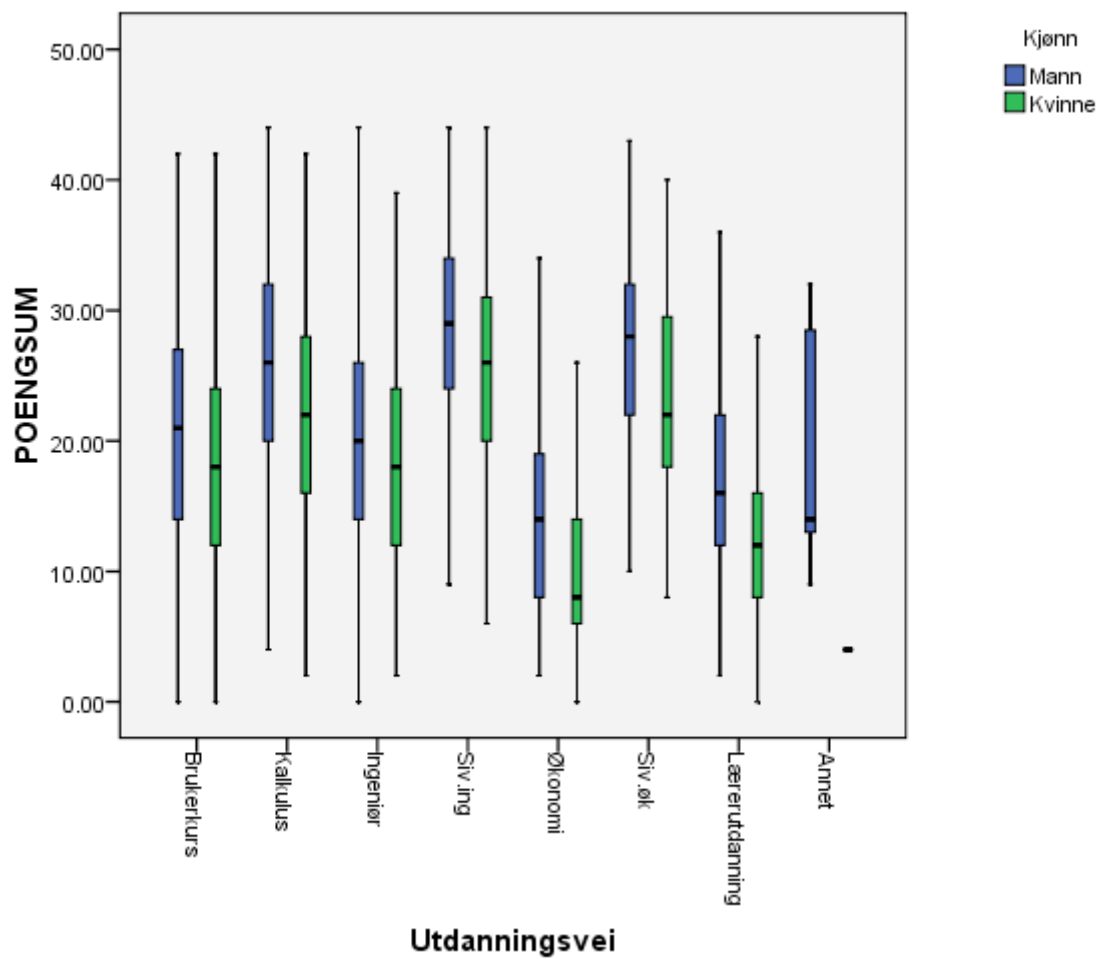


Norsk matematikkråds forkunnskapstest 2009

Guri A. Nortvedt*, Georg Elvebakk** og Tom Lindstrøm*

*Universitetet i Oslo og **Universitetet i Tromsø



Norsk matematikkråd
<http://matematikkradet.no/>
styret@matematikkradet.no

ISSN: 0806-2439, nummer 12, 2010
Oslo/ Tromsø

© Norsk matematikkråd 2010

Materialet i denne publikasjonen er omfattet av åndsverklovens bestemmelser. Uten særskilt samtykke med matematikkrådet v styret er eksemplarframstilling og tilgjengeliggjøring kun tillatt i den utstrekning det er hjemlet i lov eller tillatt gjennom avtale med Kopinor, interesseorgan for rettighetshavere til åndsverk. Fremstilling til eget bruk er dog tillatt.

INNHold

1. Innledning	5
1.1 Gjennomføringen av 2009-undersøkelsen	5
1.2 Resultatene fra 2009	6
2. Metode	8
2.1 Utvalget	8
2.2 Testen	10
2.3 Gjennomføring	10
2.4 Prosedyrer	11
3. Resultater	12
3.1 Hvor dyktige er begynnerstudentene i 2009?	12
3.2 Totalresultat og kjønn	15
3.3 Totalresultat og alder	17
3.4 Totalresultat og studievalg	18
3.5 Totalresultat og bakgrunn	22
3.6 Ingeniørstudentene	26
3.7 Totalresultat og kalkulatorbruk	27
4. Resultater for grupper av oppgaver	33
4.1 Ankeroppgaver – oppgaver som har vært med siden 1984	33
4.2 Grupper av oppgaver	35
4.3 Hvordan går det med ”Dahl skole”?	39
5. Avsluttende kommentarer	41
Referanser	42
Vedlegg 1: Teknisk rapport	43

1. Innledning

Siden 1984 har Norsk matematikkråd jevnlig gjennomført en forkunnskapstest i matematikk ved norske universiteter og høyskoler. Fra 2001 har testen vært gitt annethvert år og med uendrede oppgaver. En kjerne av oppgaver som har vært med siden starten, gjør det imidlertid til en viss grad mulig å sammenligne resultatene tilbake til 1980-tallet. Det finnes ingen annen undersøkelse som følger utviklingen av norske elevers ferdigheter i matematikk over en tilsvarende periode.

Sammenligning over tid og mellom ulike studentgrupper er vanskelig. Siden Matematikkrådets test konsentrerer seg om basiskunnskaper på ungdomsskolenivå og gis til begynnerstudenter i det øyeblikket de starter sine universitets- eller høyskolestudier, bør ikke faglige endringer i læreplaner og kursoppsett spille noen vesentlig rolle for resultatene. Derimot er det to andre faktorer som gjør direkte sammenligning vanskelig. Den første er at sammensetningen av studentgruppen har endret seg over tid — i de første undersøkelsene var det en større prosentdel studenter fra de virkelige ”matematikktunge” studiene (sivilingeniører, realister) enn det har vært senere. Den andre grunnen er at lommeregneren har endret matematikkfaget siden 1984, og at det derfor ikke er overraskende at dagens studenter gjør det dårligere på en lommeregnerfri test enn det tilsvarende studentgrupper gjorde for nesten 30 år siden. Likevel er det grunn til bekymring. Den beste gruppen på 2009-undersøkelsen skårer klart under gjennomsnittet fra 1984, og enkelte studentgrupper har resultater som er direkte foruroligende: Man forventer at lærere og økonomer skal ha et aktivt og trygt forhold til tall og talloperasjoner, men både lærerstudenter og økonomistudenter har i gjennomsnitt løst under 1/3 av oppgavene på testen korrekt.

Som allerede nevnt, er ikke Matematikkrådets test en generell matematikkundersøkelse, men konsentrerer seg om basiskunnskaper og basisferdigheter som dekkes av den obligatoriske matematikkundervisningen i norsk grunnskole. Testen gjennomføres uten bruk av lommeregner og andre hjelpemidler. Temaene som undersøkes er:

- regneferdighet
- tall- og figurforståelse
- algebraforståelse
- vurdering av tallstørrelser
- analytisk evne
- kombinasjonsevne

Undersøkelsen representerer ikke en test av den enkelte student og heller ikke en evaluering av de ulike høyskoler eller universiteter. Det er bare deler av kunnskapsnivået hos dem som begynner på matematikkrevende studier som testes.

1.1 Gjennomføringen av 2009-undersøkelsen

Deltagelsen i de siste undersøkelsene har vært svært god, men dessverre var det denne gang en nedgang fra 7389 respondenter i 2007 til 5551 respondenter i 2009. Nedgangen har flere årsaker, blant annet at undersøkelsen var dårligere varslet i 2009 enn tidligere år, og at en del utdanninger har flyttet sin matematikkundervisning fra første til annet studieår og dermed ikke lenger oppfatter sine matematikkstudenter som ”begynnerstudenter”. Tilbakegangen er spesielt stor innenfor utdanningsveiene ”økonomi” og ”ingeniør”. I noen tilfeller er det viktig

å ta hensyn til disse endringene i studentsammensetning når man tolker resultatene fra undersøkelsen. Samlet fra 1982 til 2009 har Norsk matematikkråds tolv undersøkelser hatt 55148 respondenter.

Vi har brukt de samme parametrene for undersøkelsen i 2009 som tidligere år:

- kjønn
- alder
- utdanningsvei (se nedenfor)
- bakgrunn fra videregående skole
- kalkulatorbruk

Ved de siste gjennomføringene har også parameteren ”holdning til matematikk” vært brukt. Denne er ikke brukt ved analysen av 2009-dataene.

På grunn av endringer i studietilbud og utdanningsmønster har vi valgt å forenkle parameteren ”utdanningsvei” i forhold til tidligere undersøkelser. Studentene er i år blitt delt inn i følgende grupper:

Brukerkurs: Dette er typisk innføringskurs ved universitetene for studenter som ønsker å spesialisere seg i de mindre matematikkrevende realfagene. Kursene bygger som regel på R1 eller kombinasjonen S1-S2 fra videregående skole.

Kalkulus: Dette er typisk innføringskurs ved universitetene for studenter som ønsker å spesialisere seg i de mer matematikkrevende realfagene. Kursene bygger som regel på R2 fra videregående skole.

Ingeniør: Begynnerkurs ved ingeniørhøgskolene.

Sivilingeniør: Begynnerkurs ved sivilingeniørutdanninger (vi har valgt å beholde den gamle betegnelsen).

Økonomi: Dette er typisk innføringskurs i matematikk ved høyskolenes bachelor-utdanninger i økonomi og administrasjon.

Siviløkonom: Innføringskurs i matematikk ved siviløkonomutdanninger.

Lærerutdanning: Innføringskurs i matematikk ved allmennlærerutdanninger.

Som det er redegjort for i metodekapitlet, er det 8 studenter i årets undersøkelse som ikke faller naturlig inn i oppdelingen ovenfor. Det er også noen tilfeller der studenter tar samme kurs (og dermed ikke lar seg skille) til tross for at de tilhører ulike kategorier.

1.2 Resultatene fra 2009

Resultatene i 2009 er sammenlignbare med de andre resultatene fra 2000-tallet. Riktignok er gjennomsnittskåren gått opp fra 47,1% i 2007 til 48,6% i 2009, men den lille økningen er ikke statistisk signifikant og kan godt skyldes endringer i sammensetningen av studentgruppen. Det er heller ikke store endringer innenfor de enkelte utdanningsveiene — noen studentgrupper går litt opp, mens andre går litt ned. Den største oppgangen har vi i

kategoriene lærerutdanning og brukerkurs, mens den største nedgangen er innenfor økonomiske fag, både siviløkonomutdanninger og (særlig) de økonomiske/administrative utdanningene. For den siste gruppen skal det imidlertid legges til at antall respondenter har sunket drastisk fra 1009 i 2007 til 275 i 2009, og at det er umulig å si i hvilken grad nedgangen skyldes endringer i studentsammensetning og i hvilken grad den skyldes en reell tilbakegang. Vi understreker nok en gang at endringene innenfor utdanningsgruppene er så små at man bør være ytterst forsiktig med tolkningene.

Siden resultatene fra de siste årene ligger såpass stabilt har vi i denne undersøkelsen valgt å konsentrere mye av diskusjonen rundt andre temaer enn tidsutviklingen. Det er spesielt to temaer som peker seg ut: sammenhengen mellom resultater og kalkulatorbruk og sammenhengen mellom resultater og kjønn.

Undersøkelsen viser entydig at de studentene som bruker kalkulatoren minst, har best resultater. Det er kanskje ikke rart at en kalkulatorfri test favoriserer studenter som til daglig bruker kalkulatoren lite, men forskjellene er så store at det er naturlig å stille et spørsmål ved kalkulatorbruken i norske skoler: Brukes kalkulatoren som et hjelpemiddel til bedre å lære matematikk, eller bidrar den isteden til å gi elevene et fjernere forhold til tall og regneoperasjoner? Testresultatene viser at mange studenter har store problemer med å veksle mellom forskjellige tallrepresentasjoner (f.eks. brøker og desimaltall), og at de har vanskeligheter med å utføre fundamentale regneoperasjoner uten kalkulator selv når tallene er enkle.

Undersøkelsen viser også at menn gjør det signifikant bedre på testen enn kvinner. Av en totalskår på 44 poeng har menn i gjennomsnitt 23,28 poeng mens kvinner har 18,24 poeng. Disse tallene er imidlertid misvisende fordi kvinner er overrepresentert på de utdanningene som gjør det svakt på testen, og underrepresentert på de utdanningene som gjør det godt. Dette gjenspeiler at kvinnene som tar testen i gjennomsnitt har svakere matematikkbakgrunn enn mennene. Det som er mer foruroligende, er at kjønnsforskjellen fortsatt er betydelig når vi bryter resultatene ned på utdanningsveier — med unntak av ingeniørutdanningene der forskjellen er liten, skårer menn gjennomgående bedre enn kvinner i hver eneste utdanningskategori. De klare kjønnsforskjellene er svært overraskende fordi andre undersøkelser peker i motsatt retning. En gjennomgang ved Universitetet i Oslo for noen år siden viste f.eks. at kvinnelige kalkulusstudenter gjorde det litt bedre enn sine mannlige kolleger til eksamen med lavere strykprosent og noe bedre gjennomsnittskaraktter. Man kan selvfølgelig tolke disse resultatene som positive for kvinnene i den forstand at de gjør det bedre til eksamen til tross for at de har dårligere forkunnskaper, men en slik tolkning er sannsynligvis for enkel — all erfaring tyder på at kvinner som søker til matematikkrevende utdanninger, heller har bedre enn dårligere skolerresultater enn menn på samme utdanning. I karakterstatistikk offentliggjort av Utdanningsdirektoratet fremgår det at kvinner gjennomgående har fått høyere karakterer enn menn på fordypningskurs i matematikk de siste årene (Utdanningsdirektoratet, 2010a; 2010b).

Kanskje gjenspeiler de sprikende resultatene at menn og kvinner har forskjellige holdninger til og erfaringer med matematikk i skole og dagligliv. Dette er imidlertid bare spekulasjoner som resultatene på matematikkrådets forkunnskapstest ikke kan gi svar på, til det trengs annen forskning.

2. Metode

Norsk matematikkråds forkunnskapstest er en undersøkelse der man vurderer studentenes forkunnskaper i matematikk.

Før semesterstart H09 ble forespørsel om deltagelse i årets forkunnskapstest sendt til samtlige høyskoler og universitet med ”matematikk-krevende studier”. Som et matematikk-krevende studium regnes utdanninger der studentene leser matematikk¹ tilsvarende minst ett års studium. Typiske studietilbud med et slik matematikkomfang er lærer-, ingeniør-, og økonomiutdanninger samt realfagsutdanninger.

Hver institusjon fikk tilsendt testen, instruks for gjennomføring og rapportering samt et regneark for rapportering av resultater. Institusjonene har selv mangfoldiggjort og gjennomført testen samt sørget for å skåre og rapportere besvarelser for sine studenter. Frist for rapportering var satt til 15. september, men ble siden forlenget til medio oktober.

Institusjonene gjennomførte undersøkelsen i en av de første undervisningstimene studentene hadde i høstsemesteret 2009. Undersøkelsen er gjort med studenter i første studieår.

2.1 Utvalget

Totalt har 16 institusjoner sendte inn resultater for 5551 studenter², fordelt på 3055 universitetsstudenter og 2495 høyskolestudenter. Det er en overvekt av mannlige studenter i utvalget, med 3461 menn og 2074 kvinner.

Tabell 1. Fordeling av begynnerstudenter på de ulike institusjonene

Institusjon	Menn	Kvinner	Totalt
15	9	12	21
13	34	4	38
11	25	52	77
20	25	69	94
6	50	56	106
12	73	37	110
18	128	28	156
14	126	32	158
4	121	78	199
9	61	149	210
17	103	124	227
7	193	39	232
10	200	155	355
5	212	159	371
8	320	114	434
2	330	183	513
16	360	262	622
3	1091	521	1612
N	3461	2074	5535

Note: 15 studenter har ikke oppgitt kjønn

¹ Med matematikk forstås her også matematikdidaktikk.

² En student er tatt ut av utvalget da vedkommende er masterstudent.

