dominerte undervisninga i skulen. Utifrå dette er samspelet mellom lærar, læreboka og elevar viktig.

Vigdis Flottorp (2002) har gjennomført ein casestudie der ho har studert forlaga si rolle i lærebokutviklinga. Når eit læreverk for grunnskulen skal bli utvikla, er det forlaget som tek initiativ til at eit læreverk skal bli danna. Det er også viktig for forlaga at lærebokforfattarane har solid og fersk skuleerfaring. Dei må også vere fagleg sterke både som pedagogar og faglærarar. Forfattarane i denne casestudien hadde frie hender når det gjaldt den faglege og pedagogiske utarbeidinga av eit læreverk. I denne studien kom det fram, som også bekreftar det eg har skrivne innleiingsvis i dette kapitlet, at omsynet til det gjeldande læreplanverket er svært styrande i lærebokutviklinga.

Herbjørnsen (1999) seier at læraren har i høg grad kraft til å påverke haldningane til elevane, både når det gjeld læreboka og heile matematikkfaget. Fagstoffet og fagleg

bakgrunnskunnskap må læraren også ha. ”Lærebøker formidler også holdninger til faget, samfunnssyn og syn på kunnskaper og læring. Vi må vurdere hva slags påvirkning læreboka har på lærer og elever” (Herbjørnsen, 1999, s. 80). Sjølv om læraren nyttar læreboka i matematikken, er det opp til læraren å styre og forme undervisninga.

Det konstruktivistiske synet på læring gir ein som lærar konsekvensar under det faglege arbeidet i klasserommet. Brekke (1998) skriv at desse konsekvensane blir at læraren må leggje til rette for aktivitetar der eleven kan vinne erfaringar som dei kan byggje kunnskapen på og i tillegg må læraren gje elevane anledning til å stoppe opp undervegs i arbeidet sitt for å reflektere over det dei har utført, og det dei har lært eller funne ut gjennom arbeidet. Med tanke på problemstillinga for denne studien er det ein sjølvfølge at læraren er klar over, og har kunnskap om diagnostisk undervisning og kva slag teoriar det byggjer på. Dersom det då viser seg at læreverk har diagnostiske element i seg, og læraren har valt diagnostisk undervisning som læringsform, er det heilt klart at dette er ein føremon for læraren.

Læraren må invitere eleven til å sjølv innsjå det utilstrekkelige i eiga tenking. Gjennom framheving av misoppfatningar og hindringar rundt omgrep, kan ein skape reflektert tenking rundt det som er sentralt ved eit omgrep. Læraren vil då få ei oversikt over elevane sine kunnskapar, og kan planleggje undervisninga utifrå dette (Brekke, 1998).

3. Innsnevring av problemstilling

Ein ser at området angående misoppfatningar og delvis utvikla omgrep i matematikken er omfattande med tanke på at dei eksisterar i alle område og emne i faget. Som nemnt i innleiinga, munnar den opphavlege problemstillinga ut med utgangspunkt i to sider. På den eine sida er det hevda at diagnostisk undervisning fører til auka langtidslæring, og på den andre sida er det gjennom forskning og kartlegging kome fram at læreboka blir mykje brukt i undervisninga i skulen. Dette fokuset er fortsett gjeldande.

I min studie er det aktuelt å få fram om læreverka nyttar diagnostisk undervisning som undervisningsprinsipp, som skal vere med på å hjelpe læraren i undervisninga. For å kunne opplyse dette best mogleg, er det viktig å sjå på fleire delar av læreverket. For det fyrste så må eg finne ut om læreverket har eit spesielt grunnsyn/fokus, og om dette blir støtta opp gjennom oppgåver og framstillingsformer i elevane sine bøker.

Ved å innsnevre problemstillinga avgrensar eg også studien. Dette har eg tenkt å gjennomføre ved at eg ikkje utfører ein innhaldsanalyse av alle delane og alle emne i læreverka, men gjer eit val kring dette. Eg vil fyrst analysere lærarrettleiingane for å finne ut om dei har fokus på ulike aspekt utifrå den diagnostiske undervisninga. I tillegg vil det vere svært vesentleg å analysere elevane sine bøker, for å få eit best mogleg bilete av læreverka, og for å støtte opp eventuelle funn i lærarrettleiinga. Avgrensing av studien vil då ligge i innhaldsanalysen av elevane sine bøker, der eg vel å sjå nærare på eit område. I tillegg ligg avgrensinga i at eg vel eit klassetrinn for innhaldsanalysen. Det er ein føremon at det området eg vel ut, er av tidlegare arbeid og forskning knytt opp mot misoppfatningar og diagnostisk undervisning, som ein hovudsakleg kan med dei fleste emna i matematikken. Likevel så vel eg å analysere elevane sine bøker frå 6. klasse ut i frå oppgåver i geometri, og då *vinklar, arbeidet med vinklar og vinkelomgrepet*.

Med bakgrunn i den opphavlege problemstillinga og med bakgrunn i at det er ynskjeleg å avgrense studien, dannar eg ein ny problemstilling. Denne vil ha same fokus som den opphavlege, samtidig som den vil hjelpe til med å få ein smalare innfallsvinkel til innhaldsanalysen:

Korleis blir oppgåver om vinklar framstilt i lærebøker for 6. klasse og kva seier lærarretteiingane knytt til L97 og LK06 med utgangspunkt i diagnostisk undervisning?

- *Er den diagnostiske undervisningsmetoden kjend for lærebokforfattarar, og kjem dette fram i læreverka?*
- *Finst det oppgåver i norske lærebøker for 6.klasse knytt til arbeidet med vinklar som har diagnostisk preg?*

Hovudsiktemålet er å finne ut om læreverka har fokus på diagnostisk undervisning, og om ein finn igjen oppgåver som viser det same. Denne problemstillinga har blitt belyst både i teorikapittelet, og kjem til å bli belyst i det komande kapittelet, der eg kjem til å gå i meir i djupna av det eg presenterte i førre kapittel, teorikapittelet.

Grunnen til at eg vel å foreta innhaldsanalyse av matematikkbøker for 6. klasse og ha fokus på vinkelomgrepet, er litt på grunn av eitt av KIM – prosjektet sine rettleiingshefte, *Rettleiing til geometri*, og litt på grunn av Veslemøy Johnsen sin artikkel *Hva er en vinkel?*. Desse har gjeve meg ein del inspirasjon i arbeidet med diagnostisk undervisning.

4. Geometri, omgrepsdanning, vinklar og misoppfatningar

For at denne studien skal bli så presis som mogleg, er det viktig at ein får kunnskap om korleis barn byggjer opp si forståing og innhald av geometriske omgrep generelt og vinkelomgrepet spesielt. I tillegg til dette er det samtidig også viktig at ein har ei oppfatning av kva slag visuelle førestillingar dei har om former, figurar og dimensjonar i omgjevnadane.

I dette kapitlet kjem det til å kome fram litt om kva geometri er, og kva slag rolle den har og har hatt i skulen. I tillegg vil eg seie litt om korleis born utviklar geometriske omgrep, og korleis den geometriske kunnskapen blir bygd opp. Det vil også kome ein del om vinkelomgrepet og kva som kjenneteiknar typiske misoppfatningar kring vinkelomgrepet. Til slutt vil eg gjere greie for korleis diagnostiske oppgåver med vinklar kan vere utforma for å kunne avdekkje delvis utvikla omgrep og misoppfatningar.

Sidan det skal gjennomførast ein innhaldsanalyse av læreverk knytt til L97 og LK06, er det naturleg å ta med litt om kva planane seier om arbeidet med geometri og arbeidet med vinkelomgrepet, spesielt med tanke på 6. klasse.

4.1 Litt om geometri

Ordet *geometri* kjem frå det greske ordet *geometria* som ein kan omsetje til *måling av jordstykke*. I alle kulturar finn ein aktivitetar som dreiar seg om geometrien. Det er ein del av matematikken som dreiar seg om form, storleik og plassering. Undersøking av storleikar og eigenskapar ved fysiske figurar og former, har vore ei kjelde til kunnskap og innsikt i geometri. Geometrien har ei viktig historisk side. Den har blitt bygd opp over mange år som eit systematisk, logisk område innanfor matematikken, med setningar som byggjer på kvarandre og med bevis og grunngjevingar (Breiteig & Venheim, 2005). Geometrien blir gjenspegla i naturen rundt oss. Kjegler, kuler, sylindrar og prisme kan nyttast til å skildre naturen. Alt rundt oss blir uttrykt ved å nytte geometri. Tre, blomster, frukt og andre vekstar syner oss geometriske former. Historisk sett så er det Euklid (ca. 300 f.Kr.) som er mest kjend innanfor geometrien. Han samla opp og systematiserte geometrien i den greske kulturkrinsen. Med postulat og slutningsreglar presenterte han eit system i geometrien, som har blitt ståande som

ein modell for all logisk oppbygning i matematikk. Han presenterte arbeidet sitt i *Element*, og den geometrien som vart presentert, har danna grunnlaget for lærebøker i matematikk i meir enn 2000 år (Gjone & Nortvedt, 2001).

Pytagoras' setning, som er resultat av gresk geometri, har også lang tradisjon som del av skulematematikken. Den har vore kjend i mange kulturar, og setninga viser oss korleis matematikken har vakse fram i ulike delar av verda (Gjone & Nortvedt, 2001).

4.2 Geometrien i grunnskulen

Geometrien i grunnskulen har også sin historie. Undervisninga i geometri på alle årssteg i grunnskulen har i mange år vore veldig tradisjonell. Tidlegare var emnet mykje prega av at elevane i småskulen berre skulle konsentrere seg om å kunne namna på nokre figurar. I tillegg bar det preg av mykje måleaktivitetar. Det var fyrst når elevane kom på 5. eller 6. trinn at den verkelege geometrien byrja. ”Da ble det ført bevis – påstander om figurer, linjer, vinkler og flater skulle godtgjøres ved logiske slutningar” (Breiteig & Venheim, 2005, s. 225). Denne måten å jobbe med geometri på representerte ein meir deduktiv metode, der ein la vekt på grunngevingar på oppstilte setningar som kongruenssetningar, Pytagoras' setning eller setningar om vinklar og formlikskap. Når elevane konstruerte, nytta dei passar og linjal, og dei rekna ut lengder og areal. Gjennom alt dette var det spesielt viktig at elevane øvde opp sin sans for nøyaktigheit (Breiteig & Venheim, 2005).

I dag er geometri ein del av grunnskulematematikken heilt i frå fyrste klasse. Det blir nytta materiell og konkretiseringsmateriell av ulikt slag. Hensikta er som regel å skape figurar og mønster. Symmetri er blitt eit meir sentralt omgrep, og elevane kjem til å bli meir kjende med geometriske avbilingar. Det blir lagt meir vekt på varierte arbeidsmåtar, ved at ein legg opp til ei arbeidsform prega av utprøving og undersøkingar med vekt på konkretisering. Gjennom dette skal elevane få moglegheit til oppdage samanhengar og faste reglar i matematikken og deretter reflektere over dei (Breiteig & Venheim, 2005).

4.3 Omgrepsutvikling i geometri

Geometri er kanskje den delen av matematikk som ein fyrst byrjar å byggje seg kunnskap om. Frå vi er heilt små, tolkar og organiserar ein omgjevnadane og orienterer seg i omverda. Ein registrerer avstand og nærleik, høgde og lengde, om noko står skeivt eller står loddrett i forhold til underlaget. Etterkvart byrjar ein å sortere og skildre omgjevnader med geometriske omgrep som rund eller firkantet. Det kan ein gjere ved å nytte ord, teikningar eller ved å skape noko, som for eksempel lage ein snøball. Det er fyrst når ein byrjar på skulen at kunnskapane ein har om geometri blir formaliserte (Herbjørnsen, 2006).

Det er utvikla mange teoriar på korleis born utviklar geometriske omgrep. Før det blir gått nærare inn på vinkelomgrepet, vil det her kome litt om to forskjellige teoriar som gjeld korleis born utviklar geometriske omgrep. Piaget sin stadieteori av born sin utvikling av tenking i rommet er sentral med tanke på Piaget sin posisjon i den konstruktivistiske læringsteorien. Når det gjeld teori om omgrepsutvikling i geometri, så er Van Hieles sine teoriar om elevar sine utviklingsnivå ein av dei mest sentrale teoriane.

4.3.1 Stadieteorien til Piaget

Piaget i saman med Inhelder (1971) kom fram til ein teori om born si utvikling av tenking i rommet med bakgrunn i mange forsøk. Det er tre utviklingsfasar i romlege operasjonar.

Topologisk tenking som blant anna dreiar seg om at eleven klarar å skilje mellom for eksempel ein open eller lukka figur.

Prosjektiv tenking som går på om eleven klarar å oppfatte frå eit anna perspektiv enn det egosentriske.

Operere i det euklidske /metriske rom som går på relasjonar om ”parallel med”, ”vinkelrett på” og ”avstand mellom”.

Om stadia seier Piaget:

Den kognitive utviklinga hjå born går i stadium og det er spesifikke kognitive skjema på kvart av dei. Når eit born er på eit stadium kan han ikkje operere på eit høgare stadium. Rekkjefølgja av stadia er universell og det er ikkje mogleg å hoppe over eller snu dei. Når ein går over til eit høgare stadium, blir ikkje dei tidlegare skjema øydelagde, men integrert i dei nye (Johnsen, 1996a) og (Meyer, Søholm & Vejleskov, 1971).

4.3.2 Van Hieles sine utviklingsnivå

Dina og Pierre van Hiele la fram i sine doktoravhandlingar (1959/1985) teoriar om elevar si tenking i geometri. Teoriane deira oppstod gjennom reflektert observasjon av elevar i skulesituasjonar. Van Hieles sine utviklingsnivå i geometri blir nemnd i dei fleste artiklar og bøker som dreiar seg om undervisning i geometri. Van Hieles seier at elevane går gjennom fem nivå under utviklinga av korleis dei forstår geometri: gjenkjenning, analyse, abstraksjon, deduksjon og stringens (Johnsen, 1996a). Kvar elev må utvikle tenkinga si frå eitt nivå til det neste i rekkjefølgje, og ein kan ikkje nå opp til eit bestemt nivå utan å ha vore i gjennom dei tidlegare nivåa (Gjone & Nortvedt, 2001). Van Hiele la fram ulike eigenskapar som var karakteristiske for modellen (Fuys, 1988) og (Johnsen, 1996a):

- Læring er ein diskontinuerleg prosess. I læringsprosessen er det ”hopp” som gjer at dei ulike nivåa i geometrisk tenking er skilde og kvalitativt forskjellige.
- Nivåa er sekvensielle og har ein hierarkisk oppbygning. Ein elev kan ikkje gå frå eit nivå til det neste før store delar av det føregående nivået er forstått.
- Å komme frå eit nivå til det neste er meir avhengig av undervisninga enn av alder og mogning.
- Omgrepa elevane forstår implisitt på eit nivå, blir forstått eksplisitt på det neste.

-
- Kwart nivå har sitt eige ”språk”, med sine eigne lingvistiske symbol, og relasjonar som forbind desse symbola. To personar som resonnerer på kvart sitt nivå, kan ikkje forstå kvarandre. Det er språklege faktorar som er avgjerande for å komme på neste nivå.
 - Undervisninga må tilpassast eleven sitt nivå, for at han skal klare følgje det.

