

# Dynamisk bevegelse av et stigerør som henger mellom to skip

av

Synnøve Helene Syvertsen

**MASTEROPPGAVE**

*for graden*

***Master i Anvendt matematikk og mekanikk***

*(Master of Science)*



*Det matematisk- naturvitenskapelige fakultet  
Universitetet i Oslo*

*Mai 2008*

*Faculty of Mathematics and Natural Sciences  
University of Oslo*



# Forord

Etter et femårig studium avslutter jeg nå min mastergrad i studieretningen anvendt matematikk ved Universitetet i Oslo. Det har vært et spennede og lærerikt studium.

Det siste semestertet har jeg arbeidet med den avsluttende masteroppgaven. Det har vært utfordrende og til tider mye jobb. Oppgaven er gjennomført i samarbeid med Force Technology. Jeg vil i denne forbindelse benytte anledningen til å takke de ansatte ved Force Technology for å ha tatt meg inn i varmen og for å ha gitt meg råd og hjelp med det faglige arbeidet. En ekstra stor takk rettes til Marc Lefranc som har vært min eksterne veileder under arbeidet med oppgaven og på forprosjektet til masteroppgaven.

Jeg vil også takke Harald Osnes som har vært min interne veileder ved universitetet, for råd og oppfølging.

Tilslutt vil jeg takke Espen, Eirik og Katinka for gode og frustrerende tider vi har tilbrakt sammen i løpet av mastergraden. Nå er vi endelig i mål.



# Sammendrag

Denne oppgaven tar for seg problemet med å transportere olje, gass og vann fra en FPSO til et tankskip. Muligheten til å gjøre dette med et rør som strekker seg fra det ene skipet til det andre er studert her. Problemet er studert analytisk ved bruk av to ulike beskrivelser av røret. Den ene beskrivelsen er en parabelkabel og den andre beskrivelsen er kjedelikningen. RIFLEX er også benyttet som analyseverktøy av røret.

Røret vil utsettes fra eksitasjon i fra skipene det er festet i og på grunn av dette vil det oppstå spenninger i røret. Skipenes eksitasjon er beskrevet ved tidsserieer med forskyvninger som er beregnet på bakgrunn av analyser utført i WADAM.

Oppgaven består av en teoridel med bakgrunnsteori, en del der analysemetodene som er benyttet i oppgaven er beskrevet, en resultatdel og til slutt en konklusjon.

Spenningsanalysen av rørene viser at de benyttede rørdimensjonene fører til store spenninger der de dominerende spenningene er bøyespenninger. I de analytiske analysene er det sett bort fra bøyesivhet. Dette fører til at det kun vil oppstå spenninger i røret på grunn av strekk-krefter. Dette gir en dårlig representasjon av det totale spenningsbildet for et virkelig rør med bøyesivhet. For forskyvningene derimot er det oppdaget bedre samsvar mellom oppførselen av røret fra analysene med og uten bøyesivhet.



# Innhold

<b>1</b>	<b>Innledning</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Bakgrunnsteori</b>	<b>3</b>
2.1	Dynamisk beskrivelse av skip . . . . .	3
2.1.1	Dynamisk likevektslikning . . . . .	4
2.1.2	Stripeteori . . . . .	7
2.1.3	Eksitasjonskrefter- og momenter . . . . .	9
2.1.4	Beskrivelse i frekvensplanet . . . . .	12
2.1.5	Uregelmessig sjø . . . . .	12
2.1.6	Beskrivelse i tidsplanet . . . . .	13
2.2	Statisk beskrivelse av rør uten bøyestivhet. . . . .	15
2.2.1	Parabelkabel . . . . .	15
2.2.2	Kjedelikningen - catenary equation. . . . .	18
<b>3</b>	<b>Analysemetoder</b>	<b>21</b>
3.1	Problemstillingen . . . . .	21
3.2	Løsning av dynamisk likevektslikning for skip i WADAM . . . . .	22
3.3	Dynamisk analyse av rør. . . . .	26
3.3.1	Analytisk løsning . . . . .	26
3.3.2	Løsning med RIFLEX . . . . .	31

<b>4 Resultater</b>	<b>33</b>
4.1 Resultater fra bevegelsesanalyse av skip. . . . .	33
4.1.1 Relativ bevegelse mellom skipene . . . . .	39
4.2 Resultater fra analyse av rør . . . . .	39
4.2.1 Statiske resultater . . . . .	40
4.2.2 Dynamiske resultater for regulære bølger . . . . .	46
4.2.3 Dynamiske resultater for irregulær sjø fra RIFLEX . . . . .	51
<b>5 Diskusjon og konklusjon</b>	<b>61</b>



# Kapittel 1

## Innledning

Oljefelt bygges ofte ut ved hjelp av FPSOer. FPSO står for: Floating Production, Storage and Offloading. Dette er typisk et skip som inneholder alt nødvendig produksjonsutstyr. I tillegg vil det som produseres, lagres i og/eller eksporteres fra skipet. FPSOer er som regel optimalisert på en måte som gjør at det er lite rom for eventuelt tilleggsutstyr. Hvis økt produksjon eller andre uforutsette ting som medfører behov for mer omfattende prosesering, skulle inntreffe, kan det bli nødvendig med assistanse fra et annet skip. En må da ofte transportere olje, gass og vann mellom skipene. Dette kan gjøres ved hjelp av et rør som går fra det ene skipet til det andre. Begge skipene vil bevege seg i bølgene, noe som gjør at rørendene vil bli utsatt for bevegelser som vil kunne føre til betydelig dynamisk eksitasjon av røret. Røret som forbinder skipene, må utformes på en måte som gjør at det tåler skipenes bevegelse uten at spenningene i røret blir så store at de fører til brudd eller utmatting. Noe av formålet med oppgaven er å etablere kriterier for rørdimensjoner og eventuelt definere den største/høyeste sjøtilstanden som et gitt sett av parametere for rør og skip tillater.

Oppgaven involverer beregning av bølgekrefter og forankringskrefter på skip, samt analyse av skipenes bevegelse som følge av denne typen laster. Til slutt skal det utføres spenningsanalyse av et rør som forbinder to skip.

Oppgave vil dermed omfatte:

- Teoridel med beskrivelse av:
  - Dynamisk likevektslikning for bevegelse av skip.
  - Stripeteori for beregning av krefter.
  - Analyse av forankringskrefter.

- Simuleringsdel: Bruk av wadam til beregning av konkrete laster på skip og skipenes bevegelse.
- Dynamisk analyse av stigerøret mellom skipene:
  - Utleddning av dynamisk likevektslikning og analytiske løsninger for tilfellet der rørets bøyestivhet neglisjeres.
  - Kort beskrivelse av metoden/modellen som benyttes i RIFLEX, der rørets bøyestivhet taes hensyn til.
  - Numeriske løsninger ved hjelp av programmet RIFLEX.
  - Sammenlikning av analytiske og numeriske løsninger.
- Sammenlikning av forskjellige skipskonfigurasjoner: side ved side, baug mot baug, varierende avstand og varierende sjøtilstand.

Figur 1.1: Bilde av en FPSO og et tankskip.

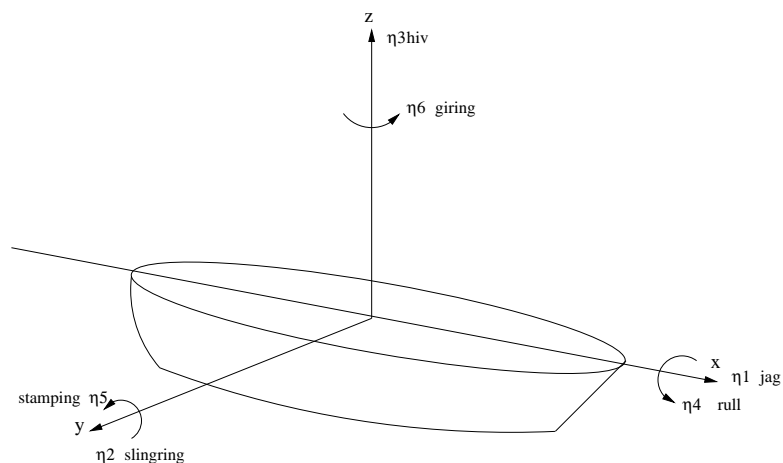


# Kapittel 2

## Bakgrunnsteori

### 2.1 Dynamisk beskrivelse av skip

Bevegelsen til et skip kan beskrives ved hjelp av seks frihetsgrader. Disse frihetsgradene kan vi dele i tre translatoriske bevegelser og tre rotasjoner. De translatoriske bevegelsene er jaging, slingring og hiving langs henholdsvis x-, y-, og z-aksen, og rotasjonene om tilsvarende akser er rulling, stamping og giring. I figur 2.1 er aksekors og tilhørende frihetsgrader vist.



Figur 2.1: Definisjon av frihetsgrader til skip.

### 2.1.1 Dynamisk likevektslikning

Dynamisk likevektslikning for et flytende legeme kan generelt skrives på formen

$$\sum_{k=1}^6 [(M_{jk} + A_{jk})\ddot{\eta}_k + B_{jk}\dot{\eta}_k + C_{jk}\eta_k] = F_j, \quad j = 1, 2, \dots, 6. \quad (2.1)$$

Vi skal nå se nærmere på hva de forskjellige leddene i denne likningen innebærer. For detaljert utledning av likning (2.1) henvises det til Marine Hydrodynamics av J.N.Newman[1]. Venstre side av likningen består av tre ledd. Det første leddet er proporsjonalt med legemets akselerasjon og dette tilsvarer systemets treghetsledd. Ledd nummer to er proporsjonalt med hastigheten og dette er dempningsleddet. Det siste leddet på venstre side er stivhetsleddet, og dette er proporsjonalt med forskyvningen. Høyre side av likningen består av de ytre kreftene som virker på systemet.

Likning (2.1) inneholder seks lineært koblede differensiallikninger. For et legeme som er symmetrisk om  $xz$ -planet kan disse dekomponeres i to sett med likninger som er uavhengige av hverandre. Det første settet innebærer bevegelser i de tre frihetsgradene, jaging- $\eta_1$ , hiving- $\eta_3$  og stamping- $\eta_5$ , og det andre settet består av bevegelser i frihetsgradene slingring- $\eta_2$ , rulling- $\eta_4$  og giring- $\eta_6$ . Dersom det også er symmetri om  $yz$ -planet vil hiving være ukoblet også fra jaging og stamping. Dette betyr f.eks at en kraft i  $z$ -retning,  $F_3$ , kun gir hiv bevegelse når det er symmetri om både  $xz$ - og  $yz$ - planet. Med symmetri menes det at det må være symmetri i både form og masse. Et skip vil som regel ha  $xz$ -planet som symmetriplan og vi går ut i fra det når vi nå skal se på de ulike matrisene som inngår i likning (2.1), og hvilke komponenter disse matrisene består av.

Den første matrisen som inngår i likningen er skipets massematrise- $M_{jk}$ , og den er gitt ved

$$M_{jk} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & Mz_g & 0 \\ 0 & M & 0 & -Mz_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Mz_g & 0 & I_4 & 0 & -I_{46} \\ Mz_g & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{46} & 0 & I_6 \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

der

$$M = \text{legemets masse} \quad (2.3)$$

$$z_g = z - \text{koodinaten til tyngdepunktet} \quad (2.4)$$

$$I_j = \text{treghetsmomenter} \quad (2.5)$$

$$I_{jk} = \text{arealtreghetsmoment} \quad (2.6)$$

De to neste matrisene er addertmasse-koeffisinter- $A_{jk}$  og dempnings-koeffisienter- $B_{jk}$ . Disse er gitt ved

$$A_{jk} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & 0 & A_{15} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & A_{24} & 0 & A_{26} \\ A_{31} & 0 & A_{33} & 0 & A_{35} & 0 \\ 0 & A_{42} & 0 & A_{44} & 0 & A_{46} \\ A_{51} & 0 & A_{53} & 0 & A_{55} & 0 \\ 0 & A_{62} & 0 & A_{64} & 0 & A_{66} \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

$$B_{jk} = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & B_{13} & 0 & B_{15} & 0 \\ 0 & B_{22} & 0 & B_{24} & 0 & B_{26} \\ B_{31} & 0 & B_{33} & 0 & B_{35} & 0 \\ 0 & B_{42} & 0 & B_{44} & 0 & B_{46} \\ B_{51} & 0 & B_{53} & 0 & B_{55} & 0 \\ 0 & B_{62} & 0 & B_{64} & 0 & B_{66} \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Addertmasse-koeffisientene representerer den tilleggsmassen som akselereres sammen med legemet i j-retning, når legemet akselereres i k-retning, og dempnings koeffisientene er dempningen i j-retning når legemets hastighet er i k-retning. Hvordan man finner disse koeffisientene skal vi komme tilbake til senere.

Den siste matrisen som inngår i likningen er legemets stivhetsmatrise. I første omgang tenker vi oss at det eneste som inngår i legemets stivhetsmatrise er de hydrostatiske kreftene. Disse kreftene består av tyngdekrefter og oppdriftskrefter. Tyngdekraften til et legeme er gitt ved dets masse multiplisert med tyngdeakselerasjonen, og denne kraften vil være den samme selv om legemet er i bevegelse, så lenge legemets masse ikke forandres. Oppdriftskraften er gitt ved tyngden av den fortrenkte væskemengden. Denne kraften forandrer seg etter hvor mye av legemet som befinner seg under vann. For et legeme som flyter og er i ro er de hydrostatiske kreftene i likevekt. Når vi ser på denne kraften i forbindelse med frihetsgradene til et legeme ser vi at for bevegelse i jaging, slingring og giring, som alle er bevegelser i horisontalplanet, vil det volumet av legeme som befinner seg under vann være uforandret. Dette betyr at oppdriftskraften hele tiden er lik tyngdekraften, og tilhørende ledd i stivhetsmatrisen er null. For bevegelse i hiv, rull og stamp vil volumet av legemet under vann forandre seg med bevegelsen, og dette fører da til at oppdriftskraften også forandrer seg. For eksempel får vi når oppdriftskraften blir mindre enn tyngdekraften, eller motsatt, en resultantkraft som vil prøve å føre legemet tilbake til likevektsposisjonen. Det er altså kun bevegelse i hiv, rull og stamp som bidrar til stivheten i systemet. Den totale stivhetsmatrisen for et legeme som er symmetrisk om x-z planet blir da

$$C_{jk} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & 0 & C_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{53} & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

der

$$C_{33} = \rho g S, \quad (2.10)$$

$$C_{44} = \rho g S_{22} + \rho g \nabla z_B - mg z_g, \quad (2.11)$$

$$C_{35} = -g(\rho \nabla x_B - m x_g), \quad (2.12)$$

$$C_{53} = -g(\rho \nabla z_B - m z_g), \quad (2.13)$$

$$C_{55} = \rho g S_{11} + \rho g \nabla z_B - mg z_g. \quad (2.14)$$

De størrelsene som opptrer i likningene over er  $\rho$  som er massetettheten til vannet,  $g$  som er tyngdeaksellerasjonen,  $\nabla$  er volumet av den fortrenge væskemengden,  $x_B$  og  $z_B$  er henholdsvis konstruksjonens x- og z-koordinater til oppdriftsenteret,  $x_g$  og  $z_g$  er henholdsvis x- og z-koordinater til tyngdepunktet og  $S_{11}$  og  $S_{22}$  som er arealtrehetsmomenteter gitt ved

$$S_{11} = \iint_{S_0} x^2 dS, \quad (2.15)$$

$$S_{22} = \iint_{S_0} y^2 dS, \quad (2.16)$$

der  $S_0$  er det statiske vannplanarealet.

For en konstruksjon som er forankret vil også forankringen gi bidrag til stivheten til systemet. Det vil altså medføre flere bidrag i sivhetsmatrisen som er gitt i likning (2.9).

Som nevnt tidligere beskriver  $\eta_k$  en translasjon dersom  $k = 1, 2, 3$ , og en rotasjon dersom  $k = 4, 5, 6$ . Vi har da at  $\dot{\eta}_k$ , som er den tidsderiverte av  $\eta_k$ , beskriver hastigheten og  $\ddot{\eta}_k$ , som er den dobbelt deriverte med hensyn på tiden, beskriver akselerasjonen i tilsvarende retninger. På vektorform er forskyvningen, hastigheten og akselerasjonen gitt ved vektorene

$$\eta_k = [\eta_1 \quad \eta_2 \quad \eta_3 \quad \eta_4 \quad \eta_5 \quad \eta_6]^T \quad (2.17)$$

$$\dot{\eta}_k = [\dot{\eta}_1 \quad \dot{\eta}_2 \quad \dot{\eta}_3 \quad \dot{\eta}_4 \quad \dot{\eta}_5 \quad \dot{\eta}_6]^T \quad (2.18)$$

$$\ddot{\eta}_k = [ \ddot{\eta}_1 \quad \ddot{\eta}_2 \quad \ddot{\eta}_3 \quad \ddot{\eta}_4 \quad \ddot{\eta}_5 \quad \ddot{\eta}_6 ]^T \quad (2.19)$$

Det gjenstår nå å beskrive leddet på høyre siden av likning (2.1). Vi kan skrive vektoren ,F, på formen

$$F_j = [ F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4 \quad F_5 \quad F_6 ]^T \quad (2.20)$$

der  $F_1$  er en kraft i x-retning,  $F_2$  er en kraft i y-retning,  $F_3$  er en kraft i z-retning,  $F_4$  er et moment om x-aksen,  $F_5$  er et moment om y-aksen og  $F_6$  er et moment om z-aksen. Hva som inngår i disse kreftene skal vi se nærmere på senere.

Vi kan nå sette inn i likning (2.1) og sette opp de to settene med de tre koblede likningene i hvert sett. Det første settet består av

$$F_1 = (M + A_{11})\ddot{\eta}_1 + B_{11}\dot{\eta}_1 + A_{13}\ddot{\eta}_3 + B_{13}\dot{\eta}_3 + (Mz_g + A_{15})\ddot{\eta}_5 + B_{15}\dot{\eta}_5, \quad (2.21)$$

$$F_3 = A_{31}\ddot{\eta}_1 + B_{31}\dot{\eta}_1 + (M + A_{33})\ddot{\eta}_3 + B_{33}\dot{\eta}_3 + C_{33}\eta_3 + A_{35}\ddot{\eta}_5 + B_{35}\dot{\eta}_5 + C_{35}\eta_5, \quad (2.22)$$

$$F_5 = (Mz_g + A_{51})\ddot{\eta}_1 + B_{51}\dot{\eta}_1 + A_{53}\ddot{\eta}_3 + B_{53}\dot{\eta}_3 + C_{53}\eta_3 + (I_5 + A_{55})\ddot{\eta}_5 + B_{55}\dot{\eta}_5 + C_{55}\eta_5, \quad (2.23)$$

og det andre settet består av

$$F_2 = (M + A_{22})\ddot{\eta}_2 + B_{22}\dot{\eta}_2 + (A_{24} - Mz_g)\ddot{\eta}_4 + B_{24}\dot{\eta}_4 + A_{26}\ddot{\eta}_6 + B_{26}\dot{\eta}_6, \quad (2.24)$$

$$F_4 = (A_{42} - Mz_g)\ddot{\eta}_2 + B_{42}\dot{\eta}_2 + (A_{44} + I_4)\ddot{\eta}_4 + B_{44}\dot{\eta}_4 + C_{44}\eta_4 + (A_{46} - I_{46})\ddot{\eta}_6 + B_{46}\dot{\eta}_6, \quad (2.25)$$

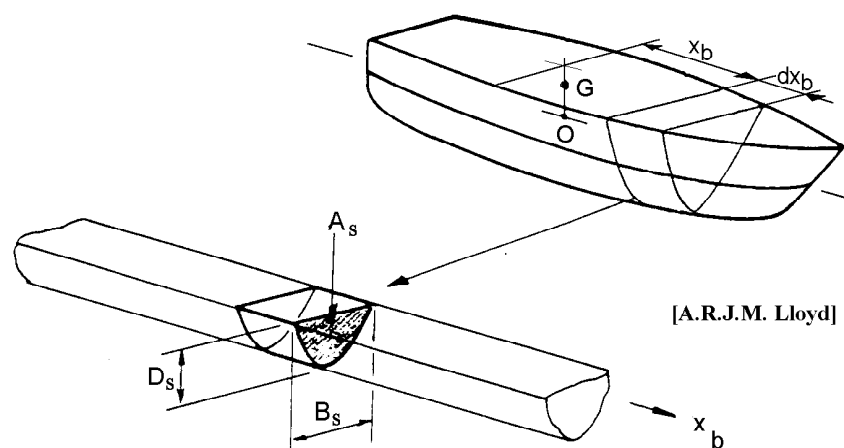
$$F_6 = A_{62}\ddot{\eta}_2 + B_{62}\dot{\eta}_2 + (A_{64} - I_{46})\ddot{\eta}_4 + B_{64}\dot{\eta}_4 + (A_{66} + I_6)\ddot{\eta}_6 + B_{66}\dot{\eta}_6. \quad (2.26)$$

Disse likningene skal vi komme tilbake til. Først skal vi se nærmere på hvordan vi kan bestemme addertmasse koeffisientene, dempnings koeffisientene og eksitasjonskreftene.

## 2.1.2 Stripeteori

Utgangspunktet for å bruke stripeteori er at legemet man betrakter er langt og slankt. For et skip vil det si at lengden må være mye lengre enn bredden

og dypgangen. Hovedideen bak stripeteori er at man kan dele legemet i flere transversale striper og betrakte hver av dem som en del av en uendelig lang flytende sylinder. Hver stripe sees på som om den er fast forbundet i neste stripe, se figur 2.2.



Figur 2.2: Bildet viser hvordan man kan dele et skip i striper, og man tenker seg da hver stripe som del av en uendelig lang sylinder.[2]

Stripeteori fører til at man kan beregne krefter, momenter, addertmasse- og dempningskoeffisienter i to dimensjoner og deretter integrere disse over stripens lengde for å finne de ønskede tredimensjonale resultatene. Krefter og momenter kan finnes direkte for komponenter i slingring, hiving, og rulling. Deretter brukes kreftene i slingring og hiving til å finne gire- og stampemomenter. Stripeteorien er dårlig egnet for jaging. Uavhengig av hvilken metode vi bruker for å beregne eksitasjonskreftene fra bølgene, dette kommer vi tilbake til i neste avsnitt, så vil problemet forenkles betydelig ved at det kan løses i to dimensjoner.

Vi kan skrive krefter og momenter som

$$X_j = \int_l x_k dx_b \quad \text{for } j = 2,3,4, \quad (2.27)$$

$$X_j = - \int_l x_3 \cdot x_b dx_b \quad \text{for } j = 5, \text{ og} \quad (2.28)$$

$$X_j = \int_l x_6 \cdot x_b dx_b \quad \text{for } j = 6. \quad (2.29)$$

I liknignene over er  $x_k$  kreftene som finnes ved å se på problemet i to dimensjoner,  $dx_b$  er stripens lengde og  $x_b$  er avstanden fra origo til den aktuelle stripen. Vi ser



i fra likning (2.28) og (2.29) at kreftene i slingring og hiving benyttes til å finne gire- og stampemomenter.

Addertmasse-koeffisienter og dempnings-koeffisienter kan vi skrive som

$$A_{jk} = \int_l a_{jk} dx, \text{ og} \quad (2.30)$$

$$B_{jk} = \int_l b_{jk} dx \quad (2.31)$$

der  $a_{jk}$  er de todimensjonale addertmasse-koeffisienten for tilleggsmassen som aksellereres med legeme i  $j$ -retning på grunn av en kraft i  $k$ -retning, og  $b_{jk}$  er de todimensjonale dempnings-koeffisientene. For enkle geometrier er disse 2D-koeffisientene *kjente*.

Et skip vil som regel kunne betraktes som et langt og slankt legeme og stripeteori er derfor godt egnet for denne typen problemer.

### 2.1.3 Eksitasjonskrefter- og momenter

Eksitasjonskrefter og momenter er krefter og momenter på grunn av bølgefeltet som konstruksjonen befinner seg i. Det finnes ulike måter å beregne disse kreftene på og de ulike måtene har forskjellig grad av nøyaktighet. I bevegelseslikningen, likning (2.1) er kreftene som virker på konstruksjonen uttrykt ved  $F_j$ . Generelt kan vi skrive bølgekreftene på formen

$$F_j = \text{Re}(Ae^{i\omega t} X_j) \quad (2.32)$$

der  $X_j$  er den komplekse amplituden til eksitasjonskreftene og momentene.  $X_j$  er gitt ved

$$X_j = -\rho \iint_{S_b} (\phi_0 + \phi_7) \frac{\partial \phi_j}{\partial n} dS. \quad (2.33)$$

Det som inngår i denne likningen er hastighetspotensialet til de innkommende bølgene,  $\phi_0$ , hastighetspotensialet på grunn av diffraksjon,  $\phi_7$  og hastighetspotensialet på grunn av radiasjon,  $\phi_j$ .  $S_b$  er overflate arealet til den flaten av legemet som er under vann,  $A$  er bølgeamplituden til de innkommende bølgene og  $\rho$  er tettheten til vannet. De tre hastighetspotensialene som er nevnt over er en dekomponering av det totale hastighetsfeltet i væsken. To av potensialene, diffraksjonspotensialet og potensialet for de innkommende bølgene beskrives når man tenker seg at konstruksjonen er fastholdt mot å bevege seg. Det siste potensialet, radiasjonspotensialet, beskrives når man tenker seg at det ikke er noen innkommende bølger,

men at konstruksjonen beveger seg på grunn av en tvunget bevegelse med en enhetsamplitude og dermed skaper et hastighetsfelt i væsken. Vi skal først se på den enkleste formen for å bestemme bølgekreftene, Froude-Krylov teorien.

### Froude Krylov

Denne teorien baserer seg på at trykkfeltet i væsken på grunn av bølgene, ikke påvirkes av konstruksjonens tilstedeværelse. Dette betyr at vi i likning(2.33) kan sette  $\phi_7$  til å være null. Vi står da igjen med likningen

$$X_j = -\rho \iint_{S_b} \phi_0 \frac{\partial \phi_j}{\partial n} dS. \quad (2.34)$$

En av grenseflatebetingelsene som brukes for å løse radiasjonspotensialet sier at normalhastigheten til legemet må være lik og motsatt rettet normalhastigheten til væsken på  $S_b$ . Matematisk kan dette skrives

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial n} = i\omega n_j, \quad j = 1, 2, 3, \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial n} = i\omega(\mathbf{r} \times \mathbf{n})_{j-3}, \quad j = 4, 5, 6, \quad (2.36)$$

på  $S_b$ , for mer detaljer se marine hydrodynamics av J. Newman[1].

Vi kan da skrive eksitasjonskreftene og momentene som

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{pmatrix} = -\rho \text{Re}\{i\omega A e^{i\omega t} \iint_{S_b} \phi_0 \begin{pmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{r} \times \mathbf{n} \end{pmatrix} dS\} \quad (2.37)$$

Ved bruk av lineær bølge teori er hastighetspotensialet,  $\phi_0$  gitt ved

$$\phi_0 = \frac{gA}{\omega} e^{ky} \sin kx - \omega t. \quad (2.38)$$

Når dette er kjent kan man finne eksitasjonskreftene og momentene ved å utføre integrasjonen i likning (2.37) over den delen av legemet som er under vann.

Hastighetspotensialet,  $\phi_0$ , finner man ved å løse randverdiproblemet gitt i likning (2.39)-(2.41). Detaljert utledning av dette er gitt i [3].

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{i væskeområdet,} \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{på } z = 0, \quad (2.40)$$

$$|\nabla \phi| \rightarrow 0 \quad \text{når } z \rightarrow -\infty. \quad (2.41)$$

## Diffraksjon

I diffraksjonsteori tas det hensyn til at konstruksjonen vil påvirke bølgefeltet det befinner seg i. Vi må da ta med potensialet,  $\phi_7$ , i likning (2.33). Dette potensialet representerer legemets forstyrrelse på det inkommende bølgefeltet. For å finne diffraksjonspotensialet må man også løse et randverdiproblem. Dette randverdiproblem er gitt ved likning (2.39)-(2.41). I tillegg til disse betingelsene må dette hastighetspotensialet også oppfylle en betingelse på legemets overflate og en radiasjonsbetingelse. Disse er gitt henholdsvis ved

$$\frac{\partial \phi_7}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_0}{\partial n} \quad \text{på } S_b, \quad (2.42)$$

og

$$\phi \propto R^{-1/2} e^{-ikR} \quad \text{når } R \rightarrow \infty \quad (2.43)$$

der  $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ . I likning (2.33) ser vi også at radiasjonspotensialet inngår. Også dette kan vi finne ved å løse et randverdiproblem. Randverdiproblem er da gitt ved de tilsavarende likningene som gir hastighetspotensialet til de innkommende bølger gitt i likning (2.39)-(2.41) og radiasjonsbetingelsen gitt i likning (2.43). I tillegg til dette må vi også her ha en betingelse som gjelder på legemets overflate. For radiasjonspotensialet antas det at det ikke er noen innkommende bølger og vi får da en betingelse som sier at hastigheten til væsken på legemets overflate må være lik og motsatt rettet hastigheten til legemet. Denne betingelsen er vist matematisk i likningene (2.35) og (2.36).

Det at radiasjonspotensialet og diffraksjonspotensialet må oppfylle det samme randverdiproblem bortsett fra på legemets overflate, gjør at vi kan anvende Green's teorem, [1], på diffraksjonspotensialet. Det gir sammenhengen

$$\iint_{S_b} \left( \phi_j \frac{\partial \phi_7}{\partial n} - \phi_7 \frac{\partial \phi_j}{\partial n} \right) dS = 0 \quad \text{for } j = 1, \dots, 6. \quad (2.44)$$

Fra likning (2.42) og likning (2.44) kan vi nå eliminere diffraksjonspotensialet fra likning (2.33). Vi står da igjen med uttrykket

$$X_i = -\rho \iint_{S_b} \left( \phi_0 \frac{\partial \phi_j}{\partial n} - \phi_j \frac{\partial \phi_0}{\partial n} \right) dS, \quad (2.45)$$

for eksitasjonskreftene og momentene. Denne måten å løse problemet på kalles Haskind relasjonen.

Vi har nå sett på to ulike måter å beskrive bølgekraftene på. Hovedforskjellen på disse er at vi enten tar hensyn til at konstruksjonen vil lage forstyrrelser på de

innkommende bølgene eller at vi neglisjerer dette. Omfanget av feilen vi gjør ved å neglisjere konstruksjonenes påvirkning vil avhenge av konstruksjonens størrelse.

### 2.1.4 Beskrivelse i frekvensplanet

Vi skal nå gå tilbake til likningene (2.21) - (2.26). Vi antar nå at konstruksjonens bevegelse vil være harmonisk i tid og at den vil oscillere med samme frekvens som de innkommende bølgene. Vi kan da skrive

$$\eta_k = \operatorname{Re}(\bar{\eta}_k e^{i\omega t}), \quad (2.46)$$

$$\dot{\eta}_k = \operatorname{Re}(i\omega \bar{\eta}_k e^{i\omega t}), \quad (2.47)$$

$$\ddot{\eta}_k = \operatorname{Re}(-\omega^2 \bar{\eta}_k e^{i\omega t}). \quad (2.48)$$

Dersom vi setter dette inn i likningene (2.21)- (2.26) og i tillegg setter inn likning (2.32) for eksitasjonskraften, kan vi forkorte bort leddet  $e^{i\omega t}$ , fordi det er felles i alle ledd. Dette fører til at likningene ikke lenger er tidsavhengige. Dersom vi kjenner kreftene og momentene  $F_j$ , har vi nå to sett som hver består av tre likninger med tre ukjente på formen

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (2.49)$$

der den ukjente  $\mathbf{x}$ , vi søker er  $\bar{\eta}_k$ . Denne typen likninger løses på følgende måte

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \quad (2.50)$$

En vanlig form å skrive denne løsningen på er

$$Z_k(\omega, \theta) \equiv \frac{\bar{\eta}_k}{A} = \sum_{k=1}^6 [-\omega^2(M_{jk} + A_{jk}) + i\omega B_{jk} + C_{jk}]^{-1} X_j. \quad (2.51)$$

Denne likningen er gyldig for alle frihetsgrader. Vi kaller dette for legemets transferfunksjon. Likningen gir den komplekse amplituden til bevegelsen i frihetsgrad  $k$  på grunn av en innkommende bølge med enhetsamplitude, frekvens  $\omega$  og retning  $\theta$ .

### 2.1.5 Uregelmessig sjø

Frem til nå har vi sett på bølgekrefter basert på lineær bølgeteori. Bølger av denne typen er teoretiske bølger. Når vi ser på konstruksjoner til havs og det bølgefeltet de befinner seg i er det et kaotisk bilde som er vanskelig å tenke seg at man

kan beskrive ved enkle harmoniske bølgekomponenter, men selv om havbølger er langt fra lineære kan denne teorien brukes til å beskrive det sammensatte problemet vårt. Vi skal her begrense oss til å se på langkammert sjø. Det vil si at vi tenker oss bølger der bølgekammene er langstrakte og parallelle. Måten vi bruker de harmoniske bølgene til å beskrive den reelle sjøtilstanden på, er å beskrive den reelle tilstanden som en sum av flere enkle komponenter med forskjellige amplituder, frekvenser og faser. For en utfyllende beskrivelse av uregelmessig sjø henvises det til [4].

Vi ønsker å beskrive energien i det bølgefeltet som konstruksjonen befinner seg i. Det kan vi enklest gjøre ved å bruke et standardisert bølgespekter. Et bølgespekter beskriver energien i bølgene som en funksjon av bølgefrekvensen. Det er utarbeidet mange standardiserte bølgespektre og det som er valgt å bruke i dette tilfellet er et modifisert Pierson-Moskowitz spekter.

Pierson-Moskowitz spekteret er gitt ved

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp[-\beta(g/U\omega)^4] \quad (2.52)$$

der  $U$  er vindens hastighet,  $\alpha = 8.1 \cdot 10^{-3}$  og  $\beta = 0.74$ . Dette er et én parameter spekter med vindhastigheten som parameter. Det modifiserte Pierson-Moskowitz spekteret er gitt ved

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{H_s^2 T_z}{8\pi^2} \left( \frac{\omega T_z}{2\pi} \right)^{-5} \exp \left( -\frac{1}{\pi} \left( \frac{\omega T_z}{2\pi} \right)^{-4} \right) \quad (2.53)$$

Dette spekteret har to parametre, signifikant bølgehøyde- $H_s$  og nullkryssingsperiode- $T_z$ .

### 2.1.6 Beskrivelse i tidsplanet

Vi har nå beskrevet konstruksjonens bevegelse og den uregelmessige sjøen i frekvensplanet. Det vil si at vi har uttrykt hvordan prosessens energi varierer med frekvensen. Dette gir en statistisk beskrivelse av en prosess, og vi kan derfor bestemme ulike statistiske egenskaper ved prosessen. En annen mulighet vi har med disse spektrene er å bruke dem til å beskrive prosessen i tidsplanet. Dette kan vi gjøre ved å bruke en invers diskret Fouriertransformasjon, men før vi gjør det vil vi koble konstruksjonens transferfunksjon, som beskriver oppførselen når den er påvirket av en enhetsbølge, sammen med et bølgespekter. Vi får da et responspekter som beskriver konstruksjonens oppførsel i en bestemt sjøtilstand, som funksjon av frekvensen. Vi kan skrive dette som

$$S_x(\omega) = |Z_x(\omega)|^2 \cdot S_{\zeta}(\omega), \quad (2.54)$$

$|Z_x(\omega)|$  er gitt ved

$$|Z_x(\omega)| = \sqrt{(Z^R)^2 + (Z^I)^2} \quad (2.55)$$

der  $Z^R$  realdelen til transferfunksjonen,  $Z^I$  er imaginærdelen og  $S_\zeta(\omega)$  er bølgespekteret.