Antall studenter ved den enkelte institusjon varierer sterkt, fra 21 studenter ved den minste enheten til over 1600 ved den største. Andelen kvinner og menn på de enkelte institusjonene varierer også, med en overvekt av menn på de fleste institusjonene. Kun ved seks av de (relativt sett) mindre institusjonene er det en overvekt av kvinner som har deltatt i undersøkelsen.

Tabell 2. Fordeling av begynnerstudenter med på universitet og høyskole

	Kjønn		Totalt
	Mann	Kvinne	
Universitetet	1870	1173	3054
Høgskole	1591	901	2492
Totalt	3461	2074	5535

Tabell 3. Fordeling av studenter på de ulike begynnerkurs/ utdanningsveier

Utdanningsvei	Antall studenter	Mann	Kvinne	%
Brukerkurs ³	954	533	413	17
Kalkulus	678	466	210	12
Ingeniør	1195	996	197	22
Siv.ing	1238	874	362	22
Økonomi	275	150	125	5
Siv.øk	355	200	155	6
Lærerutdanning	847	235	611	15
Annet	8	7	1	0
N	5550	3461	2074	99

Fordelingen av studenter på de ulike begynnerkursene/ utdanningsveiene fremgår av tabell 3. Matematikkrådet har ved analysen av årets undersøkelse valgt å redusere antall kategorier av begynnerkurs for på denne måten å forenkle sammenligningene.

Beskrivelsen "brukerkurs" brukes på matematikkurs som tilsvarer kursene universitetene tradisjonelt har tilbudt studenter som skal anvende matematikk i sine kurs, som for eksempel biologistudenter. Dette kurset er mindre teoretisk enn kalkuluskurset som tradisjonelt tilbys til studenter som skal fordype seg i matematiske og fysiske fag. Disse kursene tilbys i dag også ved enkelte høyskoler. Ingeniørbetegnelsen er brukt for alle begynnerkurs i matematikk gitt i ingeniørutdanningene, tilsvarende klassifisering er gjort for begynnerkurs i matematikk på sivilingeniør-utdanning. En tilsvarende todeling er også gjort for økonomifagene.

Et av kursene som ble gitt høsten 2009 lot seg ikke plassere i en av de syv kategoriene. Dette kurset hadde kun åtte begynnerstudenter. Disse studentene er tatt med i alle sammenligninger der man ser på det samlede utvalget, og der sammenligninger gjøres på bakgrunn av andre variabler enn utdanningsvei. Når sammenligninger er gjort på grunnlag av utdanningsvei, er disse studentene holdt utenom.

Den største andelen av studenter i utvalget er i alderen 17 – 20. Disse studentene begynner i høyere utdanning direkte eller kort tid etter fullført videregående utdanning. Dersom

³ 43 studenter går på et kombinert kurs, der noen av studentene tar brukerkurs og noen kalkulus. Disse studentene lar seg ikke skille fra hverandre, og i den videre databehandlingen er de alle lagt i gruppen brukerkurs.

studentene er eldre, er det svært sannsynlig at de er mellom 21 og 25 år. Kun en liten andel av studentene er eldre enn 25 år, færre enn 10 % av utvalget er 26 år eller eldre. I alle gruppene unntatt den lille gruppen av studenter på 36 år og eldre, er det en skjev fordeling av kvinner og menn, det vil si en hovedvekt av menn.

Tabell 4. Aldersfordeling i utvalget

Aldersgruppe	Mann	Kvinne	Totalt	%
17 – 20	1897	1256	3153	57
21 – 25	1225	590	1815	33
26 – 35	258	149	407	7
36 eller eldre	68	71	139	3
N	3448	2066	5514	100

Note: Enkelte studenter har unnlatt å oppgi enten alder eller kjønn

2.2 Testen

Testen som ble brukt i 2009 er identisk med den testen som er brukt ved de siste gjennomføringene av matematikkrådets forkunnskapstest. Alle studentene ble bedt om å oppgi bakgrunnsdata som kjønn, alder og nivå på forutdanning. I tillegg ble studentene bedt om å besvare spørsmål om kalkulatorbruk og holdninger til matematikk før de løste oppgavene i testen. Selve testen bestod av 22 delspørsmål (items) fordelt på 16 oppgaver.

Hvert delspørsmål er vektet med to poeng. Maksimal poengsum er 44 poeng. For enkelte oppgaver er delskår, ett poeng, gitt for enkelte på forhånd definerte feilsvar. Skåring av delspørsmål er utført av institusjonene i henhold til en utlevert skåringsguide. Institusjonene har rapportert svar på hver deloppgave for hver enkelt student i et regneark.

2.3 Gjennomføring

Hver institusjon har utpekt en ansvarlig person for gjennomføring og rapportering av resultater. Vedkommende har enten stått for alt arbeidet selv, eller tilrettelagt for at tilsatte ved institusjonen gjennomførte og rapporterte resultater for sine studenter. Ved gjennomføring av testen ble studentene gjort oppmerksomme på at undersøkelsen er anonym og at resultater ikke kan tilbakeføres til den enkelte student eller institusjon. Det ble presisert at hensikten med testen er å gi et bilde av nivået på forkunnskaper hos begynnerstudenter på matematikkrevende studier, på et nasjonalt nivå.

Resultatene ble sendt per e-post til matematikkrådets leder. Rådet har samlet resultatene fra alle institusjonene i en database. Ved gjennomgang av det innsendte materialet er enkelte feilrapporteringer oppdaget. For flere av de 22 delspørsmålene har enkelte studenter oppnådd 1 poeng for oppgaver som gir 0 eller 2 poeng. I disse tilfellene er delskår rettet til 0 poeng. For de aller fleste delspørsmålene dreier dette seg om mellom 0 og 5 studenter. For delspørsmål 2c dreier det seg om 16 studenter og for delspørsmål 7 om 20 studenter. Enkelte andre registreringsfeil ble også oppdaget der ugyldige verdier er registrert (som for eksempel 3 eller 9). Alle slike feilregistreringer er rettet til 0. Totalt dreier dette seg om færre enn ti tilfeller av slike ugyldige registreringer for hele utvalget.

2.4 Prosedyrer

Styret i matematikkrådet har på styremøtet 11. desember 2009 og på bakgrunn av diskusjoner på Norsk matematikkråds årsmøte i september 2009 valgt ut enkelte spørsmål som man ønsker besvart. Disse spørsmålene drøftes innledningsvis i begynnelsen av hvert kapittel. Videre analyser av datamaterialet er diskutert på følgende styremøter i 2010: 5. februar, 9. april og 25. mai. Disse drøftingene har bidratt til å gi retning til analysene som er gjennomført samt utformingen av rapporten.

Analysene som er gjennomført på dataene fra 2009-testen er i hovedsak sammenligninger av gjennomsnitt for ulike grupper. Gjennomsnitt oppgis med to desimaler og med standardavviket i parentes slik at man enkelt kan sammenligne spredningen i de ulike gruppene. Sammenligninger av to grupper signifikantestet ved hjelp av t-test, for mellom flere enn to grupper gjøres sammenligninger ved hjelp av enveis ANOVA (F-test). Multiple sammenligninger (parvise sammenligninger mellom alle gruppene) gjøres ved hjelp av Scheffè's post hoc test med 5% signifikansnivå. Resultater rapporteres med signifikansnivå i teksten eller ved at grupperinger fremstilles i en egen kolonne i frekvenstabeller der resultater fremstilles.

Det er lagt vekt på å lage så mange grafiske fremstillinger som mulig fremfor å fremstille alle data i frekvenstabeller. Histogram og "box-and-whiskers" brukes for å fremstille forskjeller mellom grupper, linjediagram for å vise utvikling over tid.

De samlekategoriene som er benyttet i tidligere rapporter er også brukt i denne, for å kunne sammenligne med tidligere resultater. Dog bør slike sammenligninger gjøres med varsomhet da sammensetningen av utvalget varierer fra gjennomføring til gjennomføring. Sammenligninger for samlet utvalg ansees som lite problematisk.

3. Resultater

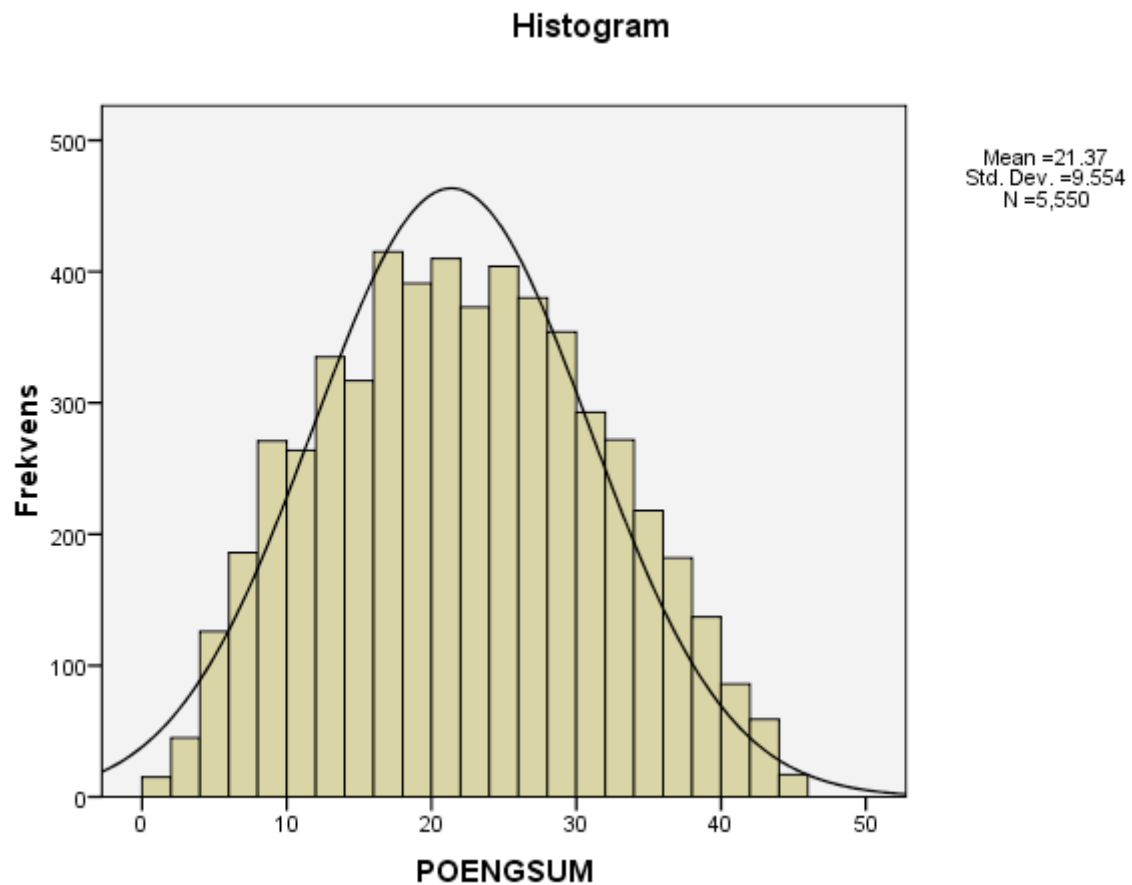
I denne delen av rapporten presenteres resultatene på forkunnskapstesten. Med utgangspunkt i poengsum på testen, diskuteres resultatene for 2009 utvalget sammenlignet med tidligere utvalg. Resultatene brytes så ned på kjønn, alder ved studiestart, studievalg og bakgrunn fra videregående skole. Som nevnt i innledningen vies spesiell oppmerksomhet til mulige sammenhenger mellom kalkulatorbruk og resultater på forkunnskapstesten. Også dette drøftes med utgangspunkt i hele utvalget før utvalget brytes ned i undergrupper.

En håndfull gruppe oppgaver har vært med blant oppgaveutvalget på testen siden første gjennomføring (såkalte ankeroppgaver). Resultater på disse oppgavene brukes til å diskutere en mulig utvikling i nivået på studentenes forkunnskaper. Det er få oppgaver, totalt seks, så man skal være varsom med å trekke bastante slutninger. Samtidig kan en forsiktig sammenligning gi noen indikasjoner om utvikling. Også disse sammenligningene er derfor gjennomført med undergrupper. Her skal man imidlertid være oppmerksom på at variasjon i resultater innenfor enkeltgrupper i stor grad kan skyldes endringer i sammensetningen av utvalget fra gjennomføring til gjennomføring. Spesielt gjelder det grupper der utvalget ved gjennomføringen i 2009 avvek i stor grad fra tidligere utvalg, samt for elever som har to år med matematikk fra videregående skole. Med innføringen av LK06 ble matematikk obligatorisk i både første og andre år i videregående opplæring (Kunnskapsdepartementet og Utdanningsdirektoratet, 2006). En rekke ulike kurs med ulikt omfang og innhold ble utviklet. Det betyr at studenter som oppgir at de har to år med matematikkundervisning fra videregående skole i realiteten har gjennomført svært ulike opplæringsløp.

Resultatdelen avsluttes med en drøfting av oppgaven ”Dahl skole” der sammenligninger gjøres med tidligere år.

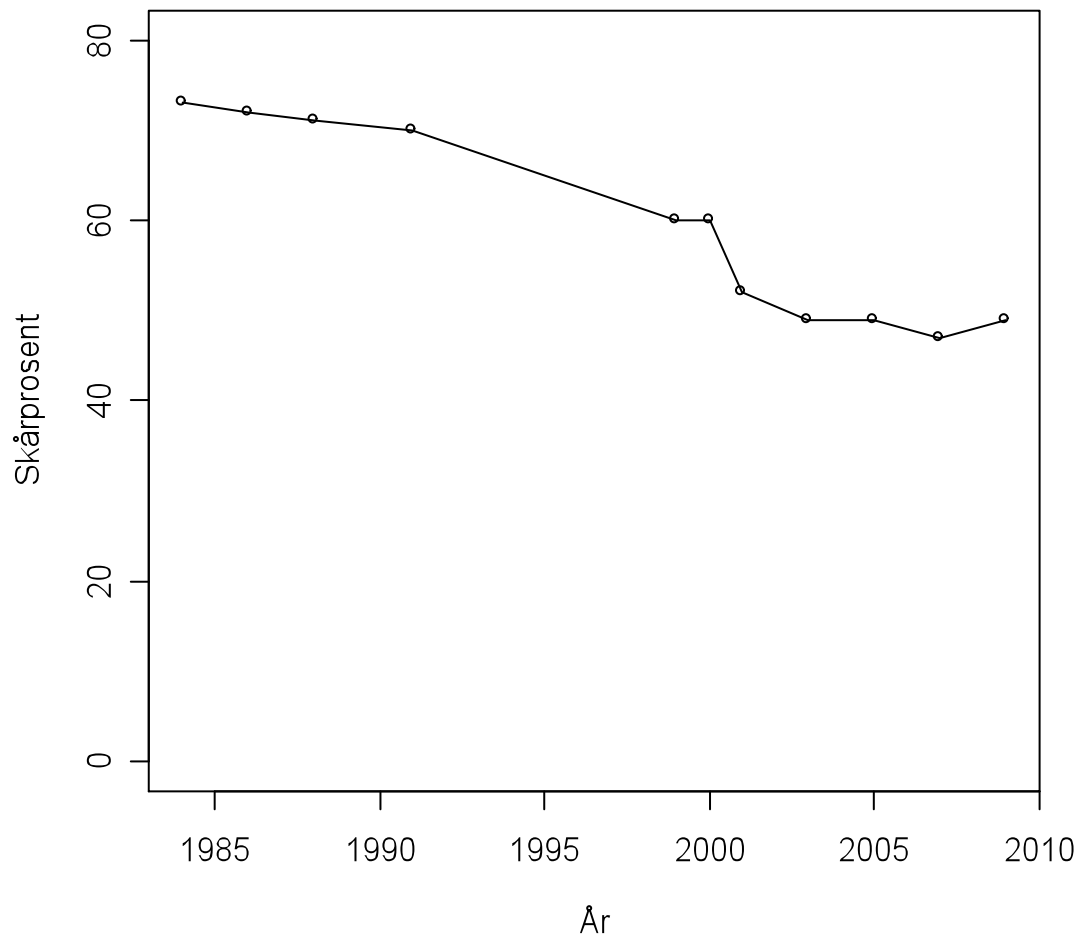
3.1 Hvor dyktige er begynnerstudentene i 2009?

I snitt har begynnerstudentene i 2009 fått 21,37 poeng (9,55) av 44 mulige, det vil si at gjennomsnittsskåren er 48,6 %. Dette betyr at gjennomsnittstudenten i 2009 viser prestasjoner på forkunnskapstesten som ligger på omtrent samme nivå som gjennomsnittstudenten har ligget på ved de siste gjennomføringene av testen. Det er liten endring å se: 2009-studenten skårer omtrent på samme nivå som i 2005-studenten. De siste forkunnskapstestene viste en liten nedgang fra 2005 til 2007, men tilbakegangen fra 2005 til 2007 og framgangen fra 2007 til 2009, som begge er omtrent 1,5 %, er så liten at den ikke kan sies å være signifikant. Grovt sett kan en si at nivået på forkunnskaper hos norske begynnerstudenter på matematikkunde studier, slik det fremkommer på forkunnskapstesten, har vært stabilt de siste årene. Her må det imidlertid tas forebehold om at sammensetningen av utvalget varierer en del fra undersøkelse til undersøkelse.