Van Hiele sin opphavlege modell bestod av fem nivå. Her vil eg nemne dei opphavlege fem, basert på Fuys (1988), Johnsen (1996a), Gjone & Nortvedt (2001) og Smestad (2008):

Nivå 1

Det visuelle nivå der geometriske figurar blir gjenkjende ved si form som eit heile, ikkje ved delar av figuren eller eigenskapar. Elevane er merksame på at rommet er noko som eksisterar rundt dei. Borna studerer klassar av figurar som blir kjende igjen visuelt som ”same form”.

Nivå 2

Det deskriptive/analytiske nivå der figurar blir gjenkjend ved sine eigenskapar, og objekta som blir studert, er eigenskapane til figurane. Elevane forstår ikkje samanhengen mellom eigenskapane på dette stadiet, og samanhengen mellom figurane blir ikkje oppdaga før på det neste nivået. Elevane studerar klassar av figurar.

Nivå 3

Det abstrakt /relasjonelle nivå der elevane kan klassifisere hierarkisk, gje logiske grunngevadar og organisere eigenskapane ved geometriske figurar, for eksempel at eit kvadrat er eit rektangel. Elevane studerar eigenskapar til klassar av figurar på dette nivået.

Nivå 4

Det formelt/deduktive nivå der elevane kan sjå teorem i ein aksiomatisk samanheng, føre bevis, samtidig som dei ser at det kan vere fleire bevis for same setning. Objekta som blir studert er samanhengane mellom eigenskapane til klassar av figurar.

Nivå 5

Det stringente/matematiske nivå der elevane kan resonnerer på det abstrakte plan. Objekta som blir studerte er samanhengane mellom formelle konstruksjonar. Målet er å etablere, utarbeide og samanlikne aksiomatiske system.

Van Hiele har fått kritikk for å ikkje ha med eit nivå 0, der borna byrjar å gjenkjenne figurar. På dette nivået kjenner borna igjen figurane utan å ha bestemte namn på dei (Smestad, 2008). I grunnskulematematikken blir dei tre lågaste nivå hjå elevane utvikla, og det er desse tre nivåa som er mest aktuelle for grunnskulelærarar. Så det er spesielt desse tre nivåa ein må leggje til rette for i undervisninga. Sidan framgang frå eit nivå til det neste er meir avhengig av erfaring frå undervisning enn av alder eller mogning, er ikkje desse nivåa av same type som Piaget sine nivå, som i hovudsak er avhengig av elevar sitt mogningsnivå.

4.4 Vinkelomgrepet

Når ein skal jobbe med vinklar i matematikken, og jobbe med at elevar skal få sikre omgrep i faget, er det viktig at ein kjenner til ulike definisjonar av ein vinkel.

Matematisk så kan ein vinkel i planet definerast på mange måtar. Vinkelen kan bestemmast utifrå eit punkt P og to *strålar* ut i frå P . Når dei to strålane ikkje fell saman eller er motsatt retta, utgjer punkta mellom strålane det *indre* av vinkelen eller *vinkelområdet*. Tradisjonelt sett i matematikken, så seier ein at målalet for ein vinkel blir definert ved at ein heil omdreiging svarar til 360° . Ein snakkar vidare om positiv og negativ omdreiging. Ein rotasjonsvinkel består av ein *retta* vinkel og eit positivt eller negativt måltal knytt til vinkelen. Vanlegvis så tyder *vinkel* rotasjonsvinkel (Gjone & Nortvedt, 2001) og (James & James, 1976, referert i Johnsen, 1996b).

Når ein vinkel er teikna på eit papir, illustrerar den det vi kallar for *statiske* vinklar. Slike vinklar skal som oftast målast eller reknast ut. På ei anna side så har vinkelomgrepet også eit *dynamisk* aspekt, der ein kan illustrere det ved at ein for eksempel opnar ei dør som dreiar seg i ein bestemt vinkel, og måler eller reknar ut dette. Som oftast så er ein ikkje i den dynamiske samanhengen så opptatt av å måle, men ein er meir opptatt av rørsle (Gjone & Nortvedt, 2001).

I motsetnad til kva ein vinkel er, har også vinkelomgrepet blitt definerte didaktisk, som også kan vere meir høveleg i denne studien. Desse definisjonane er gjort av Post (1992) referert i Johnsen (1996b):

- Rotasjonar eller vridingar er naturleg for yngre born, og desse tidlege erfaringane borna har, kan nyttast som utgangspunkt for arbeidet med vinklar. Den dynamiske måten å sjå vinklar på, må starte tidleg og vare gjennom heile skuletida.
- Faste figurar viser til borns erfaringar med hjørne på bygningar, møblar, skråningar og trapper. Denne statiske måten å sjå vinklar på (der ein vinkel oppfattast som to strålar utifrå eit punkt) er mindre naturleg, men det er på denne måten dei fleste lærebøkene framstiller vinkelomgrepet.
- Å måle er kanskje den mest unaturlege måten for born å arbeide med vinklar på, og den som skaper mest problem. Vanlegvis nyttar ein gradskive – og den nyttast ofte feil – til å måle vinklar som statiske objekt. Det blir forventa at elevane skal kunne klassifisere vinklane med utgangspunkt i målingar, som spisse, stumpe og rette vinklar, også nokre gonger som like vinklar.

Som desse definisjonane viser så er det mange moment ein som lærar må ta omsyn til i arbeidet med vinkelomgrepet, og for å sikre solid omgrepsdanning. Definisjonane seier også noko om korleis born lærer vinkelomgrepet, og korleis ein bør arbeide med vinklar og korleis ein bør leggje opp undervisninga.

Fagleg sett er omgrepet vinkel eit meir vanskeleg tilgjengeleg omgrep i geometri enn elevane har møtt på tidlegare. Uttrykk som *stor* har andre eigenskapar kring vinkelomgrepet enn det har i samanheng med til dømes lengd, breidd, volum og opning. Det kan vere vanskeleg for elevar å forstå kva ein meiner med storleiken av ein vinkel (Gjone & Nortvedt, 2001).

4.5 Typiske misoppfatningar kring vinkelomgrepet

I geometri er det mange som har jobba med testing og forskning av elevar for å finne ut av korleis elevar oppfatar ulike geometriske omgrep, og kva slags misoppfatningar og delvise utvikla omgrep dei kan ha. Fleire har kome fram til at elevar har misoppfatningar og delvis utvikla omgrep av ulike årsaker i alle tema innanfor geometri i skulematematikken. I kapittel 2 vart det definert kva misoppfatningar er. Her kjem det ein vidareføring av misoppfatningar angående vinkelomgrepet. Det vil i dette kapittelet vere aktuelt å gå nærare inn på kva tidlegare forskning har funne ut når det gjeld forståing og misoppfatningar av vinkelomgrepet.

Close (1982) har undersøkt elevar (Secondary) si forståing av omgrepet vinkel og moglege årsaker til at elevar har ufullstendige omgrep og misoppfatningar. I hennar gransking kom det fram at elevar har djupe omgrepsmessige problem rundt vinkelomgrepet. Eit av dei større funna til Close var at bruken av gradskive med full omdreiing i motsetnad til gradskive med halv omdreiing, gav elevane betre forståing av vinklar, og dei målte vinklar meir nøyaktig når dei nytta gradskive med full omdreiing. Ho fann følgjande problem hjå ei rekke elevar:

- Rette vinklar blir ikkje oppfatta når dei er orientert skeivt
- Elevar veit ikkje kor mange grader det er i ein rett vinkel.
- Ein rett vinkel blir ikkje oppfatta som spesialtilfelle av ein vinkel.
- Elevar forstår ikkje meininga med ein full rotasjon.
- Oppfatning av at vinklar er statiske.
- Vinklar som er orientert ulikt, er vanskeleg å samanlikne.
- Elevar gjenkjenner ikkje konveksvinklar, sjølv etter undervisning.
- Stumpe vinklar er vanskelegare å måle, estimere og samanlikne enn spisse vinklar.

-
- Konvekssvinklar mellom 180° og 270° er vanskelegare å måle, estimere og samanlikne enn konvekssvinklar over 270° .
 - Lengda på vinkelbeina har innverknad på storleiken på vinkelen.
 - Det verkar som at lengda på bogen som markerar vinkelen, påverkar storleiken på vinkelen.
 - Posisjonen på arket har innverknad på storleiken på vinkelen.
 - Elevane klarte ikkje å plassere gradskive med halv omdreining rett.
 - Elevar interpolerar feil på gradskiveskalaen.
 - Dei les av feil på gradskiveskalaen.
 - Forholdet mellom intuitiv vinkelstorleik og målt vinkelstorleik blir ikkje forstått.

Kerslake (1979) har kome fram til at den vanlegaste måte å presentere figurar på i undervisning, er at ”grunnlinja” alltid er orientert horisontalt i forhold til arket. Det blir då vanskeleg for born å kunne utvikle omgrep som for eksempel rett vinkel, trekant, kvadrat og parallelle linjer dersom dei aldri ser figurar orientert på ein anna måte enn horisontalt.

Veslemøy Johnsen (1996a) har i si hovudoppgåve *Begrepsutvikling i geometri i datamaskinbaserte omgivelser* teke opp elevar i sjette og sjuande klasse sine omgrepsoppfatningar i plangeometri. I tillegg jobba ho med kva slag misoppfatningar dei har, korleis ein kan leggje til rette undervisninga slik at elevar får sikre og stabile omgrep, og om eit dynamisk konstruksjonsprogram kan vere til hjelp i dette arbeidet. Ho gjennomførte nokre testar av diagnostisk karakter på elevar i sjette og sjuande klasse. I denne studien kom ho fram til mange av dei same misoppfatningane som eg allereie har nemnt. I tillegg til dette kom ho i studien fram til misoppfatningar som:

- Ein vinkel må ha opninga oppover mot høgre og nedste vinkelbein må vere parallell med kanten på arket.

- Ein rett vinkel må vende oppover og ha vinkelbeina parallelle med sidekantane på arket.
- Vinklar er ikkje like store dersom dei ikkje er orientert i same retning.
- Rette vinklar blir oppfatta som større eller mindre enn 90° når dei ikkje er orientert på vanleg måte.

Også i KIM – prosjektet sitt rettleiingshefte *Rettleiing til geometri*, kjem det fram at elevar har mange av dei same ufullstendige omgrepa og misoppfatningane som eg har nemnd ovanfor.

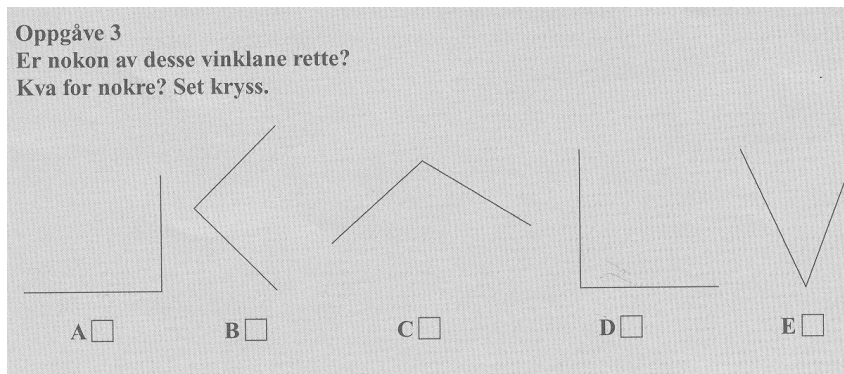
Når det gjeld vinklar, så kjem det i heftet fram at elevar har oppfatning om at vinklar er lite funksjonelle. Nokre elevar meiner at vinkelen berre skal ha opning mot høgre, og nokre meiner at vinklane må vere mindre enn 90° . Elevar har også misoppfatningar som går på at dei meiner at lengda på vinkelbeina avgjer kor stor vinkelen er, med at vinkelen blir større etter kor lange vinkelbeina er.

4.6 Vinklar og diagnostiske oppgåver

Som det har blitt nemnt tidligare, så er tanken bak diagnostiske oppgåver at ein skal unngå å stille spørsmål som er forma slik at elevane kan få rett svar sjølv om dei har feilaktige idear knytt til omgrepet. Diagnostiske oppgåver i geometri vil på same måte som diagnostiske oppgåver i matematikk generelt vere forma på ein måte som kan vere med på å avsløre misoppfatningar og delvise utvikla omgrep i emnet.

Det som vil vere hovudmomentet når ein skal lage diagnostiske oppgåver er at dei må vere laga utifrå den kunnskapen ein som lærar har om vinkelomgrepet, vanlege misoppfatningar og elevar og deira omgrepsutvikling. Samtidig så bør oppgåvene vere på den måten at elevane møter oppgåver der dei må utvide sin eksisterande kunnskap med ny. For hovudsiktemålet med oppgåvene er at dei skal vere med på å sikre gode omgrep, og unngå overgeneraliseringar.

Som det kjem fram i kapittel 4.5 er det ofte elevar som trur at lengda til vinkelbeina og bogen som markerer vinkelbeina gjenspeglar seg i storleiken på vinkelen. I tillegg så kom det fram at elevar har vanskeleg for å kjenne igjen vinklar som ikkje er orientert på den måten at ”grunnlinja” er parallell med arket i boka. Eksempelvis så kan ein sjå på denne diagnostiske oppgåva henta frå KIM – prosjektet sitt hefte *Rettleiing til geometri*:



Figur 2: Diagnostisk oppgåve (Gjone & Nortvedt, 2001, s.35)

Det som karakteriserar denne oppgåva som diagnostisk, er at alle vinklane utanom vinkel D og A har ikkje vinkelbeina sine parallelt med sidekantane i boka. I denne oppgåva vil det for nokre bli vanskeleg å kjenne igjen vinkel B som ein rett vinkel, fordi den ikkje har vinkelbeina orientert parallelt med sidekantane til arket.

Når det gjeld misoppfatningar blant anna knytt opp mot lengda på vinkelbeina illustrerer denne oppgåva korleis ein kan avsløre slike misoppfatningar. Denne er også henta frå *Rettleiing til geometri*:

Oppgåve 8

a. Kva for ein av dei markerte vinklane trur du er størst? _____

b. Kva for ein av dei markerte vinklane trur du er minst? _____

c. Er nokon av desse vinklane rette (90°)? Kva for nokre? _____

Sjå på vinklane ovanfor.
Skriv nummera på dei vinklane som er:
(Skriv INGEN dersom du meiner at det ikkje er nokon slik vinkel.)

d. mindre enn 90° _____

e. større enn 90° _____

f. større enn 180° _____

Figur 3: Diagnostisk oppgåve (Gjone & Nortvedt, 2001, s. 36)

Her ser ein at ikkje alle av vinklane har like lange vinkelbein og blant anna så er vinkel 3 og 4 ”større” i storleik enn det vinkel 1 og 2 er. Her blir det vanskeleg for elevane å finn ut kva slag vinkel som er størst. Mange vil her svare at det er vinkel 4 som er størst, sidan den er ”størst” med tanke på lengda til vinkelbeina. Vinklane er også orientert på forskjellige måtar, og det er berre ein vinkel som har vinkelbeina orientert parallelt med sidekanten på arket. I tillegg så ser ein at vinkelopningane vender både opp, ned og mot høgre og venstre. I tillegg til dette kan også det at bogen som markerar vinkelen, vere med på å avsløre elevar som har misoppfatninga at det er bogen som markerar vinkelen som avgjer storleiken på den.