Den diskrete inverse Fouriertransformasjonen er gitt ved[5]

$$x(t) = \sum_{i=1}^{N-1} x_i \sin(\omega_i t + \epsilon_i), \quad (2.56)$$

der

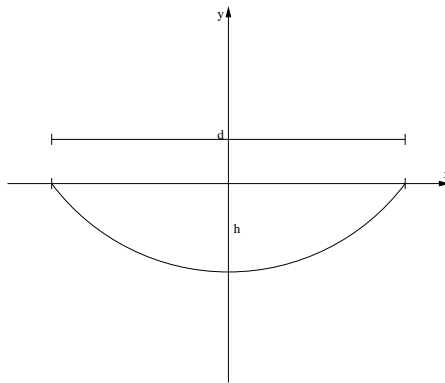
$$x_i = \sqrt{2S_x(\omega_i)\Delta\omega_i}. \quad (2.57)$$

Her er  $\epsilon_i$  en tilfeldig statistisk uavhengig fasevinkel. Dette fører til at hver gang denne prosessen benyttes til å bestemme en tidsserie, så vil utfallet bli forskjellig.

Ved å bruke teorien beskrevet i de foregående avsnitt vil det nå være mulig å kunne utarbeide en tidsserie som gir bevegelsen til en konstruksjon som er påvirket av bølgekrefter.

## 2.2 Statisk beskrivelse av rør uten bøyestivhet.

Vi skal her se på hvordan vi kan beskrive et rør der eneste last er egenvekten og når vi ser bort i fra rørets bøyestivhet. Ved å neglisjere bøyestivheten forenkler vi problemet til å være et rør som kun kan overføre strekkrefter. Dette kan sammenliknes med f.eks en kjetting. Statistiske beskrivelser av denne typen problemer er gitt i [6]. En illustrasjon av den statistiske rørformen er gitt i figur 2.3.

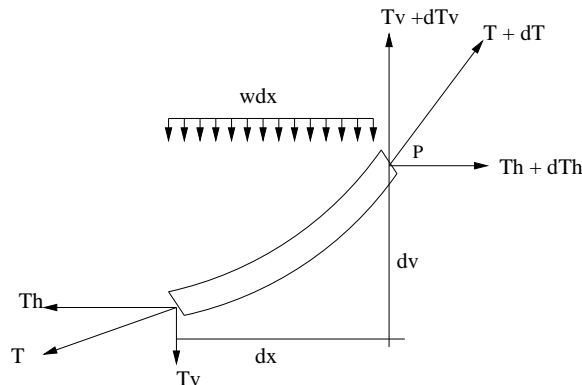


Figur 2.3: Defenisjon av retninger og størrelser i forbindelse med røret.

Vi skal se på to forskjellige statistiske beskrivelser. Det som i hovedsak skiller dem er hvordan man tenker seg lastfordelingen. Den enkleste beskrivelsen kalles en parabelkabel. I dette tilfellet tenker man seg lasten som en jevnt fordelt vertikal last per lengdeenhet i horisontalretning, se figur 2.4. I den andre beskrivelsen som kalles kjedelikningen ser man på lasten som fordelt langs selve kabelen, se figur 2.5. Den sistenvnte vil være den mest nøyaktige beskrivelsen på grunn av at man får med vekten av hele røret. Gyldigheten av forenklingen til en parabelkabel avhenger av forholdet mellom nedbøyningen på midten av røret og avstanden mellom opphengspunktene. Dersom dette forholdet er tilstrekkelig, lite utgjør forenklingen små feil.

### 2.2.1 Parabelkabel

Vi velger å se på et lite element langs røret. Elementet med påsatte krefter er vist i figur 2.4. Kraftene som virker på dette elementet er rørets tyngde og strekkrefter på endene.



Figur 2.4: Infinitesimalt element med krefter som virker på det.

Ved å se på likevekt av elementet finner vi

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -T_h + (T_h + dT_h) = 0 \quad (2.58)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -T_v + (T_v + dT_v) - w dx = 0 \quad (2.59)$$

$$\sum M_p = 0 \Rightarrow T_v dx - T_h dv + w \frac{dx^2}{2} = 0, \quad (2.60)$$

der  $w$  er rørets tyngde,  $T_h$  er horisontalkomponenten av strekkraften og  $T_v$  er vertikalkomponenten.

Fra likning (2.58) ser vi at  $dT_h = 0$ , det vil si at den horisontale strekkraften er konstant langs røret. Likning (2.59) gir

$$\frac{dT_v}{dx} = w. \quad (2.61)$$

Likning (2.60) kan vi dele på  $dx$ , og deretter la  $dx \rightarrow 0$ . Dette gir oss

$$T_v = T_h \frac{dv}{dx} \quad (2.62)$$

Vi kan nå derivere likning (2.62) og deretter sette den inn i likning (2.61). Den nye likningen kan så integreres opp to ganger og vi får

$$v(x) = \frac{w}{2T_h} x^2 + C_1 x + C_2, \quad (2.63)$$

der  $C_1$  og  $C_2$  er integrasjonskonstanter. Disse konstantene kan bestemmes ved hjelp av randbetingelser.



Av grunner som vil bli klare senere er det hensiktsmessig å plassere origo i venstre opphengspunkt. Randbetingelsene blir da

$$v(x = 0) = v(x = d) = 0. \quad (2.64)$$

Likning (2.63) sammen med randbetingelsens gir oss likningen

$$v(x) = \frac{wx}{2T_h}(x - d). \quad (2.65)$$

Denne likningen beskriver rørets statiske formen som en parabel.

Andre nyttige likninger som vi finner fra denne utledningen er nedbøyningen i  $d/2$ , denne størrelsen kaller vi  $h$  og skriver

$$h = v(x = d/2) = -\frac{wd^2}{8T_h}, \quad (2.66)$$

Dersom  $h$  og  $d$  er kjente størrelser kan likning (2.66) skrives om slik at den kan brukes til å finne den horisontale strekkraften. Denne er da gitt ved

$$T_h = \frac{wd^2}{8h}. \quad (2.67)$$

Fra likning (2.62) kan vi finne uttrykket

$$T_v = w(x - (d/2)) \quad (2.68)$$

for  $T_v$ . Når de to komponentene er kjente, finner vi den totale kraften fra

$$T = \sqrt{T_h^2 + T_v^2}. \quad (2.69)$$

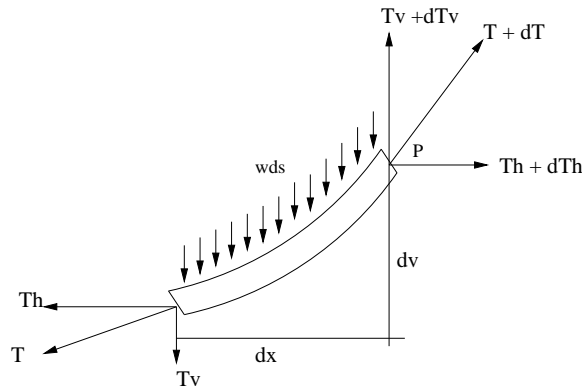
Siden horisontalkomponentet er konstant langs røret vil den totale kraften ha maksimal verdi når  $T_v$  er maks. Dette vil være når absoluttverdien av  $(x - (d/2))$  er størst, altså for  $x = 0$  eller  $x = d$ . Dersom vi også antar at  $h/d$  er liten kan vi finne rørets lengde,  $L$  fra likningen

$$L = d \left[ 1 + \frac{8}{3} \left( \frac{h}{d} \right)^2 \right]. \quad (2.70)$$

Ved hjelp av likningene vi har kommet fram til i dette asnittet er det nå mulig å beskrive rørets form som en parablekabel dersom vi kjenner rørlengden og avstanden mellom opphengspunktene.

### 2.2.2 Kjedelikningen - catenary equation.

I dette tilfellet skal vi også begynne med å se på et lite element av røret, men nå plasseres lasten langs selve rørlengden. Elementet er vist i figur 2.5.



Figur 2.5: Infinitesimalt element med krefter som virker på det.

Størrelsene i denne figuren er de samme som i forrige avsnitt. Det er en ny størrelse,  $ds$ , og den representere en liten del av buelengden.

Likevekt av kreftene i horisontal retning gir tilsvarende resultat som i forrige avsnitt. Det er kun den horisontale komponenten av strekkraften som virker i denne retningen, og den må dermed være konstant langs røret.

Ved å se på likevekt i vertikal retning finner vi likningen

$$dT_v = wds. \quad (2.71)$$

Fra geometribetraktninger kan vi finne at vertikalkomponenten av strekkraften er gitt ved

$$T_v = T_h \frac{dv}{dx}, \quad (2.72)$$

og

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2} dx. \quad (2.73)$$

Hvis vi setter inn for  $ds$  i likning (2.71), og deretter deler på  $dx$  finner vi

$$\frac{dT_v}{dx} = w \sqrt{1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2}. \quad (2.74)$$

Videre kan likning (2.72) settes inn i likningen over og vi benytter oss av at  $T_h$  er konstant, dette gir

$$\frac{\frac{d^2v}{dx^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2}} = \frac{w}{T_h}. \quad (2.75)$$

Denne likningen kan omformes til

$$\frac{d\left(\frac{dv}{dx}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2}} = \frac{w}{T_h} dx. \quad (2.76)$$

Integrasjon av likning (2.76) gir

$$\sinh^{-1}\left(\frac{dv}{dx}\right) = \frac{w}{T_h} x. \quad (2.77)$$

Dette kan skrives som

$$\frac{dv}{dx} = \sinh\left(\frac{w}{T_h} x\right), \quad (2.78)$$

og integrasjon av denne likningen gir

$$v(x) = \frac{T_h}{w} \cosh\left(\frac{w}{T_h} x\right) + C \quad (2.79)$$

der C er en konstant. Denne konstanten kan bestemmes ved å bruke at

$$v(0) = -h, \quad (2.80)$$

og da finner vi at

$$C = -\frac{T_h}{w} - h. \quad (2.81)$$

Uttrykket for v(x) kan nå skrives

$$v(x) = \frac{T_h}{w} \left( \cosh\left(\frac{w}{T_h} x\right) - 1 \right) - h. \quad (2.82)$$

I denne likningen er det foreløpig to ukjente,  $T_h$  og h.

Ved å bruke at

$$v\left(\frac{d}{2}\right) = 0 \quad (2.83)$$

kan vi finne et uttrykk for h gitt ved

$$h = \frac{T_h}{w} \left( \cosh\left(\frac{wd}{2T_h}\right) - 1 \right) \quad (2.84)$$

Vi kan også bruke at lengden til røret er kjent

$$L = \int_0^d ds. \quad (2.85)$$

Dette gir

$$L = \frac{2T_h}{w} \sinh\left(\frac{wd}{2T_h}\right). \quad (2.86)$$

I dette uttrykket er det kun  $T_h$  som er ukjent. Vi kan bestemme  $T_h$  ved å løse likning (2.86) for eksempel grafisk.

Da er alle størrelsene i  $v(x)$  kjent og vi har en statisk beskrivelse av røret.

Den totale strekkraften er igjen gitt ved

$$T = \sqrt{T_h^2 + T_v^2}. \quad (2.87)$$

Ved å bruke likning (2.72) kan uttrykket over omformes til

$$T = T_h \cosh\left(\frac{wx}{T_h}\right). \quad (2.88)$$

# Kapittel 3

## Analysemetoder

### 3.1 Problemstillingen

I innledningen er hovedtrekkene i problemstillingen belyst, og vi skal nå se på problemet i mer detalj. Vi har to skip, en FPSO og et tankskip. Fra det ene skipet til det andre er det plassert et rør som skal gjøre det mulig å transportere olje, gass og vann. Vi kan tenke oss at problemet består av tre hovedlegemer som alle, til en viss grad, vil ha en innvirkning på hverandre. For å løse problemet skal vi begynne med å gjøre noen forenklinger.

Det første vi skal gjøre er at vi med god tilnærming kan si at røret vil ha liten innvirkning på bevegelsen til skipene og derfor se bort fra dette. Skipenes innvirkning på hverandre derimot kan ha stor betydning for hvordan de vil oppføre seg. Planen var derfor at det skulle utføres en analyse der dette ble tatt hensyn til ved å benytte Wadam's multi-body pakke. Wadam er et program som er en del av SESAM-pakken, distribuert av Det Norske Veritas. Utfyllende informasjon om programmet finnes i programmets brukermanual [7]. Multi-body pakken er en separat del av Wadam og er beregnet til å utføre analyser som inneholder flere enn en konstruksjon. Etter mange forsøk på å få til dette ble konklusjonen at programmet ikke var i stand til å gi de ønskede resultatene og problemet er derfor blitt løst uten at interaksjonen mellom skipene er tatt hensyn til. Dette vil til en viss grad påvirke deler av oppgaven.

Som en del av oppgaven skulle bevegelsen til skipene ved ulike plasseringer i forhold til hverandre studeres. Når analysen nå blir utført på skipene hver for seg vil de resulterende transferfunksjonene bli like uansett hvordan man tenker seg plasseringen av de to konstruksjonene. På grunn av dette er det valgt å kun se på to skipskonfigurasjoner, side ved side og baug mot baug. I hvert av de to

tilfellene lar vi skipene ha en frihetsgrad hver. Det vil si at ved konfigurasjonen side ved side lar vi skipene bevege seg i slingring og ved konfigurasjonen baug mot baug lar vi skipene bevege seg i jag. Det direkte problemet knyttet til skipene er da å bestemme skipenes transferfunksjoner i jag og slingring. Når vi har transferfunksjonene kan disse kobles sammen med ulike bølgespektre for å danne responspektre for skipene, for ulike sjøtilstander. Responspektrene kan deretter omgjøres fra å beskrive bevegelsen i frekvensplanet, til å gi en beskrivelse av bevegelsen i tidsplanet. Det ønskede resultatet er altså tidserier for hvert av skipene for ulike sjøtilstander.

Poenget med å utarbeide tidserier som beskriver hvordan de to skipene vil bevege seg er for å kunne påføre denne bevegelsen på røret som henger mellom dem. Det er denne bevegelsen som fører til at røret blir utsatt for dynamiske svingninger som igjen skaper dynamiske krefter i røret. Oppførselen av røret skal studeres analytisk og ved hjelp av programmet RIFLEX. I den analytiske delen av oppgaven skal vi gjøre noen forenklinger på røret.

Først og fremst ser vi bort i fra rørets bøyemotstand. Dette fører til at likningene beskrevet i forrige kapittel kan benyttes for å bestemme rørets statiske form og krefter. Deretter skal vi utsette røret for påvirkningen fra skipene ved å påføre rørendene tidsseriene som gir bevegelsen til hvert av skipene i et gitt tidsrom. Dette fører til at rørets opphengspunkter vil forskyve seg horisontalt og røret vil få forskyvninger i både horisontal- og vertikal retning. For å få med dynamiske effekter i beskrivelsen av oppførselen til røret må det i en dynamisk analyse inkluderes treghetskrefter. Det er her valgt å se kun på treghetskrefter i vertikal retning. På bakgrunn av dette skal det settes opp en dynamisk likevektslikning for røret. Som nevnt skal det også utføres en dynamisk analyse av røret i RIFLEX der rørets bøyesivthet er inkludert.

## **3.2 Løsning av dynamisk likevektslikning for skip i WADAM**

I forrige kapittel så vi på hvordan man generelt kan beskrive den dynamiske oppførselen til en konstruksjon som er påvirket av bølgekrefter. Vi skal nå se nærmere på hvordan dette kan løses for det gitte problemet beskrevet over.

For å finne bevegelsen til hvert skip er Wadam benyttet. Wadam står for - Wave Analysis by Diffraction and Morrison theory. Dette er et program med mange muligheter. Wadam kan brukes både på flytende og faste konstruksjoner. De analysemulighetene man har er

- Beregning av hydrostatiske data og treghetsegenskaper.
- Beregning av global respons basert på
  - første- og andreordens bølgekrefte og momenter
  - hydrodynamisk addertmasse og demping
  - første og andreordens stivlegemebevegeleser
  - seksjonsvise krefter og momenter
  - driftkrefter og momenter
  - dempings-koeffisienter på grunn av bølgedrift
  - indre tank trykk
- Automatisk lastoverføring til en FEM-modell for en påfølgende struktur analyse

Wadam bruker ulike metoder for å beregne bølgekrefte på ulike typer konstruksjoner

- Morisons likning for slanke konstruksjoner
- Første og andre ordens 3D potensialteori for stor-volum konstruksjoner
- Dersom modellen er en kombinasjon av konstruksjonstypene beskrevet i punktene over så benyttes begge beregningsmetodene nevnt over.

De konstruksjonene som skal analyseres i dette problemet er såkalte stor-volum konstruksjoner og det vil si at wadam bruker 3D potensialteori for å løse problemet. Modellene som skal benyttes er modellert i programmet Prefem[8], som også er en del av SESAM-pakken. Programmet lager en FE-modell, Finite element modell, som deretter kan brukes til den hydrodynamiske analysen. Modellene som er benyttet her er forenklet i forhold til et virkelig skip. Vi har valg å utføre analysene på rektangulære bokser.

Boksene er bygget opp av flater som deretter er delt inn i elementer. Modellene med elementinndelingen er vist i figur 3.1. Boksens geometriske, hydrostatiske og masse egenskaper er gitt i tabell 3.1 og informasjon om elementinndelingen er gitt i tabell 3.2. Det er kun den delen av konstruksjonen som er under den frie vannflaten som er modellert. Dette er fordi det kun er den delen som benyttes i analysen. Koordinater til COG-center of gravity, og COB-center of bouyancy, er definert i forhold til aksekorset i figur 3.1, der  $z = 0$  er i bunnen av modellen og  $x = y = 0$  er i bunnflatens arealsenter.

Tabell 3.1: Hydrostatiske egenskaper til skipene

Egenskaper	FPSO	Tankskip
Lengde(m)	240	150
Bredde(m)	40	32
Dypgang(m)	15	14
COG,x-koor(m)	0	0
COG,y-koor(m)	0	0
COG,z-koor(m)	12.5	11.5
COB,x-koor(m)	0	0
COB,y-koor(m)	0	0
COB,z-koor(m)	7.5	7
Masse(kg)	1.47600E+08	6.88800E+07
XRAD(m)	12.33	10.08
YRAD(m)	69.42	43.49
ZRAD(m)	70.23	44.28
Metasenterhøyden(m)	3.89	1.60
Volum fortrenget væskemengde( $m^3$ )	1.44000E+05	6.72000E+04
Masse fortrenget væskemengde(kg)	1.47600E+08	6.88800E+07
Vannplan areal( $m^2$ )	9.59999E+03	4.80001E+03

Tabell 3.2: Elementinndeling på skipene

Skip	Antall elementer	Maksimal elementstørrelse
FPSO	736	6
Tankskip	461	6





Figur 3.1: Modellen som er brukt til de hydrodynamiske analysene i Wadam. Definisjonen av aksekorset er x-aksen i lengderetning, y-aksen normalt på x-ksen i horisontalplanet og z-aksen normalt på x-y planet med positivretning oppover.

På bakgrunn av input-filen generert av Prefem utfører Wadam den hydrodynamiske analysen av modellene basert på visse spesifikasjoner. Det er mange valgmuligheter i utførelsen av denne typen analyser. Måten det er gjort på her er at boksene er sett på som fritt flytende legemer, og vi søker den globale responsen av hver boks utsatt for bølgekerfter. Modellene beskrevet over er først påført hydrostatisk trykk på alle elementer. Dette gjøres for å vise hvilken del av modellen som er under den frie vannflaten. Deretter spesifiseres modellenes masse-egenskaper og væskens egenskaper som tetthet og dybde. Det er her brukt en tetthet på  $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$  og et vanddyb på  $d = 500 \text{ m}$ . Vi spesifiserer så hvordan programmet skal løse radiasjons-diffraksjons problemet og det er her valgt å bruke en iterativ likningsløser.

Det neste som spesifiseres er hvilke bølgeretninger og frekvenser som man ønsker å benytte. I denne analysen er det benyttet tre bølgeretninger og totalt 149 frekvenser. I en analyse i Wadam er det kun mulig å spesifisere 60 frekvenser så det er derfor kjørt tre analyser for hvert skip med ulike frekvensintervaller. De tre bølgeretningene som er brukt er bølger fra  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  og  $90^\circ$ . Frekvensene som er brukt er i intervallet  $[0.4, 30]$  med steg på  $0.2$ . På bakgrunn av informasjonen

gitt her utfører Wadam analysene og resultatene blir skrevet til fil. Resultater fra Wadam kan deretter behandles i et program som heter Postresp[9].

### 3.3 Dynamisk analyse av rør.

Røret vi studerer her vil settes i bevegelse på grunn av at det i hver ende er festet til et skip som igjen er påvirket av bølgekrefte. I en tenkt utgangsposisjon ser vi for oss at selve rørlengden vil være lengre en avstanden mellom skipene det er festet til. En naturlig begrensning på problemet er da at avstanden mellom skipene ikke må overskride rørlengden. Rørets vertikale posisjoner skal begrenses til å være over den frie vannflaten. Dette vil også være med på å begrense hvor store forskyvninger røret tåler i opphengspunktene. Vi skal nå se på to metoder å løse problemet på.

#### 3.3.1 Analytisk løsning

I forrige kapittel så vi på to statiske beskrivelser av et rør uten bøyestivhet. Vi skal nå ta utgangspunkt i den statiske parabelkabelen for å se på den dynamiske oppførselen til røret.

Når vi skal gå fra den statiske analysen til å se på dynamikken i problemet må vi innføre en treghetskraft. Denne kraften representerer konstruksjonens motstand mot å endre bevegelsestilstand. Symbolsk kan vi skrive

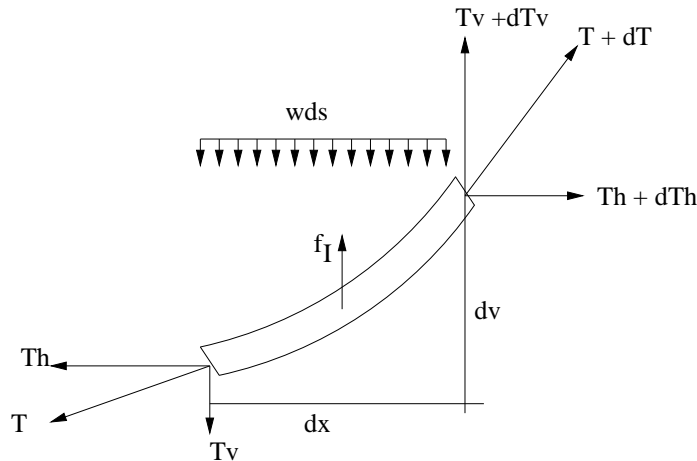
$$f_I = -m \frac{\partial v^2}{\partial t^2}, \quad (3.1)$$

der  $m$  er masse per lengdeenhet og denne er multiplisert med rørets vertikale aksellerasjon.

Vi setter denne kraft på det infinitesimale elementet gitt i figur 2.4. Elementet inkludert treghetskrefte er vist i figur 3.2.

Ved å se på likevekt av elementet i figur 3.2 ser vi at det fremdeles kun er den horisontale trekkraften som virker i horisontalplanet. Dette betyr at  $T_h$  må være konstant langs røret, men den vil nå være en funksjon av tiden.

Kraftlikevekt i vertikal retning og momentlikevekt om punktet-p gir oss følgende



Figur 3.2: Infinitesimalt element med kreftene som virker på det.

likninger

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow dT_v - wdx + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} dx = 0 \quad (3.2)$$

$$\sum M_p = 0 \Rightarrow T_v dx - T_h dv + w \frac{dx^2}{2} - m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \frac{dx^2}{2}. \quad (3.3)$$

Ved omskrivninger av disse likningen og ved å la  $dx \rightarrow 0$  kommer vi fram til den dynamiske likevektslikningen

$$\frac{T_h}{m} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = g. \quad (3.4)$$

Løsningen av denne likningen for  $v(x, t)$  gir oss rørets dynamiske form ved ethvert tidspunkt,  $t$ .

For å løse likningen over skal vi begynne med å dele den vertikale forskyvningen i to deler[10]

$$v(x, t) = v_{kvasistatisk}(x, t) + v_{dynamisk}(x, t). \quad (3.5)$$

Det første leddet på høyresiden av likningen kaller vi den kvasistatiske forskyvningen. Det vil si at det er den statiske posisjonen ved ethvert tidspunkt,  $t$ , på grunn av forskyvninger av opplagerne, uten at det tas hensyn til treghetskrefter. Det statiske uttrykket er gitt i likning (2.65) i kapittel 2. Denne likningnen kan vi gjøre kvasistatisk ved å innføre tidsavhengige variabler, og vi kan skrive

$$v_{kvasistatisk}(x, t) = \frac{wx}{2T_h(t)}(x - d(t)). \quad (3.6)$$

Vi kan se i fra likningen over at de parametrene som forandrer seg med tiden er avstanden mellom opphengspunktene og den horisontale komponenten av strekkraften. Med likning (3.6) og resten av likningene til den statiske parablekabelen kan vi beskrive det kvasistatiske tilfellet fullstendig når vi kjenner  $d(t)$  og rørlengden. Det som er forklart over kan også gjøres for kjedelikningen og vil da gi oss en kvasistatisk beskrivelse av den.

Vi har nå beskrevet ett av leddene i likning (3.5). Nå skal vi konsentrere oss om det andre leddet på høyresiden av likningen. Dette leddet beskriver forskyvningene relativt til den kvasistatiske forskyvningen ved et hvert tidspunkt. Videre i løsningen kaller vi  $v_{kvasistatisk}$  for  $v_{ks}$  og  $v_{dynamisk}$  for  $v_d$ . Det første vi skal gjøre er å sette likning (3.5) inn i den dynamiske likevektslikningen gitt i likning (3.4) og sortere den slik at de leddene der den kvasistatiske delen inngår, plasseres på høyresiden av likhetstegnet. Dette gir

$$\frac{T_h}{m} \frac{\partial^2 v_d}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_d}{\partial t^2} = g - \frac{T_h}{m} \frac{\partial^2 v_{ks}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_{ks}}{\partial t^2} \quad (3.7)$$

Høyre side av likningen over representerer den effektive dynamiske lasten på grunn av forskyvningene i opplagerene. Vi definerer

$$P_{eff} = g - \frac{T_h}{m} \frac{\partial^2 v_{ks}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_{ks}}{\partial t^2}. \quad (3.8)$$

For  $v(x, t)$  har vi følgende randbetingelser

$$v(0, t) = 0 \quad (3.9)$$

$$v(d(t), t) = 0, \quad (3.10)$$

og initialbetingelser

$$v(x, 0) = v_{statisk}(x) \quad (3.11)$$

$$[\partial v(x, t)/\partial t]_{t=0} = 0. \quad (3.12)$$

Vi har valgt å holde det ene opplageret i ro og påføre det andre den relative forskyvningen mellom dem. Dette er greit så lenge vi har valgt å se bort i fra treghetskrefter i horisontalretningen. Når vi nå har delt forskyvningen i en kvasistatisk og en dynamisk del, ser vi at den kvasistatiske delen alene oppfyller betingelsene gitt over. Det medfører at randbetingelsene vi skal bruke for å løse likning (3.7) er gitt ved

$$v_d(0, t) = 0 \quad (3.13)$$

$$v_d(d, t) = 0, \quad (3.14)$$

og initialbetingelsene er nå

$$v_d(x, 0) = 0 \quad (3.15)$$

$$[\partial v_d(x, t)/\partial t]_{t=0} = 0. \quad (3.16)$$

### Sentral differanse-metode

Dette er en numerisk metode som skal benyttes for å løse likning (3.7). Metoden vil senere bli referert til som den analytiske metoden, for å skille den fra andre løsningsmetoder. Måten denne metoden fungerer på er at den bruker løsningen fra forrige tidssteget og tidssteget før det for å iterere seg frem til løsningen for neste tidsskritt. Vi skal begynne med å uttrykke konstruksjonens hastighet og aksellerasjon på differanse form. Uttrykkene er da hendholdsvis gitt ved

$$\frac{\partial v_d(x_i, t_n)}{\partial t} = \frac{v_{d,i}^{n+1} - v_{d,i}^{n-1}}{\Delta t^2} \quad (3.17)$$

og

$$\frac{\partial^2 v_d(x_i, t_n)}{\partial x^2} = \frac{v_{d,i+1}^n - 2v_{d,i}^n + v_{d,i-1}^n}{\Delta x^2}. \quad (3.18)$$

Den dobbeltderiverte av forskyvningen med hensyn på  $x$  kan vi skrive

$$\frac{\partial^2 v_d(x_i, t_n)}{\partial t^2} = \frac{v_{d,i}^{n+1} - 2v_{d,i}^n + v_{d,i}^{n-1}}{\Delta t^2}. \quad (3.19)$$

De andre variablene som inngår i likning (3.20) kan også uttrykkes på differanse form og er gitt ved

$$v_d(x_i, t_n) = v_{d,i}^n \quad (3.20)$$

$$T_h(t) = T_h^n \quad (3.21)$$

$$P_{eff}(x_i^*, t_n) = P_{eff,i^*}^n \quad (3.22)$$

$$m = \text{konstant} \quad (3.23)$$

$$dx = \text{konstant} \quad (3.24)$$

$$dt = \text{konstant}. \quad (3.25)$$

Vi kan nå sette inn i likning (3.7) og får da

$$\frac{T_h^n}{m} \left( \frac{v_{d,i+1}^n - 2v_{d,i}^n + v_{d,i-1}^n}{\Delta x^2} \right) - \left( \frac{v_{d,i}^{n+1} - 2v_{d,i}^n + v_{d,i}^{n-1}}{\Delta t^2} \right) = P_{eff,i*}^n \quad (3.26)$$

Randbetingelser og initialbetingelser må også skrives på differanse form og da får vi initialbetingelser gitt ved

$$v_d(x_i, 0) = v_{d,i}^0 = 0 \quad \text{for alle } i \quad (3.27)$$

$$\dot{v}_d(x_i, 0) = \dot{v}_{d,i}^0 = 0 \quad \text{for alle } i, \quad (3.28)$$

og randbetingelser gitt ved

$$v_{d,1}^n = 0 \quad \text{for alle } n \quad (3.29)$$

$$v_{d,I}^n = 0 \quad \text{for alle } n. \quad (3.30)$$

Vi har valgt å holde  $x$  konstant i implementeringen av denne metoden, men i den effektive lasten vil  $x$  variere med tiden. Dette er markert ved en \* etter  $i'$ en i  $P_{eff}$ . Før vi kan løse problemet for alle  $t$ , må vi se på to spesialtilfeller.

### Sesialtilfellet $n = 0$

Vi ser først på tilfellet  $n = 0$ . Fra randbetingelsene

$$v_{d,i}^0 = 0. \quad (3.31)$$

ser vi at hele uttrykket gitt i likning (3.18) forsvinner. Fra den deriverte med hensyn på  $t$ , og initialbetingelsen i likning (3.28) får vi

$$\frac{v_{d,i}^{n+1} - v_{d,i}^{n-1}}{\Delta t^2} = 0 \quad (3.32)$$

dette fører til at

$$v_{d,i}^1 = v_{d,i}^{-1}. \quad (3.33)$$

Dersom vi nå putter dette inn i likning 3.26 finner vi at for  $n = 0$  er

$$v_{d,i}^1 = -\frac{\Delta t^2}{2} P_{eff,i*}^0 \quad (3.34)$$

**Spesialtilfellet  $n = 1$** 

Vi setter nå inn  $n = 1$  i likning (3.26), det gir oss

$$\frac{T_h^1}{m} \left( \frac{v_{d,i+1}^1 - 2v_{d,i}^1 + v_{d,i-1}^1}{\Delta x^2} \right) - \left( \frac{v_{d,i}^2 - 2v_{d,i}^1 + v_{d,i}^0}{\Delta t^2} \right) = P_{eff,i*}^1 \quad (3.35)$$

I denne likningen kan vi bruke at  $v_{d,i}^0 = 0$  fra randbetingelsene. Alle ledd som inneholder  $n = 1$  er kjent i fra spesialtilfellet  $n = 0$ , så det eneste ukjent leddet er  $v_{d,i}^2$  som beskriver neste tidsskritt. Vi løser likningen med hensyn på dette leddet og kan da skrive

$$v_{d,i}^2 = \frac{T_h^1 \Delta t^2}{m \Delta x^2} (v_{d,i+1}^1 - 2v_{d,i}^1 + v_{d,i-1}^1) + 2v_{d,i}^1 - \Delta t^2 P_{eff,i*}^1. \quad (3.36)$$

Denne likningen kan løses for  $i = [2, I - 1]$ , der  $I$  representerer største  $i$ . Verdiene for  $i = 1$  og  $i = I$  er kjent fra randbetingelsene for alle  $n$ . Når vi nå kjenner løsningen for  $n = 0$  og  $n = 1$  kan vi sette opp en formel som gir løsningen for  $n > 1$ . Denne formelen finner vi ved å løse likning (3.7) for  $v_{d,i}^{n+1}$ . Den generelle løsningen er da gitt på formen

$$v_{d,i}^{n+1} = \frac{T_h^n \Delta t^2}{m \Delta x^2} (v_{d,i+1}^n - 2v_{d,i}^n + v_{d,i-1}^n) + 2v_{d,i}^n - v_{d,i}^{n-1} - \Delta t^2 P_{eff,i*}^n. \quad (3.37)$$

Denne metoden er implementert i matlab.

**3.3.2 Løsning med RIFLEX**

Rørets dynamiske oppførsel er også løst ved hjelp av programmet RIFLEX[11]. Dette er et program utviklet av MARINTEK. Også dette programmet er en del av SESAM-pakken til Det Norske Veritas. RIFLEX er et program basert på elementmetoden og som i hovedsak er utviklet for å gjøre statiske og dynamiske bergninger på slanke marine konstruksjoner.

I denne oppgaven er programmet benyttet for å løse rør-problemet både statisk og dynamisk. Den statiske delen er løst med og uten bøyestivhet. I analyser med bøyestivhet er det benyttet en E-modul på  $210 * 10^9$ . Statisk løsning uten bøyestivhet er utført for å sammenlikne med de analytiske statiske løsningsene der bøyestivheten er neglisjert. Den dynamiske delen er kun modellert med bøyestivhet.

Modellen i RIFLEX er modellert med et konstant tverrsnitt. Materialdata for røret er også holdt konstant. Det er brukt tre forskjellige rørlengder så totalt har vi tre modeller. Disse er påført flere sett med dynamiske laster. De dynamiske lastene er påført rørendene i form av foreskrevne forskyvninger, forårsaket av skipsbevegelsen.