Figur 1. Fordeling av studentene med hensyn til poengsum

Figur 1 viser fordelingen av studentenes skår. Matematikkrådet gjennomførte den første forkunnskapstesten i 1984. Siden har testen vært gjennomført en rekke ganger. I 2000 foretok styret en revidering av testen, og testen fikk den utformingen den har i dag. I figur 2 fremstilles resultatene til norske begynnerstudenter fra 1985 og frem til og med 2009. Tilsynelatende har begynnerstudentene på 2000-tallet svakere forkunnskaper enn studentene hadde i 1984. Etter en markant nedgang har kurven flatet ut de siste årene. Det skal imidlertid bemerkes at studentkullet varierer fra år til år, både med hensyn til hvor mange studenter som begynner i høyere utdanning og med hensyn til hvilke studieveier som er attraktive førstevalg for begynnerstudentene. Det har også vært store variasjoner i utvalget som har besvart matematikkrådets forkunnskapstest de ulike årene. Allikevel vil vi holde frem at nivået de siste årene er lavere enn det var på åttitallet. Samtidig ser det ut til at nivået har vært stabilt de siste årene.



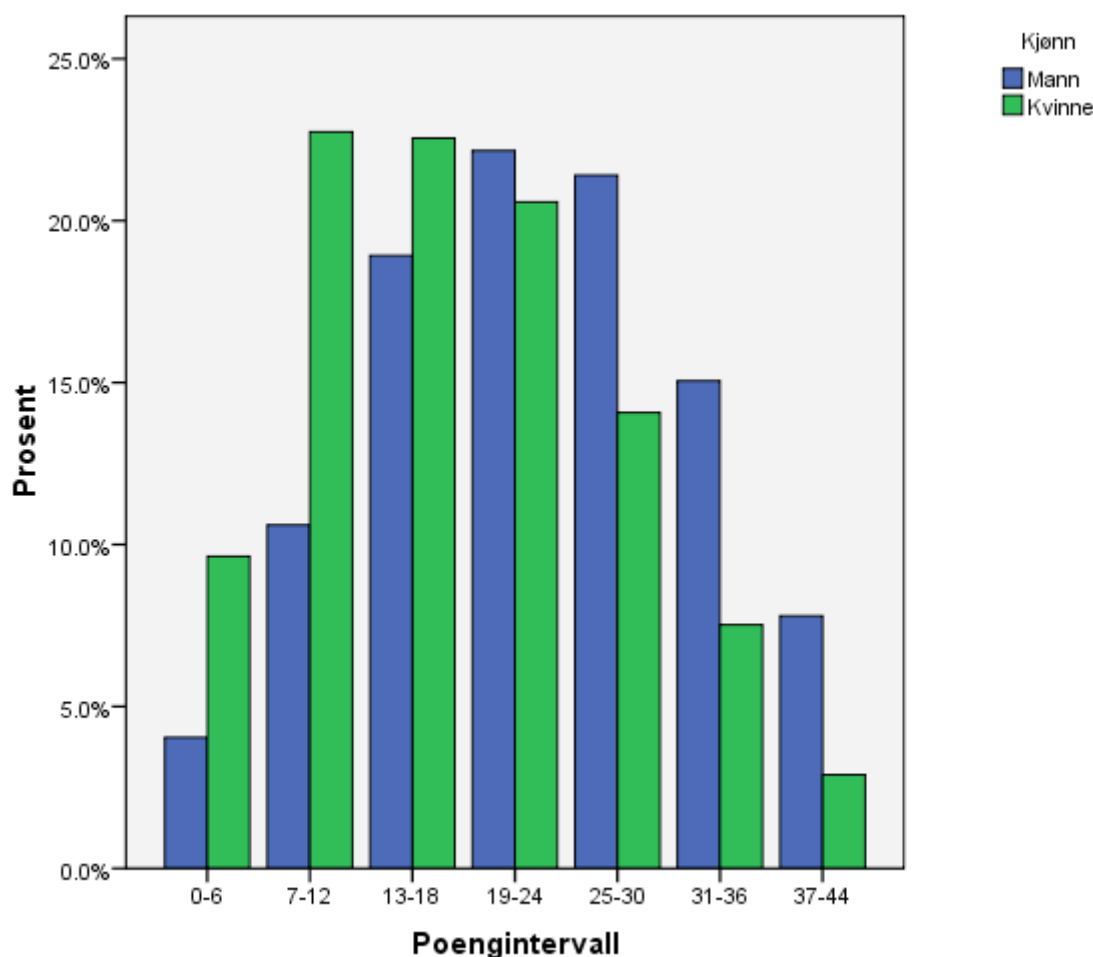
Figur 2. Utvikling av forkunnskaper i matematikk

Høsten 2009 begynte det første kullet som hadde fullført videregående skole etter KL06. Resultatene på forkunnskapstesten tyder på at man ikke kan se noen umiddelbar effekt av den nye læreplanen. Her skal vi imidlertid ta forebehold. Utvalget av studenter som har besvart matematikkrådestesten består av både studenter som har fulgt gamle og ny læreplan, det er mulig at en eventuell effekt først vil være synlig når større del av studentene har fulgt ny læreplan. Det kan også være at eventuelle endringer ikke fanges opp av oppgaveutvalget i testen. Effekter av ny læreplan kan dermed ikke utelukkes på grunnlag av resultatene av forkunnskapstesten.

3.2 Totalresultat og kjønn

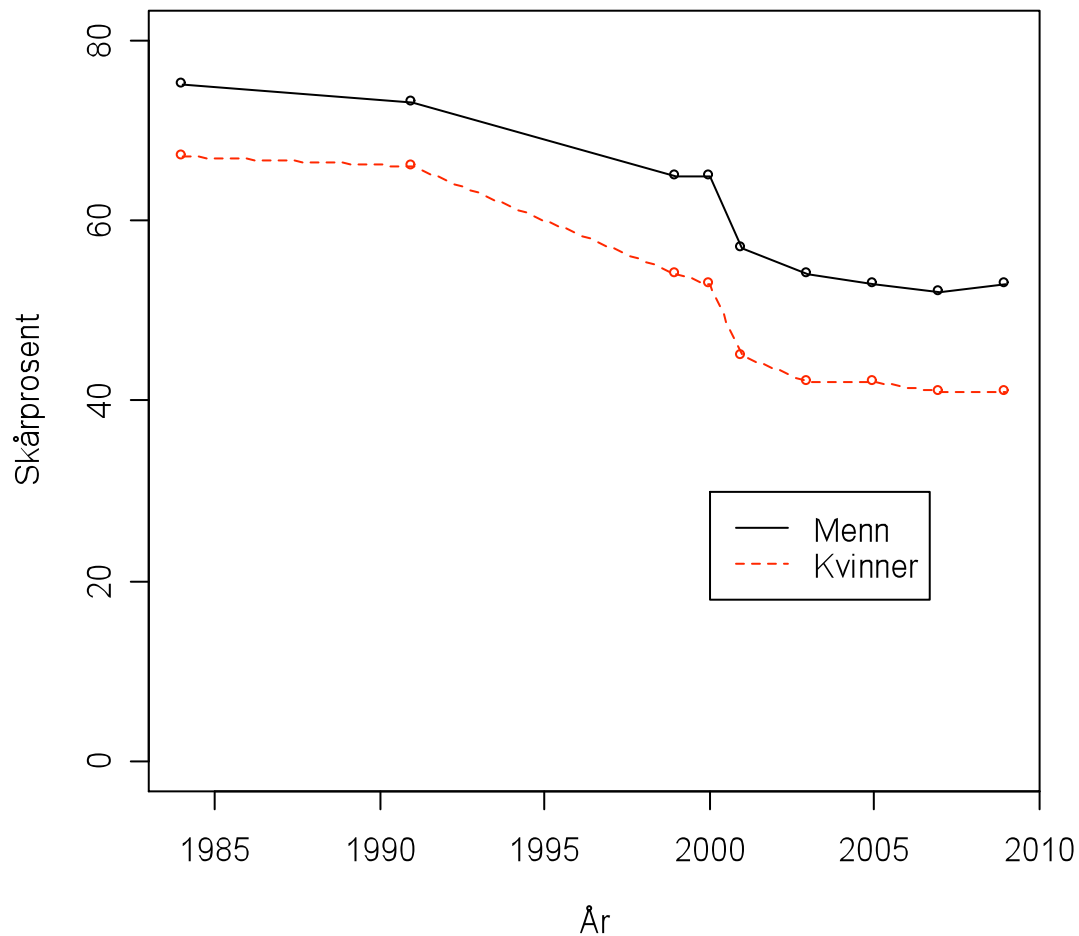
De mannlige begynnerstudentene skårer signifikant bedre enn de kvinnelige på matematikkrådets forkunnskapstest 2009, $t = 19,70$ ($p < 0,001$). Mens de mannlige studentene i utvalget i gjennomsnitt skårer 23,28 poeng (9,30) eller 53 %, skårer de kvinnelige studentene i gjennomsnitt 18,24 poeng (9,07) eller 41 %. Denne forskjellen er på størrelse med forskjellen mellom kvinner og menn ved gjennomføringen av forkunnskapstesten i 2007, det vil si at forskjellen er omtrent et halv standardavvik (i forhold til spredningen i skårer i populasjonen). Dette er en relativt stor forskjell.

Figur 3 viser spredningen på skårene til kvinner og menn. Vi kan se at fordelingen av studenter med hensyn på poengintervall er svært ulik for de to kjønnene. Mens en overvekt av mannlige studenter skårer mellom 13 og 30 poeng, skårer hoveddelen av de kvinnelige studentene mellom 7 og 24 poeng.



Figur 3. Fordeling av mannlige og kvinnelige studenter ut fra poengsum

Forskjellen i forkunnskaper slik de måles med matematikkrådets test har vært relativt stabil i hele perioden fra 1984 og frem til og med 2009. I hele dette tidsperioden har mannlige studenter hatt høyere gjennomsnittsskår enn de kvinnelige. Utviklinga over tid er vist i figur 4. Det fremgår av grafen at nivået, både for mannlige og kvinnelige begynnerstudenter, har stabilisert seg de siste årene.



Figur 4. Utvikling av forkunnskaper mannlige og kvinnelige studenter.

Den stabile forskjellen mellom mannlige og kvinnelige studenter kan kanskje skyldes at mannlige og kvinnelige studenter velger ulike studieveier og til en viss grad har ulik bakgrunn med hensyn til hvor mye matematikkundervisning som er fullført i videregående skole (se ”Totalresultat og bakgrunn”).

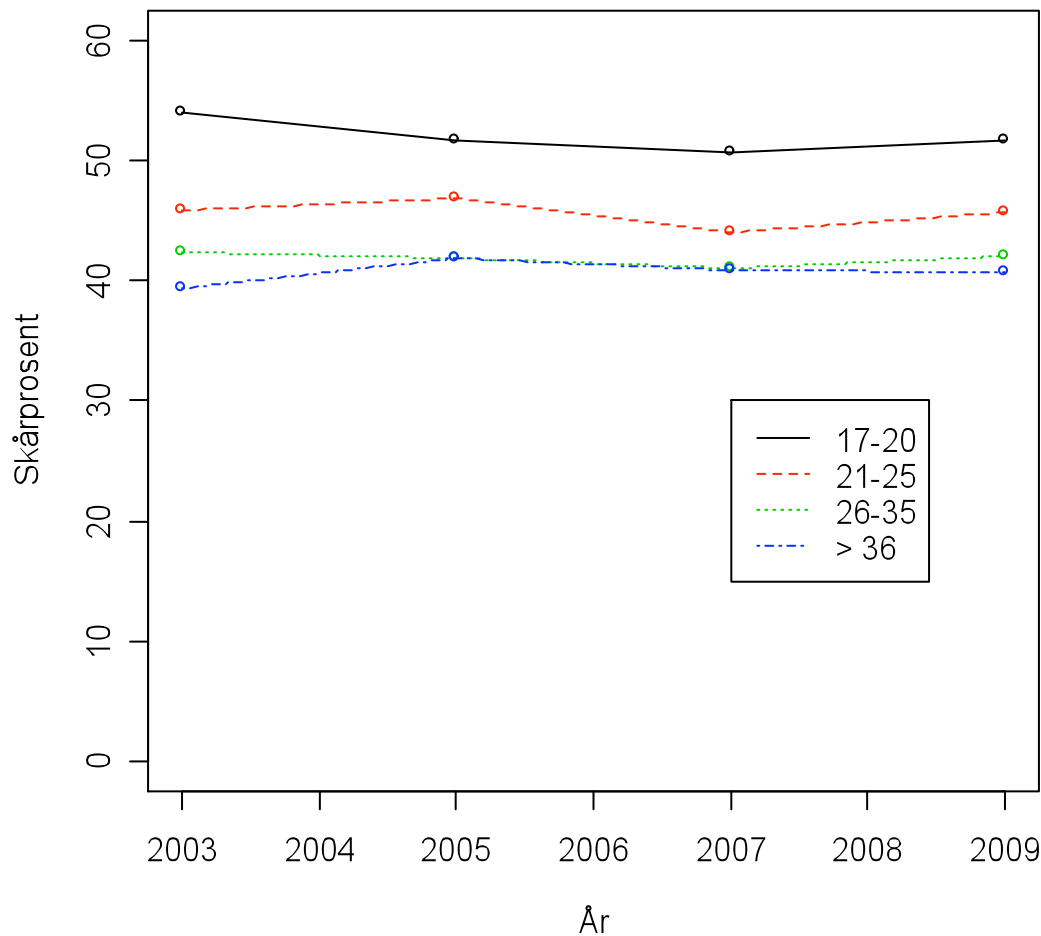
3.3 Totalresultat og alder

Dersom vi sammenligner de ulike aldersgruppene, ser vi at de yngre studentene skårer høyere enn de eldre. Sammenlikning av gruppene viser at det er statistisk signifikante forskjeller, $F(3,5517) = 51.49$ ($p < 0,001$) mellom aldersgruppene. En multippel sammenlikning viser at studentene i aldersgruppen 17 til 20 er signifikant bedre enn alle de tre andre aldersgruppene, og studentene i gruppen 21 til 25 er signifikant bedre enn dem som er over 36. Vi kan derfor si at yngre begynnerstudenter presterer bedre med hensyn til forkunnskaper enn eldre begynnerstudenter.

Tabell 5. Gjennomsnittelig poengsum for ulike aldersgrupper

Alder	N	Gjennomsnitt	Standard- avvik	Grupperinger	
17 - 20	3156	22,71	9,44	1	
21 - 25	1818	20,06	9,27	2	
26 - 35	409	18,55	9,60	2	3
> 36	139	17,94	9,71	3	
Totalt	5522	21,41	9,53		

Det fremgår av figur 5 at nivået på forkunnskaper slik disse måles med forkunnskapstesten, har vært stabilt for alle aldersgruppene ved de siste gjennomføringene av testen. De yngste studentene har vist høyest forkunnskaper i hele perioden fra og med 2003. Deretter følger de nest yngste, mens det bare er små forskjeller mellom de to eldste gruppene.



Figur 5. Utvikling av forkunnskaper hos de ulike aldersgruppene.

3.4 Totalresultat og studievalg

Studentene søker seg inn på de ulike studieveiene på bakgrunn av karakterer fra videregående skole. Av resultatene ser vi at vi kan finne store forskjeller i forkunnskaper mellom studenter som har valgt ulike studieveier. Mens studenter som har begynt på et universitetsstudium i gjennomsnitt får 23,68 poeng (9,31), det vil si 54%, får høskolestudentene i gjennomsnitt 18,54 poeng (9,08), det vil si 34%. Denne forskjellen er signifikant, $t = 20,67$ ($p < .001$). I størrelse er forskjellen drøyt et halvt standardavvik. Det vil si at forskjellen mellom studentene som har begynt på et universitetsstudium og et høskolestudium er av samme størrelse som kjønnsforskjellene.

Det skal imidlertid bemerkes at enkelte av studentene som begynner på et høskolestudium begynner på et studium som fører frem til mastergrad, og at forskjellene mellom studentene er mer nyanserte enn det forskjellen mellom universitets- og høskolestudenter kan tyde på.

Dersom vi sammenlikner resultatene til studentene ut i fra hvilken studievei de har begynt på, viser en variansanalyse at gruppene skiller seg klart fra hverandre, $F(6,5535) = 321,22$ ($p <$

0,001). Her er studentene som har svart "Annet" unntatt fra analysen. Ved nærmere undersøkelse ser det ut som studentene deler seg i tre hovedgrupper: De som gjør det best er sivilingeniør-, siviløkonom- eller kalkulusstudenter, de nest beste er ingeniør- eller brukerkursstudenter, mens de to gruppene som skårer svakest er lærer- og økonomistudenter. Dette mønsteret bekreftes av den statistisk multiple sammenlikningen (for gruppering, se tabell 6), her fremgår det i tillegg at sivilingeniørstudentene skårer signifikant bedre enn de andre gruppene.