4.7 Læreplanane

Som sagt så er alle dei ulike læreverka eg skal gjennomføre innhaldsanalyse på skriven for anten L97 eller LK06. For å kunne få betre oversikt over kva lærebøkene i matematikk legg vekt på av oppgåver og strukturar, vil eg sjå nærare på L97 og LK06 for å sjå om det er element frå læreplanane som er aktuelle i høve til problemstillinga til denne studien og kva dei seier om emnet geometri og arbeidet med vinkelomgrepet for 6.klasse. Eg tek ikkje med kompetansemål som ikkje er relevante i denne samanheng.

4.7.1 Læreplanverket for den 10-årige grunnskulen – L97

Måla for geometri for mellomtrinnet, 5-7. klasse legg vekt på:

Elevene skal lære å kjenne varierte former og figurer og skaffe seg innsikt i deres egenskaper og bruksmuligheter. De skal lære å beskrive plassering i plan og rom. De skal bli kjent med avbildninger, bruken av dem og sammenhengen med symmetri, mønster, modeller, kart og arbeidstegninger. Elevene skal få erfaringer med kunnskaper om måling og om å sammenlikne, anslå og beregne geometriske størrelser (L97, s. 162).

Under hovudmomenta for geometrien og innlæringa av vinkelomgrepet for 6. klasse, så blir det lagt vekt på at elevane skal:

- gjøre erfaringer med vinkel som ei dreining omkring eit punkt og som to strålar ut frå eit punkt og bli kjend med vinkelmål
- arbeide med grunnleggande plangeometriske omgrep som punkt, linjestykke, rett linje, stråle, vinkel og kurve og med lukka kurver som mangekant og sirkel
- øve på å nytte standardeiningar for lengde, areal og volum og velje og nytte ulike målereiskapar og – instrument.

4.7.2 Læreplanverket for kunnskapsløftet – LK06

I LK06 er geometrien blitt delt opp, slik at den delen av geometrien som går på måling, har i LK06 blitt plassert under emnet *måling*. Under hovudområde i faget blir det i geometri og måling lagt vekt på:

Geometri i skulen handlar mellom anna om å analysere eigenskapar ved to- og tredimensjonale figurar og gjere konstruksjonar og berekningar. Ein studerar dynamiske prosessar, som spegling, rotasjon og forskyving. Hovudområdet omfattar òg det å utføre og beskrive lokalisering og flytting. (...) Måling vil seie å samanlikne og oftast knyte ein talstorleik til eit objekt eller ei mengd. Denne prosessen krev at ein nyttar måleiningar og høvelege teknikkar, målereiskapar og formlar. Vurdering av resultat og drøfting av måle - usikkerheit er viktige delar av måleprosessen (LK06, s. 59).

Vidare i læreplanen for matematikk er det i opplæringa for geometri og måling kompetansemål etter 7. årssteg at elevane skal kunna:

- analysere eigenskapar ved to- og tredimensjonale figurar, og ved hjelp av geometriske omgrep kunne beskrive fysiske gjenstandar i dagleglivet og innanfor teknologi

- velje høvelege målereiskapar og gjere praktiske målingar i samband med daglegliv og teknologi, og vurdere resultata ut frå presisjon og måleusikkerheit
- gjere overslag over og måle storleikar for lengd, areal, masse, volum, vinkel og tid.

5. Metode

Dette kapittelet er i hovudsak tredelt. Fyrst seier eg litt om kvalitativ innhaldsanalyse som forskingsopplegg, og kva det vil seie i min samanheng. Så kjem det ein del der eg presenterar forskingsopplegget mitt, grunngeiv utvalet mitt og greier ut om ulike kriterium for analysen. Til slutt ein kort del der eg vurderar opplegget mitt og drøftar litt kring validiteten og reliabiliteten i forskingsopplegget. Heile kapittel fem er hovudsakaleg ein omtale av dei konkrete utfordringane kring studien, samtidig er det noko tilvising til teori.

5.1 Kvalitativ innhaldsanalyse

I vitskapsteorien kan ein skilje mellom forskjellige typar forskning. Ein har grunnforskning og anvendt forskning. Intensjonen i grunnforskning er at ein skal få generell kunnskap utan å vere forplikta til å vise korleis kunnskapen skal nyttast i praksis. I anvendt forskning vil siktemålet av forskinga vere at ein skal nytta forskingsresultatet praktisk. Sidan det i min studie ikkje er som siktemål å nytte funn og resultat til praktiske føremål, er min studie parallell med det å utføre ei grunnforskning (Lund & Haugen, 2006).

Som eg har nemnt tidlegare, får eg opplyst og funne svar på min problemstilling ved hjelp av analyse av læreverk som tilnæringsmåte på studien. Grønmo (2004) seier at innhaldsanalyse av dokument er datainnsamling basert på dokumentet som kjelde. Innhaldet i dokumenta blir gjennomgått systematisk med tanke på å finne relevant informasjon om dei forhold som ein vil studere. Dei relevante delane av innhaldet blir omarbeida, systematisert og registrert på ein slik måte at det kan bli nytta som datagrunnlag i den aktuelle studien. ”I slike innholdsanalyser kan dokumentenes innhold behandles og registreres enten som kvalitative data eller som kvantitative data. I tråd med dette skiller vi mellom kvalitativ og kvantitativ innholdsanalyse” (Grønmo, 2004, s. 187).

Kvalitativ innhaldsanalyse byggjer på systematisk gjennomgang av dokument, der ein tek sikte på å kategorisere innhaldet og registrere data som er relevante for

problemstillinga i den aktuelle studien. Kvalitativ innhaldsanalyse kan i prinsippet nyttast på alle typar dokument. Datainnsamlinga skjer omtrent samtidig med dataanalysen. Etter kvart som stadig fleire tekstar blir analyserte og tolka, blir problemstillinga betre og betre opplyst (Grønmo, 2004).

Før eg set i gang med sjølve datainnsamlinga i denne studien er det viktig å forberede seg på forskjellige område. Det aller viktigaste er å avklare fokus for datainnsamlinga. Grønmo (2004) seier at gjennomføringa av datainnsamlinga byggjer på stor fleksibilitet, så det er viktig å ha klart for seg kva som er siktemålet med studien, og kva som er meininga med datainnsamlinga. Problemstillinga skal alltid ligge til grunn og bestemme kva slags data som er relevante. I mitt tilfelle så har eg i tillegg til å gjennomføre ein strategisk innhaldsanalyse utarbeidd kriterium som skal vere med å definere dei funna som er relevante ut i frå problemstillinga i studien. Eg presiserer då datainnsamlinga og analysen av bøkene som *Innhaldsanalyse ved hjelp av bestemte kriterium*. Dei ulike kriteria eg har utarbeida og bakgrunnen til utarbeidinga av desse blir presenterte i kapittel 5.2.

I utgangspunktet gir problemstillinga grunnlag for to typar avklaringar når det gjeld fokuset på datainnsamlinga. Den eine avklaringa er kva slag tema som blir prioriterte under datainnsamlinga, kva skal ein sjå på under den systematiske gjennomgangen av innhaldet i tekstane. Problemstillinga for denne studien gjev grunnlag for temaet geometri og framstillinga av vinklar i lærebøker, i tillegg til at den dannar grunnlag for kva slag fokus lærarrettleiingane har. Den andre avklaringa dreiar seg om kva slag type tekstar som skal velgast ut for innhaldsanalysen. I denne studien tek problemstillinga i seg sjølv føre seg kva slag type tekstar som er aktuelle for analysen (Grønmo, 2004). Når det i dette avsnittet er snakk om ”tekstar”, så er det i min samanheng gjeldande som læreverk og innhaldet i læreverka.

5.2 Presentasjon av forskingsopplegget

I mitt arbeide med innhaldsanalyse av læreverk vil eg ta utgangspunkt i diagnostisk undervisning som metode, der det er ynskjeleg å kartleggje elevar sine misoppfatningar og delvis utvikla omgrep hjå alle elevar uansett om dei har lærevanskar eller ikkje. Eg skal analysere lærarretteiinga tilhøyrande kvar bok for å sjå om dei har fokus på misoppfatningar, kognitive konflikhtar, diagnostisk undervisning eller om dei legg føringar på korleis læraren skal leggje opp undervisninga med tanke på diagnostisk undervisning.

For å få eit heilskapeleg inntrykk vil eg også sjå nærare på utforming av oppgåver om vinklar i bøkene for elevane, om dei er av diagnostiske preg og om dei eventuelt er laga med tanke på å skape kognitive konflikhtar, der elevar må utvide sin eksisterande kunnskap med ny kunnskap.

Eg skal drøfte kring problemstillinga om læreverka har fokus på diagnostisk undervisning og eventuelt i kor stor grad dei har det. Som eg presiserte i kapittel 5.1 vil spesielle kriterium vere mitt verktøy i datainnsamlinga og analysen. Desse vil vere med på å kunne seie noko om læreverka i høve til problemstillinga. Uansett så kan ein seie at dess fleire kriterium eit læreverk oppfyller, dess i større grad kan ein seie at læreverket har fokus på diagnostisk undervisning. Kriteria er laga med bakgrunn i tidlegare forskning om misoppfatningar kring vinkelomgrepet som eg har kome med eksempel på i kapittel 4.

Når det gjeld kriteria til lærarretteiingane/læreverka, er dette kriterium som kan belyse problemstillinga mi ved hjelp av å få fram ein oversiktleg oppfatning av læreverka. Ved å gå grundig inn på lærarretteiinga er det ynskjeleg å få fram eit generelt inntrykk.

Det blir ikkje utført noko form for rangering av lærarretteiingane. Her vil fokuset vere å trekkje ut element som høver til dei utarbeide kriteria for lærarretteiingane.

Når det gjeld sjølve presentasjonen av datainnsamlinga og analysen så kjem desse i kvart sitt kapittel. Fyrst blir datagrunnlaget presentert i kapittel 6, og deretter i kapittel 7 blir datamaterialet drøfta og evaluert.

Både datainnsamlinga og analysedelen blir gjennomført med problemstillinga som fundament.

5.2.1 Kriterium for lærarretteiingane/ læreverka

1. Når lærarretteiinga har fokus på diagnostisk undervisning etter min definisjon.
2. Når lærarretteiinga har fokus på misoppfatningar.
3. Når det er tilrådingar kring arbeidet med oppgåver som oppfyller same kriterium som kriteria til oppgåvene om vinklar i grunnbøkene.

Det fyrste kriteriet er ganske generelt, og det kan vere fleire moment som oppfyller dette kriteriet. Lærarretteiinga treng ikkje vere detaljert med tanke på diagnostisk undervisning utifrå min definisjon. Likevel må det komme utrykkeleg fram at læreverket har eit fokus på diagnostisk undervisning. Dette i form av at dei seier kva det er og kva det går ut på, og/ eller at verket rår lærarar til å nytte seg av denne metoden. Det som blir lagt i frasen ”min definisjon” i det fyrste kriteriet, er det utgangspunktet denne studien har av diagnostisk undervisning, som er KIM – prosjektet sitt arbeid og teori kring diagnostisk undervisning.

På same måte som ovanfor må det komme fram at verket fokuserer på misoppfatningar. Grunnen til at eg tek med dette kriteriet også er at nokre læreverk kan ha fokus på misoppfatningar i lærarretteiinga eller i grunnbøkene utan å eigentleg seie noko om diagnostisk undervisning i seg sjølv.

I alle lærarretteiingar er det kommentarar og tilrådingar til arbeidet med dei forskjellige emna i grunnbøkene og ofte forklaringar ned til kvar enkelte oppgåve. I denne delen av lærarretteiingane er det ofte definisjonar og generelle tilnærmingar knytt til dei ulike emna. Det siste kriteriet byggjer på dette. Dersom det i denne delen

førekjem eksempel på at lærarrettleiinga kommenterer ulike aspekt kring arbeidet med vinkelomgrepet som eg direkte kan knytte til kriteria for grunnbøkene som blir presentert i neste underkapittel, blir det tredje kriteriet for lærarrettleiingane oppfylt.

5.2.2 Kriterium for oppgåvene om vinklar i grunnbøkene

1. Når vinkelbeina ikkje er like lange
2. Når vinkelbeina ikkje er orientert parallelt med sidekanten i boka.
3. Når vinkelopninga peikar ein annar veg enn opp mot høgre.
4. Når bogen som markerar vinkelen har ulik lengd og plassering.
5. Når vinklar lik eller større enn 180° (konveks vinkel) blir presenterte, eller oppgåver der slike vinklar er tema.
6. Når det er oppgåver der eleven skal finne vinklar på ein illustrasjon i bok, eller finne vinklar rundt seg.
7. Når vinklane ein skal måle med gradskive har anna form enn spisse, og/eller er orientert skeivt.
8. Når det i oppgåver blir spurt etter rotasjon, eller det generelt kjem fram at vinklar er dynamiske.
9. Når oppgåva etterlyser ei forklaring frå eleven på kva slag framgangsmåte eleven nytta, eller kva han tenkte.

Alle desse ni kriteria utfyller kvarandre, og dei er utvikla utifrå det ein kan seie er essensen av typiske misoppfatningar kring arbeidet med vinklar i matematikken.

Dei fire fyrste kriteria treng ikkje nærare omtale, for utanom at ei oppgåve kan utfylle alle desse fire samtidig.

For å oppfylle det femte kriteriet må det i grunnboka bli presentert at vinklar kan vere lik eller større enn 180° . Dette kan vere ei forklaring som ikkje nødvendigvis er i samband med oppgåver, men det blir lagt opp til at elevane skal få ei forståing av at vinklar kan vere lik eller større enn 180° . Dette kriteriet blir også oppfylt dersom det er oppgåver der elevane skal arbeide med slike vinklar.

I det sjuande kriteriet der elevane skal finne vinklar på bilete eller rundt seg, blir kriteriet oppfylt dersom det finst slike oppgåver i grunnbøkene. Desse oppgåvene gjev ofte elevane den oppfatning at vinklar kan vere overalt, og unngå misoppfatningar kring form og orienteringa til vinklar. Dette kan vere oppgåver som går på å finne vinklar i illustrasjonar i grunnbøkene, eller at elevane skal finne vinklar i klasserom, skuleplassen, heime og så vidare. Nokre av dei andre kriteria kan også tre inn under dette kriteriet. Fordi her kan ein finne vinklar som er skeivt orientert, vinklar med ulik lengde på vinkelbeina, vinkelopningar som peikar i andre retningar enn opp og mot høgre, og vinklar som er større enn 180° .

Det åttande kriteriet er på same måte som det femte kriteriet oppfylt dersom ei generell innføring av at vinklar er dynamiske finn stad. Samtidig er det også oppfylt dersom det er oppgåver der elevane skal jobbe med rotasjon av vinklar, med tanke på at vinkelbeina er dynamiske. Oppgåver der ein skal rotere vanlege figurar, inngår ikkje i dette kriteriet.