Røret er bygget opp av elementer der elementlengden i de tre tilfellene er satt til å være en meter. Problemet er løst ved hjelp av en ikke-linær analyse der Newmark's metode med konstant gjennomsnittsaksellerasjon er benyttet.



# Kapittel 4

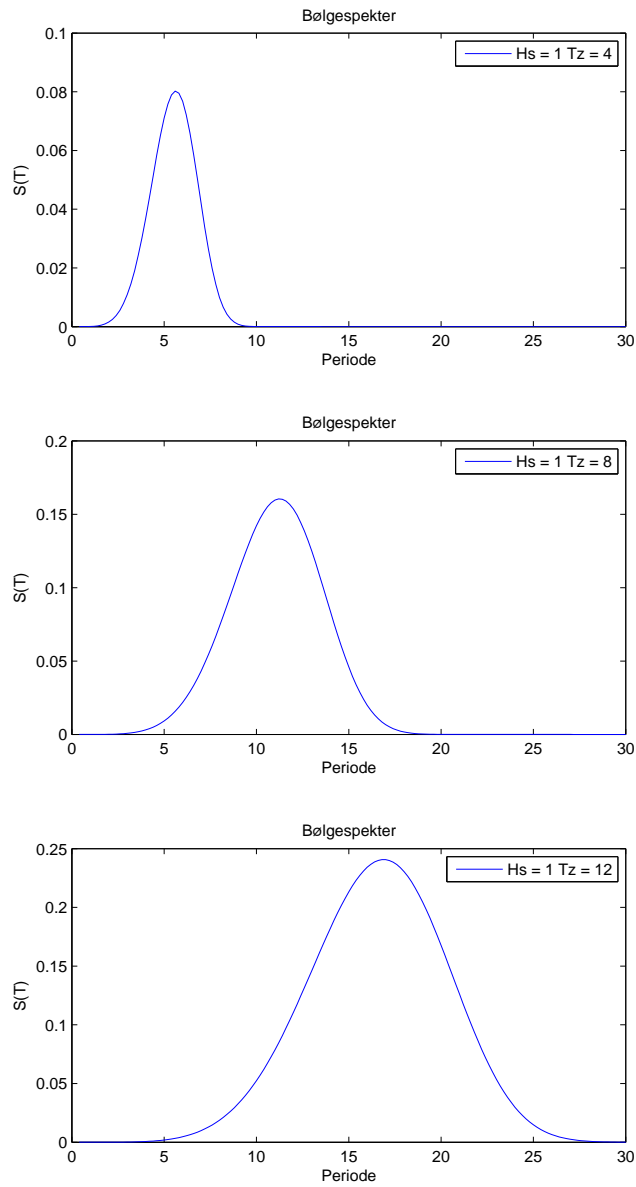
## Resultater

### 4.1 Resultater fra bevegelsesanalyse av skip.

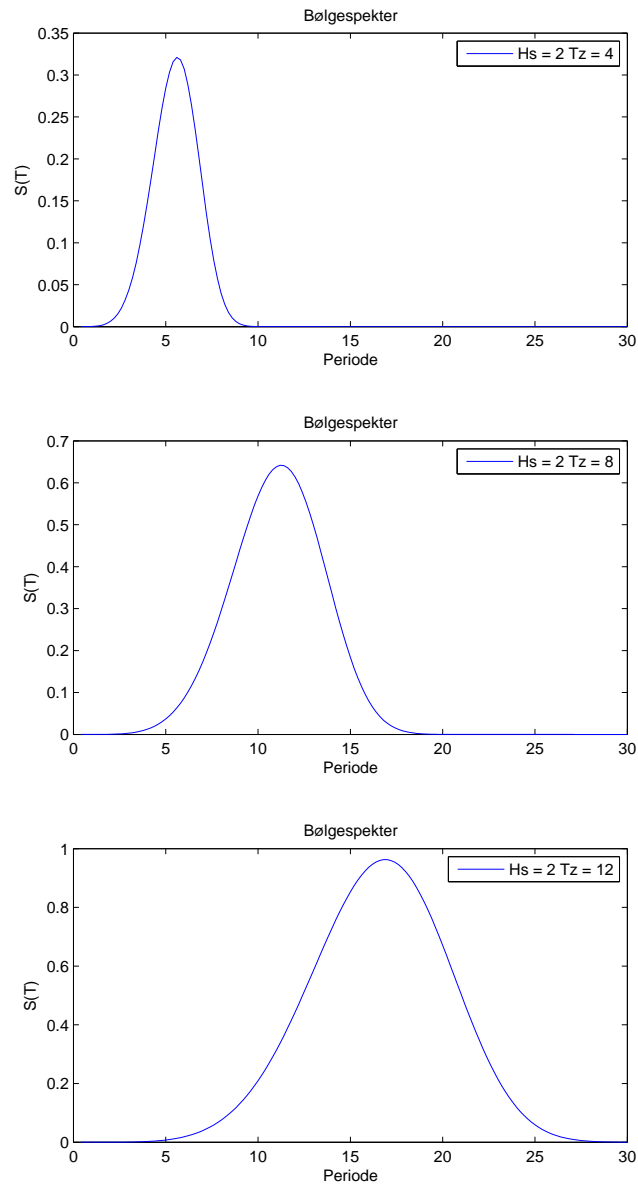
Fra Analysen i Wadam på bakgrunn av input-dataene presentert i tabell 3.1 i kapittel 3, kjenner vi nå transferfunksjonene til alle frihetsgradene til modellene. Vi skal her benytte oss av transferfunksjonene i jag og slingring. I forhold til bølgeretninger skal vi benytte jag transferfunksjonene for bølgeretningene  $0^\circ$  og  $45^\circ$ , og slingre transferfunksjonene for bølgeretningene  $45^\circ$  og  $90^\circ$ . På grunn av at modellene er symmetriske om både  $xz$ - og  $yz$ -planet, er det benyttet så få bølgeretninger. Bølgeretningene  $135^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $270^\circ$  og  $315^\circ$  vil gi tilsvarende resultater som de benyttede bølgeretningene. Grunnen til at ikke resultater fra alle de tre bølgeretningene,  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  og  $90^\circ$  er benyttet for begge frihetsgradene er fordi bølger fra  $90^\circ$  ikke vil gi forskyvninger i jag, og bølger fra  $0^\circ$  ikke vil gi forskyvninger i slingring. Transferfunksjonene for jag skal benyttes når skipene plasseres baug mot baug i videre analyser, og slingre transferfunksjonen skal brukes når plasseringen er side ved side.

Transferfunksjonene skal kombineres med bølgespektre som representerer ulike sjøtilstander. Dette gir såkalte responspektre for skipene. Det er benyttet tre signifikante bølgehøyder og tre nullkryssingsperioder. Disse er kombinert til å gi totalt ni bølgespektre. Kombinasjonene av ulike bølgehøyder og perioder vil bli referert til som sjøtilstand 1-9. Disse sjøtilstandene med tilhørende signifikant bølgehøyde og nullkryssingsperiode er gitt i tabell 4.1.

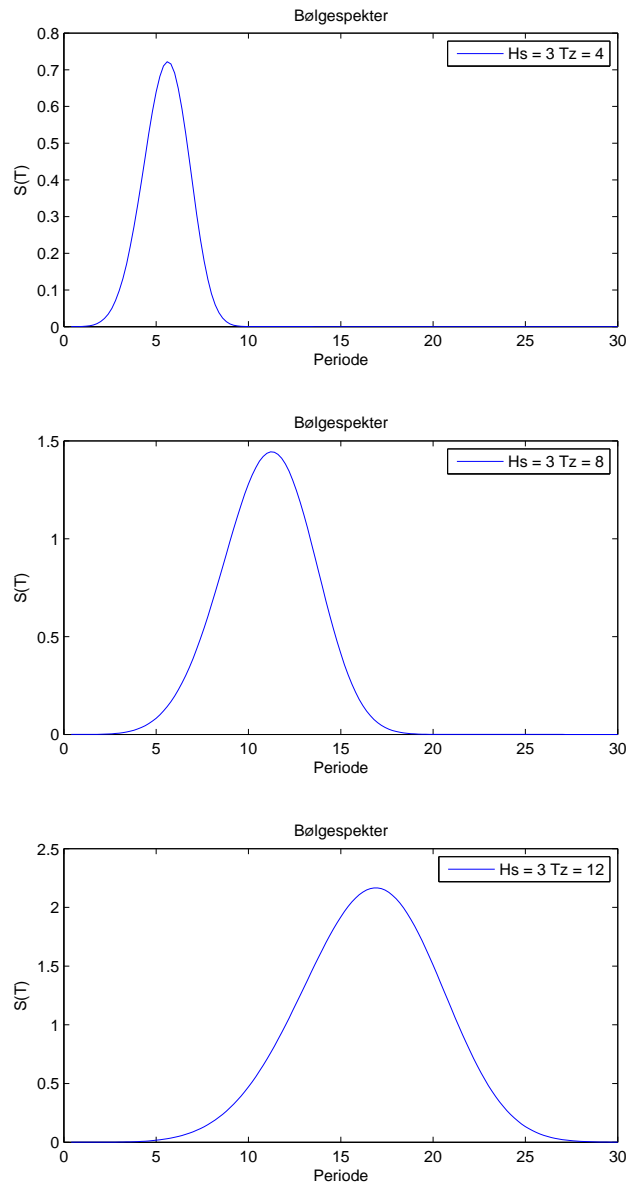
Fra det modifiserte Pierson-Moskowitz bølgespekteret gitt i likning (2.53) i kapittel 2 kan vi finne bølgespektrene til sjøtilstandene. Plot av bølgespektrene er vist i figur 4.1, 4.2 og 4.3.



Figur 4.1: Øverst:  $H_s = 1$ ,  $T_z = 4$ . Midten:  $H_s = 1$ ,  $T_z = 8$ . Nederst:  $H_s = 1$ ,  $T_z = 12$ .



Figur 4.2: Øverst:  $H_s = 3$ ,  $T_z = 4$ . Midten:  $H_s = 3$ ,  $T_z = 8$ . Nederst:  $H_s = 3$ ,  $T_z = 12$ .



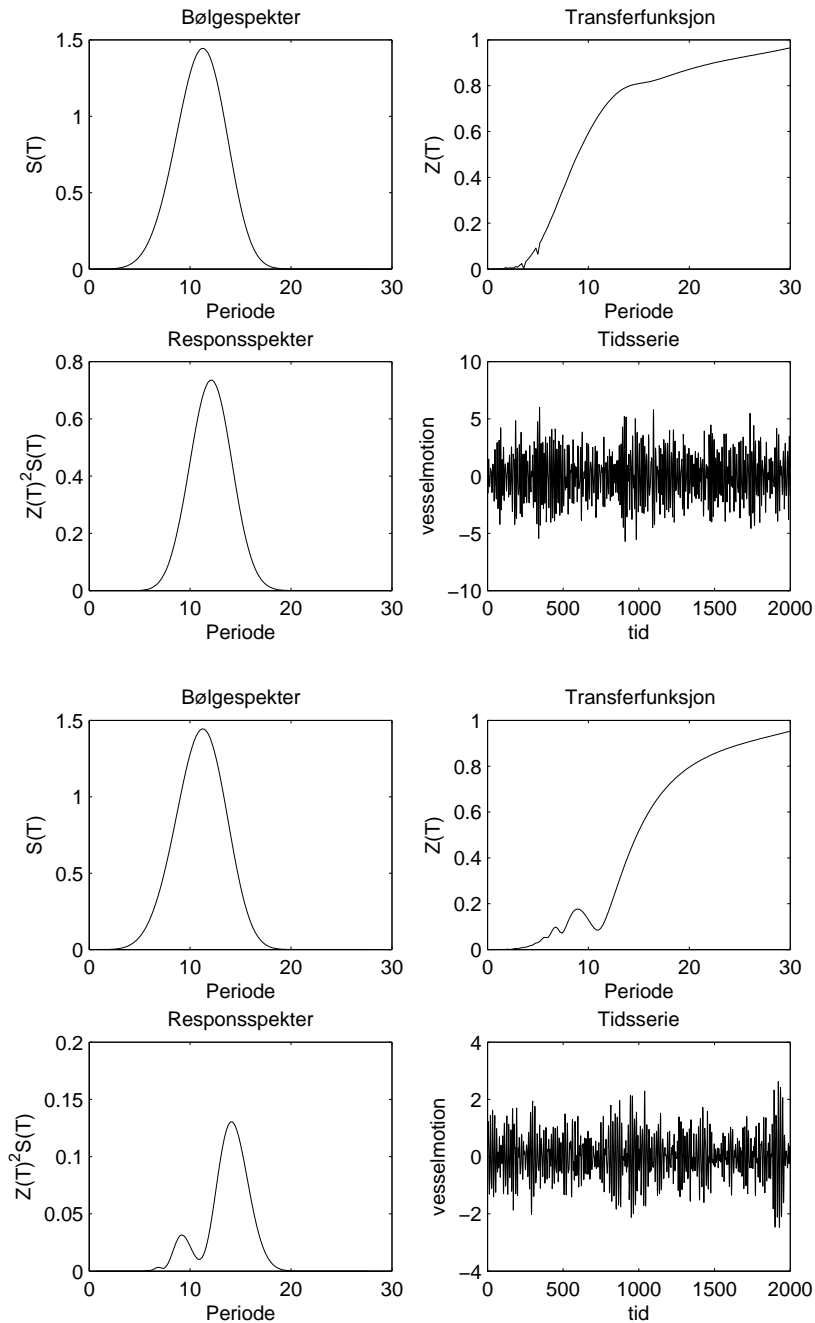
Figur 4.3: Øverst:  $H_s = 5$ ,  $T_z = 4$ . Midten:  $H_s = 5$ ,  $T_z = 8$ . Nederst:  $H_s = 5$ ,  $T_z = 12$ .

Tabell 4.1: Kombinasjoner av signifikantbølgehøyde  $H_s$ , og nullkryssingsperioder  $T_z$ .

Sjøtilstand	$H_s(m)$	$T_z(s)$
1	1	4
2	1	8
3	1	12
4	3	4
5	3	8
6	3	12
7	5	4
8	5	8
9	5	12

Vi kan se fra plottene av bølgespektrene at dersom vi holder  $H_s$  konstant og varierer  $T_z$  så varierer vi perioden bølgespekterets topp-punkt befinner seg ved, størrelsen på topp-punktet og spekterets bredde. Ved å sammenlikne plottene for de ulike verdiene av  $H_s$  ser vi at dette generelt fører til høyere verdier i spekteret. Et bølgespekter kan også refereres til som et energispekter fordi det sier noe om energien til bølgene ved ulike perioder/frekvenser. Bølgekomponenter med perioder tilsvarende spekterets topp-punkt vil være de bølgekompontentene med mest energi. Bredden til spekteret viser noe om hvor stort interval av bølgeperioder som energien er fordelt over.

Vi har tilsvarende tolkninger av transferfunksjonene og dersom transferfunksjonens topp-punkt sammenfaller med bølgespekterets topp-punkt, vil det resultere i en stor respons relativt til verdiene av topp-punktene. Som nevnt tidligere får vi et responspekter ved å kombinere en transferfunksjon og et bølgespekter. Responsspekteret viser hvordan konstruksjonens respons på bølgelasten er fordelt i forhold til perioder/frekvenser. Her er 8 transferfunksjoner kombinert med 9 bølgespektre. Totalt gir dette 72 responspektre. Responspektrene er ved hjelp av en invers diskret fourier transformasjon omformet til tidsserier for bevegelsen til modellene. I figur 4.4 er det vist eksempler på plot av et bølgespekter, en transferfunksjon, et responspekter og en tidsserie for henholdsvis modellen som tilsvare FPSO'en i frihetsgrad slingring med sidesjø og modellen som tilsvare tankskipet i frihetsgrad jag med møtende sjø. I begge eksemplene er det brukt  $H_s = 3m$  og  $T_z = 8s$ . Plot for de resterende frihetsgrader, bølgeretninger og sjøtilstander finnes i vedlegget.



Figur 4.4: **Øverst:** Modell: FPSO. Bølgeretning:  $90^\circ$ . Signifikant bølgehøyde: 3m. Nullkryssingsperiode: 8s. **Nederst:** Modell:Ttankskip. Bølgeretning:  $0^\circ$ . Signifikant bølgehøyde: 3m. Nullkryssingsperiode: 8s.

### 4.1.1 Relativ bevegelse mellom skipene

På bakgrunn av tidsseriene for bevegelsen til skipene kan man finne den relative bevegelsen mellom dem. Dette er gjort for å kunne si noe om maksimal avstand mellom de to skipene ved en gitt skipskonfigurasjon, bølgeretning og sjøtilstand. Den maksimale avstanden mellom skipene er av interesse fordi det er satt som et kriterie at avstanden mellom skipene ikke skal overskride rørlengden. Ved å finne de maksimale avstandene kan vi på bakgrunn av dette redusere antall lasttilfeller som påføres rørene. Resultatene av maksimal relativ forskyvning er presentert i tabell 4.2. Sjøtilstand 1-9 er definert i tabell 4.1.

Tabell 4.2: Maksimal relativforskyvning mellom skip.

Sjøtilstand	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Jag, 0°	0.12	0.85	3.68	0.35	2.63	10.34	0.55	4.32	17.58
Jag, 45°	0.07	1.01	3.27	0.24	3.01	9.20	0.48	4.30	15.88
Slingring, 45°	0.07	1.16	2.96	0.17	5.26	11.65	0.29	8.65	13.82
Slingring, 90°	0.49	3.48	5.18	1.52	7.52	16.08	2.91	19.35	25.36

Vi kan se fra tabell 4.2 at de største maksimale relative forskyvningene opptrer når skipene er plassert side ved side og fritt kan bevege seg i slingring, med bølgeretning 90°. Deretter er det skipskonfigurasjonen baug mot baug med bevegelse i jag med møtende sjø, 0°, som gir de nest største utslagene. Sammenlikning av resultatene for de to nevnte tilfellene viser at slingre bevegelsen generelt gir forholdsvis store utslag i sammenlikning med jag bevegelsen. Resultatene fra analysen på skipene tyder på at plasseringen baug mot baug vil gi de minste relative forskyvningene. Dette er ikke nødvendigvis tilfellet dersom interaksjonen mellom skipene tas hensyn til.

## 4.2 Resultater fra analyse av rør

Det er utført analyser på tre rør med ulik lengde. Den initielle avstandene mellom skipene som rørene er festet til variere med tiden. De ulike rørlengdene og den initielle posisjonen av skipene er gitt i tabell 4.3. Dimensjoner på rørenes tverrsnitt er likt for alle rør, og konstant gjennom hele røret. Dette er gitt i tabell 4.4.

Tabell 4.3: Rør benyttet i analyser.

Rør nr.	Rørlengde	Avstand mellom skip
1	82.4	80
2	103	100
3	123.6	120

Tabell 4.4: Tverrsnitts data.

Diameter(cm)	30
Ytre radius(cm)	15
Indre radius(cm)	13.5
Tykkelse	3

### 4.2.1 Statistiske resultater

Det er utført statistiske analyser av rørene på fire forskjellige måter. Materialet som er benyttet for rørene er konstruksjons-stål. I de analytiske analysene er det sett bort i fra rørets bøyestivhet. Det er også utført en statistisk analyse i RIFLEX uten bøyestivhet for å sammenlikne med de analytiske resultatene. I figur 4.5, 4.6 og 4.7 er det vist plot av formen og spenningene, tilhørende henholdsvis rør 1, 2 og 3.

Vi kan se fra de tre figurene at den statistiske formen på rørene er svært lik ved alle bergningsmetoder og for alle rørlengder. Aksialspenningene fra de to analytiske løsningene gir gode sammenliknbare resultater. Aksialspenningene fra parabelkabelen er mindre enn de vi får ved å benytte kjedelikningen og dette er som forventet med tanke på at vi ved å se på røret som en parabelkabel ikke får med den totale vekten av røret. Spenningene vi finner fra kjedelikningen er nesten identiske med de vi får fra analysen i RIFLEX når vi ser bort i fra bøyestivheten. Derimot når vi sammenlikner aksialspenningene fra de analytiske resultatene med resultatene fra RIFLEX der bøyestivheten er tatt hensyn til er det store avvik i resultatene. Aksialspenningene fra RIFLEX ligger mye lavere enn det vi finner analytisk. Ved å sammenlikne de ulike rørlengden ser vi at når rørlengden øker, øker aksialspenningene. En økning i rørlengden øker vekten av røret og dette resulterer i større spenninger. Aksialspenningene er regnet ut ved formelen

$$\sigma_a = \frac{T}{A} \quad (4.1)$$

der  $T$  er aksialkraften og  $A$  er tverrsnittsarealet. Positiv aksialkraft er definert som strekk, og positive aksialspenninger er derfor definert som strekkspenninger.

Fra den statistiske analysen i RIFLEX med bøyestivhet har vi også tatt med



resultater fra bøyespenningsene og skjærspenningsene i røret.

Positivt bøyemoment er definert som strekk på undersiden av røret. Dette fører til at også positive bøyespenninger vil være på rørets underside. Fordelingen av bøyespenningsene over rørets tverrsnitt er gitt ved formelen

$$\sigma_b = \frac{My}{I} \quad (4.2)$$

der

$$M = \text{bøyemomentet} \quad (4.3)$$

$$y = \text{avstanden fra nøytralaksen} \quad (4.4)$$

$$I = \text{treghetsmomentet} \quad (4.5)$$

Når røret bøyes vil vi få trykk på den ene siden av røret og strekk på den andre. Et sted i røret skifter spenningene fra trykk til strekk, og det vil her være null bøyespennings. Vi kaller dette snittet uten bøyespenninger for rørets nøytralakse. I likning (4.2) er  $y$  definert som avstanden fra nøytralaksen til der spenningene beregnes. Den største verdien på bøyespenningsene får vi når absolutt verdien av  $y$  er størst.

I figur 4.8 er de maksimale bøyespenningsene på rørets strekkside presentert. På grunn av geometrien til røret vil trykk- og strekkspenningsene ved rørens ytterkanter være like i størrelse. Maksimal bøyespennings opptrer på midten av røret. I opphengspunktene er bøyespenningsen tilnærmet lik null, det er fordi røret kan rotere fritt i opphegspunktene. Bøyespenningsene i det korteste røret har de største verdiene. Disse er allerde i det statiske tilfellet kritisk store.

Skjærspenningsfordelingen over tverrsnittet for et tynnvegget rør er gitt ved formelen

$$\tau = \frac{V}{\pi r t} |\sin \phi|. \quad (4.6)$$

Her er

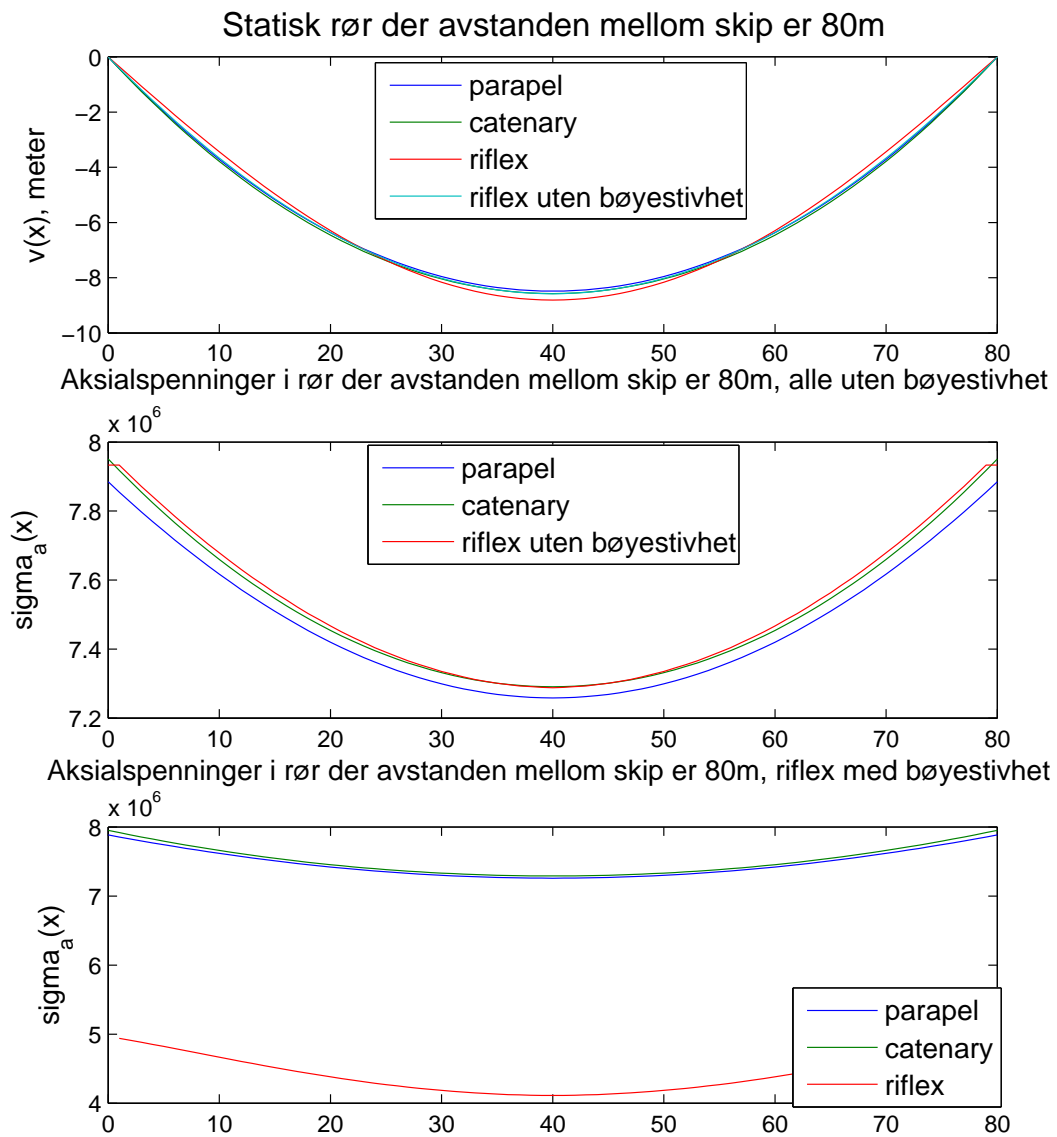
$$V = \text{skjærkraften} \quad (4.7)$$

$$r = \text{radius} \quad (4.8)$$

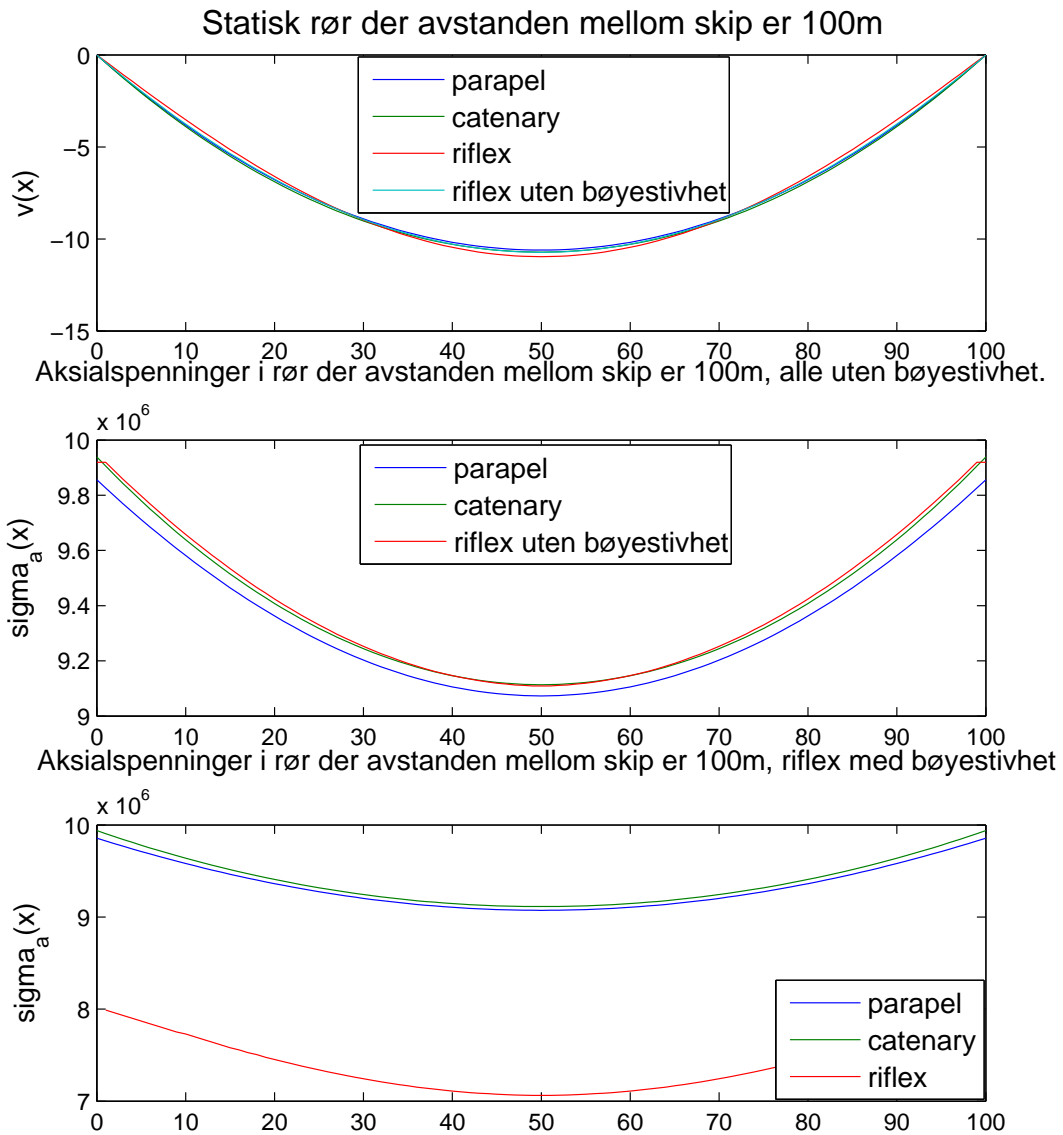
$$t = \text{rørtykkelse} \quad (4.9)$$

$$\phi = \text{Beskrivelse av skjærspenningsene over tverrsnittet.} \quad (4.10)$$

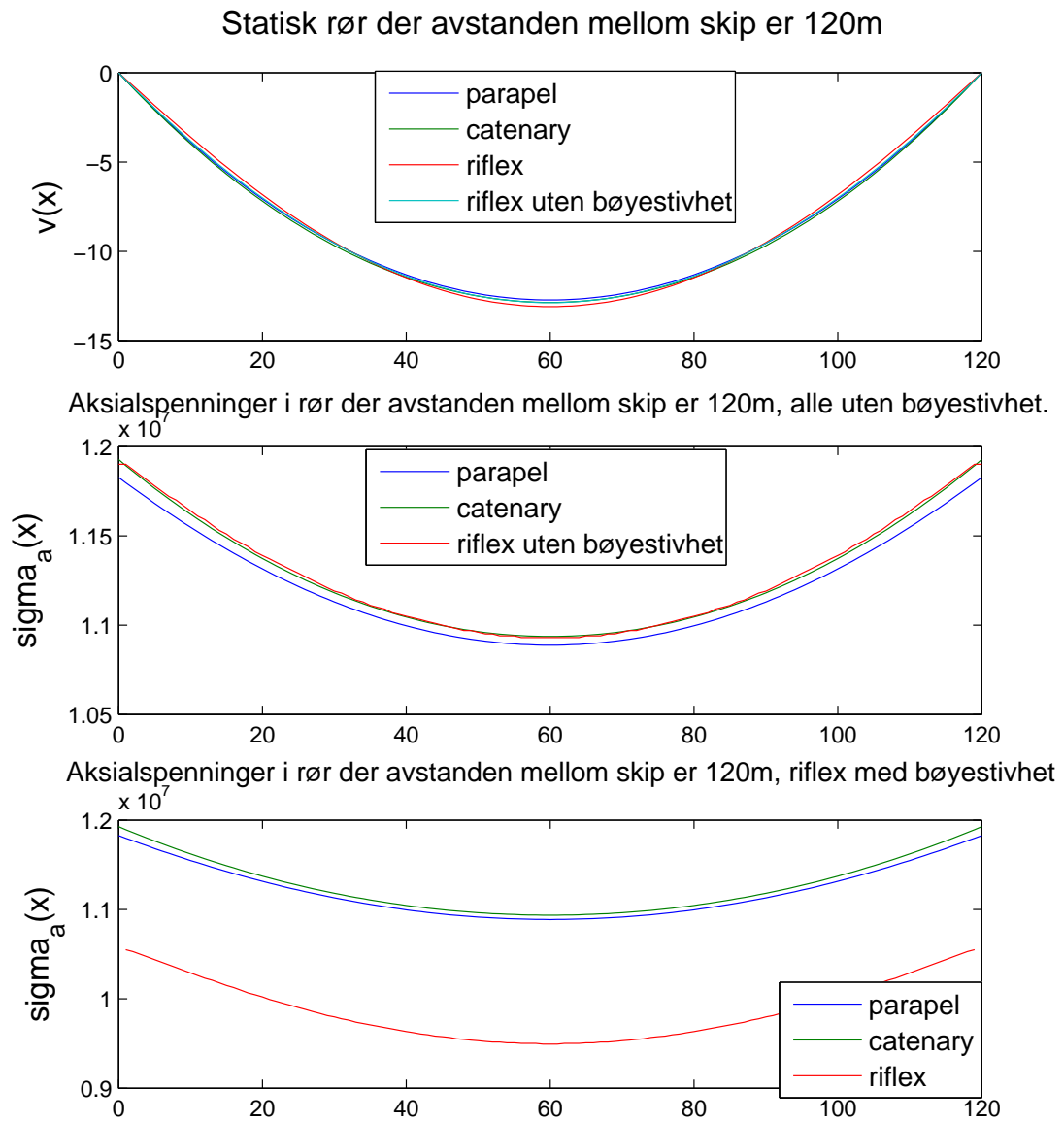
De statiske skjærspenningsene er vist i figur 4.8. Det er det korteste røret som også har størst skjærspennings. En sammenlikning av skjærspennings med bøyespenningsene fører til at vi kan si at det absolutt er bøyespenningsene som dominerer det statiske spenningsbildet.