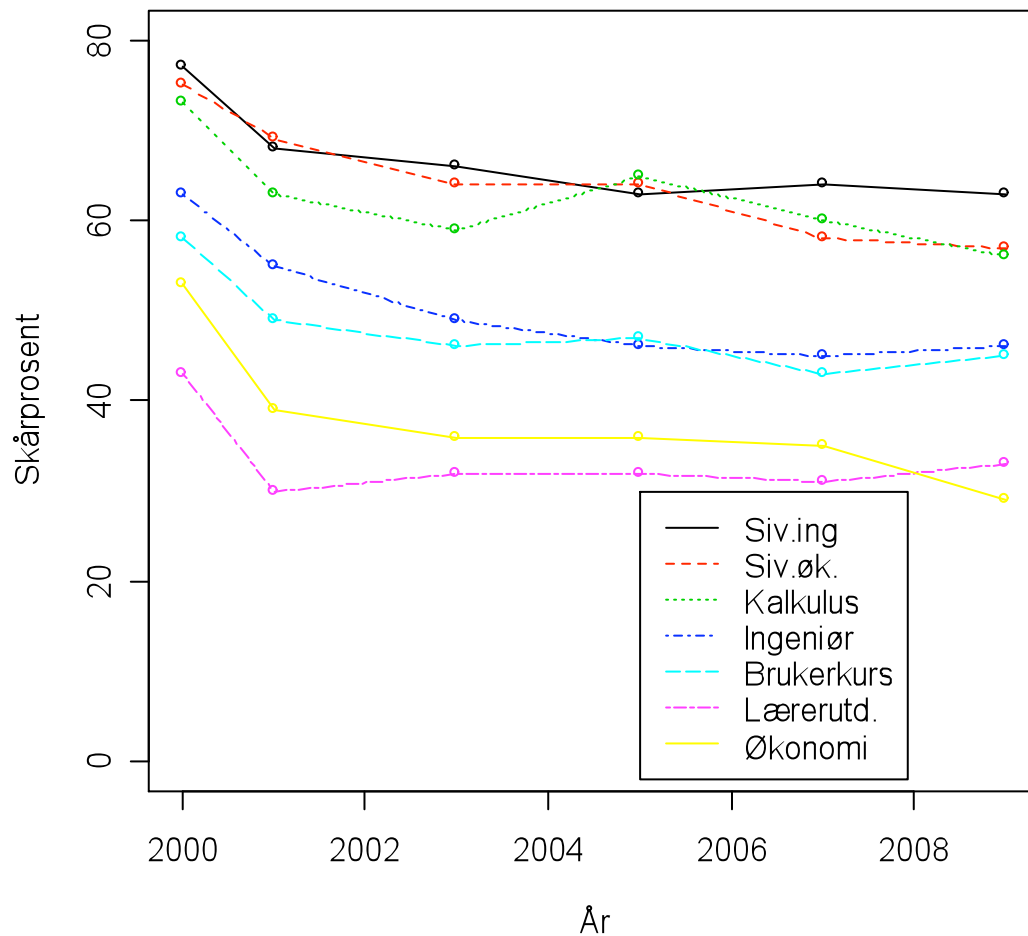
Fra tidligere forkunnskapstester vet vi at studentene som begynner på brukerkurs har svakere forkunnskaper enn kalkulusstudentene, at ingeniørstudentene har svakere forkunnskaper enn studentene som begynner på et sivilingeniørstudium, og at økonomistudentene har svakere forkunnskaper enn siviløkonomstudentene. Disse mønstrene er tydelige også i resultatene fra 2009-testen.

Tabell 6. Gjennomsnittskår for de ulike studieveiene

Utdanningsvei	N	Gjennomsnitt	Standard- avvik	Grupperinger
Siv.ing	1238	27,75	7,83	1
Siv.øk.	355	25,01	7,79	2
Kalkulus	678	24,80	8,66	2
Ingeniør	1195	20,12	8,74	3
Brukerkurs	954	19,59	8,89	3
Lærerutdanning	847	14,31	7,25	4
Økonomi	275	12,90	7,78	4
Annet	8	17,75	10,46	
Totalt	5550	21,37	9,55	

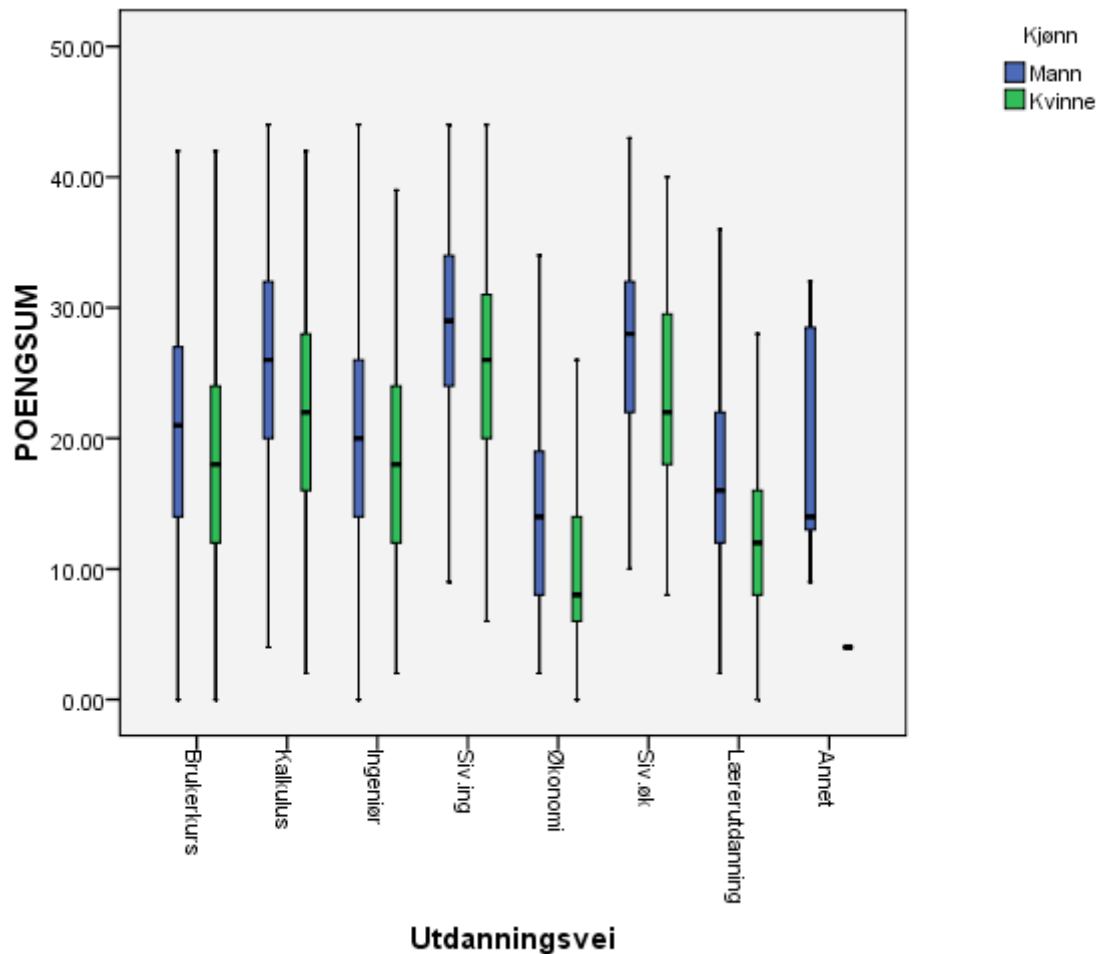
Av figur 6 går det frem at også dersom man deler studentene opp etter valgt studievei, ser man et relativt stabilt mønster fra 2001. Det er en sterk gruppe med sivilingeniør-, siviløkonom- og kalkulusstudenter, en litt svakere gruppe med ingeniør- og brukerkursstudenter og en enda svakere gruppe med lærer- og økonomistudenter. Det er små endringer ved enkelte målepunkt, som fremgangen til kalkulusstudenter i 2005 (og senere tilbakegang) og tilbakegangen til økonomistudenter ved gjennomføringen i 2009. I de to siste undersøkelsene har også siviløkonomistudentene gradvis "tapt terreng" sammenliknet med sivilingeniørstudentene. Disse endringene kan imidlertid skyldes at utvalget endres noe fra gjennomføring til gjennomføring. Hovedtendensen er ganske stabil etter nedgangen i 2001.

Ved alle gjennomføringer har en stor gruppe sivilingeniører deltatt. Denne gruppen har mer stabil deltagelse enn de andre gruppene, og følgelig er det sannsynlig at den utviklingen man ser for denne gruppen gir et realistisk bilde på utviklingen med hensyn til forkunnskaper.



Figur 6. Utvikling med hensyn til forkunnskaper for de ulike gruppene av studenter

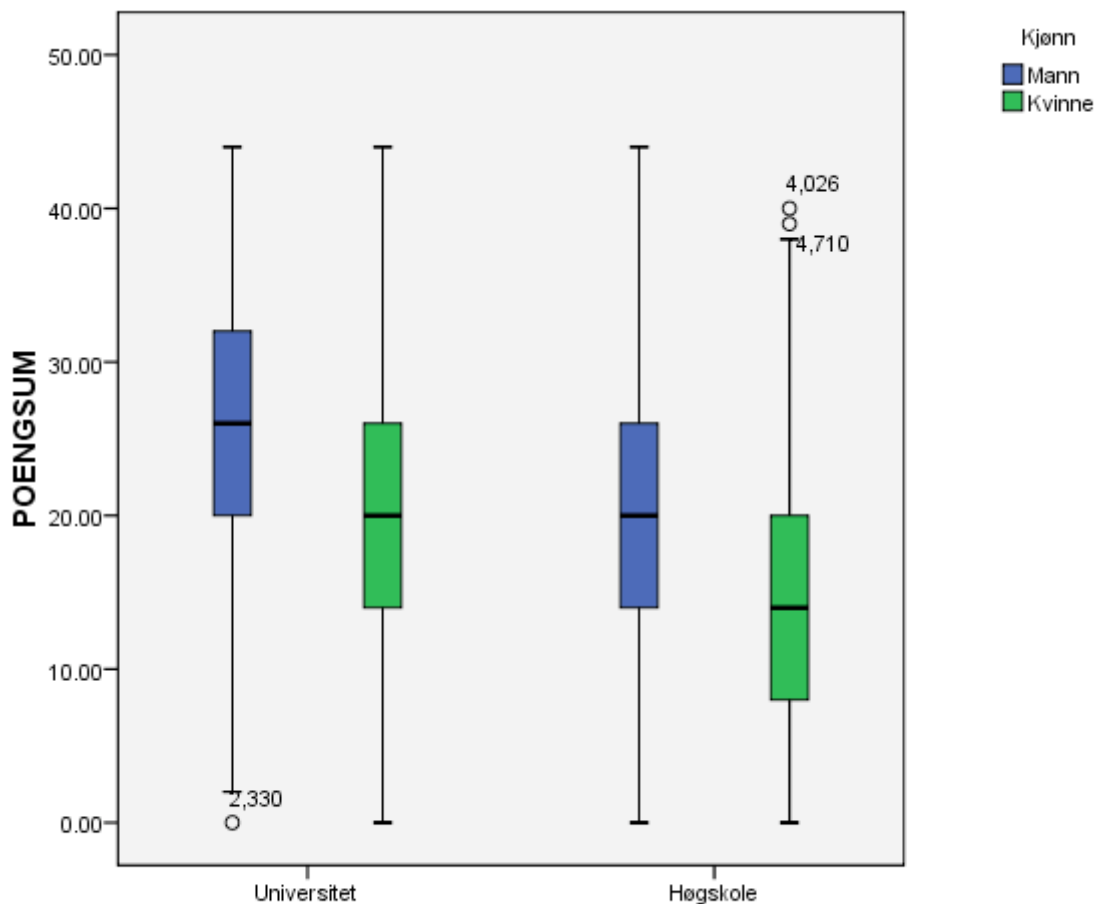
Forskjellene mellom kvinnelige og mannlige studenter kan finnes igjen innenfor de fleste studieveiene, med to unntak. I den lille gruppen med "annet" er det bare en kvinnelig student, og det er vanskelig å gjøre en rimelig sammenligning. Imidlertid er det blant ingeniørstudentene liten forskjell på kvinner og menn. Det er få kvinnelige studenter ($n = 224$) sammenlignet med mannlige ($n = 1012$), men forskjellen mellom dem er bare drøyt ett poeng. Av figur 7 kan vi se at spredningen er lavere hos de kvinnelige ingeniørstudentene enn hos de mannlige. Størst kjønnsforskjeller er det blant økonomi- og lærerstudentene.



Figur 7. Forkunnskaper for mannlige og kvinnelige studenter på de ulike studieveiene
 Note: Utliggere er fjernet fra figuren

Ut fra figur 7 kan man også se at det er stor spredning med hensyn til forkunnskaper hos begynnerstudentene på de aller fleste studieveiene. I flere av gruppene er det studenter som har fått 0 poeng og i mange av gruppene er det studenter som har oppnådd maksimal poengsum. Det er vanskelig å avgjøre om studenter som har fått 0 poeng har gitt opp, om de har valgt å levere blankt eller om de har besvart alle oppgavene feil. Det man trygt kan slutte av figur 6, er at på samtlige studieveier har det ved studiestart møtt studenter med svake forkunnskaper i matematikk, men samtidig har det også møtt studenter som har gode forkunnskaper slik disse er målt med matematikkrådstesten.

Ved å se på universitetsstudier og høskolestudier mot kjønnsvariabelen ser vi at menn på høskoler er på nivå med kvinner på universitet, og at kvinner som søker inn på høskoler er de svakeste begynnerstudentene målt ut fra resultatene på forkunnskapstesten. I denne gruppen finner vi blant annet de kvinnelige økonomistudentene og de kvinnelige lærerstudentene. Det skal bemerkes at siviløkonomstudentene her er blant høskolestudentene, og at forskjellen mellom de to gruppene blir større dersom disse studentene tas ut, særlig med tanke på at de kvinnelige siviløkonomstudentene ($n = 155$) i gjennomsnitt skårer 23,03 poeng (8,12).



Figur 8. Forkunnskaper for mannlige og kvinnelige universitets- og høgskolestudenter

3.5 Totalresultat og bakgrunn

Begynnerstudentene har varierende bakgrunn med hensyn til hvor mange og hvilke matematikkurs de har fullført i videregående skole. Mens alle elever som går ut av videregående skole etter Kunnskapsløftet skal ha gjennomført minst to år med opplæring i matematikk i videregående opplæring, det vil si minimum åtte uketimer matematikk, kan elever som gikk ut etter tidligere læreplaner ha gjennomført minimum ett års opplæring tilsvarende minimum fem uketimer.

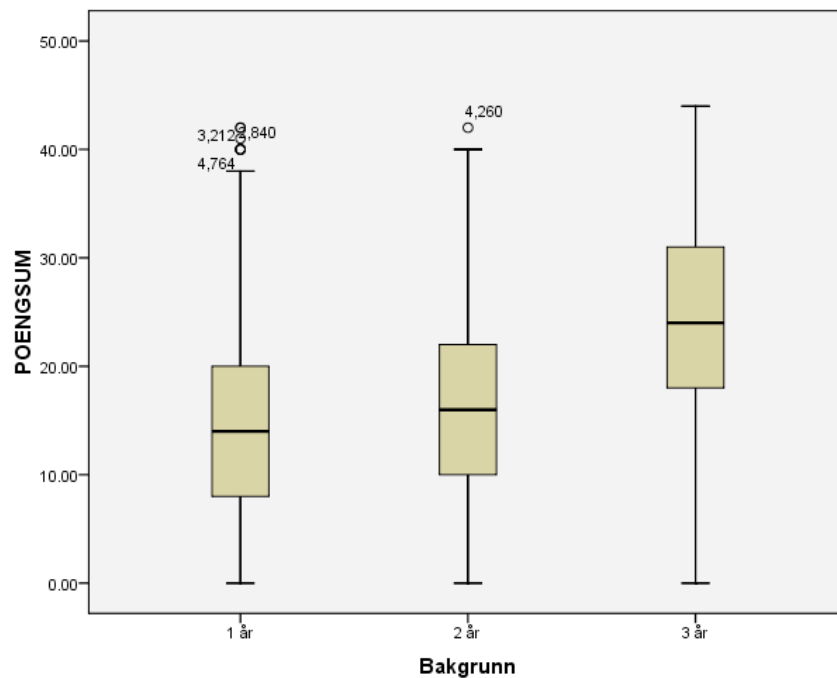
Tabell 7. Gjennomsnittskår for grupper med ulik matematikkbakgrunn

Bakgrunn	N	Gjennomsnitt	Standardavvik	Gruppering
3 år	2568	24,50	8,72	1
2 år	861	16,10	7,65	2
1 år	966	14,87	8,29	3
Mangler	155	19,08	10,94	
Totalt	5550	21,37	9,55	

Antall år med matematikk på videregående skole har sterk sammenheng med resultatet på testen. Som tabell 7 viser, har studentene som oppgir å ha gjennomført tre års opplæring i matematikk i videregående skole, betraktelig høyere gjennomsnitt på forkunnskapstesten enn de som har ett eller to års opplæring. Også studentene som ikke oppgir hvor mye opplæring i matematikk som er gjennomført i videregående opplæring, har relativt høy skår, og skårer høyere enn studenter som oppgir å ha gjennomført ett eller to år opplæring.