Bakgrunnen for det siste kriteriet er at dersom det finst slike oppgåver i boka, skal desse vere til hjelp for læraren ved at dei avdekkjer tankemønsteret hjå eleven. Har eleven misoppfatning på eit område og i tillegg skriv ned korleis han tenkte, vil dette vere til stor hjelp for læraren, med tanke på å rette opp i den eventuelle misoppfatninga.

5.2.3 Utval

Når det gjeld mitt utval av bøker, måtte eg ta nokre val slik at omfanget ikkje vart for stort. Kvalitativt forskingsopplegg er ofte intensive og ein arbeider med få einingar og mange variablar. Ein må ta eit utval av aktørane ein skal observere eller intervjuje,

eller velje ut dei tekstane ein skal analysere og utvala må vere grunnjevne. Eit skeivt utval av aktørar vil ikkje vere heldig i eit slikt opplegg (Grimen, 2004). Ved å gå nøye inne på kvar einaste bok eg har tenkt å analysere, vil eg også gå i djupna av det eg skal analysere. Som eg grunnjev i kapittel 3 der eg snevvar inn den opphavlege problemstillinga, vil studien bli for omfattande dersom utvalet er større enn at eg tek utgangspunkt i alle bøker i matematikk frå 6.klasse, både frå L97 og LK06.

Dersom det viser seg at oppgåver er forma diagnostisk, eller lærarrettleiingar som byggjer på spesielle læringsteoriar eller arbeidsmåtar, vil dette komme godt nok fram i grunnboka eller lærarrettleiinga. Så i denne samanheng vil det vere tilstrekkeleg nok å ta for seg lærarrettleiingane og grunnbøkene.

Grunngjevinga for at eg tek alle bøkene for 6. klasse i matematikk tilhøyrande dei to siste læreplanane, er at eg ikkje veit på førehand kva eg finn i læreverka, og om eg i det heile finn det som problemstillinga tek høgde for. Det viktigaste poenget er at eg unngår at forskingsresultatet ikkje blir rett (Grimen, 2004). Utelukkar eg eit læreverk, utelukkar eg også sjansen for funn som kan hjelpe studien med å belyse problemstillinga.

Læreverk til innhaldsanalysen:

Læreverk tilknytt L97

- Abakus
- Delta
- Matematikktakk
- Pluss
- Reknereisa
- Tusen Millionar

Læreverk tilknytt LK06

- Abakus
- Grunntal
- Multi
- Tusen Millionar

Som ein ser ovanfor så er Abakus og Tusen Millionar læreverk som er knytt til både L97 og LK06. Det vil då utifrå mitt hovudfokus om læreverka inneheld diagnostiske tilnærmingar, vere av interesse å samanlikne desse for å sjå om det har skjedd

endringar frå L97 til LK06. Endringar i form av at dersom det er fokus på diagnostisk undervisning i utgangspunktet og om det då er meir eller mindre av dette frå L97 til LK06.

5.3 Kvalitetsvurdering

Kvaliteten på eit forskingsopplegg kan ikkje vurderast på ein heilt generell måte, kvaliteten må sjåast i forhold til kva datamaterialet skal nyttast til (Grønmo, 2004). Reliabilitet og validitet er dei mest sentrale omgrepa når det er snakk om truverde og kvalitet i eit forskingsopplegg.

Reliabilitet blir referert til truverdet til datagrunnlaget. Thagaard (2009) seier at omgrepet reliabilitet blir i utgangspunktet referert til spørsmålet om ein annar forskar som nyttar dei same metodane, vil komme fram til same resultat. Grønmo (2004) seier at reliabiliteten er avhengig av korleis forskingsopplegget er utforma, og korleis datainnsamlinga blir gjennomført. For å oppnå høg reliabilitet, er det ein føresetnad at forskingsopplegget er utforma så klart at det fungerer på ein eintydig måte. I høve denne studien, så er forskingsopplegget utvikla på ein så klar måte som er mogleg, og det er mogleg å utføre det same forskingsopplegget fleire gonger. Det kan sjåast på som ein fordel i dette forskingsopplegget, at det er innhaldsanalyse som er metoden, med tanke på at læreverka ikkje endrar seg med tanke på innhald, som kunne ha gjeve eventuelle avvik i datagrunnlaget ved å repetere forskingsopplegget (Thagaard, 2009). Reliabiliteten på denne studien hadde blitt høgare ved at ein hadde gjennomført forskingsopplegget fleire gonger med samsvar mellom datagrunnlaget.

Validitet eller gyldigheit, går på om ein faktisk måler det ein vil måle. Validiteten er låg dersom forskingsopplegget er lite treffande med tanke på problemstillinga (Grønmo, 2004). Thagaard (2009) seier også at ein kan presisere omgrepet validitet ved å stille spørsmål kring dei tolkingar ein har komme fram til, er gyldige i forhold til den røynda ein har studert. Forskingsopplegget i denne studien er treffande med tanke på problemstillinga, som også gir opplegget høgare validitet. For å oppnå høg validitet i denne studien, er omgrep og einingar definert på ein systematisk måte,

både teoretisk og operasjonelt. Det er i tillegg godt samsvar med det teoretiske og forskingsopplegget, og val av metode for utval og innsamling av data er godt tilpassa desse definisjonane, samtidig som dei opplyser problemstillinga i denne studien (Grønmo, 2004).

Eit problem som ofte blir trekt fram i samband med kvalitativ innhaldsanalyse er at perspektivet til forskaren kan ha innverknad på utveljinga og tolkinga av tekstane. Eit for snevert perspektiv kan føre til at utveljinga av tekstane blir skeivt, og tolkinga av innhaldet blir einsidig (Grønmo, 2004). I denne studien hadde det ikkje vore mogleg å føreteke eit skeivt utval, med tanke på at eg gjennomfører innhaldsanalyse på alle moglege læreverk. Sett i høve problemstillinga mi, og med tanke på det utvalet eg har gjort, så er dette eit godt nok utval til å få opplyst problemstillinga i studien.

I denne samanhengen kan det også vere at eg som forskar kan ha innverknad på mi tolking av bøkene, sidan det er eg som har forma kriteriana, og ikkje har valt å sjå på noko anna enn lærarrettleiingane og grunnbøkene. Det kunne ha vore eit alternativ å sett på tilhøyrande oppgåvebøker, og eventuelle anna materiale som er tilhøyrande for kvart læreverk. Meir om akkurat dette kjem eg til å gå nærare inn på i avslutninga av avhandlinga.

6. Presentasjon av datagrunnlaget

I denne delen vil eg presentere dei momenta eg finn i læreverka utifrå kriteria i førre kapittel. Det vil seie at det er funn som er av interesse som blir presenterte her, alt anna, seier eg ingenting om. Det vil vere forskjellige funn, og nokre læreverk har fleire funn som høver til kriteria enn det andre har. Dette fører til at nokre verk vil få meir plass enn andre, og vil utifrå dette få ein større presentasjon. Uansett så vil ikkje dette spele inn på drøftinga om læreverka opp mot det å ha fokus på diagnostisk undervisning.

6.1 Læreverk tilknytt L97

Her vil eg presentere dei seks læreverka i matematikk frå 6. klasse knytt til L97. Abakus, Delta, Matematikktakk, Pluss, Reknereisa og Tusen Millionar. Nokre av læreverka har to grunnbøker, medan andre har ei hovudgrunnbok. Eg vel å trekkje inn dei bøkene som er aktuelle for min analyse, så dei grunnbøkene som ikkje inneheld oppgåver kring vinklar, vel eg å ikkje seie noko om.

6.1.1 Abakus

Lærarens ressursbok 6

Matematikken i Abakus byggjer på at elevane skal undersøke, handsame opplevingar og arbeide strukturert. Tankane og ideane til elevane skal vere utgangspunktet. Det er læraren som skal styre undervisninga slik at innlæringsprosessen blir best mogleg.

Fokus på misoppfatningar

I lærarens ressursbok kjem det fram at det er fokus på misoppfatningar. Ved å vere kreativ, nytte fleire tilnæringsmåtar til eit problem og nytte mange typar konkretiseringsmiddel aktiviserar læraren tankane til elevane. Vidare så kjem det fram at dette stimulerar dei til å gjere erfaringar og til å nytte språket i matematikken. Ressurspermen meiner at dette gir elevane moglegheit til å konstruere eigne omgrep, utvikle uferdige omgrep og korrigere misoppfatningar.

Tilrådingar kring arbeidet med vinklar

Når det gjeld kommentarar til vinklar i ressursboka kjem det fram at det er viktig å snakke med elevane om at vinklar er eit omgrep i planet, og at dei må sjå vinklane som eigenskapar ved linjer og knytte dei til rotasjon. Det å nytte gradskive i praktiske samanhengar kan rette på misoppfatningar som gjeld bruken av gradskive. Vidare så kjem det fram at vinklar i praktiske samanhengar kan oppklare vinkelomgrepet og vise at storleiken ikkje heng saman med lengda av vinkelbeina.

Grunnbok 6B

Innleiinga sluttar med den diagnostiske testen *Kan du dette?*, og elevane skal saman med læraren avgjere kva slags *linje* eleven skal byrje på. Abakus er delt opp i raud, gul og blå linje med ulik vanskegrad, der blå er den med mest utfordringar. Etter både raud og gul linje er det også ein diagnostisk test, som også blir nemnt i lærarens ressursbok, *Test deg selv*, som skal vere med å finne ut korleis eleven bør arbeide vidare. Læraren skal saman med eleven bestemme kvar det er best at eleven arbeidar vidare.

I kapittelet *Geometri* er det ein del oppgåver som er knytt opp mot å ***finne vinklar på bilete av ting henta frå dagleglivet, og oppgåver der elevane skal finne vinklar i klasserommet.*** Alle desse oppgåvene er ikkje like, men likevel av same type.

Under innføringa av rette vinklar er det to oppgåver der elevane skal kjenne igjen dei forskjellige vinklane som ***ikkje har vinkelbeina orientert parallelt med sidekanten i boka, og vinkelopningane peikar ein annan veg enn opp mot høgre.***

6.1.2 Delta

Idébok

Rettleiinga har over fleire delar større presentasjonar av ulike aspekt innanfor matematikken. Blant anna så har dei ein større del om innlæringsprosessen, der dei presenterer eit forslag til ein fast struktur og skjematisk arbeidsgang. Vidare så tek

også rettleiinga med ein del oppmodingar til læraren, både når det gjeld undervisningsmetodar og framgangsmåtar i faget.

Tilrådingar kring arbeidet med vinklar

I arbeidet med å nytte gradskive til å måle vinklar så kjem det fram at det har vist seg at dette har vore vanskeleg for mange langt opp i klassestega. Det blir ofte målt feil, og det gjeld spesielt når vinkelbeina er kortare, eller når vinkelen står litt på ”hovudet”. Det blir anbefalt at elevane må få god tid til å arbeide med gradskiva og til å forstå korleis den blir nytta.

Grunnbok 6A & 6B

I arbeidet med vinklar i geometrikapittelet er det mange oppgåver der elevane skal illustrere det å setje ein stige opp mot ein vegg, der dei får oppgitt kor langt i frå veggen dei skal setje stigen, og kor lang stigen er. Deretter skal dei måle kor stor vinkelen mellom veggen og stigen er. Fire av desse dekkjer kriteriet *når vinklane ein skal måle med gradskive er orientert skeivt*.

Det er også to oppgåver der *elevane skal finne vinklar rundt seg*.

I to av oppgåvene der ein arbeider med vinklar, og skal finne kva slags vinklar som er rette, stumpe eller spisse finst det *vinkelbein som ikkje er orientert parallelt med sidekanten i boka og vinkelopningar som peikar i andre retningar enn opp mot høgre*.

6.1.3 Matematikktakk

Lærarrettleiing 6

Matematikktakk legg vekt på at elevane skal møte problemstillingar i kjende situasjonar. Dermed får dei bruke kunnskapen og erfaringane sine til å tileigne seg nye kunnskapar.

Tilrådingar kring arbeidet med vinklar

I omtalen av arbeidet med grunnboka og vinklar kjem det fram at verket legg til rette for utvida forståing av omgrepet. Forståinga for at to strålar ut i frå eit punkt dannar to vinklar, er av stor betydning og dannar grunnlaget for forståinga av vinkelmåling. Det kjem også fram at arbeidet med måling av vinklar krev trening, og at måling av konvekse vinklar fort kan bli unøyaktig på grunn av at dei er vanskelegare å måle. Rettleiinga seier også at det er viktig å vere merksam på dei konvekse vinklane. Lærarrettleiinga seier det er viktig å understreke for elevane at når ein lagar ein vinkel, så lagar ein alltid ein vinkel til, og at summen av vinkelmåla alltid skal bli 360° . Når ein dreiar ein figur heilt rundt eit punkt, jobbar ein med at summen av vinklane ein har dreia figurane rundt, svarar til 360° .

Matematikktakk 6

Under arbeidet med vinklar i kapittelet *Sykkelen* blir det i ei oppgåve spurt etter ein ***vinkel større enn 180°*** .

I kapittelet *Ferie i Danmark* kjem det fram at når ein lagar ein vinkel så har ein alltid ein vinkel til, og at desse skal til saman bli 360° . Med dette blir ***vinklar større enn 180° presenterte***. Ein skal også på denne sida måle vinklar på eit kart som ***har anna form enn spisse og er orientert skeivt***.

I ei av oppgåvene om vinklar skal elevane måle kor store ti forskjellige vinklar er ved hjelp av gradskiva, og deretter seie kva slag vinklar som er spisse, stumpe og rette. ***Alle desse vinklane er orientert skeivt, eitt eller begge av vinkelbeina er ikkje orientert parallelt med sidekanten i boka og vinkelopningane peikar i andre retningar enn opp mot høgre***.

6.1.4 Pluss

Idébok for læraren 6. klasse

Læreverket skal nytte elevane sine erfaringar og kunnskap til å løyse nye problemstillingar. Det blir lagt vekt på at under innlæringa av nytt stoff, er det viktig

at læraren går gjennom og diskuterer nye omgrep, ny terminologi og nye rekneoperasjonar med elevane. Det blir også presisert at det er viktig å snakke mykje matematikk med elevane, slik at dei ulike terminologiane elevane bør kunne blir innarbeida over lengre tid.

Grunnbok 6A

I kapittelet *Plangeometri* og under delen der ein startar arbeidet med vinklar, er det ei oppgåve der elevane skal ***finne vinklar i klasserommet***. Det kjem ei liknande oppgåve seinare i kapittelet.

Vidare i grunnboka så kjem det ein presentasjon av vinklar og kva ein vinkel er. Her kjem det fram både at ***vinklar er dynamiske og at ein vinkel kan vere 180° og meir enn 180°***. Dette blir vist gjennom at vinklar roterer inne i ein sirkel. Denne måten å arbeide med vinklar på, ved at vinklane illustrerar rotasjon inne i ein sirkel er gjennomgåande for heile kapittelet. Det vil seie at omtrent alle oppgåvene kring arbeid med vinklar i grunnboka har ***vinkelbein som ikkje er orientert parallelt med sidekanten i boka, vinkelopningar som peikar i andre retningar enn opp mot høgre***. I tillegg til dette dreiar også desse oppgåvene seg om ***vinklar lik 180° og større enn 180°***.