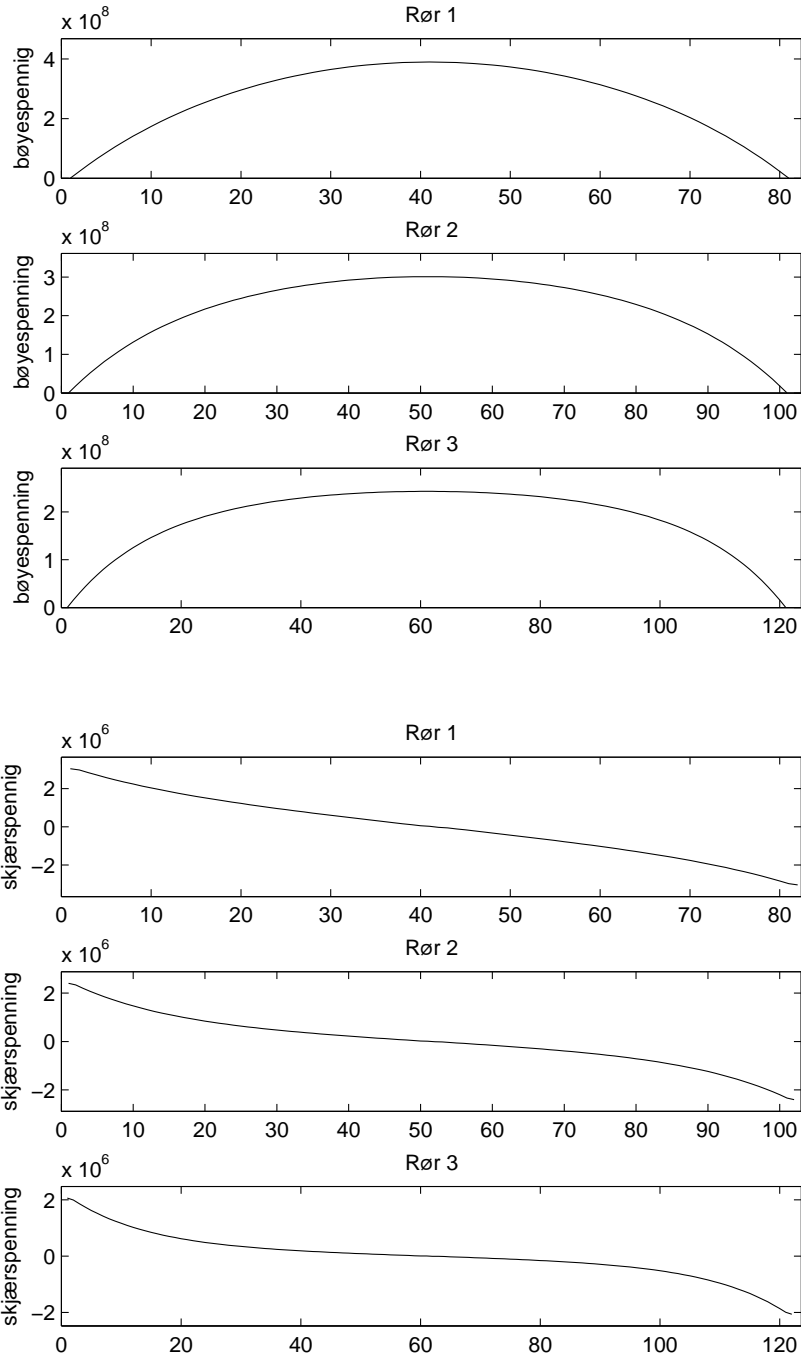
Figur 4.5: Statisk form og aksjalspenninger i rør 1.



Figur 4.6: Statisk form og aksjalspenninger i rør 2.



Figur 4.7: Statisk form og aksjalspenninger i rør 3.



Figur 4.8: **Øverst:** Statistiske bøyesspenninger i rørene. **Nederst:** Statistiske skjærspenninger i rørene

## 4.2.2 Dynamiske resultater for regulære bølger

I denne delen har vi antatt at hvert av skipene har en bevegelse gitt ved

$$\eta = a \sin(\omega t + \epsilon). \quad (4.11)$$

På bakgrunn av denne antagelsen har vi påført rørendene periodiske forskyvninger. Dette er gjort ved å benytte den dynamiske analytiske beskrivelsen og RIFLEX. I RIFLEX er analysen utført med og uten bøyestivhet. Analysen er kun utført for en rørlengde. De parametrene som er brukt for skipsbevegelsen er gitt i tabell 4.5.

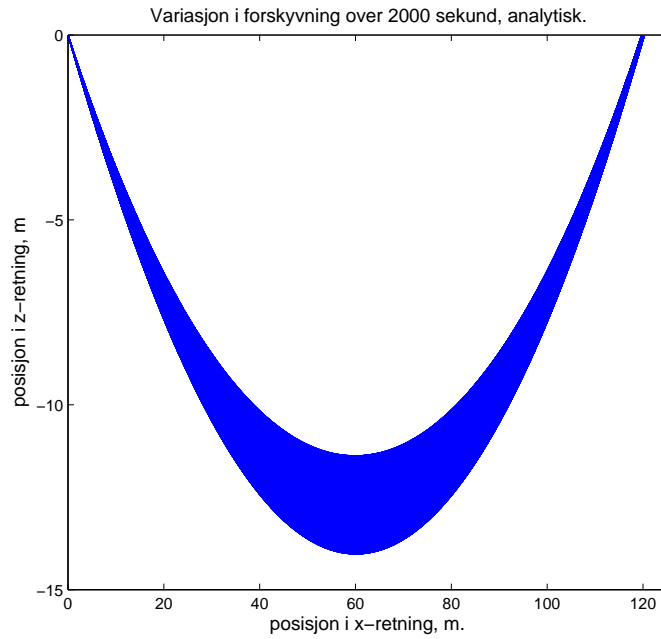
Tabell 4.5: Parametre som beskriver skipenes bevegelse.

Skip	FPSO	Tanksip
Amplitude, $a$	1	1.3
Frekvens, $\omega$	0.63	0.63
Fase, $\epsilon$	0	0

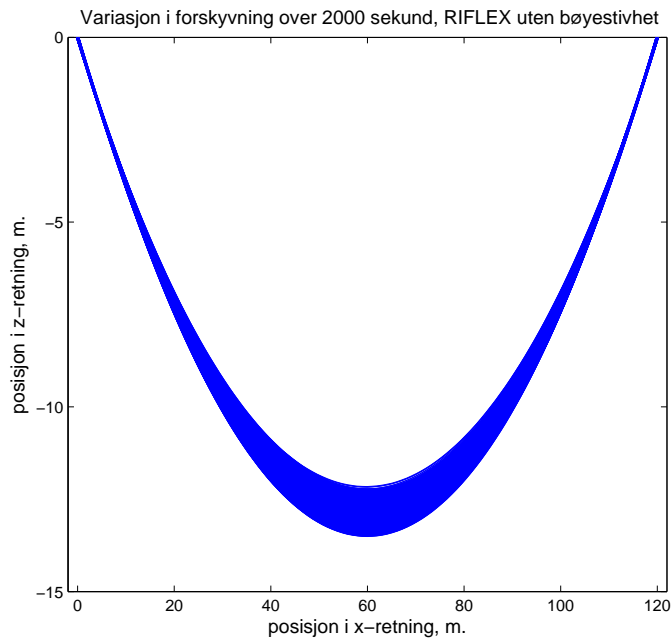
I den analytiske beskrivelsen er den relative forskyvningen påført den høyre rørenden. I RIFLEX er forskyvningen for hvert av skipene påført den tilhørende rørenden.

### Forskyvninger

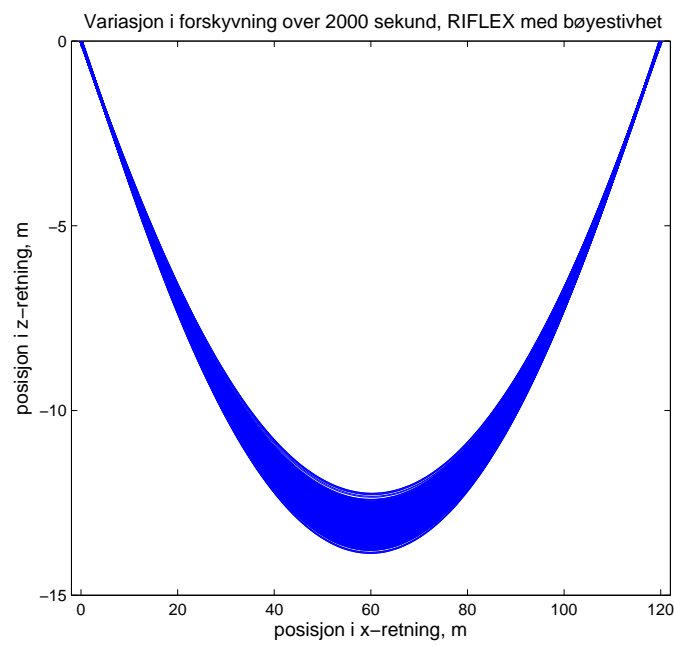
Analysen er utført for det lengste røret, rør 3. For de tre metodene som er benyttet skal vi først presentere plot av forskyvningene over 2000 sekunder. Dette er den totale lengden analysene er kjørt. Det vi ved første øyekast legger merke til på disse figurene er at den analysen basert på den analytiske metoden, har større bredde i forskyvningene i  $z$ -retning enn analysene utført i RIFLEX. De to analysene utført i RIFLEX gir svært lik bredde på området røret forskyver seg i, i  $z$ -retning.



Figur 4.9: Forskyvningen av røret over 2000 sekund. Analysen er utført ved bruk av den analytiske metoden.



Figur 4.10: Forskyvningen av røret over 2000 sekund. Analysen er utført ved bruk RIFLEX uten bøyestivhet.

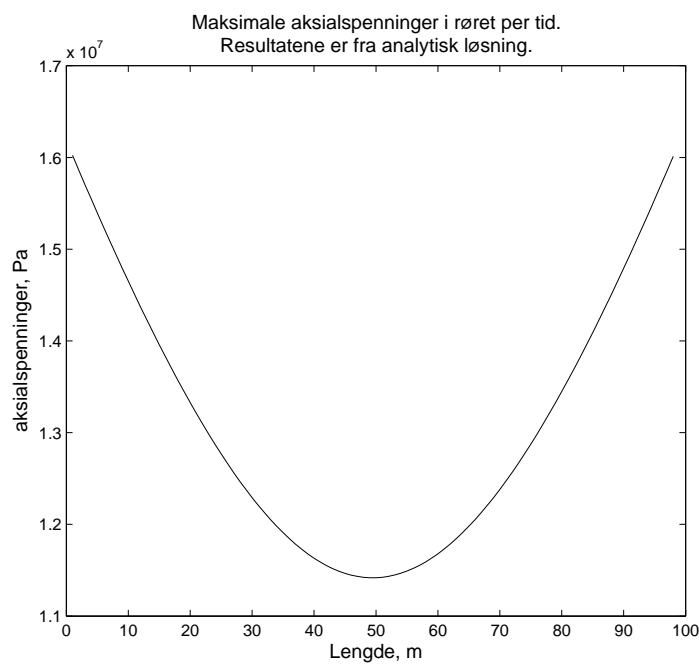


Figur 4.11: Forskyvningen av røret over 2000 sekund. Analysen er utført ved bruk av RIFLEX med bøyestivhet.

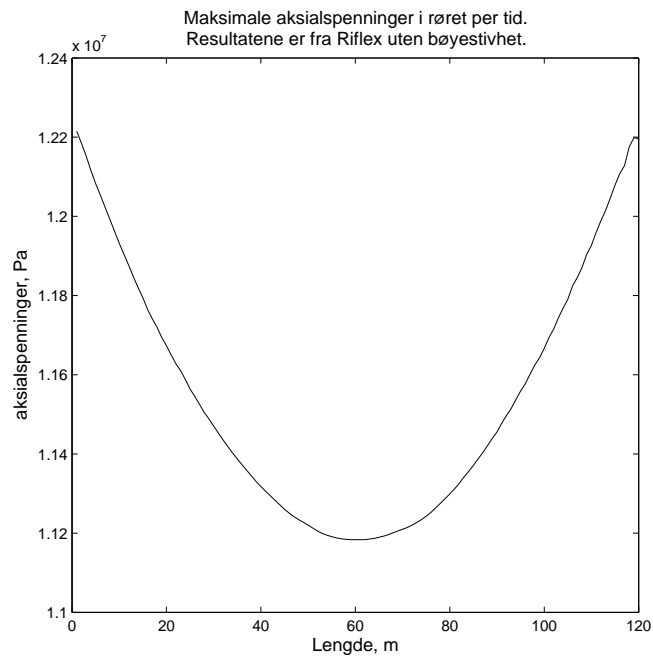


## Aksialspenninger

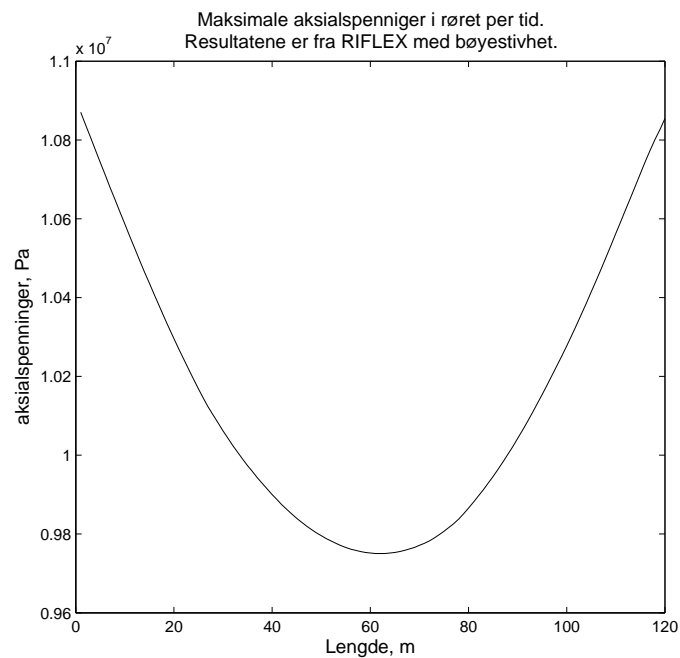
De maksimale aksialspenningene fra analysen med regulær sjø er presentert i figur 4.12, 4.13 og 4.14.



Figur 4.12: Maksimale aksialspenninger i røret. Analysen er utført ved bruk av den analytiske metoden.



Figur 4.13: Maksimale aksialspenninger i røret. Analysen er utført ved bruk RIFLEX uten bøyestivhet.



Figur 4.14: Maksimale aksialspenninger i røret. Analysen er utført ved bruk av RIFLEX med bøyestivhet.

### 4.2.3 Dynamiske resultater for irregulær sjø fra RIFLEX

I denne delen skal resultatene fra analysene utført i RIFLEX presenteres. Disse analysene er utført for tre rørlengder, der hver rørlengde er påført fem ulike sjøtilstander. Hovedmålet med denne delen er å se på hvordan spenningene i rørene utviklere seg ved de ulike sjøtilstandene.

For hver analyse skal vi se på de maksimale spenningene som opptrer over tid. Maksimale aksialspenninger på grunn av strekk-kraften, bøyespenninger skjærspenninger og von Mises ekvivalente spenninger er vist i figur 4.15-4.23s. De er organisert slik at først vises resultatene for rør 1, for hver sjøtilstand, deretter rør 2 for tilsvarende sjøtilstander til slutt det tilsvarende for rør 3.

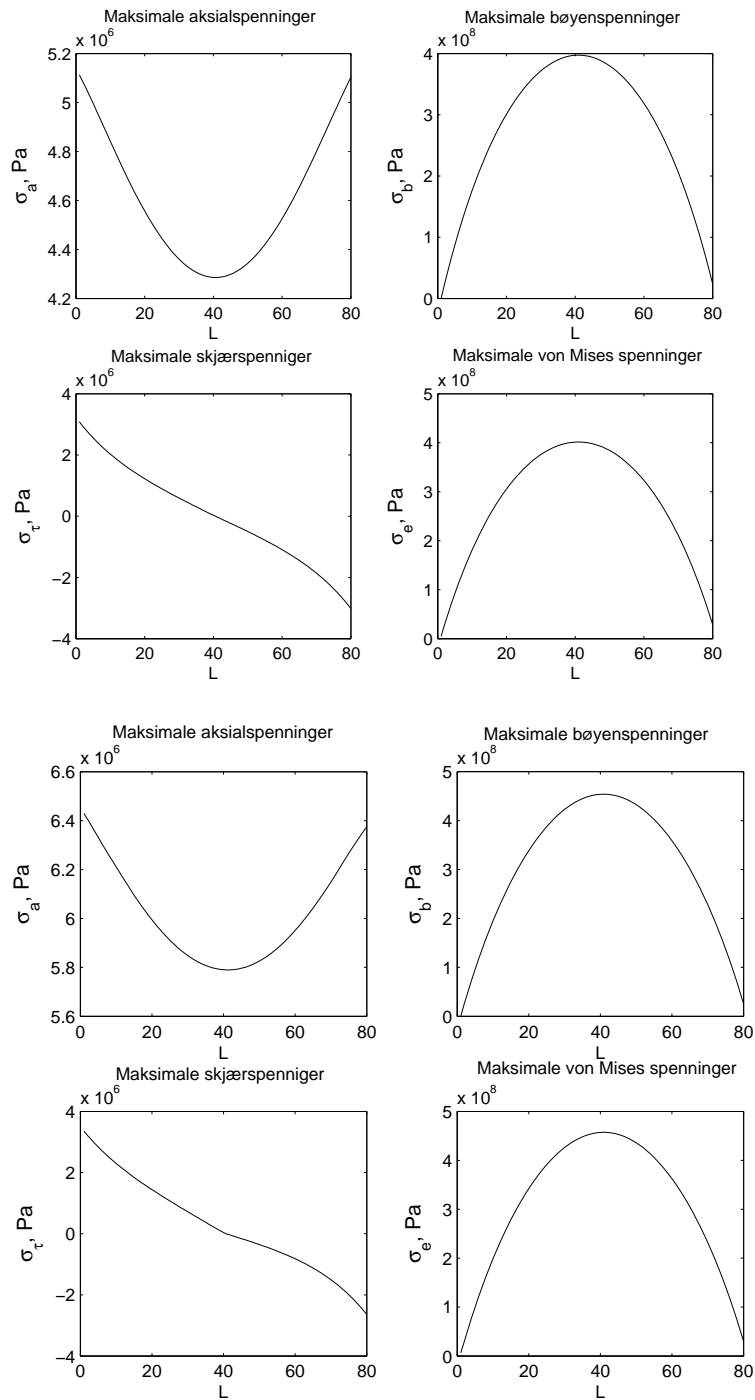
Vi ønsker å si noe om hvor i rørene de største spenningene opptrer. Aksialspenningene har kun positive verdier i analysene. Dette betyr at de bidrar til strekk i røret. Bøyespenningene vil være positive på undersiden av røret og negative på oversiden. Aksialspenningene og bøyespenningene utgjør de totalte spenningene i aksial retning. På grunn av at aksialspenningene hele tiden er positive, vil disse spenningene i kombinasjon med de positive bøyespenningene gi de totalt største spenningen i aksialretning. De maksimale bøyespenningene er derfor tatt ut på rørets strekkside, på ytterveggen.

Skjærspenningene er definert slik at de har maksimalverdi der hvor bøyespenningene er null, på nøytralaksen. De maksimale skjærspenningene er derfor tatt ut normalt på planet som bøyningen forgår om, i største avstand fra sentrum av røret. Generelt i alle analysene ser vi at det er bøyespenningene som gir de største verdiene. Bøyespenningene er av orden  $10^8$  i alle analysene, mens skjærspenningene er av orden  $10^6$ . Dette gjelder for alle tilfeller uten om ett.

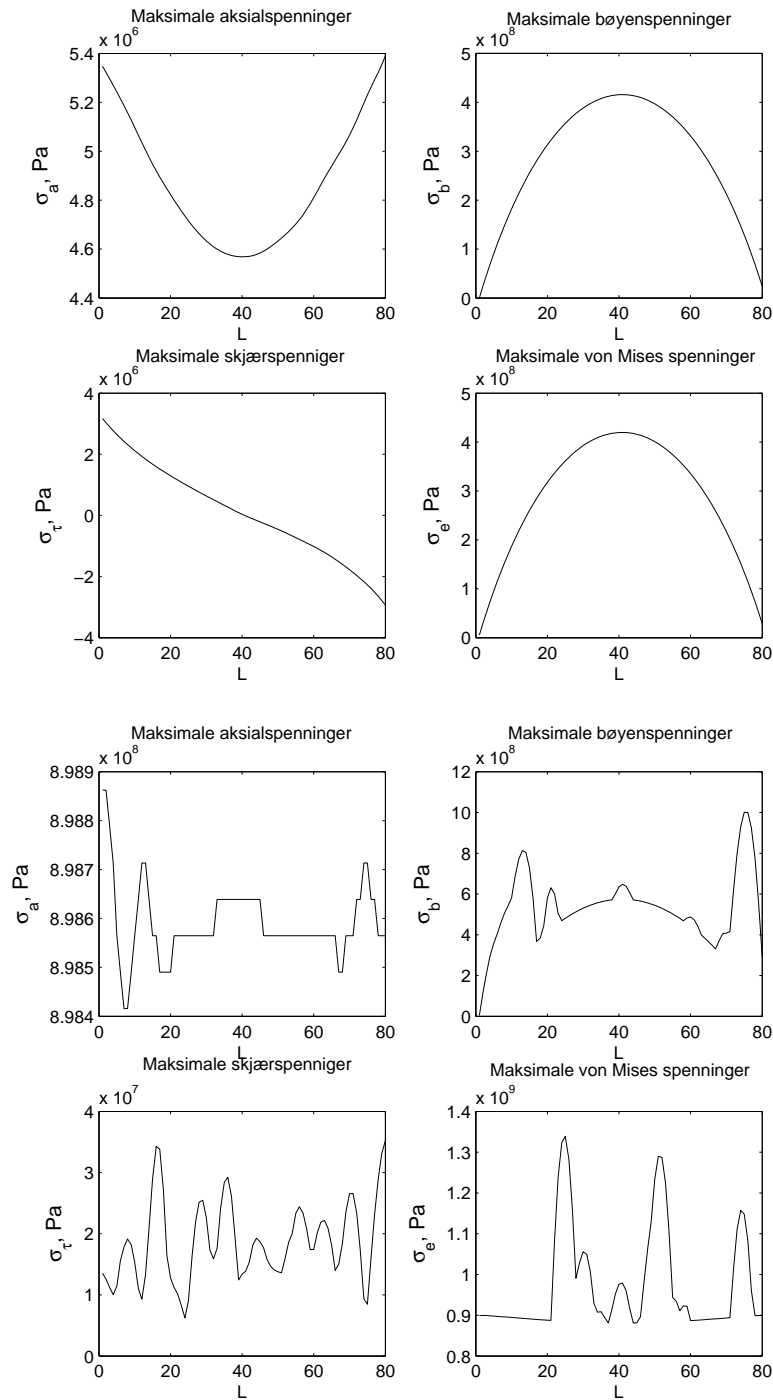
I figur 4.16, nederst, er det plottet spenninger for et rør med initial posisjon mellom opphengspunktene på 80 meter og med en rørlengde på 82.4 meter. Dette røret utsettes for forskyvninger som fører til at avstanden mellom opphengspunktene blir betydelig større enn rørlengden. Resultatet av dette er at spenningene i røret øker betydelig.

Von Mises spennignene i røret er beregnet i diskrete punketer langs røret, der det er antatt at de største spenningene vil opptre. Vi har allerede nevnt at det er bøyespenningene som har de største verdiene. På grunn av at skjærspenningene er null der bøyespenningene har maksimal verdi, og motsatt, har vi valgt å beregne de ekvivalente von Mises spennignene der hvor bøyespenningene er størst, i strekk. Det vil si at de ekvivalente spenningene da er gitt som

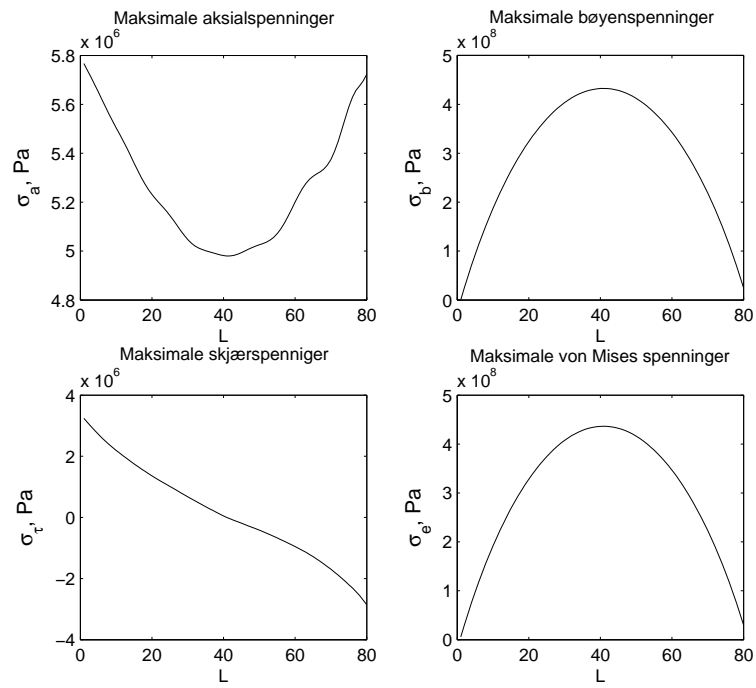
$$\sigma_e = \sigma_a + \sigma_b. \quad (4.12)$$



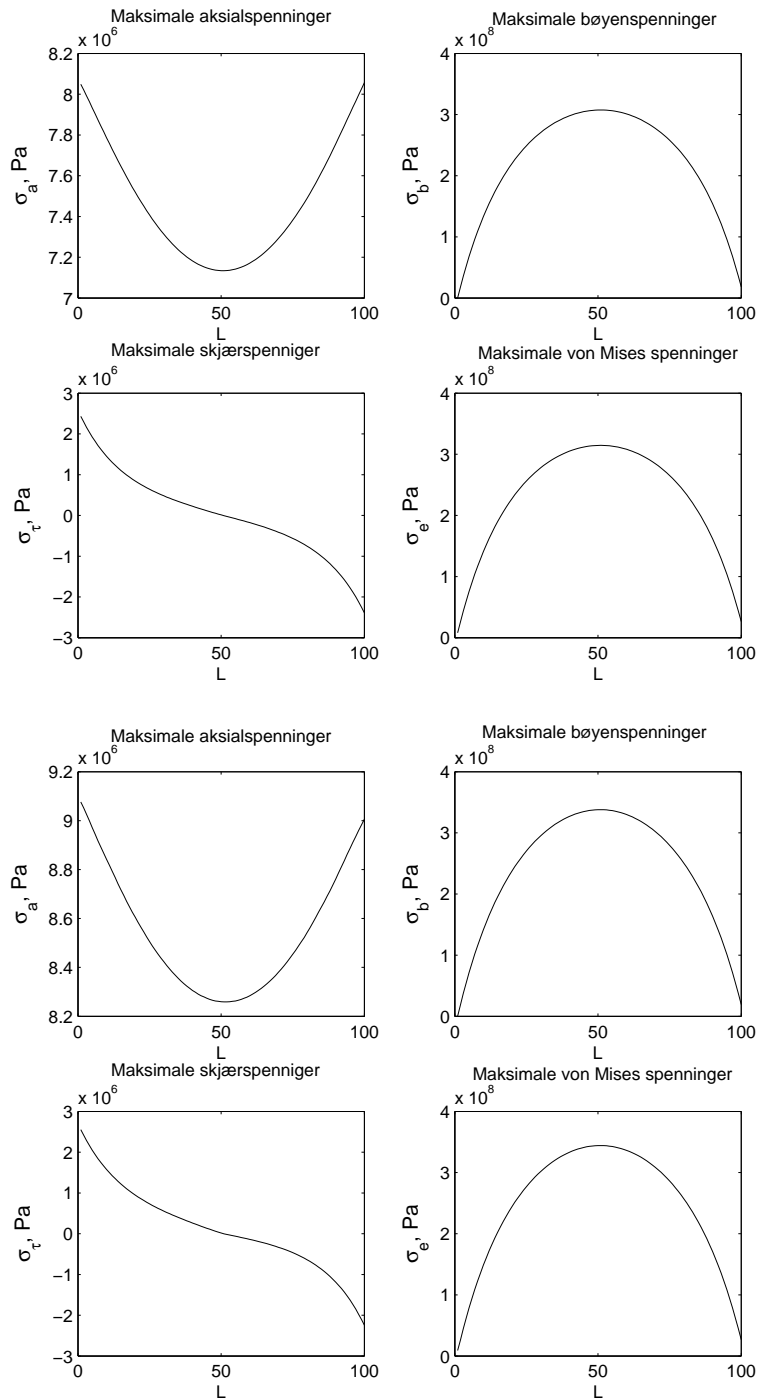
Figur 4.15: Maksimale dynamiske spenninger. **Øverst:**Rørlengde 80, sjøtilstand 1. **Nederst:**Rørlengde 80, sjøtilstand 2.



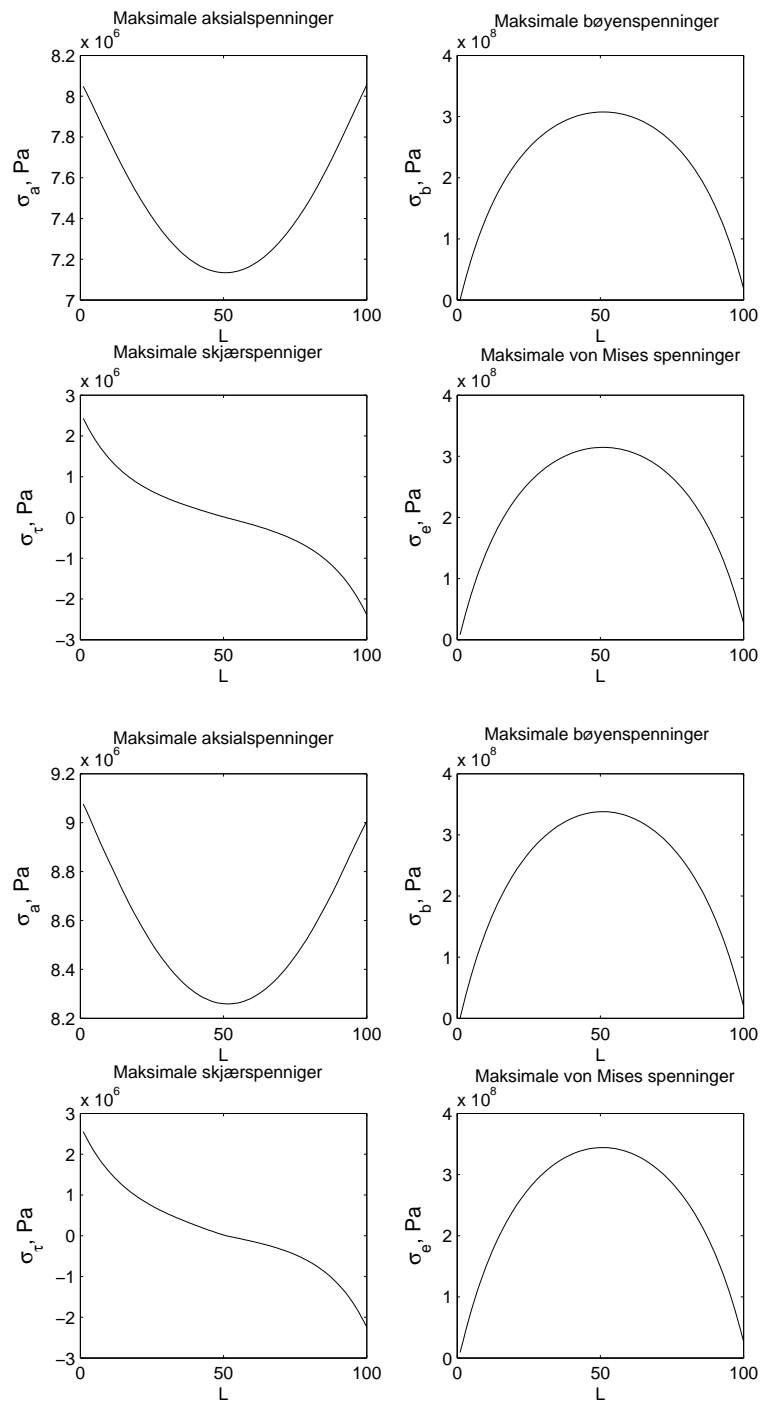
Figur 4.16: Maksimale dynamiske spenninger. **Øverst:**Rørlengde 80, sjøtilstand 4. **Nederst:**Rørlengde 80, sjøtilstand 5.



Figur 4.17: Maksimale dynamiske spenninger. Rørlengde 80, sjøtilstand 7.

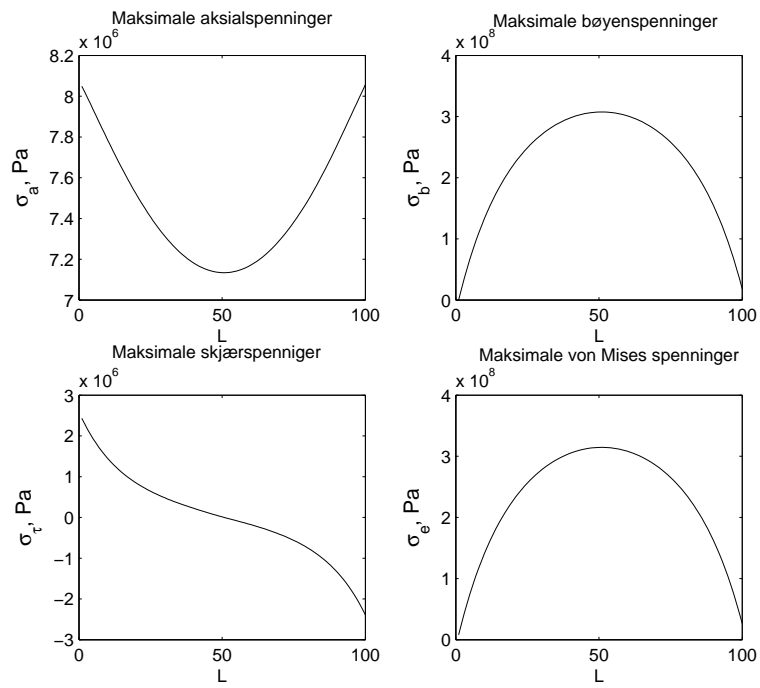


Figur 4.18: Maksimale dynamiske spenninger. **Øverst:**Rørlengde 100, sjøtilstand 1. **Nederst:**Rørlengde 100, sjøtilstand 2.