En variansanalyse viser signifikante forskjeller mellom gruppene, $F(2,5392)=692,21$ ($p < 0,001$). Her er gruppa som ikke har oppgitt bakgrunn utelatt. En multipel sammenlikning viser at det er signifikante forskjeller mellom alle gruppene.

Allikevel kan vi se at det er stor spredning med hensyn til forkunnskaper uavhengig av hvor mye opplæring som er gjennomført i videregående skole (se figur 9). Vi finner også noen få studenter med kun ett års opplæring som skårer 42 poeng på forkunnskapstesten, det vil si kun har et feilsvar. Samtidig er det også noen få elever som har gjennomført tre år opplæring i videregående skole, og som har skåret 0 poeng på forkunnskapstesten.



Figur 9. Sammenlikning av forkunnskaper med hensyn til bakgrunn fra videregående skole

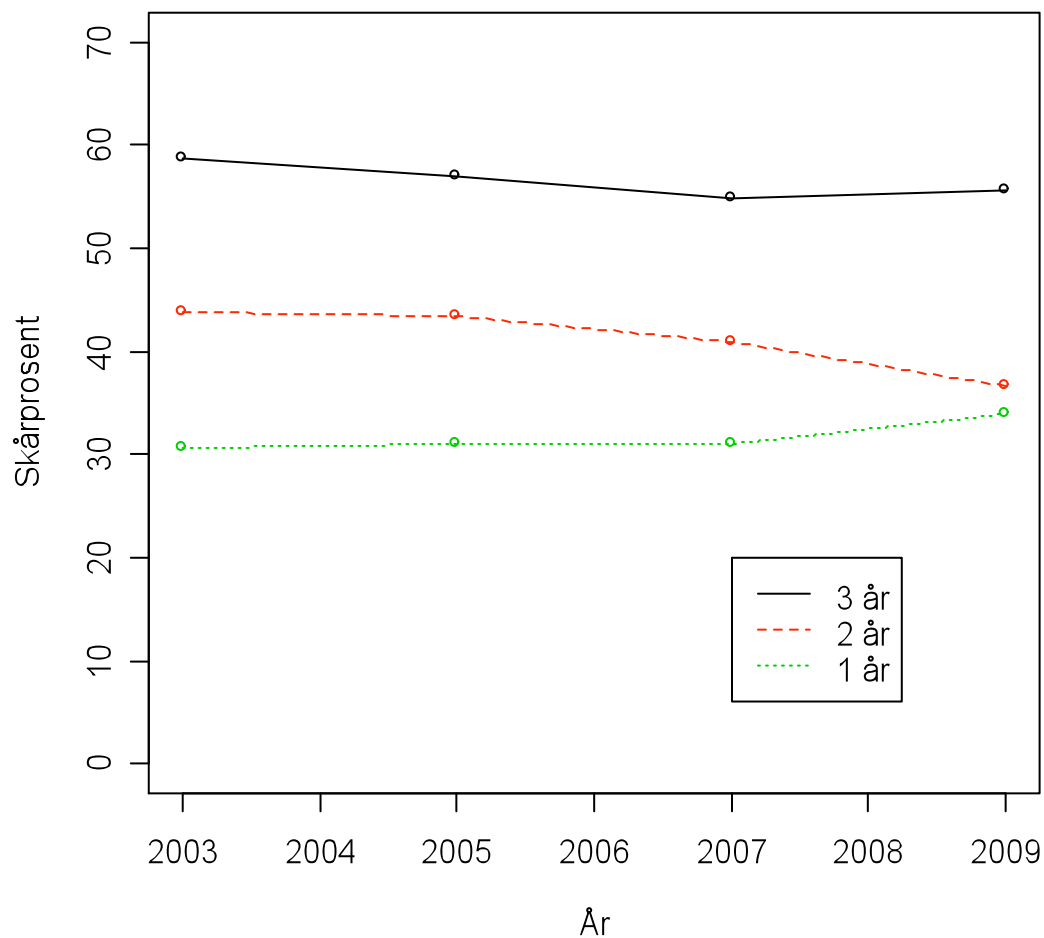
Den forskjellen man ser i forhold til resultater på forkunnskapstesten ut i fra antall år med matematikkundervisning i videregående skole, kan kanskje utgjøre en stor del av årsaken til de forskjellene som kan observeres med hensyn til prestasjonene studentene på de ulike utdanningsveiene viser.

Tabell 8. Andel studenter med 1, 2, og 3 år matematikkundervisning i videregående skole

	1 år	2 år	3 år
Sivilingeniør	2	1	98
Ingeniør	34	11	55
Kalkulus	7	8	85
Brukerkurs	6	28	66
Siviløkonom	1	11	89
Økonom	41	35	24
Lærer	42	34	24
Totalt	18	16	66

Som det fremgår av tabell 8, har de fleste studentene på sivilingeniør- og siviløkonomutdanningene samt kalkulusstudentene gjennomført tre år med opplæring i matematikk i videregående skole, mens kun en av fire lærer- og økonomistudenter har tilsvarende bakgrunn.

Dersom vi ser på utviklingen de siste årene, kan vi se at også når en deler studentene inn i grupper ut fra lengde på tidligere matematikkopplæring, er det en stabil trend de siste årene. Studentene som oppgir å ha fullført to års opplæring, skårere noe lavere ved siste gjennomføring av testen. Denne gruppen er imidlertid den gruppen der det er størst forskjell med hensyn til hvor mye matematikkopplæring de har gjennomført og hvilket innhold som er i kursene. Mens elever som tidligere hadde to år med matematikk i videregående opplæring hadde til sammen ti uketimer, vil elever som etter LK06 velger å gjennomføre 1T + 2T eller 1P + 2P kun ha åtte uketimer, mens elever som gjennomfører 1T + R1 har ti uketimer som tidligere.



Figur 10. Utvikling av forkunnskaper for grupper med ulik matematikkbakgrunn

3.6 Ingeniørstudentene

Unge mennesker søker seg inn på ingeniørstudiene med svært ulik bakgrunn. Som det fremgår av tabell 8 har en stor gruppe begynnerstudenter fullført ett år med opplæring i matematikk i videregående samtidig som en stor gruppe også har en mer solid bakgrunn med tre års fullført opplæring i matematikk. Forskjellen i bakgrunn gjenspeiles i hvordan denne studentgruppen skårer på forkunnskapstesten, se tabell 9.

Tabell 9. Gjennomsnitt for ingeniørstudenter med ulik matematikkbakgrunn

	<i>N</i>	<i>Gjennomsnitt</i>	<i>Standardavvik</i>
1 år	394	17,24	8,39
2 år	130	16,76	7,95
3 år	635	22,60	8,22
Totalt	1159	20,12	8,68

Det er mange veier inn til ingeniørutdanningen, og begynnerstudenter kan tas opp til ulike former for forkurs. Totalt kommer 142 studenter i utvalget inn i utdanningen via den såkalte "Y-veien". I snitt har disse 15,38 poeng (7,70). Disse studentene har mye erfaring fra andre arenaer enn videregående skole og dermed kunnskaper og ferdigheter som forkunnskapstesten ikke måler. Samtidig vil disse studentene møte utfordringer på grunn av at de mangler en del grunnleggende ferdigheter i matematikk.

Det er også 99 studenter som er tatt opp på forkurs i årets utvalg. Disse studentene har svakere resultater på forkunnskapstesten enn studentene som er tatt opp via "Y-veien", i snitt har forkursstudentene 11,16 poeng (6,66). Samtidig er disse studentene tatt opp til forkurs, og vil ha mulighet til å tilegne kunnskaper og ferdigheter som de mangler. Da blir det viktig for høyskolene å møte studentene med gode kurstilbud av en slik varighet at denne muligheten ivaretas.

3.7 Totalresultat og kalkulatorbruk

Sammenheng mellom kalkulatorbruk og grunnleggende ferdigheter i regning debatteres med jevne mellomrom. I den offentlige debatten hevdes det at mange unge mennesker bruker kalkulatoren som krykke og at de ikke behersker grunnleggende ferdigheter i regning. Grønmo (2009; 2009) setter den markante tilbakegangen i matematikkferdigheter i videregående skole i sammenheng med hyppig kalkulatorbruk. Hvor utbredt er kalkulatorbruk hos begynnerstudentene? Er det forskjell på kalkulatorbruk mellom kvinner og menn eller mellom grupper av begynnerstudenter avhengig av valg av studievei? Hvilke sammenhenger finnes mellom kalkulatorbruk resultat på testen?

Tabell 10 viser hvor mange av studentene som bruker kalkulator alltid, ofte, av og til eller aldri. Av tallene kan vi slutte at begynnerstudenten bruker kalkulatoren mye. Rundt 83% av studentene bruker kalkulator ofte eller av og til. Dette er på same nivå som tidligere. Omtrent en av åtte sier de bruker kalkulatoren lite.

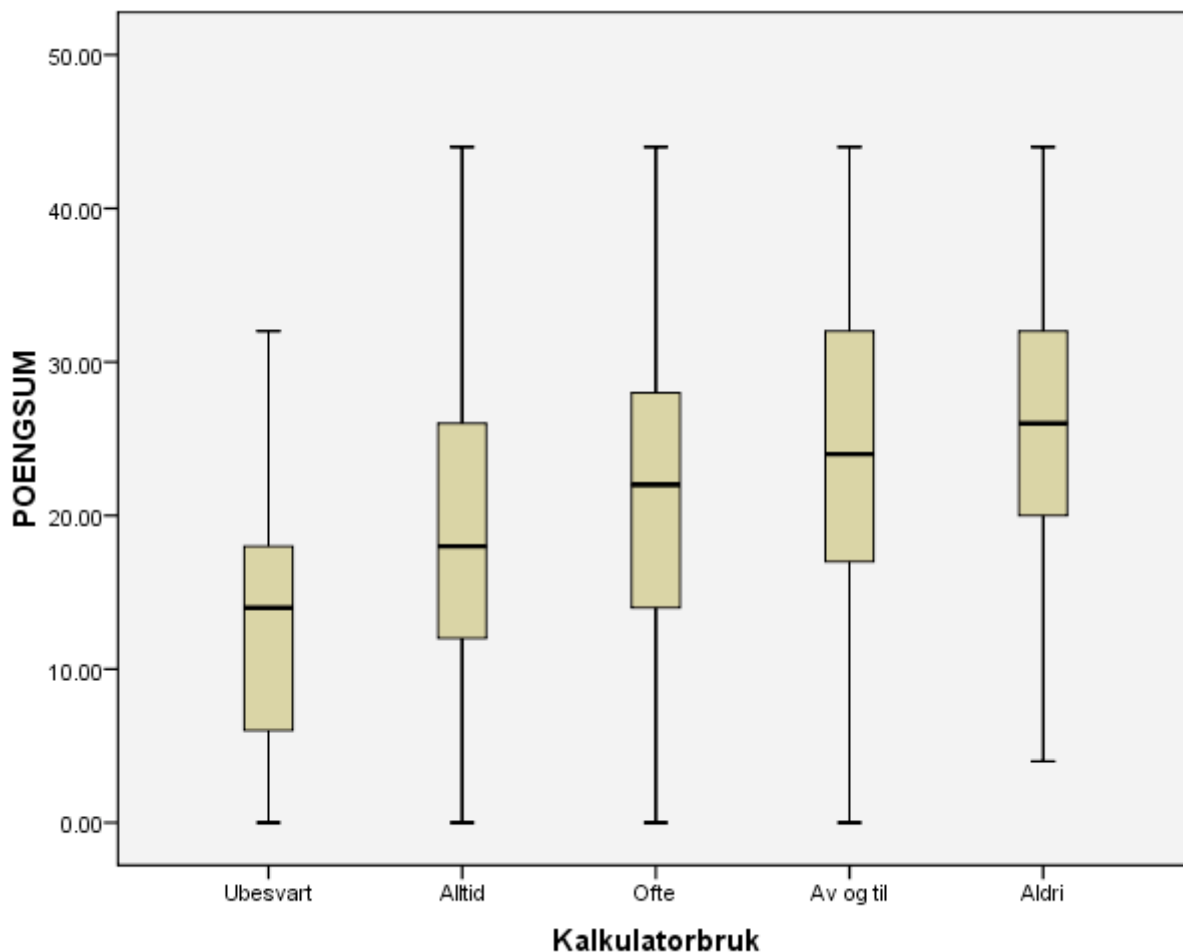
Tabell 10. Kalkulatorbruk - hyppighet

	N	Prosent
Alltid	1436	25,9
Ofte	3180	57,3
Av og til	812	14,6
Aldri	77	1,4
Ubesvart	45	0,8
Totalt	5550	100

Tabell 11 viser gjennomsnittsskåren for de ulike kalkulatorbruk-gruppene. Tendensen er den samme som ved tidligere gjennomføringer av forkunnskapstesten: de (relativt) få som bruker kalkulatoren lite, får forholdsvis mye høyere skårer. Forskjellene er statistisk signifikante, $F(3,5501)=57,41$ ($p < 0,001$) (Her er gruppa ”ubesvart” ikke tatt med i analysen). Med en test for multiple sammenligninger kan en på 5%-nivå ikke skille mellom gruppene som svarer aldri eller av og til, men ellers er forskjellen i gjennomsnittsskår for alle de andre gruppene signifikante.

Tabell 11. Gjennomsnittsskår og kalkulatorbruk

Kalkulatorbruk	N	Gjennomsnittsskår	Standardavvik	Gruppering
Alltid	1436	19,11	9,09	3
Ofte	3180	21,70	9,37	2
Av og til	812	24,15	9,91	1
Aldri	77	25,38	9,66	1
Ubesvart	45	12,91	8,92	
Totalt	5550	21,37	9,55	



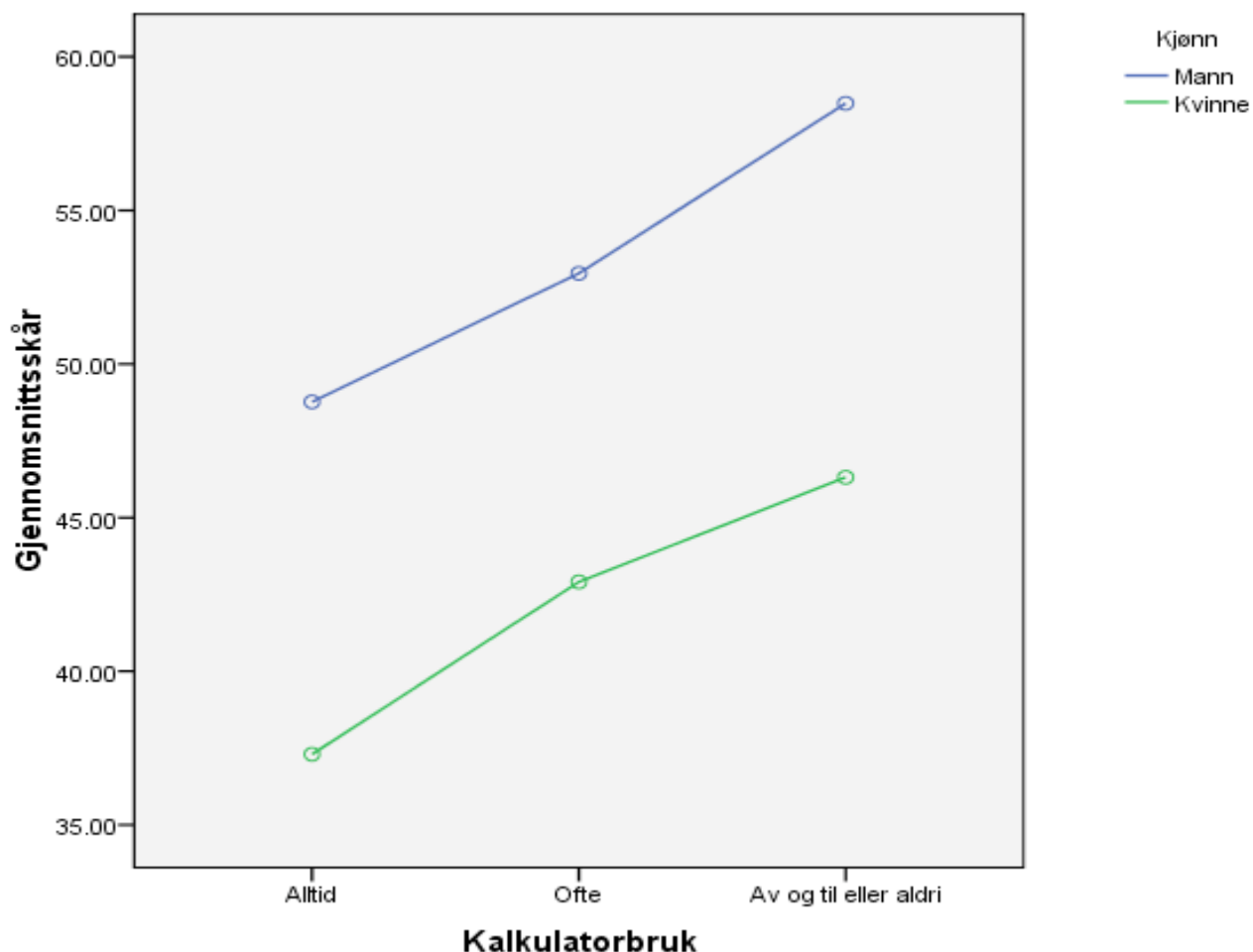
Figur 11. Resultater for grupper med ulik kalkulatorbruk

Dersom man sammenligner kvinnelige og mannlige studenter, ser vi at kalkulatorbruken er omtrent like utbredt blant de to kjønnene. Flere kvinnelige enn mannlige studenter sier de bruker kalkulator alltid, mens flere mannlige enn kvinnelige bruker kalkulatoren av og til.