Der det er oppgåver som går på måling av vinklar ved hjelp av gradskive, har omtrent alle desse vinklane ***anna form enn spisse og/eller er orientert skeivt***.

6.1.5 Reknereisa

Lærarperm

Læreverket fokuserar på utvikling av språk og omgrep i matematikk, og presiserar at utviklinga av språk og omgrep er to sider som heng nøye saman.

Fokus på misoppfatningar

Det kjem fram at bruken av datamaskin og dataprogram har i nokre tilfelle klare fordeler ved at eleven får rask tilbakemelding på sine forslag og svar. Dette er med på at eventuelle misoppfatningar får mindre moglegheiter til å feste seg.

Tilrådingar kring arbeidet med vinklar

Samtale om vinklar med elevane. I arbeid med samanlikning av storleikar på vinklar, kjem det fram at ein må unngå den vanlege misoppfatninga at det er lengda på vinkelbeina som betyr noko. Vidare så kjem det fram at elevar har den misoppfatninga at ein rett vinkel er knytt til loddrett og vassrett. Så det blir oppmoda til å la elevane få sjå eksempel på at vinkelbeina kan peike i alle retningar.

Det kjem forslag om at vinklar på og større enn 180° kan vere eit emne for samtale. Vidare så antydar også lærarpermen at det kan vere eit alternativ å snakke om vinklar større enn 360° . Som rotasjon er det meir å rotere 375° enn berre 15° , men sluttresultatet blir det same.

Vidare så anbefalar lærarpermen mykje arbeid og at ein skal ta seg god tid med sjølve vinkelomgrepet.

Reknereisa 6A & 6B

I Reknereisa 6A byrjar kapittelet *Former og figurar* med to **oppgåver der elevane skal finne** (blant anna) **vinklar på eit bilete**. Vidare i arbeidet med vinklar så er det to oppgåver der elevane skal plukke ein type vinkel blant vinklar der **vinkelbeina ikkje er orientert parallelt med sidekanten i boka** og **vinkelopningar som peikar andre vegar enn opp mot høgre**. Det er også ei oppgåve som går på at elevane skal finne vinklar rundt seg og i skulegarden.

I Reknereisa 6B startar kapittelet *Former og mønster* på same måte som kapittelet i geometri i Reknereisa 6A. Fyrst to oppgåver der ein **skal finne vinklar på eit bilete**. Vidare utover er det to oppgåver **der det kjem fram at ein kan rotere vinklar**.

Heilt på slutten av kapittelet i oppsummeringa er det to spørsmål som dekkjer kriteriet *når vinklar lik 180° blir presenterte*.

6.1.6 Tusen Millionar

Lærarens Bok

Fundamentet i læreverket er å ta utgangspunkt i tenkjemåten til elevane, byggje læringa på forståing og refleksjon og nytte språket aktivt i innlæringa. Læringa skal skje på eit breitt grunnlag av erfaringar og refleksjon.

I Tusen Millionar er det å ha *faktakunnskap, ferdigheiter, solide omgrep og haldningar* spesielt vektlagde moment med tanke på å utvikle matematisk kompetanse.

Fokus på misoppfatningar og diagnostisk undervisning

I lærarens bok er det med ein større del om diagnostisk undervisning, der dei seier ein del om misoppfatningar og delvise omgrep i matematikken. Dei gjev nokre eksempel på misoppfatningar knytt til rekning med desimaltal. Det kjem også fram at det er sentralt for læraren å få elevane til å innsjå at tankar dei har danna i ein situasjon, ikkje alltid er gjeldande i nye situasjonar. Det blir presisert at i Tusen Millionar skal elevane møte oppgåver og problemstillingar som skapar bevisstgjeringskring misoppfatningar.

I delen der lærarens bok seier noko om vurdering, kjem læreverket med oppmodning til læraren om å nytte dei svara til elevane som er feil. Når elevar skal snakke om matematiske omgrep og samanlikne løysingar og strategiar, er det ofte at dei svara som er feil gjev gode diskusjonar som fører til ny læring. Når ein elev har komme fram til feil løysing på eit problem, får moglegheit til å grunngje svaret sitt i staden for å bli avvist med at svaret er feil, vil det vere lettare å finne ut kor feiltenkinga har oppstått. Som oftast vil eleven sjølv oppdage feilen undervegs i forklaringa si, og utifrå det få ny innsikt. Vanlegvis så er det fleire elevar i ein klasse som har same

type feil, og gjennomgang av slike problem på denne måten vil kunne hjelpe fleire elevar samtidig.

Tilrådingar kring arbeidet med vinklar

Om vinklar så kjem det fram at ein kan nytte ei saks for å sjå at eit vinkelbein kan dreie om eit punkt, og gjennom dette auke forståinga til at ein vinkel også kan vere 180° .

Grunnbok 6A

Til kvart nye emne er det ei innleiing der ei problemstilling som skal drøftast blir presentert. I lærarens bok kjem det fram at desse er forma slik at dei skal avdekkje elevane si tenking, eller få fram undring og refleksjon rundt eit matematisk omgrep.

Etter at forskjellige emne er behandla, kjem det eit par sider som heiter *Kan eg?* I lærarens bok står det at på desse sidene er det lagt inn nokre oppgåver der elevane kan få tilbakemelding på kva slag problem dei står ovanfor i prosessen fram mot eit solid omgrep, det å kunne beherske det matematiske språket eller det å kunne beherske ein algoritme. Vidare så kjem det fram at ein del av desse oppgåvene er forma slik at dei er godt egna til å vise om eleven har manglande forståing som kan skape problem seinare.

I grunnboka er det ein del oppgåver som dreiar seg om vinklar. Geometrikapittelet blir introdusert med at elevane skal finne ulike geometriske figurar på eit bilete som illustrerar daglegdagse hendingar og objekt. ***Oppgåver der elevane skal finne vinklar på eit bilete, eller finne vinklar rundt seg*** er det fleire av i grunnboka.

Når det gjeld oppgåver knytt opp mot måling av vinklar ved hjelp av gradskive så er det nokre av desse oppgåvene som fyller kriteriet ***når vinklar ein skal måle med gradskive har anna form enn spisse, og er orientert skeivt.***

Grunnboka har også ei oppgåve det er snakk om å dreie ein kikkert i viss mange grader for å kunne sjå ulike objekt. Her blir kriteriet ***når det i oppgåver blir spurt etter rotasjon, eller kjem fram/blir antyda at vinklar er dynamiske.***

6.2 Læreverker tilknytt LK06

Her vil eg presentere dei fire læreverka i matematikk knytt til LK06. Abakus, Grunntal, Multi og Tusen Millionar. Etter å ha sett gjennom alle læreverka såg eg at Grunntal, Multi og Tusen Millionar ikkje hadde fokus på arbeid med vinklar. Dette er på grunn av at LK06 har kompetansemåla i bolkar, slik at arbeidet med dei ulike emna i matematikken kan kome når som helst i løpet av to eller tre år. I høve min analyse, så vel eg i dette tilfellet å sjå på Grunntal, Multi og Tusen Millionar for 5. klasse sidan bøkene frå 6. klasse ikkje vil gje eit korrekt bilete av læreverket eller datagrunnlaget og analysen, i høve problemstillinga i studien.

Alle læreverka knytt til LK06 har to grunnbøker, og nokre av dei har også to lærarrettleiingar. Eg vil på same måte som med bøkene knytt til L97 berre trekkje inn dei bøkene som er aktuelle for min analyse, så dei lærarrettleiingane eller grunnbøkene som ikkje inneheld informasjon eller oppgåver som høver mine kriterium, vel eg ikkje å seie noko om.

6.2.1 Abakus

Lærarens ressursbok 6A & 6B

Abakus knytt til LK06 er omtrent heilt identisk med Abakus knytt til L97, bortsett frå nokre få justeringar i høve LK06. Eg vel derfor å ikkje skrive funn her, sidan det er dei same som for Abakus knytt til L97. Som nemnt tidlegare, vil eg her berre ta med endringar som er av interesse med tanke på problemstillinga i denne studien.

Fokus på misoppfatningar

Same som i Abakus knytt til L97.

Tilrådingar kring arbeidet med vinklar (Lærarens ressursbok 6B)

Same som i Abakus knytt til L97.

Grunnbok 6A og 6B

Kapittelet *geometri* startar med ei oppgåve der elevane skal ***finne vinklar rundt seg***. Vidare i kapittelet er det fem oppgåver til der elevane anten skal ***finne vinklar på eit bilete***, eller ***finne vinklar rundt seg***. Alle desse oppgåvene er ikkje like, men er likevel av same type.

Under innføringa av spisse, stumpe og rette vinklar er det to oppgåver der elevane skal kjenne igjen dei forskjellige vinklane som ***ikkje har vinkelbeina orientert parallelt med sidekanten i boka***, og ***vinkelopningane peikar ein annan veg enn opp mot høgre***.

6.2.2 Grunntal

Ressursperm

Det kjem ikkje noko spesielt grunnsyn fram i ressurspermen for Grunntal. Læreverket byggjer på at det skal vere lett for læraren å differensiere undervisninga, ved at læreverket har differensieringsoppgåver i elevane si hovudbok.

Tilrådingar kring arbeidet med vinklar

Ressurspermen kjem med tilrådingar på å gjere elevane bevisst på kor viktig det er å lære seg kva dei forskjellige omgrepa vinkel, punkt, toppunkt, venstre og høgre vinkelbein og rett, stump og spiss vinkel.

Forslag om å nytte kompass til å forklare sirkelen sine 360° , og utifrå dette forklare at ein vinkel er ein del av ein sirkel, og at ein måler storleiken på vinkelen i grader.

Grunntal 5A & 5B

Kapittelet *Linjer og vinklar* byrjar med kva slag kompetansemål ein skal nå i kapittelet. I presentasjonen av vinklar kjem det blant anna fram at ein lagar vinklar ved hjelp av å rotere ei linje om eit punkt. Her kjem det ***fram/ blir antyda at vinklar er dynamiske***.

Vidare så kjem det nokre oppgåver der ein skal nytte gradskive for å måle kor mange grader dei ulike vinklane er, ei av desse oppgåvene har *vinklar med anna form enn spisse og er orientert skeivt*.

Det er også ei oppgåve der elevane skal *finne figurar som har rette, spisse eller stumpe vinklar i klasserommet*.

6.2.3 Multi

Lærarens bok 5A & 5B

Tek opp at det er viktig at elevane får reflektere over kva dei skal lære og kva dei har lært.

Tilrådingar kring arbeidet med vinklar

Det blir anbefalt at læraren poengterar at det er vinkelen, bogen ein målar, og at lengda på vinkelbeina ikkje har noko å seie for kor stor vinkelen er. Det kjem også fram at det er lurt å snakke om kor stort er 180° .

Grunnbok 5A

I ei av dei fyrste oppgåvene i arbeidet med vinklar skal elevane kategorisere vinklar. På nesten alle av desse vinklane er *ikkje alle vinkelbeina like lange*.

Vidare så er det tre oppgåver der elevane skal *måle vinklar som har anna form enn spisse, og/eller er orientert skeivt*.

6.2.4 Tusen Millionar

Lærarens bok

Tusen Millionar knytt til LK06 er til trass i store endringar av utsjånad og oppbygning ganske lik Tusen Millionar knytt til L97. Lærarens bok er omtrent den same, så det vil her kun vere naudsynt å ta med relevante endringar. Grunnbøkene er ganske ulike, så datagrunnlaget til desse blir presentert her.

Fokus på misoppfatningar og diagnostisk undervisning

Same som i Tusen Millionar knytt til L97

Tilrådingar kring arbeidet med vinklar

Det blir stilt spørsmål om kva som bestemmer storleiken til ein vinkel. Om det er lengda på vinkelbeina eller opninga mellom vinkelbeina. Det blir anbefalt at elevane får forklare kva som avgjer storleiken på ein vinkel.

Dynamisk geometri kjem fram.

Grunnbok 5A

I grunnbøkene er det etter kvart kapittel ein liten test som viser om dei har nådd dei ulike læringsmåla for kapittelet. Nokre av oppgåvene vil kunne avsløre misoppfatningar. Det blir sagt at det er viktig at desse blir korrigerte før elevane arbeider vidare i boka.

I grunnboka er det ein del oppgåver *der det blir spurt etter rotasjon og det kjem fram at vinklar er dynamiske*. Oppgåvene er i seg sjølv ulike. I den eine skal elevane lage vinklar med olbogeleddet.

Vidare så er det to oppgåver som går på at *elevane skal finne vinklar på bilete eller finne vinklar rundt seg*.

Der det er oppgåver som går på samanlikne vinklar, anslå kva storleik vinklar har og diskutere kva som bestemmer storleiken på vinklar er *vinkelbeina ikkje like lange, vinkelbeina er ikkje orienterte parallelt med sidekanten i boka og vinkelbeina peikar ein annan veg enn opp mot høgre*.

6.3 Oppsummering

Med bakgrunn i problemstillinga og dei utarbeidde kriteria, ser ein at datagrunnlaget er ganske varierende. Nokre læreverk har oppfylt ein del av kriteria, medan nokre har oppfylt dei mindre. For å få eit betre bilete av datagrunnlaget, og for å gjere det

lettare for lesaren, vel eg å framstille funna ved hjelp av to tabellar. Dette er med på å løfte fram funna, danne eit bilete av fordelinga for dei ulike kriteria og samtidig få fram visuelt inntrykk av læreverka. Dette inntrykket vil også danne ein del av grunnlaget for drøftinga av datagrunnlaget og analysen i kapittel 7.

Tabell 6.1 – Lærarrettleiingane/ læreverk

Kriteria for lærarrettleiingane finn stad i fyrste kolonne i tabellen. For å gjere avlesinga av tabellen lettare vel eg å gjengi kriteria for lærarrettleiingane her.

1. Når lærarrettleiinga har fokus på diagnostisk undervisning etter min definisjon.
2. Når lærarrettleiinga har fokus på misoppfatningar.
3. Når det er tilrådingar kring arbeidet med oppgåver som oppfyller same kriterium som kriteria til oppgåvene om vinklar i grunnbøkene.

	Abakus, L97	Delta, L97	Matematikk-takk, L97	Pluss, L97	Reknereisa, L98	Tusen Millionar, L97	Abakus, LK06	Grunntal, LK06	Multi, LK06	Tusen Millionar, LK06
1.						×				×
2.	×				×	×	×			×
3.	xxx	×	xxx		xxxx	×	xxx	×	xx	xx

Sidan det fyrste og andre kriteriet definerar eit meir generelt og overordna fokus, så er det kun mogleg for lærarrettleiingane å få eitt kryss på desse to. På det siste kriteriet derimot, så er det mogleg å få opp til fleire. Eksempelvis kan ein sjå på Abakus (L97) som har fått tre kryss, altså det tredje kriteriet har blitt oppfylt tre gonger. Det vil seie at i den delen av lærarrettleiinga som tek føre seg side for side i grunnboka, kjem det tre tilrådingar som oppfylte tre kriterium som gjeld for grunnbøkene.