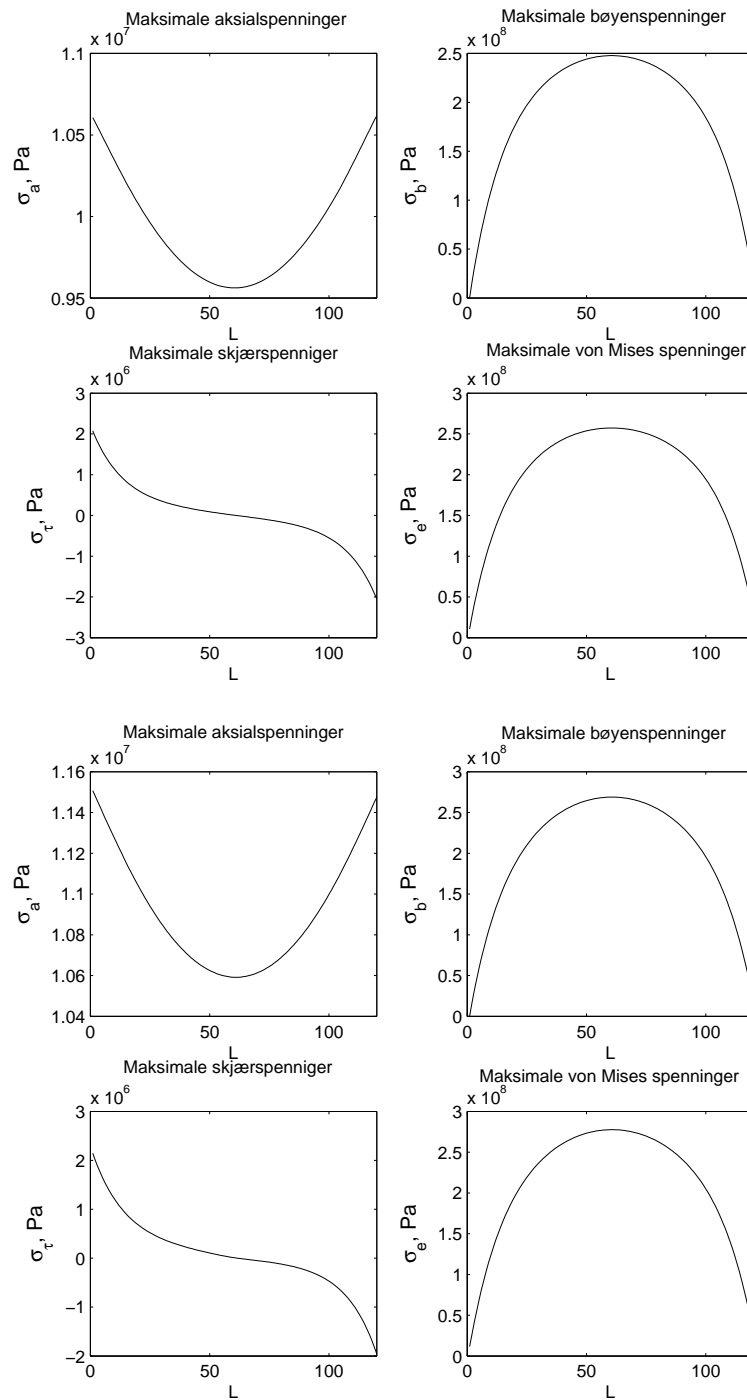


Figur 4.19: Maksimale dynamiske spenninger. **Øverst:**Rørlengde 100, sjøtilstand 4. **Nederst:**Rørlengde 100, sjøtilstand 5.

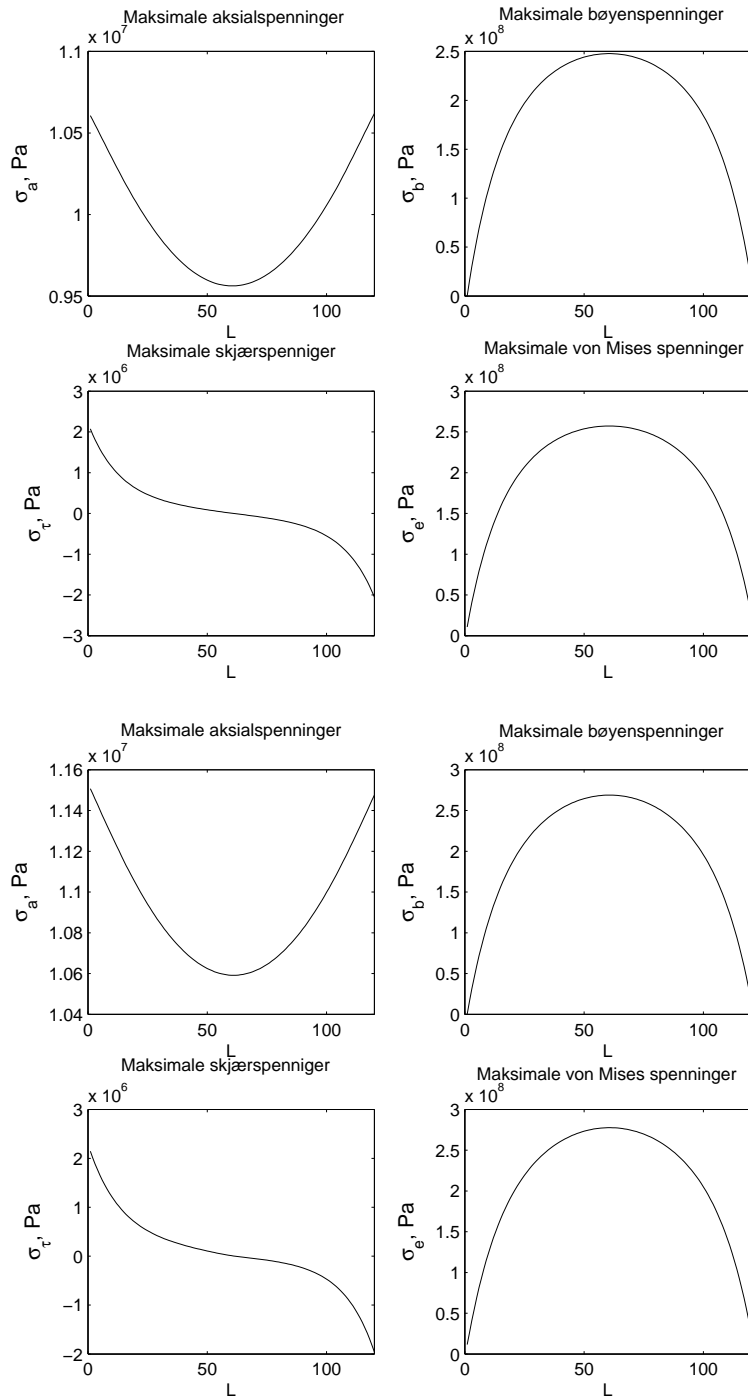




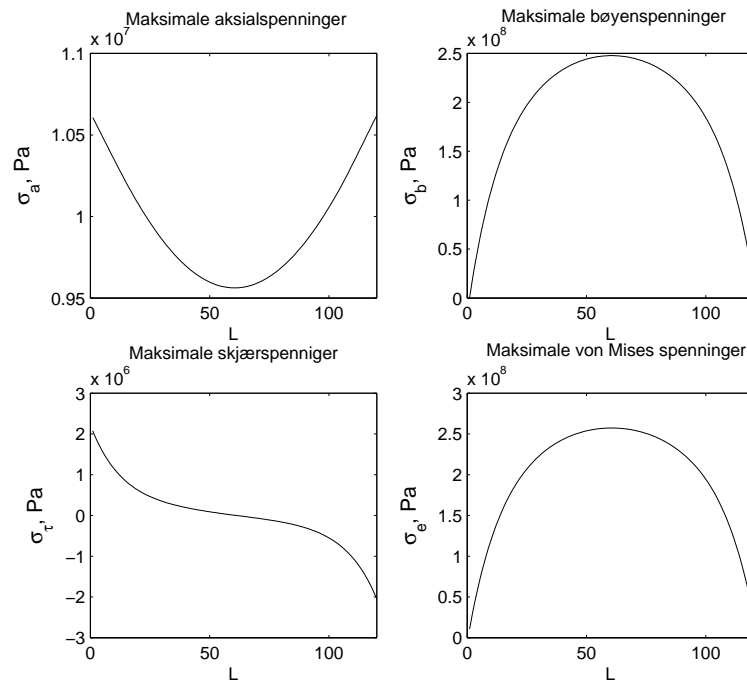
Figur 4.20: Maksimale dynamiske spenninger. Rørlengde 100, sjøtilstand 7.



Figur 4.21: Maksimale dynamiske spenninger. **Øverst:**Rørlengde 120, sjøtilstand 1. **Nederst:**Rørlengde 120, sjøtilstand 2.



Figur 4.22: Maksimale dynamiske spenninger. **Øverst:**Rørlengde 120, sjøtilstand 4. **Nederst:**Rørlengde 120, sjøtilstand 5.



Figur 4.23: Maksimale dynamiske spenninger. Rørlengde 120, sjøtilstand 7.

# Kapittel 5

## Diskusjon og konklusjon

Vi skal nå trekke noen konklusjoner på bakgrunn av resultatene presentert i forrige kapittel. På grunn av manglene analyser der det tas hensyn til skipenes påvirkning på hverandre er det vanskelig å trekke noen konklusjoner om hvilke skipskonfigurasjoner som vil gi de værste/beste resultater i forhold til den dynamiske analysen av rørene. Det vi kan konkludere med er at skipene analysert hver for seg får størst translasjoner i horisontalretning når de utsettes for sidesjø. Dersom de to modellene utsettes for samme bølgelast kan vi også konkludere med at tankskipet generelt får større forskyvninger enn FPSO'en. Dette er som forventet på grunn av størrelsesforholdet mellom dem.

De to parametrene, signifikant bølgehøyde og nullkryssingsperiode, til det modifiserte Pierson-Moskowitz bølgespekteret påvirker skipenes resulterende bevegelse. Ved å holde signifikant bølgehøyde konstant, og øke nullkryssingsperioden ser vi at skipenes forskyvning øker i takt med nullkryssingsperioden. Dersom vi holder nullkryssingsperioden konstant og øker signifikant bølgehøyde, fører dette også til en økning i skipenes forskyvning. På bakgrunn av dette kan vi konkludere med at av de benyttede verdiene for de to parametrene gir kombinasjonen av maksimal verdi for begge den største forskyvningen.

Kombineringen av skipsbevegelsene og analysene av røret mellom dem, ble utført ved å påføre skipenes bevegelse som tvungne forskyvninger på rørendene. Ved å se på maksimal relativ forskyvning mellom skipene, reduserte vi antallet analyser på rørene ved å droppe sjøtilstander som forårsaker en relativforskyvning som gjør at avstanden mellom skipene blir større enn den faktiske rørlengden. Det er vist ett tilfellet der det er utført en analyse på tross av denne begrensningen, og resultatene fra den analysen viser at dersom avstanden mellom skipene overskrider rørlengden vil dette føre til en betydelig økning i spenningene i røret. Spesielt stor er økningen får vi i aksialspenningene. De totale spenningene i dette

tilfellet ligger langt over hva det er tenkelig at rørene kan tåle.

Sammenlikningen mellom analytiske resultater der det er sett bort i fra bøyestivheten, med resultater fra RIFLEX der rørenes bøyestivhet er tatt hensyn til gir sprikende resultater. Vi skal kommentere resultatene som går på forskyvningene av rørene og spenningene i rørene hver for seg.

Den statiske formen på rørene ble beskrevet på bakgrunn av to analytiske metoder og to modeller i RIFLEX, en med og en uten bøyestivhet. Resultatene på de statiske rørformene ble svært like for alle metoder, og alle rørlengder. Det kan derfor konkluderes med at for en statisk beskrivelse av rørformen vil forenklingen ved å se bort i fra bøyestivheten ikke gi betydelige feil ved en tilnærming til det virkelige problemet.

De dynamiske analysene er også utført ved bruk av en analytisk modell som er sammenliknet med to modeller fra RIFLEX, en med og en uten bøyestivhet. Dette er gjort ved bruk av regulær sjø. Ved bruk av irreulær sjø er det kun utført analyser i RIFLEX der det er tatt hensyn til rørets bøyestivhet. Fra analysene ved bruk av regulær sjø ser vi at forskyvningene fra RIFLEX og forskyvningene fra den analytiske løsningen spriker mer enn i den statiske analysen. Sammenlikning av analysene i RIFLEX, med og uten bøyestivhet, viser bedre overensstemmelse i resultatene. Dette viser at å neglisjere bøyestivheten også i analyser av den dynamiske formen ikke nødvendigvis gir store avvik, men det kan tyde på at den analytiske modellen utviklet her ikke er nøyaktig nok. Dette kan være på grunn av at det i differanse-metoden er valgt å holde lengden langs  $x$ -aksen konstant under iterasjonen, eller det kan være det å neglisjere de horisontale treghetskraftene som fører til avviket.

Når det gjelder spenningen ser vi i den statiske analysen at de analytiske resultatene og resultatene fra RIFLEX uten bøyestivhet, for aksialspenningene gir godt sammenliknbare resultater. Resultatene for parabelkabelen ligger litt under resultatene fra kjedelikningen og RIFLEX og dette skyldes at vi ser på vekten av røret for en kortere lengde enn den faktiske rørlengden. Sammenlikning av aksialspenningene fra RIFLEX analysen med bøyestivhet, med de andre analysene viser et relativt stort avvik. Størrelsene på bøyepenninger og skjærspenninger er også presentert for modellen med bøyestivhet. Det viktigste vi kan trekke ut fra disse resultatene er at størrelsene på bøyepenninger er så store at å neglisjere bøyestivheten ikke gir resultater som kan benyttes i en spenningsanalyse.

De lite sammenliknbare resultatene mellom spenninger i rørene med og uten bøyestivhet er årsaken til at det kun er sett på et tilfelle av dynamisk analyse der bøyestivheten er neglisjert.

### **Diskusjon av spenningene i rørene utsatt for irregulær sjø**

For å kunne gjøre en design analyse bør en tidsanalyse kjøres med en tidsserie på 3 timer. I analysene i denne oppgaven er kjørt i 2000 sekunder. Dette gir da ikke noe grunnlag for en design analyse.

Generelt er spenningene i rørene høyere enn det som vil være ønskelig. For det korteste røret er bøyepeningene i nærheten av 400 MPa allerede i det statiske tilfellet. Når rørlengden øker minker bøyepeningene og skjærspenningene, mens aksialspenningene øker.

Et grundig studie av en optimal rørdimensjon bør utføres hvis dette skal kunne fungere. Eventuelt må det benyttes et annet materiale med mindre bøyemotstand.

Det er i denne oppgaven kun sett på rørene med opphengspunkter i samme høyde på begge skipene. Det å forsøke å variere den vertikale avstanden mellom disse punktene kan være en mulighet til å redusere bøyepeningene.

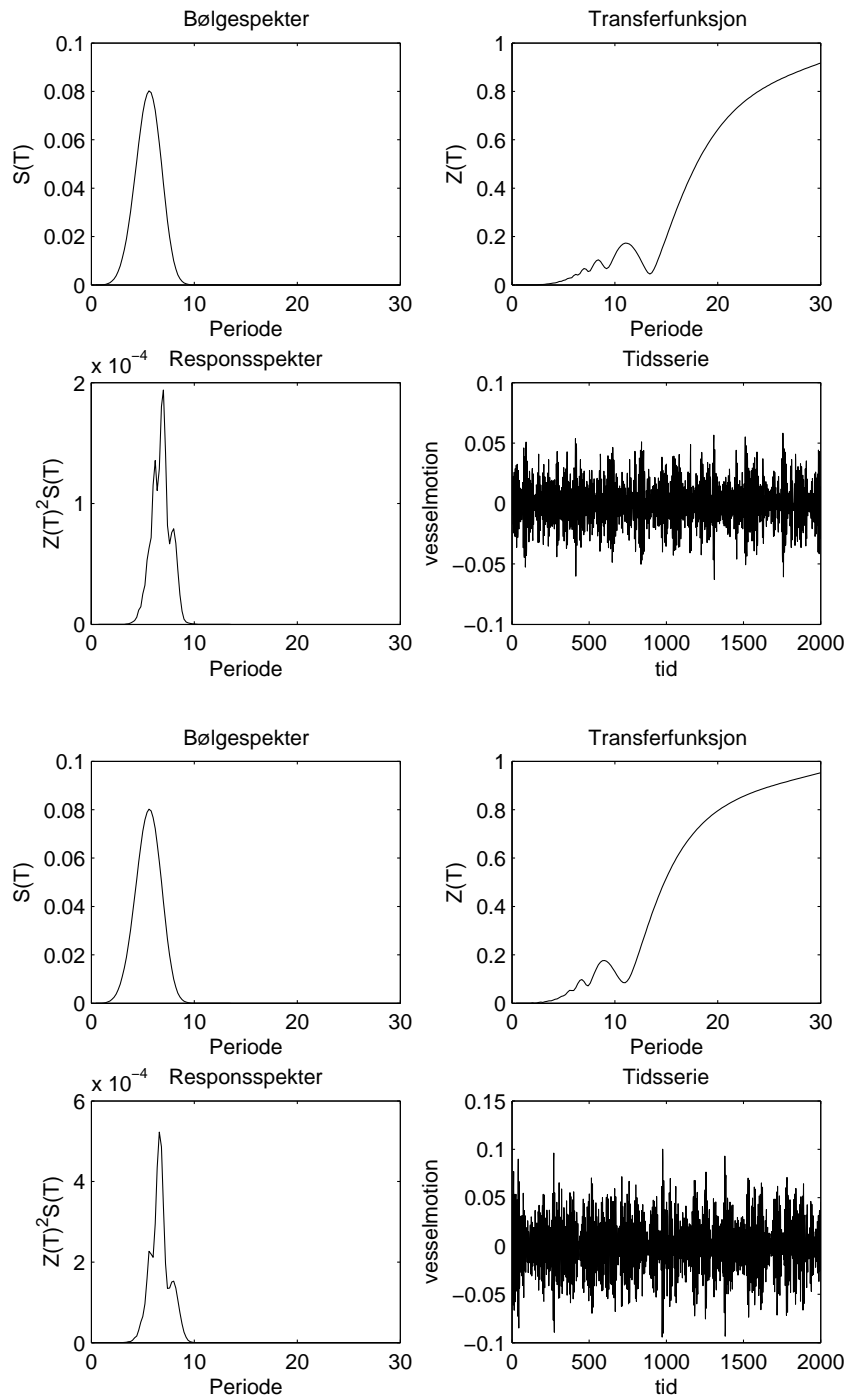




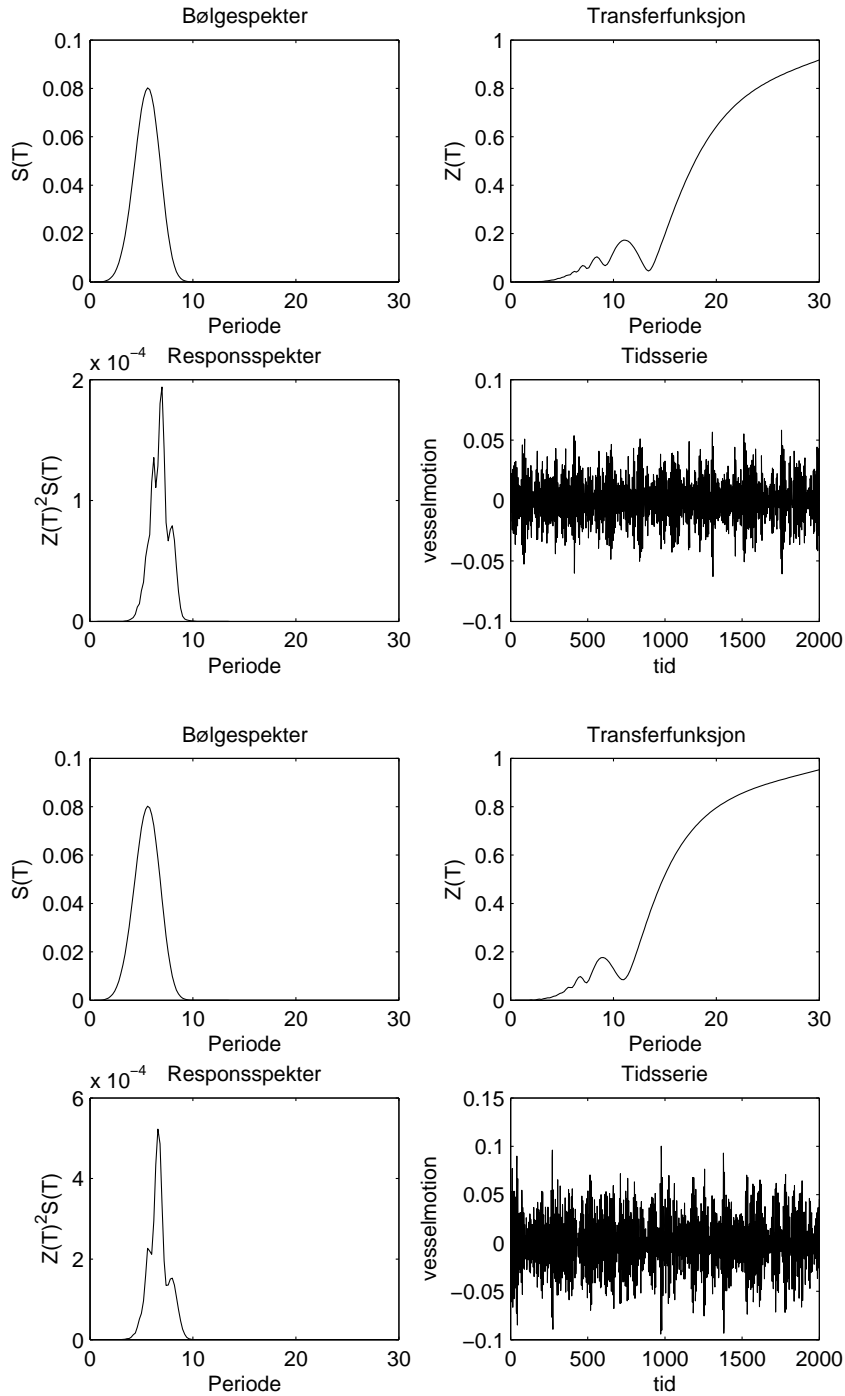
# Vedlegg

## **Plot av transferfunksjoner, bølgespektre, responspektre og tidsserier.**

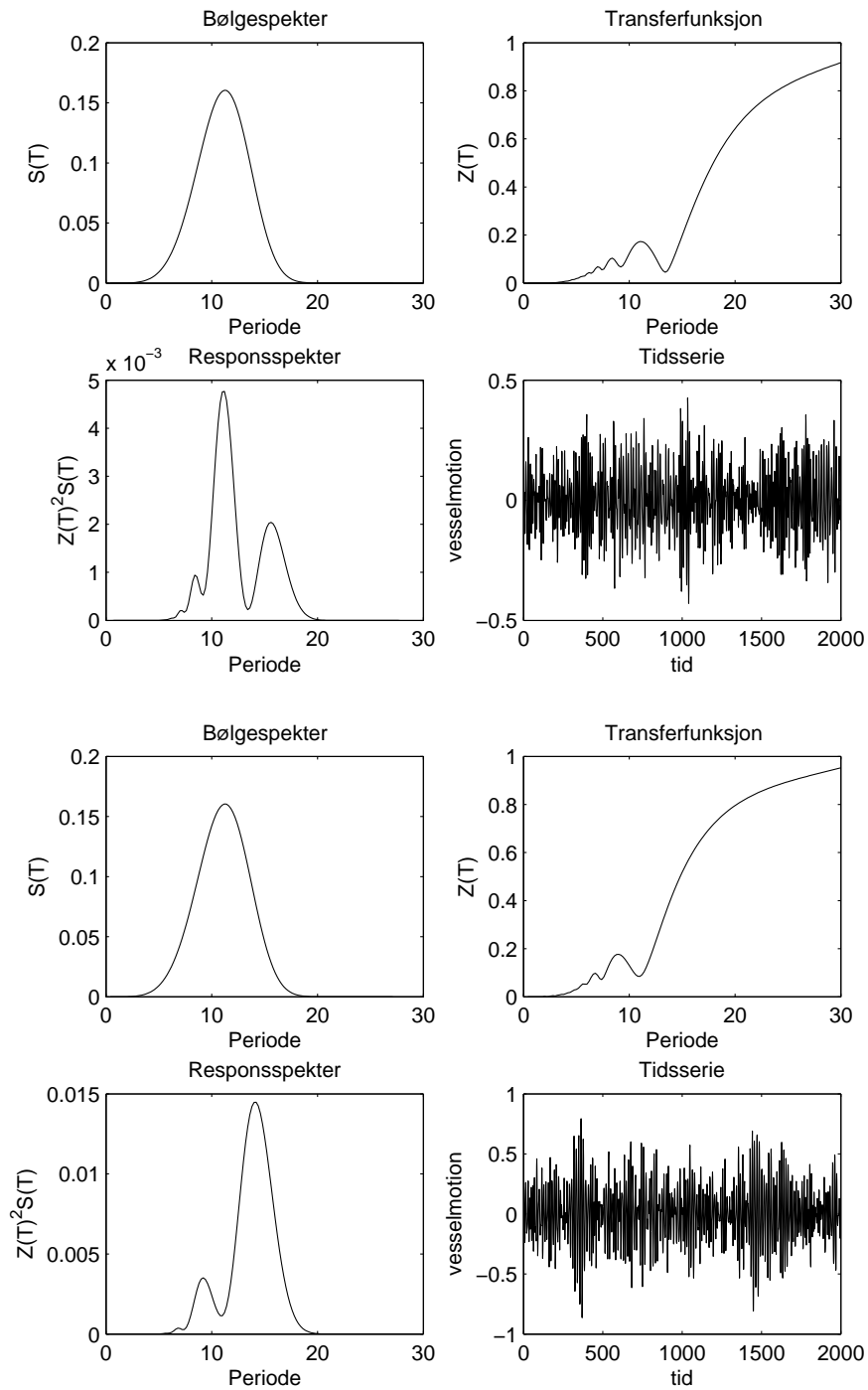
I de følgende plottene vises transferfunksjoner, bølgespektre, responspektre og tidsserier for modellen av FPSO'en og tankskipet. Plottene vil være sortert etter frihetsgrad, bølgeretning, sjøtilstand og modell. Rekkefølgen på frihetsgradene vil være først jag, deretter slingring. Bølgeretningene for hver frihetsgrad er ordnet i stigende rekkefølge. Sjøtilstandene vil være fra 1-9 som beskrevet i tabell 4.1. Begge modellene vil plottes for hvert av disse tilfellene. Det vil si at de to første plottene vil være jag, med bølgeretning  $0^\circ$ , Hs 1 og Tz 4 for FPSO og tankskip.



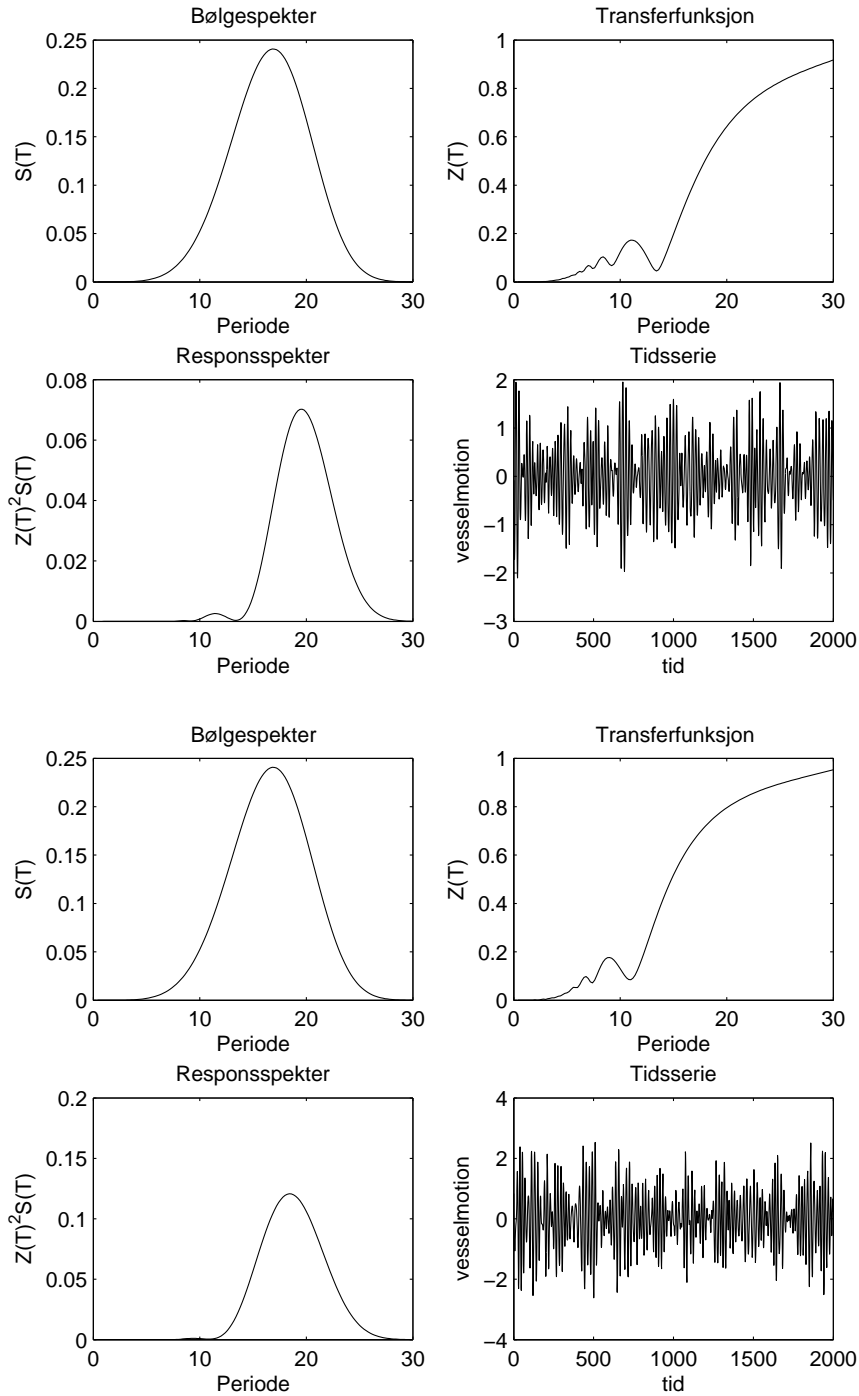
Figur 5.1: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $0^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s



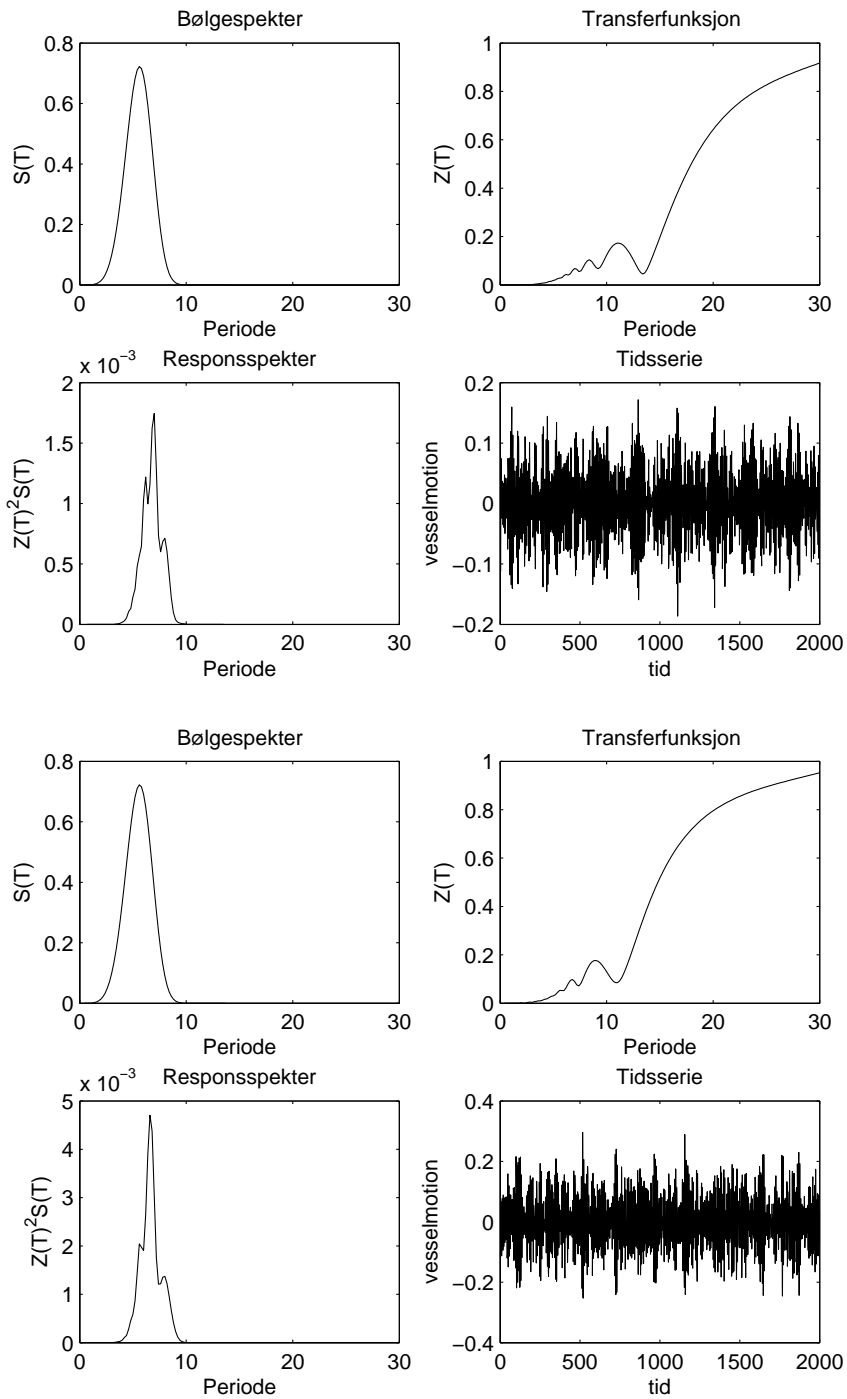
Figur 5.2: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $0^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s



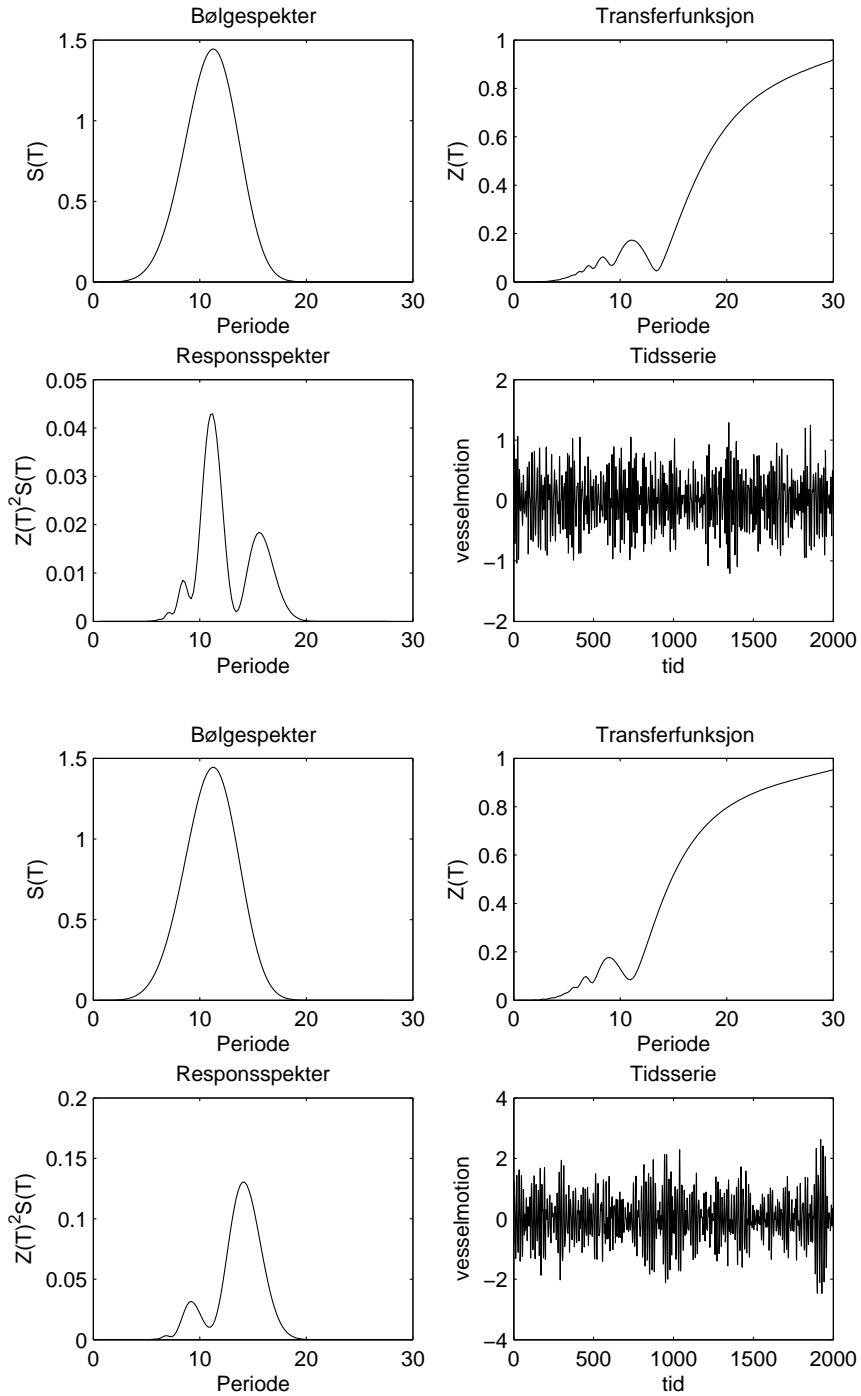
Figur 5.3: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning: $0^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 8s