Tabell 12. Andel mannlige og kvinnelige studenter som bruker kalkulator alltid, ofte, av og til eller aldri

	Mann %	Kvinne %	Totalt %
Ubesvart	0,8	0,5	0,7
Alltid	22,2	32,0	25,9
Ofte	58,4	55,7	57,4
Av og til	16,8	11,1	14,6
Aldri	1,8	0,8	1,4

Om vi ser på sammenhengen mellom skår og kalkulatorbruk for kvinner og menn, viser det seg at forskjellen mellom kvinner og menn er rimelig konstant for ulik grad av kalkulatorbruk. Resultatene er ikke tabulert, men illustrert i figur 12. I figuren er gruppene "av og til" og "aldri" slått sammen da veldig få har svart sistnevnte alternativ.



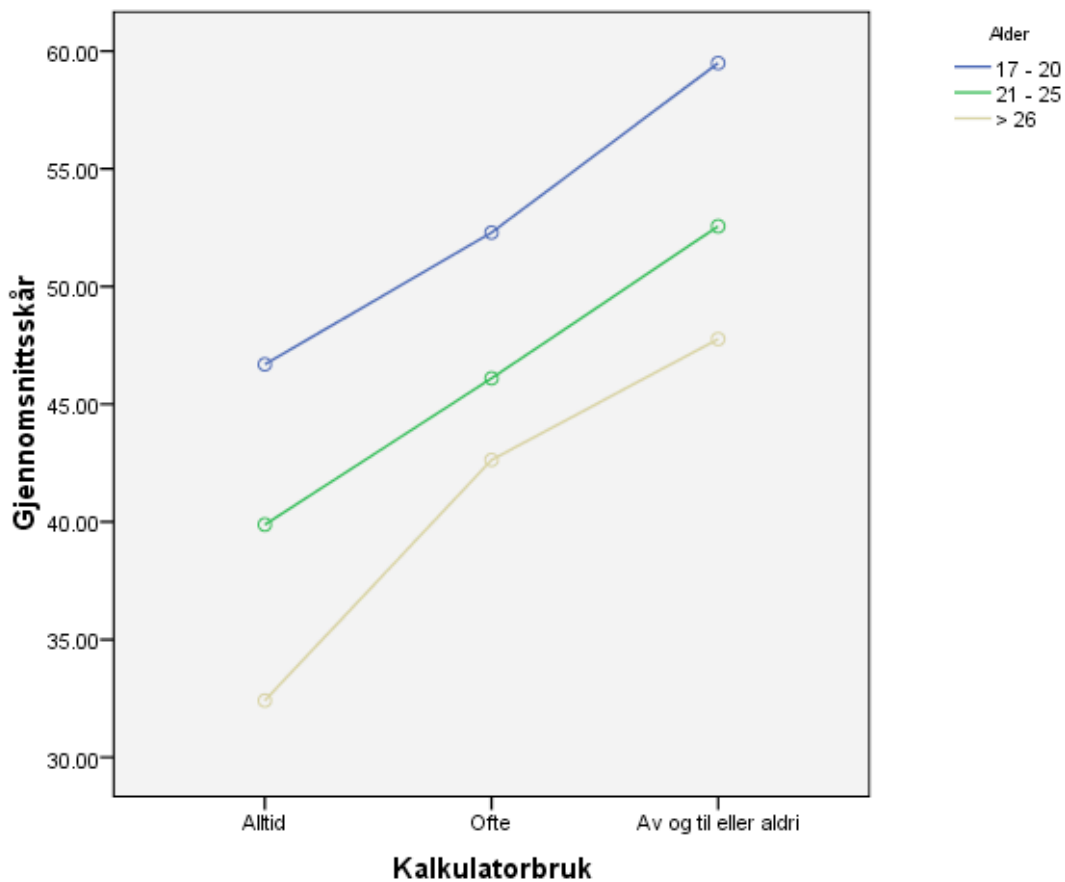
Figur 12. Sammenheng mellom skår og kalkulatorbruk for mannlige og kvinnelige studenter

Dersom en sammenlikner studenter i ulike aldersgrupper, viser det seg at de yngste studentene bruker kalkulatoren mest. Blant de eldste studentene sier en tredel at de bruker kalkulatoren bare av og til eller aldri. Blant studentene som er eldre enn 26 år, er andelen rundt en av fire.

Tabell 12. Sammenheng mellom kalkulatorbruk og alder

	Aldersgruppe				Totalt
	17 – 20	21 - 25	26 - 35	> 36	
Ubesvart	0,6%	0,8%	0,7%	1,4%	0,7%
Alltid	27,9%	24,0%	20,8%	21,6%	25,9%
Ofte	57,7%	58,7%	52,8%	43,2%	57,3%
Av og til	12,9%	15,0%	23,2%	25,2%	14,7%
Alltid	0,9%	1,5%	2,4%	8,6%	1,4%

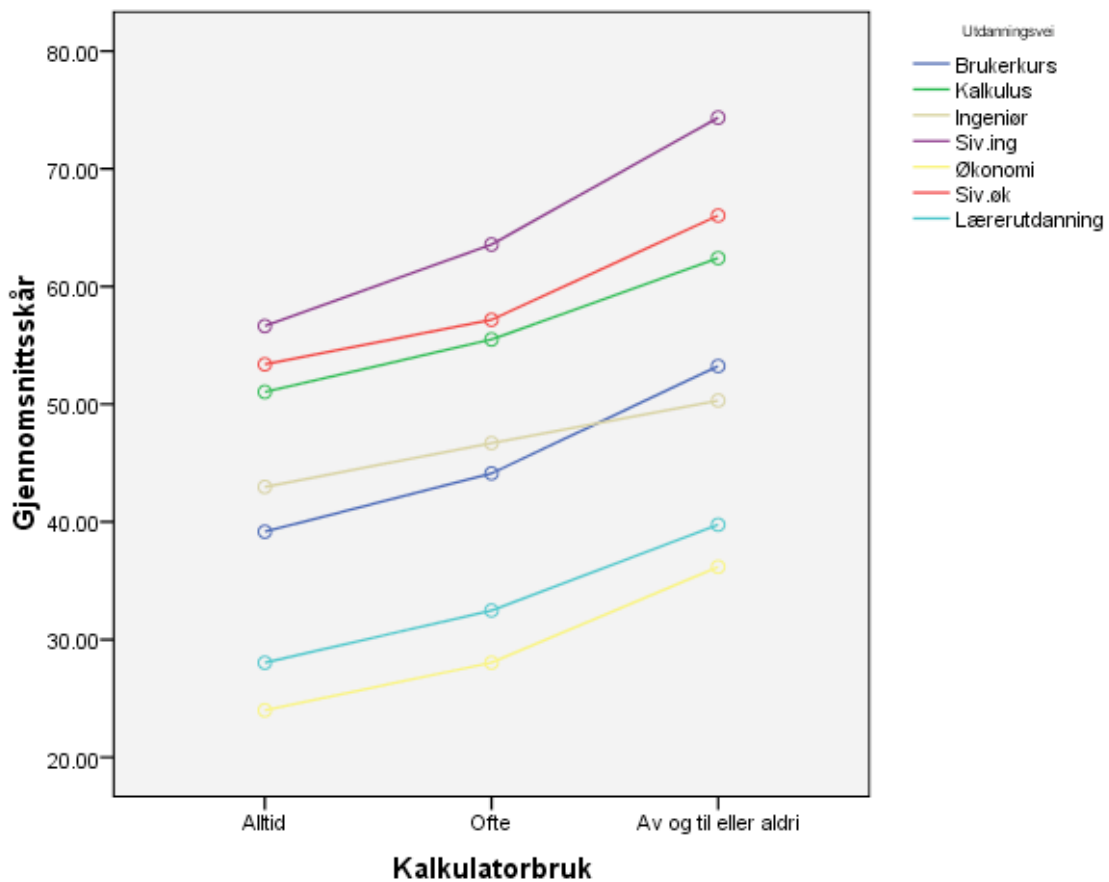
Om en ser på sammenhengen mellom kalkulatorbruk og testresultat er igjen forskjellen mellom de ulike aldersgruppene rimelig konstant uansett grad av kalkulatorbruk. Det er visse avvik fra dette mønsteret, men dette er for det meste for grupper med svært få observasjoner. Resultatene er ikke tabulert, men illustrert i figur 13. Igjen er gruppene ”av og til” og ”aldri” slått sammen i figuren.



Figur 13. Sammenhenger mellom aldergruppe, kalkulatorbruk og resultater

Det er store forskjeller mellom begynnerstudentene på de ulike utdanningsveiene med hensyn til hvor ofte de oppgir at de bruker kalkulatoren. Studenter som følger kalkuluskurs oppgir å bruke kalkulator minst, mest utbredt er kalkulatorbruk blant brukerkursstudenter og siviløkonomstudenter.

Om en ser på sammenhengen mellom kalkulatorbruk og testresultat er igjen forskjellen mellom de ulike utdanningsveiene rimelig konstant uansett grad av kalkulatorbruk. Med unntak for grupper med veldig få observasjoner er linjene rimelig parallelle. Resultatene er ikke tabulert, men illustrert i figur 14. Igjen er gruppene ”av og til” og ”aldri” slått sammen i figuren.

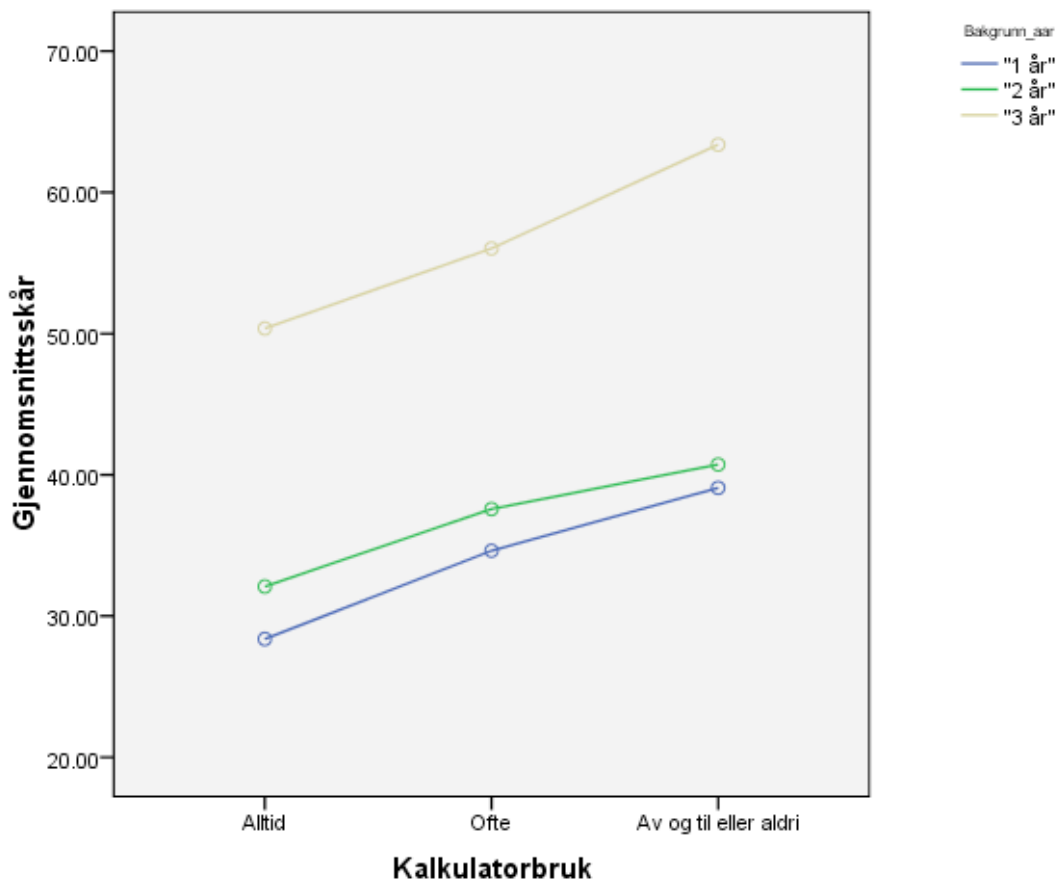


Figur 14. Sammenheng mellom utdanningsvei, kalkulatorbruk og resultater

Det er veldig små forskjeller i kalkulatorbruk mellom studenter som har ett, to eller tre års utdanning i matematikk fra videregående skole. Studenter der bakgrunnsinformasjon mangler skiller seg derimot ut med at de bruker kalkulator mindre enn de andre studentene.

Figur 15 fremstiller sammenhenger mellom kalkulatorbruk, matematikkbakgrunn fra videregående skole og resultater i form av gjennomsnittsskår. Om man sammenligner studentene som oppgir å ha ett eller to år med matematikk fra videregående skole, fremtrer omtrent det samme mønsteret. Studentene som oppgir å ha tre år med matematikk i videregående skole skårer vesentlig høyere.

Det kan være et poeng at blant studentene med tre års matematikkbakgrunn har de som aldri bruker kalkulator en noe lavere gjennomsnittsskår enn de som bruker den av og til. Denne forskjellen er imidlertid ikke statistisk signifikant ($p = 0,28$). Resultatene er ikke tabulert, men illustrert i figur 15. Igjen er gruppene ”av og til” og ”aldri” slått sammen i figuren.



Figur 15. Sammenheng mellom bakgrunn, kalkulatorbruk og resultater

Det er altså generelt små forskjeller i kalkulatorbruk mellom kvinner og menn og mellom ulike aldersgrupper og ulike bakgrunn. Men det er verdt å merke seg at det er relativt større forskjeller mellom de ulike gruppene av begynnerstudenter når man sammenlikner studenter som velger ulike utdanningsveier. Den generelle resultatet med hensyn på kalkulatorbruk og resultater på forkunnskapstesten, det vil si at de studentene som oppgir at de bruker kalkulator mest også er de som har svakest resultater, viser seg i all hovedsak å holde stikk for ulike kjønn, aldersgrupper, utdanningsveier og bakgrunn.

4. Resultater for grupper av oppgaver

Her presenteres resultater for noen utvalgte grupper av oppgaver: Ankeroppgaver, tallregning, praktisk regning, prosentregning, algebra og geometri. Noen av oppgavene kan inngå i flere grupper. Tabell 13 viser hvor mange poeng studentene har fått i snitt innenfor hver delskala.

Tabell 13. Resultater for grupper av oppgaver

Skala	Maksimum skår	Gjennomsnitt poengsum	Standardavvik	Gjennomsnitt %
Ankeroppgaver	12	5,57	3,35	46
Tallregning	10	5,43	2,97	54
Praktisk regning	4	1,98	1,51	50
Prosent	4	0,98	1,20	25
Algebra	16	6,98	4,11	44
Geometri	6	3,30	2,00	55

Det fremgår av tabell 13 at det er stor variasjon innenfor hver delskala med hensyn til hvor stor andel av oppgavene gjennomsnittsstudenten løser korrekt. Det er imidlertid stor variasjon med hensyn til hvor mange oppgaver hver skala inneholder, og forskjeller kan derfor skyldes sammensetningen av oppgaver i like stor grad som faktiske forskjeller med hensyn til forkunnskaper. Av tabell 13 kan det se ut til at prosent er et område der studentene skårer spesielt svakt. En av de to oppgavene er oppgaven "Dahl skole" som omtales spesielt senere i dette kapitlet.