Tabell 6.2 – Grunnbøker

I den fyrste kolonnen er det nummerert frå 1-9. Det er på same måte som for lærarretteiingane/ læreverka, dei ulike kriteria. For å gjere avlesinga av tabellen lettare, vel eg å gjengi kriteria for oppgåvene i bøkene her.

1. Når vinkelbeina ikkje er like lange
2. Når vinkelbeina ikkje er orientert parallelt med sidekanten i boka.
3. Når vinkelopninga peikar ein annan veg enn opp mot høgre.
4. Når bogen som markerar vinkelen har ulik lengd og plassering.
5. Når vinklar lik eller større enn 180° (konveks vinkel) blir presenterte, eller oppgåver der slike vinklar er tema.
6. Når det er oppgåver der eleven skal finne vinklar på ein illustrasjon i bok, eller finne vinklar rundt seg.
7. Når vinklane ein skal måle med gradskive har anna form enn spisse, og/eller er orientert skeivt.
8. Når det i oppgåver blir spurt etter rotasjon, eller det generelt kjem fram at vinklar er dynamiske.
9. Når oppgåva etterlyser ei forklaring frå eleven på kva slag framgangsmåte eleven nytta, eller kva han tenkte.

	Abakus, L97	Delta, L97	Matematikk- takk, L97	Pluss, L97	Reknereisa, L97	Tusen Millionar, L97	Abakus, LK06	Grunn- tal, LK06	Multi, LK06	Tusen Millionar, LK06
1.									×	×××
2.	××	××	×	××	××		××			×××
3.	××	××	×	××	×		××			××
4.										
5.			××	×××	×					
				×××						
				××						
6.	×××	××		××	×××	×××	×××	×		××
	×××				×	×	×××			
7.		×××	××	×××	×	×××		×	×××	
		×	×	×××						
				×××						
				×						
8.				××	××	×		×		×××
										××
9.										

Her er det på same måte som for lærarretteiingane. Eit kryss for oppfylt kriterium.

Delta for eksempel har fått fire kryss på kriterium nr. 7. Det vil seie at det er fire oppgåver i Delta der elevane skal måle vinklar med gradskiver der vinklane har anna form enn spisse og/eller er orientert skeivt.

7. Drøfting av datamaterialet

Her vil alle funna i læreverka bli drøfta opp mot dei ulike kriteria som vart utarbeidde for analysen, og seie noko om kvart læreverk i forhold til diagnostisk undervisning, og i kor stor grad læreverket byggjer på diagnostisk undervisning som metode i matematikkfaget, eller om det har fokus på misoppfatningar kring arbeidet med vinklar og vinkelomgrepet.

7.1 Læreverk tilknytt L97

Felles for alle desse læreverka er at det blir lagt stor vekt på matematikk i dagleglivet. Dette er fordi L97 har ein eigen del om matematikk i dagleglivet og læreplanen er ganske tydeleg på at matematikk i dagleglivet skal spele ei stor rolle i matematikken.

7.1.1 Abakus

Som reint fyrste inntrykk så verka det for meg som om dette læreverket var tydeleg opptatt av diagnostisk undervisning på grunn av at lærarens ressursbok nemner diagnostiske testar, og har ei ryddig gjennomføring av slike testar gjennom heile grunnboka. Ressursboka seier likevel ingenting om siktemålet med desse prøvane anna enn at dei er ”diagnostiske” og at dei skal vere til hjelp for elevane med å velje vidare vanskegrad i form av forskjellige linjer i boka. Sett i forhold til min definisjon av diagnostisk undervisning, kan ein ikkje seie at desse testane var diagnostiske. Dette tyder på at ein kan oppleve at det er forskjellige oppfatningar og definisjonar av omgrepet diagnose som arbeidsmåte i matematikken. Så lærarens ressursbok oppfyller ikkje det fyrste kriteriet for lærarretteingane om å ha fokus på diagnostisk undervisning etter min definisjon.

Det blir i ressursboka heller ikkje lagt føringar i form av diagnostisk undervisning, eller læraren sin rolle i klasserommet knytt til det å skape reflekterande tenking når elevar har støyt på ein kognitiv konflikt. Eitt av få unntak er at ressursboka nemner at læraren kan gje elevane høve til å lage seg egne omgrep, utvikle uferdige omgrep og

korrigere misoppfatningar dersom læraren er kreativ, nyttar fleire tilnæringsmåtar og konkretiseringsmiddel.

Det at elevane skal leite etter forskjellige vinklar på eit bilete teke frå daglegdagse hendingar, og at dei skal leite etter forskjellige vinklar i klasserommet, er med på å førebyggje misoppfatningar om at vinklar ikkje berre er slik som dei ser ut i boka med to strålar utifrå eit punkt. Det viser at dei også faktisk er overalt rundt oss, der gjenstandar skapar vinklane.

Dei funna eg gjorde i Grunnbok 6B med tanke på diagnostisk undervisning var ikkje store. Det var nokre få oppgåver som fylte eit par av mine kriterium for når ei oppgåve var diagnostisk. Det var som forventa utifrå lærarens ressursbok ein del oppgåver kring det med å finne vinklar på bilete som illustrerar daglegdagse hendingar og finne vinklar rundt seg.

For å oppsummere dette så kan eg seie at Abakus ikkje legg tydeleg føring for diagnostisk undervisning, men at dei nemner det gjennom testane i boka, sjølv om eg ut i frå min definisjon ikkje ser på desse prøvane som diagnostiske. Likevel har læreverket til ein viss grad fokus på misoppfatningar både generelt og tilknytt arbeidet med vinklar, og gjer læraren merksam på dette i ressursboka. Det at Abakus har mange oppgåver knytt til å finne vinklar på illustrasjonar knytt til dagleglivet, og at dei skal finne vinklar rundt seg, er positivt med tanke på å vise at storleiken på vinkelbeina ikkje heng i saman med storleiken på vinklane. Eg meiner likevel at det kunne ha vore fleire oppgåver i denne boka som hadde stadfesta ressursboka sine tilrådingar kring arbeidet med vinklar.

7.1.2 Delta

Læreverket Delta har mange forslag på korleis læraren skal opptre i klasserommet og leggje til rette for undervisninga. Det er også mange punkt som seier noko om korleis elevane lærer, og kva slag strategiar læreverket byggjer på. Ingen av desse forslaga tek utgangspunkt i diagnostisk undervisning. Så ein kan seie at Delta ikkje har

generelt fokus på misoppfatningar, og heller ikkje fokus på diagnostisk undervisning etter min definisjon.

Det at det i idéboka kjem med tilrådingar kring arbeidet med gradskive, og at dette er ofte vanskeleg, ser ein igjen i grunnbøkene.

Lærarrettleiinga/idéboka gir ikkje inntrykk av å ha diagnostiske trekk i seg. Nokre av oppgåvene er diagnostiske utifrå om dei oppfyller mine kriterium eller ikkje. Det er vanskeleg for meg å seie om dette er bevisst i frå lærebokforfattarane eller om det er eit tilfeldig samantreff, sidan det ikkje kjem eksplisitt fram i lærarrettleiinga.

7.1.3 Matematikktakk

Det kjem ikkje fram i lærarrettleiinga eller grunnboka at dette læreverket legg opp til diagnostisk undervisning, eller at det på nokon måte har fokus på misoppfatningar. Når det gjeld kva slag undervisningsopplegg verket legg opp til, er det heller ikkje noko som kan tyde på at det er meint at ein skal jobbe med aktivitetar som ein ut i frå min definisjon kan karakterisere som diagnostiske.

Det at lærarrettleiinga i arbeidet med vinklar presiserer at det er viktig at elevane forstår at når ein lagar ein vinkel så er det alltid ein vinkel til, og at når ein dreiar ein figur heilt rundt eit punkt, er vinklane ein har dreia figuren rundt 360° , er med på å skyve unna misoppfatningar som går på at vinklar er statiske, og misoppfatningar knytt til vinklar over 180° . Lærarrettleiinga nemner ikkje grunnen til at dei vil fokusere akkurat på dette, anna enn at det er viktig.

I grunnboka kan ein heller ikkje sjå tydelege spor av at dette læreverket er forma med tanke på diagnostisk undervisning. Det er nokre av oppgåvene som oppfyller nokre av kriteria. Det er usikkert på om dette er tilfeldige samantreff, eller om det er bevisste val av lærebokforfattarane. Det ein kan seie er at det er tydeleg samanheng mellom lærarrettleiinga og grunnboka, med tanke på kor mykje ein finn med tanke på å oppfylle kriteria.

7.1.4 Pluss

I idéboka til Pluss kjem det ikkje fram tydelege diagnostiske tilnærmingar, eller fokus på misoppfatningar. Dette gjeld både generelt og i delen der idéboka tek føre seg arbeidet med vinklar i grunnboka.

Grunnboka i læreverket har ein realistisk og god måte til å legge opp arbeidet med vinklar på. I omtrent alle oppgåver der elevane skal arbeide med vinklar, er dette både ”innvendige” og ”utvendige” vinklar som er illustrerte ved hjelp av rotasjon i sirklar. Det gjev elevane ei forståing av at vinklar er dynamiske og at dei er i rotasjon. I tillegg førebyggjer det elevane sine misoppfatningar om at vinklar ikkje kan vere 180° eller større.

Grunnboka har også med døme på gradskiver som er 360° . Dette er med på å forsterke forståinga, og unngå misoppfatningar kring vinkelomgrepet. I tillegg er det mange gradskiveoppgåver i grunnboka som oppfyller kriterium.

Det eg legg spesielt merke til med tanke på dette læreverket, er at idéboka har ingenting om verken diagnostisk undervisning, misoppfatningar i matematikkfaget generelt eller misoppfatningar knytt til vinkelomgrepet, medan grunnboka har ganske mange oppgåver som ein utifrå kriteria og min definisjon kan karakterisere som diagnostiske. Kva som er årsaka til dette er vanskeleg for meg å seie noko om. Det kan vere som nemnt tidlegare, anten tilfeldig eller det kan vere bevisst frå lærebokforfattarane utan at det kjem fram i idéboka for læraren.

Den mest vanlege misoppfatninga om at det er lengda på vinkelbeina som avgjer storleiken på vinklar, blir i liten grad avdekkja gjennom oppgåvene i grunnboka.

7.1.5 Reknereisa

I lærarpermen kjem det ikkje fram at Reknereisa har fokus på diagnostisk undervisning, eller tilnæringsmåtar som byggjer på diagnostisk undervisning. Det einaste som kjem fram av fokus på misoppfatningar er i den generelle delen av lærarpermen der det kjem fram at arbeidet med ikt, og matematikkprogram på data

kan vere med på å skyve misoppfatningar unna. Dette stemmer med det som har blitt nemnt tidlegare om bruken av datamaskin i diagnostisk undervisning, og at bruken av desse kan vere med på å rydde misoppfatningar av vegen. Dette ved hjelp av at elevane får rask respons på om dei har svara rett eller ikkje på oppgåver (Fuglestad, 2003).

Reknereisa viser at dei har eit generelt fokus på misoppfatningar gjennom at dei seier noko om dette kring arbeidet med vinklar. Sidan lærarpermen tek føre seg nokre eksempel på misoppfatningar kring arbeidet med vinklar oppfyller lærarpermen nokre av kriteria for lærarrettleiingane, og gjev uttrykk for at verket har fokus på dette. Det er også positivt at lærarpermen anbefalar god tid til innlæringa av vinkelomgrepet.

Utifrå at lærarrettleiinga var til dels tydeleg på forskjellige moment som var med på å skyve unna misoppfatningar kring vinkelomgrepet, ville eg tru at dette kom tydelegare fram i grunnbøkene. Ein ser at grunnbøkene til Reknereisa oppfyller nokre kriterium, likevel er det vanskeleg å seie i kor stor grad verket har som siktemål å jobbe konsekvent med misoppfatningar i skulen.

Ved å ta ein rask gjennomgang av oppgåveboka til Reknereisa, så finn ein mange vinkeloppgåver som oppfyller mange av kriteria for oppgåvene. Sjølv om dette er utanfor forskingsopplegget mitt, så gjorde eg dette på grunn av visse inntrykk eg fikk av lærarpermen. Ein fikk nemleg gjennom lærarpermen inntrykk av at dette var noko som dei bevisst la opp til. Det kom fram i lærarpermen at det var viktig at elevane øvde seg på arbeid med vinklar. Dersom Reknereisa bevisst legg opp til å ha oppgåver av diagnostisk karakter i oppgåveboka, er dette etter min meining ikkje noko føremon for elevane. Dersom eit læreverk skal ha fokus på misoppfatningar, så bør dette komme fram anten i lærarrettleiinga, grunnboka eller helst i begge. Det er ikkje noko føremon at det kjem ”øvingsoppgåver” i oppgåvebøker med diagnostisk preg, utan at misoppfatningar har blitt kartlagt på førehand. Elevane jobbar som oftast med desse bøkene åleine utan rettleiing frå læraren. Har oppgåveboka då oppgåver som er laga med tanke på å framheve misoppfatningar utan at læraren er inne i biletet,

vil elevane sitje å rekne med misoppfatningar utan at desse, med hjelp frå læraren, blir retta opp.

7.1.6 Tusen Millionar

Tusen Millionar seier at fundamentet for læreverket er å ta utgangspunkt i tenkjemåten til elevane, byggje læringa på forståing og refleksjon og nytte språket aktivt i innlæringa. I tillegg kjem det fram at læringa skal skje på eit breitt grunnlag av erfaringar og refleksjon. Dette viser heilt tydeleg at fundamentet til Tusen Millionar pedagogisk sett er det same som det konstruktivistiske læringsynet. Det at elevane skal lære gjennom erfaringar og refleksjon er typiske trekk for den konstruktivistiske teorien (Imsen, 2005).

Tusen Millionar er det fyrste læreverket som oppfyller alle mine kriterium for lærarrettleiingane. Det at lærarens bok har fokus på det å ha kompetanse/ kunnskap i matematikk, fokus på diagnostisk undervisning og misoppfatningar viser at dette læreverket utifrå fyrste inntrykk og inntrykket eg fikk gjennom lærarrettleiinga, er eit læreverk som har fokus på diagnostisk undervisning. Lærarens bok har i tillegg på same måte som i min studie, underbygd sin presentasjon av diagnostisk undervisning med ein del der dei seier noko om kva det vil seie å ha kompetanse i matematikk, med same kategoriseringar som eg har presentert i kapittel 2.3.

Lærarens bok kjem med oppmoding om å nytte elevane sine feilsvar for å skape gode diskusjonar som fører til ny læring. Dette er ein framgangsmåte som byggjer mykje på det at elevane får kognitive konflikter, og løyser desse ved hjelp av refleksjon og diskusjon. Læraren styrer denne diskusjonen, og hjelper elevane med å oppnå ny læring.

Når det derimot gjeld tilrådingar til arbeidet med vinklar i lærarens bok, vil eg påstå at her var det ikkje så mykje å finne, som eg hadde forventa. Her var eg sikker på at det kom til å vere tilrådingar som gjekk konkret på misoppfatningar knytt til vinkelomgrepet.