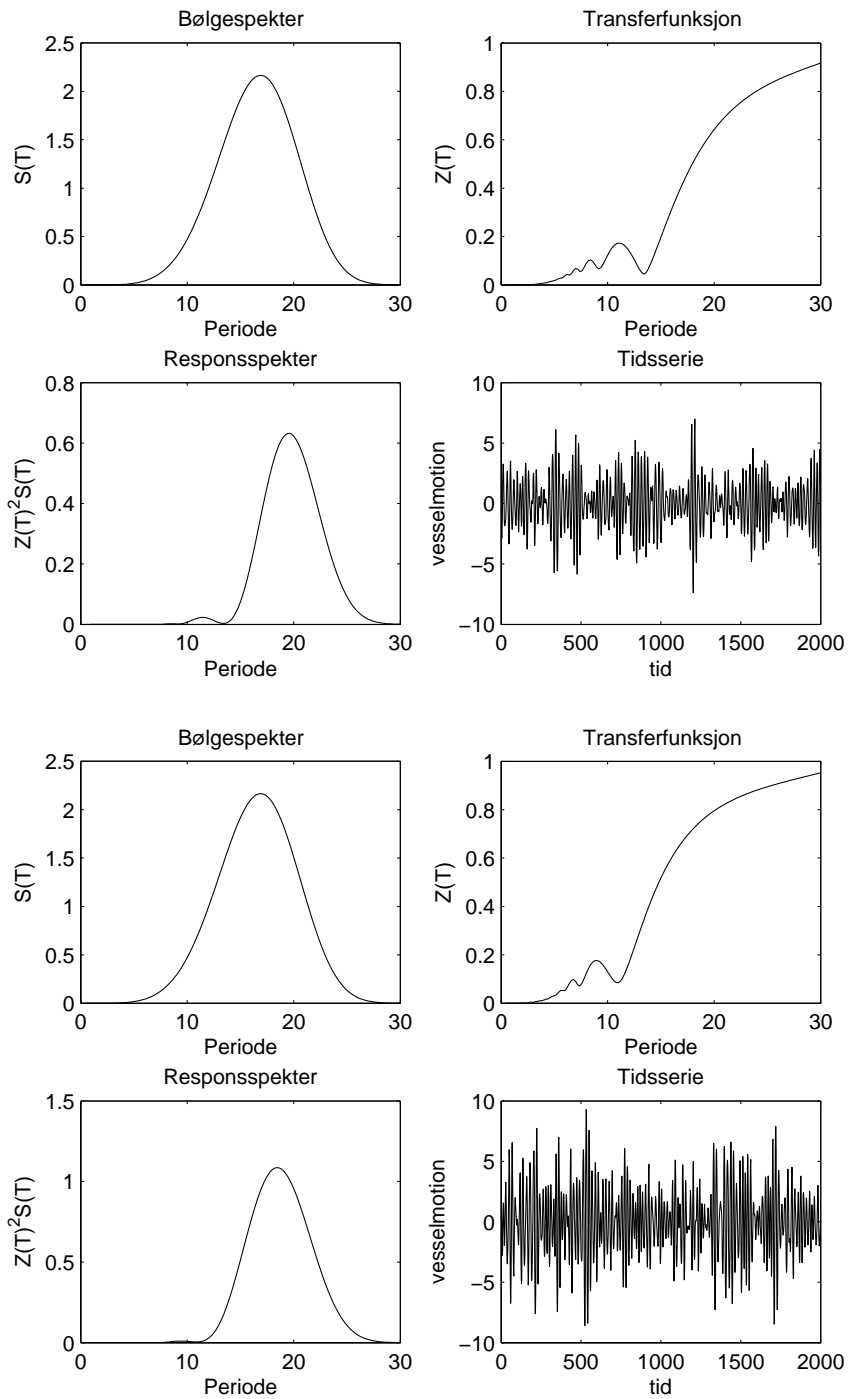
Figur 5.4: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $0^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 12s



Figur 5.5: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning: $0^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 3m, nullkryssingsperiode: 4s

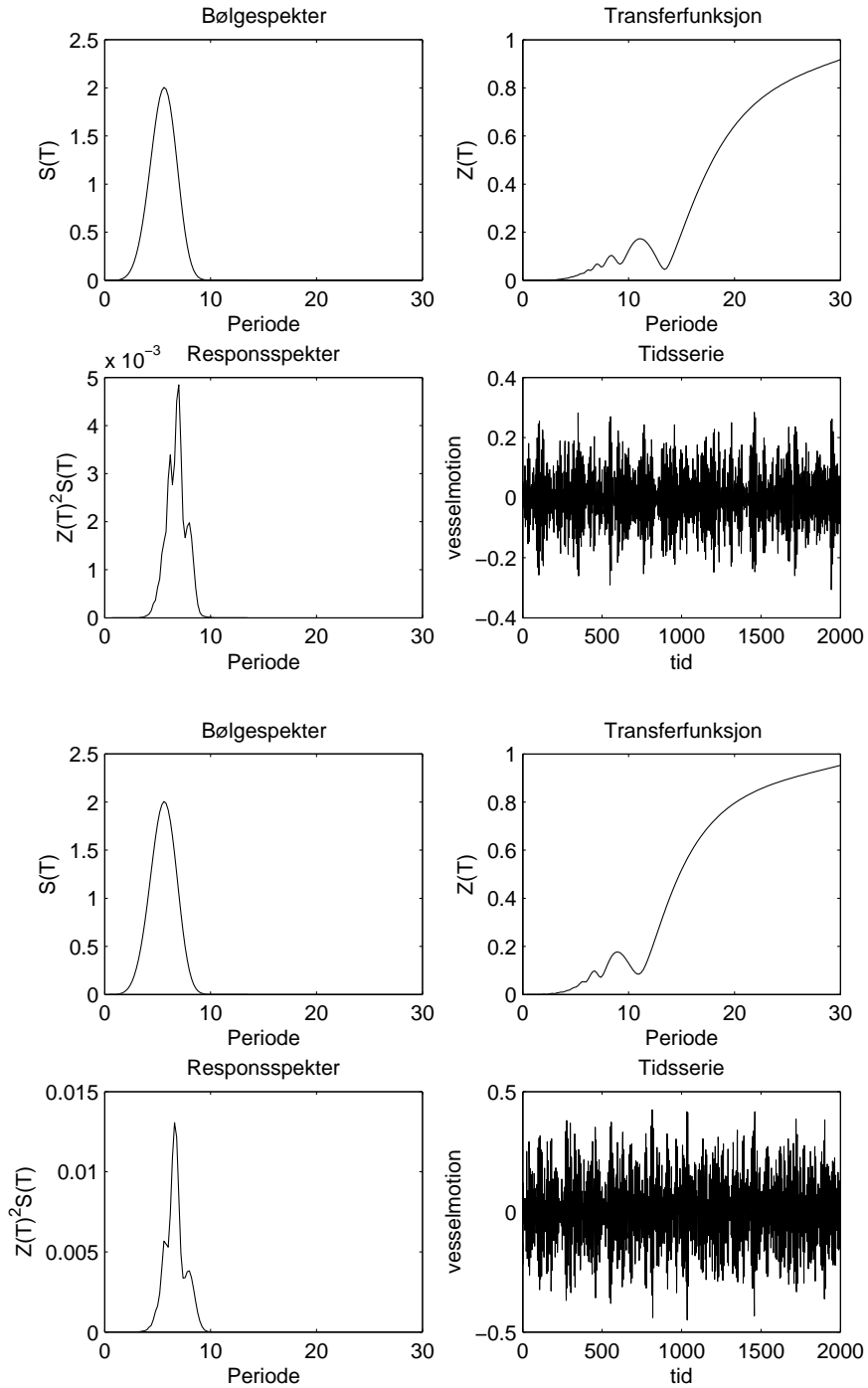


Figur 5.6: Øverst: FPSO. Nederst: Tankship. Frihetsgrad: jag, bølgeretning: 0°, signifikant bølgehøyde: 3m, nullkryssingsperiode: 8s

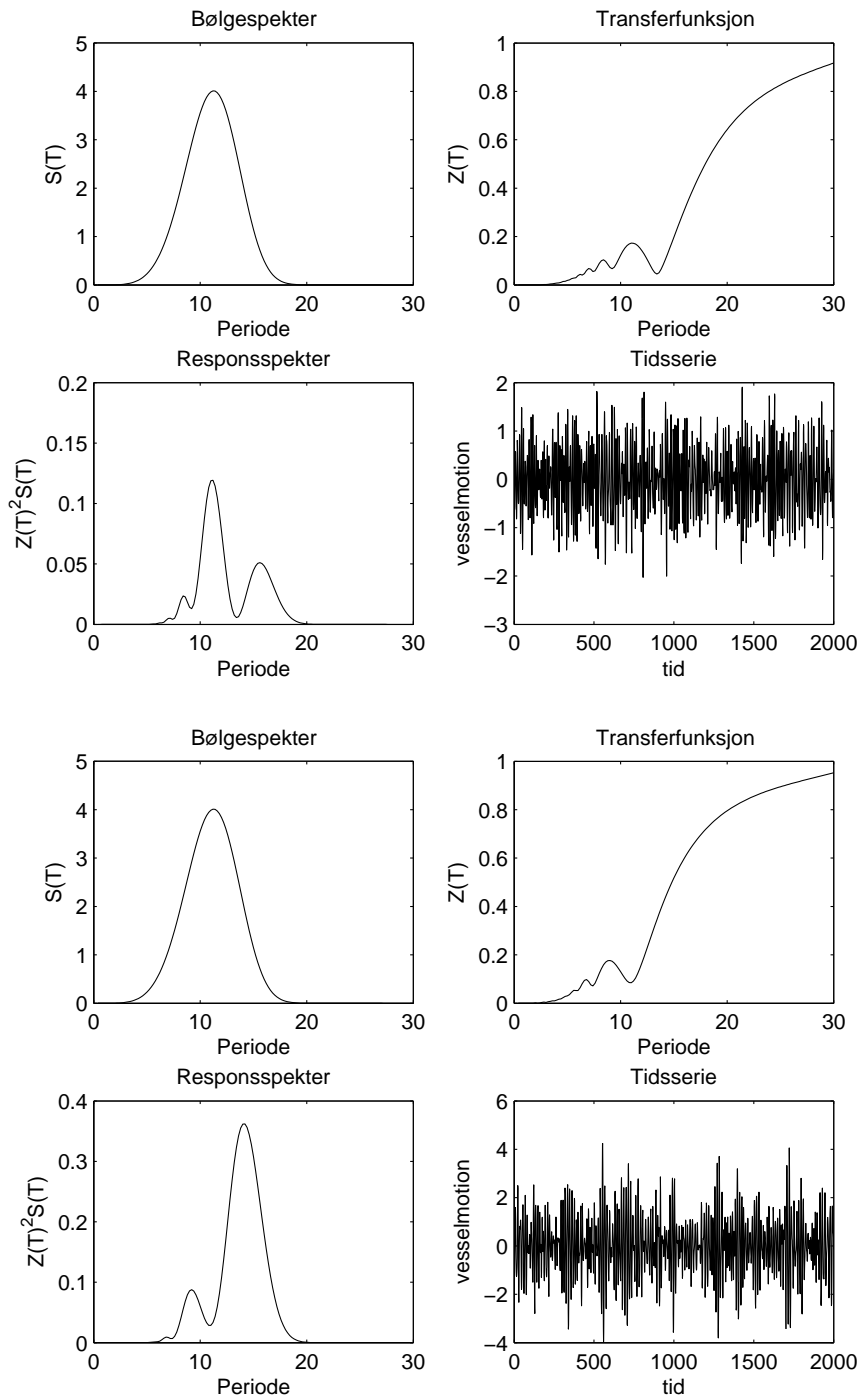


Figur 5.7: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $0^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 3m, nullkryssingsperiode: 12s

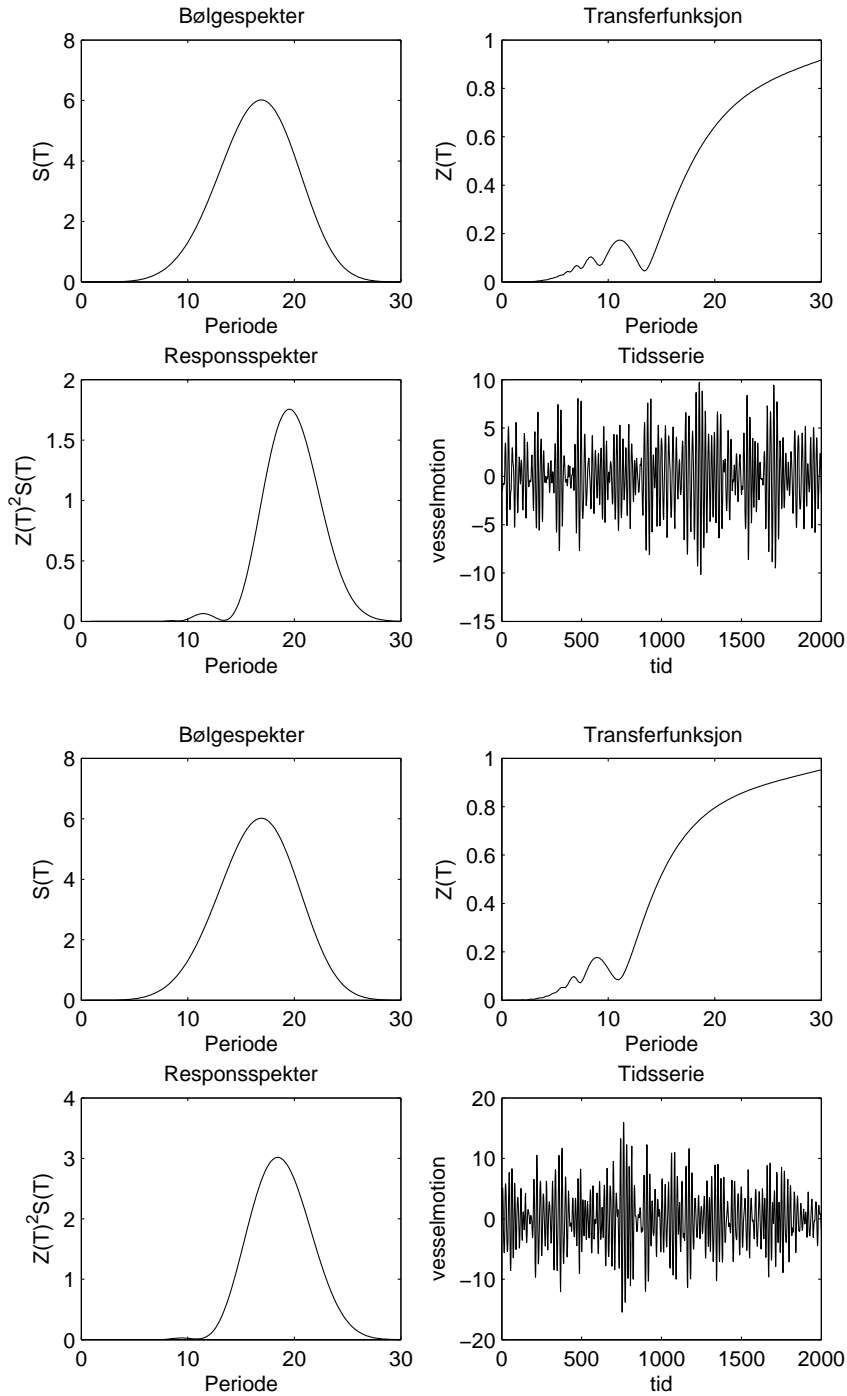




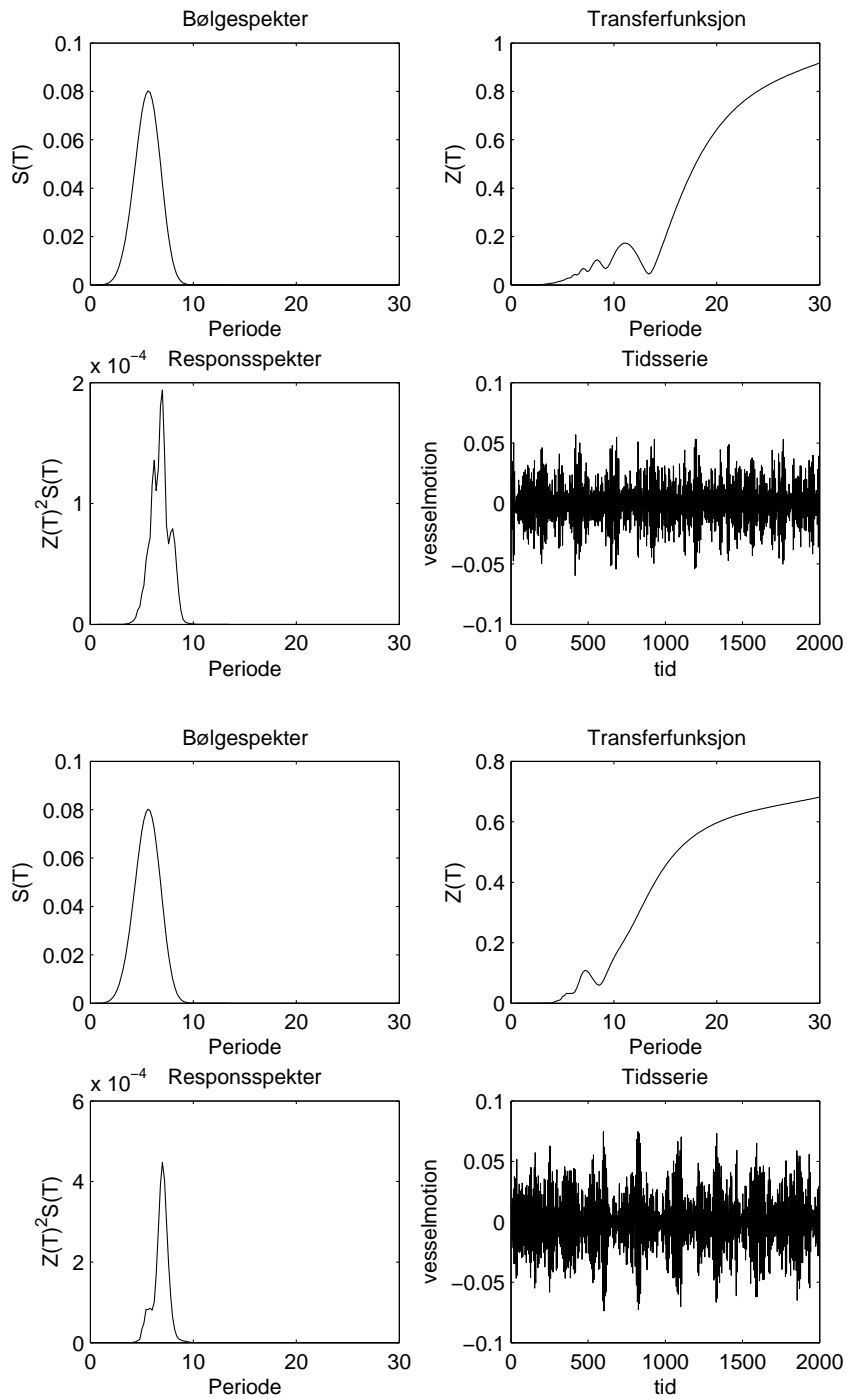
Figur 5.8: Øverst: FPSO. Nederst: Tankship. Frihetsgrad: jag, bølgeretning:  $0^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 5m, nullkryssingsperiode: 4s



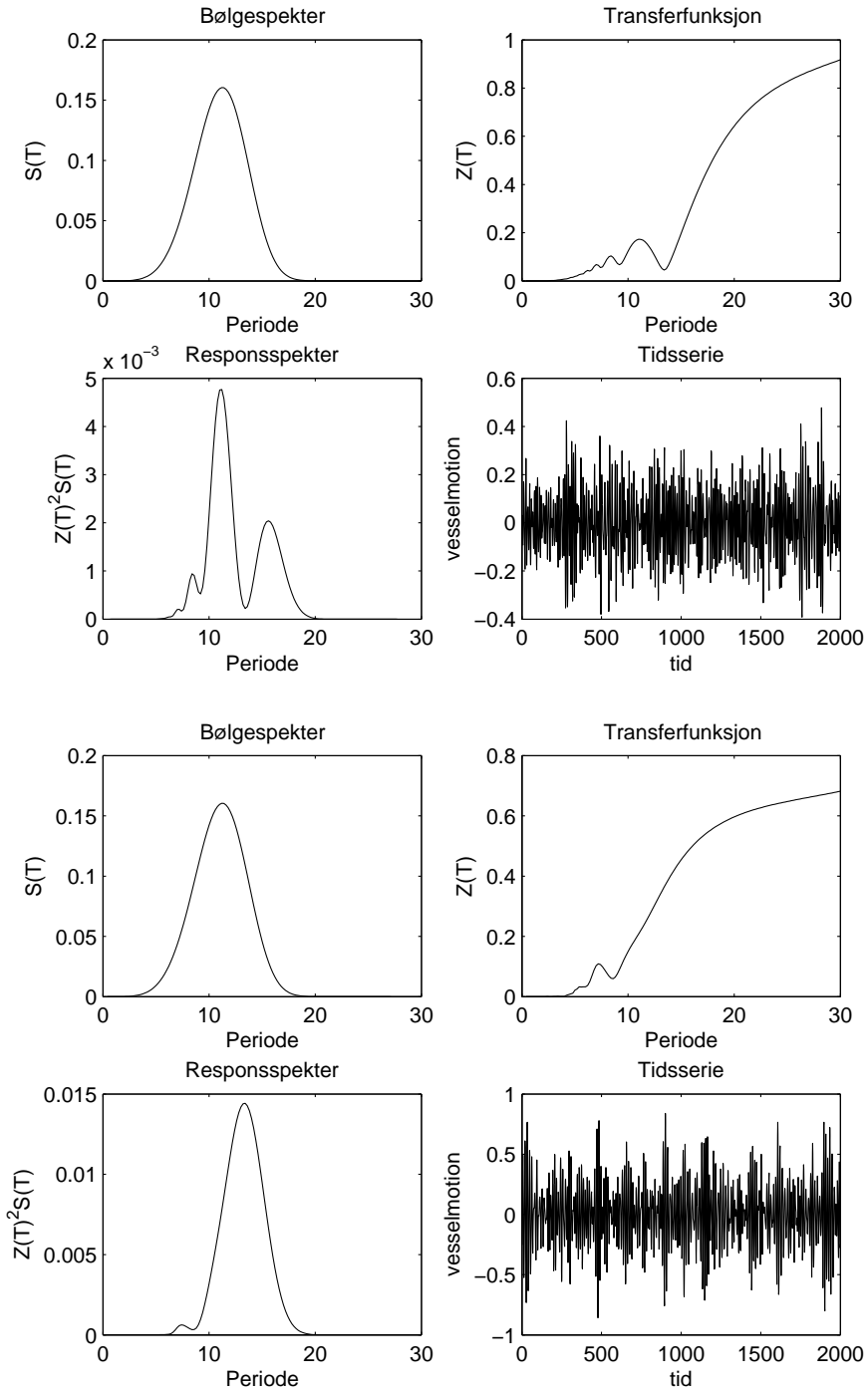
Figur 5.9: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $0^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 5m, nullkryssingsperiode: 8s



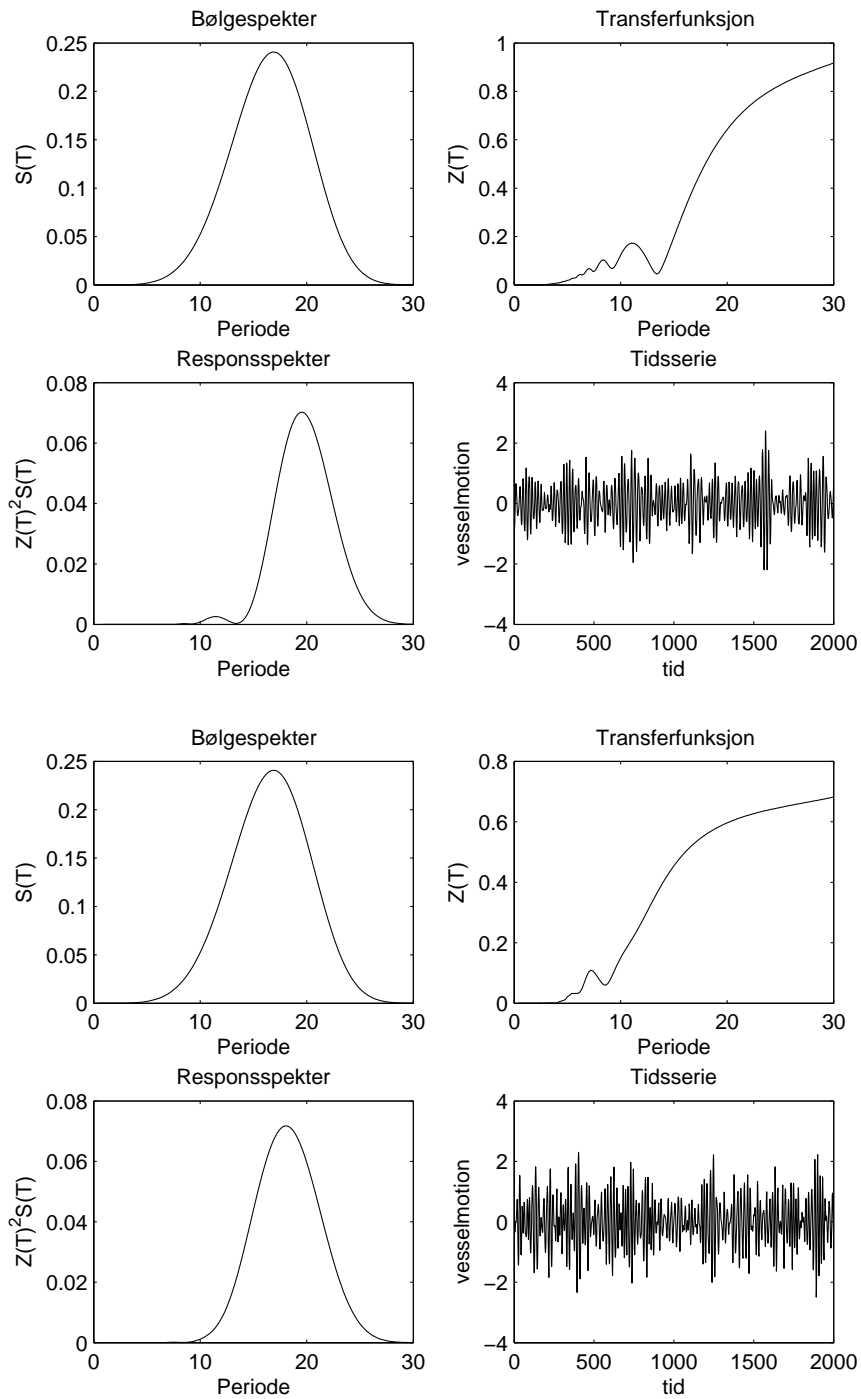
Figur 5.10: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $0^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 5m, nullkryssingsperiode: 12s



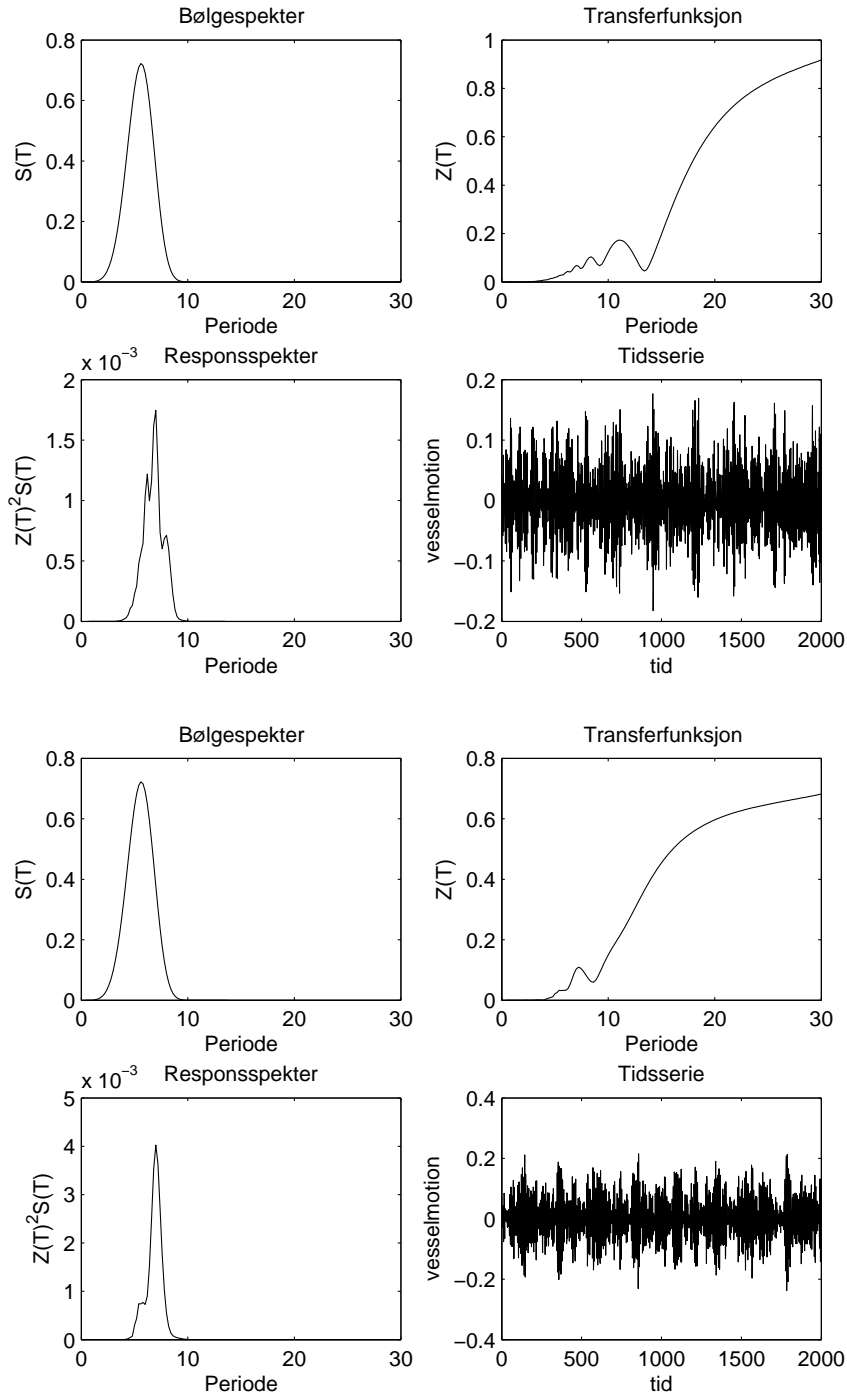
Figur 5.11: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:45°, signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s



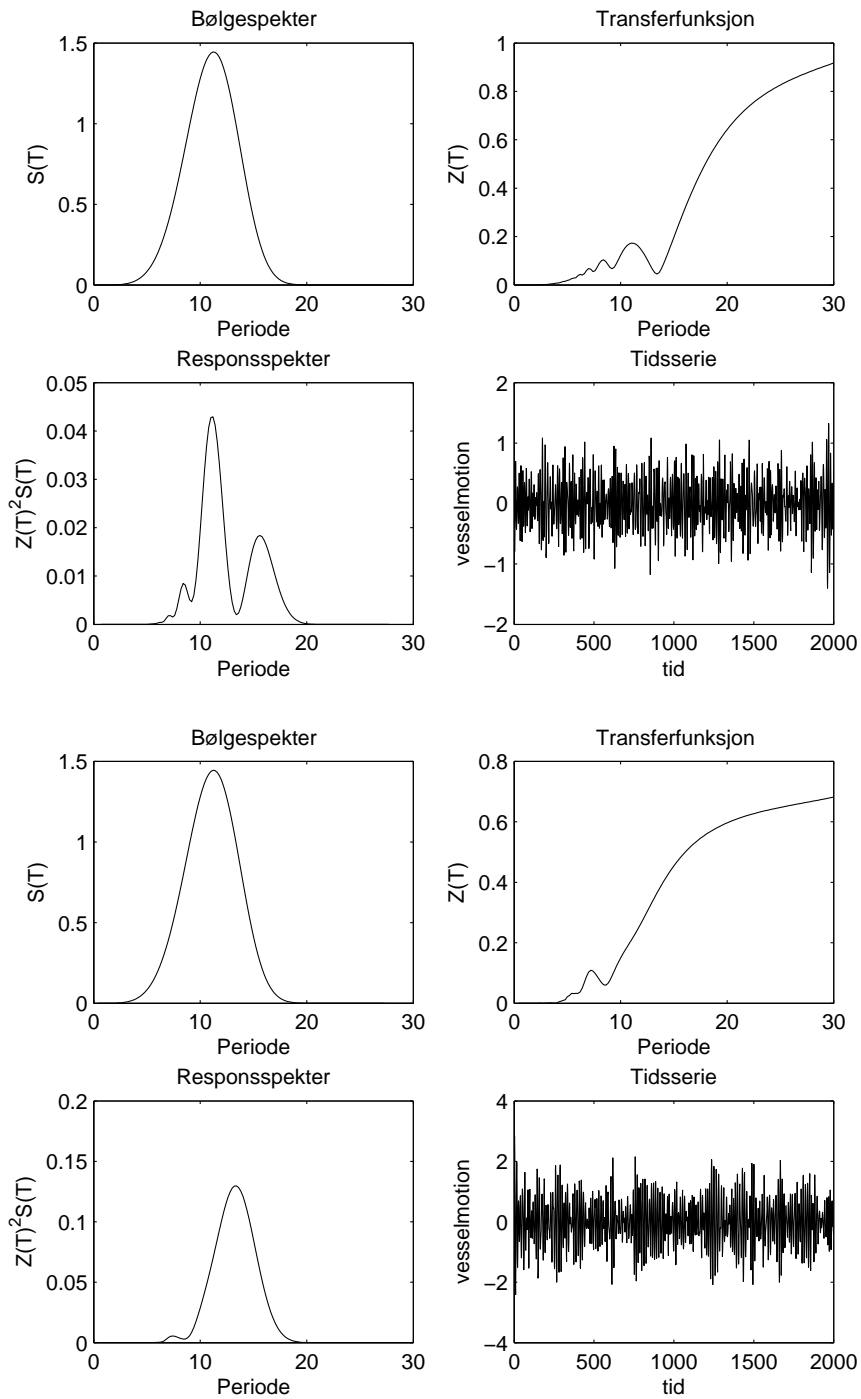
Figur 5.12: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $45^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s