4.1 Ankeroppgaver – oppgaver som har vært med siden 1984

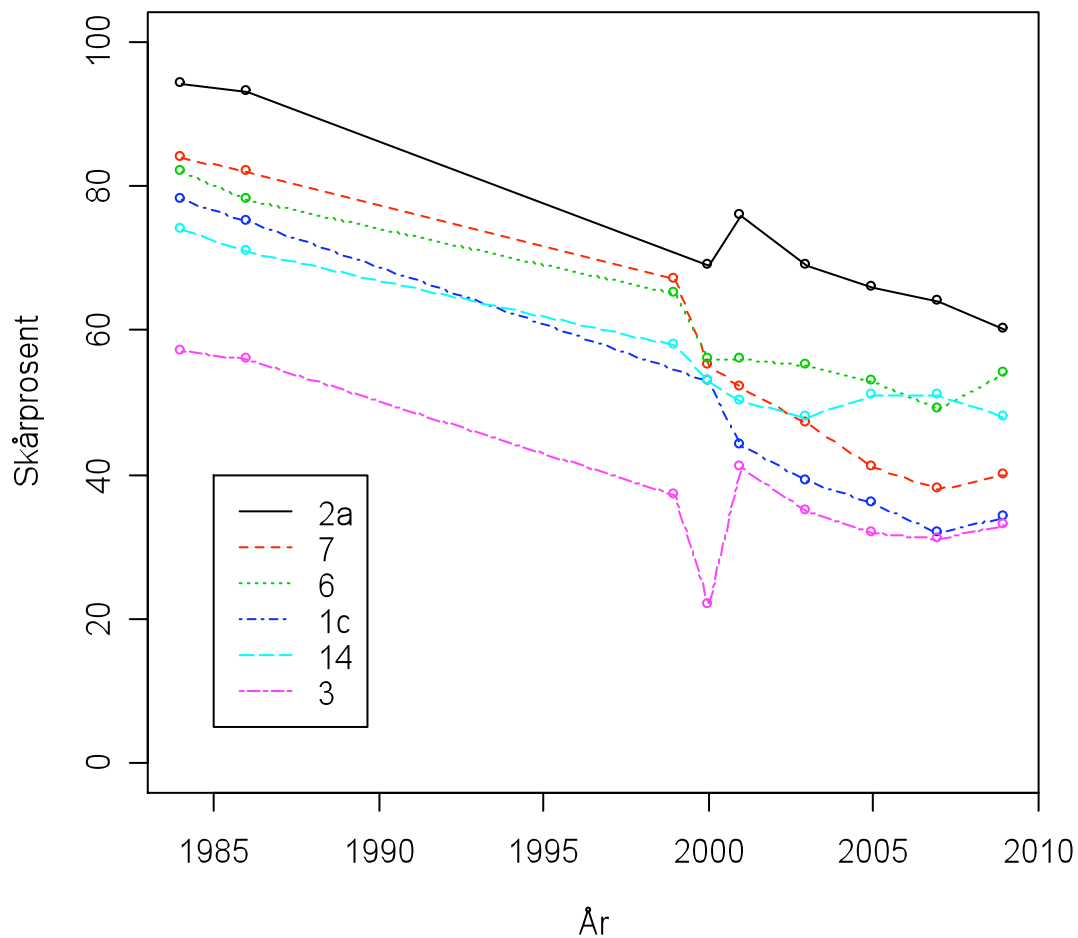
En gruppe på seks oppgaver har med ett unntak vært brukt i alle testene siden 1984.

Tabell 14. Resultater på ankeroppgaver fra 1984 til 2010

Årstall/ oppgave	1984 %	1986 %	1999 %	2000 %	2001 %	2003 %	2005 %	2007 %	2009 %
2a									
Enkel ligning	94	93	NA	69	76	69	66	64	67
7									
Prosentregning	84	82	67	55	52	47	41	38	40
6									
Ordne brøker	82	78	65	56	56	55	53	49	54
1c									
Tallregning	78	75	NA	53	44	39	36	32	34
14									
Proporsjonalt resonnement (Beste kjøp)	74	71	58	53	50	48	51	51	48
3									
Volum	57	56	37	22	41	35	32	31	33
Gjennomsnitt på ankeroppgavene	78	76	NA	51	53	49	47	44	46

Note: Oppg. 1c og 2a var ikke med i oppgavesettet i 1999.

I tabell 14 er resultatene på de seks enkeltoppgavene oppgitt for hele perioden. Det er liten endring fra 2007 til 2009. Samtidig er forskjellen stor fra 1984 og til i dag. Selv om utvalget av studenter som tar testen varierer fra gjennomføring til gjennomføring, og man derfor skal være varsom med å trekke slutninger, vil vi allikevel hevde at begynnerstudentene på matematikkfag i 1984 hadde bedre forkunnskaper i det som kan regnes som grunnleggende regneferdigheter. Vi gjør også oppmerksom på at resultatene på samlet prøve viser de samme tendensene som ankeroppgavene.

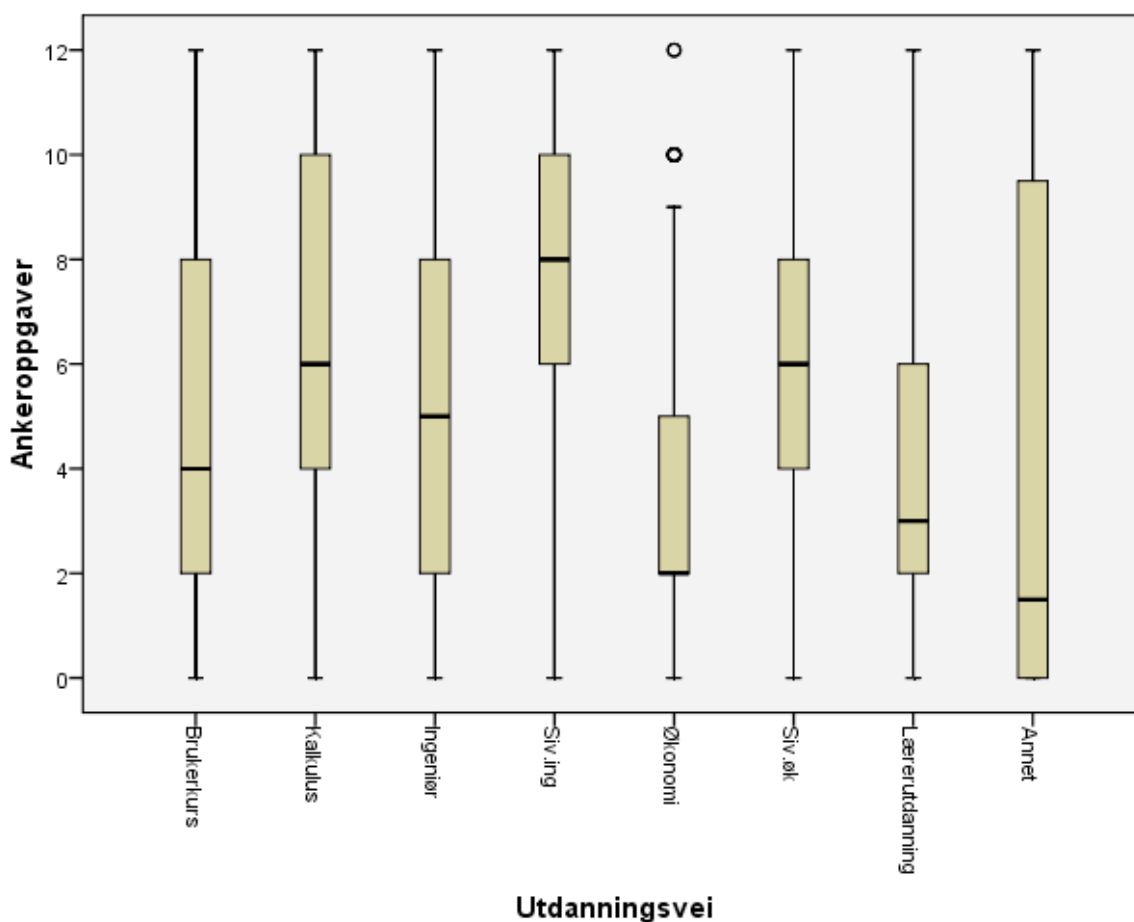


Figur 15. Resultater på ankeroppgaver

Som for prøven generelt, ser vi at lærerstudentene og økonomistudentene har svakere resultater enn andre studenter. Selv ikke sivilingeniørstudentene når opp til totalgjennomsnittet fra 1984.

Tabell 15. Resultater på ankeroppgaver for de ulike utdanningsveiene

Utdanningsvei	N	Prosent	Standardavvik
Brukerkurs	954	42,4	27,8
Kalkulus	678	55,8	26,3
Ingeniør	1195	48,1	26,4
Siv.ing	1238	60,7	24,9
Økonomi	275	29,9	24,0
Siv.øk	355	54,3	24,2
Lærerutdanning	847	30,3	23,1
Annet	8	35,4	43,3
Totalt	5550	46,4	27,9

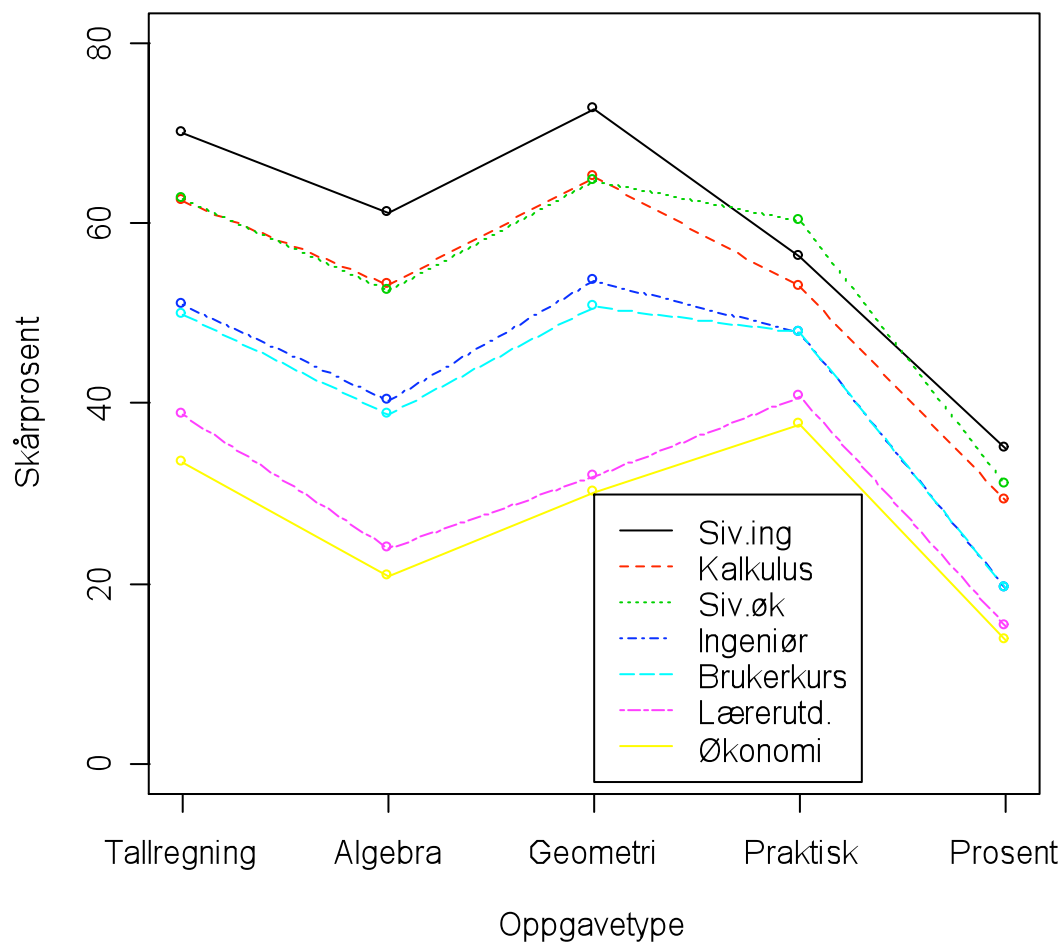


Figur 16. Resultater på ankeroppgaver

4.2 Grupper av oppgaver

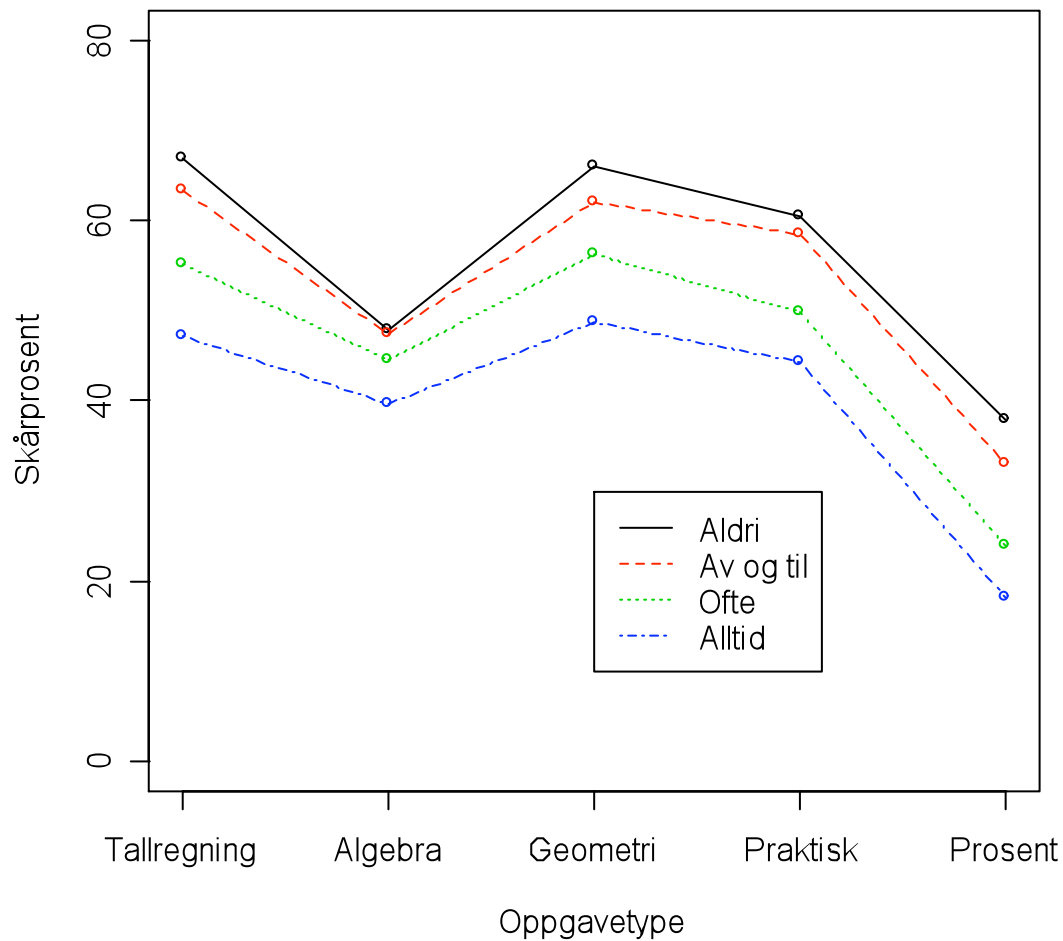
I rapportene for de tidligere forkunnskapstesten har resultater vært rapportert for oppgitte grupper av oppgaver. Resultatene for disse gruppene for begynnerstudentene i 2010 er fremstilt i figur 17. Som det fremgår av figuren, ligner profilene til de ulike studentgruppene svært på hverandre, selv om noen grupper har mye høyere skårer enn andre.

Som det fremgår av tabell 13, er det svært ulikt antall oppgaver innenfor de ulike gruppene, det varierer mellom to og åtte oppgaver. Man skal derfor ta dette med i beregning når man studerer profilene. Dersom en gruppe studenter i gjennomsnitt feiler på en av to prosentoppgaver blir skåren i denne gruppen 50 %. Dersom gruppen feiler på en av åtte algebraoppgaver, blir tilsvarende skår 7/8, det vil si 82,5 %.