I sidene *Kan eg?* i grunnboka som kjem etter arbeidet med geometri og vinklar, er ikkje oppgåvene kring vinklar forma på den måten at dei får fram om elevane har manglande forståing. Det er viktig å poengtere at lærarens bok seier at *ein del* av desse oppgåvene, skal vere med å vise om eleven har mangelfull tenking som kan skape problem seinare. Det betyr for meg at det kan vere nokre testar eller oppgåver som ikkje er forma på denne måten. Går ein ut i frå dette, så er det moglegheit for at det finst diagnostiske oppgåver i andre emne i grunnboka.

Eg hadde også store forventningar til grunnboka med tanke på det eg gjorde av funn i den generelle delen av lærarens bok. Som ein ser på tabell 6.2 i oppsummeringa, og les om Tusen Millionar i presentasjonen av datagrunnlaget, så er det mange av kriteria som ein hadde forventa skulle bli oppfylte som ikkje vart det. Ingen kriterium som går på orientering og storleik på vinklane vart oppfylte i denne samanheng. Nokre kriterium vart likevel oppfylt, men langt nær så mange som forventa i dette læreverket.

Sjølv om grunnboka utifrå oppgåver kring vinklar ikkje er heilt samsvarande med det eg fann i lærarens bok, vil eg likevel seie at dette er eit læreverk som generelt sett har fokus på diagnostisk undervisning. Når lærarens bok har dette som fokus, så vil dette hjelpe læraren til å bli meir bevisst på diagnostisk undervisning og forhåpentlegvis vil læraren prøve å jobbe meir konsekvent med diagnostisk undervisning som metode i matematikken.

7.2 Læreverk tilknytt LK06

LK06 har kunnskapsmål som er mindre konkret fordelt på forskjellige årssteg, enn det L97 har. Dette kjem også fram gjennom læreverka knytt til LK06. Desse læreverka er meir tydelege på kva slag mål ein skal nå for kvart kapittel, og elevane blir gjort merksame på dette før kvart kapittel.

7.2.1 Abakus

Dette læreverket er som sagt omtrent heilt identisk med Abakus knytt til L97, bortsett frå små endringar som høver til LK06. Eg forventa å finne omtrent det same som i L97, noko eg hadde rett i bortsett frå at dei omtala ”diagnostiske prøvane” ikkje lenger vert kalla diagnostiske prøvar, men berre ”prøvar”. Etter min definisjon, og som nemnt tidlegare, så verka det som at det er forskjellig oppfatning av kva diagnostiske prøvar og undervisning dreiar seg om. Grunnen til at dei i LK06 versjonen av Abakus ikkje lenger kallar det for ”diagnostiske prøvar”, men berre ”prøvar”, er ikkje lett å vite. Det kan vere så enkelt som at diagnostisk undervisning i L97 utgåva ikkje er brukt i rett samanheng.

L97 versjonen og LK06 versjonen er heilt like bortsett frå små endringar med tanke på læreplanbyte, og den endringa eg nemner i førre avsnitt. I tillegg så oppfyller begge læreverka dei same kriteria. Utifrå dette så kjem det ikkje til å bli drøfta meir kring LK06 versjonen. Det vil stå akkurat det same som for Abakus L97 i kapittel 7.1.1.

7.2.2 Grunntal

Grunntal har ikkje generelt fokus på misoppfatningar eller diagnostisk undervisning. Det er heller ikkje mykje som tilseier at ressurspermen for læraren har fokus på misoppfatningar når det gjeld tilråding til arbeidet med vinklar.

I Grunntal merkar ein tydelegare spor av at det har vore eit læreplanskifte i faget, sidan det er fokus på ikt som reiskap i matematikken. Grunntal har lagt opp til vinkeloppgåver på datamaskin, som oftast med geometriprogram. Som eg har nemnt tidlegare, så kan dette generelt sett vere positivt med tanke på å avdekkje misoppfatningar.

Grunntal er eit av dei læreverka som oppfyller færrest av mine kriterium. På same måte som for nokre av læreverka knytt til L97, så kan det vere grunn til å tru at det er

tilfeldige samantreff som er årsaka til at det er nokre få oppgåver kring arbeidet med vinklar som oppfyller kriteria for grunnbøkene.

7.2.3 Multi

Det kjem fram i innleiinga av lærarens bok at det er viktig at elevane får reflektere over kva dei skal lære og kva dei har lært. Dette kjem ikkje fram fleire gonger, og lærarens bok kjem ikkje med forslag på korleis læraren eventuelt kunne ha lagt opp til ein slik type undervisning.

Multi har ikkje generelt fokus på misoppfatningar eller diagnostisk undervisning. Det er heller ikkje mykje som tilseier at lærarens bok har så mykje fokus på misoppfatningar når det gjeld tilråding til arbeidet med vinklar.

Multi er på same måte som Grunntal eit av dei læreverka som oppfyller færrest kriterium, og kan med dette karakteriserast som eit læreverk som har lite eller ingen fokus på diagnostisk undervisning.

7.2.4 Tusen Millionar

Ved fyrste augekast ser eg at Tusen Millionar som sagt inneheld mykje av det same i denne versjonen, som i L97 versjonen, då spesielt i lærarens bok. Læreverket har fokus på misoppfatningar, diagnostisk undervisning og LK06 – versjonen har også fokus på misoppfatningar kring arbeidet med vinklar i lærarens bok. Læreverket har også som L97 versjonen fokus på kva det vil seie å ha kunnskap i matematikk. Alt dette fører til at dette læreverket oppfyller alle kriterium for lærarretteiingar.

Det var ingen oppgåver knytt til bruken av gradskive i denne boka. Tydeleg at dette ikkje kom før i 6. klasse bøkene. Noko som igjen er resultat av LK06, som har meir opne mål som rekk over fleire år av gongen.

Med omsyn på kva slag kriterium som blir oppfylt, så kan ein seie at med tanke på vinklar så er *Kan eg?* med på å sjå om elevar har misoppfatningar knytt til storleiken på vinklar, altså om det er lengda på vinkelbeina eller opninga mellom vinkelbeina

som bestemmer storleiken på ein vinkel. Utifrå lærarrettleiinga så kjem også dette fram. Dei vil at elevane skal forstå at det ikkje er lengda på vinkelbeina som avgjer storleiken på vinkelen.

Generelt sett så føler eg at det i dette læreverket samsvarar meir når det gjeld kva lærarens bok seier, og kva slags framgangsmåte og oppgåver grunnboka har. Med dette meiner eg at det ser ut som at det ikkje er tilfeldig at oppgåvene er diagnostiske, men at det er ein spesiell tanke bak. Det at lærarens bok har fokus på misoppfatningar, diagnostisk undervisning generelt og at dei også tek føre seg nokre typiske misoppfatningar kring vinkelomgrepet, gjer dette verket til eit av dei verka som eg kan seie har eit klart og tydeleg fokus på diagnostisk undervisning, og at det kjem tydeleg igjen under arbeidet med vinklar.

Når det gjeld endringar frå Tusen Millionar knytt til L97, så er det klart at det har skjedd ei forbetring med omsyn til problemstillinga for denne studien. Sjølv om lærarrettleiingane er ganske like, så kan eg trekkje fram *Kan eg?* testen i grunnboka. I L97 versjonen av Tusen Millionar kunne eg ikkje sjå at denne testen hadde oppgåver av diagnostisk karakter i seg. Tusen Millionar knytt til LK06 hadde derimot *Kan eg?* testen ei oppgåve som får fram misoppfatningar knytt til storleiken på ein vinkel.

Generelt sett så har Tusen Millionar knytt til LK06 mange fleire oppgåver som er av diagnostisk karakter enn det L97 versjonen har. Så kan ein utifrå min analyse seie at det har skjedd endringar med tanke på at LK06 versjonen har meir diagnostisk fokus enn det Tusen Millionar knytt til L97 har.

7.3 Oppsummering

For å sei litt generelt om læreverka fyrst, så kan eg nemne at eg ser tydelege spor av læreplanane i alle læreverka for denne analysen. Spesielt for bøkene knytt til L97, var det tydeleg at matematikk i dagleglivet spelte ei stor rolle. Dette såg eg både i lærarrettleiingane og i oppgåvene i grunnbøkene. I læreverka for LK06 blir

kompetansemåla tydelegare, og dei blir presenterte for elevane i grunnbøkene. Elevane er heile tida klar over kva dei skal lære til ei kvar tid.

Når det gjeld dei tre læreverka eg har analysert frå LK06 der eg valde å ta føre meg lærebøkene for 5. klasse, så ser eg at desse ikkje har så grundig gjennomgang av vinkelomgrepet som eg hadde ynskja. Det er tydeleg at arbeidet med ulike emne i matematikken etter LK06 er meir fordelt med omsyn på at kompetansemåla gjeld i bolkar over to eller tre år.

Når ein ser på oppsummeringa i kapittel 6, på tabellen for grunnbøkene, så er det to kriterium som ikkje har blitt oppfylt. Det fyrste er kriterium nr. 4, *Når bogen som markerar vinkelen har ulik lengd og plassering*. Det eg ser under arbeidet med analysen er at dei bøkene som har med ein slik boge på vinkelen, framstiller denne like stor og på same plass i alle vinklane i dei ulike oppgåvene. I mange tilfelle var det ofte ingen boge i det heile tatt. Det andre kriteriet er nr. 9, *Når oppgåva etterlyser ei forklaring frå eleven på kva slag framgangsmåte eleven nytta, eller kva han tenkte*. Det at elevane skal forklare kva dei tenkjer i arbeidsbøker i matematikk er ikkje vanleg prosedyre. Så det er nok grunnen til at ingen oppgåver oppfylte dette kriteriet. Det hadde likevel vore interessant dersom dette hadde vore meir vanleg i læreverka. Læraren ville då lettare fått tak i kva som er tenkjemønsteret til elevane.

Sjølv om tabellane får fram eit riktig bilete av læreverka med tanke på oppfylting av kriterium, føler eg likevel at tabellane kan gje eit uriktig bilete av læreverka med tanke på problemstillinga. Som det har blitt nemnt før så er det fleire tilfelle der ein får inntrykk av at læreverket ikkje har fokus på diagnostisk undervisning eller misoppfatningar, men likevel har oppgåver i grunnbøkene som oppfyller kriterium. Dette kan eg tore å hevde er meir tilfeldige samantreff, enn at det er resultat av at lærebokforfattarane med hensikt har forma oppgåvene med omsyn til diagnostiske tilnærmingar. Eg føler at diagnostisk undervisning og arbeid med å sikre solide omgrep i matematikken er ein svært gjennomtenkt undervisningsmetode, og at ein lærebokforfattar ville mest truleg ikkje lage oppgåver med diagnostisk karakter, utan å forklare dette nærare i lærarrettleiinga.

Det er viktig å påpeike at sidan eg i grunnbøkene tek føre meg eit så lite område som arbeidet med vinklar, så kan samanhengen mellom lærarretteiingane og grunnbøkene vere ulik med tanke på at eg har analysert dei utifrå om dei har fokus på diagnostisk undervisning.

No har eg fått oppsummert ein del drøftingar, og fått fram nokre synspunkt angående tabellane i førre kapittel. Konklusjon med tanke på problemstillinga i denne studien, kjem i neste og siste kapittel i avhandlinga.

8. Avslutning

Dette kapittelet kjem til å innehalde ein del refleksjonar og drøftingar kring problemstillinga i denne studien, i tillegg vil det også kome litt refleksjonar og drøftingar kring andre moment som har kome fram i denne avhandlinga. Til slutt etter konkludering for denne studien, kjem det eit lite kapittel med kritiske refleksjonar der det kjem fram eventuelle moglegheiter for vidare arbeid med denne studien som utgangspunkt.

8.1 Læreverka og fokus på diagnostisk undervisning

Hovudfokuset for denne studien, og utgangspunktet for problemstillinga er som kjent todelt. På den eine sida så kjem det fram at tidlegare forskning hevdar at diagnostisk undervisning fører til auka langtidslæring. På den andre sida så har det gjennom kartlegging og forskning kome fram at lærarar i den norske skulen nyttar læreboka svært mykje i undervisninga. Hovudsiktemålet med denne studien var då å sjå om det finst læreverk med diagnostisk fokus, som skal vere med å hjelpe læraren i undervisninga. Så før eg tek til med vidare refleksjonar, vel eg å trekkje inn problemstillinga for studien:

Korleis blir oppgåver om vinklar framstilt i lærebøker for 6. klasse og kva seier lærarrettleiingane knytt til L97 og LK06 med utgangspunkt i diagnostisk undervisning?

- *Er den diagnostiske undervisningsmetoden kjend for lærebokforfattarar, og kjem dette fram i læreverka?*
- *Finnes det oppgåver i norske lærebøker for 6.klasse knytt til arbeidet med vinklar som har diagnostisk preg?*

Norske læreverk er som nemnt tidlegare, stort sett utforma med utgangspunkt i gjeldande læreplanar. Sjølv om læreverka knytt til L97 og læreverka knytt til LK06 i denne analysen hadde tydelege spor av læreplanane i seg, hadde alle læreverka i analysen likevel individuelle særpreg og individuelle fokus. Dersom eit læreverk vil

satse på ein særeigen undervisningsmetode som er gjennomgåande for heile læreverket, så er det mogeleg.

Når det gjeld læreverka med tanke på framstillinga av vinkelomgrepet med utgangspunkt i diagnostisk undervisning, så er det ein del læreverk som høver inn i denne kategoriseringa. Ein kan likevel ikkje konkludere med at alle desse læreverka har eit bevisst fokus på diagnostisk undervisning. Når det gjeld lærarretteiingane i analysen, så er det Tusen Millionar, både til L97 og LK06 som viser seg å ha eit bevisst fokus på diagnostisk undervisning. Spesielt i LK06 versjonen av læreverket, følte eg at det kom godt fram også i grunnboka når det gjaldt arbeidet med vinkelomgrepet. Tusen Millionar er eit læreverk som heilt klart er til hjelp for læraren som vil nytte læreboka og i tillegg jobbe med kartlegging av misoppfatningar og jobbe for å sikre solid omgrepsdanning i matematikk. Tusen Millionar vil hjelpe læraren enda meir med å forstå undervisningsmetoden. Det at læreverket har generelt om kva diagnostisk undervisning er, gjev læraren grunnleggjande kunnskap om kva et dreiar seg om, og læraren vil få kunnskap om grunntanken bak undervisningsmetoden.

Også nokre få læreverk hadde fokus på misoppfatningar knytt til vinkelomgrepet, utan å seie noko konkret eller gje inntrykk å ha generelt fokus på diagnostisk undervisning. Desse læreverka kan likevel vere positive med tanke på å hjelpe læraren med å skape bevisstgjerings kring kva det vil seie å ha misoppfatningar i matematikken.

Dei lærebøkene eg har komme fram til som har fokus på misoppfatningar, kan vere til god hjelp for ein travel lærar som nyttar lærebøkene flittig i undervisninga. Berre ved hjelp av lærarretteiinga kan læraren setje seg inn i nokre av dei vanlegaste misoppfatningane, og kanskje gjennom dette bli meir nyfiken på området, og utifrå dette velje å setje seg meir inn i kva det vil seie å ha misoppfatningar i faget ved hjelp av fleire kjelder.