Figur 5.13: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $45^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s

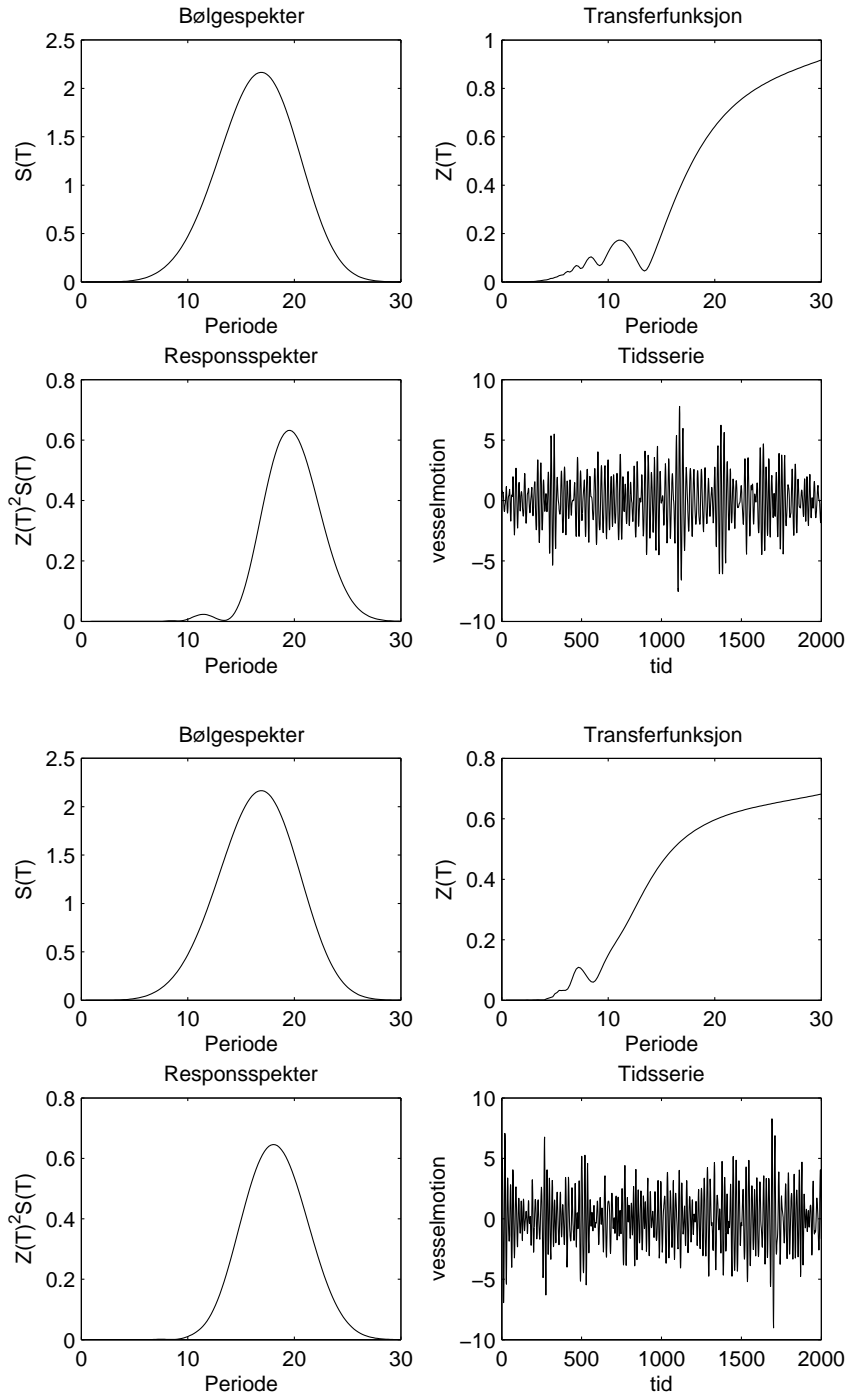


Figur 5.14: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $45^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s

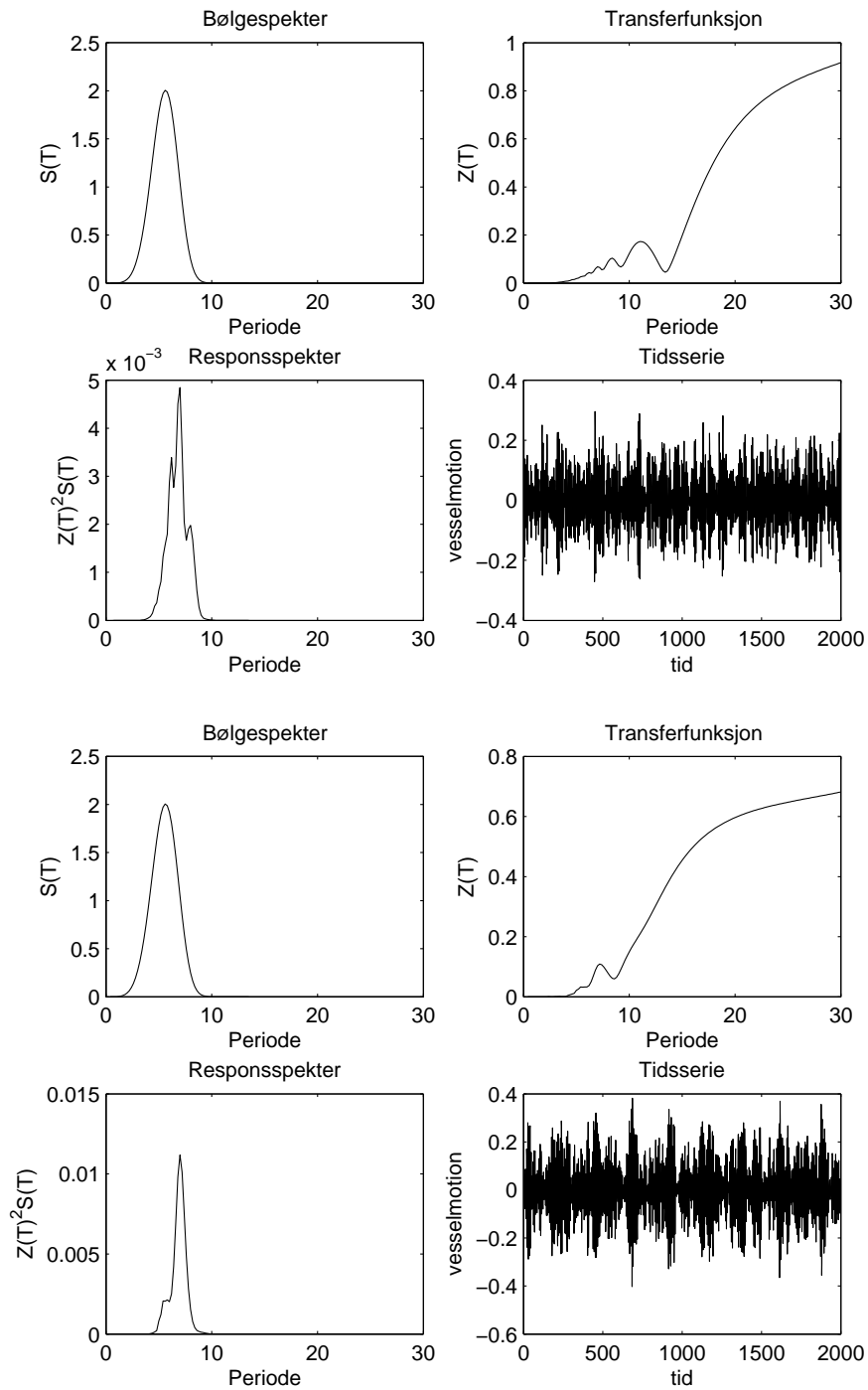


Figur 5.15: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgeretning:45°, signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s

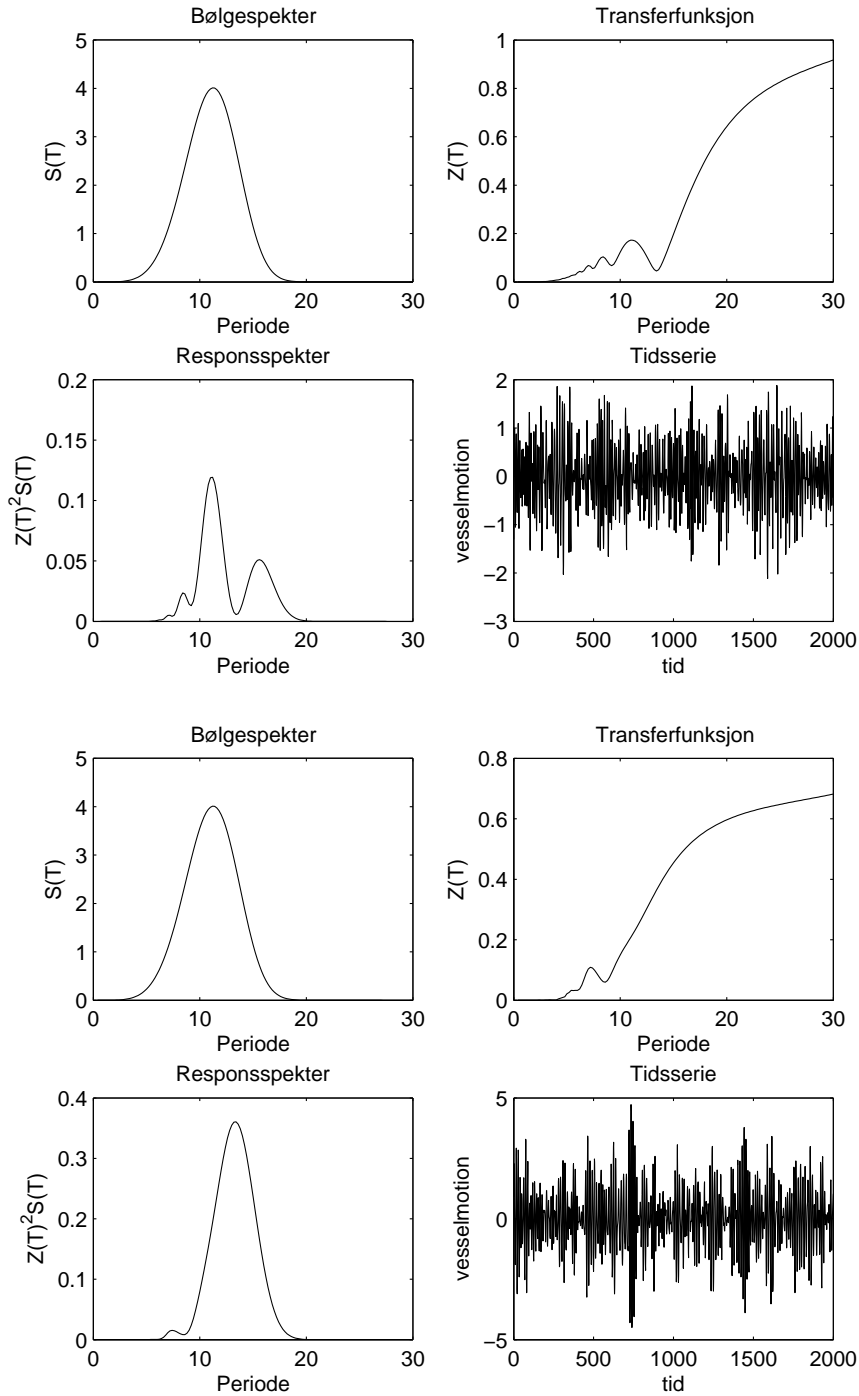




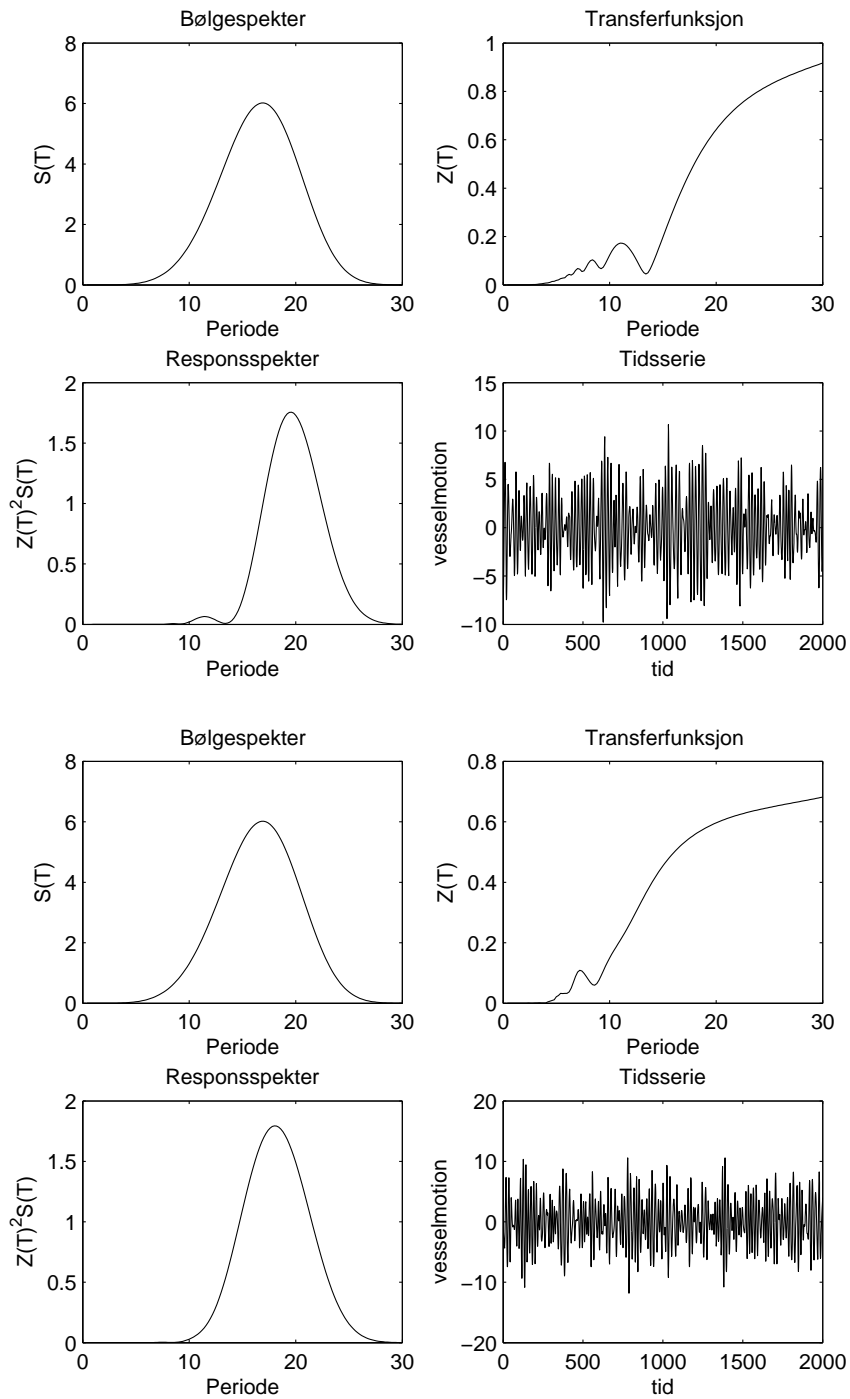
Figur 5.16: Øverst: FPSO. Nederst: Tankship. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $45^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s



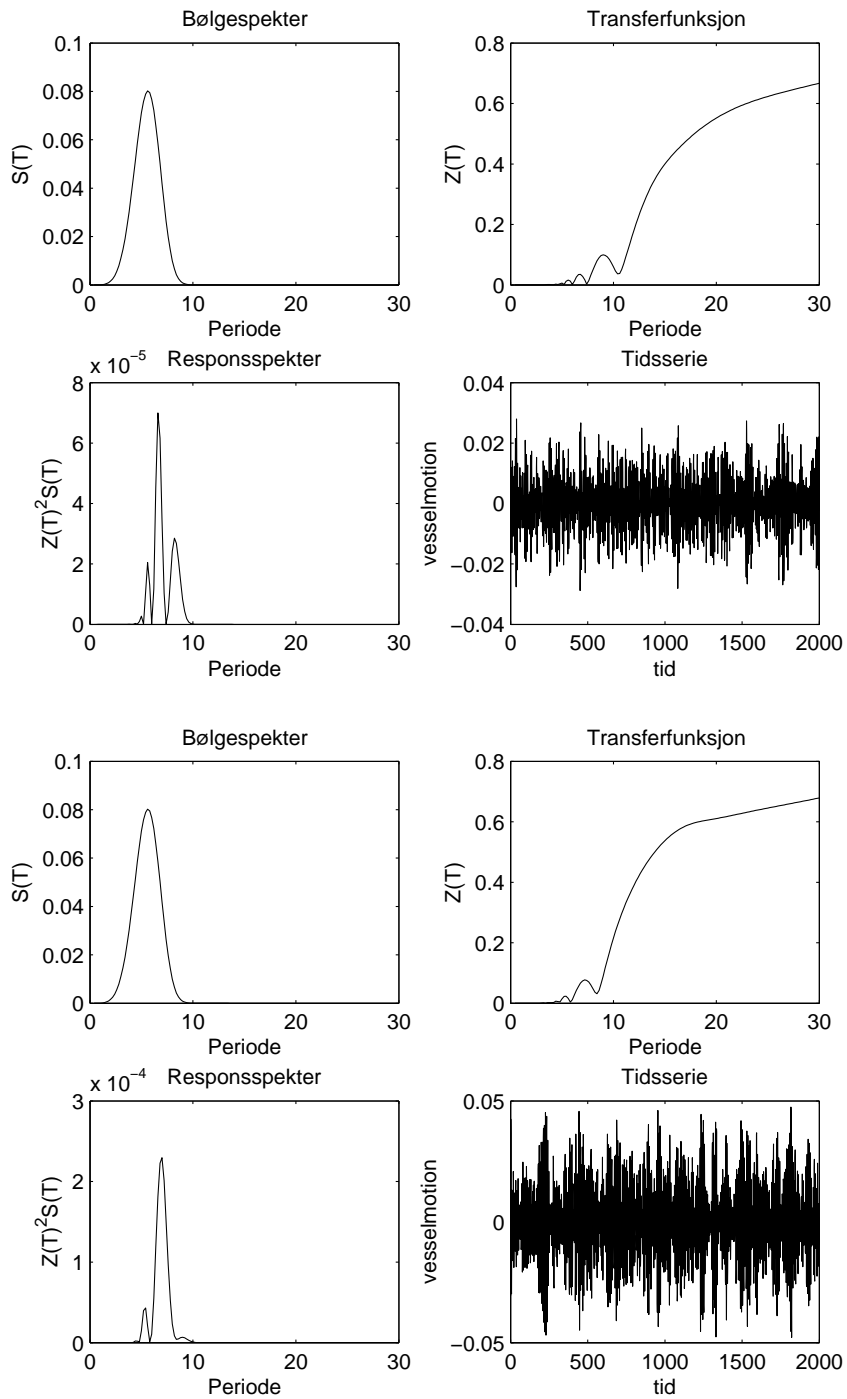
Figur 5.17: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgeretning: 45°, signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s



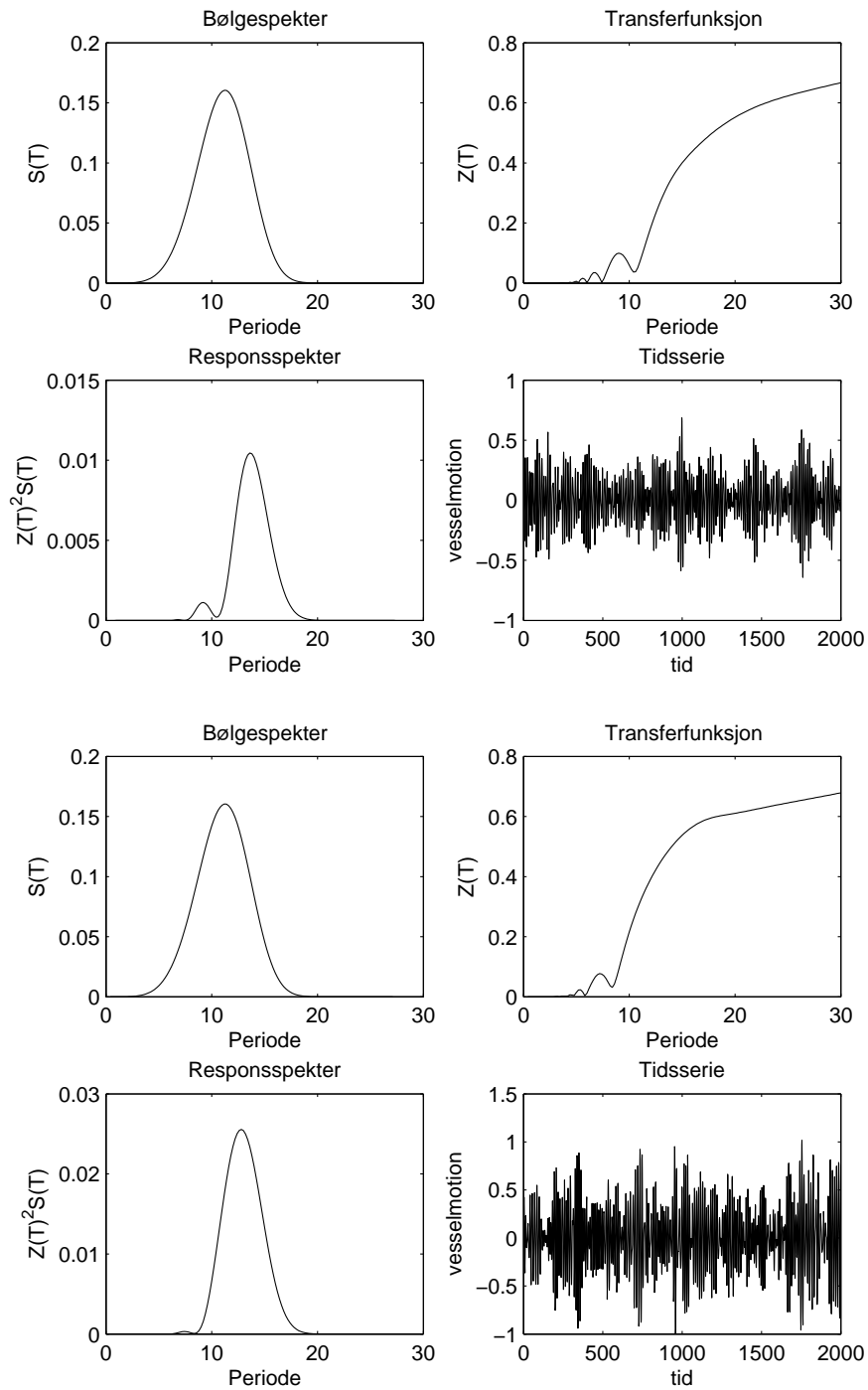
Figur 5.18: Øverst: FPSO. Nederst: Tankship. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $45^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s



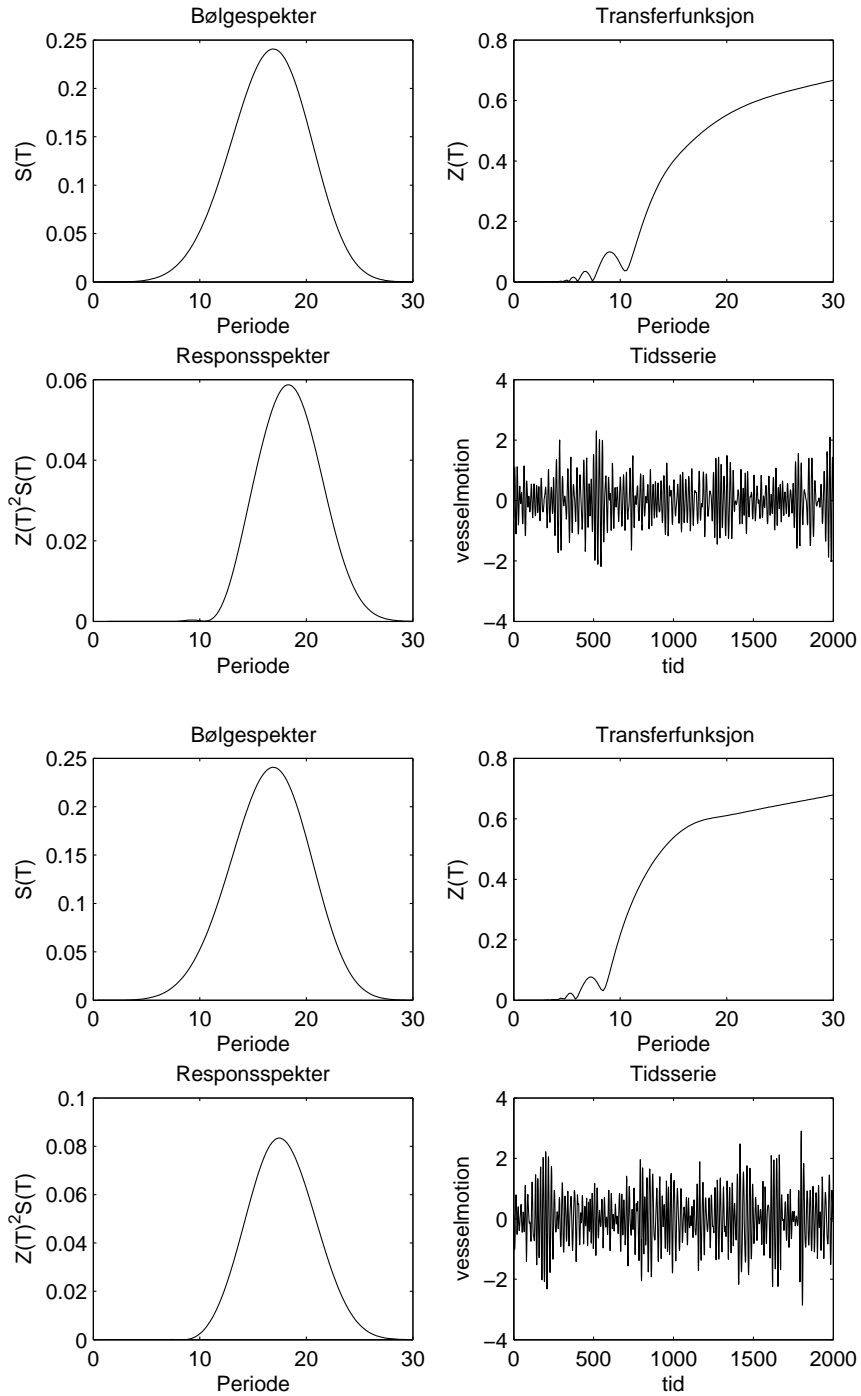
Figur 5.19: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $45^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s



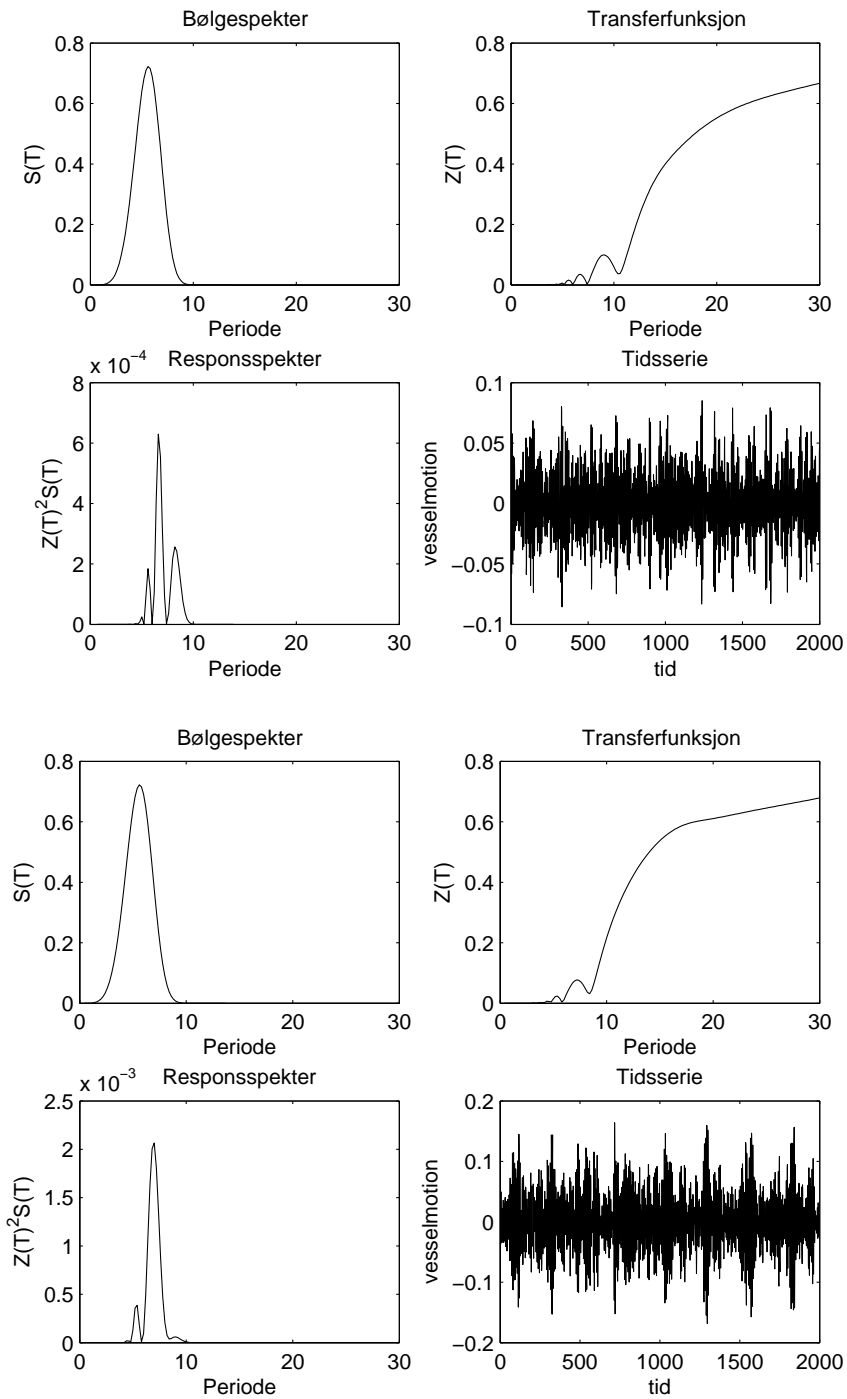
Figur 5.20: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $45^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s



Figur 5.21: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $45^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 8s

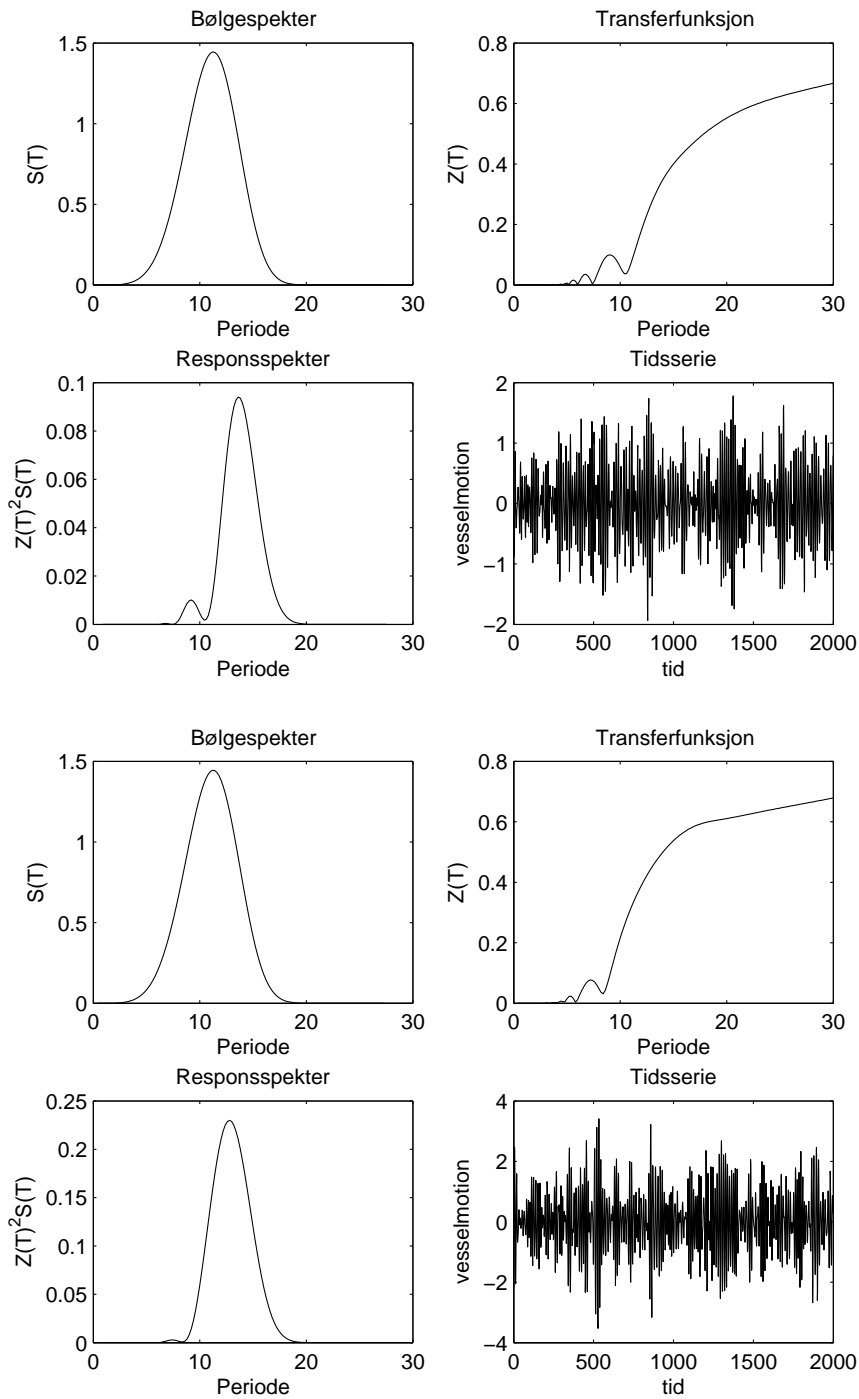


Figur 5.22: Øverst: FPSO. Nederst: Tankship. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $45^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 12s