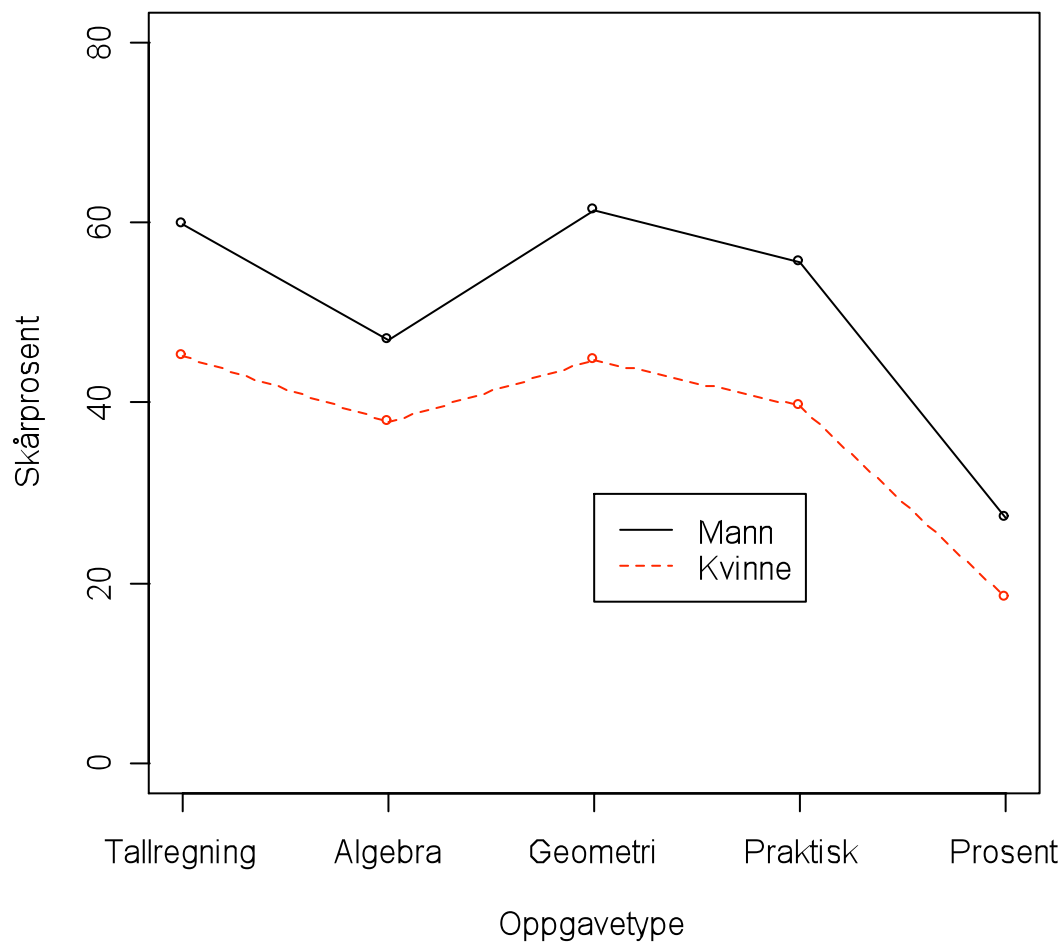
Figur 17. Resultater for ulike grupper av oppgaver, studieveier.

Også når studentene deles inn i grupper etter hvor ofte de oppgir å bruke kalkulator, kan man observere liknende profiler. Dette fremgår av figur 18

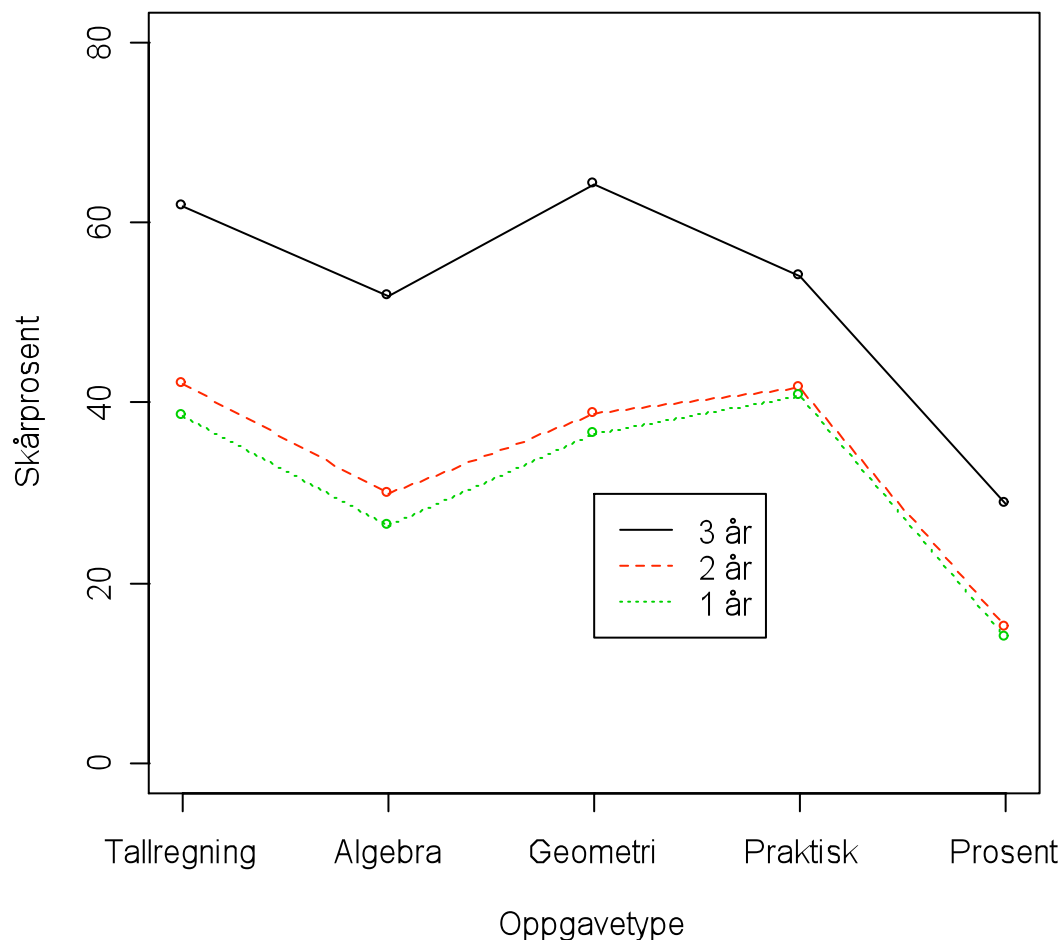


Figur 18. Resultater for ulike grupper av oppgaver, kalkulatorgrupper

Som det fremgår av figurene 19 og 20, vil man få et tilsvarende mønster også om man sammenligner mannlige og kvinnelige studenter eller om man deler inn studentene etter matematikkbakgrunn. Det vil si selv om man ser spredning med hensyn til nivået på forkunnskapene til studentene, kan de samme mønstrene i hovedsak observeres for alle grupper. Gruppene har de samme relative svakhetene og styrkene.



Figur 19. Resultater for ulike grupper av oppgaver, kjønn



Figur 20. Resultater for ulike grupper av oppgaver, oppgavetype

4.3 Hvordan går det med "Dahl skole"?

Oppgavene som brukes på forkunnskapstesten holdes stort sett tilbake da man ønsker å kunne gjenta testen med jevne mellomrom for å kunne studere utviklingen i forkunnskaper hos nye studentkull. Enkelte oppgaver er allikevel frigitt, og blir vanligvis kommentert i rapportene. I dette delkapittelet følger en gjennomgang av resultatene for en av disse oppgavene, "Dahl skole".

7

På Dahl skole er det 135 jenter og 115 gutter. Hvor mange prosent av elevene er jenter?

Svar: _____

For å løse denne oppgaven korrekt må studentene være i stand til å beregne hvor mange prosent 135 jenter er av totalt 250 elever. Studentene må først være i stand til å identifisere det

korrekte forholdet, det vil si kunne stille opp den korrekte brøken. De må også være i stand til å gjennomføre divisjonen $135 : 250$ uten hjelpemidler. Kun 39,2 % av studenten gjør det.

De samme mønstre som man ser for testen under ett, kan man også observere for "Dahl skole". Flere menn enn kvinner løser oppgaven korrekt. De med mye matematikk fra videregående skole bedre enn de som har hatt mindre matematikk, og så videre. Disse resultatene er gjengitt i tabellen nedenfor.

Tabell 16. Resultater på oppgaven "Dahl skole".

<i>Gruppe</i>		Korrekt svar (%)
Kjønn	Menn	43,9
	Kvinner	32,7
Bakgrunn	1 år	25,9
	2 år	27,1
	3 år	46,6
Utdanningsvei	Brukerkurs	34,4
	Kalkulus	46,2
	Ingeniør	33,2
	Siv.ing	53,4
	Økonomi	25,5
	Siv.øk	53,0
	Lærer	28,7
Totalt		39,7

Norske elever arbeider mye med prosentbegrepet og prosentregning i grunnskolen. De arbeider også mye med divisjon. Man burde kunne forvente at flere studenter lykkes med å løse denne oppgaven. Selv om ingen enkeltgruppe lykkes med å løse "Dahl skole" i stor grad, fremgår det allikevel av tabellen ovenfor at det er stor spredning mellom de ulike gruppene. Kanskje er det spesielt bekymringsfullt at økonomi- og lærerstudentene skårer så svakt. Økonomistudentene trenger i sitt virke god forståelse for prosent. Lærerstudentene skal undervise kommende generasjoner i prosentbegrepet og prosentregning.

5. Avsluttende kommentarer

Gjennomføringen av matematikkrådets forkunnskapstest i 2009 gir i liten grad noe ”nytt” og oppsiktsvekkende bilde av forkunnskapene til norske begynnerstudenter på matematikkunge studier. Kanskje er det mest oppsiktsvekkende at man mener å kunne se et relativt stabilt nivå det siste tiåret. Da blir det helt vesentlig å stille spørsmål om dette nivået er tilstrekkelig med hensyn til å gi et godt fundament for den læringen som skal skje på universitet og høyskole.

Matematikkrådet har i mange år bekymret seg over forkunnskapene til begynnerstudentene. Testen gir ingen indikasjoner med hensyn til hvordan studentene lykkes i sin utdanning eller hvordan de vil oppleve den, men det er sannsynlig at mange vil oppleve å slite unødig. Samtidig kan man tenke at manglende begrepsforståelse og tekniske regneferdigheter stjeler resurser og krever unødig fokus når studentene skal øve inn og praktisere ferdigheter de skal tilegne seg i sine kurs ved det nye studiestedet. For eksempel er gode begreper og regneferdigheter i brøk en sentral ”portvokter” til algebraens verden. Gode kunnskaper om areal og volum er sentrale grunnkunnskaper for senere tilegnelse av kunnskaper i kalkulus.

Hva kan man dersom man har gode forkunnskaper? Først og fremst kjennetegnes dette ved at man har gode begreper og fleksible strategier. Det vil for eksempel si at man veksler lett mellom ulike representasjonsformer (for eksempel brøk, desimaltall og prosent), man kan gjennomføre overslag og nøyaktige beregninger både ved hjelp av hoderegningstrategier og tradisjonelle algoritmer. Til forkunnskapene hører også kunnskaper og ferdigheter ut over tall og tallregning, det vil si at man på samme måte har begreper og ferdigheter innenfor de andre matematiske områdene som finnes i grunnskolens læreplaner.

Når svaret på om studentene i stor nok grad behersker nødvendige forkunnskaper er nei, blir neste spørsmål hva som kan gjøres i skolen med hensyn til å bedre elevenes læring. Matematikkrådets forkunnskapstest gir ingen informasjon om hva som har vært gjort, eller om hva som er god eller mindre god undervisning. Vi skal derfor ikke forsøke å stille noen diagnose over norsk grunnskole, og vil være varsomme med å antyde noen medisiner. Vi vil imidlertid få påpeke at matematikkrådet har tiltro til de endringene som er gjennomført med hensyn til eksamensform de siste årene på sikt vil føre til endringer med hensyn til grunnleggende ferdigheter i matematikk. Norske elever både i grunnskole og videregående skole må nå gjennomføre en del av eksamen uten hjelp av kalkulator. Dette er noe Norsk matematikkråd arbeidet for i en årrekke. En todelt eksamen gir etter matematikkrådets forståelse norske myndigheter gode muligheter til å utforme en eksamen der det legges vekt på grunnleggende begreper og ferdigheter, noe vi mener vil medføre at dette vektlegges også i undervisningen. Dette kan for eksempel gjøres ved at man ikke bare legger vekt på prosedyreorientert trening, men også på å utvikle forståelse og fleksibilitet i prosedyreanvendelsen.

Referanser

- Cohen, J., Cohen, P., West, S. G., & Aiken, L. S. (2003). *Applied multiple regression/correlation analysis for the behavioural sciences* (3rd ed.). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Grønmo, L. S., & Bergem, O. K. (2009). Prestasjoner i matematikk [Mathematical outcomes]. In L. S. Grønmo & T. Onstad (Eds.), *Tegn til bedring. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007 [It is going better now. Norwegian students' results in mathematics and science in TIMSS 2007]* (pp. 49-111). Oslo: Unipub.
- Grønmo, L. S., Onstad, T., & Pedersen, I. F. (2009). Matematikk og fysikk i videregående skole: "Et skritt tilbake". In Oslo: ILS.
- Kunnskapsdepartementet og Utdanningsdirektoratet (2006). *Læreplanverket for kunnskapsløftet*. Oslo.
- Utdanningsdirektoratet (2010a). Foreløpig karakterstatistikk våren 2010. http://www.udir.no/Artikler/_Statistikk/Forelopig-karakterstatistikk-eksamen-varen-2010/
- Utdanningsdirektoratet (2010b) Utdanningsspeilet. Oslo: Utdanningsdirektoratet.

Vedlegg 1: Teknisk rapport

Matematikkrådets forkunnskapstest har vært gjennomført en rekke ganger. Noen endringer har vært foretatt, men det utvalget av oppgaver som er brukt i 2009 har også vært brukt i samtlige gjennomføringer siden 2001.

Det er naturlig at en test som har vært gjennomført så pass ofte, og som uttaler seg om en så stor andel av vår studentmasse, er gjenstand både for interesse og kritikk. Resultater fra testen brukes av media for å uttale seg om nivået på årets studenter og for sammenligning med tidligere kull. Matematikkrådet ønsker av den grunn å være åpne om testens kvalitet, selv om kun en enkeltoppgave er offentliggjort i denne rapporten.

Delspørsmål	Andel studenter			Relativ dyktighet*			Diskriminering**
	0p	1p	2p	0p	1p	2p	
1a	15		85	12,6		22,9	.384
1b	47		53	16		26,1	.526
1c	66		34	17,7		28,5	.534
2a	29	5	67	13,8	18,3	24,9	.523
2b	57		43	16,6		27,7	.575
2c	55		45	16,2		27,6	.597
3	65	3	33	17,9	23,1	28,2	.502
4	49		51	16,4		26,2	.516
5	42	4	54	17	16,2 ^a	25,1	.414
6	47		54	15,8		26,2	.544
7	60		40	17,3		27,6	.528
8	31		69	13,3		25	.568
9a	65		35	19,5		24,9	.286
9b	82		18	19,6		29,3	.391
10	90	4	6	20,1	31,2	33,5	.389
11a	5		95	12,5		21,8	.212
11b	59		41	17,9		26,4	.441
12	54		46	16,3		27,3	.578
13	58		42	17,6		26,5	.459
14	52		48	18,4		24,5	.318
15	38		62	14,7		25,4	.542
16	60		41	17,4		27,1	.498

Noter: ^a Studentene som får ett poeng for oppgaven har i snitt færre poeng på testen enn studenter som får null poeng. På denne oppgaven kan studenter som krysser av for rett svar og som ikke begrunner svaret sitt, få delpoeng.

* Med relativ dyktighet menes hvor mange poeng i studentene som har fått 0, 1 eller 2 poeng henholdsvis har på full test.

** Korrelasjon mellom oppgaven og samlet poengsum (sumskåre).

Reliabilitetsmål skalaer

Skala	Antall items (oppgaver)	Gj.snitt Inter-item correlation	Cronbachs alpha
Ankeroppgaver	6	.207	.608
Tallregning	5	.252	.628
Praktisk regning	2	.141	.246
Prosent	2	.211	.297
Algebra	8	.195	.660
Geometri	3	.251	.501

Testkonstruktet for matematikkrådstesten er ”forkunnskaper”. Oppgavene er hentet fra grunnskolens pensum, og studentene må vise at de behersker grunnleggende ferdigheter innenfor områdene tall og tallregning, algebra og geometri. I og med at testen kun inneholder 22 delspørsmål vil resultater innenfor hvert emneområde være mindre pålitelig enn samlede resultater. Samlet har testen en reliabilitet, målt med Cronbach’s alpha, på .834. Dette er tilstrekkelig høyt til at man kan gjøre sammenligninger basert på totalskår (Cohen, Cohen, West, & Aiken, 2003). Dette sammen med verdiene for enkeltoppgavene gjør at vi kan si at matematikkrådstesten er en både reliabel og valid test av forkunnskaper.