Det er ei ganske stor gråsone der ein kan diskutere om eit læreverk har diagnostisk fokus eller ikkje, og i kor stor eller liten grad dette fokuset er. Dersom

lærebokforfattarane har gått inn for å lage eit læreverk som er diagnostisk, vil det nok kome fram i lærarrettleiinga og i grunnbøkene. Vidare så kan ein drøfte kva andre legg i omgrepet diagnostisk undervisning. Det er ikkje sikkert at alle har same oppfatninga av kva det vil seie å leggje til rette for undervisning som er av diagnostisk karakter.

8.2 Læraren si rolle i diagnostisk undervisning

Det å kartleggje borna sine misoppfatningar med diagnostisk testing både før og etter eit undervisningsopplegg, kan vere både vanskeleg og tidkrevjande i dagens skule. Ein har som lærar som regel nok å ta seg til i løpet av den hektiske skulekvardagen. Med tanke på kva som er nemnt innleiingsvis i denne avhandlinga i forhold til bruken av læremiddel i undervisninga i den norske skulen, så er dette vanar som kan vere vanskelege å vende. Er ein då klar over kva slags generelle misoppfatningar og delvise utvikla omgrep som er vanlege at elevane kan ha, er det berre små grep som skal til for å unngå at born overgeneraliserer og dannar misoppfatningar i matematikken.

Når ein som lærar for eksempel skal teikne ein trekant på tavla, kan ein liksom godt forme den utradisjonelt slik at elevane lærer at dette er ein trekant på lik linje med dei ”tradisjonelle” trekantane. Når læraren skal lære elevane vinklar, må han ikkje berre presentere dei for spisse, stumpe og rette vinklar, men også forklare at vinklar kan vere både 180° og at dei kan vere større enn 180° . Sjølv om reflexvinklar ikkje blir presenterte i lærebøker, meiner eg at ein som lærar må ta tak i desse allereie når ein startar med innlæring av vinklar i matematikken.

Det heile handlar eigentleg om å gje elevane korrekt informasjon om omgrepet dei skal lære. For eksempel så kan ein ikkje lære elevane at ved multiplikasjon så blir svaret alltid større, og ved divisjon mindre, utan å leggje til at dette ikkje gjeld i alle samanhengar. Det er med andre ord viktig at læraren også er observant i sin overføring av kunnskap, for å hindre at han sjølv er årsaka til at misoppfatningar og overgeneraliseringar oppstår.

Sjølv om dette er litt utanfor sjølve hovudfokuset mitt i denne studien, så meiner eg også at det er viktig at læraren er observant på elevane si forståing av gradskive. Læraren bør vere nøyaktig når det gjeld innlæringa av korleis denne skal nyttast. Mange elevar har misoppfatningar rundt bruken av denne, og mange veit ikkje korleis den skal brukast. Gradskive med full omdreining, sett i forhold til gradskive med halv omdreining burde ha kome meir i bruk i skulen. Då vil elevane lettare forstå at vinklar kan dreiest 360° og det hadde blitt lettare å forstå seg på og måle refleksvinklar, og sist men ikkje minst så hadde ein unngått misoppfatningar knytt til bruken av gradskiva. Læreverket Pluss (L97) var det einaste læreverket i denne analysen som nytta gradskive med full omdreining. Dette er nok ikkje så gjeldande med tanke på at Pluss er eit læreverk knytt til L97. Likevel så viser læreverket at det er mogleg å presentere gradskiva med full omdreining.

Slik som den diagnostiske undervisninga legg opp til med tanke på å skape reflektert tenking i klasserommet, er det viktig at læraren saman med elevane lagar ein kultur i klassen der det er lov til å ta feil, eller misforstå. Dersom læraren i tillegg er oppteken av at elevane må forklare korleis dei tenkte når dei løyste ei oppgåve og fikk feil, kan dette bli nytta til å avdekkje tankemønster hjå elevane. Det vil bli lettare å finne ut av kor feiltenkinga har oppstått. Har andre elevar i klassen same misoppfatningane, vil gjennomgang av eit slikt type problem, på denne måten, vere med å hjelpe fleire elevar samtidig.

Som det kjem fram i teoridelen i denne avhandlinga, blir omgrepet diagnostisk undervisning/metode/prøvar definert på forskjellige måtar. Omgrepet blir nytta med forskjellig tyding og i ulike samanhengar. Ein må som lærar vere klar over at det finnes forskjellige definisjonar og vere observant på dette, slik at ein ikkje misforstår kva det heile dreiar seg om.

8.3 Vegem vidare

Som nemnt i kvalitetsvurderinga til studien i kapittel 5.3, er det nokre moment som har blitt utelukka i denne studien ein kunna ha forska meir på i eit seinare høve. Det som eg tykkjer kunne ha vore spesielt interessant er å kunne få intervjuer med lærebokforfattarane bak ein skilde læreverk for å finne meir ut om kva slag kjennskap dei har til diagnostisk undervisning. Dei læreverka der det er tydeleg at dette er ein aktuell arbeidsmåte, hadde det vore spennande å fått fram ulike synspunkt frå dei som nyttar læreverka og om desse verka blir meir nytta i skulen.

Andre moment som hadde vore interessant å finne ut, er om kor godt kjent diagnostisk undervisning er i skulen i dag, og i tilfelle kor mykje det vert nytta, spesielt då med tanke på KIM – prosjektet sitt utgangspunkt i diagnostisk undervisning.

Utifrå mine funn hadde det også vore interessant og eventuelt fått fram synspunkt til lærarar som har nytta Tusen Millionar, og om dei eventuelt har nytta diagnostisk undervisning, eller hatt fokus på misoppfatningar i undervisninga si.

Vidare så hadde det også vore mogleg og sett på fleire delar av læreverka. For det fyrste så kunne det ha vore interessant å ikkje berre studere vinklar, men heile emnet geometri. Vidare så kunne det også vere aktuelt og sett på heile læreverka der ein hadde teke føre seg all matematikken under alle emna på alle årssteg.

Ein kan også stille spørsmål kring mi konkludering om eit læreverk har fokus på diagnostisk undervisning eller ikkje sett utifrå lærarrettleinga og oppgåver kring vinkelomgrepet i læreboka. Er det eit godt nok grunnlag til å konkludere om verket har fokus på diagnostisk undervisning eller ikkje? Sjølv om framstillinga av vinklar ikkje er diagnostisk, kan det likevel vere andre delar av lærebøkene som er lagt opp diagnostisk. Ta for eksempel læreverket Tusen Millionar knytt til L97. Lærarens bok har eit klart og tydeleg fokus på både misoppfatningar og diagnostisk undervisning, likevel samsvarar ikkje arbeidet med vinklar i grunnboka med kva lærarens bok seier. Hadde eg då i dette tilfellet sett på heile læreverket, og alle emna i Tusen Millionar,

så hadde det vore mogleg at lærarens bok og grunnboka hadde samsvara meir med kvarandre enn det dei gjorde i min innhaldsanalyse.

Det er også eit vesentleg moment å trekkje inn at lærebøkene frå LK06 ikkje har like fast oppbygning når det gjeld gjennomgang av ulike emne, som det lærebøkene frå L97 har. Eg ser at i ettertid, så ville problemstillinga i denne studien blitt mykje betre opplyst gjennom at LK06 bøkene frå 5.-7. Klasse hadde blitt analysert. Slik som for eksempel i Tusen Millionar (LK06), er innlæring av vinkleomgrepet i 5. klasse, medan vinkelmåling med gradskive ikkje er presentert før i bøkene for 6.klasse.

Utifrå alt dette, så føler eg likevel at eg har funne svar på problemstillinga mi, sjølv om eg har hatt eit ganske snevert fokus med tanke på å studere vinkelomgrepet i lærebøkene. Som eg har presisert tidlegare, så er det mest truleg at dei læreverka som tek utgangspunkt i diagnostisk undervisning og arbeid med å unngå misoppfatningar, dei læreverka som ville ha sett dette i fokus gjennom lærarretteiinga. Det er lærarretteiinga som er for læraren, og viss ikkje læraren er klar over læreverket sine eventuelle tenkjemåtar og ynskjelege arbeidsmåtar i det aktuelle læreverket, vil det vere bortkasta for læreverket dersom læraren ikkje er klar over desse.

9. Litteratur

- Bachmann, K. E. (2004). Læreboken i reformtider – et verktøy for endring? I G. Imsen (Red.), *Det ustyrlike klasserommet. Om styring, samarbeid og Læringsmiljø i grunnskolen* (s. 119-143). Oslo: Universitetsforlaget.
- Bassford, D. (1988). *Fractions, A comparison of Teaching Methods*. Master of Education thesis. Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham, England.
- Bell, A. (1993a). Some experiments in diagnostic teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 24(1), 115-137.
- Bell, A. (1993b). Principles for the design of teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 24(1), 5-34.
- Birks, D. (1987). *Reflection: A Diagnostic Teaching Experiment*. Master of Education thesis. Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham, England.
- Breiteig, T., & Venheim, R. (2005). *Matematikk for lærere 1*. 4. utgave. Oslo: Universitetsforlaget.
- Brekke, G. (1998). Noen didaktiske emner. I G. Tufteland (Red.), *Matematikk 1. For Allmennlærerutdanningen*. Bind 1 (s. 113-126). Oslo: Universitetsforlaget.
- Brekke, G. (2000a). *Forskning på omgrepsdanning i matematikk. Konsekvensar for arbeidsmåtar i lærarutdanninga*. Rapport 20/00. Telemarkforskning, Notodden.
- Brekke, G. (2000b). *Research methods used in a diagnostic assessment project*. Rapport 21/00. Telemarkforskning, Notodden.
- Brekke, G. (2002). *Kartlegging av matematikkforståelse - Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*, Læringscenteret.
- Botten, G. (2003). *Meningsfylt matematikk – nærhet og engasjement i læringen*. 3. Utgave. Bergen: Caspar Forlag.
- Close, G. (1982). *Children's Understanding of Angle at the Primary/Secondary Transfer Stage*. M.Sc. Thesis. London: Polytechnic of South Bank.
- Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement. (1996). *Læreplanverket*

- for den 10-årige grunnskolen*. Nasjonalt læremiddelsenter.
- Flottorp, V. (2002). *Forlagenes rolle i lærebokutvikling – en casestudie av arbeidet med to matematikkverk for grunnskolen*. Rapport 9/2002. Høgskolen i Vestfold, Tønsberg.
- Fuglestad, A. B. (2003). Konstruktivistisk perspektiv på datamaskiner i Matematikkundervisning. I B. Grevholm (Red.), *Matematikk for skolen* (s.209-234). Bergen: Fagbokforlaget.
- Fuys, D., Geddes, D. and Tischler, R. (1998). The van Hiele model of thinking in Geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph, 3*.
- Gjone, G. & Nordtvedt, G.A. (2001). *Kartlegging av matematikkforståing. Rettleiing til geometri. F og I*. Læringssenteret.
- Grimen, H. (2004). *Samfunnsvitenskapelige tenkemåter*. 3. utgave. Oslo: Universitetsforlaget.
- Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Herbjørnsen, O. (1999). Lærebokkunnskap. Ulike innfallsvinkler. I E. B. Johnsen (Red.), *Lærebokkunnskap. Innføring i sjanger og bruk*. (s. 78-88). Forfatterne og Tano Aschehoug.
- Herbjørnsen, O. (2006). *Rom, form og tall. Matematikdidaktikk for grunnskolen*. 2. utgave. Oslo: Universitetsforlaget.
- Imsen, G. (2005). *Elevens verden. Innføring i pedagogisk psykologi*. 4. utgave. Oslo: Universitetsforlaget.
- Johnsen, V. (1996a). *Begrepsutvikling i geometri i datamaskinbaserte omgivelser*. Hovedoppgave i matematikdidaktikk. Høgskolen i Agder, avdeling for realfag, institutt for matematiske fag, Kristiansand.
- Johnsen, V. (1996b). Hva er en vinkel? *NOMAD*, 4(1), 25-49.
- Kerslake, D. (1979). Visual Mathematics. *Mathematics in School*, 8(2), 34-35.
- Lund, T. & Haugen, R. (2006). *Forskningsprosessen*. Oslo: Unipub AS.
- Kunnskapsdepartementet. (2006). *Læreplanverket for kunnskapsløftet*. Midlertidig utgave juni 2006. Utdanningsdirektoratet.
- Kunnskapsdepartementet. (2006). *Tiltaksplan. Et felles løft for realfagene*. Henta

15.04.2009 frå

http://www.regjeringen.no/upload/kilde/kd/pla/2006/0003/ddd/pdfv/290282-tiltaksplan_for_realfagene.pdf

Melbye, P., E. (1995). *Matematikkvansker*. Oslo: Universitetsforlaget AS.

Meyer, O., Søholm, F. & Vejleskov H. (1971). *Barnets opfattelse af tal, rum og bevægelse. Tekster fra Jean Piagets værker III*. København, Danmark: Skandinavisk Composing AS.

Nasjonalt Senter for Matematikk i opplæringa. (2009). *Kompetanser i matematikk*.

Henta 21.12.2009 frå <http://www.matematikkcenteret.no/content.ap?thisId=307>

Niss, M. & Jensen, T.H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring – ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*.

Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18. København:

Undervisningsministeriets forlag.

Norberg, G. (2002). *Matematikundervisning på mellomtrinnet*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.

Skjelbred, D., Solstad, T., & Aamotsbakken, B. (2005). *Kartlegging av læremidler og læremiddelpraksis*. Høgskolen i Vestfold

Smestad, B. (2008). Geometriaktiviteter i lys av van Hiele's teorier. *Tangent-tidsskrift for matematikundervisning*, 1(19), 2-6.

Thagaard, T. (2009). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitativ metode*. 3. utgave. Bergen: Fagbokforlaget.

Læreverk

Alseth, B., Nordberg, G. & Røsseland, M. (2007). *Multi*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Bakke, B. & Bakke, N. I. (2006). *Grunntal*. Drammen: Elektronisk Undervisningsforlag.

Fosse, T. & Sælensminde, A. K. (1998). *Matematikktakk 6*. Oslo: Det Norske Samlaget.

Haanes, M. & Kvalheim, G. (1998). *Pluss*. Oslo: Cappelen Damm AS.

Nordberg, G., Tverås, I., Myrmo, E., Råve, B. & Skipar, S. (1998). *Delta*. Oslo:

Gyldendal Norsk Forlag.

Pedersen, B. B., Pedersen, P. I. & Skoogh, L. (2004). *Abakus*. Oslo: Aschehoug.

Pedersen, B. B., Pedersen, P. I. & Skoogh, L. (2006). *Abakus*. Oslo: Aschehoug.

Rasch-Halvorsen, A., Rangnes, E. T. & Aasen, O. (1998). *Tusen millionar*. Oslo: Cappelen Damm AS.

Rasch-Halvorsen, A., Rangnes, E. T. & Aasen, O. (2008). *Tusen millionar*. Oslo: Cappelen Damm AS.

Venheim, R., Skoogh, L., Nilsson, B. & Johansson, H. (1998). *Reknereisa*. Oslo: Aschehoug.