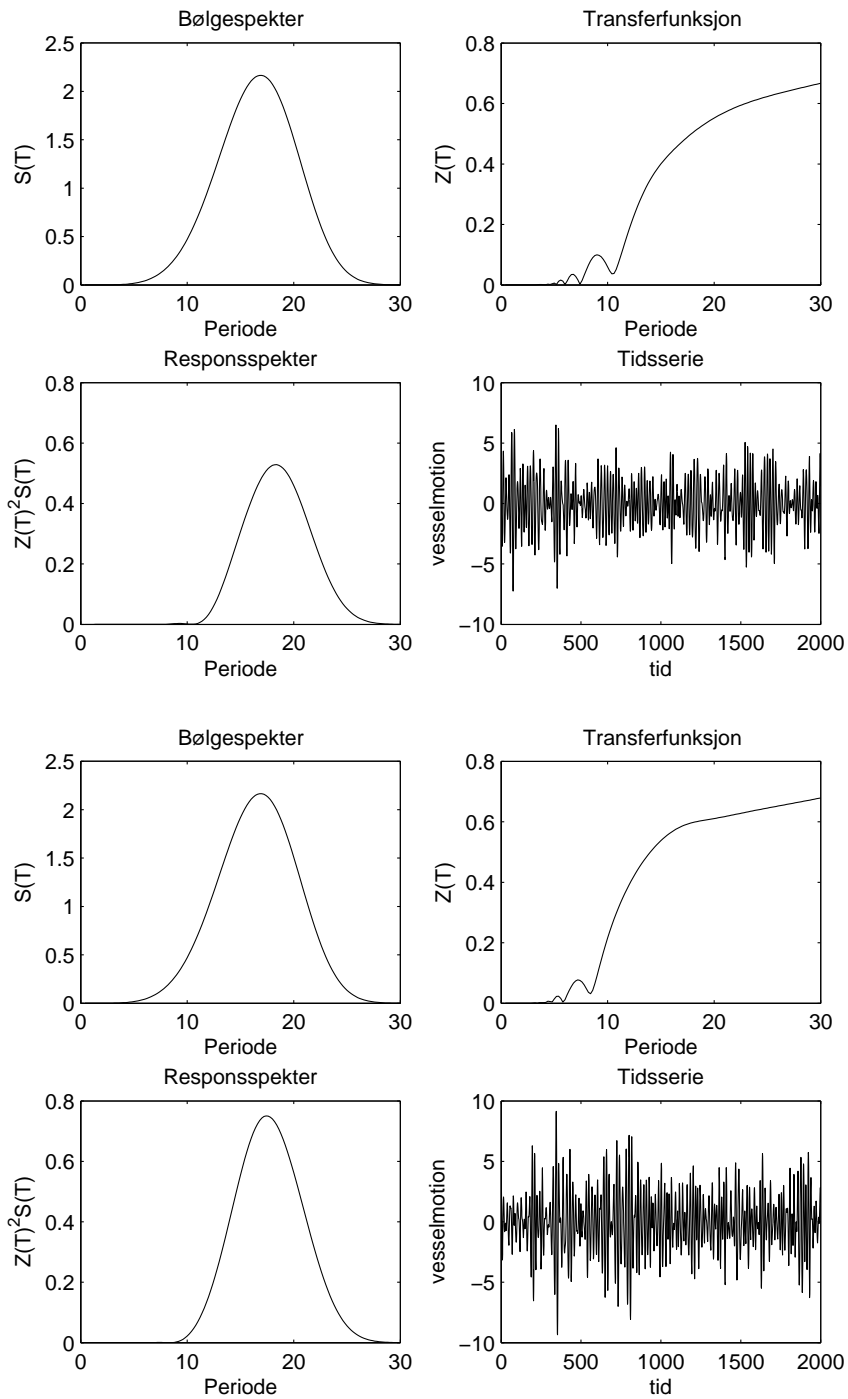


Figur 5.23: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:45°, signifikant bølgehøyde: 3m, nullkryssingsperiode: 4s

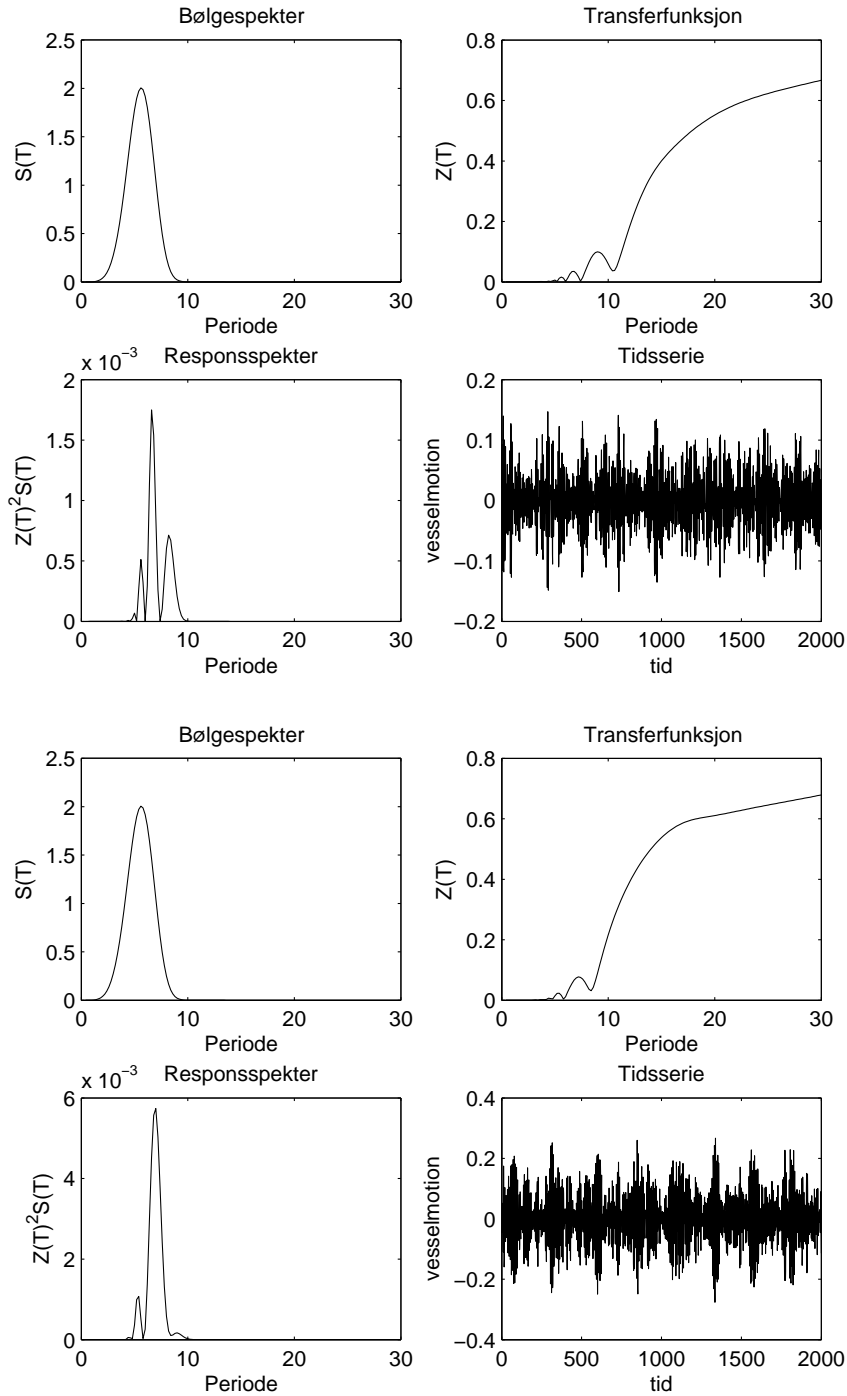




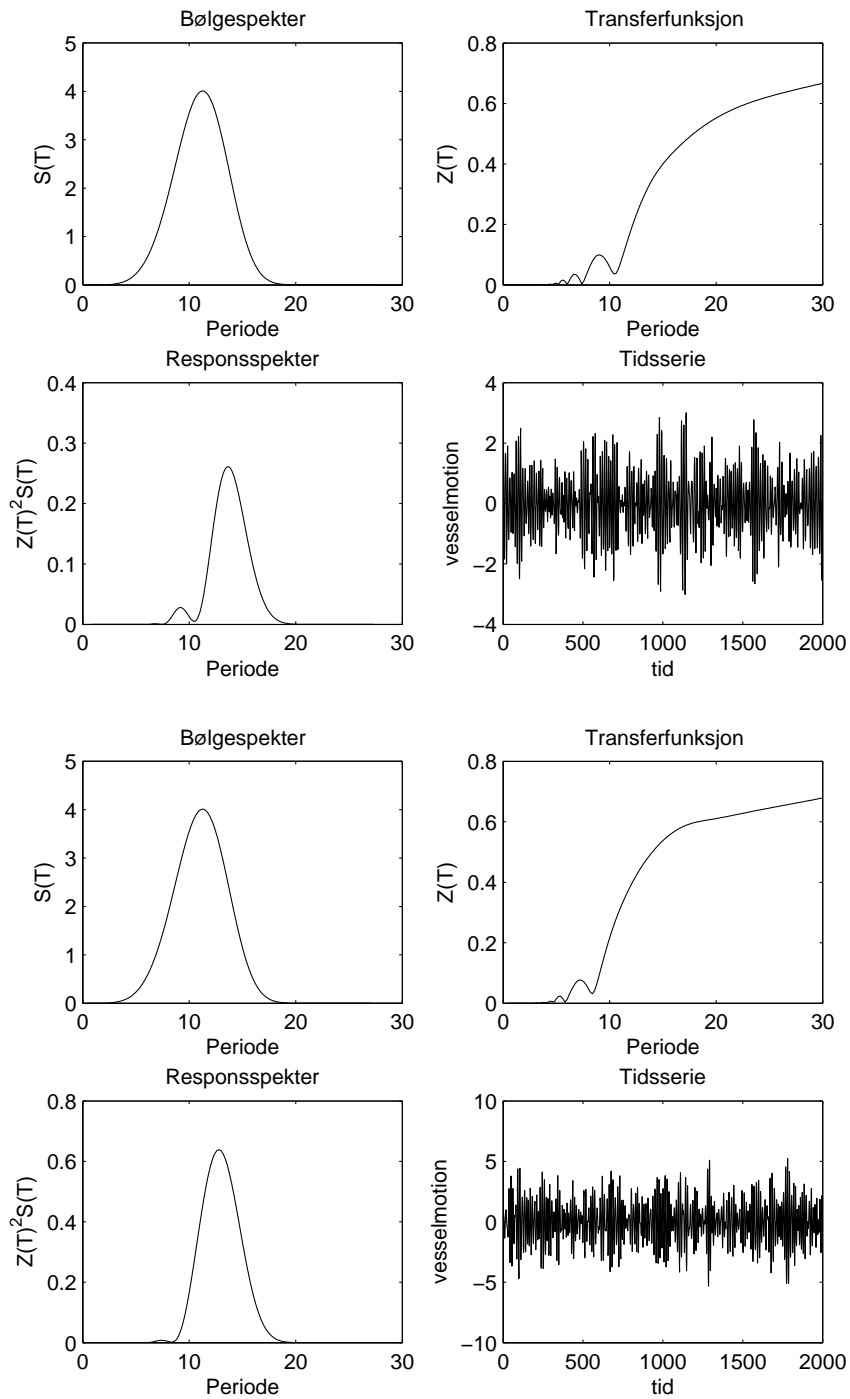
Figur 5.24: Øverst: FPSO. Nederst: Tankship. Frihetsgrad: jag, bølgeretning: 45°, signifikant bølgehøyde: 3m, nullkryssingsperiode: 8s



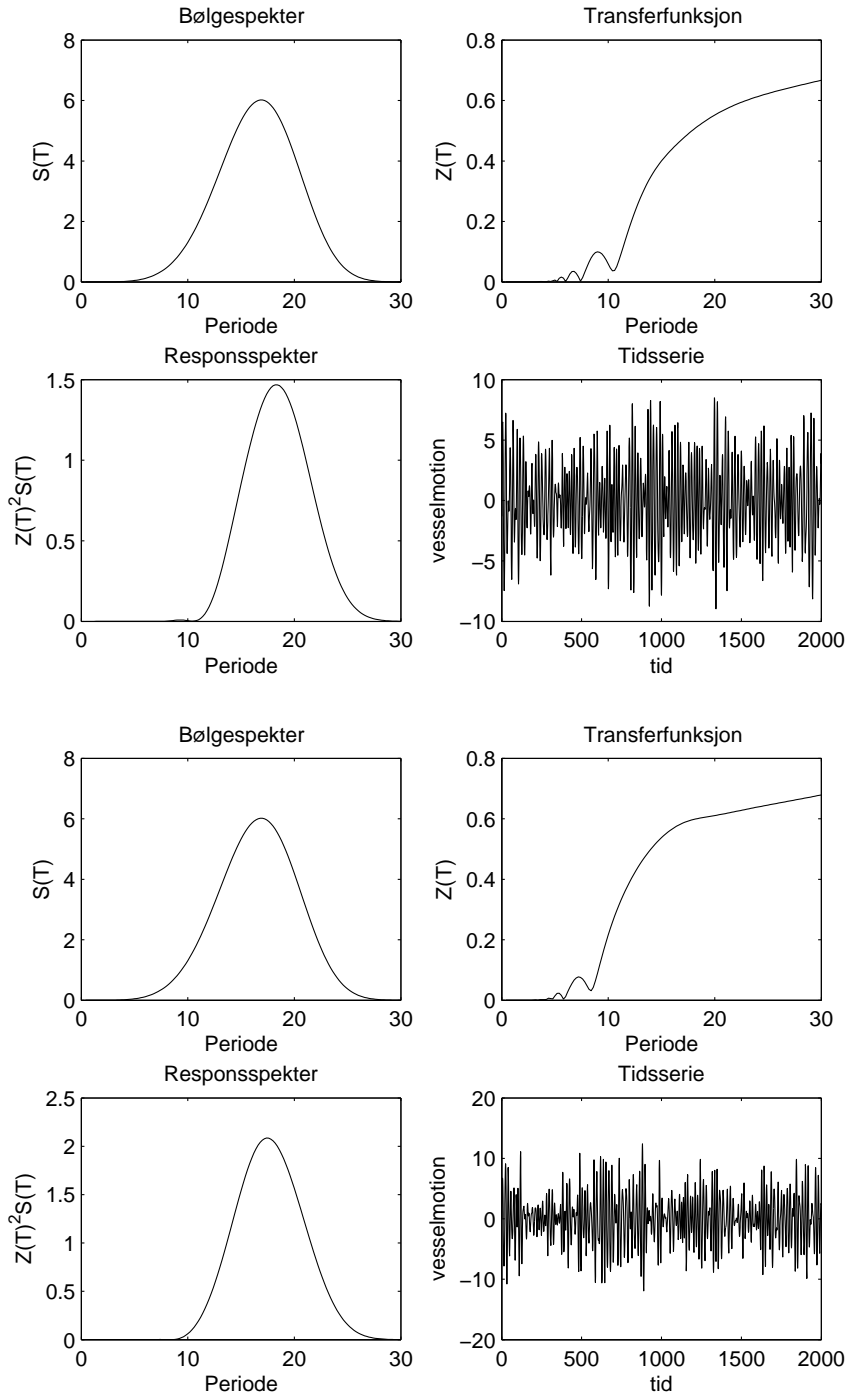
Figur 5.25: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgertning:45°, signifikant bølgehøyde: 3m, nullkryssingsperiode: 12s



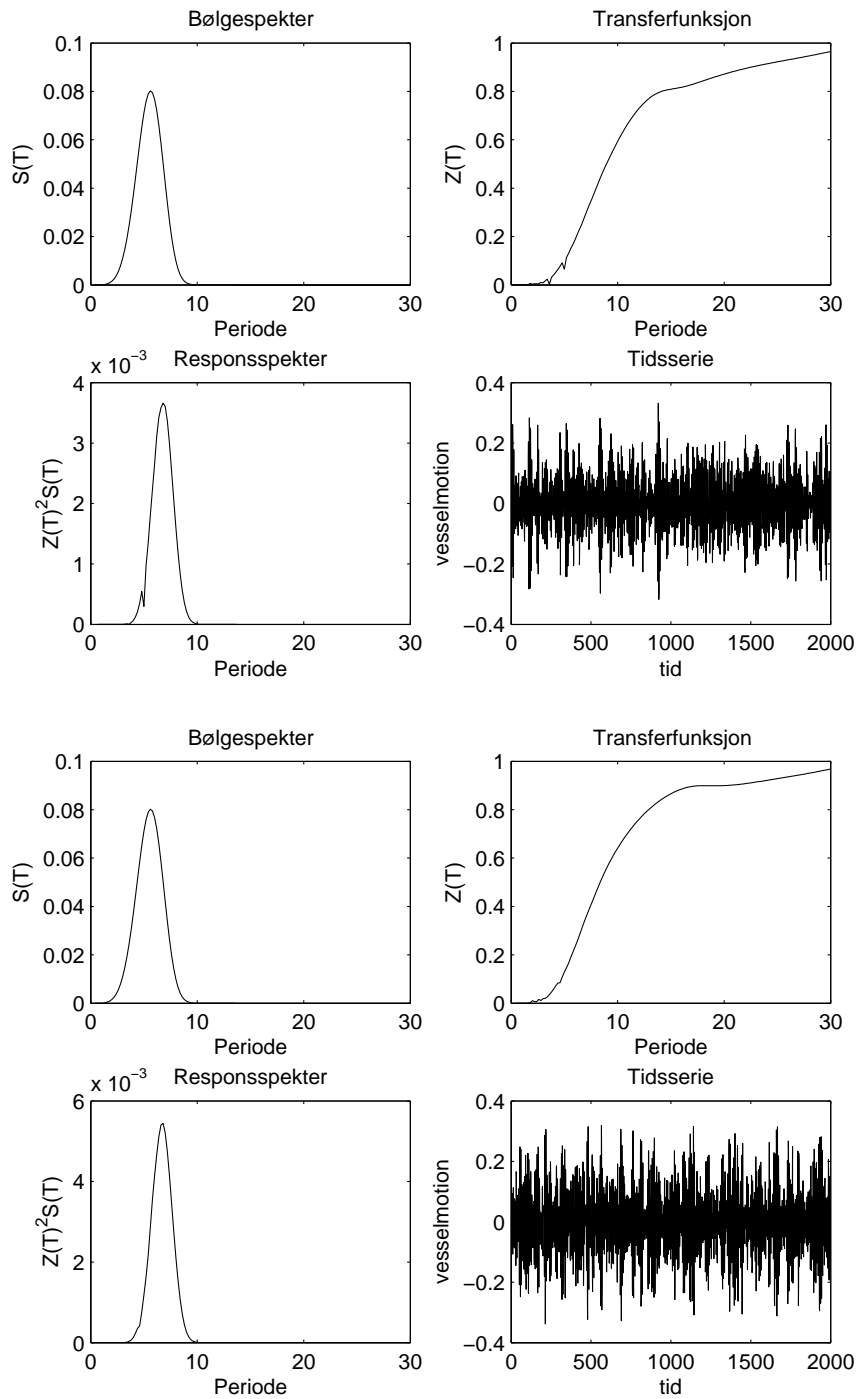
Figur 5.26: Øverst: FPSO. Nederst: Tankship. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $45^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 5m, nullkryssingsperiode: 4s



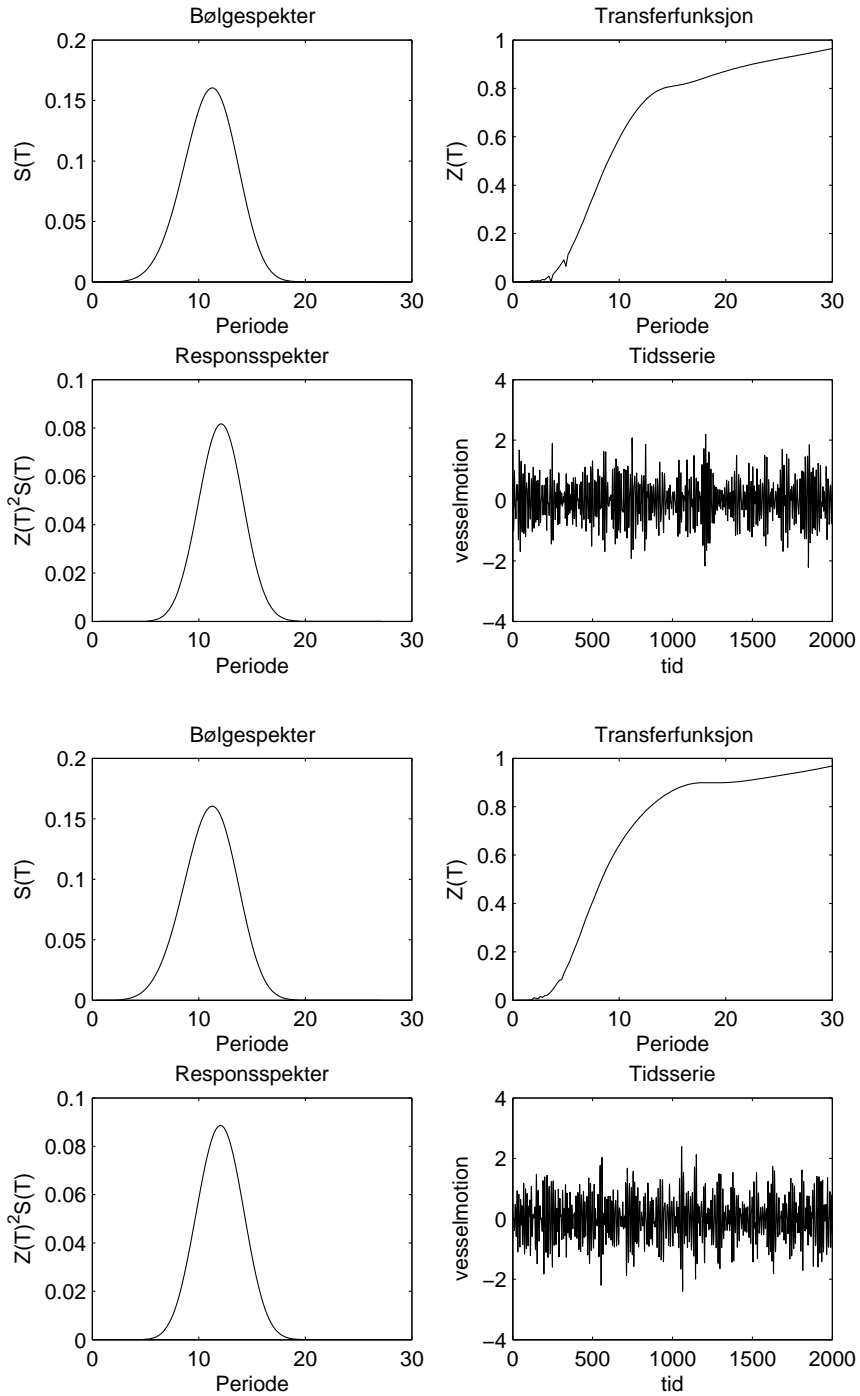
Figur 5.27: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:45°, signifikant bølgehøyde: 5m, nullkryssingsperiode: 8s



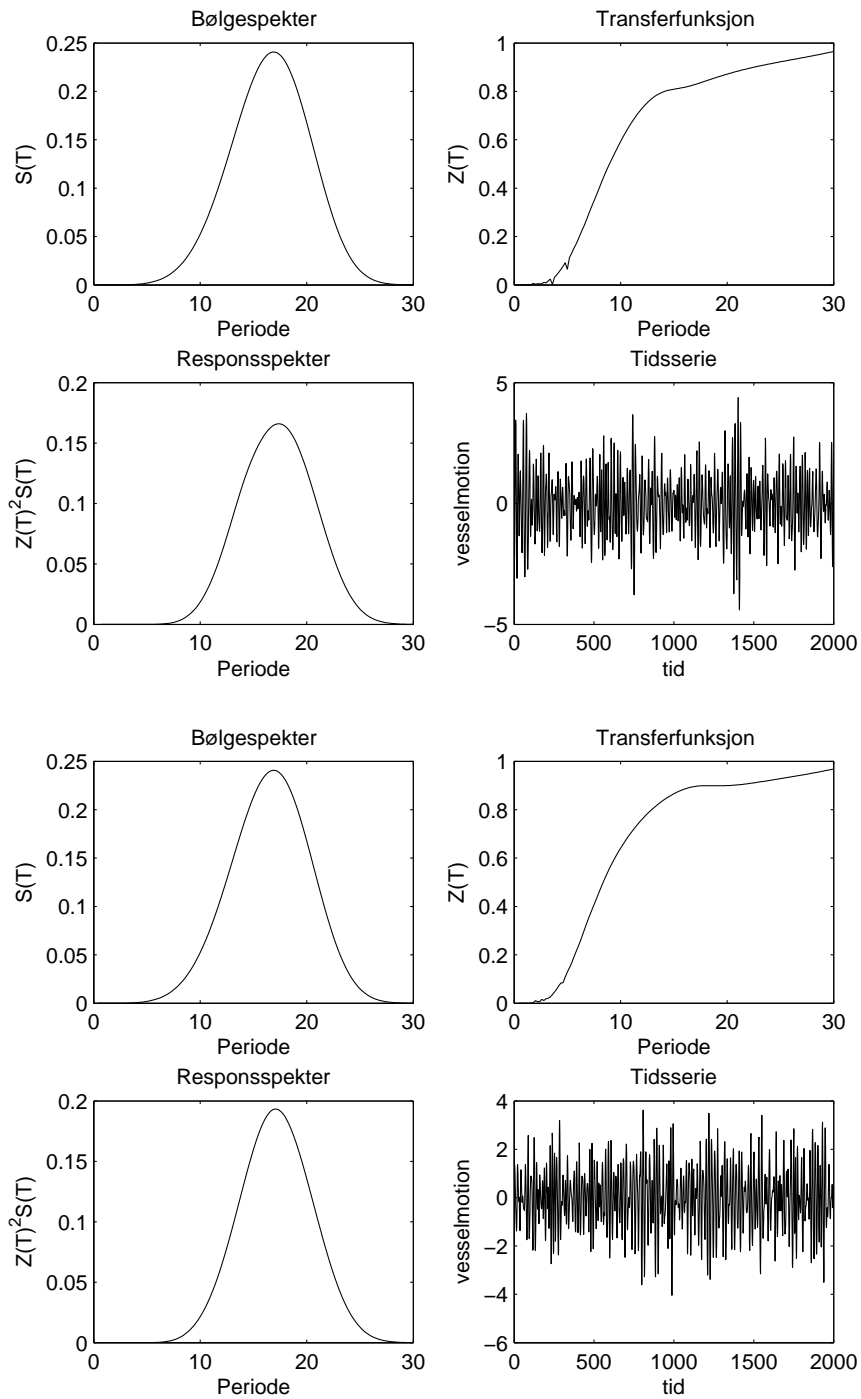
Figur 5.28: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $45^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 5m, nullkryssingsperiode: 12s



Figur 5.29: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $90^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 4s

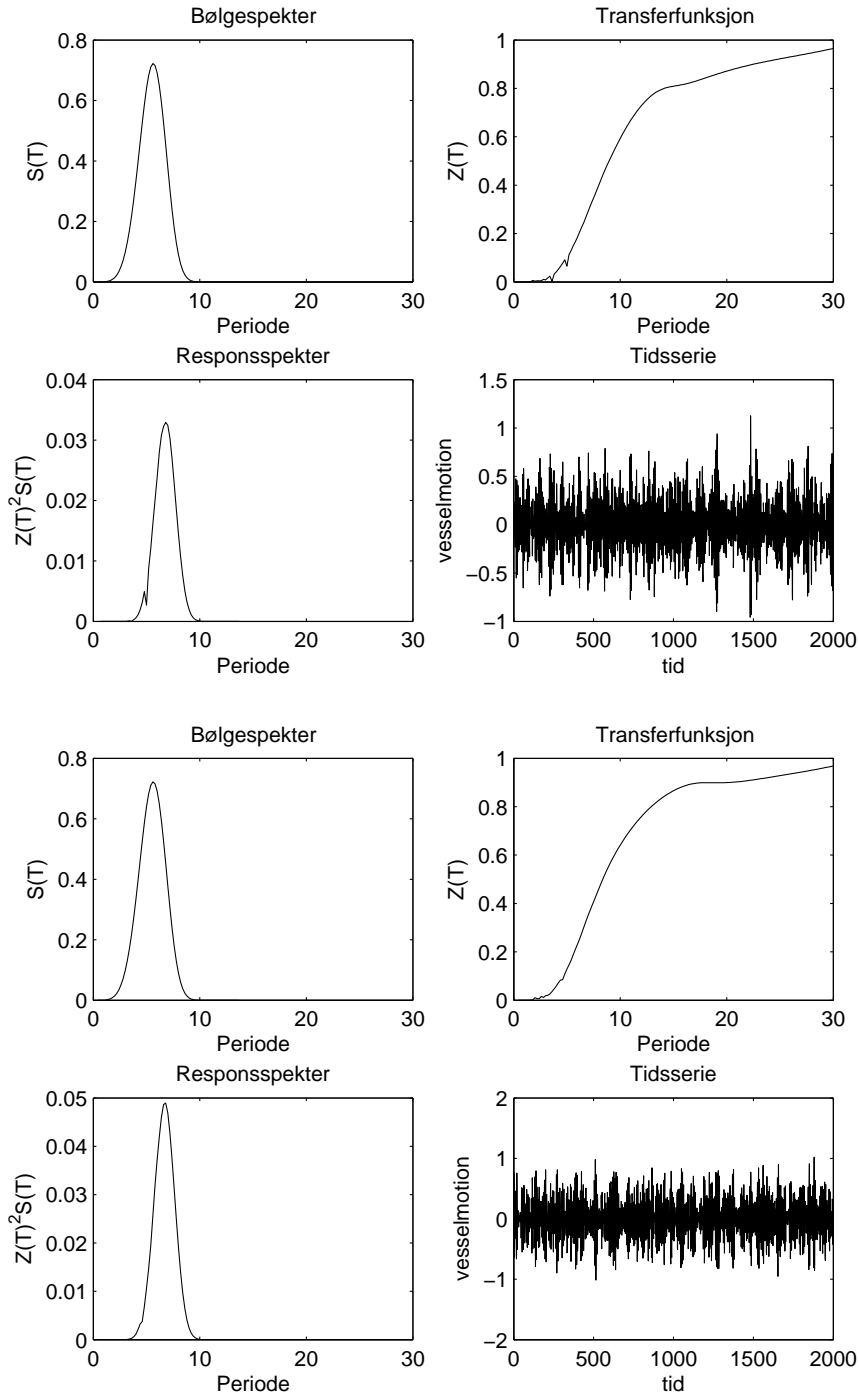


Figur 5.30: Øverst: FPSO. Nederst: Tankship. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $90^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 8s

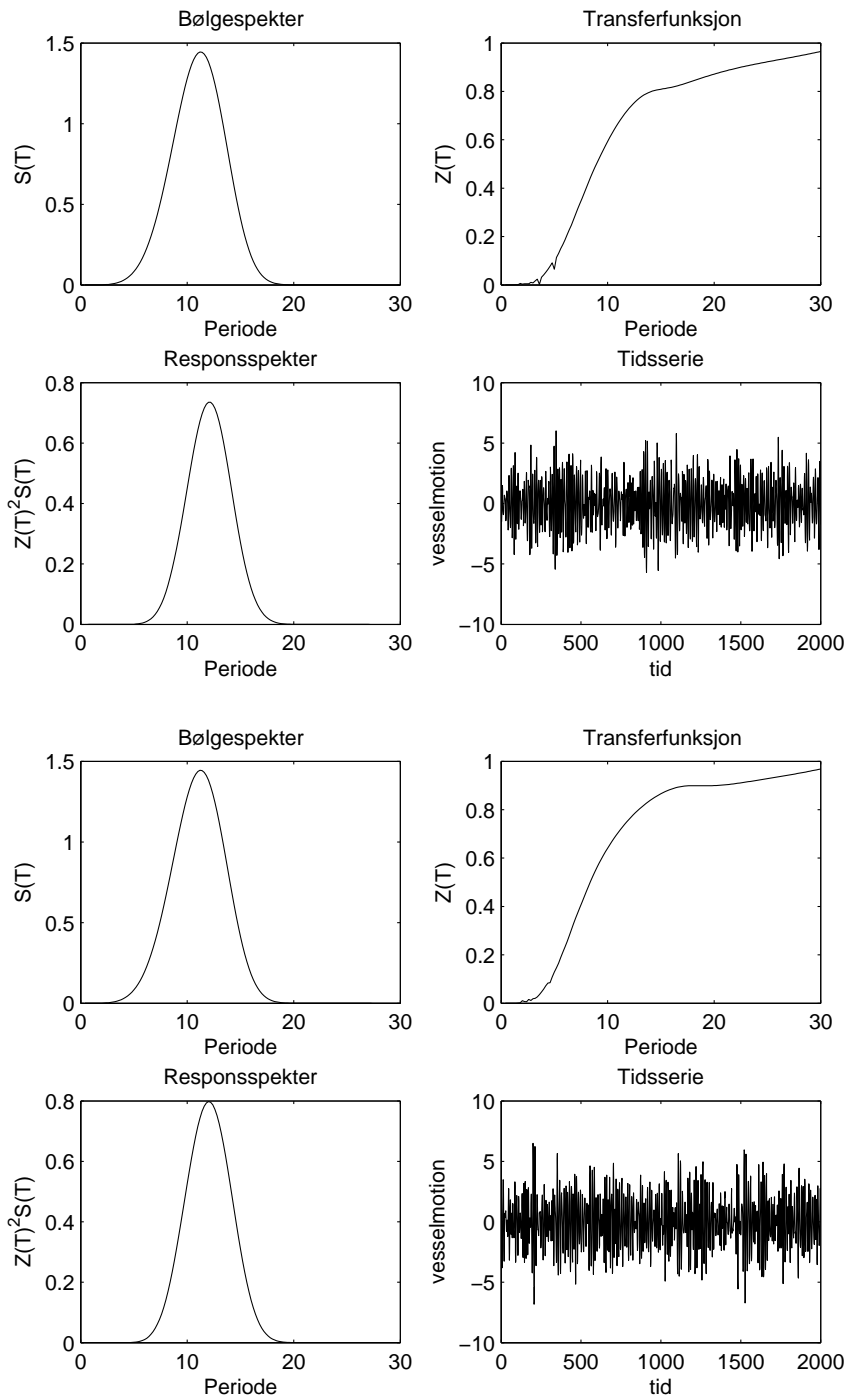


Figur 5.31: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $90^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 1m, nullkryssingsperiode: 12s





Figur 5.32: Øverst: FPSO. Nederst: Tankship. Frihetsgrad: jag, bølgeretning:  $90^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 3m, nullkryssingsperiode: 4s



Figur 5.33: Øverst: FPSO. Nederst: Tankskip. Frihetsgrad: jag, bølgerkning:  $90^\circ$ , signifikant bølgehøyde: 3m, nullkryssingsperiode: 8s